

# **Untersuchung und Implementierung von CAA-SEA Koppelmodellen in der Fahrzeugtechnik**

Diplomarbeit

durchgeführt von

**Daniel Reiterlehner**

Institut für Signalverarbeitung und Sprachkommunikation  
der Technischen Universität Graz

Leiter: Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr. Gernot KUBIN



Begutachter: Ao.Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr. Gerhard GRABER (TU-Graz)

Betreuer: Ao.Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr. Gerhard GRABER (TU-Graz)

Ao.Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr. Helfried STEINER (TU-Graz)

Dipl.-Ing. Dr. Gregor MÜLLER (MAGNA STEYR)

Graz, im Oktober 2012

**EIDESSTATTLICHE ERKLÄRUNG**

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe.

Graz, am .....

.....

(Unterschrift)

## Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich sehr herzlich bei all jenen Personen bedanken, die mich während der Entstehung dieser Abschlussarbeit unterstützt haben. Ein großer Dank gilt zunächst der Firma MAGNA STEYR Fahrzeugtechnik, von der die finanziellen Mittel zur Durchführung der Arbeit, und ein eigener Arbeitsplatz bereitgestellt wurden. Ganz besonderes bedanken möchte ich mich hier bei Dr. Gregor Müller, der mir als unmittelbarer Betreuer stets mit fachkundigem Rat zur Seite gestanden ist. Des Weiteren möchte ich Prof. Helfried Steiner danken, der mir auf verständliche Weise das Gebiet der Strömungslehre näher gebracht hat. Prof. Gerhard Graber möchte ich dafür danken, dass er trotz der hohen Anzahl weiterer Diplomanden auch die Betreuung und Begutachtung meiner Arbeit übernommen hat. Nicht zuletzt möchte ich Prof. Gernot Kubin für sein Interesse am Diplomarbeitsthema und das Einbringen seines Erfahrungsschatzes bei diversen Präsentationen danken.

Diese Diplomarbeit steht am Ende eines Studiums, welches ohne die Unterstützung einiger Personen nicht möglich gewesen wäre. Ich möchte diese Arbeit meiner Verlobten Eva, meinen Eltern Maria und Werner, meiner Schwester Julia sowie meiner Großmutter Inge und meinem verstorbenen Großvater Othmar widmen. Danke, dass ihr immer hinter mir gestanden seid und einen großen Teil zum Erfolg meines Studiums beigetragen habt.

## Zusammenfassung

In dieser Arbeit wird die Kopplung einer CAA-Simulation (Computational Aeroacoustics) mit der SEA-Methode (Statistische Energieanalyse) und deren Anwendung für den Automobilbereich untersucht. Besonderes Augenmerk wird auf die Durchschallung der Seitenscheibe gelegt. Für die Aeroakustikanregung, welche durch das Wellenzahl-Frequenzspektrum einer turbulenten Grenzschicht beschrieben ist, wird die CAA-Simulation mit semi-empirischen Modellen sowie mit Messergebnissen aus einem Windkanal verglichen. Für die Strukturkopplung, welche durch die Struktursensitivitätsfunktion von Platteneigen-schwingungen beschrieben ist, wird ein analytisches, sowie ein Finite-Elemente-Modell betrachtet. Schließlich wird ein in Matlab implementiertes Koppelmodell vorgestellt, das die Leistungseinleitung in die Seitenscheibe, sowie die Geschwindigkeit der schwingenden Seitenscheibe berechnet. Die Ergebnisse werden mittels Windkanalmessergebnissen validiert.

## Abstract

Within this thesis the coupling of a CAA simulation (computational aeroacoustics) with the SEA method (statistical energy analysis) and its application in automotive engineering will be investigated. The main focus of attention will be turned to the transmission of sound through the side window. For the aeroacoustic source, which is determined by the wavenumber-frequency spectrum of a turbulent boundary layer, the CAA simulation will be compared to semi-empirical models as well as to measurement results from a wind tunnel. For the structural coupling, which is determined by the structural sensitivity function of the modal shape function of a plate, an analytical model as well as a finite elements model will be considered. Eventually, the Matlab implementation of a coupling model will be presented which is able to compute the input power into the side window as well as the velocity of the vibrating side window. The results will be validated with wind tunnel measurement results.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>10</b>
<b>2</b>	<b>Aufgabenstellung</b>	<b>11</b>
<b>3</b>	<b>Aeroakustikquelle</b>	<b>13</b>
3.1	Strömungsmechanische Grundlagen .....	13
3.1.1	Das aerodynamische Druckfeld .....	14
3.1.2	Die laminare Grenzschicht .....	16
3.1.3	Die turbulente Grenzschicht (TBL) .....	19
3.1.4	Ablösung der Grenzschicht .....	22
3.2	Numerische Strömungssimulation mit PowerFLOW .....	26
3.2.1	LBM-Solver .....	26
3.2.2	Turbulenzmodell .....	26
3.2.3	Wandrandbedingung .....	27
3.2.4	Pre- und Postprocessing Tools .....	27
3.3	Beschreibung der Aeroakustikquelle durch das Wellenzahl-Frequenzspektrum .....	28
3.3.1	Räumlich-zeitliche Korrelationsfunktion .....	28
3.3.2	Wellenzahl-Frequenzspektrum .....	29
3.3.3	Simulationsauswertungen .....	30
3.4	Semi-empirische Modelle .....	31
3.4.1	Frequenzspektrum nach Cockburn und Robertson .....	31
3.4.2	Wellenzahlspektrum nach Corcos .....	32
3.4.3	Wellenzahlspektrum nach Smol'yakov und Tkatchenko .....	33
3.5	Messtechnische Erfassung des Wanddrucks .....	35
3.5.1	Messaufbau für eben angeströmte Platten .....	35
3.5.2	Messaufbau am realen Fahrzeug .....	37
3.6	Auswertungen und Vergleiche .....	38
3.6.1	Effektivwert des Drucks .....	39
3.6.2	Frequenzspektrum .....	40
3.6.3	Wellenzahl-Frequenzspektrum .....	44
<b>4</b>	<b>Strukturkopplung</b>	<b>52</b>
4.1	Ermittlung der Platteneigenschwingungen .....	52
4.1.1	Berechnung mittels FE-Modell .....	52
4.1.2	Analytische Berechnung .....	53
4.2	Ermittlung der Struktursensitivitätsfunktion .....	54

---

<b>5</b>	<b>Platteneingangsleistung und resultierende Plattengeschwindigkeit</b>	<b>58</b>
5.1	In Matlab implementiertes Koppelmodell.....	58
5.1.1	Platteneingangsleistung .....	60
5.1.2	Plattengeschwindigkeit .....	61
<b>6</b>	<b>Fazit und Ausblick</b>	<b>64</b>
<b>7</b>	<b>Abbildungs- und Tabellenverzeichnis</b>	<b>65</b>
<b>8</b>	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>68</b>

---

## Symbolverzeichnis

$a$	Beschleunigung der Platte
$A_p$	Fläche der Platte
$B'$	Platten-Biegesteifigkeit
$c$	Schallgeschwindigkeit
$d_M$	Membrandurchmesser
$E$	Elastizitätsmodul
$f$	Frequenz
$g$	Erdbeschleunigung
$h$	Geodätische Höhe bzw. Dicke der Platte
$l$	Charakteristische Länge
$M$	Machzahl
$m$	Masse
$m''$	Flächenmasse
$\mathbf{k}$	Wellenvektor
$k_B$	Biegewellenzahl
$k_i$	Wellenzahl der Richtung $i$
$k_n$	Wellenzahl der $n$ -ten Eigenschwingung
$P_{in,n}$	Eingeleitete Leistung in die $n$ -te Platteneigenschwingung
$p$	Wechseldruck
$p_{stat}$	Statischer Druck
$p_{rms}$	Effektivwert des Drucks
$q$	Hydrodynamischer Druck
$R$	Kreuzkorrelationsfunktion
$Re$	Reynolds-Zahl
$Re_{krit}$	Kritische Reynolds-Zahl
$Re_x$	Reynolds-Zahl mit $x$ als charakteristische Länge
$S_n$	Struktursensitivität der $n$ -ten Platteneigenschwingung
$St$	Strouhal-Zahl
$t$	Zeitvariable
$u, U$	Fluidgeschwindigkeit
$U_0, U_\infty$	Geschwindigkeit der Außenströmung
$U_c$	Konvektionsgeschwindigkeit
$u_*$	Schubspannungsgeschwindigkeit
$v$	Plattengeschwindigkeit
$\mathbf{x}$	Ortsvektor
$x_i$	Komponenten des Vektors $\mathbf{x}$
$x, y, z$	Allgemeine Raumkoordinaten
$\dot{\gamma}$	Schergeschwindigkeit
$\Gamma$	Kreuzleistungsdichtespektrum
$\delta$	Dicke der Grenzschicht

$\delta_1, \delta^*$	Verdrängungsdicke
$\eta$	Dynamische Viskosität bzw. Dämpfungsverlustfaktor
$\lambda$	Wellenlänge
$\lambda_B$	Biegewellenlänge
$\mu$	Poissonzahl (= Querkontraktionszahl)
$\nu$	Kinematische Viskosität
$\xi$	Räumlicher Verschiebungsvektor bei Korrelationsfunktionen
$\xi_i$	Komponenten des Vektors $\xi$
$\rho$	Dichte
$\tau$	Schubspannung, Relaxationszeit, zeitliche Verschiebung bei Korrelation
$\tau_{eff}$	Effektive Relaxationszeit
$\tau_w$	Wandschubspannung
$\Phi_n$	Modaler Druckkoeffizient
$\Phi_p(\mathbf{k}, \omega)$	Wellenzahl-Frequenzspektrum des Drucks
$\phi(\omega)$	Frequenzspektrum des Drucks
$\omega$	Kreisfrequenz
$\omega_n$	Kreisfrequenz der $n$ -ten Platteneigenschwingung

## Abkürzungsverzeichnis

CAA	Computational Aeroacoustics
CFD	Computational Fluid Dynamics
DNS	Direkte numerische Simulation
FEM	Finite-Elemente-Methode
LBM	Lattice-Boltzmann Methode
NVH	Noise, Vibration and Harshness
RMS	Root Mean Square
RNG	Renormalization Group
SEA	Statistische Energieanalyse
TBL	Turbulent Boundary Layer
VR	Variable Resolution

# 1 Einleitung

Der Bereich NVH (Noise, Vibration, Harshness) hat in den vergangenen Jahrzehnten in der Automobilindustrie zunehmend an Bedeutung gewonnen. Weiterentwicklungen und Verbesserungen auf diesem Gebiet tragen zu höherem Fahrkomfort bei, woraus sich ein wichtiges Qualitätskriterium entwickelt hat.

Ein Teil des im Fahrzeuginneren ankommenden Störschalls ist der Außenströmung der Karosserie geschuldet. Diese Art der Schallentwicklung fällt in das Gebiet der Aeroakustik, zu welcher außerdem Lüftungsgeräusche, die Schallabstrahlung ins Fernfeld, etc. zählen. Die Außenströmung versetzt einige Karosserieteile in Schwingung, wodurch Richtung Innenraum entweder direkt Luftschall abgegeben, oder die Schwingung an andere Teile übertragen wird, welche ihrerseits dann störenden Luftschall erzeugen. Der typische Frequenzbereich in dem aeroakustischer Störschall auftritt, liegt ungefähr zwischen 200 Hz und 4000 Hz.

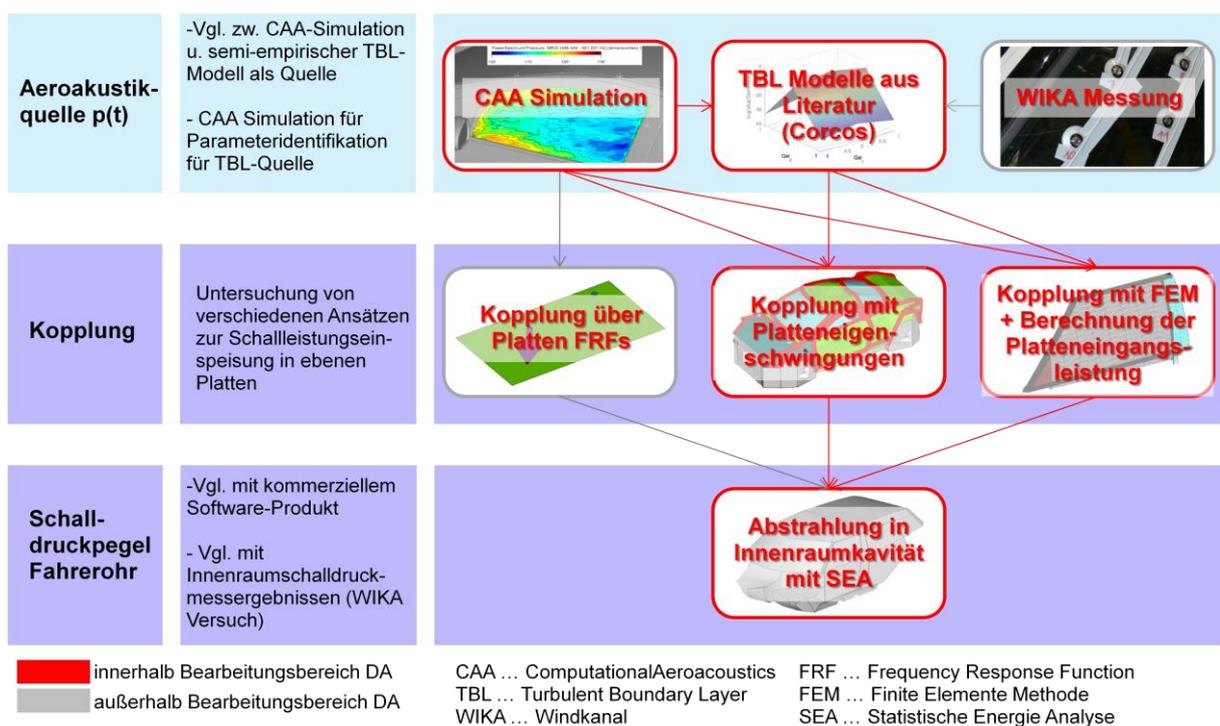
Man versucht nun, aeroakustische Störgeräusche bereits in sehr frühen Projektphasen vorherzusehen, da sie stark abhängig von den gewählten Fahrzeuggeometrien sind. Ist erst einmal ein Prototyp gefertigt, sind meist keine größeren Änderungen im Karosseriedesign mehr möglich. Deshalb wird versucht, mit geeigneten Simulationsmethoden bereits in der virtuellen Projektphase festzustellen, wo es zu unerwünschter Aeroakustikanregung kommen wird, und dementsprechende Designänderungen frühzeitig zu veranlassen. Oft kann dabei ein Zielkonflikt mit anderen funktionalen Bereichen entstehen und es müssen Kompromisse eingegangen werden.

Es gibt mehrere Simulationsmethoden, die für die Ermittlung strömungsverursachten Störschalls hilfreich sind. Zum einen kann die aeroakustische Anregung simuliert werden (CAA, Computational Aeroacoustics), zum anderen kann simuliert werden, wie ein angeregtes System seine Schwingungsenergie an andere schwingfähige Subsysteme weitergibt. Hier bietet die SEA (Statistische Energieanalyse) eine effiziente Methode.

Ziel dieser Diplomarbeit soll nun in erster Linie die Erstellung eines CAA-SEA Koppelmodells sein. Mehr zur Aufgabenstellung ist dem folgenden Kapitel zu entnehmen.

## 2 Aufgabenstellung

Vor Beginn der vorliegenden Diplomarbeit wurde ein Ablaufplan definiert, der die wesentlichen inhaltlichen Bestandteile und Bearbeitungswege der Arbeit zusammenfasst. Er ist in folgendem Flussdiagramm veranschaulicht:



**Abb. 2.1:** Vor Beginn der Diplomarbeit definierter Ablaufplan

Im ersten Schritt sollte die Aeroakustikquelle modelliert werden, wobei hier einerseits die Ergebnisse einer CAA-Simulation verarbeitet werden können, andererseits aber auch analytische, semi-empirische Modelle zum Einsatz kommen sollen, welche weitaus weniger rechenintensiv sind als eine CAA. Als eine dritte Möglichkeit zur Bestimmung der Aeroakustikanregung können auch Messergebnisse aus einem Windkanal verwendet werden, wobei diese Variante nicht Teil des Aufgabenbereichs der Diplomarbeit ist, da hier ein rein virtueller Ansatz verfolgt werden soll.

Im zweiten Schritt soll untersucht werden, wie viel Leistung in eine ebene Platte bei Anregung durch eine Aeroakustikquelle eingeleitet wird. Die ebene Platte ist dabei die vereinfachte Form eines Fahrzeug-Karosserieteils und wird insbesondere von der SEA zur Modellierung verwendet.

Als dritter Schritt soll der resultierende Schalldruckpegel in der Fahrgastzelle mittels SEA ermittelt werden.

Die folgende Abbildung (Abb. 2.2) zeigt eine graphische Darstellung der Kopplung zwischen einer Anregung durch ein Strömungsfeld mit der Struktur eines Fahrzeuges.

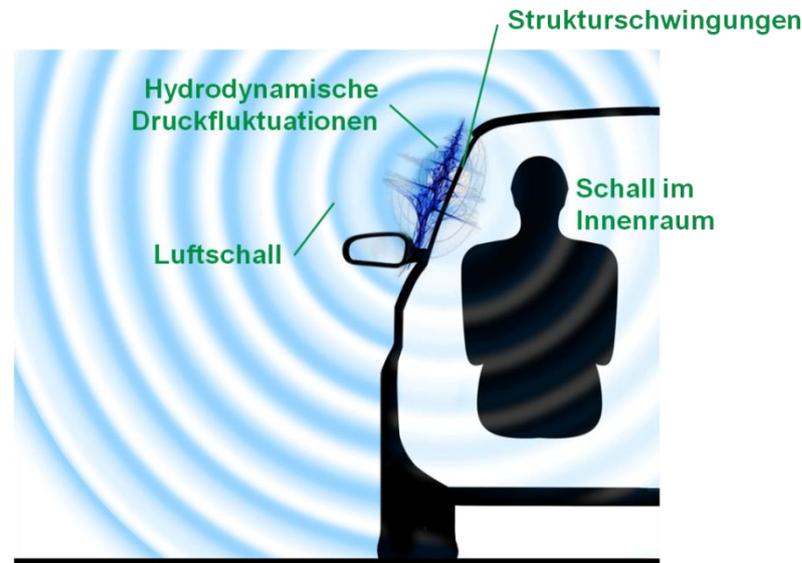


Abb. 2.2: Der Diplomarbeit zugrunde liegende Problemstellung<sup>1</sup>

In der vorliegenden Diplomarbeit wird insbesondere der SEA-Ansatz zur Leistungseinleitung in die Seitenscheibe behandelt. Hier sei vorweg bereits die grundlegende Formel gezeigt, deren Bestandteile im Laufe dieser Arbeit ermittelt werden. Der SEA-Ansatz sieht eine modenweise Leistungseinleitung vor, die in einer Formel von Blake<sup>2</sup> ihren Niederschlag findet:

$$P_{in,n} = \frac{\pi A_p^2 \Phi_n(\omega_n)}{m} \quad (2.1)$$

mit

$$\Phi_n(\omega) = \frac{1}{A_p^2} \iint_{-\infty}^{\infty} \Phi_p(\mathbf{k}, \omega) |S_n(\mathbf{k})|^2 d^2 \mathbf{k} \quad (2.2)$$

wobei  $P_{in,n}$  die eingeleitete Leistung in die  $n$ -te Platteneigenschwingung ist,  $A_p$  die Fläche der Platte,  $\Phi_n$  der modale Druckkoeffizient,  $m$  die Masse der Platte,  $\Phi_p$  das Wellenzahl-Frequenzspektrum der turbulenten Grenzschicht und  $S_n$  die Struktursensitivität der  $n$ -ten Platteneigenschwingung. Mit  $\Phi_p$  wird die komplette Aeroakustikanregung beschrieben, und mit  $S_n$  die Kopplung zur Struktur. Diese beiden Größen sind somit von zentraler Bedeutung und spannen weitestgehend die inhaltliche Struktur dieser Arbeit auf.

<sup>1</sup> Grafik: MAGNA STEYR Fahrzeugtechnik

<sup>2</sup> Vgl. [BLAKE] Kapitel 5, S. 305f

## 3 Aeroakustikquelle

In diesem Kapitel werden zunächst einige wesentliche Grundlagen zu Strömungen und Grenzschichten erläutert, daraufhin Simulationsergebnisse eines umströmten Fahrzeuges vorgestellt und schließlich mit den Ergebnissen semi-empirischer Modelle verglichen.

### 3.1 Strömungsmechanische Grundlagen

Strömungsphänomene kommen in der Natur sehr häufig vor. In den Ingenieurwissenschaften begegnet man ihnen insbesondere in den Bereichen Luft- und Raumfahrttechnik, Fahrzeugtechnik, Schiff- und Bootsbau, aber auch in der Meteorologie und der Ozeanographie. In dieser Arbeit ist die Umströmung von Fahrzeugen von besonderem Interesse. Dabei wird hauptsächlich auf den Bereich der turbulenten Strömungsgrenzschicht eingegangen werden, da die akustische Anregung der Karosserie in unmittelbarer Wandnähe passiert.

Die mathematische Beschreibung der Strömung basiert auf den Navier-Stokes Gleichungen, welche grundsätzlich die Erhaltungsgleichungen für den Impuls darstellen. Im Verbund mit der Kontinuitäts- und der Energiegleichung ergeben die Navier-Stokes Gleichungen ein System nichtlinearer partieller Differentialgleichungen zweiter Ordnung, deren Lösung jeden Strömungstyp und jede Strömungsform, also auch turbulente Grenzschichtströmungen, abbilden können. Da eine exakte Lösung dieses Gleichungssystems nur für wenige spezielle Fälle möglich ist (genau genommen, nur für ebene, vollständig entwickelte, laminare Strömungen), muss dieses System im Allgemeinen numerisch gelöst werden. Bei technisch relevanten turbulenten Strömungen erfordert allerdings eine direkte numerische Lösung sehr hohe Rechenleistungen, sodass heutzutage, selbst unter Einsatz von Supercomputern zumeist nur geometrisch einfache, generische Strömungsprobleme direkt gelöst werden können. Daher wurden insbesondere für die Abbildung von Grenzschichten eigene Grenzschichtmodelle entwickelt, um für diesen Bereich die Lösung anzunähern und auf diese Weise den Rechenaufwand stark zu minimieren.

Inhaltlich ist dieses Grundlagenkapitel vorwiegend an das Buch *Grenzschicht-Theorie* von H. Schlichting<sup>3</sup> angelehnt, deshalb wird im Folgenden darauf verzichtet, jeden entnommenen Abschnitt einzeln darauf zu verweisen. Grafiken sind, falls nicht anders gekennzeichnet, ebenfalls dieser Quelle entnommen worden.

---

<sup>3</sup> Vgl. [SCHLICHTING] Kapitel 1 und 2

### 3.1.1 Das aerodynamische Druckfeld

Die Umströmung von Fahrzeugen fällt grundsätzlich in das Gebiet der so genannten *Außen-Aerodynamik*, welche sich definitionsgemäß mit der Umströmung von Objekten durch das Medium Luft beschäftigt. Ein wesentliches Ziel von aerodynamischen Untersuchungen ist gemeinhin die Bestimmung der Strömungskräfte auf das umströmte Objekt. Die resultierenden Strömungskräfte, und damit der Gesamtwiderstand des Objekts auf die Strömung, werden verursacht durch Wirkung der viskosen Reibung und des Drucks auf die Objektoberfläche. Da in der Aerodynamik die viskosen Kräfte im Allgemeinen relativ gering sind im Vergleich zu den Druckkräften, liegt das Hauptaugenmerk zumeist auf der Beschreibung der Druckverteilung entlang der umströmten Oberfläche. Neben der maßgeblichen Bedeutung für den Strömungswiderstand spielt im Falle turbulenter Umströmung das zeitlich und örtlich fluktuierende Druckfeld auch eine wesentliche Rolle als Verursacher akustischer Emission.

Gase wie Luft sind komprimierbar, das bedeutet, dass sich bei steigendem Gasdruck mehr Moleküle innerhalb eines bestimmten Volumens befinden. Den Zusammenhang drückt die thermische Zustandsgleichung idealer Gase<sup>4</sup> aus:

$$p = \rho R_s T \quad (3.1)$$

wobei  $p$  den statischen Druck,  $\rho$  die Gasdichte (Luftdichte),  $R_s$  die spezifische Gaskonstante und  $T$  die Temperatur darstellt. Die Luftdichte kann sich lokal ändern, wenn sie von einem relativ zum Gasstrom bewegten Körper gestört wird. Handelt es sich bei dem Körper beispielsweise um ein Flugzeug, so wird vor diesem die Luft stromauf gestaut; am Bug kommt es also zu einer vergrößerten Dichte. Relevant wird diese strömungsbedingte Kompression allerdings erst bei höheren Machzahlen, d.h. ab etwa  $M = 0.3$ , wobei die dimensionslose Machzahl  $M$  durch das Verhältnis der Fluidgeschwindigkeit  $u$  zur Schallgeschwindigkeit  $c$  definiert ist:

$$M = \frac{u}{c}. \quad (3.2)$$

Mach 0,3 bedeutet beispielsweise für Flugzeuge eine relativ niedrige Geschwindigkeit. Da aber in dieser Arbeit nur die Umströmung von Automobilen behandelt wird, liegen die Geschwindigkeiten im Bereich von ca. Mach 0,1. Hier kann grundsätzlich die Kompressibilität vernachlässigt, und Luft als Medium mit konstanter Dichte angenommen werden. Diese Annahme darf allerdings nicht getroffen werden, wenn die Simulation die Ausbreitung akustischer Wellen einschließen soll. In diesem Fall muss auch bei kleinen Mach-Zahlen das Medium als kompressibel betrachtet werden. Für die Beschreibung akustischer Wellen müssen also die, wenn auch nur sehr geringfügigen, Dichteänderungen durch die strömungsinduzierten Druckkräfte berücksichtigt werden.

Der in einem strömenden Medium herrschende Gesamtdruck setzt sich zusammen aus dem resultierenden Druck, der in Luft bei atmosphärischen Standardbedingungen Werte um ca.  $1000 \text{ hPa} = 1 \text{ bar}$  annimmt, und dem dynamischen Druck  $q$ , welcher gegeben ist durch

---

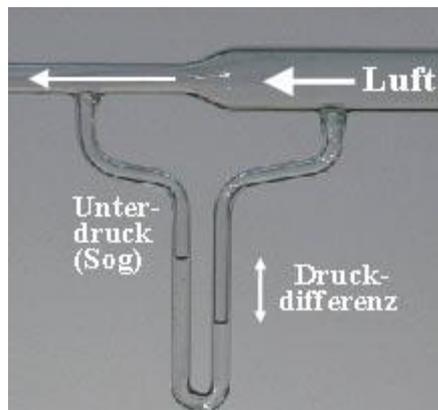
<sup>4</sup> Vgl. [MÖSER] Kapitel 2.1

$$q = \frac{1}{2} \rho u^2. \quad (3.3)$$

Wie man aus dieser Formel gut erkennen kann, repräsentiert der dynamische Druck grundsätzlich die kinetische Energie eines Fluidteilchens, wobei die Masse über die Dichte eingeht. Diese energetische Deutung des Drucks findet in der so genannten Bernoulli-Gleichung ihren Niederschlag, welche grundsätzlich die Energieerhaltung entlang einer Stromlinie unter Vernachlässigung aller Reibungsverluste beschreibt:

$$p_{stat} + q + \rho gh = const. \quad (3.4)$$

Das bedeutet, die Summe aus statischem Druck (= potentielle Druckenergie), dynamischem Druck (= kinetische Energie) und Hubarbeit (= Energiepotential der geodätischen Höhe) bleibt an jedem Punkt der Stromlinie unverändert, und es können sich nur die einzelnen Anteile relativ zu einander verschieben. Die anteilmäßige Überführung von statischem Druck in dynamischen Druck lässt sich sehr gut anhand der Strömung nach Bernoulli und Venturi<sup>5</sup> veranschaulichen. Dabei wird die Strömung innerhalb eines Rohres betrachtet, welches sich an einer bestimmten Stelle verjüngt. Das Kontinuitätsgesetz besagt, dass bei inkompressiblen Fluiden aus jedem Rohrabschnitt dieselbe Fluidmenge austreten muss, die in ihn eingeführt wurde. Demnach muss sich beim geringeren Rohrdurchmesser die Geschwindigkeit erhöhen, wodurch auch der dynamische Druck steigt.



**Abb. 3.1:** Venturi-Strömungsmesser<sup>6</sup>

Beim Venturi-Strömungsmesser in Abb. 3.1 ist an der engsten Stelle im Rohr der dynamische Druck maximal und der statische Druck minimal. Aufgrund des Energieerhaltungssatzes korrespondiert die Änderung der kinetischen Energie bei Querschnittsänderung des Rohres mit der Änderung des statischen Drucks als Form der potentiellen Energie.

<sup>5</sup> Vgl. <http://de.wikipedia.org/wiki/Bernoulli-Effekt> (Zugriff: 15.4.2012)

<sup>6</sup> Grafik aus <http://de.wikipedia.org/wiki/Bernoulli-Effekt>

### 3.1.2 Die laminare Grenzschicht

In sehr vielen Anwendungsfällen interessiert man sich für Strömungen entlang von Oberflächen, wie dies typischerweise bei der Umströmung von Objekten der Fall ist. Dabei zeigt sich jeweils in unmittelbarer Nähe des umströmten, starren Körpers ein besonderes Phänomen: die Ausbildung einer Grenzschicht. Infolge der Haftbedingung ist Geschwindigkeit der Strömung unmittelbar an der Wand identisch mit der Wandgeschwindigkeit. Der Übergang vom Strömungszustand der Umgebung auf den Haftzustand an der festen Wand findet innerhalb einer sehr dünnen Schicht, der so genannten Grenzschicht statt. Physikalisch betrachtet wird diese starke Änderung der Geschwindigkeit auf den Wert der Wand durch den hier wesentlichen Einfluss der viskosen Reibung an der Oberfläche des Körpers bewirkt. Umgelegt auf den einfachen Fall einer ebenen, längsangeströmten Platte bedeutet dies, dass die Fluidgeschwindigkeit in unmittelbarer Plattennähe sehr viel kleiner ist, als in größerem Abstand von der Platte. Der Grund dafür liegt in der bereits erwähnten Haftbedingung, aufgrund derer die Platte das Fluid abbremst. Entfernt man sich in Normalrichtung von der Platte, so steigt die Geschwindigkeit an, bis sie in genügend großer (theoretisch unendlicher) Entfernung der Geschwindigkeit der Außenströmung entspricht. Letztere wird auch *Umgebungs-* oder *Anströmgeschwindigkeit* genannt.

Eine wichtige Kenngröße bei der Betrachtung von Strömungen in Zusammenhang mit sich darin befindlichen Körpern ist die dimensionslose Reynolds-Zahl  $Re$ . Sie gibt das Verhältnis der Trägheitskraft zur viskosen Zähigkeitskraft an und berechnet sich zu

$$Re = \frac{\rho \cdot u \cdot l}{\eta} = \frac{u \cdot l}{\nu} \quad (3.5)$$

Dabei ist  $u$  eine charakteristische Geschwindigkeit,  $l$  eine charakteristische Längenabmessung des Körpers,  $\eta$  die dynamische Viskosität und  $\nu$  die kinematische Viskosität. Als charakteristische Geschwindigkeit wird etwa die Anströmgeschwindigkeit gewählt, während für die charakteristische Länge beispielsweise der Durchmesser oder eine Kantenlänge des umströmten Körpers, oder bei einer Rohrströmung der Rohrdurchmesser eingesetzt wird.

#### 3.1.2.1 Dicke der laminaren Grenzschicht

Vor der Plattenvorderkante ist das Geschwindigkeitsprofil in Normalrichtung konstant. Je weiter man sich jedoch an der Platte nach hinten bewegt, desto mehr Fluidteilchen werden von der Abbremsung erfasst, womit die Dicke der Grenzschicht zunimmt. Dieser Sachverhalt ist in Abb. 3.2 gut zu erkennen, wobei  $U_\infty$  die Umgebungsgeschwindigkeit, und  $\delta(x)$  die Dicke der Grenzschicht bedeuten.

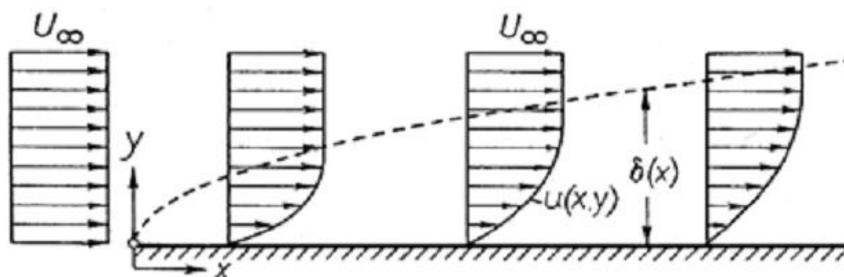


Abb. 3.2: Grenzschicht an einer längsangeströmten ebenen Platte

Eine genaue Grenze zwischen Grenzschichtströmung und Umgebungsströmung kann nicht festgelegt werden, da genau genommen (zumindest bei laminaren Grenzschichten) die ungestörte Umgebungsgeschwindigkeit  $U_\infty$  erst im Abstand  $y \rightarrow \infty$  erreicht wird. In der Praxis wird jedoch häufig eine endliche Grenzschichtdicke definiert, um den Bereich der Strömungsgrenzschicht räumlich abgrenzen zu können. Als Dicke der Grenzschicht definiert man dabei meist jene Entfernung von der Platte, bei der die Fluidgeschwindigkeit 99 % der Umgebungsgeschwindigkeit beträgt. Auf diesen Wert hat man sich mehr oder weniger willkürlich geeinigt, es handelt sich dabei nicht um ein strömungstechnisch interpretierbares Maß. Dennoch wird die Definition in den laufenden Betrachtungen häufig Anwendung finden.

Die Dicke der Grenzschicht (bezogen auf eine Plattenlänge  $l$ ) lässt sich im laminaren Fall folgendermaßen abschätzen:

$$\frac{\delta(x)}{l} = \frac{5}{\sqrt{Re}} \sqrt{x} \quad (3.6)$$

wobei hier  $Re = U_\infty l / \nu$  die auf die Plattenlänge  $l$  bezogene Reynolds-Zahl ist. Aus Gleichung (3.6) kann man erkennen, dass die Grenzschichtdicke mit wachsender Reynolds-Zahl dünner wird und im theoretischen Grenzfall  $Re = \infty$  sogar verschwindet. Des Weiteren ist zu sehen, dass die Grenzschichtdicke proportional zur Quadratwurzel der Lauflänge  $\sqrt{x}$ , wächst.

### 3.1.2.2 Verdrängungsdicke

Ein weiteres Längenmaß für die Grenzschicht ist die sogenannte Verdrängungsdicke  $\delta_1$  (engl. boundary layer displacement thickness). Im Gegensatz zur vorhin besprochenen Grenzschichtdicke  $\delta$  ist die Verdrängungsdicke ein strömungsmechanisch interpretierbares Maß, welches auf keinem willkürlich festgelegten Schwellwert beruht. Sie ist definiert als

$$U \delta_1(x) = \int_{y=0}^{\infty} (U - u) dy, \quad (3.7)$$

wobei  $U$  die an der Stelle  $x$  herrschende Fluidgeschwindigkeit am Außenrand der Grenzschicht ist. Demnach sind die in Abb. 3.3 schraffiert dargestellten Flächen gleich groß.

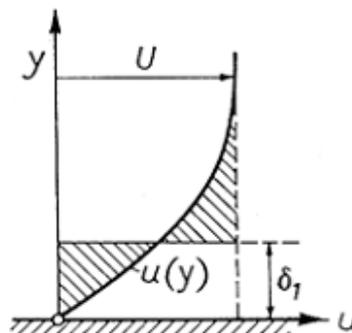


Abb. 3.3: Verdrängungsdicke  $\delta_1$  der Grenzschicht

Die Verdrängungsdicke kann als Längenbetrag interpretiert werden, um den die Stromlinien der Umgebungsströmung durch die Bildung der Grenzschicht nach außen verschoben werden. Sie beschreibt also die Verdrängungswirkung der Grenzschicht.

Für eine längsangeströmte ebene Platte gilt folgender Zusammenhang:

$$\frac{\delta_1(x)}{l} = \frac{1,721}{\sqrt{Re}} \sqrt{\frac{x}{l}} \quad (3.8)$$

d.h. die Verdrängungsdicke  $\delta_1$  beträgt etwa 1/3 der Grenzschichtdicke  $\delta$ . Das gilt wohl gemerkt wiederum nur für den laminaren Fall. Für den turbulenten Fall wird in der Literatur<sup>7</sup> ein Verhältnis von  $\delta_1 / \delta = 1/8$  verwendet.

### 3.1.2.3 Wandschubspannung

Ähnlich wie die Dicke der Grenzschicht lässt sich auch die Wandschubspannung  $\tau_w$  aus dem Geschwindigkeitsprofil in der Grenzschicht bestimmen. Luft kann als *Newtonsches Fluid* angenommen werden, was bedeutet, die Viskosität ist unabhängig von der Verformung des Fluids. Daher gilt das *Newtonsche Reibungsgesetz*, welches auch als Definitionsgleichung der Viskosität aufgefasst werden kann:

$$\tau = \eta \dot{\gamma} \quad \text{mit} \quad \dot{\gamma} = \frac{\partial u}{\partial y} \quad (3.9)$$

Dabei ist  $\tau$  die Schubspannung und  $\dot{\gamma}$  die Schergeschwindigkeit<sup>8</sup> (räumliche Geschwindigkeitsänderung), wobei  $u$  die Geschwindigkeit des Fluids und  $y$  die Richtung normal zur Wandebene bedeuten. Direkt an der Wand definiert sich die sogenannte Wandschubspannung zu

$$\tau_w \equiv \tau(y=0) = \eta \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=0} \quad (3.10)$$

Als mechanische Spannung hat die (Wand-)Schubspannung dieselbe Einheit wie der Druck, nämlich N/m<sup>2</sup> bzw. Pa. Für die laminare Grenzschicht lässt sich die Wandschubspannung  $\tau_w$  wie folgt abschätzen:

$$\tau_w(x) \sim \eta U_\infty \sqrt{\frac{\rho U_\infty}{\eta x}} = \sqrt{\frac{\eta \rho U_\infty^3}{x}} \quad (3.11)$$

Demnach ist die Wandschubspannung proportional zu  $U_\infty^{3/2}$ , und erwähnenswerter noch zu  $1/\sqrt{x}$ . Die Wandschubspannung ist also eine mit der Plattenlänge  $x$  monoton fallende Funktion, wobei sie nahe der Plattenvorderkante besonders groß ist. Damit ist sie umgekehrt proportional zur Dicke der Grenzschicht, d.h. je dünner die Grenzschicht, desto höher die Wandschubspannung.

<sup>7</sup> Vgl. [SMOL'YAKOV] S. 629

<sup>8</sup> Vgl. <http://de.wikipedia.org/wiki/Viskosit%C3%A4t> (Zugriff: 15.4.2012)

### 3.1.3 Die turbulente Grenzschicht (TBL)

Strömungen sind im Allgemeinen nur bis zu einer bestimmten Geschwindigkeit und somit auch nur bis zu einer bestimmten Reynolds-Zahl laminar. Sobald die sogenannte *kritische Reynolds-Zahl* überschritten wird ( $Re > Re_{krit}$ ) wird die Strömung instabil und Störungen werden mehr und mehr angefacht. Durch diese zunehmenden Störungen passiert schlussendlich ein Umschlag in eine „wirbelhafte“ Bewegung, die man Turbulenz nennt. Diese ist charakterisiert durch zeitlich und räumlich stark fluktuierende Strömungsgrößen wie Druck, Geschwindigkeit, etc.

In der Realität bleibt auch die Grenzschicht entlang einer Platte nicht immer laminar. Nach einer bestimmten Lauflänge  $x_{krit}$  von der Plattenvorderkante wird die Grenzschicht turbulent. Im Englischen spricht man ab hier von einem **Turbulent Boundary Layer**, kurz TBL. Diese Abkürzung wird in der vorliegenden Arbeit noch häufig Verwendung finden. Der Einfachheit halber spricht man beim Übergang von laminar auf turbulent vom sogenannten *Umschlagspunkt* (engl. *Transition*), obwohl es sich dabei in Wirklichkeit um einen Bereich endlicher Länge handelt. Die Lauflänge  $x$  bis zum Umschlagspunkt kann aus der kritischen Reynolds-Zahl bestimmt werden. Für die längsangeströmte ebene Platte beträgt diese etwa

$$Re_{krit} = \left( \frac{ux}{\nu} \right)_{krit} = 5 \times 10^5 \quad (3.12)$$

Der Wert der kritischen Reynolds-Zahl hängt stark vom Grad der Störungsfreiheit der Außenströmung ab. Bei starken Störungen treten Werte von  $Re_{krit} = 3 \times 10^5$  auf, während bei sehr störungsarmen Außenströmungen Werte bis zu  $Re_{krit} = 3 \times 10^6$  erreicht werden. Entsprechend verlagert sich auch der Ort des Umschlagspunkts  $x_{krit}$  gemäß Gleichung (3.12).



Abb. 3.4: Geschwindigkeitsprofile verschiedener Grenzschichtbereiche<sup>9</sup>

Charakteristisch für den Übergangspunkt von laminar auf turbulent ist ein plötzliches Anwachsen der Grenzschichtdicke, wie man in Abb. 3.4 erkennen kann. Ebenfalls steigt ab diesem Punkt die Wandschubspannung an.

#### 3.1.3.1 Dicke der turbulenten Grenzschicht

In Abb. 3.5 ist die dimensionslose Grenzschichtdicke  $\delta/\sqrt{vx/U_\infty}$  als Funktion der dimensionslosen Lauflänge  $Re_x = U_\infty x/\nu$  basierend auf theoretischen Überlegungen

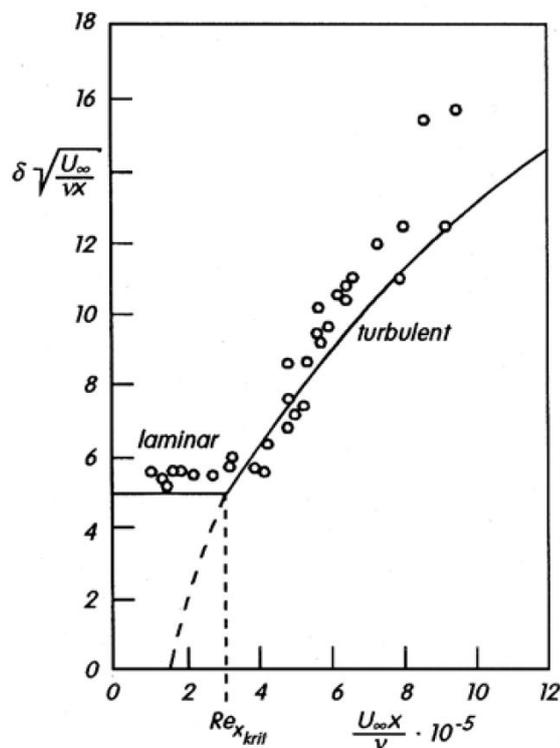
<sup>9</sup> Grafik aus [http://en.wikipedia.org/wiki/Boundary\\_layer](http://en.wikipedia.org/wiki/Boundary_layer) (Zugriff: 13.7.2012)

aufgetragen und Messungen gegenüber gestellt. Gemäß Gleichung (3.6) hat diese normierte Grenzschichtdicke im laminaren Fall ungefähr den konstanten Wert 5.

Die Dicke der turbulenten Grenzschicht an der Platte wurde hier mittels folgenden Zusammenhangs abgeschätzt:

$$\frac{\delta U_\infty}{\nu} = 0,14 \frac{Re_x}{\ln Re_x} G(\ln Re_x) \quad (3.13)$$

wobei  $G(\ln Re_x)$  eine nur schwach von  $\ln Re_x$  abhängige Funktion mit dem Grenzwert eins für  $\ln Re_x \rightarrow \infty$  ist. Im hier interessierenden Bereich  $10^5 < Re_x < 10^6$  gilt die Näherung  $G \approx 1,5$ . Auf die Funktion  $G(\ln Re_x)$  selbst soll hier nicht näher eingegangen werden, für eine genauere Beschreibung sei auf die Literatur<sup>10</sup> verwiesen. Bei Gleichung (3.13) handelt es sich um eine asymptotische Formel für große Reynolds-Zahlen. Dabei wächst die Dicke der Grenzschicht wie  $\delta \sim x / \ln x$  für eine große Lauflänge  $x$ .



**Abb. 3.5:** Grenzschichtdicke in Abhängigkeit von der Lauflänge entlang der Platte gemäß Gleichung (3.13). Symbole aus Messungen von Hansen<sup>11</sup>

Betrachtet man nun Bedingungen, die bei der Umströmung eines realen Fahrzeugs herrschen und wendet sie auf die längsangeströmte ebene Platte an, so erhält man für die Dicke der turbulenten Grenzschicht einen Wert von  $\delta = 14$  mm bei einer Anströmgeschwindigkeit von

<sup>10</sup> Vgl. [SCHLICHTING] Kapitel 17.3.1

<sup>11</sup> Hansen, M. 1928 – Die Geschwindigkeitsverteilung in der Grenzschicht an der längsangeströmten ebenen Platte. ZAMM 8, S. 185-199.

$U_\infty = 40$  m/s, einer Lauflänge  $x = 1$  m von der Plattenvorderkante, einer kinematischen Viskosität von  $\nu = 15 \times 10^{-6}$  m<sup>2</sup>/s, wobei sich eine Reynolds-Zahl von  $Re_x = 2,7 \times 10^6$  ergibt.

### 3.1.3.2 Geschwindigkeitsverteilung in der TBL

Im Gegensatz zur laminaren Grenzschicht an der ebenen längsangeströmten Platte, bei der sich alle Fluidteilchen geordnet innerhalb horizontal ausgerichteter Schichten in Strömungsrichtung bewegen, vollführen die Fluidteilchen in der turbulenten Grenzschicht auch zeitlich und örtlich stark fluktuierende Querbewegungen in Richtung der Wandnormalen und Spannweite. Diese wirbelhafte Bewegung hat zum Teil chaotischen Charakter, sie weist jedoch auch bestimmte Strukturen auf. Für den wandnächsten Bereich zeigen diese beispielsweise die Untersuchungen von Schoppa und Hussain<sup>12</sup>, die mittels einer Direkten Numerischen Simulation (DNS) die Strömung in Wandnähe berechneten. Bei der DNS werden die vollständigen instationären Navier-Stokes Gleichungen diskretisiert und direkt, d.h. ohne jegliches Turbulenzmodell gelöst, wobei alle relevanten turbulenten Schwankungen auf allen örtlichen und zeitlichen Skalen numerisch aufgelöst werden.



Abb. 3.6: Streaks niedriger Geschwindigkeiten (schwarz) und Wirbel in Strömungsrichtung (grau)<sup>13</sup>

Die von der DNS berechnete wandnahe Wirbelstruktur wird in Abb. 3.6 veranschaulicht. Neben Wirbeln unterschiedlicher Größen, deren Drehachsen vorwiegend in Strömungsrichtung ( $x$ -Richtung) zeigen, ist auch die Ausbildung so genannter „Streaks“ (Streifen), welche Zonen mit sehr niedrigen Geschwindigkeiten umfassen, feststellbar. Direkt an der Wand befindet sich also eine furchenartige Struktur von Streaks, zwischen und über welchen sich Wirbel bewegen. In Abb. 3.7 sieht man den Querschnitt eines Streaks mit Isotachen in Hauptströmungsrichtung, links (a) in der Nähe eines Wirbels, rechts (b) die analytische laminare Basisströmung innerhalb eines Streaks.

Durch diese Betrachtung wird deutlich, dass das Geschwindigkeitsprofil nicht, wie im laminaren Fall von der spanweitigen Richtung (engl. spanwise direction, quer zur Strömungsrichtung, hier  $z$ -Richtung) unabhängig ist. Die in Abb. 3.7 eingezeichneten

---

<sup>12</sup> Vgl. [SCHOPPA]

<sup>13</sup> Grafik aus [SCHOPPA] S. 851

Isotachen repräsentieren Kontur-Linien gleicher Geschwindigkeit, wobei die fett gedruckte Linie aus Bild (a) gleich  $0,55 U_c$  entspricht. Bei  $U_c$  handelt es sich hierbei um die Konvektionsgeschwindigkeit, das ist jene Geschwindigkeit, mit der sich die dominanten Wirbel fortbewegen. Meist wird  $U_c$  abgeschätzt, in der Literatur<sup>14</sup> wird dafür ein Wert von  $U_c = 0,8 U_\infty$  verwendet.

Zwischen Streaks und Wirbeln herrscht eine dynamische Wechselwirkung, deren genaue ursächliche Mechanismen derzeit noch Gegenstand der Forschung sind.

Wie in Kapitel 3.3 (Seite 28) noch ausführlicher behandelt wird, sind unter anderem die eben genannten wandnahen Wirbelstrukturen dafür verantwortlich, dass ein umströmter Körper akustisch angeregt wird.

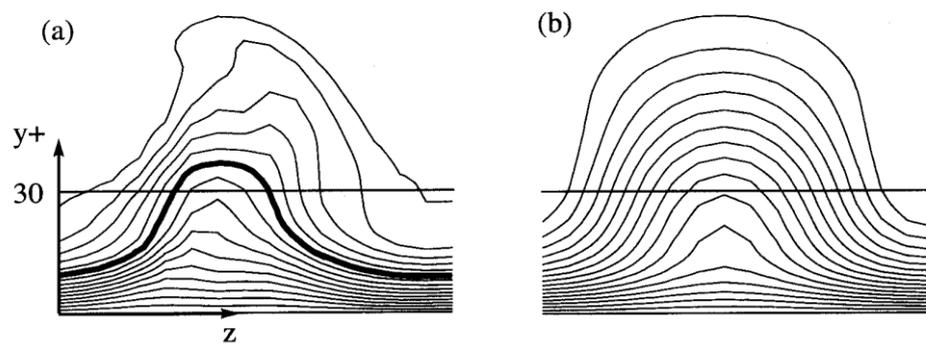


Abb. 3.7: (a) Streak in der Nähe eines Wirbels; (b) Analytische Basisströmung eines Streaks<sup>15</sup>

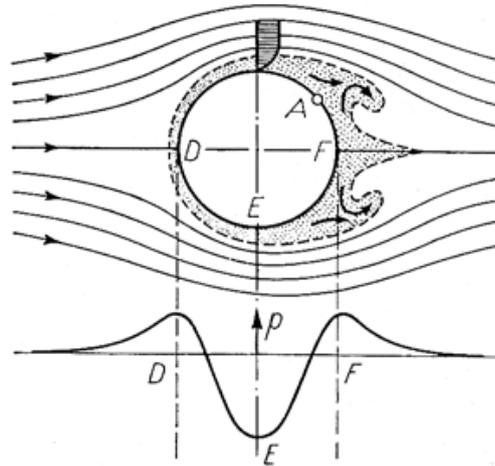
### 3.1.4 Ablösung der Grenzschicht

Bisher wurde ausschließlich die längsangeströmte ebene Platte behandelt. Hat man es beim umströmten Körper jedoch mit Geometrien mit stumpfer Stromabseite wie beispielsweise einem Kreiszyylinder zu tun, wird es zur Grenzschichtablösung kommen. Abb. 3.8 zeigt das Beispiel des angeströmten Kreiszyinders. Im vorderen Bereich, also auf dem Weg von D nach E erfährt ein Fluidteilchen der Außenströmung eine Beschleunigung, also einen Anstieg seiner kinetischen Energie (vgl. dynamischer Druck) und einen Abfall des statischen Drucks. Auf dem Weg von E nach F wird wiederum kinetische Energie in Druck (vgl. potentielle Energie) umgewandelt. Ein Fluidteilchen in unmittelbarer Wandnähe, also innerhalb der Grenzschicht, erfährt dasselbe Druckfeld der Außenströmung, da dieses der Grenzschicht aufgeprägt ist. Durch die starke Wirkung der Reibung innerhalb der Grenzschicht büßt ein Grenzschichtteilchen auf dem Weg von D nach E so viel seiner kinetischen Energie ein, dass es den Druckanstieg von E nach F nicht mehr überwinden kann. Es wird also im Gebiet zwischen E und F, in dem der Druck ansteigt, nicht weit vordringen, sondern zum Stillstand kommen und von der Druckverteilung der Außenströmung in Rückwärtsbewegung versetzt, wodurch sich in diesem Bereich Wirbel bilden. Bei höheren Reynolds-Zahlen lösen sich diese Wirbel ab und bewegen sich mit der Strömung fort, wobei sie das Strömungsgebiet hinter

<sup>14</sup> Vgl. [SMOL'YAKOV] S. 629

<sup>15</sup> Grafiken aus [SCHOPPA] S. 851

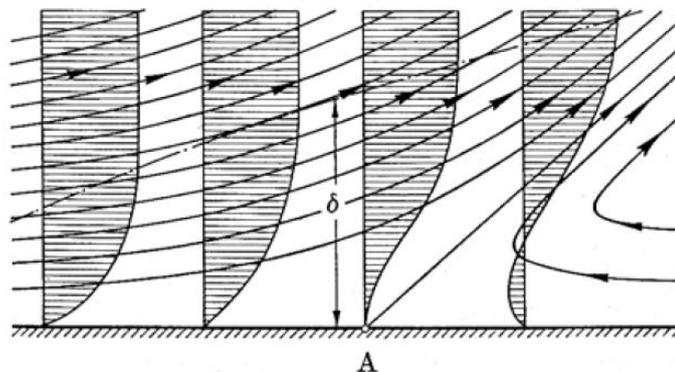
dem Körper völlig umgestalten und die Druckverteilung gegenüber einer idealen reibungsfreien Strömung stark verändern. Im wirbelbehafteten Nachlaufgebiet auf der Rückseite herrscht ein starker Unterdruck, der die Ursache für den resultierenden großen Druckwiderstand des Körpers ist.



**Abb. 3.8:** Ablösung der Grenzschicht und Wirbelbildung am Kreiszyylinder. A = Ablösungsstelle

### 3.1.4.1 Ablösebedingung

Wie vorhin erläutert besteht die Wahrscheinlichkeit der Ablösung für die Grenzschicht besonders in Gebieten mit einem Druckanstieg, und zwar umso mehr, je steiler der Druckanstieg ist. Dies ist insbesondere bei Körpern mit stumpfer Rückseite der Fall. Das erklärt auch, warum bei „stromlinienförmigen“ Körpern wie Tragflügelprofilen die Druckverteilung so gut mit der reibungslosen Strömung übereinstimmt. Der Druckanstieg Richtung Heck ist so schwach, dass die Grenzschicht gar nicht ablöst und die Druckverteilung entlang der gesamten Oberfläche durch die reibungsfreie Betrachtung sehr gut beschrieben wird.



**Abb. 3.9:** Grenzschichtströmung in der Nähe einer Ablösungsstelle A

Abb. 3.9 zeigt das Verhalten der Grenzschichtströmung bei Ablösung. Wegen der vorhin genannten Rückströmung in Wandnähe verdickt die Grenzschicht stark und es kommt zu einem Abtransport von Grenzschichtmaterial in die Umgebungsströmung. Im Ablösungspunkt verlässt die Stromlinie in einem bestimmten Winkel die Wand. Hier ist die Bedingung

gegeben, dass der Geschwindigkeitsgradient senkrecht zur Wand, und somit die Wandschubspannung  $\tau_w$  verschwindet:

$$\tau_w = \eta \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=0} = 0 \quad (3.14)$$

Nach dem Ablösen und Verlassen des Körpers entwickelt sich die Grenzschicht als sogenannte freie Scherschicht und bildet stromabwärts die Nachlaufströmung. Für den Grenzfall  $Re = \infty$  reduzieren sich laminare freie Scherschichten zu Unstetigkeitsflächen, während turbulente freie Scherschichten für  $Re = \infty$  eine endliche Dicke bewahren. Wenn sich also turbulente freie Scherschichten durch Ablösung bilden, ist die Grenzlösung für  $Re = \infty$  zwar viskositätsfrei, aber „reibungsbefahet“. Dabei handelt es sich um Scheinreibung aufgrund turbulenter Schwankungsbewegungen, welche effektiv betrachtet einen Impulsaustausch quer zu Hauptströmungsrichtung verursachen.

### 3.1.4.2 Instationäres Nachlaufgebiet

Auch wenn die Anströmung stationär erfolgt, bleibt die Strömung infolge einer Ablösung keineswegs stationär. Es finden zeitlich veränderliche Vorgänge der mittleren Bewegung statt, die im Vergleich zu etwaigen turbulenten Schwankungsbewegungen langsam verlaufen. Dabei kann sich hinter dem Körper eine sogenannte *Kármánsche Wirbelstraße* bilden, welche eine regelmäßige Anordnung rechts- und linksdrehender Wirbel beschreibt. Bei Fahrzeugen tritt die Kármánsche Wirbelstraße typischerweise im Nachlaufgebiet der Radioantenne auf und äußert sich durch ein tonales Pfeifen. Die Frequenz der abgelösten Wirbel und somit die Tonhöhe lässt sich über die *Strouhal-Zahl* ermitteln:

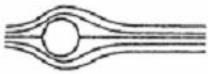
$$Sr = \frac{f \cdot l}{u} \quad (3.15)$$

Die Strouhal-Zahl  $Sr$  ist dimensionslos und gibt also das Verhältnis der Frequenz  $f$  multipliziert mit der charakteristischen Körperlänge  $l$  zur Fluidgeschwindigkeit  $u$  an. Meist beträgt die Strouhal-Zahl Werte um 0,2.

In Tab. 3.1 sind zusammenfassend alle auftretenden Bereiche des umströmten Kreiszyinders aufgelistet. Als charakteristische Länge für die Reynolds- und Strouhal-Zahlen dient der Zylinderdurchmesser.

Um das Ablösegebiet zu verkleinern, kann bei unterkritischer (laminarer) Anströmung an geeigneter Stelle ein „Stolperdraht“ am umströmten Körper angebracht werden, um einen Umschlag in den turbulenten Strömungszustand zu provozieren. Aufgrund ihres höheren Niveaus an kinetischer Energie kann die turbulente Grenzschichtströmung einem statischen Druckanstieg länger Paroli bieten, wodurch sich der Ablösepunkt weiter nach hinten verschiebt und somit das abgelöste Nachlaufgebiet verkleinert.

Dieser Sachverhalt ist in Abb. 3.10 am Beispiel einer Kugel gut zu erkennen. Im Fall der Radioantenne am Fahrzeug wird ein Draht spiralförmig an der Antennenaußenseite angebracht, hier jedoch weniger zur Reduktion des Ablösegebiets als zur Vermeidung der Ausbildung einer Kármánschen Wirbelstraße.

Reynolds-Zahl-Bereich	Strömungsbereich	Strömungsform	Strömungscharakteristik	Strouhal-Zahl $Sr$
$Re \rightarrow 0$	schleichende Strömung		stationär. kein Nachlauf	-
$3 - 4 < Re < 30 - 40$	Wirbelpaar im Nachlauf		stationär. Ablösung symmetrisch	-
$\frac{30}{40} < Re < \frac{80}{90}$	Einsetzen der Kármánschen Wirbelstraße		laminar. Nachlauf instabil	-
$\frac{80}{90} < Re < \frac{150}{300}$	reine Kármánsche Wirbelstraße		Kármánsche Wirbelstraße	$0,14 < Sr < 0,21$
$\frac{150}{300} < Re < \frac{10^5}{1,3 \cdot 10^5}$	unterkritischer Bereich		laminarer Nah-Nachlauf mit Wirbelstraßen- Instabilität	$Sr = 0,21$
$\frac{10^5}{1,3 \cdot 10^5} < Re < 3,5 \cdot 10^6$	kritischer Bereich		laminare Ablösung. turbulentes Anlegen turbulente Ablösung. turbulenter Nachlauf	keine bevorzugte, Frequenz
$3,5 \cdot 10^6 < Re$	überkritischer Bereich (transkritisch)		turbulente Ablösung	$0,25 < Sr < 0,30$

Tab. 3.1: Strömungsbereiche beim Kreiszyylinder

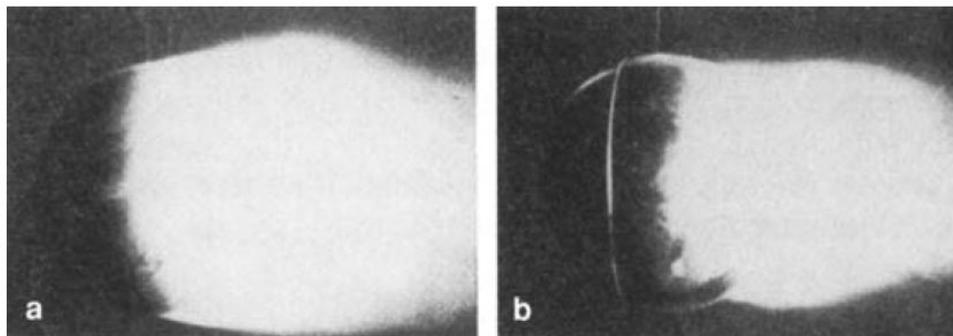


Abb. 3.10: Nachlaufgebiet einer Kugel ohne (a) und mit (b) Stolperdraht

Die Ablösung sowie das Wiederauftreffen von abgelösten Wirbeln auf stromab gelegenen Karosserief lächen spielen eine wichtige Rolle als Quellen für Schallemissionen. Akustisch relevante Ablösungsbereiche am Fahrzeug sind beispielsweise die A-Säule und der Seitenspiegel. In beiden Fällen schlagen die abgelösten Wirbel in der Regel auf der Seitenscheibe auf, welche dadurch in Schwingung versetzt wird und somit Schall in den Innenraum abstrahlt.

## 3.2 Numerische Strömungssimulation mit PowerFLOW

Mithilfe der kommerziellen Software PowerFLOW (Exa Corporation) ist es möglich, Oberflächendruckschwankungen und eine Vielzahl weiterer physikalischer Größen an einem umströmten Fahrzeug in zeitlicher und räumlicher Auflösung zu simulieren. Bei diesem Softwarepaket handelt es sich um ein CFD/CAA-Programm, wobei die Abkürzungen für Computational Fluid Dynamics bzw. Computational Aeroacoustics stehen.

### 3.2.1 LBM-Solver

Als Lösungsansatz wird in PowerFLOW die **Lattice-Boltzmann Methode** (LBM) verwendet, welche basierend auf der Lösung einer stark vereinfachten Gleichung der Transportgleichung der kinetischen Gastheorie (Boltzmann-Gleichung) transiente Strömungen kompressibler Medien beschreibt. Im Gegensatz zu anderen etablierten CFD-Methoden („Gitter-basierte Methoden“), welche die Erhaltungsgleichungen von makroskopischen Eigenschaften wie Masse, Moment (Navier-Stokes Gleichungen) und Energie in diskreter Form numerisch lösen, wird bei der Lattice-Boltzmann Methode das Fluid in der Form fiktiver Partikel, also auf einer mikroskopischen Teilchenebene modelliert. Hierbei wird die makroskopische, dynamische Viskosität  $\eta$  auf der mikroskopischen Ebene in Form einer Relaxationszeit  $\tau$  durch folgenden Zusammenhang modelliert:

$$\eta = (\tau - 0,5)T \quad (3.16)$$

wobei  $T$  für die Temperatur steht. Das gesamte Volumen in dem der Strömungsvorgang passiert wird diskretisiert und somit in kleine, würfelförmige Volumina (sogenannte Voxels) unterteilt. Nun wird für jedes Voxel das Verhalten der Teilchen berechnet.

### 3.2.2 Turbulenzmodell

Wie bereits in Kapitel 3.1.3.2 (Seite 21) erwähnt, ist das direkte Lösen (DNS) der Navier-Stokes-Gleichungen sehr rechenintensiv, und daher für hohe Reynolds-Zahlen nicht durchführbar. Diese Restriktion gilt auch für die LBM-Methode. Daher kommt bei PowerFLOW ein Turbulenzmodell zur Anwendung, um insbesondere für die Beschreibung der Grenzschicht-Bereiche eine physikalisch realistische Lösung bei akzeptabler Rechenzeit zu liefern. Das Turbulenzmodell wird in die Lattice-Boltzmann Gleichung inkludiert, indem ihre molekulare Relaxationszeit durch eine effektive Relaxationszeit ersetzt wird, das heißt:  $\tau \rightarrow \tau_{eff} = \tau + \tau_{turb}$ , wobei  $\tau_{turb}$  über ein grundsätzlich für Gitter-basierte Methoden entwickeltes Turbulenzmodell, das *Renormalization Group (RNG)*-Modell, ermittelt wird. Für Details dieses Ansatzes wird auf die Literatur<sup>16</sup> verwiesen.

---

<sup>16</sup> Vgl. [SENTHOORAN] S. 3

### 3.2.3 Wandrandbedingung

Für turbulente Strömungen bei hohen Reynolds-Zahlen werden die Strömungsstrukturen extrem klein, je näher man sich der Wand annähert. Da das vollständige Berechnen nahe der Wand sehr aufwändig ist, wird in PowerFLOW eine Wandfunktion eingesetzt, um Randbedingungen für die Fluidteilchen in Wandnähe bereit zu stellen. Die verwendete Wandfunktion ist das so genannte logarithmische Wandgesetz, welches geschrieben wird als

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{y^+}{A} + B \quad (3.17)$$

mit

$$A = 1 + f \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right) \quad (3.18)$$

Dabei ist  $u_*$  die Schubspannungsgeschwindigkeit, welche sich zu

$$u_* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (3.19)$$

definiert. Bei  $\kappa$  handelt es sich um die von-Kármán-Konstante mit einem Wert  $\kappa = 0,42$ . In der vorliegenden Literatur<sup>17</sup> wird nicht näher auf die Konstante  $B$  eingegangen, zumeist beträgt deren Wert  $B = 5$ . Bei  $f(\partial p/\partial x)$  handelt es sich um einen Druck-Korrekturterm, welcher den Einfluss des Druckgradienten auf die wandnahe Strömung berücksichtigt.

### 3.2.4 Pre- und Postprocessing Tools

PowerFLOW ist ein umfangreiches Softwarepaket. Um eine Simulation zu realisieren, wird zunächst das Teilprogramm PowerCASE benötigt, bei dem es sich um einen Präprozessor handelt. Hier wird festgelegt, welche physikalischen Größen simuliert werden sollen und mit welcher Auflösung das Ergebnis in verschiedenen Bereichen am bzw. um das Fahrzeug zu berechnen ist. Für letzteres werden sogenannte VR-Regionen definiert (VR steht für variable resolution). So kann man beispielsweise für den Bereich der Seitenscheibe eine höhere Auflösung wählen als für die Motorhaube, wo erwartungsgemäß weniger Schallanregung passiert und dadurch kein so hoher Detailierungsgrad der Strömung erforderlich ist.

Die durch PowerCASE erstellten Daten werden im nächsten Schritt direkt an Firma Exa weitergegeben, von der die eigentliche Simulation auf einem Rechencluster durchgeführt wird. Die Ergebnisse, bei denen es sich meist um Daten in der Größenordnung mehrerer hundert Gigabyte handelt, werden dann auf einer Festplatte an den Anwender geschickt. Dieser kann nun Postprocessing-Programme von Exa verwenden, um die Ergebnisse auszuwerten. Mittels PowerACOUSTICS beispielsweise können sowohl Zeitrohdaten der simulierten Größen ausgegeben werden, als auch Spektren (z.B. das Wellenzahl-Frequenz-

---

<sup>17</sup> Vgl. [SENTHOORAN] S. 3

spektrum) berechnet werden. Mit PowerVIZ können Simulationsergebnisse direkt an der Fahrzeuggeometrie graphisch veranschaulicht werden.

### 3.3 Beschreibung der Aeroakustikquelle durch das Wellenzahl-Frequenzspektrum

Um die akustische Anregung eines angeströmten Körpers zu beschreiben, sind die Druckfluktuationen direkt an der Wand von zentralem Interesse. Zu diesem Thema gibt es unzählige Publikationen<sup>18</sup>, die sich mit Modellen und Messungs-Rechnungsvergleichen beschäftigen. Die mathematischen Grundlagen dazu sind sehr gut in einem Artikel von M. K. Bull<sup>19</sup> zusammengefasst. Diesem sind auch die meisten Teile dieses Kapitels entnommen, weshalb nicht mehr extra darauf verwiesen wird.

Bereits auf Seite 11 wurde mittels Gleichung (2.2) erläutert, dass für den in dieser Arbeit verfolgten Kopplungsansatz das Wellenzahl-Frequenzspektrum benötigt wird, welches die Druckerregung beschreibt. Nun hat man aus der CAA den Druck über Ort und Zeit erhalten. Wie daraus ganz allgemein das Wellenzahl-Frequenzspektrum berechnet wird, zeigen die folgenden Abschnitte:

#### 3.3.1 Räumlich-zeitliche Korrelationsfunktion

Entspricht die Strömungsrichtung über die  $x_1$ - $x_3$ -Ebene der  $x_1$ -Richtung, so ist die räumlich-zeitliche Korrelationsfunktion des Wechseldruckfeldes  $R(\xi, \tau)$  eine Funktion eines nur zweidimensionalen, örtlichen Verschiebungsvektors  $\xi = (\xi_1, 0, \xi_3)$  und der zeitlichen Verschiebung  $\tau$ . Sie ist gegeben durch

$$R(\xi_1, \xi_3, \tau) = \langle p(x_1, x_3, t)p(x_1 + \xi_1, x_3 + \xi_3, t + \tau) \rangle, \quad (3.20)$$

wobei  $p(x_1, x_3, t)$  den Wechseldruck im Punkt  $(x_1, x_3)$  zum Zeitpunkt  $t$  darstellt. Der Druck kann dabei entweder messtechnisch oder durch eine Simulation ermittelt werden, mehr dazu in den Kapiteln 3.2 (Seite 26) und 3.5 (Seite 35).

Man kann nun sowohl das örtliche, als auch das zeitliche Verhalten des Wechseldruckfeldes im Spektralbereich betrachten, indem man auf die Korrelationsfunktion  $R$  die räumliche und zeitliche Fourier-Transformation anwendet. Dabei gehen die örtlichen Variablen der Korrelationsfunktion über in Wellenzahlen ( $\xi_i \rightarrow k_i$ ), und die Zeitvariable wird zur Frequenz ( $\tau \rightarrow \omega$ ).

---

<sup>18</sup> Vgl. z.B.: [COCKBURN], [CORCOS], [FINNVEDEN], [GRAHAM], [HWANG1], [SMOL'YAKOV]

<sup>19</sup> Vgl. [BULL]

### 3.3.2 Wellenzahl-Frequenzspektrum

Das Resultat der Fourier-Transformation ist bereits das Wellenzahl-Frequenzspektrum<sup>20</sup> der Wanddruckschwankungen,  $\Phi_p(\mathbf{k}, \omega) \equiv \Phi_p(k_1, k_3, \omega)$ . Der Index  $p$  deutet an, dass es sich bei der Ausgangsgröße um den Druck handelt. Der Wellenvektor  $\mathbf{k} \equiv (k_1, 0, k_3)$  ist zweidimensional, da, wie oben erwähnt nur Druckschwankungen in der  $x_1$ - $x_3$ -Ebene betrachtet werden, wobei die  $x_1$ -Richtung die Strömungsrichtung, und die  $x_3$ -Richtung ist die spannweite Richtung ist. Bei der Variablen  $\omega$  handelt es sich um die Kreisfrequenz ( $\omega = 2\pi f$ ). Mathematisch bilden die Korrelationsfunktion und das Wellenzahl-Frequenzspektrum folgendes Fourier-Transformationspaar:

$$\Phi_p(k_1, k_3, \omega) = \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint_{-\infty}^{\infty} R(\xi_1, \xi_3, \tau) e^{-i(k_1\xi_1 + k_3\xi_3 + \omega\tau)} d\xi_1 d\xi_3 d\tau \quad (3.21)$$

$$R(\xi_1, \xi_3, \tau) = \iiint_{-\infty}^{\infty} \Phi_p(k_1, k_3, \omega) e^{i(k_1\xi_1 + k_3\xi_3 + \omega\tau)} dk_1 dk_3 d\omega \quad (3.22)$$

Diese beiden Größen sind in Experimenten schwer zu messen, deshalb werden in vielen Fällen nur Zwischengrößen ermittelt. Diese sind beispielsweise die Korrelationsfunktion im Zeitbereich  $R(0,0,\tau)$  oder im Zeit- und eindimensionalen Ortsbereich  $R(\xi_1, 0, \tau)$  bzw.  $R(0, \xi_3, \tau)$ . Eine weitere Zwischengröße ist das Frequenzspektrum  $\phi(\omega)$  in einem einzelnen Punkt, das wie folgt mit der Korrelationsfunktion und dem Wellenzahl-Frequenzspektrum zusammenhängt:

$$\phi(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R(0,0,\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau = \iint_{-\infty}^{\infty} \Phi_p(k_1, k_3, \omega) dk_1 dk_3 \quad (3.23)$$

Des Weiteren ist das Kreuzleistungsdichtespektrum  $\Gamma(\xi_1, \xi_3, \omega)$  in der Orts-Frequenz-Domäne gegeben durch:

$$\begin{aligned} \Gamma(\xi_1, \xi_3, \omega) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R(\xi_1, \xi_3, \tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_p(k_1, k_3, \omega) e^{i(k_1\xi_1 + k_3\xi_3)} dk_1 dk_3 \end{aligned} \quad (3.24)$$

Der quadratische Mittelwert des Drucks  $\langle p^2 \rangle$  ergibt sich zu:

$$\langle p^2 \rangle = p_{rms}^2 = R(0,0,0) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi(\omega) d\omega = \iiint_{-\infty}^{\infty} \Phi_p(k_1, k_3, \omega) dk_1 dk_3 d\omega \quad (3.25)$$

Dabei steht  $p_{rms}$  für den Effektivwert, der Index bedeutet **root mean square**.

Durch welche Methoden die wichtigsten der eben besprochenen Größen ermittelt werden können, wird in den folgenden Kapiteln diskutiert und danach in Kapitel 3.6 (Seite 38) zusammenfassend gegenüber gestellt.

---

<sup>20</sup> Vgl. [BULL] S. 301f

### 3.3.3 Simulationsauswertungen

Zunächst wird noch kein Simulationsergebnis für Wanddrücke gezeigt, sondern vorerst die Dicke der Grenzschicht an der Fahrzeugoberfläche untersucht. Auswertungen für den Druck und dessen Wellenzahl-Frequenzspektrum werden in Kapitel 3.6 (Seite 38) als Vergleich mit den anderen Ermittlungsvarianten gezeigt.

#### 3.3.3.1 Dicke der Grenzschicht

Im Grundlagenkapitel wurde bereits auf die Dicke der Grenzschicht eingegangen. Diese Größe ist ein wichtiger Parameter für die in Kapitel 3.4 (Seite 31) behandelten semiempirischen Modelle. Anhand der CAA-Simulation kann man für das Modell eines realen Fahrzeuges veranschaulichen, an welcher Stelle sich welche Grenzschichtdicke einstellt. Die Simulation wurde an einem Sportcoupé durchgeführt. Wie bereits besprochen ist die Dicke der Grenzschicht definiert als jener Abstand zur Wand, an dem 99% der lokalen Umgebungsgeschwindigkeit herrschen. Daher wurde aus der CAA-Simulation der Parameter Geschwindigkeit näher untersucht, und zwar an verschiedenen Positionen (2x Motorhaube, 2x Frontscheibe und 5x Seitenscheibe) in Punkten entlang einer Linie normal zur Oberfläche. Auf diese Weise wird für jede Position ein Geschwindigkeitsprofil erstellt, an dem dann die Grenzschichtdicke abgelesen werden kann.

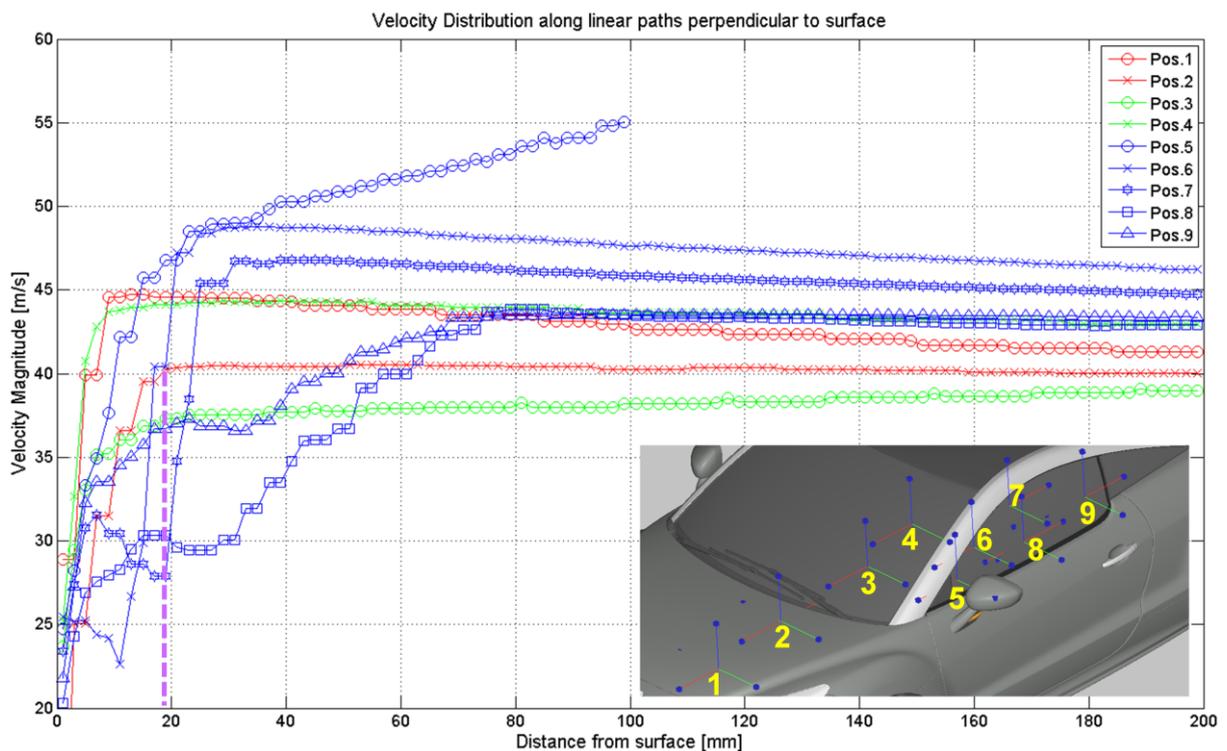


Abb. 3.11: Dicke der Grenzschicht

In Abb. 3.11 ist für jede der neun vorhin genannten Positionen die Geschwindigkeitsverteilung entlang der Oberflächennormalen aufgetragen. Die Dicke  $\delta$  der Grenzschicht kann nun bei jener Entfernung abgelesen werden, ab der sich die Geschwindigkeit asymptotisch an die lokale Umgebungsgeschwindigkeit anzunähern beginnt. Für Position 2 beispielsweise beträgt  $\delta$  ca. 19 mm (siehe violett strichlierte Hilfslinie).

Bei den Positionen 5 bis 9 ist erkennbar, dass die Geschwindigkeitsverteilung viel weniger glatt verläuft, als bei den übrigen. Grund dafür ist, dass das Strömungsfeld an der Seitenscheibe maßgeblich von der A-Säule und dem Seitenspiegel bestimmt wird. Hier entstehen großskalige Wirbel und auch Grenzschichtablösungen, daher kann man beispielsweise in Position 8 gar nicht von einer anliegenden Strömung bzw. turbulenten Grenzschicht sprechen und somit auch kein  $\delta$  bestimmen. Position 9 zeigt hingegen schon einen etwas glatteren Verlauf als Position 8, da sich stromab die Strömung langsam wieder anlegt. Einen besonderen Fall stellt auch Position 5 dar, denn hier steigt die Geschwindigkeit mit dem Abstand deutlich mehr als überall sonst. Bei 100 mm Abstand musste diese Kurve abgebrochen werden, da sich dort die Messpunkte bereits im Seitenspiegel befinden würden. Die erhöhte Geschwindigkeit kommt hier vermutlich durch einen Düseneffekt zwischen Scheibe und Spiegel zustande.

### 3.4 Semi-empirische Modelle

Die CAA-Simulation eines realen Fahrzeugs ist auch unter Zuhilfenahme eines Turbulenzmodells immer noch sehr rechenintensiv, und auch das Postprocessing (z.B. das Erstellen eines Wellenzahl-Frequenzspektrums) auf einer einzelnen Workstation kann je nach gewählter Auflösung eine Rechenzeit von mehreren Stunden bis Tagen benötigen. Seit mehreren Jahrzehnten beschäftigt sich die Forschung mittlerweile mit dem Finden geeigneter analytischer Modelle, um die Ergebnisse von Messungen der Wanddruckschwankungen unter einer Grenzschicht vorherzusagen. Der Grund für die Bezeichnung „semi-empirisch“ liegt darin, dass bei der Entstehung der hier betrachteten Modelle sowohl theoretische Grundlagen, als auch eine Anpassung an Messergebnisse einbezogen wurden.

Als erster Schritt muss beim semi-empirischen Ansatz der Druck als Effektivwert  $p_{rms}$  abgeschätzt werden, um im nächsten Schritt mit einer Verteilungsfunktion beaufschlagt zu werden, die das Frequenzspektrum  $\phi(\omega)$  liefert. Diese beiden Größen werden in der vorliegenden Arbeit nach Cockburn und Robertson berechnet. Um in Folge schließlich das Wellenzahl-Frequenzspektrum zu erhalten, wird das Frequenzspektrum  $\phi(\omega)$  mit einer weiteren Verteilungsfunktion beaufschlagt, die es in den zweidimensionalen Wellenzahlraum erweitert. Für dieses sogenannte Wellenzahlspektrum wird hier das Modell von Corcos und das Modell von Smol'yakov und Tkachenko diskutiert.

#### 3.4.1 Frequenzspektrum nach Cockburn und Robertson

Empirische Formeln für das Frequenzspektrum lieferten Cockburn und Robertson<sup>21</sup> im Jahre 1974 bei der Untersuchung von Vibrationen bei Space Shuttles. Als Effektivwert für den Druck  $p_{rms}$  verwendeten sie im Fall einer anliegenden Strömung den Ausdruck

$$p_{rms,a} = \frac{0,006 \cdot q}{1 + 0,14 \cdot M^2} \quad (3.26)$$

---

<sup>21</sup> Vgl. [COCKBURN] Kapitel 2.3 und 2.4

wobei der Index  $a$  für *attached flow* (anliegende Strömung) steht, und im Fall einer abgelösten Strömung

$$p_{rms,s} = q \cdot \min\left(0,026, \frac{0,041}{1 + 1,606 \cdot M^2}\right) \quad (3.27)$$

wobei der Index  $s$  für *separated flow* steht. Das Frequenzspektrum (hier in Abhängigkeit der Frequenz  $f$  und nicht der Kreisfrequenz  $\omega$ ) modellierten sie im Fall einer anliegenden Strömung durch den Ausdruck

$$\phi(f) = \frac{p_{rms,a}^2}{f_0 [1 + (f/f_0)^{0,9}]^{2,0}} \quad (3.28)$$

$f_0$  ist dabei die charakteristische Frequenz und beträgt  $0,346U_0/\delta$ , wobei sich die Grenzschichtdicke  $\delta$  hier zu  $0,37X_0/Re^{0,2}$  berechnet, und die Reynolds-Zahl  $Re$  zu  $U_0X_0/\nu$ . Der Wert  $X_0$  gibt die Länge zwischen Plattenvorderkante und jenem Punkt an, wo der Druck vorhergesagt werden soll.

Für den Fall einer abgelösten Strömung wurde das Frequenzspektrum durch

$$\phi(f) = \frac{p_{rms,s}^2}{f_0 [1 + (f/f_0)^{0,83}]^{2,15}} \quad (3.29)$$

angenähert, wobei hier die charakteristische Frequenz  $f_0$  den Wert  $0,17U_0/\delta$  beträgt.

### 3.4.2 Wellenzahlspektrum nach Corcos

Im Zuge seiner Untersuchungen von Druckschwankungen in turbulenten Strömungen stellte Corcos<sup>22</sup> bereits im Jahre 1963 ein semi-empirisches Modell für das Kreuzleistungsdichtespektrum  $\Gamma(\xi, \omega)$  auf, wobei er einfache Exponentialfunktionen verwendete, um die Korrelation getrennt in Strömungsrichtung ( $\xi_1$ ) und quer zur Strömungsrichtung ( $\xi_3$ ) zu beschreiben. Das Modell hat die folgende Form:

$$\Gamma(\xi, \omega) = \phi(\omega) A\left(\frac{\omega \xi_1}{U_c}\right) B\left(\frac{\omega \xi_3}{U_c}\right) \quad (3.30)$$

mit

$$A\left(\frac{\omega \xi_1}{U_c}\right) = \exp\left\{-c_x \left|\frac{\omega \xi_1}{U_c}\right|\right\} \exp\left\{i \left|\frac{\omega \xi_1}{U_c}\right|\right\}, \quad B\left(\frac{\omega \xi_3}{U_c}\right) = \exp\left\{-c_y \left|\frac{\omega \xi_3}{U_c}\right|\right\} \quad (3.31)$$

Dabei ist  $\phi(\omega)$  das Frequenzspektrum,  $U_c$  die Konvektionsgeschwindigkeit, und  $c_x$  und  $c_y$  sind Dämpfungskoeffizienten, die für eine glatte Wand typischerweise Werte von  $c_x = 0,11 - 0,12$  bzw.  $c_y = 0,7 - 1,2$  annehmen.

---

<sup>22</sup> Vgl. [CORCOS] Kapitel III, sowie [HWANG1] Kapitel 2 bzw. [HWANG2] Kapitel 1

Bildet man die räumliche Fourier-Transformation von Gleichung (3.30), so erhält man das zugehörige Wellenzahl-Frequenzspektrum:

$$\Phi_p(\mathbf{k}, \omega) = \phi(\omega) \left(\frac{U_c}{\omega}\right)^2 G_1\left(\frac{U_c k_1}{\omega}\right) G_3\left(\frac{U_c k_3}{\omega}\right) \quad (3.32)$$

mit

$$G_1\left(\frac{U_c k_1}{\omega}\right) = \frac{\frac{c_x}{\pi}}{c_x^2 + \left(\frac{U_c k_1}{\omega} - 1\right)^2} \quad (3.33)$$

und

$$G_3\left(\frac{U_c k_3}{\omega}\right) = \frac{\frac{c_y}{\pi}}{c_y^2 + \left(\frac{U_c k_3}{\omega}\right)^2} \quad (3.34)$$

Dabei sind  $(U_c/\omega)G_1$  und  $(U_c/\omega)G_3$  die Fourier-Transformierten von  $A(\omega\xi_1/U_c)$  und  $B(\omega\xi_3/U_c)$  und bilden somit das Wellenzahlspektrum.

In zahlreichen späteren Untersuchungen wurde festgestellt, dass das Corcos-Modell Pegel bei niedrigen Wellenzahlen zu hoch vorhersagt. Im Laufe der Zeit folgten viele alternative Modelle, wobei eines davon hier zum Vergleich näher betrachtet werden soll:

### 3.4.3 Wellenzahlspektrum nach Smol'yakov und Tkatchenko

Dieses Modell wurde ausgewählt, da es für niedrige Wellenzahlen einen Korrekturterm beinhaltet, um den Pegel im Vergleich zum Modell von Corcos besser vorherzusagen. Schließlich ist, wie sich später noch herausstellen wird (siehe Abb. 5.3 auf Seite 60), genau der Bereich niedriger Wellenzahlen (unterhalb des *convective ridge*) von besonderem Interesse für die Kopplung zur Struktursensitivität.

Anfang der 1990er Jahre entwarfen Smol'yakov und Tkachenko<sup>23</sup> ein Modell, um ihre Messungen von räumlichen Korrelationsfunktionen semi-empirisch anzunähern. Im Gegensatz zum Corcos-Modell berücksichtigten sie auch die Dicke der Grenzschicht und brachten frequenzabhängige Dämpfungskoeffizienten  $A_1$  und  $A_3$  ein. Ihr Modell für das Kreuzleistungsdichtespektrum hat dabei die folgende Form:

$$\begin{aligned} |\Gamma(\xi_1, 0, \omega)| &= \exp\left\{-A_1(\omega) \left|\frac{\omega\xi_1}{U_c}\right|\right\} \\ |\Gamma(0, \xi_3, \omega)| &= \exp\left\{-A_3(\omega) \left|\frac{\omega\xi_3}{U_c}\right|\right\} \end{aligned} \quad (3.35)$$

---

<sup>23</sup> Vgl. [SMOLYAKOV] S. 629f und [GRAHAM] Kapitel 3.2.4

Es gilt

$$A_1(\omega) = \alpha_1 \varphi(\bar{\mu}/\omega), \quad A_3(\omega) = \alpha_3 \varphi(\bar{\mu}/\bar{\omega})$$

$$\varphi(\bar{\mu}/\bar{\omega}) = \sqrt{1 - \bar{\mu}/\bar{\omega} + (\bar{\mu}/\bar{\omega})^2}$$

$$\bar{\mu} = \mu_1 \bar{U}_c / \alpha_1 = \mu_3 \bar{U}_c / \alpha_3, \quad \bar{\omega} = \omega \delta^* / U_0, \quad \bar{U}_c = U_c / U_0$$

wobei  $U_0$  für die Umgebungsgeschwindigkeit, und  $\delta^*$  für die Verdrängungsdicke der Grenzschicht steht. Die Konstanten wurden so gewählt, dass das Ergebnis möglichst gut mit den Experimenten übereinstimmt, nämlich:  $\alpha_1 = 0,124$ ,  $\alpha_3 = 0,8$ ,  $\mu_1 = 0,031$ ,  $\mu_3 = 0,2$ , und  $\bar{U}_c = 0,8$ , sodass  $\bar{\mu} = 0,2$  ergibt. Um die weitere Berechnung zu vereinfachen, wurde folgendes eingeführt:  $m_0 = \alpha_2 / \alpha_1 = \mu_2 / \mu_1 = 6,45$  wodurch sich  $A_1(\omega) = A$  und  $A_2(\omega) = m_0 A$  ergibt.

Um einen Übergang vom longitudinalen ( $\xi_1$ ) und transversalen ( $\xi_3$ ) Kreuzleistungsdichtespektrum zu jenem in eine beliebige Richtung zu schaffen, wurden die ursprünglichen Spektren geometrisch addiert. Dies resultierte in einer besseren Übereinstimmung mit der Messung als bei Corcos, in dessen Modell die beiden Anteile arithmetisch addiert wurden. Demnach ergibt sich im Modell von Smol'yakov und Tkatchenko ein Kreuzleistungsdichtespektrum von

$$|\Gamma(\xi, \omega)| = \exp\left\{-\sqrt{\left(A \left|\frac{\omega \xi_1}{U_c}\right|\right)^2 + \left(m_0 A \left|\frac{\omega \xi_3}{U_c}\right|\right)^2}\right\} \quad (3.36)$$

Nach Anwenden der räumlichen Fourier-Transformation und Multiplikation mit dem Frequenzspektrum berechnet sich das Wellenzahl-Frequenzspektrum zu

$$\Phi_p(\mathbf{k}, \omega) = \frac{\phi(\omega)}{2\pi} \left(\frac{U_c}{\omega}\right)^2 \frac{A}{m_0} h(\omega) F(\mathbf{k}, \omega) \quad (3.37)$$

mit

$$F(\mathbf{k}, \omega) = \left[ A^2 + \left(1 - \frac{k_1 U_c}{\omega}\right)^2 + \left(\frac{k_3 U_c}{m_0 \omega}\right)^2 \right]^{-3/2} \quad (3.38)$$

Verglichen mit der Messung sind die Pegel des Wellenzahl-Frequenzspektrums im Bereich kleiner Wellenzahlen immer noch zu hoch, wenn auch in geringeren Ausmaß als beim Corcos-Modell. Um jedoch noch besser an die Messung heranzukommen, wurde ein Korrekturterm  $\Delta F(\mathbf{k}, \omega)$  eingebracht, der der Struktur von  $F(\mathbf{k}, \omega)$  folgt, nämlich:

$$\Delta F(\mathbf{k}, \omega) = \frac{1}{n} \left\{ 1 + A^2 + \frac{n}{m_1} \left[ \left(m_1 - \frac{k_1 U_c}{\omega}\right)^2 + \left(\frac{k_3 U_c}{\omega}\right)^2 - m_1^2 \right] \right\}^{-3/2} \quad (3.39)$$

wobei für  $F(\mathbf{k}, \omega)$  und  $\Delta F(\mathbf{k}, \omega)$  die ersten beiden Ableitungen nach  $k_1$  bei  $k = 0$  gleich sind, wenn gilt:  $m_1 = (1 + A^2) / (5n - 4 + A^2)$ . Dies bewirkt, dass die spektrale Dichte nach Einführung des Korrekturterms positiv bleibt. Der Wert  $n = 1,005$  wurde gewählt, um eine bestmögliche Übereinstimmung mit den Messdaten zu erreichen. In seiner endgültigen Form ergibt sich das Wellenzahl-Frequenzspektrum nach Smol'yakov und Tkachenko zu

$$\Phi_p(\mathbf{k}, \omega) = A \frac{\phi(\omega)}{2\pi m_0} \left(\frac{U_c}{\omega}\right)^2 h(\omega) [F(\mathbf{k}, \omega) - \Delta F(\mathbf{k}, \omega)] \quad (3.40)$$

Die Funktion  $h(\omega)$ , welche zum Ausgleichen der Energie nach Einführung des Korrekturterms dient, wurde aufgrund der Bedingung aus Gleichung (3.23) bestimmt, die besagt, dass sich aus dem Wellenzahl-Frequenzspektrum durch das Integrieren über alle Wellenzahlen das reine Frequenzspektrum ergibt. Demnach gilt:

$$h(\omega) = \left(1 - \frac{m_1 A}{m_0 n^2 \sqrt{G}}\right)^{-1} \quad (3.41)$$

wobei  $G = 1 + A^2 - m_1 n$ .

### 3.5 Messtechnische Erfassung des Wanddrucks

Wanddruckschwankungen werden in der Regel mit Oberflächenmikrophonen gemessen. Diese müssen dabei möglichst flach sein, um die Strömung entlang der Wand möglichst wenig zu stören. Des Weiteren sollten die Mikrophone einen möglichst kleinen Durchmesser aufweisen, da sich hochfrequente Druckschwankungen, deren Wellenlängen der Größenordnung des Membrandurchmessers entsprechen, über die Membranoberfläche herausmitteln. Genauer gesagt tritt dieser Effekt ein, sobald mehr als genau ein Wellenberg auf der Membranfläche abgebildet wird. Also muss  $\lambda/2 > d_M$  gelten. Dabei ist  $\lambda$  die Wellenlänge und  $d_M$  der Membrandurchmesser. Es entsteht also für den Messbereich eine obere Grenzfrequenz von  $f_{g,o} = c/(2d_M)$ , über welcher der gemessene Druck schwächer als der tatsächlich herrschende ist. Dieser Effekt nennt sich Cut-Off-Effekt und muss in der Auswertung berücksichtigt werden.

Es wurde in Experimenten auch schon versucht, anstelle eines Mikrophons direkt an der Oberfläche einfach ein Loch in die Wand zu bohren und ein Mikrophon an der Wandrückseite zu positionieren, um die Strömung entlang der Wand nicht zu stören. Allerdings stellt in diesem Fall die Öffnung mit dem darin enthaltenen Luftvolumen einen Helmholtz-Resonator dar und wirkt sich somit ebenfalls verzerrend auf die Messung aus.

#### 3.5.1 Messaufbau für eben angeströmte Platten

Wie ein Messaufbau für eine eben angeströmte Platte aussehen kann, sei anhand eines Experiments von S. Finnveden<sup>24</sup> erklärt. Dabei wurde der aeroakustische Windkanal der KTH Stockholm, wie in Abb. 3.12 schematisch dargestellt, verwendet.

---

<sup>24</sup> Vgl. [FINNVEDEN] Kapitel 2.1

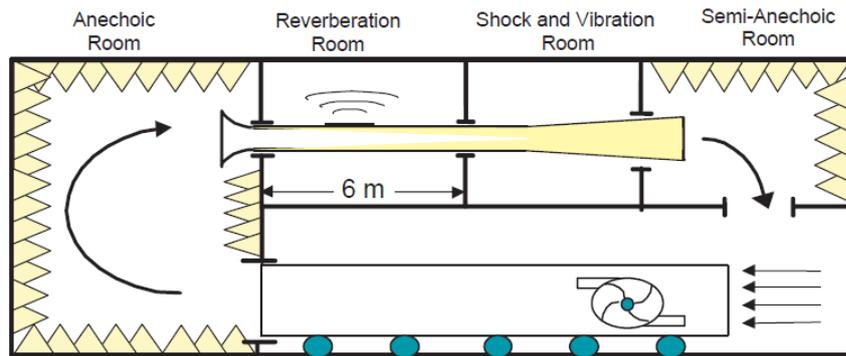


Abb. 3.12: Akustischer Windkanal mit Testabschnitt im Hallraum

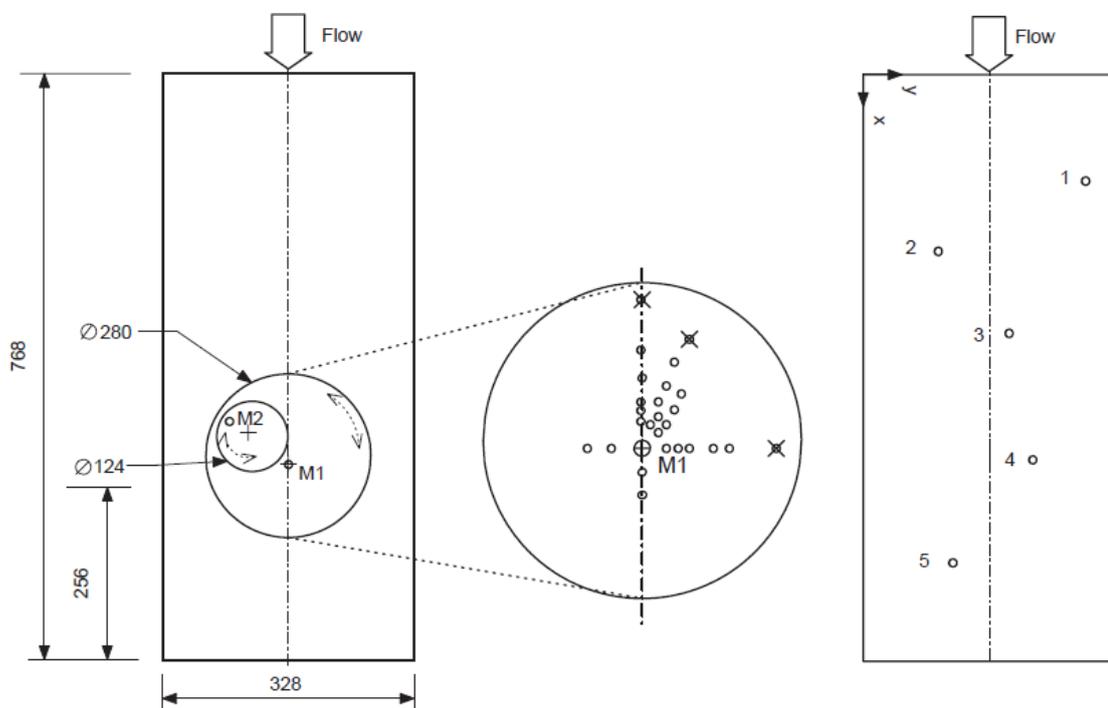


Abb. 3.13: Plexiglasplatte (links) für Messungen des Wanddrucks mit 26 möglichen Mikrophonpositionen (Mitte) und Aluminiumplatte (rechts) mit 5 Beschleunigungssensor-Positionen

Der reflexionslose Raum fungierte als Dämpfer für die Lüftergeräusche. Der Lüfter selbst produzierte im reflexionslosen Raum einen Überdruck, welcher wiederum eine geräuscharme Strömung durch den Kanal zur Folge hatte. Im an den reflexionsarmen Raum angrenzenden Hallraum wurde der Kanal mit einer rechteckigen Öffnung versehen, in welche verschiedene zu testende Platten montiert werden konnten. Der Hallraum begünstigte dabei die Messung der abgestrahlten Schalleistung. Im Testbereich wurde die Dicke der Grenzschicht mittels Hitzedrahtanemometern gemessen, wobei das Geschwindigkeitsprofil jenem einer theoretischen Grenzschicht sehr gut entsprach.

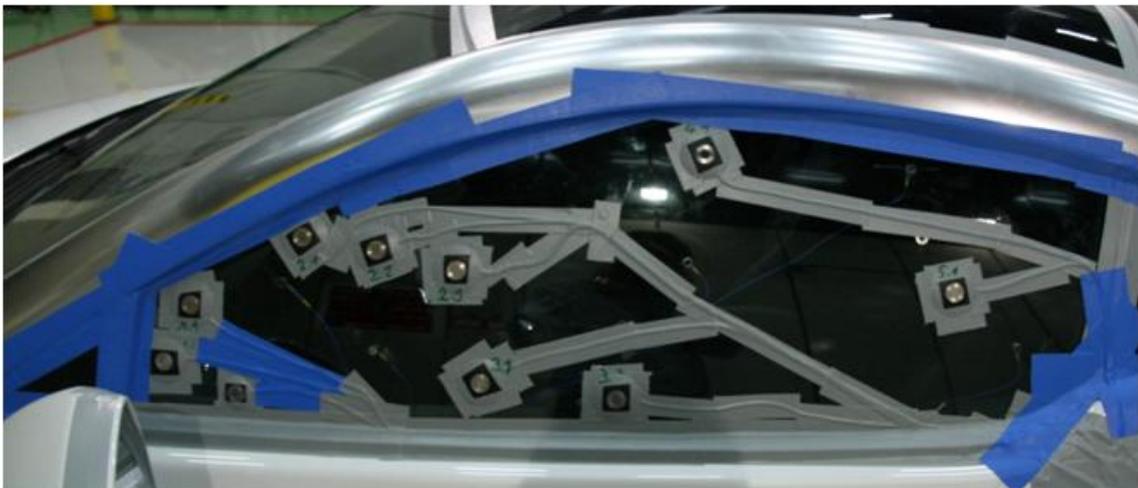
Um Wanddruckschwankungen zu messen, wurde in die Öffnung eine spezielle Plexiglasplatte eingebracht, wie in Abb. 3.13 links zu erkennen ist. In der Platte befanden sich zwei drehbare Scheiben, wobei im Mittelpunkt der größeren Scheibe ein Mikrophon (M1) positioniert wurde. Die zweite Scheibe befand sich exzentrisch in der ersten Scheibe und hatte ebenfalls

ein Mikrofon (M2). Durch Rotieren der beiden Scheiben konnten nun beliebig viele Mikrofonanordnungen erreicht werden, um die Korrelation zu messen. M1 diente jeweils als Referenzdruck. In der Mitte in Abb. 3.13 sind die im damaligen Versuch realisierten Positionen eingezeichnet, wobei die drei äußersten (durch ein x gekennzeichneten) Messungen verworfen werden mussten, da ihnen ein Rauschen aufgrund eines Spalts zwischen den beweglichen Teilen beaufschlagt war.

Eine andere Messmethode, mit der direkt die Schwingungen der angeregten Platte ermittelt werden kann, ist in Abb. 3.13 rechts zu erkennen. Hier wurden auf einer Aluminiumplatte in fünf Positionen Beschleunigungssensoren montiert, aus deren Messung die Auslenkung der Platte abgeleitet werden kann.

### 3.5.2 Messaufbau am realen Fahrzeug

Ein großer Teil der im Fahrzeuginneren wahrgenommenen Windgeräusche wird durch die Seitenscheibe übertragen, daher sind besonders hier Messungen des Wanddrucks von Interesse. Wie in Abb. 3.14 zu sehen ist, werden dazu Oberflächenmikrophone in verschiedenen Positionen mit Gewebeklebeband angebracht und deren Kabel möglichst gemäß der lokal erwarteten Strömungsrichtung weggeführt.



**Abb. 3.14:** Oberflächenmikrophone an der Seitenscheibe

In Abb. 3.14 ist des Weiteren zu erkennen, dass alle möglichen Leckagen (Spalte, Dichtungen,...) abgeklebt wurden. Dieser Zustand nennt sich „Fully taped“ und hat zum Ziel, in frühen Projektphasen ideale Dichtungszustände zu simulieren, damit die Durchschallung von Scheiben, Türen, Unterboden, usw. bemerkt werden kann.

Leider ist es durch die räumliche Größe der Oberflächenmikrophone nicht möglich, eine ausreichend enge Anordnung sehr vieler Messpunkte zu realisieren, mit deren Hilfe die Kreuzkorrelation und damit das Wellenzahl-Frequenzspektrum ermittelt werden könnte. Die Messung liefert also lediglich das Frequenzspektrum des Drucks in ein paar Messpunkten.

### 3.6 Auswertungen und Vergleiche

In den letzten drei Kapiteln wurden verschiedene Wege besprochen, wie man den Wanddruck in einer turbulenten Grenzschicht ermitteln kann. Es können die Zwischengrößen auf dem Weg zum Wellenzahl-Frequenzspektrum  $\Phi_p(\mathbf{k}, \omega)$  freilich auch von unterschiedlichen Methoden stammen. Die folgende Abbildung zeigt im Überblick, wie das Wellenzahl-Frequenzspektrum ermittelt werden kann:

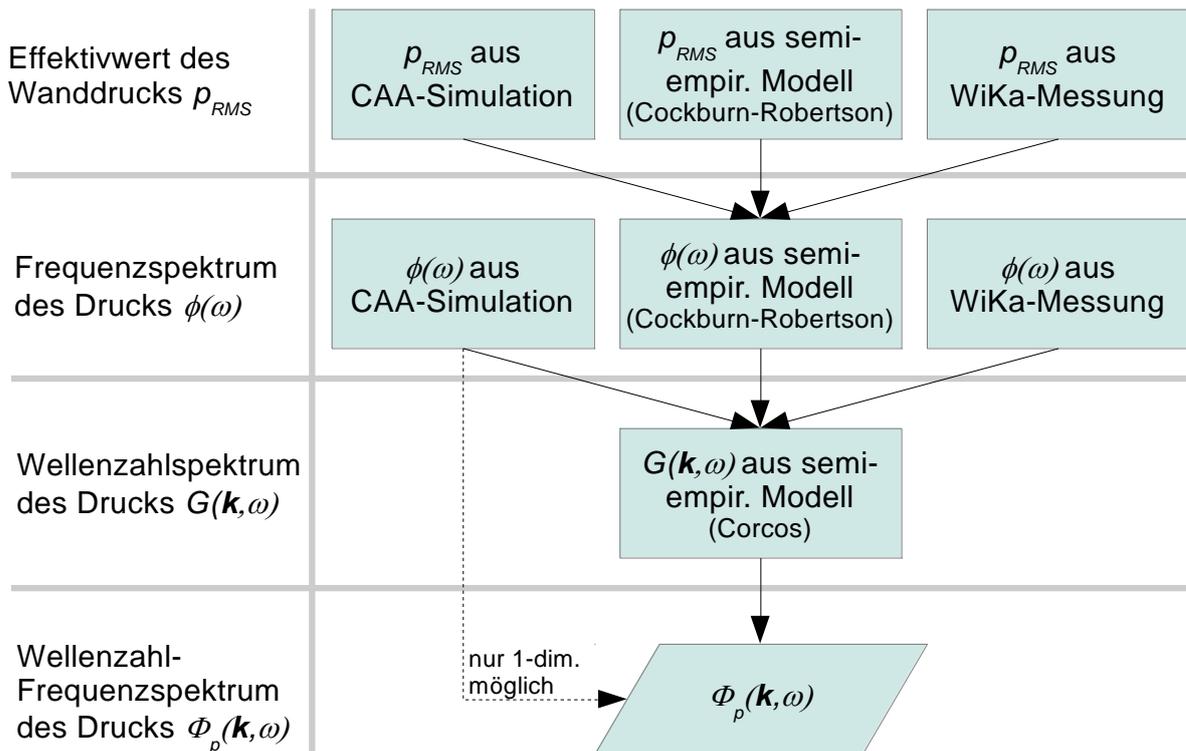


Abb. 3.15: Wege zur Ermittlung des Wellenzahl-Frequenzspektrums

Eine direkte Ermittlung von  $\Phi_p(\mathbf{k}, \omega)$  mithilfe des CAA-Postprocessing-Tools Power-ACOUSTICS ist nur für ein eindimensionales Rake (linienförmige Anordnung von Messpunkten) möglich. Es ist aber für die Strukturkopplung wichtig, das Strömungsfeld sowohl in, als auch quer zur Strömungsrichtung zu betrachten, weshalb das eindimensionale Wellenzahl-Frequenzspektrum aus der CAA hier nur zu Vergleichszwecken herangezogen wird.

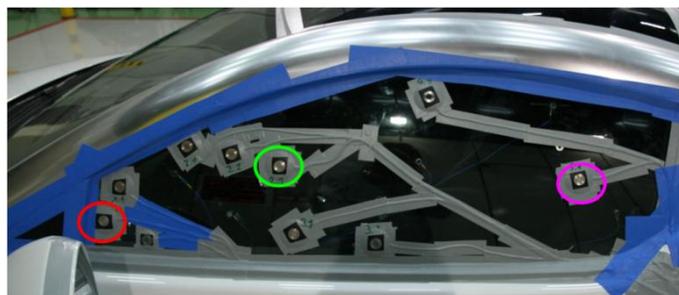
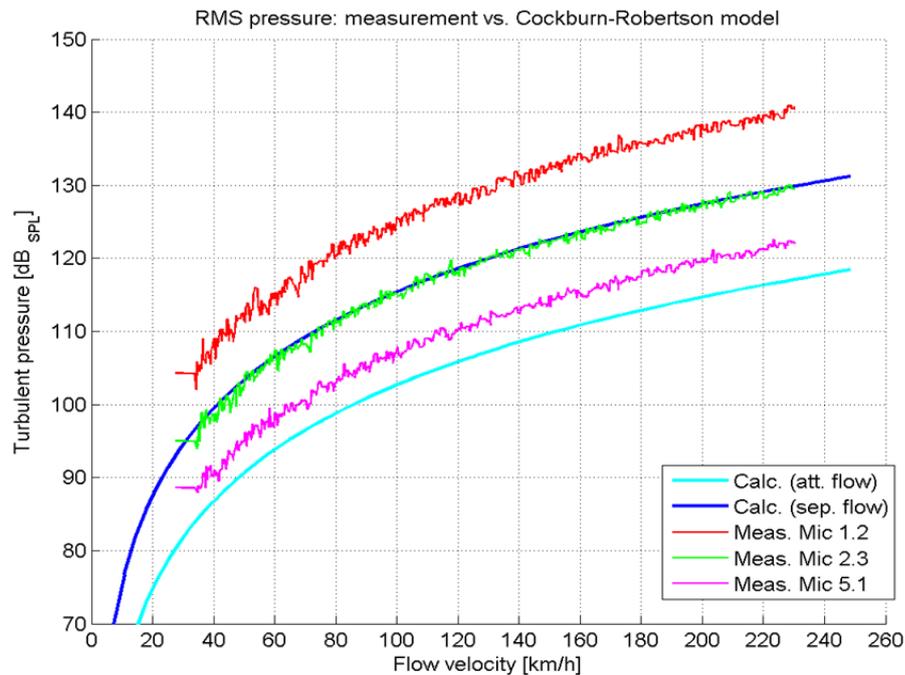
Aus der Windkanalmessung lässt sich (wie im vorigen Kapitel bereits erwähnt) auch kein direktes Wellenzahl-Frequenzspektrum ermitteln. Daher wird von diesem Zweig nur das Frequenzspektrum  $\phi(\omega)$  zur Anwendung kommen.

Die Ermittlung von  $\Phi_p(\mathbf{k}, \omega)$  wird also in dieser Arbeit schließlich über ein semi-empirisches Modell passieren, da nur auf diese Weise Wellenzahlen in- und quer zur Strömungsrichtung erhalten werden können.

Es folgen nun Gegenüberstellungen der aus Abb. 3.15 ersichtlichen Zwischengrößen.

### 3.6.1 Effektivwert des Drucks

Das in dieser Arbeit gewählte Modell für den RMS-Druck ist von Cockburn und Robertson<sup>25</sup> und stammt ursprünglich aus der Raketentechnik. Um die Anwendbarkeit des Modells für den Automobilbereich, hier wiederum die Seitenscheibe eines Sportcoupés zu prüfen, wurde ein Vergleich mit Windkanal-Messergebnissen erstellt.



**Abb. 3.16:** RMS-Druck in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit (Messung in drei Punkten vs. Cockburn-Modell für anliegende und abgelöste Strömung)

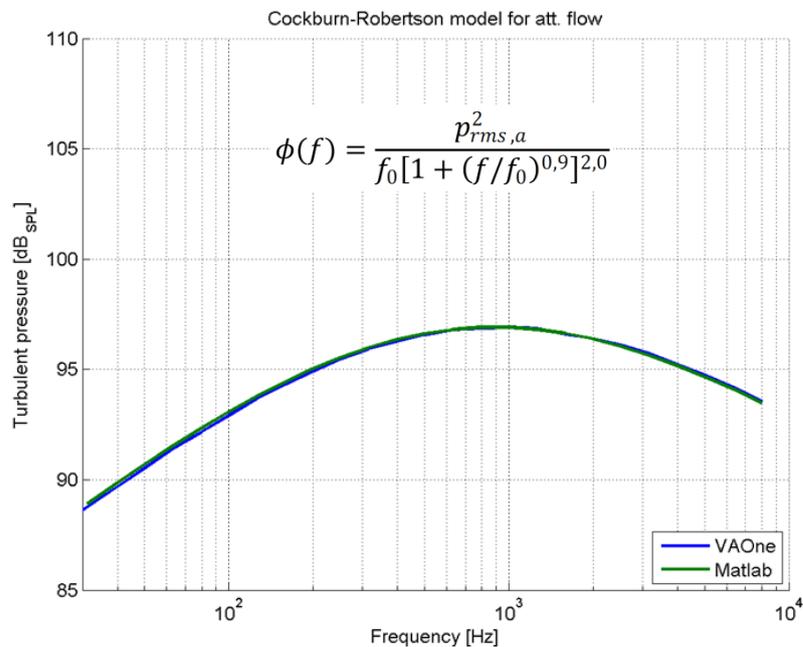
In Abb. 3.16 ist zu erkennen, dass das Modell von Cockburn und Robertson für den RMS-Druck (siehe Formeln (3.26) und (3.27) in Kapitel 3.4.1 auf Seite 31) zumindest qualitativ sehr gut mit dem Messergebnis übereinstimmt. Für die grün markierte Mikrofonposition stimmt sogar auch die Amplitude überein. Wie aber die drei Messkurven erkennen lassen, herrschen entlang der Seitenscheibe sehr verschiedene Druckamplituden (bis zu 20 dB Differenz zwischen vorderem und hinterem Bereich), die aufgrund verschiedener Strömungszustände kommen. Einen ersten Eindruck dafür konnte man bereits bei der CAA-Auswertung für die Dicke der Grenzschicht in Kapitel 3.3.3.1 (Seite 30) gewinnen. So

<sup>25</sup> Vgl. [COCKBURN] S. 404

ist zum Beispiel der Bereich der rot markierten Mikrofonposition aus Abb. 3.16 stark vom Einfluss der Spiegeldreieckskante betroffen, wo vermutlich ein Ablösegebiet herrscht, während sich bei der violett markierten Position die Strömung schon eher wieder angelegt haben und auch weniger wirbelbehaftet sein dürfte. Daher stimmen die Amplituden im vorderen Bereich eher mit dem Modell für abgelöste Strömung (separated flow), im hinteren Bereich eher mit dem Modell für anliegende Strömung (attached flow) überein.

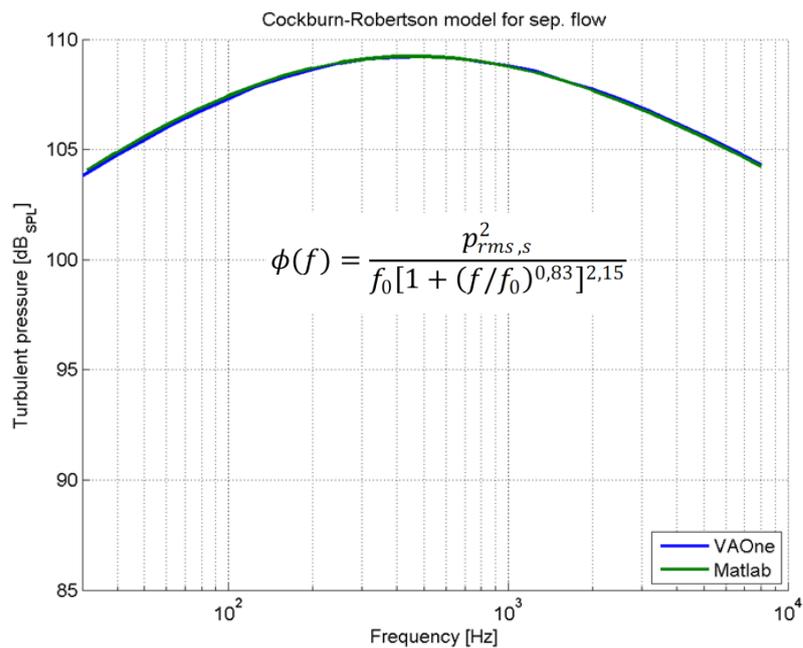
### 3.6.2 Frequenzspektrum

Wie in Kapitel 3.4.1 (Seite 31) bereits aufgeführt, fanden Cockburn und Robertson auch ein Modell zur Gewichtung des RMS-Drucks um ein Frequenzspektrum<sup>26</sup> zu erhalten (siehe dazu die Formeln (3.28) und (3.29) auf Seite 32). Dieses Modell wird auch von der kommerziellen SEA-Software VAOne (ESI-Group) verwendet, um eine Aeroakustikquelle für die Kopplung mit einer Struktur zu simulieren. Deshalb wird zunächst überprüft, ob die Matlab-Implementierung des Modells mit jener in VAOne übereinstimmt.



**Abb. 3.17:** Frequenzspektrum nach Cockburn-Robertson für anliegende Strömung (Vergleich zw. VAOne und Matlab-Implementierung)

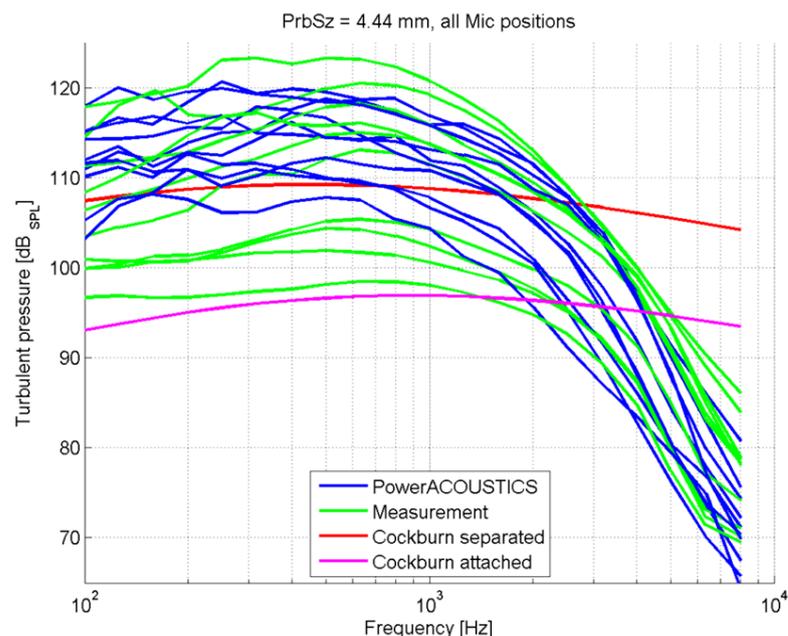
<sup>26</sup> Vgl. [COCKBURN] S. 406f



**Abb. 3.18:** Frequenzspektrum nach Cockburn-Robertson für abgelöste Strömung (Vergleich zw. VAOne und Matlab-Implementierung)

Sowohl für anliegende, als auch für abgelöste Strömung zeigt die Matlab-Implementierung des Modells eine perfekte Übereinstimmung mit dem Ergebnis aus der Software VAOne.

Nun soll aber das Modell mit den Ergebnissen der CAA-Simulation und der Windkanalmessung verglichen werden. Die folgende Abbildung zeigt eine Kurvenschar für alle zehn Mikrofonpositionen an der Seitenscheibe, um die Tendenz einschätzen zu können:

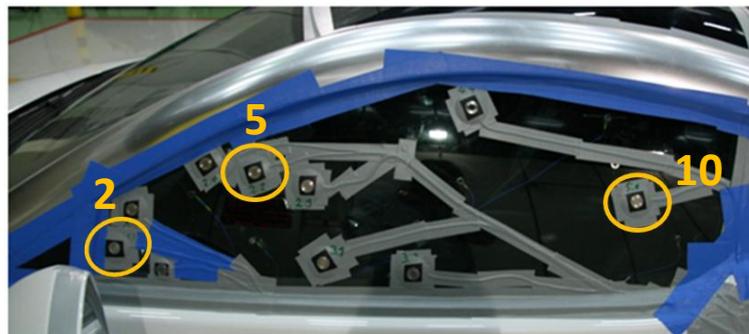


**Abb. 3.19:** Vergleich des Frequenzspektrums zwischen dem Cockburn-Robertson-Modell und der CAA-Simulation (PowerACOUSTICS) bzw. Windkanalmessung bei allen 10 Mikrofonpositionen

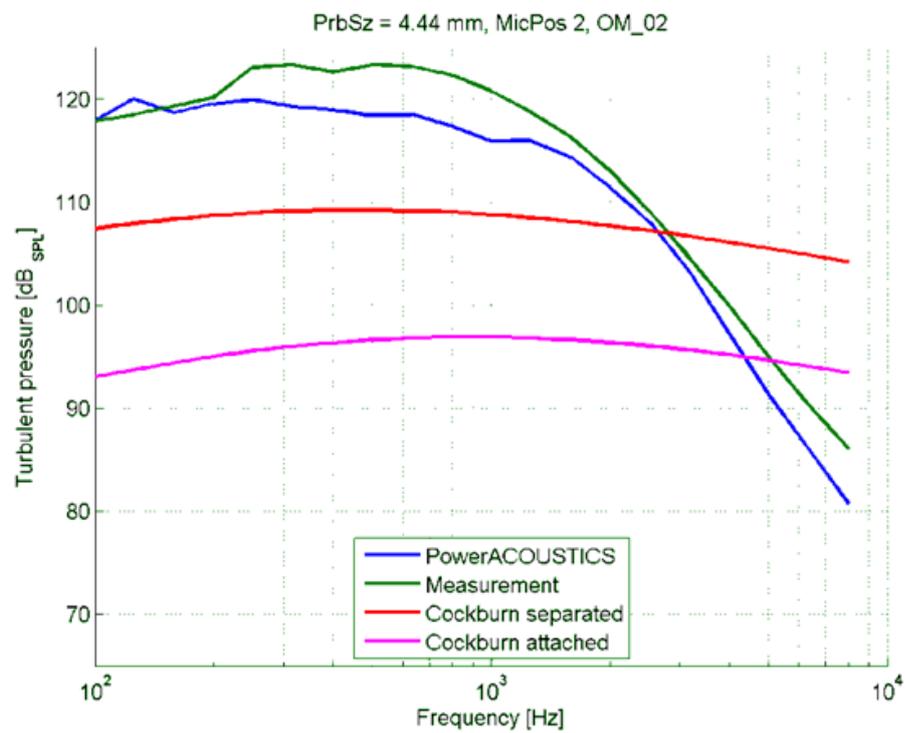
Zu beachten ist bei Abb. 3.19, dass die Messung mit dem Cut-Off-Effekt beaufschlagt ist, der bereits in Kapitel 3.5 (Seite 35) beschrieben wurde. Der Cut-Off-Effekt wurde auch in der CAA-Simulation berücksichtigt, um die Messergebnisse möglichst genau nachzubilden. Das bedeutet nun, dass sowohl die CAA-, als auch die Messergebnisse beginnend ab einigen 100 Hz niedrigere Amplituden aufweisen, als dies in Wahrheit der Fall ist.

Der Cut-Off-Effekt erklärt zwar zu einem Teil die stark abfallende Tendenz beider Ergebnisse zu hohen Frequenzen hin, jedoch verfälscht er die Amplituden maximal im einstelligen dB-Bereich. Somit ist die sehr große Divergenz bei hohen Frequenzen zwischen Cockburn-Robertson-Modell und CAA bzw. Messung nicht allein dem Cut-Off-Effekt geschuldet. Ein weiterer Grund für diesen Unterschied könnte sein, dass das Modell (siehe Formeln (3.28) und (3.29), Seite 32) aus der Raketentechnik stammt und somit in erster Linie für Geschwindigkeiten über Mach 1 ausgelegt ist. Obwohl eine gute Übereinstimmung beim Effektivwert des Drucks zwischen Cockburn-Robertson-Modell und Messung festgestellt werden konnte, ist die spektrale Vorhersage durch das Modell bei hohen Frequenzen sehr schlecht.

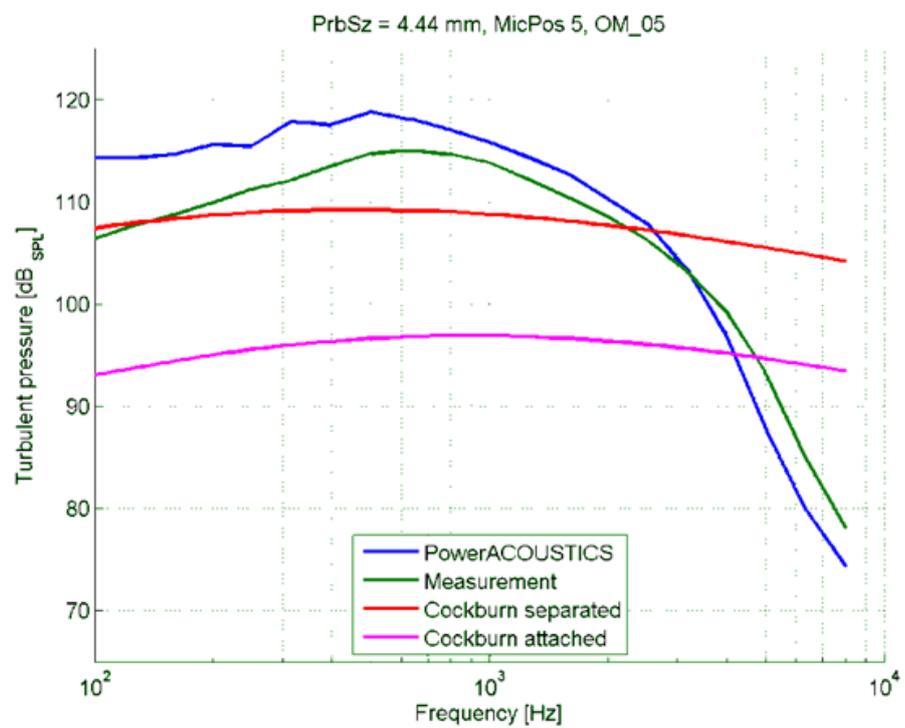
Folgend wird der eben gezeigte Vergleich noch für drei einzelne Mikrofonpositionen herausgegriffen, welche mit folgender Nummerierung gekennzeichnet sind:



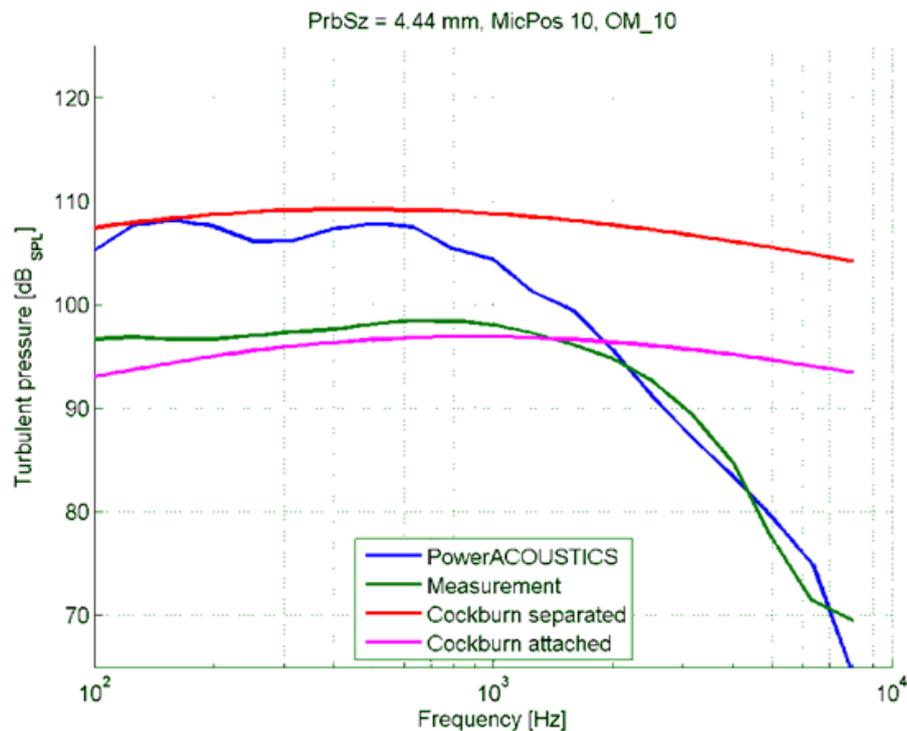
**Abb. 3.20:** Mikrofonpositionen für den Vergleich des Frequenzspektrums aus CAA, Messung und Cockburn-Robertson-Modell



**Abb. 3.21:** Vergleich des Frequenzspektrums aus CAA, Messung und Cockburn-Robertson-Modell in Mikrofonposition 2 (Seitenscheibe vorne, hinter Spiegeldreieck)



**Abb. 3.22:** Vergleich des Frequenzspektrums aus CAA, Messung und Cockburn-Robertson-Modell in Mikrofonposition 5 (Seitenscheibe Mitte, hinter A-Säule)



**Abb. 3.23:** Vergleich des Frequenzspektrums aus CAA, Messung und Cockburn-Robertson-Modell in Mikrofonposition 10 (Seitenscheibe hinten)

Aus den letzten drei Abbildungen (Abb. 3.21, Abb. 3.22 und Abb. 3.23) kann man für ausgewählte einzelne Mikrofonpositionen ablesen, um wie viel das Frequenzspektrum aus CAA, Messung und Cockburn-Robertson-Modell von einander abweichen. Das Modell kann, wie bereits aus der Definition ersichtlich ist, nur für eine abgelöste bzw. anliegende Strömung berechnet werden; die Verarbeitung weiterer Details (z.B. der Abstand von der A-Säule, etc.) ist demnach nicht möglich. Die CAA hingegen sagt in den meisten Positionen den gemessenen Druck mit Abweichungen weniger dB gut voraus. Probleme hat die CAA beispielsweise in Position 10 (Abb. 3.23), hier liegt ihr Ergebnis bei tiefen Frequenzen ca. 10 dB über dem Messergebnis.

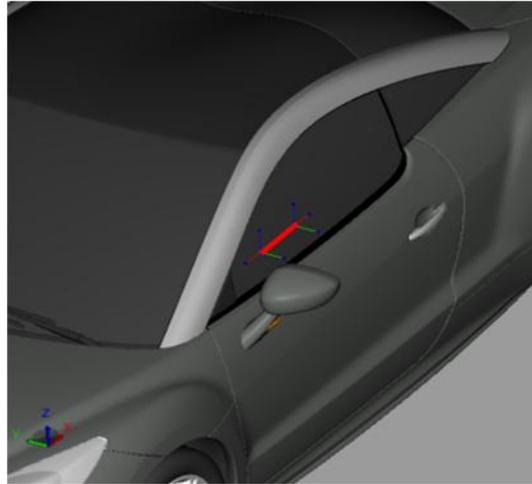
Fazit dieser Vergleiche ist jedenfalls, dass das Frequenzspektrum aus dem Modell von Cockburn-Robertson nur für Frequenzen unter 1 kHz geeignet wäre, und zwar auch nur dann, wenn für den vorherzusagenden Messpunkt genau bekannt ist, ob dort die Strömung anliegend oder abgelöst ist. Da dies bei den Konturen eines realen Fahrzeuges relativ schwierig vorherzusagen ist und auch in einigen Bereichen weder eine eindeutig anliegende noch abgelöste Strömung herrscht, wird für die weiteren Betrachtungen in dieser Arbeit das Frequenzspektrum aus der CAA-Simulation verwendet.

### 3.6.3 Wellenzahl-Frequenzspektrum

Wie bereits erwähnt, kann das Wellenzahl-Frequenzspektrum aus der hier verwendeten CAA-Software nur für ein eindimensionales Rake (linienförmige Anordnung von Messpunkten) ermittelt werden, was für die nachfolgende Strukturkopplung unzureichend ist. Dennoch soll

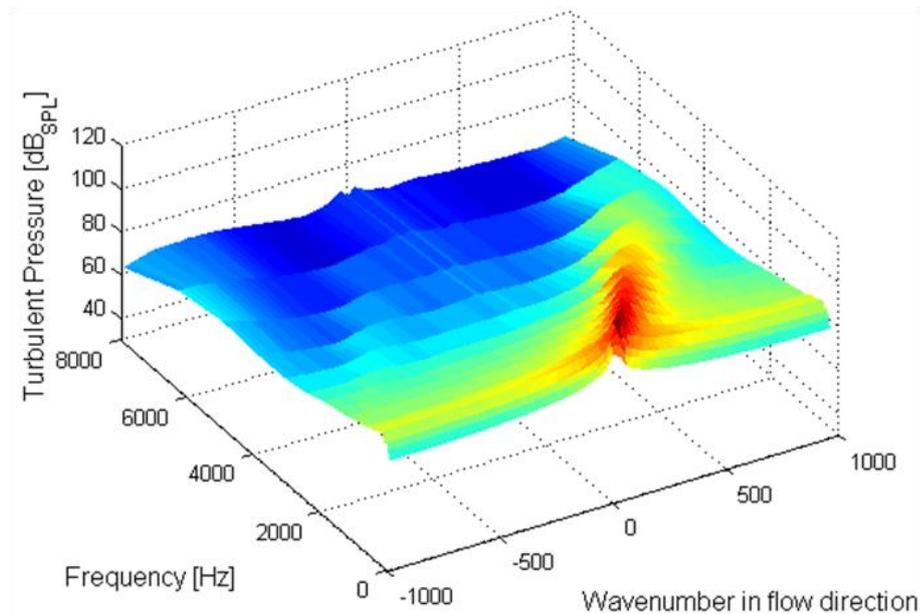
hier der eindimensionale Fall mit der eindimensionalen Auswertung der zwei semi-empirischen Modelle (Corcos bzw. Smol'yakov) verglichen werden.

Bei der CAA-Simulation wurde zu diesem Zwecke ein eindimensionales Rake von Auswertungspunkten gemäß Abb. 3.24 an die Seitenscheibe gelegt. Hier werden also die Wellenzahlen in Strömungsrichtung ( $x$ -Richtung) untersucht.



**Abb. 3.24:** Eindimensionales Rake an der Seitenscheibe zur Ermittlung des Wellenzahl-Frequenzspektrums

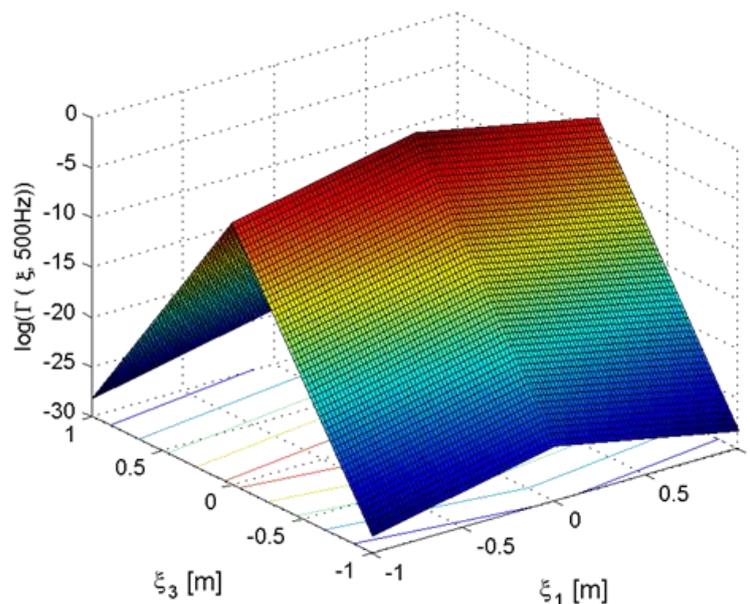
Durch Bildung der räumlichen und zeitlichen Korrelation und anschließender Fourier-Transformation liefert PowerACOUSTICS das Wellenzahl-Frequenzspektrum, das folgende Gestalt hat:



**Abb. 3.25:** Wellenzahl-Frequenzspektrum aus PowerACOUSTICS

Hier ist (rot gefärbt) sehr gut der *konvektive Kamm* (engl. *convective ridge*) zu erkennen, der zeigt, bei welchen Wellenzahlen bzw. Frequenzen sich die dominanten Wirbel befinden. Dadurch kann auch auf einfache Weise die Konvektionsgeschwindigkeit ermittelt werden, nämlich  $U_c = k/\omega$ , wobei hier für  $k$  und  $\omega$  Werte entlang des konvektiven Kamms gewählt werden müssen.

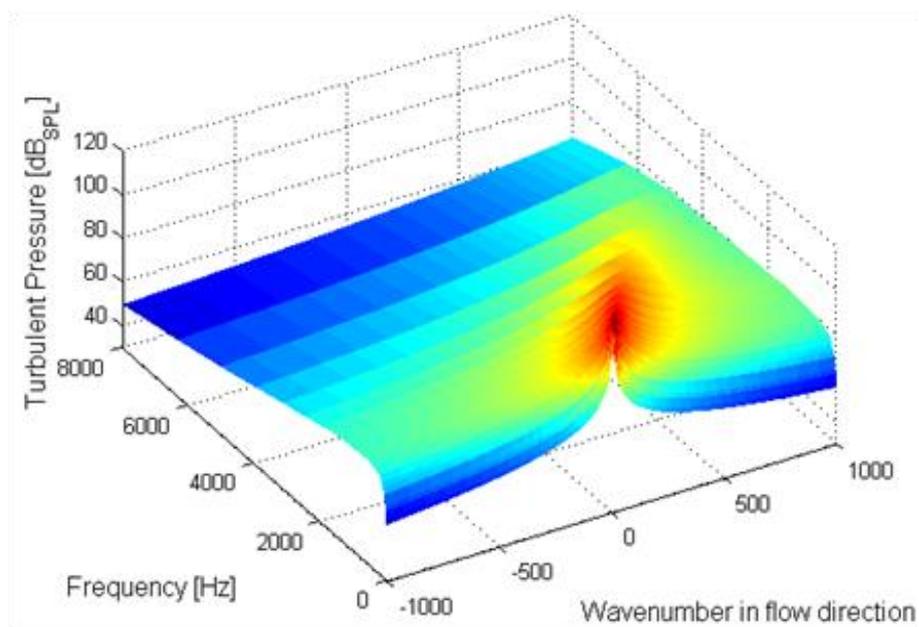
Das Corcos-Modell liefert (wie in Kapitel 3.4.2 auf Seite 32 erläutert) ein zweidimensionales Wellenzahl-Frequenzspektrum, also für Wellenzahlen *in* und *quer* zur Strömungsrichtung. Das Modell berechnet das Kreuzleistungsdichtespektrum  $\Gamma(\xi, \omega)$ , welches folgende Form hat (hier für eine Frequenz von 500 Hz ausgewertet):



**Abb. 3.26:** Kreuzleistungsdichtespektrum des Corcos-Modells

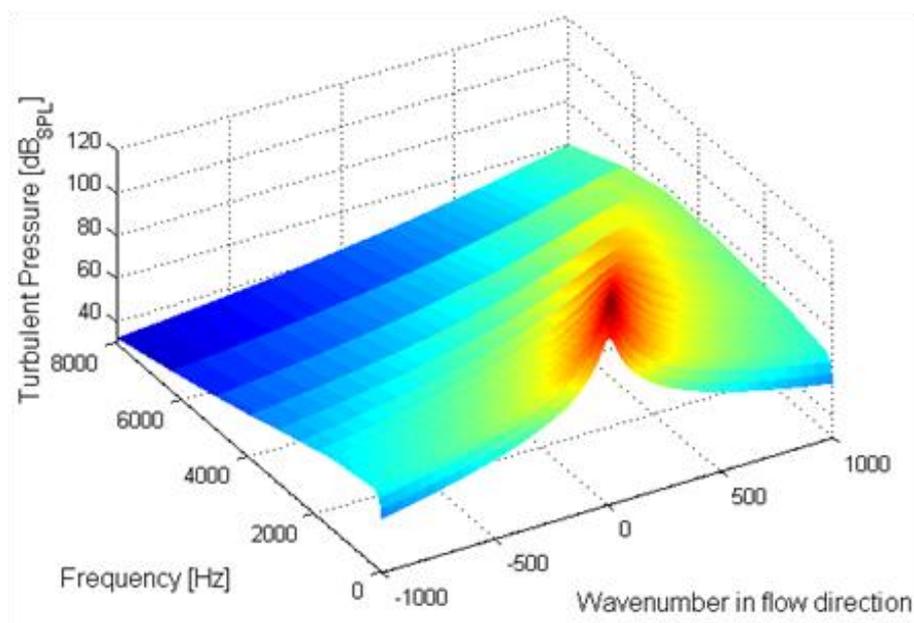
Aus Abb. 3.26 ist zu erkennen, dass die Korrelation in Strömungsrichtung mit der Verschiebung  $\xi_1$  schwächer abnimmt als quer zur Strömungsrichtung ( $\xi_3$ ). Das liegt darin begründet, dass sich ein und derselbe Wirbel (wie auch alle anderen) viel eher in Strömungsrichtung (und kaum quer dazu) fortbewegt und deshalb entlang der Messpunkte in  $x_1$ -Richtung öfter sichtbar ist, wodurch sich hier der Korrelationsgrad erhöht.

Wie ebenso in Kapitel 3.4.2 erläutert, ergibt sich das Wellenzahl-Frequenzspektrum durch eine räumliche Fourier-Transformation des Kreuzleistungsdichtespektrums. Um einen Vergleich mit dem eindimensionalen CAA-Ergebnis zu machen, wurde beim Corcos-Modell die Wellenzahl quer zur Strömungsrichtung null gesetzt,  $k_3 = 0$ . Das so erhaltene Wellenzahl-Frequenzspektrum hat folgende Gestalt:



**Abb. 3.27:** Wellenzahl-Frequenzspektrum für das Modell nach Corcos

Auch hier ist der konvektive Kamm gut zu erkennen. Ein detaillierter Vergleich mit dem CAA-Ergebnis folgt ab Seite 48 mittels Abb. 3.29 bis Abb. 3.32, zunächst soll noch das Modell von Smol'yakov und Tkachenko betrachtet werden. Die Darstellung im Frequenz- und Wellenzahl-Bereich ähnelt jener des Corcos-Modells und hat folgende Gestalt:

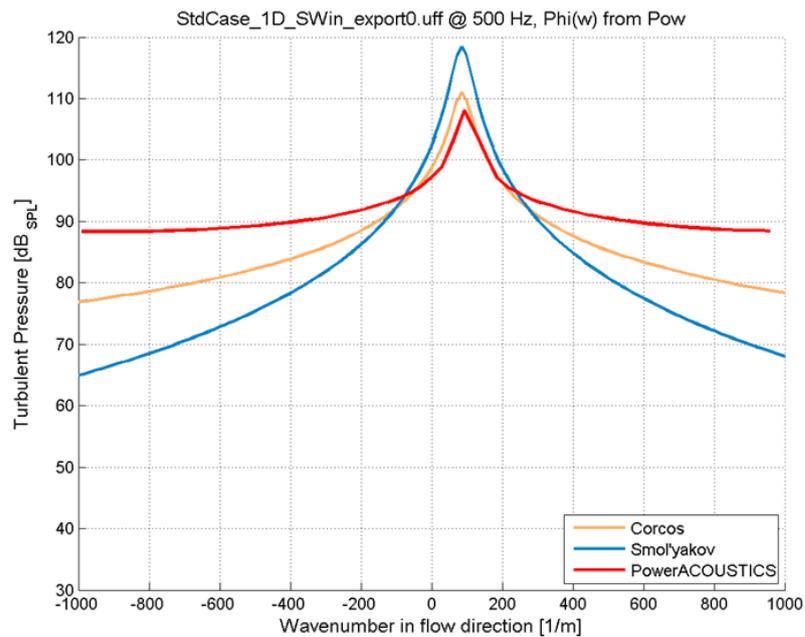


**Abb. 3.28:** Wellenzahl-Frequenzspektrum des Modells nach Smol'yakov und Tkachenko

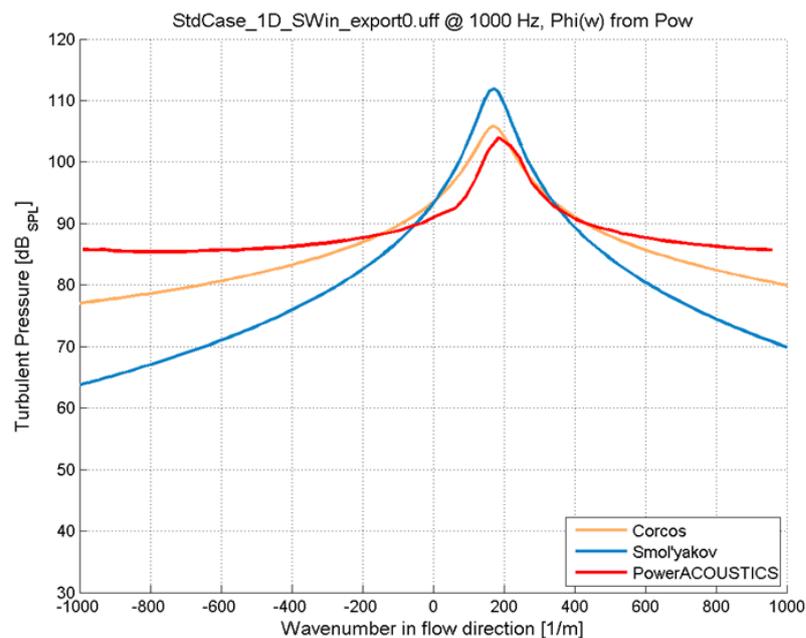
Für das Modell von Smol'yakov und Tkachenko wurde die mathematische Beschreibung in Kapitel 3.4.3 (Seite 33) aufgeführt. Es wurde auch hier vorerst  $k_3 = 0$  gesetzt, um den

Vergleich mit der CAA zu ermöglichen. Das Modell liefert wie bereits besprochen für niedrige Wellenzahlen kleinere Amplituden als das Corcos-Modell, was in der Literatur als Vorteil diskutiert wird.

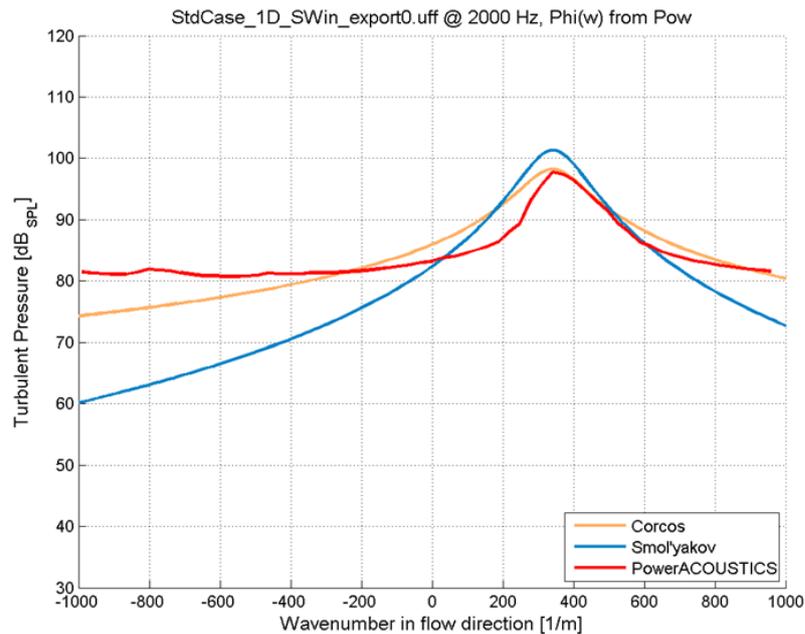
Um die drei Ergebnisse (CAA, Corcos, Smol'yakov) miteinander besser vergleichen zu können, wird nun das Wellenzahl-Frequenzspektrum an vier festen Frequenzen ausgewertet:



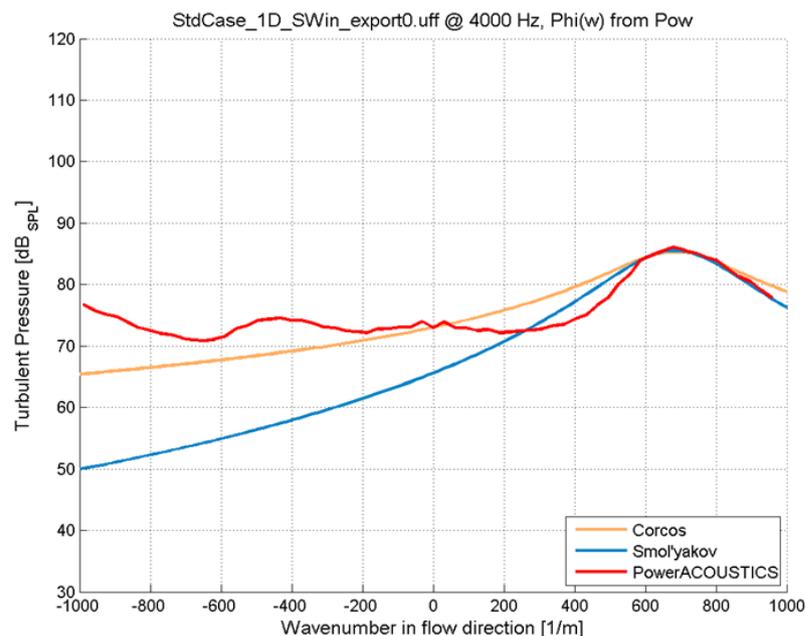
**Abb. 3.29:** Vergleich der Wellenzahl-Frequenzspektren bei 500 Hz



**Abb. 3.30:** Vergleich der Wellenzahl-Frequenzspektren bei 1000 Hz



**Abb. 3.31:** Vergleich der Wellenzahl-Frequenzspektren bei 2000 Hz

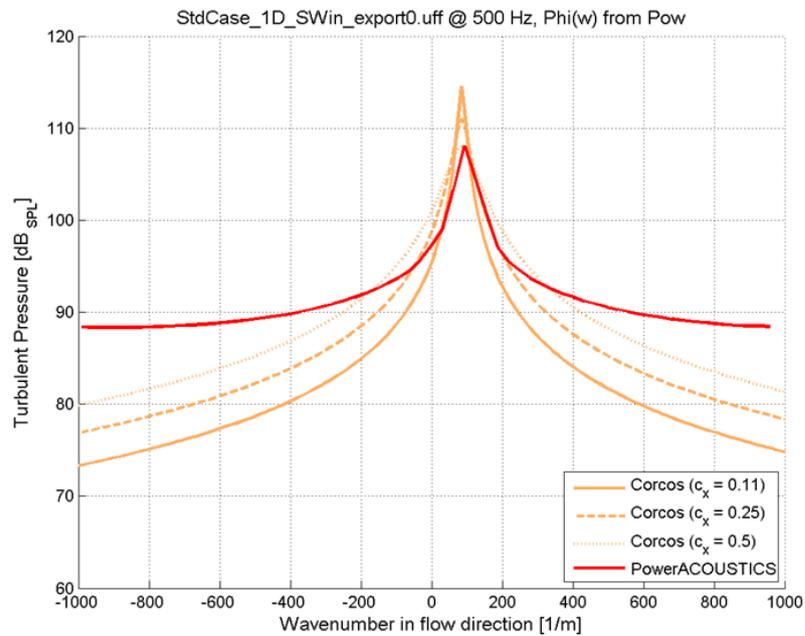


**Abb. 3.32:** Vergleich der Wellenzahl-Frequenzspektren bei 4000 Hz

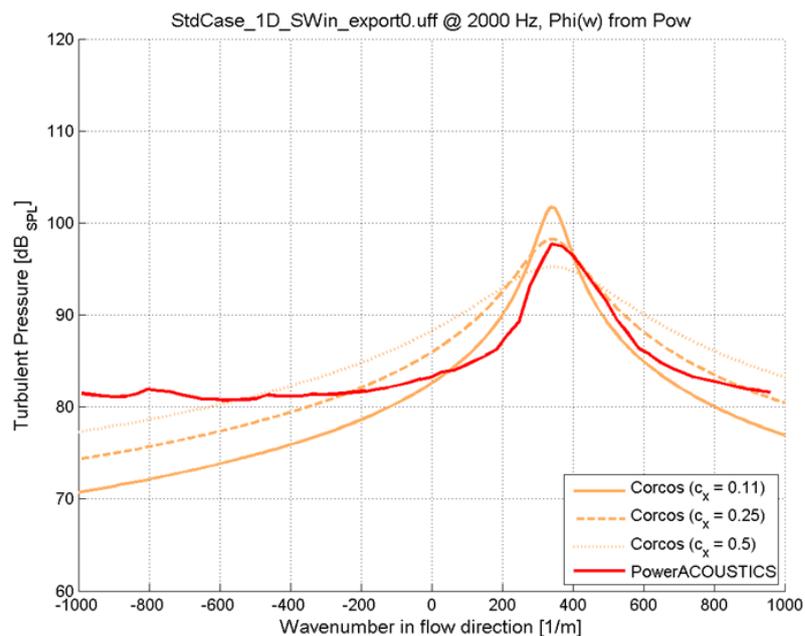
Bei den eben genannten Vergleichen wurden die Dämpfungskoeffizienten des Corcos-Modells mit  $c_x = 0,25$  und  $c_y = 0,72$  bestimmt, obwohl die Literatur für  $c_x$  einen Wert von 0,11 vorsieht. Mit den hier gewählten 0,25 stimmt aber der Konvektive Kamm besser mit der CAA-Simulation überein. Für das Smol'yakov-Modell wurde die Dicke der Grenzschicht mit  $\delta = 19$  mm gewählt. Aus den Vergleichen ist gut erkennbar, dass das Smol'yakov-Modell die niedrigen Wellenzahlen mit kleineren Amplituden vorhersagt, als das Corcos-Modell, jedoch den Convective Peak meist überschätzt. Bis auf den Bereich um 4000 Hz liefert also das

Corcos-Modell eine bessere Übereinstimmung mit der CAA-Auswertung. Deshalb wurde beschlossen, für die Strukturkopplung das Smol'yakov-Modell nicht zu verwenden.

Für zwei Frequenzen soll nun noch gezeigt werden, wie sich das Corcos-Modell bei verschiedenen Dämpfungskoeffizienten verhält:



**Abb. 3.33:** Vergleich der Wellenzahl-Frequenzspektren bei 500 Hz, CAA-Ergebnis vs. Corcos-Modell mit verschiedenen Dämpfungskoeffizienten



**Abb. 3.34:** Vergleich der Wellenzahl-Frequenzspektren bei 2000 Hz, CAA-Ergebnis vs. Corcos-Modell mit verschiedenen Dämpfungskoeffizienten

In Abb. 3.33 und Abb. 3.34 kann man erkennen, dass das Corcos-Modell mit  $c_x = 0,25$  zwar den Convective Peak besser vorhersagt, aber mit dem in der Literatur vorgeschlagenen Wert von  $c_x = 0,11$  die Amplituden bei niedrigen Wellenzahlen, genauer gesagt zwischen  $k = 0$  und dem convective peak ( $0 < k < k_c$ ) eher übereinstimmen. Wie mittels Abb. 5.3 auf Seite 60 noch gezeigt wird, ist aber genau dieser Bereich bei der Strukturkopplung von besonderem Interesse und hat sogar mehr Einfluss als der convective peak, daher wird in den weiteren Berechnungen der Wert aus der Literatur  $c_x = 0,11$  gewählt werden.

## 4 Strukturkopplung

Mit dem Wellenzahl-Frequenzspektrum wurde im letzten Kapitel die Aeroakustikquelle spezifiziert. Um die Strukturkopplung zu modellieren, wird die in der anfangs erwähnten Formel von Blake (Formel (2.2), Seite 12) vorkommende Struktursensitivitätsfunktion  $S_n(\mathbf{k})$  benötigt. Dabei handelt es sich um die räumliche Fourier-Transformierte der  $n$ -ten Platteneigenschwingung  $\Psi_n(\mathbf{x})$ . Diese Herangehensweise verbildlicht jene Methode, die der statistischen Energieanalyse (SEA) zugrunde liegt. Diese besagt nämlich, dass Leistung nur in jenen Frequenzbändern in ein Subsystem (z.B. ebene Platte, bzw. Seitenscheibe) eingeleitet wird, bei denen das Subsystem Eigenmoden besitzt. Daraus ist auch die Schwäche der SEA zu erkennen: Bei niedrigen Frequenzen gibt es oft gar keine oder nur sehr wenige Eigenmoden, die innerhalb einer interessierenden Bandbreite (z.B. Terzband) liegen. Deshalb ist die SEA für tieffrequente Anwendungen ungeeignet, hier kann beispielsweise die Finite-Elemente-Methode (FEM) bessere Ergebnisse liefern. Für höhere Frequenzen steigt jedoch der Rechenaufwand der FEM und es gewinnt die SEA an Bedeutung, zumal sie hier durch ausreichende Modendichte pro interessierender Bandbreite sehr gute Ergebnisse für die Leistungseinleitung liefern kann.

Zunächst soll auf die Platteneigenschwingungen und die Struktursensitivitätsfunktion näher eingegangen werden.

### 4.1 Ermittlung der Platteneigenschwingungen

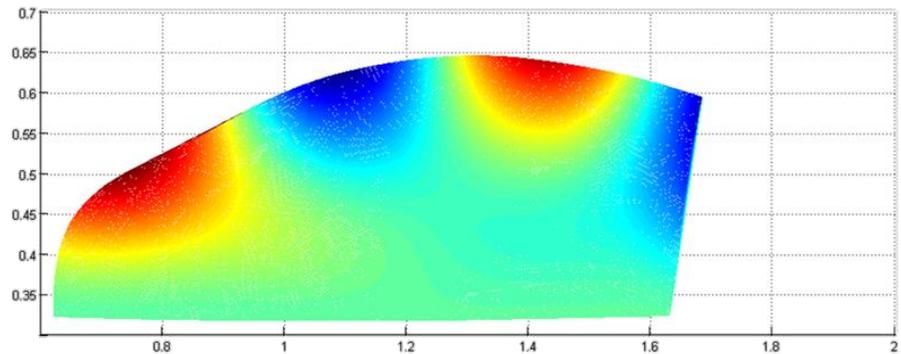
In dieser Arbeit wird besonderes Augenmerk auf die Durchschallung der Seitenscheibe gelegt. Bei der Seitenscheibe handelt es sich um einen der wenigen Fahrzeugkarosserieteile, die kaum gekrümmt sind und somit einer ebenen Platte sehr nahe kommen. Es gibt nun verschiedene Methoden, deren Eigenmoden zu ermitteln: entweder durch eine Messung der realen Seitenscheibe mittels Shaker-Anregung und Beschleunigungssensoren (dieser Variante wird aber in der vorliegenden Arbeit nicht nachgegangen) oder mittels eines Finite-Elemente (FE) Modells der Scheibe. Eine weitere Methode, die in der kommerziellen SEA-Software VAOne implementiert ist, macht aus jedem Subsystem (hier Seitenscheibe) ein Rechteck gleichen Umfangs und gleicher Fläche. Für das Rechteck wiederum lassen sich die Eigenmoden analytisch berechnen bzw. zu Validierungszwecken natürlich auch über ein FE-Modell berechnen.

#### 4.1.1 Berechnung mittels FE-Modell

Es wurde ein Modell der Seitenscheibe in COMSOL Multiphysics erstellt und mithilfe des Strukturmechanik-Moduls auf Eigenmoden untersucht. Dabei wurde festgestellt, dass das Aufkommen von Eigenmoden maßgeblich von den Einspannbedingungen (Randbedingungen)

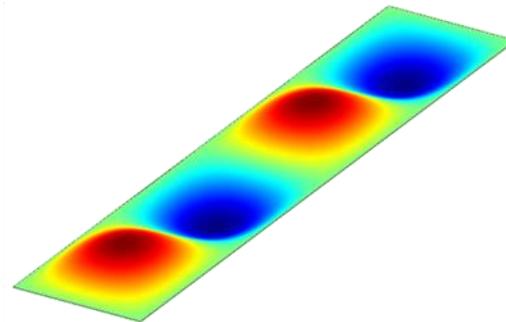
abhängt. Für frei schwingende Ränder liegen die ersten Eigenfrequenzen der Seitenscheibe bei wenigen Hertz, während bei fest eingespannten Rändern erst ab ca. 700 Hz Moden auftreten. Einen weiteren Fall stellen drehend gelagerte Ränder dar, wobei hier ab ca. 500 Hz Eigenschwingungen auftreten. Welche Einspannbedingungen der Seitenscheibe am realen Fahrzeug herrschen, ist jedoch nur schwer einschätzbar.

Das Ergebnis eines FE-Resultats ist in folgender Abbildung zu sehen:



**Abb. 4.1:** FE-Resultat der 241-Hz-Eigenschwingung einer Seitenscheibe (Einspannbedingungen: unten fix, oben und seitlich frei schwingend)

Das FE-Resultat eines umfang- und flächengleichen Rechtecks sieht bei drehend gelagerten Rändern wie folgt aus:



**Abb. 4.2:** FE-Resultat der 4-1 Eigenschwingung einer 4,85 mm dicken Glasplatte (1 x 0,2 m) bei 482 Hz (Einspannbedingungen: drehend gelagert)

## 4.1.2 Analytische Berechnung

Die Eigenschwingungen einer Platte bestehen aus einer linearen Superposition von freien Biegewellen. Abhängig von der Plattenform und den Randbedingungen werden die Biegewellen konstruktiv oder destruktiv interferieren. Daher gibt es manche Frequenzen, bei denen sich einige Wellen verstärken, und zwar mit einem diskreten Wert  $k_B = k_n$ . Dabei ist  $k_B$  die Biegewellenzahl und  $k_n$  die Wellenzahl der  $n$ -ten Eigenschwingung. Die Eigenfrequenzen hängen mit den Werten von  $k_n$  über folgende Formeln<sup>27</sup> zusammen:

<sup>27</sup> Vgl. [BLAKE] S. 299ff

$$k_n = k_b = 2\pi/\lambda_B \quad (4.1)$$

wobei

$$\lambda_B = \sqrt[4]{\frac{B'}{m''} \frac{2\pi}{\sqrt{\omega}}} \quad (4.2)$$

Dabei ist  $\lambda_B$  die Platten-Biegewellenlänge,  $B'$  die Biegesteifigkeit und  $m''$  die Flächenmasse. Letztere beide Größen berechnen sich nach Möser<sup>28</sup> wie folgt:

$$B' = \frac{E}{1 - \mu^2} \frac{h^3}{12} \quad (4.3)$$

und

$$m'' = \rho h \quad (4.4)$$

Dabei steht  $E$  für den Elastizitätsmodul,  $\mu$  für die Poissonzahl,  $h$  für die Plattendicke und  $\rho$  für die Materialdichte der Platte.

Eine sehr einfache analytische Lösung<sup>29</sup> gibt es für die Eigenschwingungen einer rechteckigen Platte mit drehend gelagerten Rändern. Hier lautet die Eigenfunktion

$$\Psi_n(x_l) = \cos(k_n x_l) \quad \text{mit} \quad l = 1, 3 \quad (4.5)$$

wobei  $k_n = m\pi/L_l$ . Bei  $L$  handelt es sich um jene Länge der Platte, in deren Richtung die Eigenschwingung gesucht wird (der Index 1 bedeutet in Strömungsrichtung, 3 quer zur Strömungsrichtung). Auf eine graphische Darstellung dieser Lösung wird hier verzichtet, da sie jener des FE-Resultats aus Abb. 4.2 gleichen würde.

## 4.2 Ermittlung der Struktursensitivitätsfunktion

Das folgende Flussdiagramm zeigt nochmals zusammenfassend die Möglichkeiten zur Ermittlung der Platteneigenschwingungen und wie daraus die Struktursensitivitätsfunktion erhalten wird. Ziel ist es,  $S_n(\mathbf{k})$  für die Seitenscheibe zu ermitteln. Im Rahmen dieser Arbeit wurde jedoch nicht näher untersucht, wie geeignet  $S_n(\mathbf{k})$  von einer rechteckigen Platte als Näherung ist.

---

<sup>28</sup> Vgl. [MÖSER] Kapitel 4.5

<sup>29</sup> Vgl. [HWANG1] S. 141

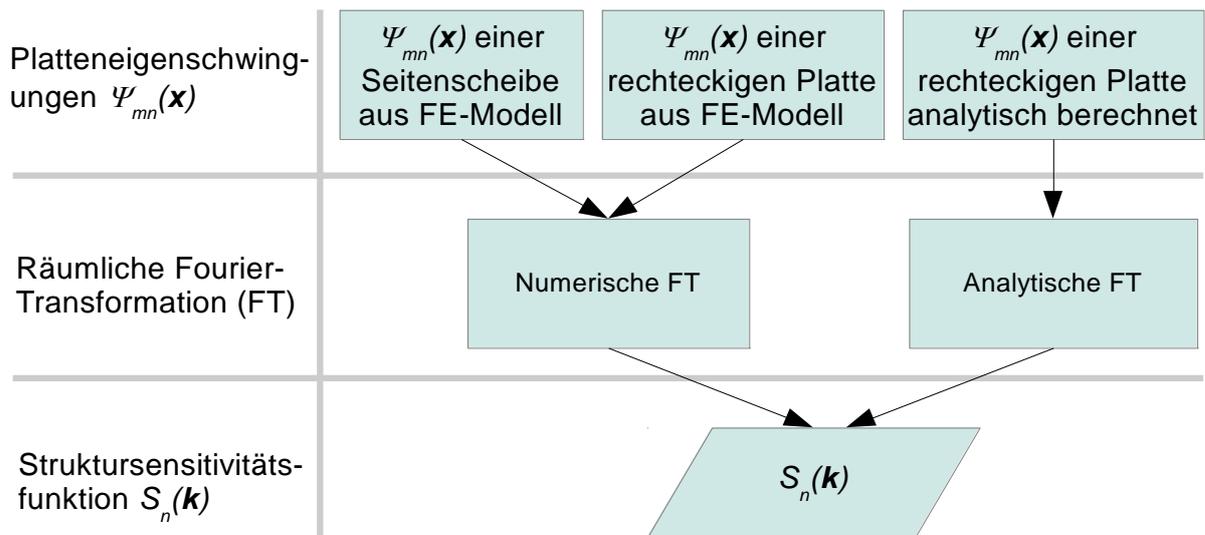


Abb. 4.3: Wege zur Ermittlung der Struktursensitivitätsfunktion

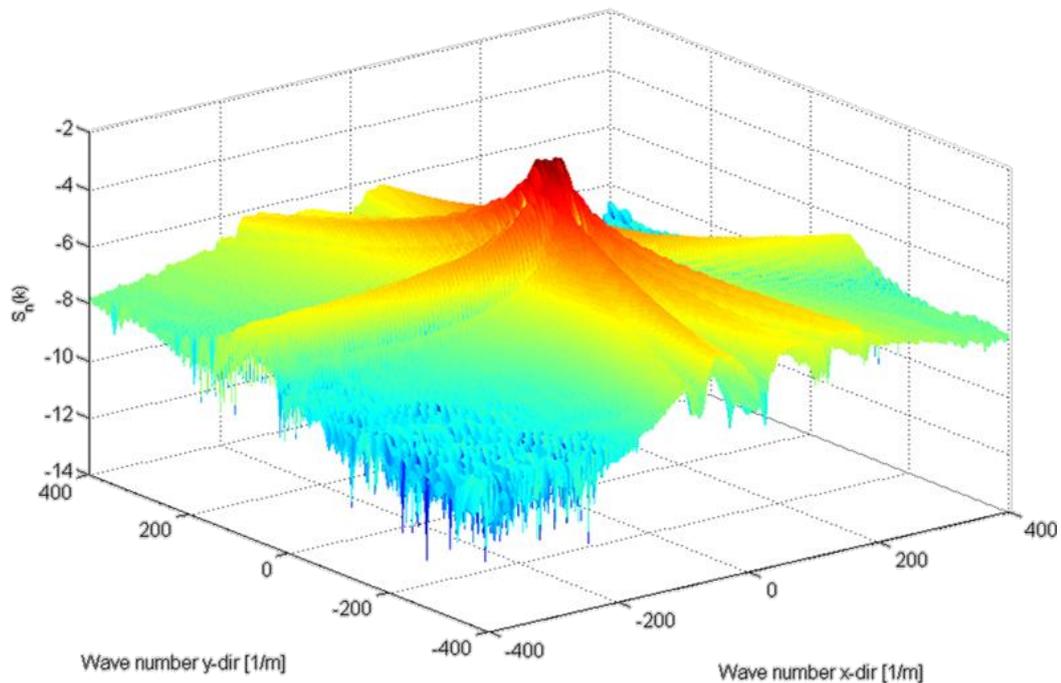
Abb. 4.3 zeigt schematisch, auf welchen Wegen die Struktursensitivitätsfunktion ermittelt werden kann. Zunächst müssen die Platteneigenschwingungen berechnet werden, was zum einen mittels FE-Modell der Seitenscheibe passieren kann. Zum anderen kann die Seitenscheibengeometrie abstrahiert, und wie auch in der SEA-Software VAOne als umfang- und flächengleiches Rechteck angenommen werden. Vom so erhaltenen Rechteck können die Eigenschwingungen wiederum über ein FE-Modell, oder auch direkt analytisch berechnet werden. Schließlich ergibt sich die Struktursensitivitätsfunktion  $S_n(\mathbf{k})$  aus der zweidimensionalen räumlichen Fourier-Transformation einer Platteneigenschwingung  $\Psi_n(\mathbf{x})$ . Sie ist nach Blake<sup>30</sup> gegeben durch

$$S_n(\mathbf{k}) = \iint_{A_p} e^{-i\mathbf{k}\mathbf{x}} \Psi_n(\mathbf{x}) d^2\mathbf{x} \quad (4.6)$$

wobei  $A_p$  die Fläche der Platte ist.

Durch die numerische Anwendung von Formel (4.6) auf die Eigenschwingung aus Abb. 4.1 (auf Seite 53) ergibt sich eine Struktursensitivitätsfunktion, die in Abb. 4.4 zu sehen ist. Die Struktursensitivitätsfunktion ist abhängig von den Wellenzahlen in  $x_1$ - und  $x_3$ -Richtung. Die Wellenzahl kann als räumliche Frequenz interpretiert werden, also als Häufigkeit des räumlichen Auftretens von Schwingungsbäuchen der Eigenschwingung.

<sup>30</sup> Vgl. [BLAKE] S. 305



**Abb. 4.4:** Struktursensitivitätsfunktion der 241-Hz-Eigenschwingung einer Seitenscheibe aus einem FE-Modell

Neben den Hauptkeulen entlang der Bereiche  $k_1 = 0$  bzw.  $k_3 = 0$  enthält die Struktursensitivitätsfunktion in Abb. 4.4 auch schräg verlaufende Käämme, die der nicht rechteckigen Seitenscheibengeometrie geschuldet sind.

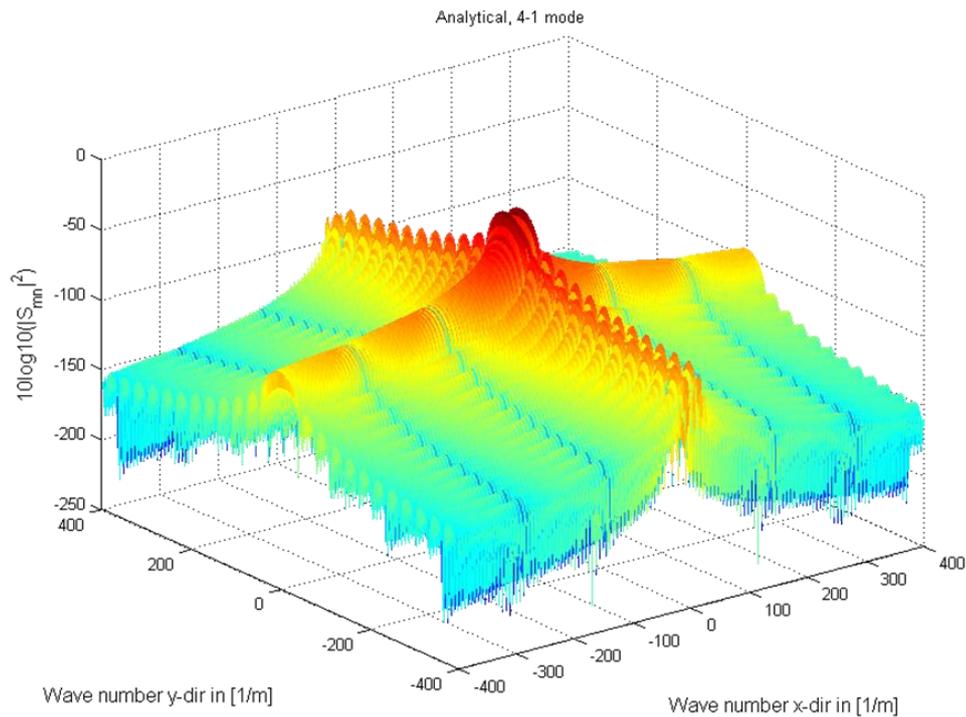
Auf analytischem Wege kann die Struktursensitivitätsfunktion für die rechteckige Platte mit folgender Formel<sup>31</sup> berechnet werden:

$$|S_n(\mathbf{k})|^2 = \frac{2(k_n L)^2 [1 - (-1)^n \cos(kL)]}{[(kL)^2 - (k_n L)^2]^2} \quad (4.7)$$

Dabei sind die Einspannbedingungen mit *drehend gelagert* festgelegt. In Abb. 4.5 ist eine graphische Darstellung dieses analytischen Modells für die 4-1 Eigenschwingung bei 485 Hz ist zu sehen.

---

<sup>31</sup> Vgl. [HWANG1] S. 141



**Abb. 4.5:** Struktursensitivitätsfunktion der 4-1 Eigenschwingung (analytisch, drehend gelagerte Ränder)

Die Struktursensitivitätsfunktion aus Abb. 4.5 basiert wie gesagt auf dem Modell einer rechteckigen Platte und hat im Vergleich zu jener aus dem FE-Modell der realen Seitenscheibengeometrie (Abb. 4.4) keine schräg verlaufenden Kämme.

Welche Berechnungsmethode für die Struktursensitivitätsfunktion schlussendlich in dieser Arbeit herangezogen wird, wird im folgenden Kapitel erläutert.

## 5 Platteneingangsleistung und resultierende Plattengeschwindigkeit

In den letzten beiden Kapiteln wurde gezeigt, dass sowohl das Wellenzahl-Frequenzspektrum, als auch die Struktursensitivitätsfunktion jeweils einen dominanten Bereich besitzen. In ersterem Fall handelt es sich dabei um den konvektiven Kamm, in letzterem Fall um die Hauptkeule, die den Eigenschwingungsbäuchen entspricht.

### 5.1 In Matlab implementiertes Koppelmodell

Mittels folgenden Flussdiagramms soll der Ablauf des schlussendlich implementierten Matlab-Modells erklärt werden:

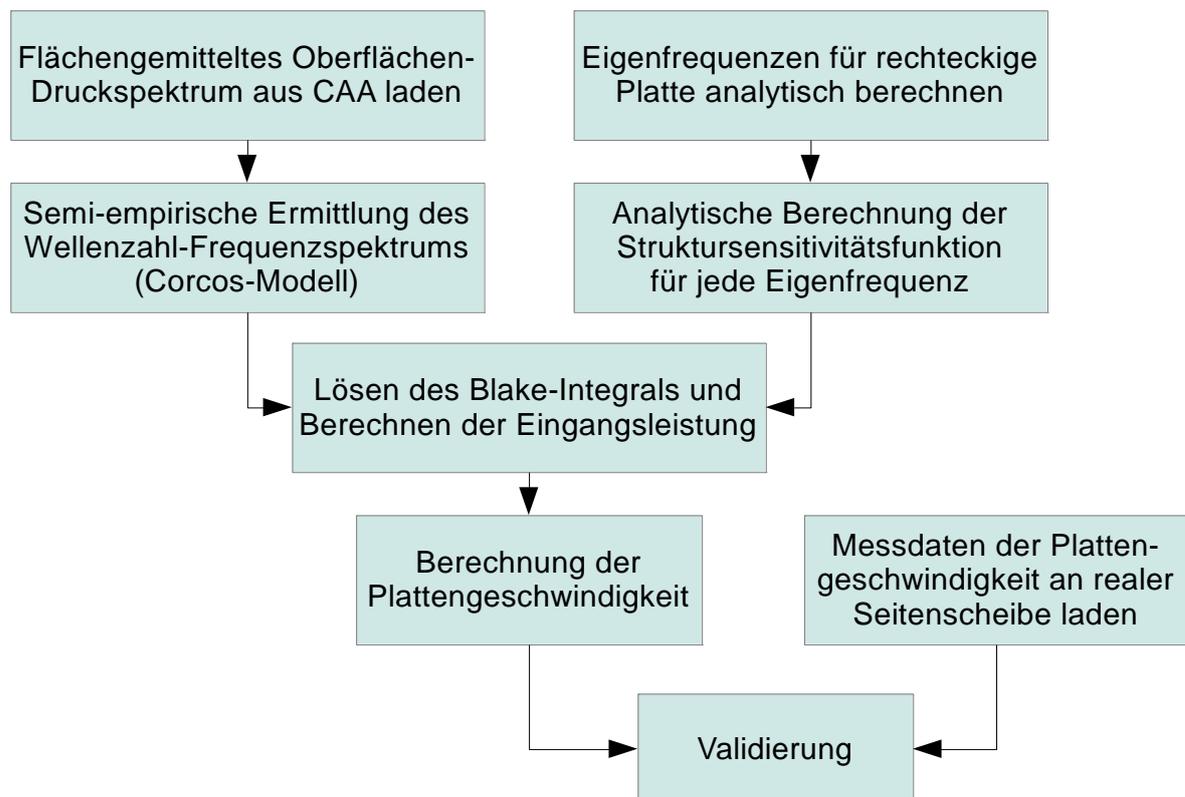


Abb. 5.1: Berechnungsschritte des implementierten Matlab-Modells

Für die Ermittlung der Aeroakustikquelle (linker Zweig in Abb. 5.1) wurde das Oberflächendruckspektrum aus einer CAA-Simulation berechnet und mit dem semi-empirischen

Modell von Corcos auf das Wellenzahl-Frequenzspektrum erweitert. Die Berechnung der Struktursensitivitätsfunktion erfolgte auf analytischem Wege für ein der realen Seitenscheibe umfang- und flächengleiches Rechteck. Für die Berechnung der Leistungseinleitung wurde die eingangs erwähnte Formel von Blake (Gleichungen (2.1) und (2.2) auf Seite 12) für jeden Plattenmode gelöst; somit wurden die beiden Größen Aeroakustikquelle und Struktureigenschaften zueinander geführt. Schließlich wurde aus der eingeleiteten Leistung die Plattengeschwindigkeit berechnet und mit den Resultaten einer Windkanalmessung durch Beschleunigungssensoren verglichen.

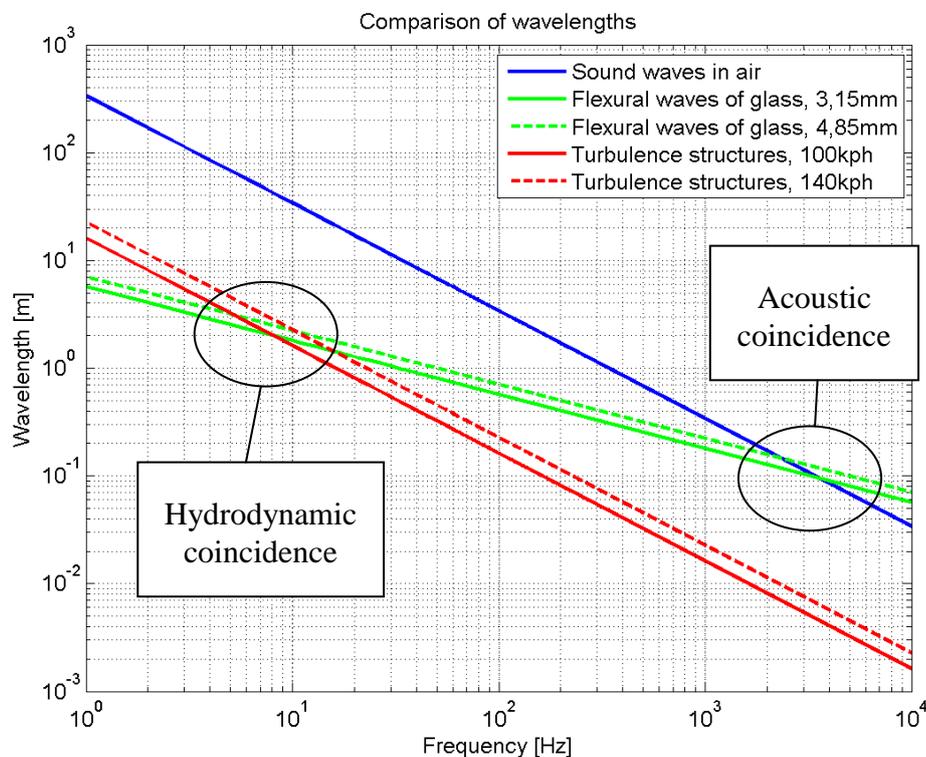
Zunächst soll aber noch gezeigt werden, wie die Wellenausbreitung in allen bisher genannten Medien aussieht:

Bei der Schallausbreitung in Luft, sowie auch bei Turbulenzstrukturen innerhalb einer Grenzschicht gilt für die Wellenlänge folgender Zusammenhang:

$$\lambda = \frac{c}{f} \quad \text{bzw.} \quad \lambda = \frac{U}{f} \quad (5.1)$$

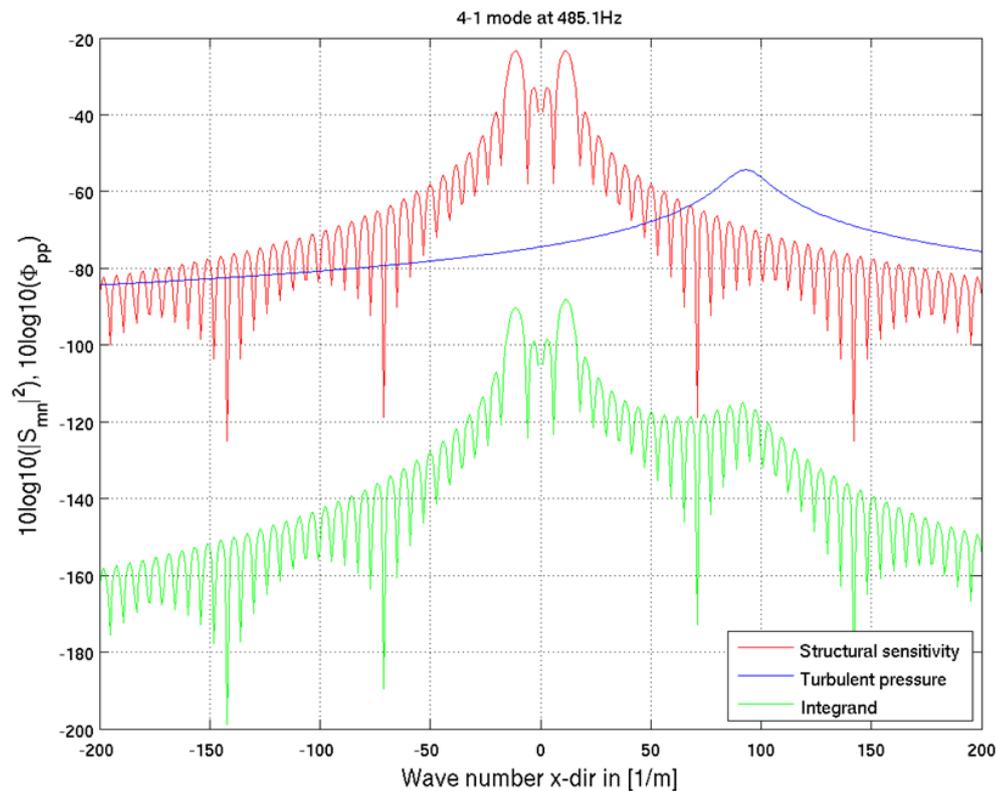
wobei hier für  $c$  die Schallgeschwindigkeit steht. Im Fall der Grenzschichtwirbel muss  $c$  mit der Fluidgeschwindigkeit  $U$  ersetzt werden. Für die Körperschallausbreitung wurde bereits in Gleichung (4.2) gezeigt, wie sich die Biegewellenlänge errechnet.

Folgende Abbildung zeigt nun den Vergleich der genannten Wellenlängen, wobei für die Turbulenzstrukturen hier nur die Konvektionsgeschwindigkeit gezeigt wird, in Wirklichkeit herrschen jedoch innerhalb der TBL verschiedenste Ausbreitungsgeschwindigkeiten.



**Abb. 5.2:** Vergleich der Wellenlängen von Schallwellen in Luft, Wirbelstrukturen in turbulenten Grenzschichten und Biegewellen von Glasplatten

Wie Abb. 5.2 zeigt, sind die Wellenlängen der dominanten Wirbel einer TBL ca. um eine Zehnerpotenz kleiner als jene von Schallwellen in der Luft. Ob es zu einer hydrodynamischen Koinzidenz, also dem Übereinstimmen des konvektiven Kamms des Wellenzahl-Frequenzspektrums und der Hauptkeule aus der Struktursensitivitätsfunktion kommt, wird im Folgenden besprochen. Dazu zeigt die nachstehende Grafik den Integranden des Blake-Integrals (Formel (2.2)):



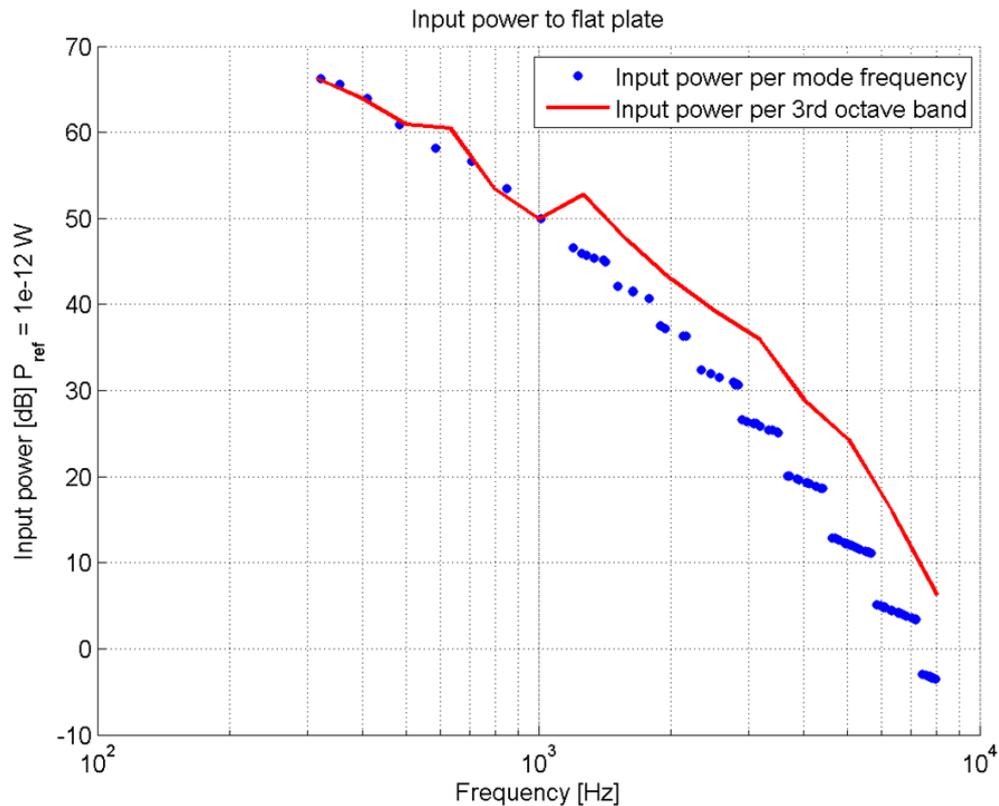
**Abb. 5.3:** Wellenzahl-Frequenzspektrum, Struktursensitivitätsfunktion und Integrand des Blake-Integrals für den 4-1 Mode bei 485 Hz

Aus Abb. 5.3 ist deutlich zu erkennen, dass der konvektive Kamm des Wellenzahl-Frequenzspektrums (blau) *nicht* mit der Hauptkeule der Struktursensitivitätsfunktion (grün) übereinstimmt; es findet also keine hydrodynamische Koinzidenz statt. Gemäß Abb. 5.2 liegt die hydrodynamische Koinzidenz bei ca. 10 Hz, allerdings gibt es in diesem Bereich keine Plattenmoden.

Des Weiteren ist zu erkennen, dass die Struktursensitivität den Integranden der Formel von Blake, und somit auch die eingeleitete Leistung dominiert. Umso wichtiger ist es also auch, dass der Pegel des Wellenzahl-Frequenzspektrums bei niedrigen Wellenzahlen gut vorhergesagt wird.

### 5.1.1 Platteneingangsleistung

Die eingeleitete Leistung für jede Platteneigenschwingung berechnet sich aus Formel (2.1) und sieht wie folgt aus:



**Abb. 5.4:** Platten-Eingangsleistung pro Mode und pro Terzband

Die blauen Punkte in Abb. 5.4 zeigen die Eingangsleistung für jede Platteneigenschwingung, die rote Kurve die terzbandgemittelte Eingangsleistung. Daran ist zu sehen, dass bis 1 kHz meist nur ein Plattenmode innerhalb der Terzbänder liegt und sich deshalb rote Kurve und blaue Punkte meist decken. Ab 1 kHz liegen jeweils mehrere Moden innerhalb der Terzbänder, die durch Aufsummieren einen höheren Leistungspegel für die Terzbanddarstellung ergeben. Erklärt sei hier noch der gruppenweise abgestufte Verlauf der modenweisen Eingangsleistung: Der Berechnung liegt das Frequenzspektrum des Drucks aus einer CAA-Simulation zugrunde, welches seinerseits terzbandgemittelt ist, und somit nur Druckwerte für jede Mittenfrequenz liefert. Ansonsten wäre der Verlauf der blauen Punkte glatt.

## 5.1.2 Plattengeschwindigkeit

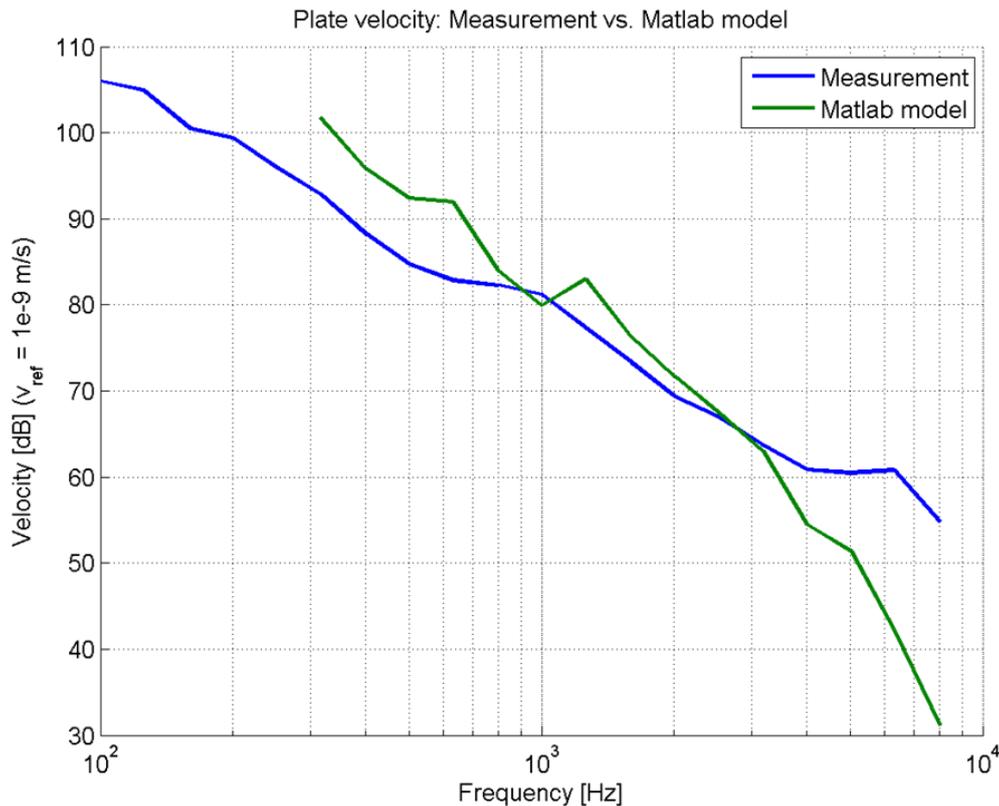
Schließlich wird aus der Platteneingangsleistung die Plattengeschwindigkeit ermittelt. Dies ist mittels folgender Gleichung<sup>32</sup> möglich:

$$\overline{v_n^2} = \frac{P_{in,n}}{m\eta\omega_n} \quad (5.2)$$

<sup>32</sup> Vgl. [BLAKE] S. 306

Dabei ist  $\overline{v_n^2}$  der quadratische Mittelwert der Geschwindigkeit der  $n$ -ten Plattenmode,  $m$  die Masse der Platte,  $\eta$  der Dämpfungsverlustfaktor und  $\omega_n$  die Kreisfrequenz der  $n$ -ten Plattenmode.

Dieses Ergebnis wird in der folgenden Graphik mit der Plattengeschwindigkeit aus einer Windkanalmessung verglichen:



**Abb. 5.5:** Plattengeschwindigkeit. Blau: CAA-SEA-Koppelmodell mit Matlab, grün: Windkanalmessung

Das Messergebnis aus Abb. 5.5 wurde bei einem Windkanalversuch mit Beschleunigungssensoren an der Scheibeninnenseite ermittelt. Die Beschleunigungspegel wurden an sechs Positionen über die ganze Scheibe verteilt gemessen und anschließend gemittelt, wobei sich die Pegel zwischen den einzelnen Positionen um nicht mehr als 5 dB unterscheiden. Mittels Division durch die Kreisfrequenz  $\omega$  erhält man aus der Beschleunigung  $a$  schließlich die Geschwindigkeit  $v$ :

$$v = \frac{1}{\omega} a \quad (5.3)$$

Der Vergleich in Abb. 5.5 zeigt eine relativ gute Übereinstimmung bis etwa 3 kHz, oberhalb davon weichen die beiden Ergebnisse bis über 20 dB voneinander ab. Der Grund dafür könnte darin liegen, dass das Matlab-Modell den akustischen Anteil der Aeroakustikanregung nicht abbildet, dieser jedoch von den Beschleunigungssensoren sehr wohl erfasst wird. Ob dadurch allerdings ein so großer Unterschied zwischen Modell und Messung erklärbar ist, wurde im Rahmen dieser Arbeit nicht untersucht. Eine weitere Begründung für die Differenz zwischen Rechnungs- und Messkurve bei hohen Frequenzen könnte sein, dass in diesem Bereich die

Messergebnisse der Beschleunigungssensoren bereits unterhalb der Eigenrauschschwelle der Sensoren liegen und dadurch zu hohe Pegel ausgegeben wurden.

Dieselbe Berechnung, die das Matlab-Modell durchführt wurde auch mittels VAOne vollzogen, wobei das Matlab-Modell validiert werden konnte.

## 6 Fazit und Ausblick

Im Rahmen dieser Diplomarbeit wurde ein CAA-SEA Koppelmodell in Matlab implementiert. Als Wege zur Ermittlung der Aeroakustik-Anregung dienten verschiedene Ansätze. Einerseits wurden dafür die Ergebnisse einer CAA-Simulation herangezogen, andererseits semi-empirische Modelle zur Ermittlung sowohl des Oberflächendruckspektrums (Cockburn-Robertson-Modell), als auch des Wellenzahl-Frequenzspektrums (Corcos-Modell und Modell nach Smol'yakov und Tkatchenko) verwendet. Für die Ermittlung der Struktursensitivitätsfunktion wurden mittels Finite-Elemente-Methode die Eigenschwingungen eines Seitenscheibenmodells und einer rechteckigen Platte berechnet, sowie eine analytische Berechnung der Eigenschwingungen einer rechteckigen Platte durchgeführt. Das implementierte Koppelmodell ist darüberhinaus in der Lage, aus der Aeroakustik-Quelle und der Struktursensitivitätsfunktion die Platteneingangsleistung sowie die Plattengeschwindigkeit zu berechnen. Als Test- bzw. Vergleichsfahrzeug diente ein Sportcoupé. Die Ergebnisse des Koppelmodells wurden mit einer kommerziellen Software verglichen und konnten validiert werden. Auch der Vergleich mit Ergebnissen aus einer Windkanalmessung wurde diskutiert.

Die Berechnung des Schallpegels in der Fahrgastzelle konnte im Rahmen dieser Diplomarbeit aus Zeitgründen nicht mehr umgesetzt werden. Dies wäre eine interessante Folgearbeit und könnte ebenfalls mit Messergebnissen aus dem Windkanal verglichen werden. Schließlich gäbe es noch die Möglichkeit, weitere semi-empirische Modelle für das Oberflächen-druckspektrum zu implementieren und mit der CAA bzw. einer Messung zu validieren. Würde man hierfür ein passendes semi-empirisches Modell finden, könnte das Koppelmodell zur Ermittlung der Eingangsleistung bzw. Plattengeschwindigkeit komplett autark und somit ohne Zuhilfenahme von kommerzieller Software fungieren.

## 7 Abbildungs- und Tabellenverzeichnis

Abb. 2.1: Vor Beginn der Diplomarbeit definierter Ablaufplan .....	11
Abb. 2.2: Der Diplomarbeit zugrunde liegende Problemstellung .....	12
Abb. 3.1: Venturi-Strömungsmesser .....	15
Abb. 3.2: Grenzschicht an einer längsangeströmten ebenen Platte.....	16
Abb. 3.3: Verdrängungsdicke $\delta_1$ der Grenzschicht.....	17
Abb. 3.4: Geschwindigkeitsprofile verschiedener Grenzschichtbereiche .....	19
Abb. 3.5: Grenzschichtdicke in Abhängigkeit von der Lauflänge entlang der Platte gemäß Gleichung (3.13). Symbole aus Messungen von Hansen .....	20
Abb. 3.6: Streaks niedriger Geschwindigkeiten (schwarz) und Wirbel in Strömungsrichtung (grau) .....	21
Abb. 3.7: (a) Streak in der Nähe eines Wirbels; (b) Analytische Basisströmung eines Streaks .....	22
Abb. 3.8: Ablösung der Grenzschicht und Wirbelbildung am Kreiszyylinder. A = Ablösungsstelle.....	23
Abb. 3.9: Grenzschichtströmung in der Nähe einer Ablösungsstelle A.....	23
Abb. 3.10: Nachlaufgebiet einer Kugel ohne (a) und mit (b) Stolperdraht.....	25
Abb. 3.11: Dicke der Grenzschicht .....	30
Abb. 3.12: Akustischer Windkanal mit Testabschnitt im Hallraum .....	36
Abb. 3.13: Plexiglasplatte (links) für Messungen des Wanddrucks mit 26 möglichen Mikrofonpositionen (Mitte) und Aluminiumplatte (rechts) mit 5 Beschleunigungssensor-Positionen .....	36
Abb. 3.14: Oberflächenmikrophone an der Seitenscheibe .....	37
Abb. 3.15: Wege zur Ermittlung des Wellenzahl-Frequenzspektrums .....	38
Abb. 3.16: RMS-Druck in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit (Messung in drei Punkten vs. Cockburn-Modell für anliegende und abgelöste Strömung).....	39

Abb. 3.17: Frequenzspektrum nach Cockburn-Robertson für anliegende Strömung (Vergleich zw. VAOne und Matlab-Implementierung).....	40
Abb. 3.18: Frequenzspektrum nach Cockburn-Robertson für abgelöste Strömung (Vergleich zw. VAOne und Matlab-Implementierung).....	41
Abb. 3.19: Vergleich des Frequenzspektrums zwischen dem Cockburn-Robertson-Modell und der CAA-Simulation (PowerACOUSTICS) bzw. Windkanalmessung bei allen 10 Mikrofonpositionen .....	41
Abb. 3.20: Mikrofonpositionen für den Vergleich des Frequenzspektrums aus CAA, Messung und Cockburn-Robertson-Modell .....	42
Abb. 3.21: Vergleich des Frequenzspektrums aus CAA, Messung und Cockburn-Robertson-Modell in Mikrofonposition 2 (Seitenscheibe vorne, hinter Spiegeldreieck).....	43
Abb. 3.22: Vergleich des Frequenzspektrums aus CAA, Messung und Cockburn-Robertson-Modell in Mikrofonposition 5 (Seitenscheibe Mitte, hinter A-Säule).....	43
Abb. 3.23: Vergleich des Frequenzspektrums aus CAA, Messung und Cockburn-Robertson-Modell in Mikrofonposition 10 (Seitenscheibe hinten).....	44
Abb. 3.24: Eindimensionales Rake an der Seitenscheibe zur Ermittlung des Wellenzahl-Frequenzspektrums.....	45
Abb. 3.25: Wellenzahl-Frequenzspektrum aus PowerACOUSTICS .....	45
Abb. 3.26: Kreuzleistungsdichtespektrum des Corcos-Modells .....	46
Abb. 3.27: Wellenzahl-Frequenzspektrum für das Modell nach Corcos .....	47
Abb. 3.28: Wellenzahl-Frequenzspektrum des Modells nach Smol'yakov und Tkachenko....	47
Abb. 3.29: Vergleich der Wellenzahl-Frequenzspektren bei 500 Hz.....	48
Abb. 3.30: Vergleich der Wellenzahl-Frequenzspektren bei 1000 Hz.....	48
Abb. 3.31: Vergleich der Wellenzahl-Frequenzspektren bei 2000 Hz.....	49
Abb. 3.32: Vergleich der Wellenzahl-Frequenzspektren bei 4000 Hz.....	49
Abb. 3.33: Vergleich der Wellenzahl-Frequenzspektren bei 500 Hz, CAA-Ergebnis vs. Corcos-Modell mit verschiedenen Dämpfungskoeffizienten .....	50
Abb. 3.34: Vergleich der Wellenzahl-Frequenzspektren bei 2000 Hz, CAA-Ergebnis vs. Corcos-Modell mit verschiedenen Dämpfungskoeffizienten .....	50
Abb. 4.1: FE-Resultat der 241-Hz-Eigenschwingung einer Seitenscheibe (Einspannbedingungen: unten fix, oben und seitlich frei schwingend).....	53
Abb. 4.2: FE-Resultat der 4-1 Eigenschwingung einer 4,85 mm dicken Glasplatte (1 x 0,2 m) bei 482 Hz (Einspannbedingungen: drehend gelagert) .....	53

---

Abb. 4.3: Wege zur Ermittlung der Struktursensitivitätsfunktion.....	55
Abb. 4.4: Struktursensitivitätsfunktion der 241-Hz-Eigenschwingung einer Seitenscheibe aus einem FE-Modell.....	56
Abb. 4.5: Struktursensitivitätsfunktion der 4-1 Eigenschwingung (analytisch, drehend gelagerte Ränder).....	57
Abb. 5.1: Berechnungsschritte des implementierten Matlab-Modells .....	58
Abb. 5.2: Vergleich der Wellenlängen von Schallwellen in Luft, Wirbelstrukturen in turbulenten Grenzschichten und Biegewellen von Glasplatten.....	59
Abb. 5.3: Wellenzahl-Frequenzspektrum, Struktursensitivitätsfunktion und Integrand des Blake-Integrals für den 4-1 Mode bei 485 Hz.....	60
Abb. 5.4: Platten-Eingangsleistung pro Mode und pro Terzband .....	61
Abb. 5.5: Plattengeschwindigkeit. Blau: CAA-SEA-Koppelmodell mit Matlab, grün: Windkanalmessung.....	62
Tab. 3.1: Strömungsbereiche beim Kreiszyylinder .....	25

## 8 Literaturverzeichnis

- [BLAKE] Blake W. K., *Mechanics of Flow-Induced Sound and Vibration*. Vol. I and II, Academic Press (1986)
- [BULL] Bull M. K.: *Wall-pressure fluctuations beneath turbulent boundary layers: some reflections on forty years of research*. Journal of Sound and Vibration (1996) **190**(3), 299-315
- [COCKBURN] Cockburn J. A., Robertson J. E.: *Vibration Response of Spacecraft Shrouds to in-flight Fluctuating Pressures*. Journal of Sound and Vibration (1974) **33**(4), 339-425
- [CORCOS] Corcos G. M.: *Resolution of Pressure in Turbulence*. Journal of the Acoustical Society of America (1963) **35**(2), 192-199
- [FINNVEDEN] Finnveden S. et al.: *A model of wall pressure correlation for prediction of turbulence-induced vibration*. Journal of Fluids and Structures (2005) **20**, 1127-1143
- [GRAHAM] Graham W. R.: *A Comparison of Models for the Wavenumber-Frequency Spectrum of Turbulent Boundary Layer Pressures*. Journal of Sound and Vibration (1997) **206**(4), 541-565
- [HWANG1] Hwang Y. F., Maidanik G.: *A Wavenumber Analysis of the Coupling of a Structural Mode and Flow Turbulence*. Journal of Sound and Vibration (1990) **142**(1), 135-152
- [HWANG2] Hwang Y. F. et al.: *Comparison of semi-empirical models for turbulent boundary layer wall pressure spectra*. Journal of Sound and Vibration (2009) **319**, 199-217
- [MÖSER] Möser M., *Technische Akustik*. Sechste, erweiterte und aktualisierte Auflage, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2005
- [SCHLICHTING] Schlichting H., Gersten K.: *Grenzschicht-Theorie*. 10., überarbeitete Auflage, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2006
- [SCHOPPA] Schoppa W., Hussain F.: *Generation of Near-wall Coherent Structures in a Turbulent Boundary Layer*. Current Science (2000) **79**(6), 849-858
- [SENTHOORAN] Senthoooran S. et al.: *Prediction of Wall Pressure Fluctuations on an Automobile Side-glass using a Lattice-Boltzmann Method*. AIAA 2006-2559, 27<sup>th</sup> AIAA Aeroacoustics Conference (8 – 10 May 2006), Cambridge, Massachusetts
- [SMOL'YAKOV] Smol'yakov A. V., Tkatchenko V. M.: *Model of a field of pseudosonic turbulent wall pressures and experimental data*. Soviet Physics Acoustics (1991) **37**(6), 1199-1207 bzw. übersetzt vom American Institute of Physics (1992), 627-631