

Diplomarbeit

Atmosphärenmodell für einen Flugsimulator

von

Kerem ÖZGE

zur Erlangung des akademischen Grades
eines Diplom-Ingenieur

Studienrichtung Wirtschaftsingenieurwesen Maschinenbau

vorgelegt der Fakultät für Maschinenbau und Wirtschaftswissenschaften
der Technischen Universität Graz

Beurteiler: Ao. Univ. -Prof. Dipl. -Ing. Dr. techn. Reinhard Braunstingl

Institut für Mechanik
Technische Universität Graz

Graz, 5. Dezember 2013

Abstract

The Institute of Mechanics at Graz University of Technology operates a research platform for flight simulation. Two flight simulators form an essential part of this platform.

The simulations use an atmosphere model, which is a part of FGED (Flight, Gear and Engine Dynamics), the proprietary software of the Institute of Mechanics. This atmosphere model consists of a single layer wind model and a thermal atmosphere model representing the ICAO standard atmosphere.

To simulate different weather conditions, the FGED software needs an adjustable atmosphere model, which also includes functions to display specified weather phenomena. To this end, an atmosphere model for a flight simulator is developed, which expands the existing atmosphere model of the FGED software, but can also be used by other simulators.

This paper describes the structure and characteristics of the developed atmosphere model. It is programmed in Java and necessary calculations and simulations are performed using Matlab.

The first chapter provides a general overview of the content of this paper. The second chapter explains the thermal atmosphere model. The third chapter describes the wind model. The fourth chapter discusses the turbulence model and the fifth the gust model. The sixth chapter describes the microburst model. Chapter seven, the final chapter, explains the wake speed model. The appendix includes a data sheet of the parameters of the wake speed model.

Kurzfassung

Das Institut für Mechanik an der Technischen Universität Graz betreibt eine Forschungsplattform für Flugsimulation und verfügt über zwei Flugsimulatoren.

Die Simulationen verwenden ein Atmosphärenmodell, das ein Teil der vom Institut für Mechanik selbst entwickelten Software FGED (Flight, Gear and Engine Dynamics) ist. Diese Atmosphäre hat ein einfaches Einschichtwindmodell sowie ein thermisches Atmosphärenmodell, das nur die ICAO-Standardatmosphäre darstellt.

Um unterschiedliche Wetterbedingungen simulieren zu können, braucht die FGED Software ein einstellbares Atmosphärenmodell, mit dem man auch bestimmte Wetterphänomene darstellen kann. Aus diesem Grund wurde ein Atmosphärenmodell für einen Flugsimulator entwickelt, das das bestehende Atmosphärenmodell der FGED-Software erweitert, aber auch bei anderen Simulatoren verwendet werden kann.

Diese Arbeit beschreibt den Aufbau und die Eigenschaften des entwickelten Atmosphärenmodells. Es wurde in Java programmiert, und die erforderlichen Berechnungen und Simulationen wurden mit Matlab durchgeführt.

Das erste Kapitel gibt einen kurzen Überblick über den Inhalt der Arbeit. Im zweiten Kapitel wird das thermische Atmosphärenmodell erklärt. Das dritte Kapitel beschreibt das Windmodell. Das vierte Kapitel behandelt das Turbulenzmodell und das fünfte das Böenmodell. Im sechsten Kapitel wird das Microburstmodell beschrieben. Im siebten und letzten Kapitel wird das Wirbelschleppenmodell erklärt. Beide Modelle bauen auf bestehender Forschung auf. Im Anhang befindet sich ein Datenblatt für die Parameter des Wirbelschleppenmodells.

Eidesstattliche Erklärung

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt, und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe.

Graz, am 5. Dezember 2013

.....
(Unterschrift)

Widmung

Zuallererst möchte ich mich bei Professor Reinhard Braunstingl bedanken, der sich die Zeit genommen hat, mir selbst die grundlegendsten Schritte des objektorientierten Programmierens zu erklären. Die unvergesslichen Flüge als Passagier in seinem Flugzeug haben mich zusätzlich für das Arbeiten mit dem Flugsimulator begeistert.

Weiters möchte ich mich bei meinem Freund, Studien- und Arbeitskollegen Thomas Haberkorn bedanken. Er war stets bereit, mich mit seinen wertvollen Kenntnissen in allen technischen Bereichen zu unterstützen. Der Meinungs-austausch mit ihm war für mich während meiner Zeit am Institut für Mechanik sehr wertvoll und wichtig.

Ein Danke geht an meinen Freund, Studienkollegen und Mitbewohner Gerald Rath, der mich vor allem in der letzten Phase dieser Arbeit motiviert und geleitet hat.

Besonders möchte ich mich bei meinen Eltern bedanken, die mir überhaupt erst das Studium und mein Leben in Graz ermöglicht haben.

Ein herzliches Danke geht an Ulrike Müller für ihre Unterstützung als meine zweite Mutter.

Ganz besonders möchte ich mich bei Elisabeth Müller bedanken, die einen wichtigen Teil meines Studiums und jede Phase dieser Diplomarbeit mitgemacht und mich dabei mit viel Liebe und Geduld unterstützt hat.

Inhaltsverzeichnis

Nomenklatur	ix
1 Einleitung	1
2 Thermisches Atmosphärenmodell	3
2.1 Definition der Atmosphäre	3
2.2 Aufbau der Atmosphäre	3
2.2.1 Die Troposphäre	3
2.2.2 Die Tropopause	4
2.2.3 Die Normatmosphäre (ICAO Standardatmosphäre)	4
2.3 Aufbau und Eigenschaften des thermischen Atmosphärenmodells	5
2.4 Explizite Layerparameter	6
2.4.1 Temperatur	6
2.4.2 Basishöhe	6
2.4.3 Temperaturgradient	7
2.5 Implizite Layerparameter	8
2.5.1 Dicke des Atmosphärenlayers	8
2.5.2 Druck und Dichte	9
2.5.2.1 Hydrostatische Grundgleichung und barometrische Höhenformel	9
2.5.2.2 Basisdruckeinstellung	12
2.5.2.3 QNH	13
2.5.2.4 Druckhöhe	15
2.5.2.5 Dichtehöhe	15
3 Windmodell	17
3.1 Definition	17
3.2 Ursachen für die Entstehung des Windes	17
3.3 Faktoren, die den Wind beeinflussen	17
3.3.1 Die Druckgradientkraft	17
3.3.2 Die Corioliskraft (ablenkende Kraft durch Erdrotation)	17
3.3.3 Die Reibungskraft	17
3.4 Aufbau und Eigenschaften des Windmodells	18
3.5 Explizite Layerparameter	20
3.5.1 Windgeschwindigkeit	20
3.5.2 Windrichtung	22
3.5.2.1 Windrichtung mit einem konstanten Wert	22
3.5.2.2 Windrichtung mit einem Wertebereich	23
3.5.2.2.1 Wertegenerierung durch Gaußverteilung	24
3.5.2.2.2 Einstellung der maximalen Windrichtung	24
3.5.2.2.3 Bewegung der Windrichtung	24
3.5.3 Windlayerbasishöhe	25
3.6 Implizite Layerparameter	26
3.6.1 Dicke eines Layers	26

3.6.2	Windgeschwindigkeitsgradient	28
3.6.3	Windrichtungsgradient	29
4	Turbulenzmodell	32
4.1	Definition	32
4.2	Einleitung	32
4.3	Eigenschaften des Turbulenzmodells	33
4.4	Ansatz für Wertegenerierung	33
4.4.1	Allgemeine Normalverteilung	33
4.4.2	Standardnormalverteilung	35
4.4.3	$k - \sigma$ Regel:	36
4.5	Das Turbulenzmodell	36
4.5.1	Wertegenerierung durch Gaußverteilung	36
4.5.2	Einstellung der maximalen bzw. minimalen Turbulenzgeschwindigkeit	37
4.5.3	Frequenz der Werte und zeitlicher Verlauf	38
4.5.4	Abhängigkeit der Turbulenz von der mittleren Windgeschwindigkeit \bar{V}_W (Turbulenzfaktor) und Turbulenzverlauf	40
5	Böenmodell	43
5.1	Definition	43
5.2	Einleitung	43
5.3	Eigenschaften des Böenmodells	43
5.4	Böenmodell	43
5.4.1	Wertegenerierung durch die Gaußverteilung	43
5.4.2	Einstellung der Windstoßstärke	44
5.4.3	Dauer und zeitlicher Verlauf der Böen	46
5.4.4	Abhängigkeit der Böengeschwindigkeit von der mittleren Windge- schwindigkeit (Windstoßfaktor) und Verlauf über die Höhe	47
6	Microburstmodell	50
6.1	Einleitung und Definition	50
6.2	Die Gefahr für Flugzeuge	51
6.3	Mathematisches Modell	52
6.3.1	Das Oseguera-Bowles-Modell als Ansatz	52
6.3.2	Modifikation des Oseguera-Bowles-Modells durch Vicroy	54
6.3.3	Veränderung der Modellvariablen und Simulationen mit dem Oseguera- Bowles-Modell	58
6.4	Modifikationen der Parameter des OBV-Modells	59
6.4.1	Maximale Vertikalgeschwindigkeit als Modellparameter	59
6.4.2	Mittelpunkt des Wirbels r_0 als Modellparameter	60
6.4.3	Simulation des modifizierten OBV Modells	61
6.5	Analyse des Geschwindigkeitsverlaufs	62
6.5.1	Vertikaler Geschwindigkeitsverlauf in Abhängigkeit von der Höhe .	62
6.5.2	Radialer Geschwindigkeitsverlauf in Abhängigkeit von der Höhe . .	63
6.5.3	Vertikaler Geschwindigkeitsverlauf in Abhängigkeit vom Radius r .	66
6.5.4	Radialer Geschwindigkeitsverlauf in Abhängigkeit vom Radius . . .	66

6.5.5	Vertikaler Geschwindigkeitsverlauf in Abhängigkeit vom Mittelpunkt des Microburstwirbels r_0	67
6.5.6	Radialer Geschwindigkeitsverlauf in Abhängigkeit von Mittelpunkt des Microburstwirbels r_0	67
6.5.7	Vertikaler Geschwindigkeitsverlauf in Abhängigkeit von der Höhe der maximalen Radialgeschwindigkeit z_m	69
6.5.8	Radialer Geschwindigkeitsverlauf in Abhängigkeit von der Höhe der maximalen Radialgeschwindigkeit z_m	69
6.5.9	Radialer Geschwindigkeitsverlauf in Abhängigkeit vom Modellparameter α	70
6.5.10	Vertikaler Geschwindigkeitsverlauf in Abhängigkeit vom Modellparameter α	70
6.6	Vektorielle 2D-Darstellung des Microbursts	72
6.7	Vektorielle 3D-Darstellung des Microbursts	73
6.8	Implementierung des OBV-Modells	75
7	Wirbelschleppenmodell	77
7.1	Definition und Entstehung	77
7.2	Einzelwirbelmodellierung	79
7.2.1	Das Wirbelmodell von Rankine	80
7.2.2	Das Wirbelmodell von Lamb und Oseen	80
7.2.3	Das Wirbelmodell von Heintsch	82
7.3	Doppelwirbelmodell	95
7.3.1	Modellierung der Wirbelschlepe	95
7.4	Wirbelschleppenstaffelung	101
7.4.1	Referenz-Wirbelschleppen	103
	Anhang	105
	Abbildungsverzeichnis	108
	Tabellenverzeichnis	112
	Literatur	113

Nomenklatur

lateinische Symbole

Symbol	Bedeutung	Einheit
a_{ij}	Koeffizienten des Wirbelmodells	[-]
$A_i(t)$	Koeffizienten des Wirbelmodells	[-]
A	Fläche	[m ²]
b	Spannweite	[m]
b_{WE}	Spannweite des wirbelerzeugenden Flugzeugs	[m]
b'	Spannweite der Wirbelkerne	[m]
c_1	Microburstparameter	[-]
c_2	Microburstparameter	[-]
dh	Höhe des infinitesimalen Volumenelements	[m]
dm	Masse des infinitesimalen Volumenelements	[kg]
dp	infinitesimaler Druck	[hPa]
dx	Breite des infinitesimalen Volumenelements	[m]
dV	Volumen des infinitesimalen Volumenelements	[m ³]
dy	Tiefe des infinitesimalen Volumenelements	[m]
e	eulersche Zahl	[-]
f(r)	radiale Gestaltungsfunktion der horizontalen Windgeschwindigkeit	[m/s]
f(x)	Dichtefunktion	[-]
F_G	Gewichtskraft des Volumenelements	[N]
F(r,t)	Funktion zur Angleichung der Geschwindigkeitsverteilung	[-]
g	Erdbeschleunigung	[m/s ²]
$g(r^2)$	radiale Gestaltungsfunktion der vertikalen Windgeschwindigkeit	[m/s]
h	Höhe	[ft]
h_i	Höhe der Layerbasis i	[ft]
h*	bestimmte Höhe	[ft]
i	Layernummer	[-]
j	Spaltenindex der Koeffizienten des Wirbelmodells	[-]
k	Faktor	[-]
k_G	Böengeschwindigkeitsfaktor	[-]
k_{Gi}	Böengeschwindigkeitsfaktor einer bestimmten Layerbasis i	[-]
k_T	Temperaturgradient	[°/ft]
k_{Ti}	Temperaturgradient einer bestimmten Layerbasis i	[°/ft]
k_{TR}	Turbulenzfaktor	[-]
k_{TRi}	Turbulenzfaktor einer bestimmten Layerbasis	[-]
k_W	Gradient der mittleren Windgeschwindigkeit	[kn/ft]
k_{Wi}	Gradient der mittleren Windgeschwindigkeit einer bestimmten Layerbasis i	[kn/ft]
k_φ	Richtungsgradient der mittleren Windgeschwindigkeit	[°/ft]
$k_{\varphi i}$	Richtungsgradient einer bestimmten Layerbasis i	[°/ft]
K	Korrekturfaktor	[-]
m	Masse	[kg]
M	Molare Masse	[kg/mol]
n	Anzahl der Elemente einer Menge	[-]

p	Druck	[hPa]
$p(h)$	Druck auf einer bestimmten Höhe h	[hPa]
$p(z)$	vertikale Gestaltungsfunktion der horizontalen Windgeschwindigkeit	[m/s]
P	Wahrscheinlichkeit	[-]
$q(z)$	vertikale Gestaltungsfunktion der vertikalen Windgeschwindigkeit	[m/s]
r	radialer Abstand	[m]
r_c	Wirbelkernradius	[m]
r_{cRef}	Kernradius der Referenzwirbelschleppen	[m]
r_L	Radius des linken Wirbelkern	[m]
r_R	Radius des rechten Wirbelkerns	[m]
r_p	Radius der maximalen Horizontalgeschwindigkeit	[m]
r_0	Mittelpunkt des Microburstwirbels	[m]
R	Radius der Microburstsäule	[m]
R	Gaskonstante	[J/K]
R_s	spezifische Gaskonstante der Luft	[J/kg K]
s'	der halbe Abstand der Wirbelkerne	[m]
t	Wirbelalter	[s]
t	Zeit	[s]
T	Temperatur	[°C]
$T(h)$	Temperatur auf einer bestimmten Höhe h	[°C]
T_i	Temperatur einer bestimmten Layerbasis i	[°C]
u_m	maximale horizontale Windgeschwindigkeit	[m/s]
u_p	horizontale Windgeschwindigkeitsspitze	[m/s]
u_r	horizontale Windgeschwindigkeit	[m/s]
U	Substitutionsvariable	[-]
U_n	Zufallsvariable	[-]
V	Volumen	[m ³]
V_F	Fluggeschwindigkeit	[m/s]
V_G	momentane Böengeschwindigkeit	[kn]
V_{Gi}	momentane Böengeschwindigkeit einer bestimmten Layerbasis i	[kn]
V_{Gmin}	minimale Böengeschwindigkeit	[kn]
V_T	momentane Turbulenzgeschwindigkeit	[kn]
V_{Ti}	momentane Turbulenzgeschwindigkeit einer bestimmten Layerbasis i	[kn]
V_{Tmax}	maximale Turbulenzgeschwindigkeit	[kn]
V_{Tmin}	minimale Turbulenzgeschwindigkeit	[kn]
V_t	Tangentialgeschwindigkeit	[m/s]
V_{tR}	Tangentialgeschwindigkeit des rechten Wirbels	[m/s]
V_{tL}	Tangentialgeschwindigkeit des linken Wirbels	[m/s]
V_W	momentane Windgeschwindigkeit	[kn]
V_{WE}	Fluggeschwindigkeit des wirbelerzeugenden Flugzeugs	[m/s]
V_{Wmax}	maximale Windgeschwindigkeit	[kn]
V_{Wmin}	minimale Windgeschwindigkeit	[kn]
V_Y	Geschwindigkeit in y -Richtung	[m/s]
V_{YL}	Geschwindigkeit des linken Wirbels in y -Richtung	[m/s]
V_{YR}	Geschwindigkeit des rechten Wirbels in y -Richtung	[m/s]

V_{YRES}	resultierende Geschwindigkeit in y-Richtung	[m/s]
V_Z	Geschwindigkeit in z-Richtung	[m/s]
V_{ZL}	Geschwindigkeit des linken Wirbels in z-Richtung	[m/s]
V_{ZR}	Geschwindigkeit des rechten Wirbels in z-Richtung	[m/s]
V_{ZRES}	resultierende Geschwindigkeit in z-Richtung	[m/s]
\widehat{V}_G	maximale Böengeschwindigkeit	[kn]
\widehat{V}_{Gi}	maximale Böengeschwindigkeit einer bestimmten Layerbasis i	[kn]
\widehat{V}_G^*	maximale Böengeschwindigkeit auf einer bestimmten Höhe h^*	[kn]
\widehat{V}_T	maximale Turbulenzgeschwindigkeit	[kn]
\widehat{V}_{Ti}	maximale Turbulenzgeschwindigkeit einer bestimmten Layerbasis i	[kn]
\widehat{V}_T^*	maximale Turbulenzgeschwindigkeit auf einer bestimmten Höhe h^*	[kn]
\bar{V}_W	mittlere Windgeschwindigkeit	[kn]
\bar{V}_{Wi}	mittlere Windgeschwindigkeit einer bestimmten Layerbasis	[kn]
\bar{V}_W^*	mittlere Windgeschwindigkeit auf einer bestimmten Höhe h^*	[kn]
V_T^*	momentane Turbulenzgeschwindigkeit auf einer bestimmten Höhe h^*	[kn]
x	x-Abstand	[m]
X	Zufallswert	[-]
w	vertikale Geschwindigkeit	[m/s]
w_m	maximale Vertikalgeschwindigkeit	[m/s]
w_0	vertikale Windgeschwindigkeit im Zentrum der Microburstsäule	[m/s]
Y_{WS}	Abstand vom Zentrum der Wirbelschlepe in y-Richtung	[m]
z	Abstand in z-Richtung	[m]
z_m	die Höhe der maximalen horizontalen Windgeschwindigkeit	[m]
z_{max}	Höhe der maximalen Vertikalgeschwindigkeit	[m]
z^*	charakteristische Höhe (außerhalb der Grenzschicht)	[m]
Z_{WS}	Abstand vom Zentrum der Wirbelschlepe in z-Richtung	[m]

griechische Symbole

Symbol	Bedeutung	Einheit
α	funktionsgestaltende Variable	[-]
β	funktionsgestaltende Variable	[m]
$\Gamma(t)$	Zirkulation des Randwirbels	[m ² /s]
Γ_0	die Zirkulation des voll entwickelten Randwirbels	[m ² /s]
$\Gamma_{WSRef,H}$	Wirbelstärke der Referenzwirbelschleppen	[m ² /s]
Δb	Verschiebungsbetrag	[-]
ΔT	Temperaturdifferenz	[°C]
Δh	Höhendifferenz	[ft]
$\Delta \bar{V}_W$	Differenz der mittleren Windgeschwindigkeiten	[kn]
ϵ	charakteristische Höhe (innerhalb der Grenzschicht)	[m]
λ	Skalierungsfaktor	[1/s]
μ	Erwartungswert der Standardnormalverteilung	[kn]
ν	Viskosität	[m ² /s]
Ω	Ergebnismenge	[kn]
ω_i	Elemente einer Ergebnismenge	[kn]
φ_{25}	Pfeilung der 25%-Linie des Tragflügels	[°]

φ	Windrichtung	[°]
φ_{Wi}	Windrichtung einer bestimmten Layerbasis	[°]
φ_{max}	maximale Windrichtung	[°]
φ_{min}	minimale Windrichtung	[°]
$\hat{\varphi}_i$	maximale Windrichtung eine bestimmten Layerbasis	[°]
φ_W^*	Windrichtung auf einer bestimmten Höhe	[°]
ρ	Dichte	[kg/m ³]
$\rho(h)$	Dichte auf einer bestimmten Höhe h	[kg/m ³]
σ	Standardabweichung	[-]
σ	Standardabweichung der Atmosphärenturbulenz	[m/s]

1 Einleitung

Flugsimulationen werden für unterschiedliche Zwecke ausgeführt, wie zum Beispiel der Entwicklung eines Flugzeuges, der Ausbildung der PilotInnen, der Optimierung der Leistung von Motoren oder Fluginstrumenten usw. Gleichgültig für welchen Zweck der Flug simuliert wird, wird versucht, den Flug möglichst realitätsgetreu nachzubilden.

Die Atmosphäre ist ein wesentliches Element einer Flugsimulation. Sie ermöglicht durch den Auftrieb das Fliegen.

Ziel dieser Arbeit ist die Simulation einer Atmosphäre für einen Flugsimulator. Im Rahmen der Forschungsplattform Flugsimulation des Instituts für Mechanik der Technischen Universität Graz wurde ein Atmosphärenmodell entwickelt und in die Simulationssoftware FGED (Flight, Gear and Engine Dynamics) des Instituts für Mechanik integriert.

Die Anforderung an dieses Atmosphärenmodell ist nicht nur die realitätsgetreue Nachbildung unserer Atmosphäre, sondern auch die Möglichkeit, unterschiedliche Atmosphärenbedingungen einzustellen. Die unterschiedlichen Atmosphärenbedingungen beeinflussen das Flugverhalten der Flugzeuge und somit auch die Reaktion der PilotInnen. Daher ist es unerlässlich, unterschiedliche Atmosphärenbedingungen simulieren zu können.

Die wichtigsten Eigenschaften unserer Atmosphäre, die das Fliegen beeinflussen und auch in dieser Arbeit modelliert wurden, sind in der Abbildung 1.1 dargestellt.

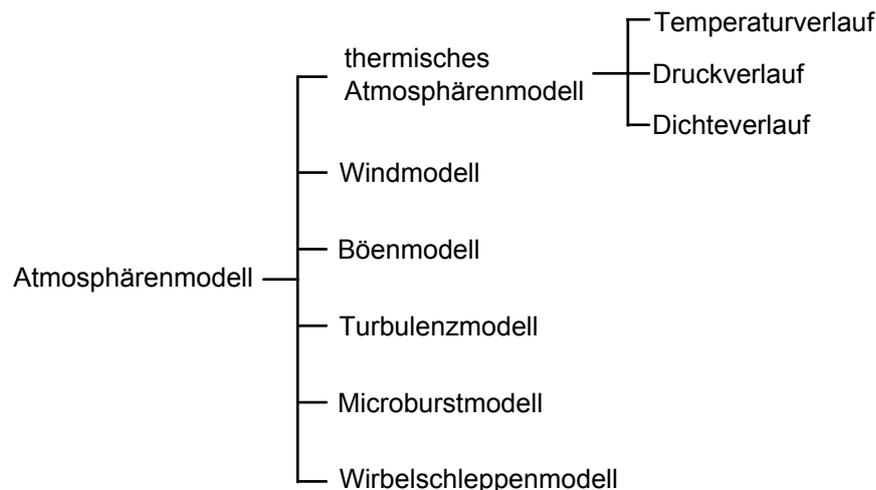


Abbildung 1.1: Bestandteile des Atmosphärenmodells

Das programmierte Atmosphärenmodell hat auch eine Bedienungsfläche, mit der man die erwünschten Einstellungen der Atmosphäre durchführen kann. Diese Bedienungsfläche besteht aus zwei Fenstern: im ersten Fenster wird das thermische Atmosphärenmodell veranschaulicht. Im zweiten Fenster werden die Wind-, Turbulenz-, Böen-, und Microburstmodell dargestellt. Das Wirbelschleppenmodell wird graphisch nicht dargestellt, weil es keine Einstellmöglichkeiten hat. Die Parameter des Wirbelschleppenmodells hängen von

Flugzeugdimensionen abhängen, die im mathematischen Modell integriert sind.

Das thermische Atmosphärenmodell wird im zweiten Kapitel erklärt. Dieses beschreibt die Temperatur-, Druck- und Dichteverteilung in der Atmosphäre. Das Windmodell, das die mittlere Windgeschwindigkeit und ihre Richtung beschreibt, wird im dritten Kapitel veranschaulicht. Das vierte Kapitel beschreibt das Turbulenzmodell; das fünfte das Böenmodell. All diese Modelle haben nur eine einzige Dimension, nämlich die Höhe. Das heißt, dass die Parameter dieser Modelle nur von der Höhe abhängig sind, also die Atmosphärenbedingungen auf derselben Höhe unabhängig von der lateralen Position überall gleich sind. Im Gegensatz dazu ist das Microburstmodell ein dreidimensionales Modell mit Abhängigkeit von der geographischen Länge, Breite und Höhe. Dieses Modell wird im sechsten Kapitel vorgestellt. Das Wirbelschleppenmodell hat neben den drei örtlichen Dimensionen noch eine zeitliche Dimension und ist somit ein vierdimensionales Modell. Außerdem ist es das einzige Modell, das kein natürliches Wetterphänomen ist, sondern durch andere Flugzeuge ausgelöst wird.

2 Thermisches Atmosphärenmodell

2.1 Definition der Atmosphäre

„Als Atmosphäre bezeichnen wir die Gashölle, die unseren Planeten umgibt.[...] Man kann unsere Atmosphäre auch als ein riesiges Luftmeer betrachten, auf dessen Grund wir leben. Dieser Luftozean erstreckt sich von der Erdoberfläche viele Kilometer nach oben und verdünnt sich gleichmäßig bis zur äußeren, oberen Grenze, mathematisch betrachtet bis ins Unendliche“[10, S.7].

2.2 Aufbau der Atmosphäre

„Innerhalb der Atmosphäre treten mit zunehmender Höhe bestimmte Temperaturwechsel auf, die die Atmosphäre in fünf Hauptschichten aufteilen“[10, S.9]. Die Abbildung 2.2 zeigt den vertikalen Temperaturverlauf in der Atmosphäre und die dadurch entstandenen Schichten Troposphäre, Stratosphäre, Mesosphäre, Thermosphäre und Exosphäre.

Da die Zivilflugzeuge höchstens knapp über der Troposphäre fliegen, siehe Abbildung 2.3 werden in dieser Arbeit die Troposphäre und ihre obere Grenze zur Stratosphäre, die sogenannte Tropopause, genauer behandelt. Die höheren Atmosphärenschichten werden außer Acht gelassen. Außerdem wird auch eine genormte Atmosphäre, die ICAO-Standardatmosphäre, erklärt.

2.2.1 Die Troposphäre

„Dieser Teil der Atmosphäre reicht im Schnitt im mitteleuropäischen Raum bis zu einer Höhe von 36000 ft (11 km) [...]“.

Der Luftdruck nimmt in der Troposphäre mit zunehmender Höhe, vom Normalwert 1013,25 hPa in Meereshöhe ausgehend, zunächst recht schnell und dann langsamer bis auf 225 hPa in 36000 ft (11 km) Höhe ab.[...] Ähnlich verhält es sich mit der Luftdichte. Die Troposphäre enthält demnach mehr als 75% (also 3/4) der gesamten Atmosphären-Luftmasse.

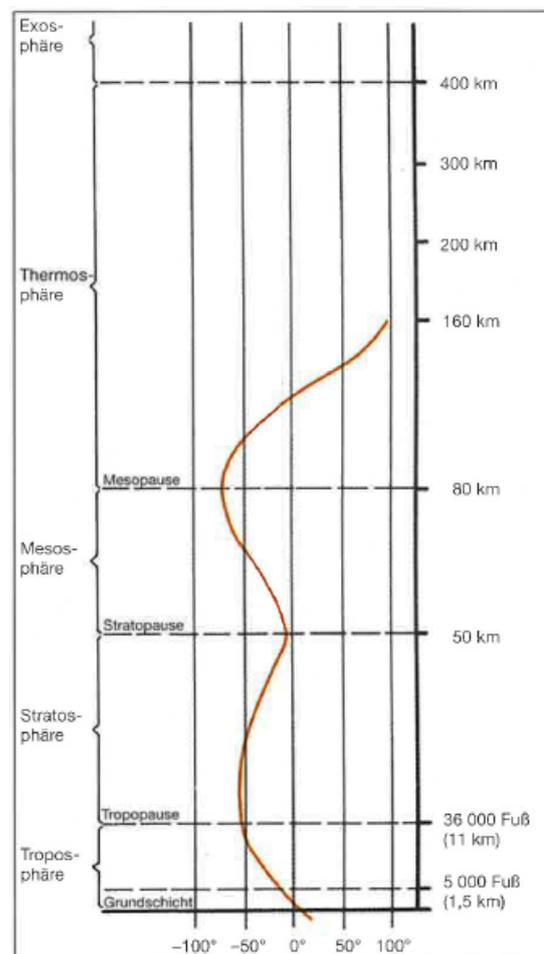


Abbildung 2.2: Vertikaler Temperaturverlauf in der Atmosphäre[10, S.9]

„-Luft wird als ein absolut trockenes Gas betrachtet, d.h. die Relative Luftfeuchte U beträgt $U=0\%$.

-Die Konstanten als globale Mittelwerte im mittleren Meeresniveau (NN) lauten:

·Lufttemperatur $T_0= 288,15 \text{ K (} 15^\circ\text{C)}$

·Luftdruck $p_0= 1013,25 \text{ hPa}$ und

·Luftdichte $\rho_0= 1,2250 \text{ kg/m}^3$

-Die vertikale Temperaturänderung beträgt

·bis 11000 m ü. NN -0.0065 K^{-1}

·von 11000 bis 20000 m 0 K (keine Temperaturänderung) und

·von 20000 bis 32000 m 0.0010 K^{-1} (Zunahme mit der Höhe)“

Tabelle 2.1: Grunddaten der ICAO-Standardatmosphäre[5]

2.3 Aufbau und Eigenschaften des thermischen Atmosphärenmodells

Ausgehend von den Eigenschaften der realen Atmosphäre wird eine thermische Atmosphäre modelliert. Die Parameter dieser Atmosphäre sind die Temperatur T , der Druck p , die Dichte ρ und die Höhe h . Damit hat die simulierte Atmosphäre keine Abhängigkeit von der geographischen Breite und Länge und von den Jahreszeiten, so wie von der Tageszeit. Da die einzige geographische Abhängigkeit die Höhe ist, sind die Atmosphärenbedingungen auf der selben Höhe unabhängig von der Lage überall gleich.

Die Atmosphäre besteht aus Layers, die übereinander liegen. Jeder Layer hat eine Basis und wird über die Parameter Basishöhe, Basistemperatur und über den Temperaturgradienten definiert. Der Druck und die Dichte sind auch Parameter, die sich aber aus der Temperaturverteilung über die Höhe ergeben und daher keine Definitionsparameter sind. Somit kann man sich die Atmosphäre als konzentrische Kugelschalen vorstellen. Die Abbildung 2.4 zeigt das Atmosphärenfeld der Benutzeroberfläche.

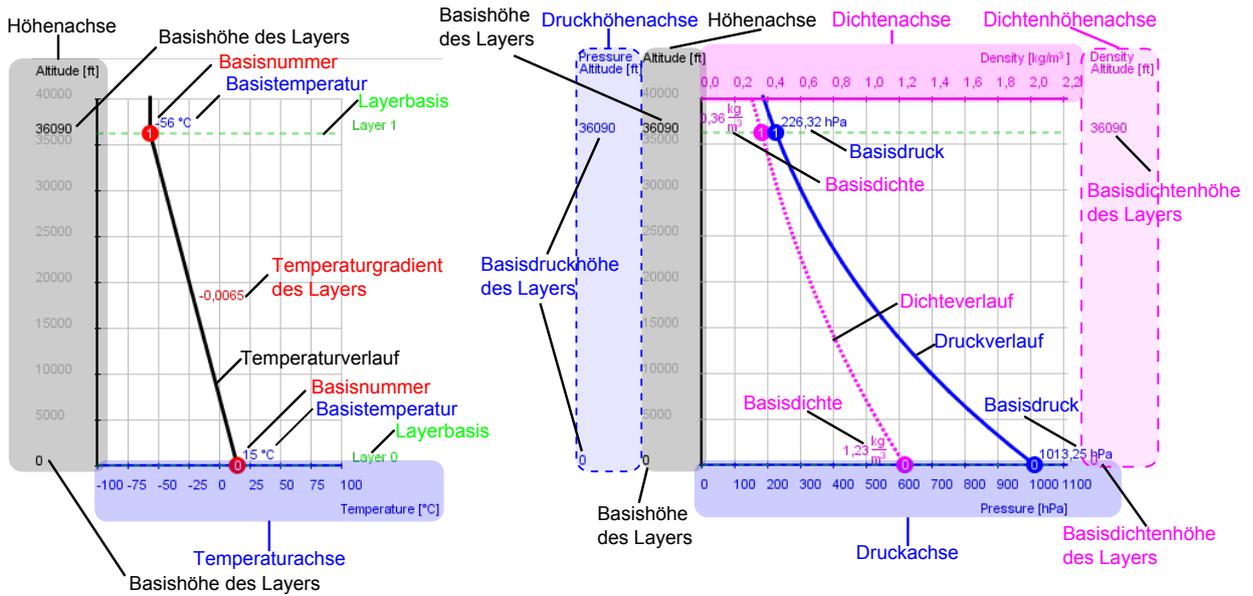


Abbildung 2.4: Benutzeroberfläche des thermischen Atmosphärenmodells

2.4 Explizite Layerparameter

2.4.1 Temperatur

Die Temperatur einer Layerbasis T_i wird in Grad Celsius angegeben, wobei i die Nummer des jeweiligen Layers ist. Das einstellbare Temperaturmaximum ist $+56^\circ$; das Temperaturminimum ist -90° . Diese sind aufgezeichnete Temperaturextrema auf der Erde.

Die Abbildung 2.5 zeigt das Temperaturfeld der Bedienungsfläche. Hier sieht man zwei Layers mit der Nummerierung 0 und 1. Die blauen Pfeile wurden eingefügt und symbolisieren die Basistemperaturen der Atmosphärenschichten $T_0 = +15^\circ$ und $T_1 = -65^\circ$. Der Pfeilschaft startet bei 0° und endet bei der eingestellten Basistemperatur. Die Temperaturen können auf einen beliebigen Wert innerhalb der Temperaturextrema eingestellt werden, indem man die linke Maustaste an den roten Kreisen, die Layerbasen symbolisieren, anklickt und gedrückt haltend in horizontaler Richtung bewegt.

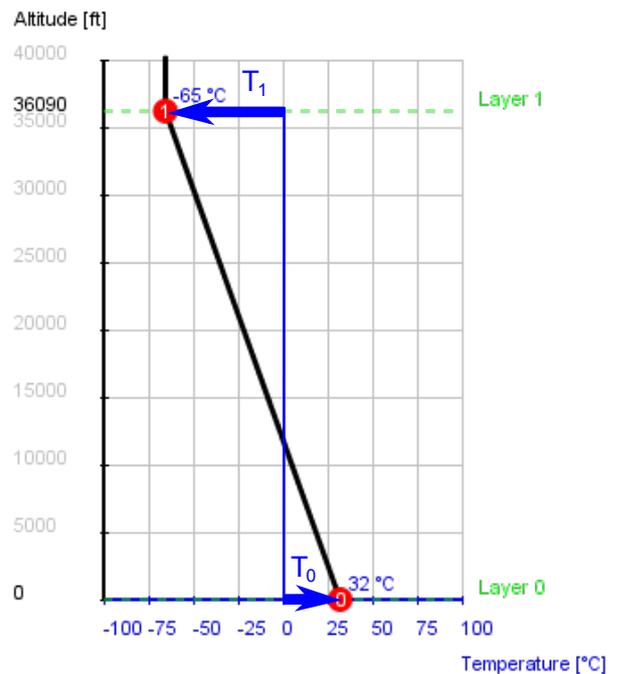


Abbildung 2.5: Einstellung der Basistemperatur der Atmosphärenschichten

2.4.2 Basishöhe

Die Basishöhe eines Layers wird in Fuß angegeben und bezieht sich auf die Meeresspiegelhöhe MSL. Die einstellbaren Höhengrenzen sind 0 ft und 40000 ft, obwohl die Atmosphäre nicht bei 40000 ft aufhört, sondern sich ins Unendliche erstreckt.

Die Basishöhen aller Layer bis auf den untersten können auf einen beliebigen Wert eingestellt werden, indem man die linke Maustaste an den roten Kreisen, die Layerbasen symbolisieren, anklickt und gedrückt haltend in vertikaler Richtung bewegt. Der unterste Layer mit der Nummerierung 0 an seiner Basis hat eine fixe Basishöhe von 0 ft.

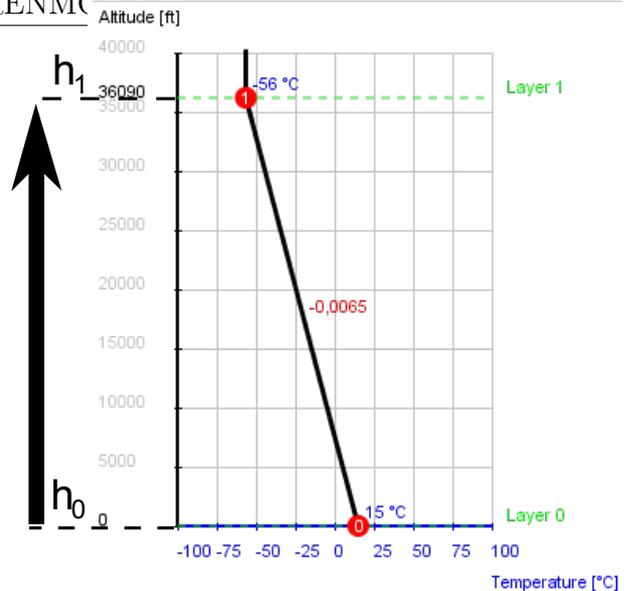


Abbildung 2.6: Darstellung der ICAO Standardatmosphäre

In der Abbildung 2.6 sieht man zwei Layers. Der schwarze Pfeil auf der linken Seite wurde eingefügt und verdeutlicht die Basishöhe $h_1=36090$ ft der Layer 1. Die Basishöhe h_0 des Layers 0 hat 0 ft.

2.4.3 Temperaturgradient

Der Temperaturgradient k_T eines Layers beschreibt das Verhältnis der Temperaturänderung zur Höhenänderung:

$$k_T = \frac{\Delta T}{\Delta h} [^\circ/ft] \quad (1)$$

Der Temperaturgradient eines Layers kann direkt verändert werden, indem man die Temperaturverlaufgerade mit der Maus bewegt. Wenn dieser Layer oben durch einen benachbarten Layer begrenzt ist, wird die Temperaturgradientenveränderung eine Basistemperaturveränderung des oberen Nachbarlayers verursachen, weil der Temperaturverlauf innerhalb der Atmosphäre stetig ist und keine Sprünge erlaubt. Die neue Basistemperatur des oberen Nachbarlayers kann folgendermaßen berechnet werden:

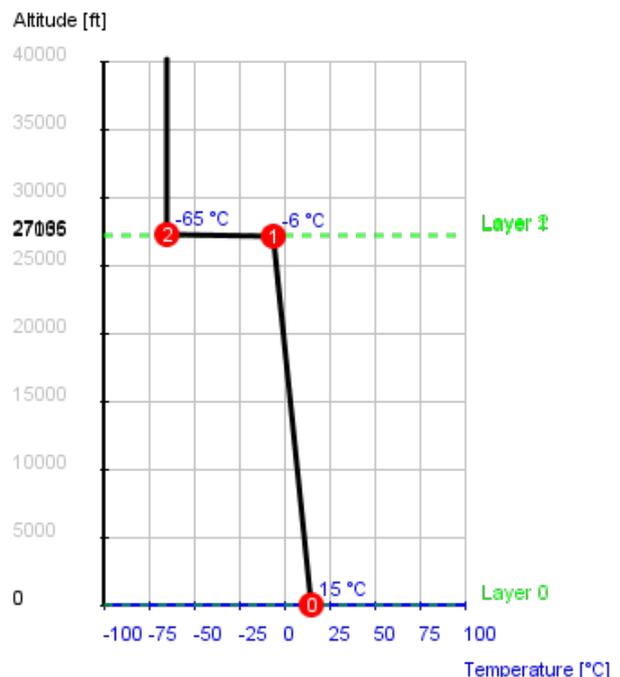


Abbildung 2.7: Mindestabstand zweier benachbarter Atmosphärenlayers

$$T_1 = T_0 + k_{T0} \cdot (h_1 - h_0) \quad (2)$$

Aus dem selben Grund wird der Temperaturgradient des Layers indirekt verändert, wenn man die Basistemperatur des oberen Nachbarlayers verändert, siehe Abbildung 2.8.

Der neue Temperaturgradient ergibt sich aus der Temperaturdifferenz der benachbarten Layerbasen zur Höhendifferenz der Layerbasen:

$$k_{T0} = \frac{T_1 - T_0}{h_1 - h_0} \tag{3}$$

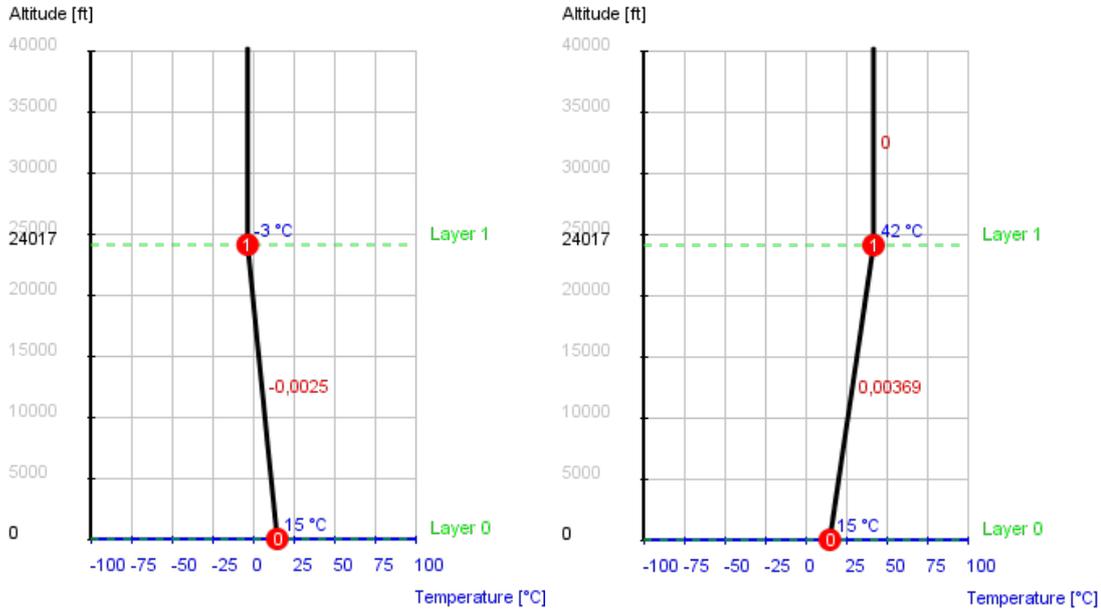


Abbildung 2.8: Veränderung des Temperaturgradienten durch Verschiebung der Basistemperatur

Die ICAO Standardatmosphäre hat einen Temperaturgradienten von -2° pro 1000 ft ($k_T = 0,002^\circ/\text{ft}$). Mit der Basistemperatur der Troposphäre $T=15^\circ$ bei einer Basishöhe $h=0$ ft erreicht der Temperaturverlauf auf der Basishöhe der Tropopause $h=36000$ ft die Temperatur $-56,5^\circ$. Die Tropopause ist adiabatisch, d.h. der Temperaturgradient der Tropopause ist $0^\circ/\text{ft}$. Das entspricht einem Temperaturverlauf in Form einer vertikalen Gerade, siehe Abbildung 2.9.

2.5 Implizite Layerparameter

2.5.1 Dicke des Atmosphärenlayers

Da ein Layer nicht durch seine Dicke oder obere Grenze definiert wird, kann er sich ins Unendliche erstrecken, wenn er der einzige Layer in der Atmosphäre ist. Wenn aber mehrere Layers in der Atmosphäre vorkommen, bestimmt die Basishöhe eines Layers die vertikale Erstreckung des unteren Nachbarlayers. Der höchste Layer hat also keine obere

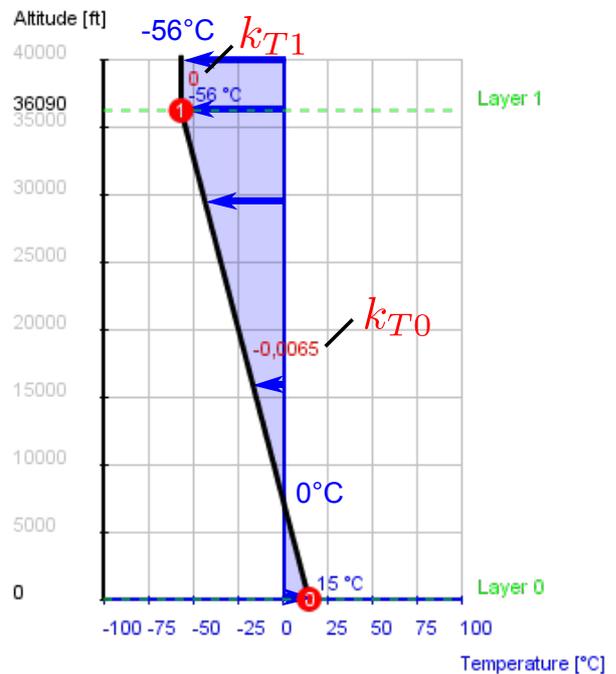


Abbildung 2.9: Temperaturverlauf und Temperaturgradienten der ICAO Standardatmosphäre

Grenze, obwohl er auf der Bedienungsoberfläche nur bis 40000 ft gezeichnet wird. Die Abbildung 2.10 zeigt drei Layers. Die Basishöhen wurden mit eingefügten schwarzen Pfeilen verdeutlicht. Die eingefügten abgerundeten Rechtecke bebildern die vertikale Erstreckung der Layers.

Die minimale Dicke eines Layers hat eine Mindesthöhe von $\Delta h_{min} = 3$ ft. D.h, dass man zwei benachbarte Layerbasen so nah zusammenziehen kann, bis ein Mindestabstand von 3 ft entsteht, siehe Abbildung 2.7.

2.5.2 Druck und Dichte

Der Temperaturverlauf in der simulierten Atmosphäre beeinflusst den Druck- und Dichteverlauf. Diese drei Parameter stehen über der thermischen Zustandsgleichung im unmittelbaren Zusammenhang miteinander:

$$\rho = \frac{p}{R_s T} \quad (4)$$

wobei

- ρ die Luftdichte [kg/m^3],
- p der Luftdruck [hPa],
- $R_s=287,0582$ die spezifische Gaskonstante der Luft [J/kg K] und
- T die Temperatur [K] der Luft ist.

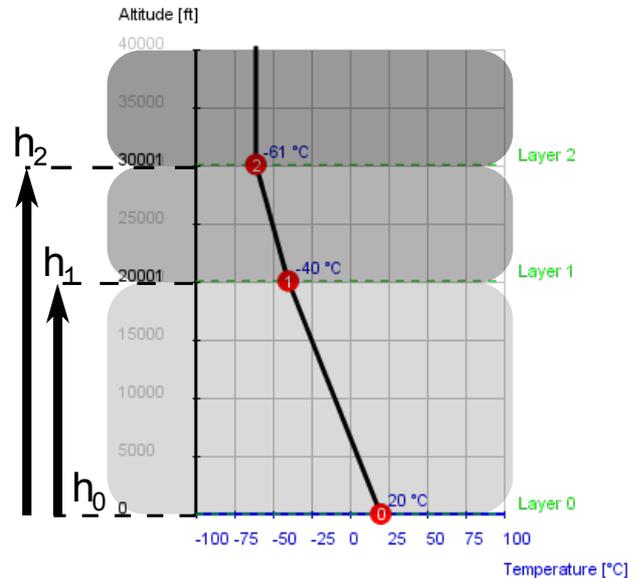


Abbildung 2.10: Basishöhen und vertikale Erstreckungen der Atmosphärenlayer

„Hoher Luftdruck und tiefe Temperaturen verursachen hohe Dichte, niedriger Luftdruck und hohe Temperaturen bewirken niedrige Dichte“[10, S.20].

2.5.2.1 Hydrostatische Grundgleichung und barometrische Höhenformel

„Die Atmosphäre der Erde wird durch die Gravitationskraft an die Erde gebunden. Wenn man auf die Dynamik des Wettergeschehens verzichtet, hat man eine Atmosphäre, auf die nur die Gravitationskraft wirkt. Eine solche Modellatmosphäre kann man sich als Luftsäule denken, in der die Luftmassen ruhen. Diese Modellatmosphäre befindet sich im hydrostatischen Gleichgewicht. Die Luftmasse oberhalb einer gegebenen Höhe h übt auf die Grundfläche A eines Volumenelements mit den Seitenlängen dx , dy , dh , Volumen dV und Dichte ρ einen messbaren Luftdruck $(p+dp)$ aus, während die Luftmasse unterhalb dieses Volumenelements von unten einen Druck p ausübt. Die Gewichtskraft F_G des Volumenelements mit der Masse dm ist $dm \cdot g$, siehe Abbildung 2.11“ Vgl.[7, S.2]

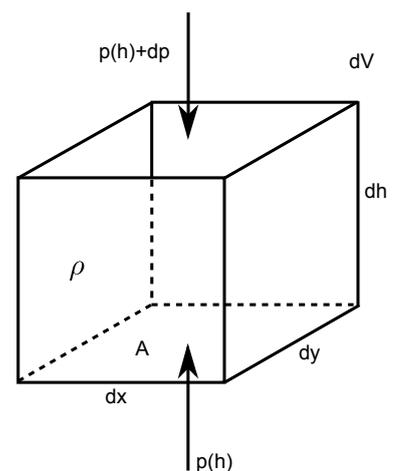


Abbildung 2.11: Volumenelement unter Druck

Durch die Summe aller Kräfte, die auf das Volumenelement wirken, bekommt man

folgende Gleichung:

$$p A - \rho g dh A - (p + dp) A = 0 \quad (5)$$

Wenn man die Gleichung durch A dividiert und umformt, ergibt sich der hydrostatische Druckgradient:

$$\frac{dp}{dh} = -\rho g \quad (6)$$

„Wenn man die Dichte- und Temperaturänderungen mit der Höhe miteinbezieht, wird die hydrostatische Grundgleichung mit der Hilfe der thermischen Zustandsgleichung, beschrieben in der Gleichung 4, zur barometrischen Höhenformel umgeformt“ Vgl.[8]. Wenn man die thermische Zustandsgleichung mit der molaren Masse der Luft multipliziert, bringt man die Gleichung in folgende Form:

$$\rho = \frac{pM}{RT} \quad (7)$$

M ist die molare Masse der Luft mit $M=0,02896$ kg/mol und R ist die universelle Gaskonstante mit $R=8,314$ J/K. Durch Einsetzen der Gleichung 7 in die Gleichung 6 ergibt sich:

$$\frac{dp}{dh} = -\frac{p M g}{R T} \quad (8)$$

Durch Umformung erhält man folgende Gleichung:

$$\frac{dp}{p} = -\frac{M g}{R T} dh \quad (9)$$

Um den Druckverlauf zu erhalten, muss man diese Gleichung auf beiden Seiten integrieren. Dabei kann man die Temperatur T als konstant annehmen. Das entspricht dann der Druckverteilung in der Tropopause der ICAO Standardatmosphäre. Also für $T=\text{konst}$ gilt:

$$\int_{p(h_0)}^{p(h_1)} \frac{dp}{p} = -\frac{M g}{R T} \int_{h_0}^{h_1} dh \quad (10)$$

$$\ln \left(\frac{p(h_1)}{p(h_0)} \right) = -\frac{M g}{R T} (h_1 - h_0) \quad (11)$$

$$\frac{p(h_1)}{p(h_0)} = \exp \left(-\frac{M g}{R T} (h_1 - h_0) \right) \quad (12)$$

$$p(h_1) = p(h_0) \exp \left(-\frac{M g}{R T} (h_1 - h_0) \right) \quad (13)$$

Wenn die Temperatur T nicht konstant, sondern von der Höhe h abhängig ist, muss zuerst die Höhenabhängigkeit definiert werden. Für einen linearen Temperaturverlauf wie in der simulierten Atmosphäre ergibt sich für die Temperatur T(h) folgender Verlauf:

$$T(h) = T(h_0) + k_T (h - h_0) \quad (14)$$

k_T ist wiederum der Temperaturgradient. Wenn man die Gleichung 14 in die Gleichung 9 einsetzt, erhält man

$$\frac{dp}{p} = - \int_{h_0}^{h_1} \frac{M g}{R (T(h_0) + k_T(h - h_0))} dh \quad (15)$$

$$\frac{dp}{p} = \frac{M g}{R} \int_{h_0}^{h_1} \frac{1}{(-T(h_0) + k_T h_0) - k_T h} dh \quad (16)$$

Durch eine Substitution folgender Form

$$\int \frac{1}{b - ax} dx = -\frac{1}{a} \ln(b - ax) \quad (17)$$

kann man die Integration durchführen und man erhält

$$-\frac{1}{k_T} \ln((-T(h_0) + k_T h_0) - k_T h) \Big|_{h_0}^{h_1} = -\frac{1}{k_T} \ln\left(\frac{T(h_0) + k_T(h_1 - h_0)}{T(h_0)}\right) \quad (18)$$

Durch Integration der linken Seite der Gleichung 16 ergibt sich:

$$\ln\left(\frac{p(h_1)}{p(h_0)}\right) = -\frac{M g}{R} \frac{1}{k_T} \ln\left(\frac{T(h_0) + k_T(h_1 - h_0)}{T(h_0)}\right) = -\frac{M g}{R} \frac{1}{k_T} \ln\left(1 + \frac{k_T (h_1 - h_0)}{T(h_0)}\right) \quad (19)$$

Daraus folgt:

$$p(h_1) = p(h_0) \exp\left(-\frac{M g}{R} \frac{1}{k_T} \ln\left(1 + \frac{k_T (h_1 - h_0)}{T(h_0)}\right)\right) \quad (20)$$

oder

$$p(h_1) = p(h_0) \left(1 + \frac{k_T (h_1 - h_0)}{T(h_0)}\right)^{-\frac{M g}{R} \frac{1}{k_T}} \quad (21)$$

Somit hat man neben den Atmosphärenkonstanten R und M und der Erdbeschleunigung g einen Druckverlauf in Abhängigkeit von der Höhe und Temperatur.

Mit Hilfe der idealen Gasgleichung, beschrieben in der Gleichung 7, kann die Dichte ausgedrückt werden:

$$\rho(h_1) = \rho(h_0) \left(1 + \frac{k_T (h_1 - h_0)}{T(h_0)}\right)^{-\frac{M g}{R} \frac{1}{k_T} - 1} \quad (22)$$

Mit den Grunddaten der ICAO Standardatmosphäre aus dem Kapitel 2.2.3 bekommt man den Druck- und Dichteverlauf, die in der Abbildung 2.12 dargestellt sind.

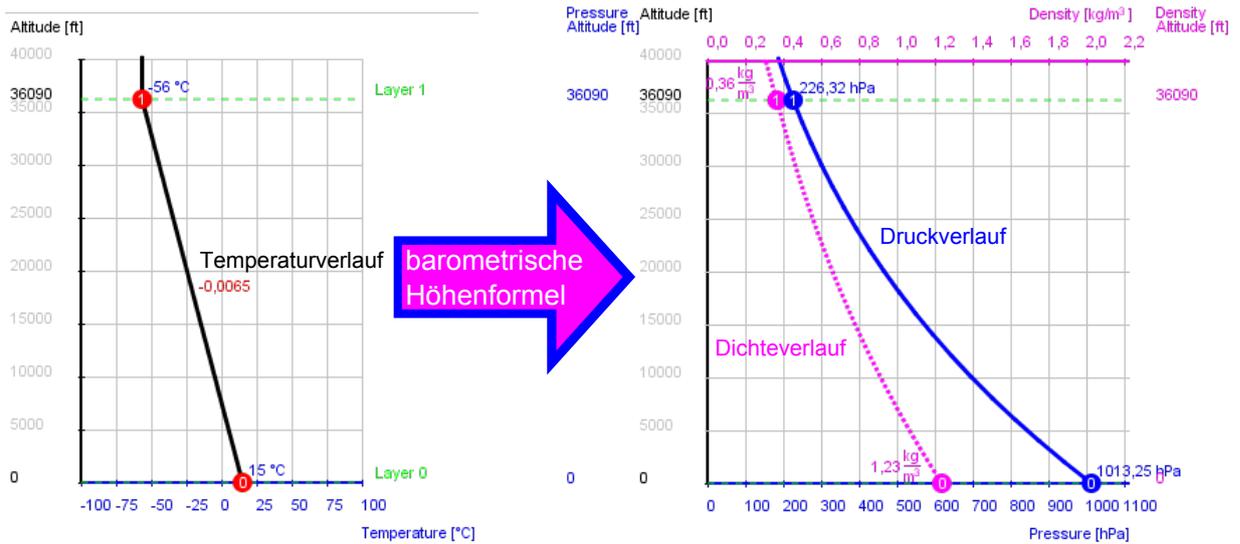


Abbildung 2.12: Übergang vom Temperaturverlauf zum Dichte- und Druckverlauf über die barometrische Höhenformel

2.5.2.2 Basisdruckeinstellung

Der Druck an der Basis des untersten Layers mit der Nummer 0 lässt sich durch Verschieben des Basiskreises verstellen, siehe Abbildung 2.13. Das hat keinen Einfluss auf die Temperaturverteilung der Atmosphäre ändert aber den Dichteverlauf.

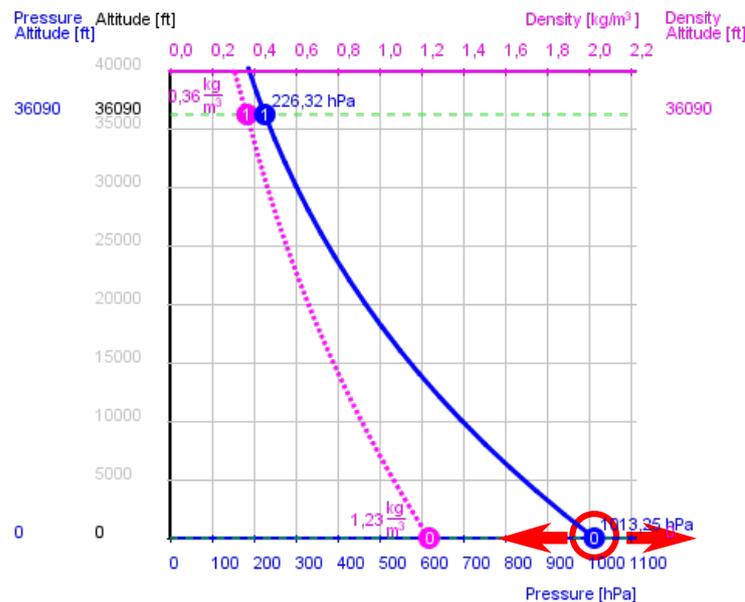


Abbildung 2.13: Einstellung des Basisdrucks

Wenn man den Basisdruck des untersten Layers oder die Temperaturverteilung der ICAO-Standardatmosphäre verändert, erscheinen hinter den ursprünglichen Druck- und Dichtekurven dünner gezeichnete Kurven, die den Druck- und Dichteverlauf der ICAO

Standardatmosphäre darstellen. Somit hat man eine Vergleichsmöglichkeit zwischen der eingestellten Atmosphäre und der ICAO Standardatmosphäre, siehe Abbildung 2.14.

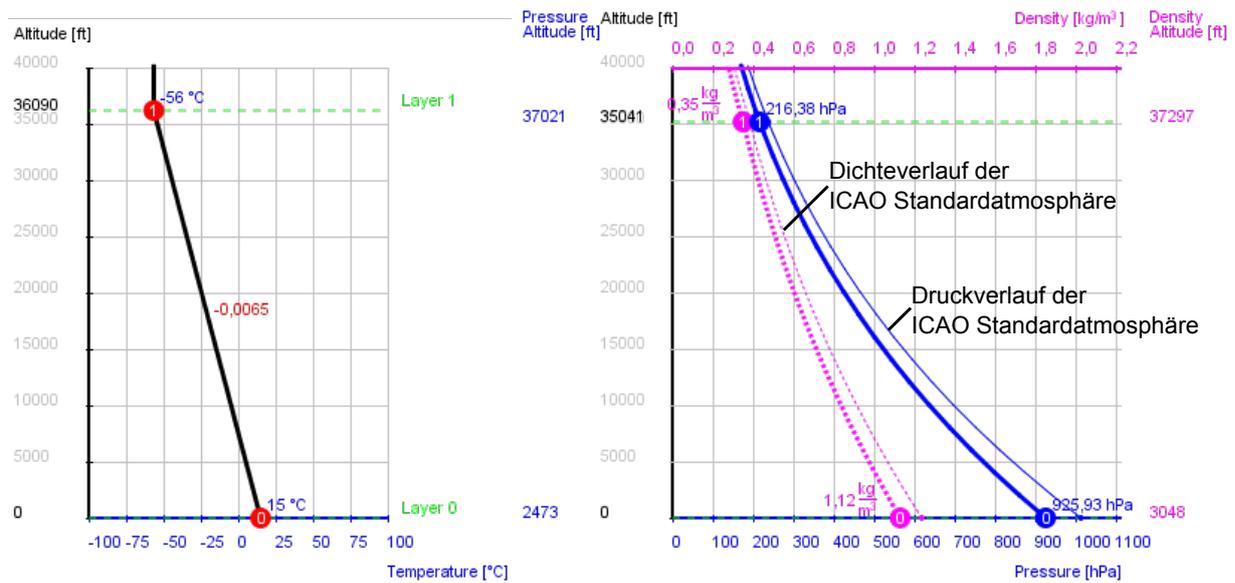


Abbildung 2.14: Basishöhe des Layers

2.5.2.3 QNH

„Um Luftdrucke aus unterschiedlichen Höhen miteinander vergleichen zu können, müssen sie auf ein gemeinsames Bezugsniveau reduziert werden. Festgelegter Bezugspunkt ist weltweit die mittlere Meereshöhe (NN oder MSL = mean sea level). Mit Hilfe der barometrischen Höhenstufe kann der Druck ermittelt werden, der herrschen würde, wenn die Station in MSL läge.[...]Der mit Hilfe von Temperaturwerten der ICAO-Standardatmosphäre auf MSL reduzierte Stationsluftdruck wird als QNH bezeichnet“ [10, S.18].

Die Abbildung 2.15 veranschaulicht die Berechnung des QNH.

„An einem Flughafen mit der Höhe h_{FE} (Field Elevation) herrscht ein Druck p_{FE} . Dieser Druck wird als QFE bezeichnet, Vgl.[10, S.18].

Mit

- p_{0r} realer Bodendruck [hPa]
- p_0 Bodendruck der ICAO-Standardatmosphäre [hPa]
- T_{0r} reale Bodentemperatur [K]
- T_0 Bodentemperatur der ICAO-Standardatmosphäre [K]
- h_{0r} MSL
- h_0 MSL der ICAO-Standardatmosphäre, 0 m
- k_{Tr} realer Temperaturgradient [K/m]
- k_T Temperaturgradient der ICAO-Standardatmosphäre [K/m]

kann man den realen Druck am Flugplatz für eine einschichtige Atmosphäre berechnen, wenn man die obigen Parameter in die Gleichung 21 einsetzt:

$$p_{FE} = p_{0r} \left(1 + \frac{k_{Tr} \text{real}}{T_{0r}} (h_{FE} - h_{0r}) \right)^{-\frac{g}{R \cdot k_{Tr}}} \quad (23)$$

Dieser Druck entspricht aber in der ICAO-Standardatmosphäre einer anderen Höhe h als die Höhe des Landeplatzes h_{FE} , die aus der umgeformten Gleichung 21 ermittelt werden kann:

$$h = \left[\left(\frac{p_{FE}}{p_0} \right)^{\frac{g}{R \cdot k_T}} - 1 \right] \frac{T_0}{k_T} \quad (24)$$

Dadurch entsteht eine Höhendifferenz:

$$\Delta h = h - h_{FE} \quad (25)$$

Wenn man diese Höhendifferenz Δh am Boden der ICAO-Standardatmosphäre einträgt, erhält man den Druckwert QNH:

$$QNH = p_0 \left(1 + \frac{k_T}{T_0} \Delta h \right)^{-\frac{g}{R \cdot k_T}} \quad (26)$$

In anderen Worten: Wenn man den Druckverlauf der ICAO-Standardatmosphäre um Δh nach unten parallel verschiebt, schneiden sich die Druckverläufe der ICAO-Standardatmosphäre und der realen Atmosphäre auf der Höhe des Flugplatzes h_{FE} . Die beiden Verläufe haben unterschiedliche Bodendrucke. Der Bodendruck der ICAO-Standardatmosphäre ist das QNH.

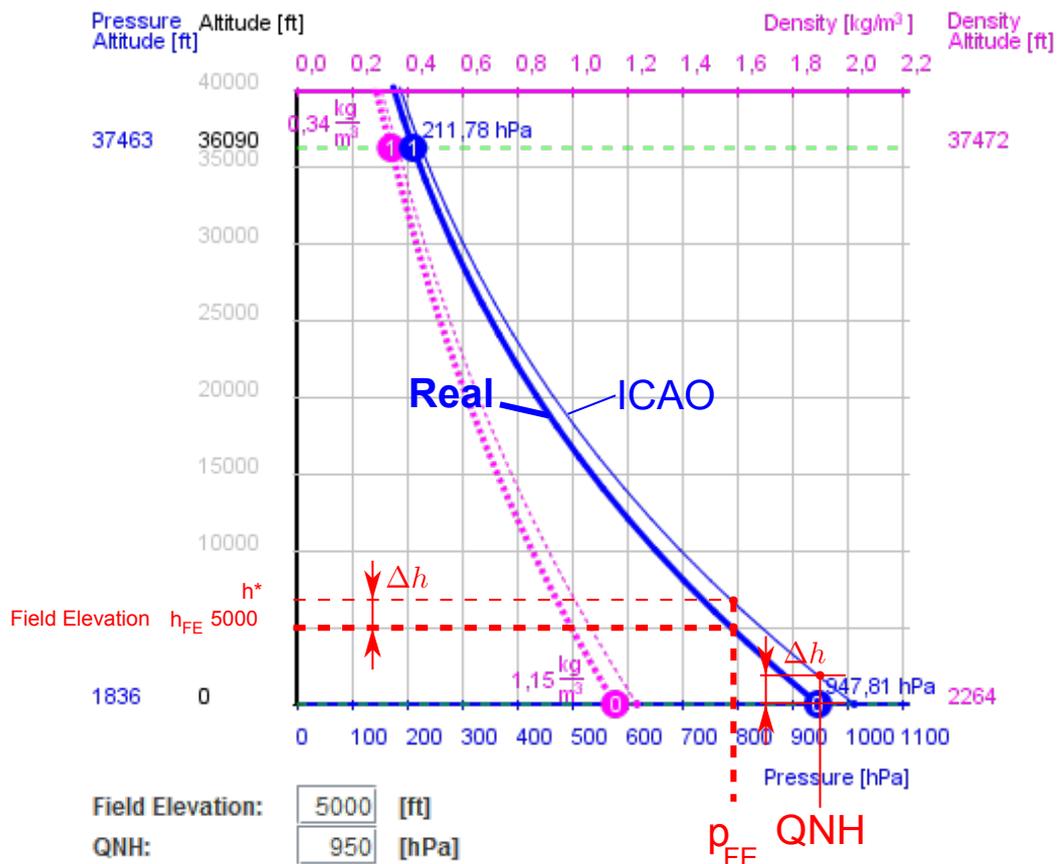


Abbildung 2.15: QNH

2.5.2.4 Druckhöhe

„Pressure altitude (Druckhöhe) ist die Höhe über dem Standardbodenluftdruck 1013,25 hPa“ [10, S.19]. Die Druckhöhe ergibt sich aus der Umformung der Gleichung 21 mit den Parametern der ICAO-Standardatmosphäre:

$$h = \left[\left(\frac{p_r}{p_0} \right)^{\frac{g}{R \cdot k_T}} - 1 \right] \frac{T_0}{k_T} \quad (27)$$

In anderen Worten: Druckhöhe ist diejenige Höhe, die am Höhenmesser abgelesen wird, wenn er auf dem Standard QNH (1013 hPa) eingestellt ist.

2.5.2.5 Dichtehöhe

„Density altitude (Dichtehöhe) ist die Höhe der ICAO-Standardatmosphäre, in der die Luftdichte genau der aktuell herrschenden Luftdichte entspricht. Die Dichtehöhe ist wichtig, wenn das Flugzeug bei erheblichen positiven Temperaturabweichungen von Standard an der Grenze seiner Leistungsdaten geflogen werden soll bzw. bei Starts auf höher gelegenen Plätzen, wenn bei hohen Temperaturen Zweifel an der ausreichenden Startbahnlänge bestehen“ Vgl. [10, S.19].

In der Abbildung 2.16 sieht man die Felder für Dichtehöhe, Druckhöhe und die markierten unterschiedlichen Layerbasishöhen.

Die Dichtehöhe ergibt sich durch die Umformung der Gleichung 22 mit den Parametern der ICAO-Standardatmosphäre:

$$h = \left[\left(\frac{\rho_r}{\rho_0} \right)^{\frac{g}{R \cdot k_T}} - 1 \right] \frac{T_0}{k_T} \quad (28)$$

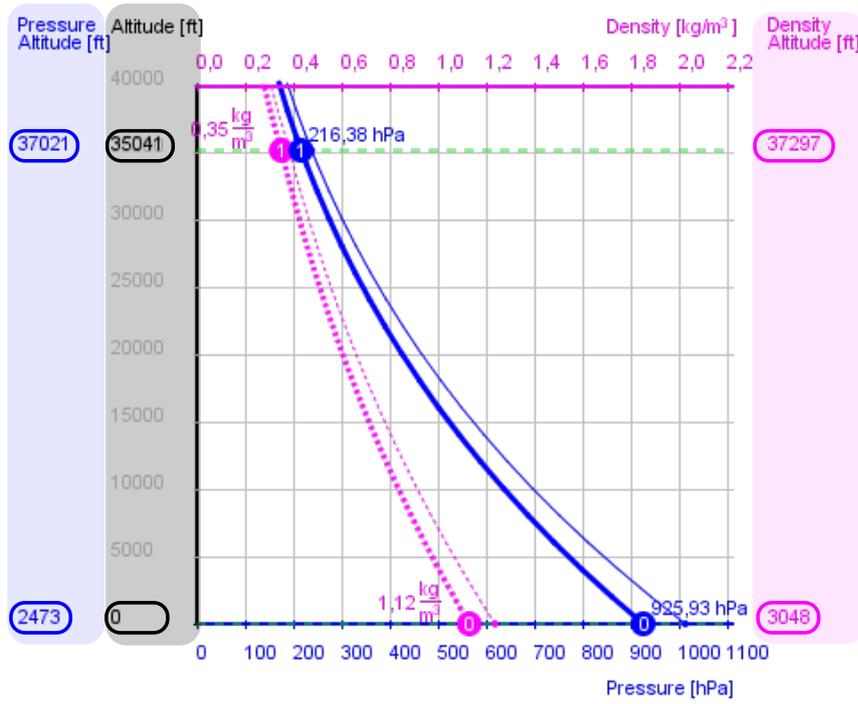


Abbildung 2.16: Dichtehöhe und Druckhöhe

3 Windmodell

3.1 Definition

„Durch den Begriff ”Wind” (Griech. anemos = Wind) wird ganz allgemein die Verlagerung von Luftteilchen in Bezug auf deren Richtung und Geschwindigkeit beschrieben. Der Wind ist somit eine typische VektorgroÙe, da zu seiner vollständigen Beschreibung sowohl ein Betrag (Geschwindigkeit) als auch eine Richtung (die Windrichtung) notwendig ist.[...]“[5].

„Zur Beschreibung des Windes werden immer zwei GröÙen benötigt:

1. Die Windgeschwindigkeit ausgedrückt in m/s, km/h oder Knoten (kn).[...]
2. Die Windrichtung ausgedrückt in Grad der 360-Grad-Windrose“[10, S.65].

3.2 Ursachen für die Entstehung des Windes

„Druck- und Temperaturunterschiede verursachen zwei Arten von Luftbewegungen in der Atmosphäre, nämlich vertikale Luftbewegungen (Auf- und Abwinde) und horizontale Luftströmungen, die wir allgemein als Wind bezeichnen.[...]

Druckunterschiede werden häufig durch Temperaturunterschiede hervorgerufen.[...] Da aber die Erdoberfläche nicht gleichmäßig erwärmt wird, entsteht zwischen Gebieten mit starker Erwärmung und kühleren Gebieten ein Druckgefälle, das heißt, die Druckflächen neigen sich zum kühleren Gebiet hin (sie liegen dort dichter beieinander). Ein so entstandenes Druckgefälle, das in einer bestimmten Höhe am meisten ausgeprägt ist, bewirkt eine Luftbewegung (Wind) in der Höhe vom hohen zum tiefen Druck hin“[10, S.65].

3.3 Faktoren, die den Wind beeinflussen

3.3.1 Die Druckgradientkraft

„Die Geschwindigkeit des Windes ist von der Größe des Druckgefälles, dem die einzelnen Luftteilchen ausgesetzt sind, abhängig. Ein Druckgefälle zwischen hohem und tiefem Druck bezogen auf eine bestimmte Strecke wird auch Druckgradient genannt (Gradient = Änderung einer Größe)“[10, S.67].

3.3.2 Die Corioliskraft (ablenkende Kraft durch Erdrotation)

„Alle flüssigen, festen und gasförmigen Teilchen werden bei Bewegungen auf der Nordhalbkugel durch die so genannte Corioliskraft nach rechts abgelenkt. Die Größe dieser Kraft ist von der Geschwindigkeit des in Bewegung geratenen Teilchens und der geographischen Breite abhängig“[10, S.68].

3.3.3 Die Reibungskraft

„Die Geschwindigkeit des Windes nimmt mit Annäherung an die Erdoberfläche durch Reibungseinfluss immer mehr ab. Die Reibung wirkt in der so genannten Grundsicht (Reibungsschicht) bis zu einer Höhe von ca. 1500 m.[...]

Die Reibung des Windes mit dem Boden stellt eine Kraft dar, die entgegengesetzt zur Windrichtung wirkt. Deshalb verringert sich die Windgeschwindigkeit mit Annäherung an

den Erdboden“[10, S.69].

Es gibt mehrere Grenzschichtmodelle, die den Windverlauf in Bodennähe in Abhängigkeit von der Höhe simulieren. Ein solches Modell wurde im Microburstmodell für den horizontalen Verlauf des Windes verwendet, siehe Kapitel 6.

3.4 Aufbau und Eigenschaften des Windmodells

Basierend auf die Definitionen des Windes wurde ein Windmodell programmiert, das den Wind mit seiner Geschwindigkeit und Richtung als eine Vektorgröße darstellt.

Die im vorherigen Kapitel beschriebenen Ursachen der Windentstehung und Faktoren, die den Wind beeinflussen, wurden im Windmodell nicht in Form eines mathematischen Modells simuliert, obwohl es in der Literatur für diesen Zweck mehrere Modelle gibt. Der Grund dafür ist die Abhängigkeit des Windes von mehreren Faktoren, die in einer sehr realitätsnahen Simulation die Freiheit der Einstellungsmöglichkeiten verhindern. Das heißt aber nicht, dass es auf diese Faktoren verzichtet wurde. Mehrere Windphänomene wie Corioliskraft, Turbulenz oder Grenzschichtverläufe können durch die Eigenschaften des Windmodells auf eine ganz einfache Art und Weise simuliert werden.

Der Aufbau des Windmodells ist dem des thermischen Atmosphärenmodells sehr ähnlich, siehe Kapitel 3. Das Windmodell hat dieselbe Layerstruktur wie das thermische Atmosphärenmodell, allerdings mit anderen Parametern. Die Windgeschwindigkeit, Windrichtung und die Höhe der Layerbasis sind die Parameter, die einen Windlayer definieren. Durch Erstellen mehrerer Windlayers übereinander ergeben sich Windgeschwindigkeitsverlauf und Windrichtungsverlauf. Somit entstehen die Parameter Windrichtungsgradient und Windgeschwindigkeitsgradient.

Der reale Wind entsteht durch Druckgefälle, die wiederum durch Temperaturunterschiede in den verschiedenen Orten auf der Erde zustande kommen. Dennoch ist das simulierte Windmodell unabhängig von der Temperatur und vom Druck, weil das thermische Atmosphärenmodell geographisch nur von der Höhe abhängig ist. Wenn das Windmodell vom Temperaturverlauf des thermischen Atmosphärenmodells abhängig wäre, würden in der simulierten Atmosphäre nur Ab- und Aufwinde entstehen. Durch die vektorielle Darstellung des Windes kann aber trotzdem in allen Dimensionen ein Wind simuliert werden, der mit Hilfe der Layerstruktur einen Verlauf in Abhängigkeit von der Höhe besitzt. Dadurch sind die Windbedingungen auf der selben Höhe, unabhängig von der Lage, überall gleich. Nur zwei spezielle Modelle, das Microburstmodell und das Wirbelschleppenmodell, die in späteren Kapiteln behandelt werden, haben eine Abhängigkeit von der geographischen Breite und Länge und sogar von der Zeit. Der Wind, der im Windmodell simuliert wird, entspricht dem mittleren Wind der realen Atmosphäre.

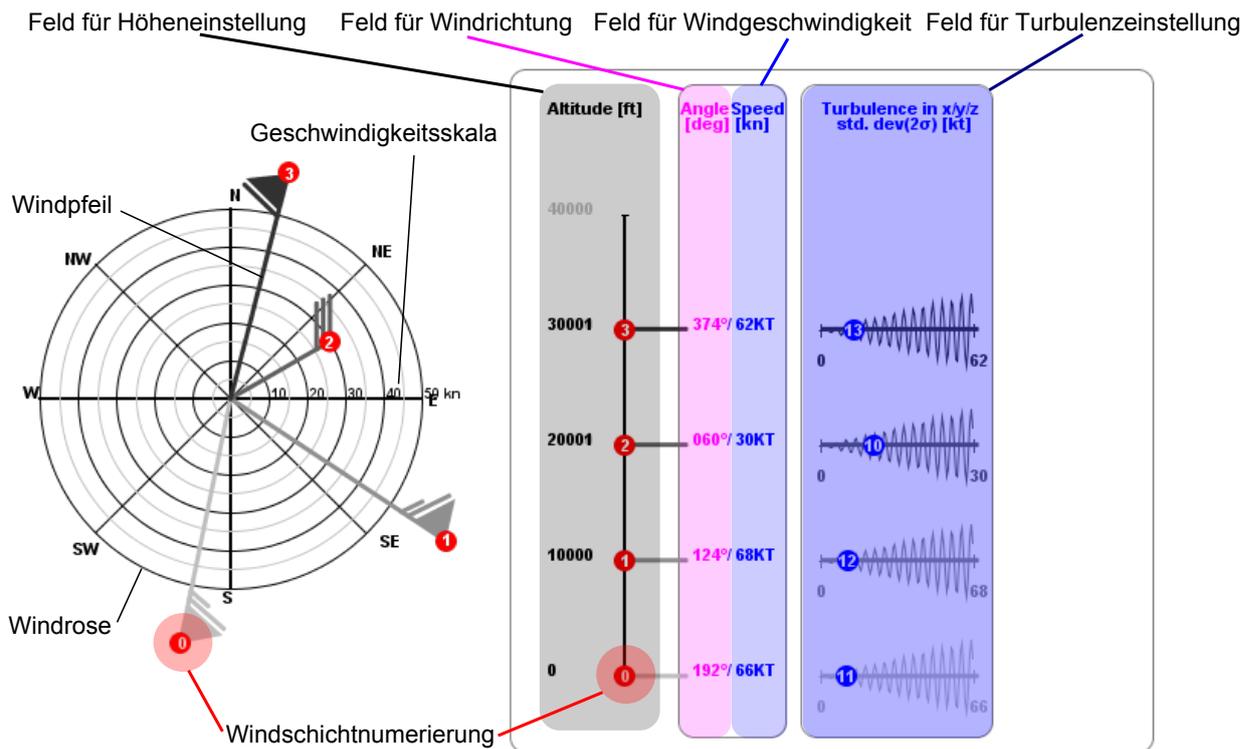


Abbildung 3.1: Windfeld

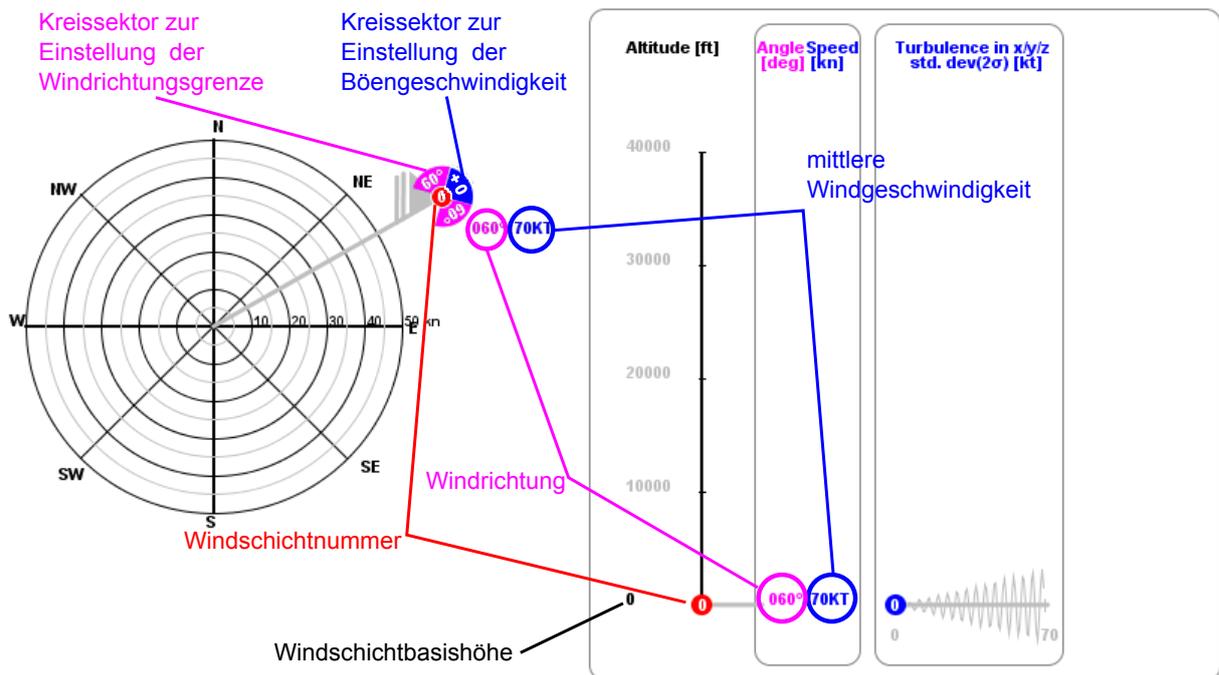


Abbildung 3.2: Windfeld

3.5 Explizite Layerparameter

3.5.1 Windgeschwindigkeit

„Unter Windgeschwindigkeit ist die horizontale Verlagerungsgeschwindigkeit der Luftteilchen zu verstehen[...].

Derzeit sind 3 Maßeinheiten für die Windgeschwindigkeit gebräuchlich:

Meter pro Sekunde (m/s), Seemeile oder nautische Meile pro Stunde (Knoten = nm/h) und Kilometer pro Stunde (km/h)“[5]. Daraus ergibt sich die Umrechnung auf der Tabelle 3.1:

Die als Vektor dargestellte Windgeschwindigkeit im Windmodell ist die Geschwindigkeit des mittleren Windes \bar{V}_W an der Basis eines Layers und hat die Einheit Knoten. Für die graphische Darstellung der mittleren Windgeschwindigkeit wurde die Darstellung des Windes in den Wind/Temperaturkarten übernommen, siehe die Abbildungen 3.3 und 3.4.

1 kn	=	1 nm/h = 1,852 km/h
1 m/s	=	3,6 km/h
1 kn	=	0,514 m/s

Tabelle 3.1: Umrechnungstabelle für Windgeschwindigkeit[5]

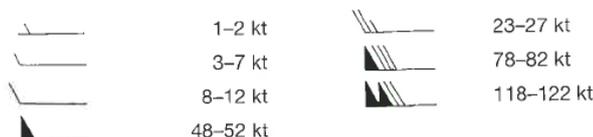


Abbildung 3.3: Darstellung der Windgeschwindigkeit als Windpfeil [10, S.121]

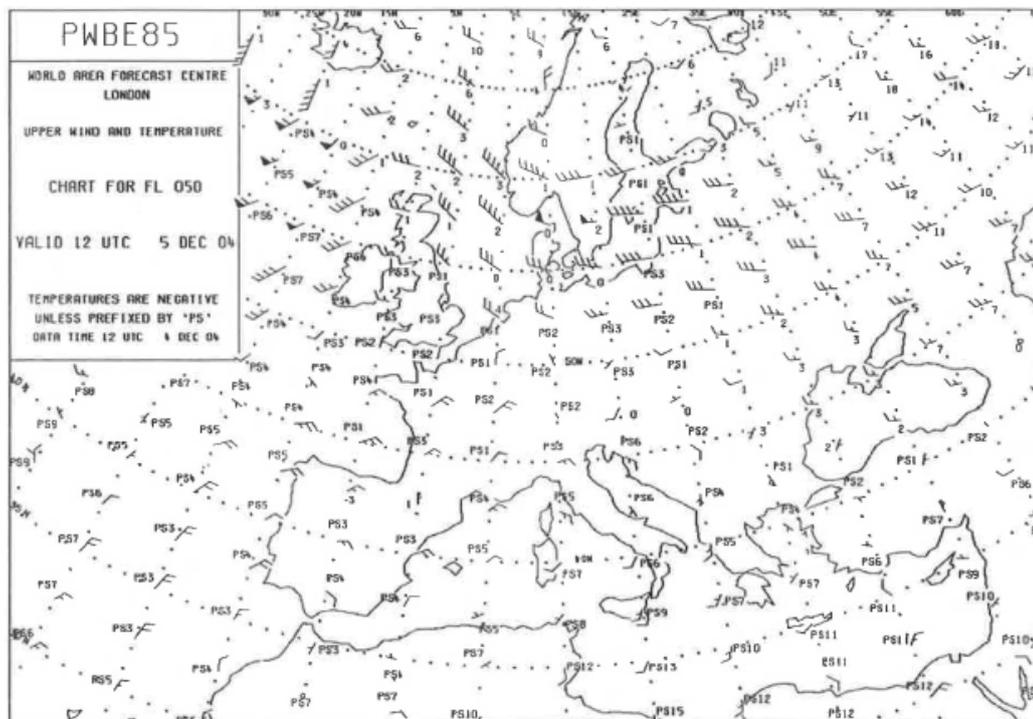


Abbildung 3.4: Wind/Temperaturkarte [10, S.122]

Diese Darstellung wurde vereinfacht und modifiziert: Die Geschwindigkeitsauflösung besteht aus 5 kn, d.h. alle Geschwindigkeiten $\bar{V}_W \leq 5$ kn werden durch einen halben Strich, und $5 < \bar{V}_W \leq 10$ kn durch einen ganzen Strich dargestellt. Die gesamte Verschlüsselung der Windgeschwindigkeit sieht man in der Abbildung 3.5. Die roten Kreise mit der Nummerierung weisen auf die Reihe der Layers.

Die vektorielle Darstellung der Windgeschwindigkeit sieht man in der Abbildung 3.6. Auf der Bedienungsfläche befindet sich eine Windrose. Jede Layerbasisgeschwindigkeit wird hier in Form eines Windpfeils dargestellt. Der Abstand des nummerierten Kreises am Ende des Windpfeils vom Zentrum der Windrose ist proportional zum Betrag der mittleren Windgeschwindigkeit. In der Abbildung 3.6 wurde dieser mit einem eingefügten blauen Pfeil veranschaulicht. Rechts von der Windrose befindet sich ein Einstellungsfeld, auf dem man die Höhe, die Windgeschwindigkeit und die Windrichtung der Layerbasis ablesen kann. Die blauen Markierungen deuten auf die Windgeschwindigkeit hin.

Die Windgeschwindigkeit einer Layerbasis kann auf einen beliebigen Wert eingestellt werden, indem man den roten Kreis am Ende des Windpfeils der entsprechenden Layerbasis mit der Maus in radialer Richtung verschiebt, wobei die maximal einstellbare Windgeschwindigkeit 100 kn beträgt.

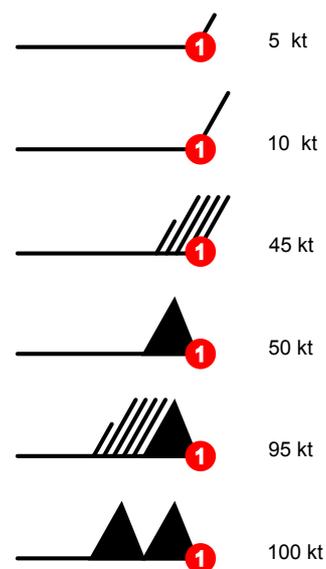


Abbildung 3.5: Darstellung der Windgeschwindigkeit auf den Windpfeilen

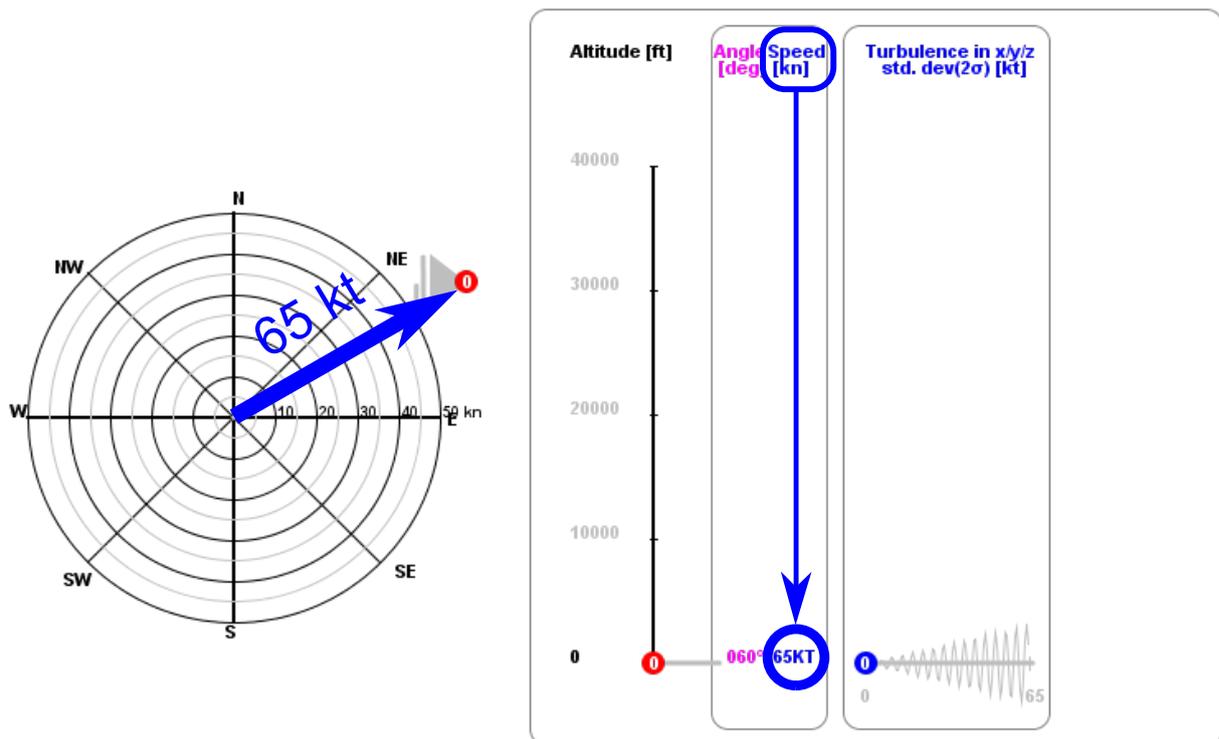


Abbildung 3.6: mittlere Windgeschwindigkeit einer Windschicht

3.5.2 Windrichtung

„Die Windrichtung ist die Richtung, aus welcher der Wind weht. Sie wird bestimmt nach dem Polarwinkel (Azimut). Zur Richtungsangabe benutzt man die 360 Grad Skala des Kreises. Alle Richtungsangaben in Grad sind rechtweisend auf geographisch Nord bezogen, d.h. Ost = 90°, Süd = 180°, West=270° und Nord=360°[...]“ [5].

Die Windrichtung einer Layerbasis kann entweder einen Wert haben, siehe Abbildung 3.7, oder einen Wertebereich. Im zweiten Fall wird zusätzlich zur Windrichtung noch ein Wertebereich angegeben, siehe Abbildung 3.8.

3.5.2.1 Windrichtung mit einem konstanten Wert

Die Windrichtung einer Windlayerbase kann auf der Windrose abgelesen werden. Die Richtungsmarkierungen N,E,S,W usw. vereinfachen die Einstellung und das Ablesen der Windrichtung. Auf der Windrose und auf dem rechten Bedienungsfeld in der Abbildung 3.7 wurde die Windrichtung mit magentafarbenen Markierungen verdeutlicht. Durch Verschieben des roten Kreises am Ende des Windpfeils in Richtung eines Kreisbogens kann die Windrichtung der entsprechenden Layerbasis auf einen beliebigen Wert eingestellt werden.

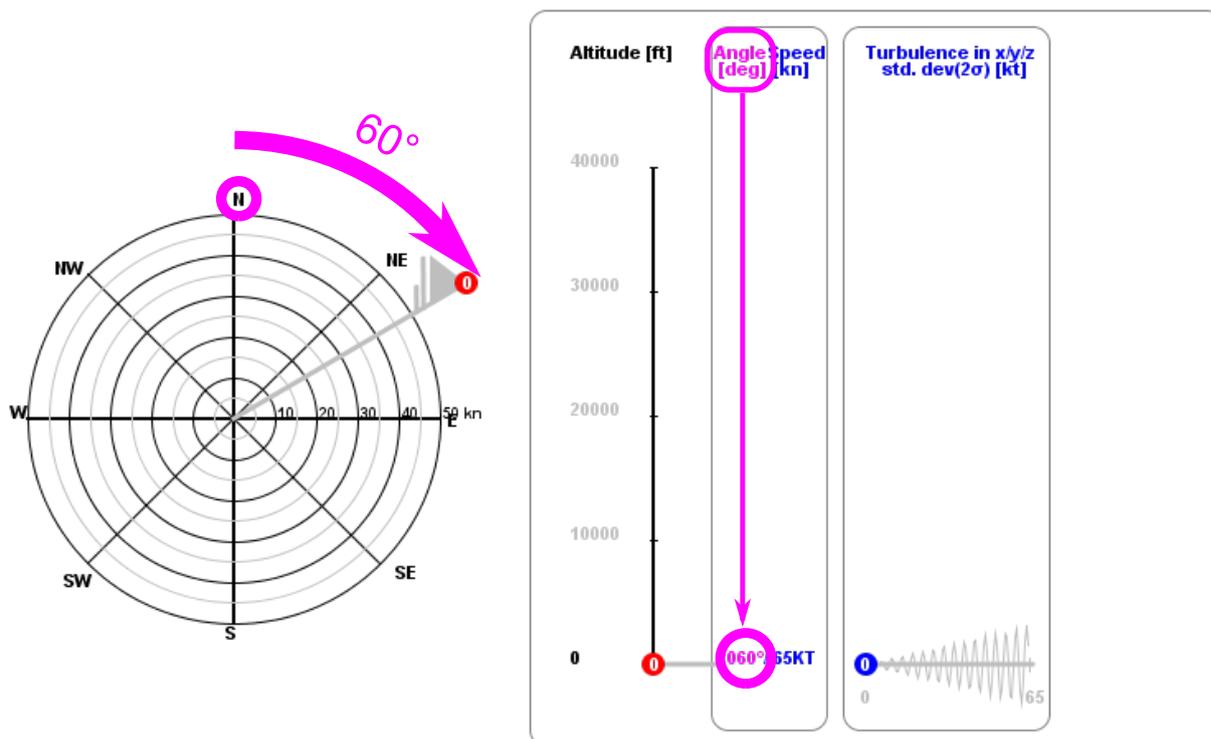


Abbildung 3.7: Windrichtung einer Windschicht

3.5.2.2 Windrichtung mit einem Wertebereich

Der Wind kommt aus einer bestimmten Richtung, ändert aber seine Richtung mit der Zeit um einen gewissen Betrag .

Die Angabe des Wertebereichs für die Luftfahrt ist verschlüsselt:

LOWG 261150Z 34015KT **320V020** 9999 FEW060 03/M09 Q1023 NOSIG

Die entschlüsselte Information heißt:

Location: LOWG

Day of month: 26

Time: 11:50 UTC

Wind: True direction = 340 degrees, Speed: 15 knots

Wind direction is variable between 320 and 020

Visibility: 10 km or more

Clouds: A few , at 6000 feet above aerodrome level

Temperature: 03 degrees Celsius

Dewpoint: -09 degrees Celsius

QNH (Sea-level pressure): 1023 hPa

No significant changes expected in the near future

Der markierte Teil der verschlüsselten Information verdeutlicht die Angabe des Wertebereichs der Windrichtung.

Diese Eigenschaft des Windes wird modelliert, indem über das Bedienungsfeld ein Wertebereich eingestellt und durch eine Gaußverteilung die Änderung der Windrichtung simu-

liert wird.

3.5.2.2.1 Wertegenerierung durch Gaußverteilung

Für die Generierung der Windrichtungswerte wird die Standardnormalverteilung verwendet, siehe Abbildung 4.4. Diese wird vom Programm auf das Intervall $\pm 3\sigma$ begrenzt ($-3 \leq X \leq +3$), d.h. die Zufallswerte $X > 3$ und $X < -3$ werden blockiert. Wie die $k\text{-}\sigma$ -Regel besagt, beinhaltet dieses Intervall 99% aller Werte.

3.5.2.2.2 Einstellung der maximalen Windrichtung

An der Bedienungsfläche befinden sich am Ende eines Windpfeils zwei symmetrisch angeordnete magentafarbene Kreissektoren, mit denen man die erwünschte Grenze der Windrichtung $\hat{\varphi}$ einstellen kann, siehe Abbildung 3.8

Die Winkellage des roten Kreises am Ende des Windpfeils entspricht der Windrichtung der Layerbasis; die beiden Kreissektoren sind an der Schaft des Windpfeiles gespiegelt. Der eine Kreissektor symbolisiert die untere und der andere Kreissektor die obere Grenze der Windrichtung φ_{max} und φ_{min} . Da sie um den Windpfeilschaft symmetrisch angeordnet sind, sind sie gleichzeitig vom Layerbasiskreis, der auch die Windrichtung der Basis φ symbolisiert, um denselben Winkel $\pm \Delta\varphi$ entfernt.

Somit kann man für die maximale und minimale Windrichtung einer Layerbasis i folgenden Gleichungen formulieren:

$$\varphi_{max,i} = \varphi_i + \Delta\varphi \quad (1)$$

$$\varphi_{min,i} = \varphi_i - \Delta\varphi \quad (2)$$

Der Wertebereich der Gaußverteilung ($-3 \leq X \leq +3$) wird expandiert, indem die generierte Zufallszahl X mit dem Winkelabstand $\Delta\varphi$ multipliziert wird. Somit wird der neue Wertebereich zu ($-\Delta\varphi \leq X \leq +\Delta\varphi$) und der Erwartungswert $\sigma=0$ wird zu φ_i .

3.5.2.2.3 Bewegung der Windrichtung

Die Windrichtung einer Layerbasis ist von Norden um den Winkel φ_i verschoben. Durch Auseinanderschieben der Kreissektoren auf einem Kreisbogen können sie auf einen erwünschten Grenzwert eingestellt werden. Damit wird durch die Gaußverteilung die erste Zufallszahl X_1 generiert. Der Windsack bewegt sich mit einer festgelegten Schrittweite (Winkelwert pro Sekunde) vom Layerbasiskreis zum Winkelwert φ_1 , der der generierten Zufallszahl X_1 entspricht. Nachdem der Windsack nach einer gewissen Zeit den Wert φ_1 erreicht hat, wird eine neue Zufallszahl X_2 generiert. Nun bewegt sich der Windsack zum neuen Winkelwert φ_2 . Dieser Vorgang wiederholt sich bis ein neuer Windrichtungsgrenzwert eingestellt wird.

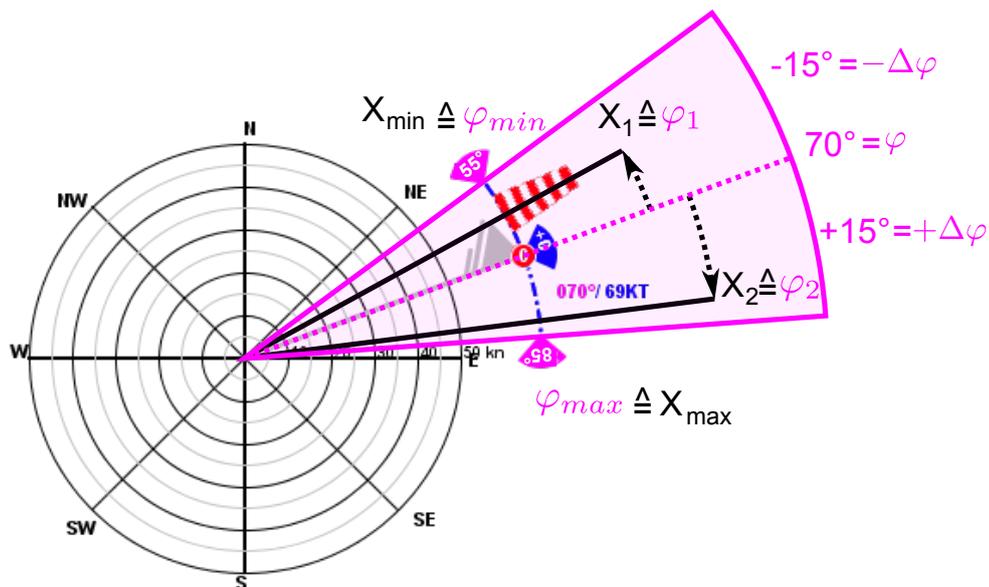


Abbildung 3.8: Winddrehung

3.5.3 Windlayerbasishöhe

Die Basishöhe eines Windlayers wurde genau gleich definiert wie die des thermischen Atmosphärenmodells. Sie wird in Fuß angegeben und bezieht sich auf die Meeresspiegellhöhe MSL. Die einstellbaren Höhengrenzen sind 0 ft und 40000 ft, obwohl die Atmosphäre nicht bei 40000 ft, aufhört sondern sich ins Unendliche erstreckt.

Die Abbildung 3.9 zeigt die Darstellung der Windlayerbasishöhen auf dem Bedienungs-feld. Die Basishöhe aller Layer bis auf den untersten können auf einen beliebigen Wert eingestellt werden, indem man die linke Maustaste an den roten Kreisen auf der Höhenachse, die Layerbasen symbolisieren, anklickt und gedrückt haltend in vertikaler Richtung bewegt. Der unterste Layer mit der Nummerierung 0 an seiner Basis hat eine fixe Basishöhe von 0 ft.

In der Abbildung 3.9 wurden die Basishöhen von zwei Windlayers mit eingefügten roten Markierungen verdeutlicht.

Wenn sich mehrere Windlayers in der Atmosphäre befinden, die mit unterschiedlichen Basiswindrichtungen definiert wurden, wird es schwierig, die in der Windrose dargestellten Windpfeile zu den entsprechenden Positionen auf der Höhenachse zuzuordnen. Um dies zu vereinfachen, wurde neben der Nummerierung der Layers in den roten Kreisen auch eine Unterscheidung in Graustufen ermöglicht. Je höher der Rang eines Layers bezüglich seiner Höhe in der Atmosphäre ist, umso dunkler ist die Farbe des Windpfeils und der Basismarkierungen auf der Höhenachse. Somit kann man durch Vergleichen der Graustufen untereinander die Layers schneller zuordnen, siehe Abbildung 3.10.

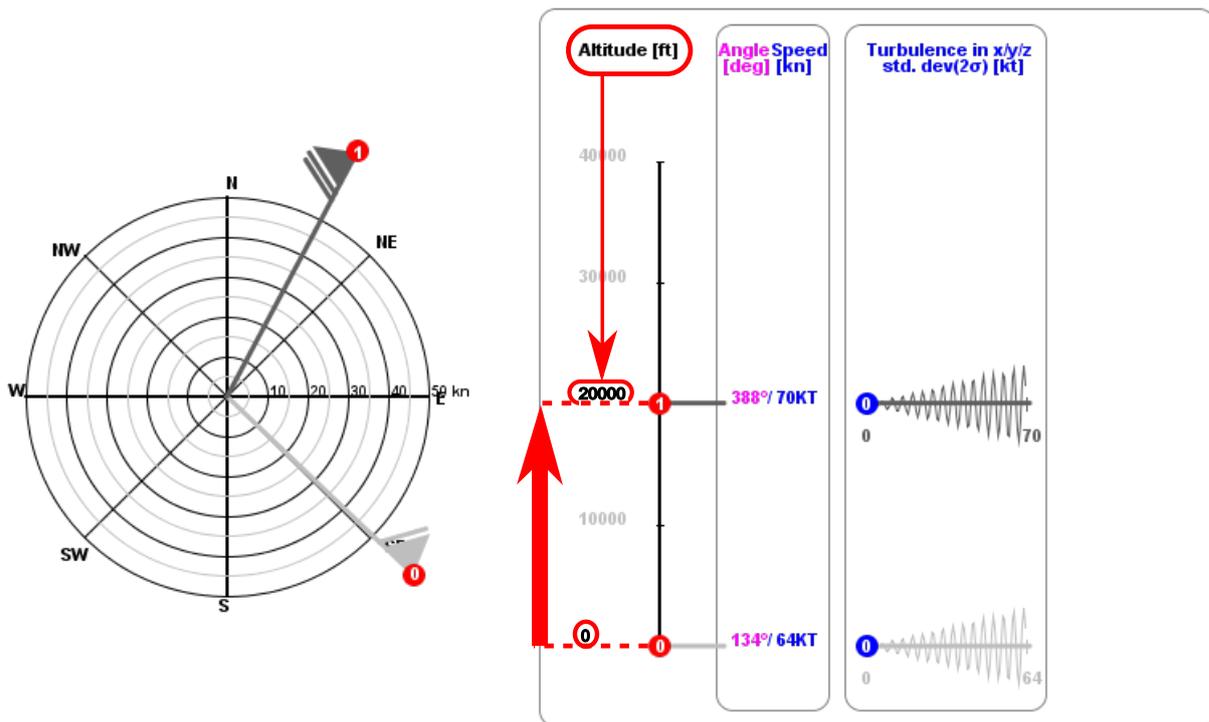


Abbildung 3.9: Darstellung der Windschichtbasishöhen

3.6 Implizite Layerparameter

3.6.1 Dicke eines Layers

Da ein Layer nicht durch seine Dicke oder obere Grenze definiert wird, kann er sich ins Unendliche erstrecken, wenn er der einzige Layer in der Atmosphäre ist. Wenn aber mehrere Layers in der Atmosphäre vorkommen, bestimmt die Basishöhe eines Layers die vertikale Erstreckung des unteren Nachbarlayers. Der höchste Layer hat also keine obere Grenze, obwohl er auf der Bedienungsfläche nur bis 40000 ft gezeichnet wird.

Die Abbildung 2.10 zeigt drei Layers. Die Basishöhen sind mit schwarzen Pfeilen angedeutet. Die in der Abbildung eingefügten abgerundeten Rechtecke veranschaulichen die vertikale Erstreckung der Layers.

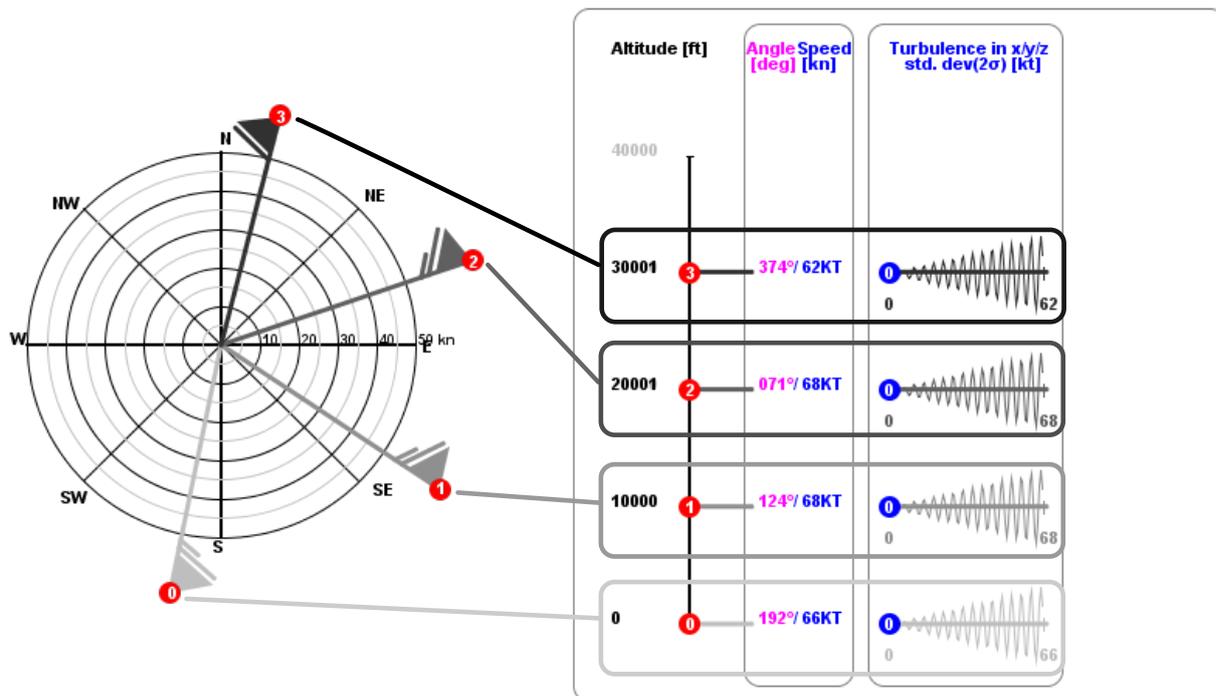


Abbildung 3.10: Farbverlauf in Graustufen für Windschichten in Abhängigkeit von Höhe

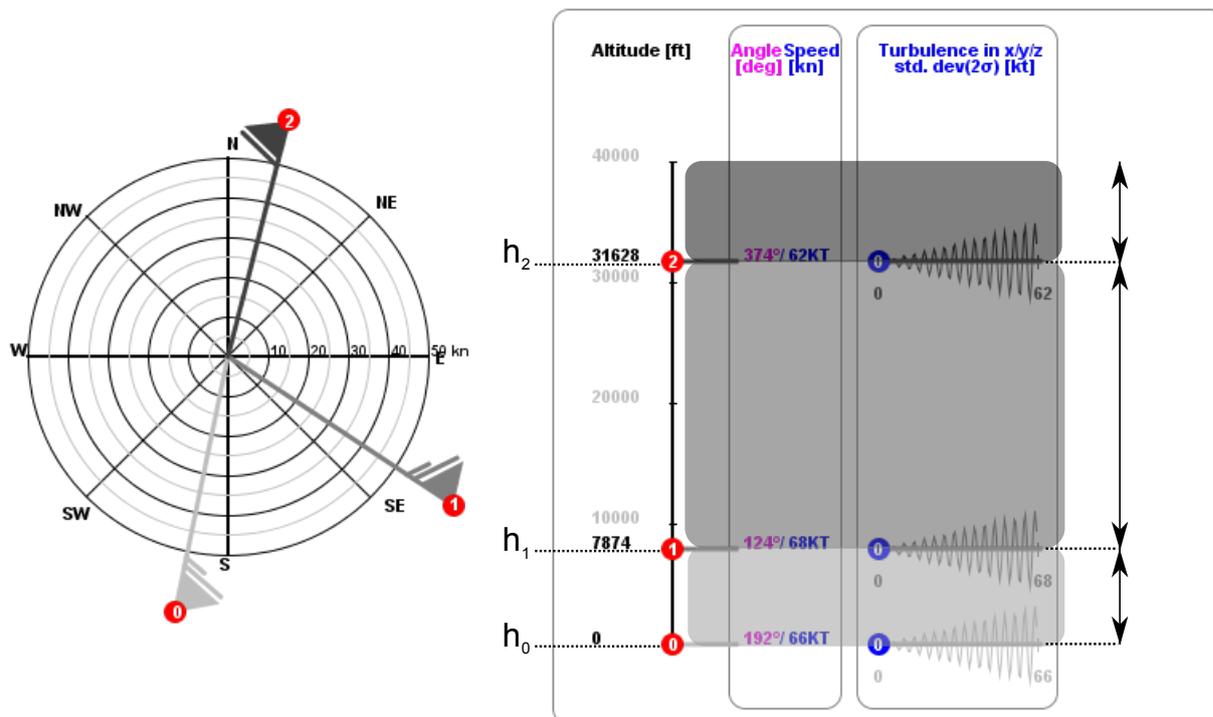


Abbildung 3.11: Begrenzung der Höhe einer Windschicht durch die Basishöhe der nächsten Windschicht

Die minimale Dicke eines Layers hat eine Mindesthöhe von $\Delta h_{min} = 3$ ft. D.h, dass man zwei benachbarte Layerbasen so nah zusammenziehen kann, bis ein Mindestabstand von 3

ft entsteht, siehe Abbildung 2.7 im Kapitel 2.

3.6.2 Windgeschwindigkeitsgradient

Der Geschwindigkeitsgradient k_W eines Layers beschreibt das Verhältnis der Geschwindigkeitsänderung zur Höhenänderung:

$$k_W = \frac{\Delta V_W}{\Delta h} [kn/ft] \quad (3)$$

Mit i als Nummer eines bestimmten Windlayers kann der Geschwindigkeitsgradient dieses Layers beschrieben werden:

$$k_{W_i} = \frac{\bar{V}_{W_{i+1}} - \bar{V}_{W_i}}{h_{i+1} - h_i} \quad (4)$$

Der Geschwindigkeitsgradient eines Windlayers ist kein definierender Layerparameter. Dieser ergibt sich, wie in der Gleichung 4 beschrieben, aus den Layerparametern Basishöhe h und Basisgeschwindigkeit \bar{V}_W zweier benachbarter Layers. Der Geschwindigkeitsgradient innerhalb eines Layers ist konstant. Dadurch entsteht ein linearer Geschwindigkeitsverlauf. Die mittlere Windgeschwindigkeit \bar{V}_W^* auf einer bestimmten Höhe h^* innerhalb eines Layers kann mit einer Geradengleichung folgender Form berechnet werden:

$$\bar{V}_W^* = \bar{V}_{W_i} + k_{W_i} \cdot (h^* - h_i) \quad (5)$$

wobei h_i die Basishöhe des Windlayers ist.

Da der Geschwindigkeitsverlauf innerhalb der Atmosphäre stetig ist und keine Sprünge erlaubt, bewirkt die Änderung der Basisgeschwindigkeit eines Layers eine Änderung des Geschwindigkeitsgradienten. Man kann aber auch direkt den Geschwindigkeitsgradienten eines Layers durch Werteeingabe über ein Menü verändern. Das führt dann automatisch zur Änderung der Basisgeschwindigkeit des oberen benachbarten Layers.

In der Abbildung 3.12 wurden zwei Windlayers dargestellt. Die blauen Markierungen zeigen den Verlauf der mittleren Geschwindigkeit innerhalb der Atmosphäre. Ein Rechenbeispiel erklärt die Vorgangsweise der Berechnung des Geschwindigkeitsgradienten.

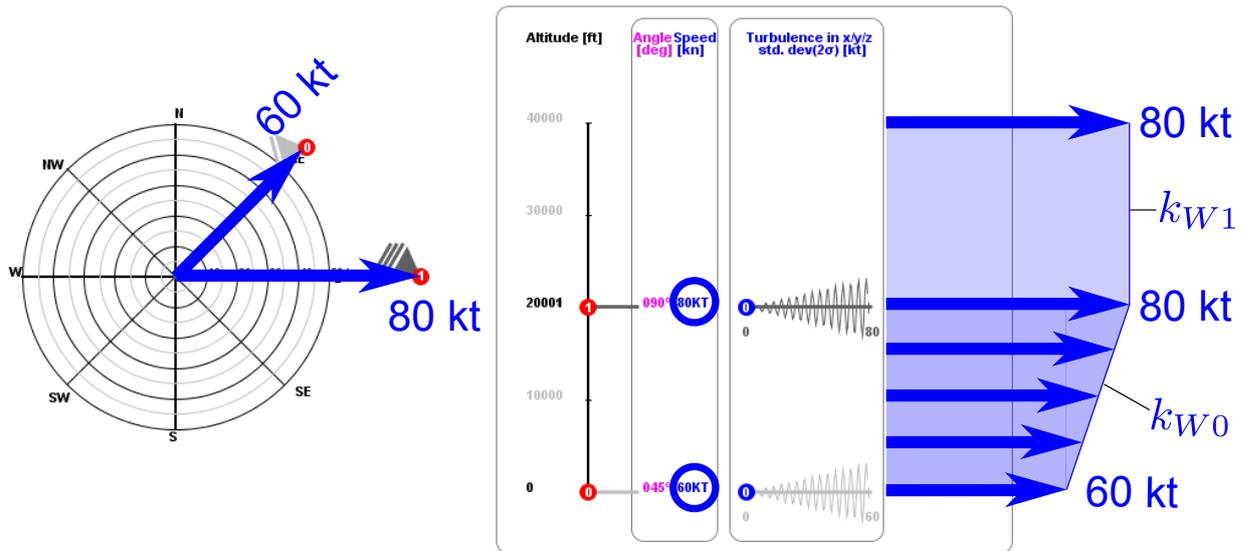


Abbildung 3.12: Windgeschwindigkeitsgradient

$$\begin{aligned}
 i &= 0 \\
 \bar{V}_{W0} &= 60 \text{ kn} \\
 \bar{V}_{W1} &= 80 \text{ kn} \\
 h_0 &= 0 \text{ ft} \\
 h_1 &= 20000 \text{ ft} \\
 h^* &= 10000 \text{ ft}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 k_{W0} &= \frac{\bar{V}_{W1} - \bar{V}_{W0}}{h_1 - h_0} = \\
 &= \frac{80 - 60}{20000 - 0} = \frac{20}{20000} = 0,001 \text{ kn/ft}
 \end{aligned}$$

$$k_{W1} = 0$$

$$\begin{aligned}
 \bar{V}_W^* &= \bar{V}_{W0} + k_{W0} \cdot (h^* - h_0) = \\
 &= 60 + 0.001 \cdot (10000 - 0) = 70 \text{ kn}
 \end{aligned}$$

Der letzte Windlayer in der Atmosphäre hat einen Windgeschwindigkeitsgradienten von 0 kn/ft, weil der Geschwindigkeitsgradient nur durch die Basisgeschwindigkeiten zweier benachbarter Layer berechnet werden kann.

3.6.3 Windrichtungsgradient

Der Windrichtungsgradient k_φ eines Windlayers beschreibt das Verhältnis der Richtungsänderung zur Höhenänderung:

$$k_\varphi = \frac{\Delta\varphi_W}{\Delta h} \text{ [°/ft]} \quad (6)$$

Mit i als Nummer eines bestimmten Windlayers kann der Windrichtungsgradient dieses Layers beschrieben werden:

$$k_{\varphi i} = \frac{\varphi_{W_{i+1}} - \varphi_{W_i}}{h_{i+1} - h_i} \tag{7}$$

wobei h_i die Basishöhe des Windlayers ist.

Der Windrichtungsgradient eines Windlayers ist wie der Geschwindigkeitsgradient kein definierender Layerparameter. Dieser ergibt sich, wie in der Gleichung 7 beschrieben, aus den Layerparametern Basishöhe h und Basiswindrichtung φ_W zweier benachbarter Layers.

Der Windrichtungsgradient innerhalb eines Layers ist konstant. Dadurch entsteht ein linearer Windrichtungsverlauf. Die Windrichtung φ_W^* auf einer bestimmten Höhe h^* innerhalb eines Layers kann mit einer Geradengleichung folgender Form berechnet werden:

$$\varphi_W^* = \varphi_{W_i} + k_{\varphi i} \cdot (h^* - h_i) \tag{8}$$

Da der Windrichtungsverlauf innerhalb der Atmosphäre stetig ist und keine Sprünge erlaubt, bewirkt die Änderung der Basisrichtung eines Layers eine Änderung des Windrichtungsgradienten. Man kann aber auch direkt den Windrichtungsgradienten eines Layers durch Werteeingabe über ein Menü verändern. Dies führt dann automatisch zur Änderung der Basiswindrichtung des oberen benachbarten Layers.

In der Abbildung 3.13 wurden zwei Windlayers dargestellt. Die magentafarbene Markierungen zeigen den Verlauf der Windrichtung innerhalb der Atmosphäre. Ein Rechenbeispiel erklärt die Vorgangsweise der Berechnung des Windrichtungsgradienten.

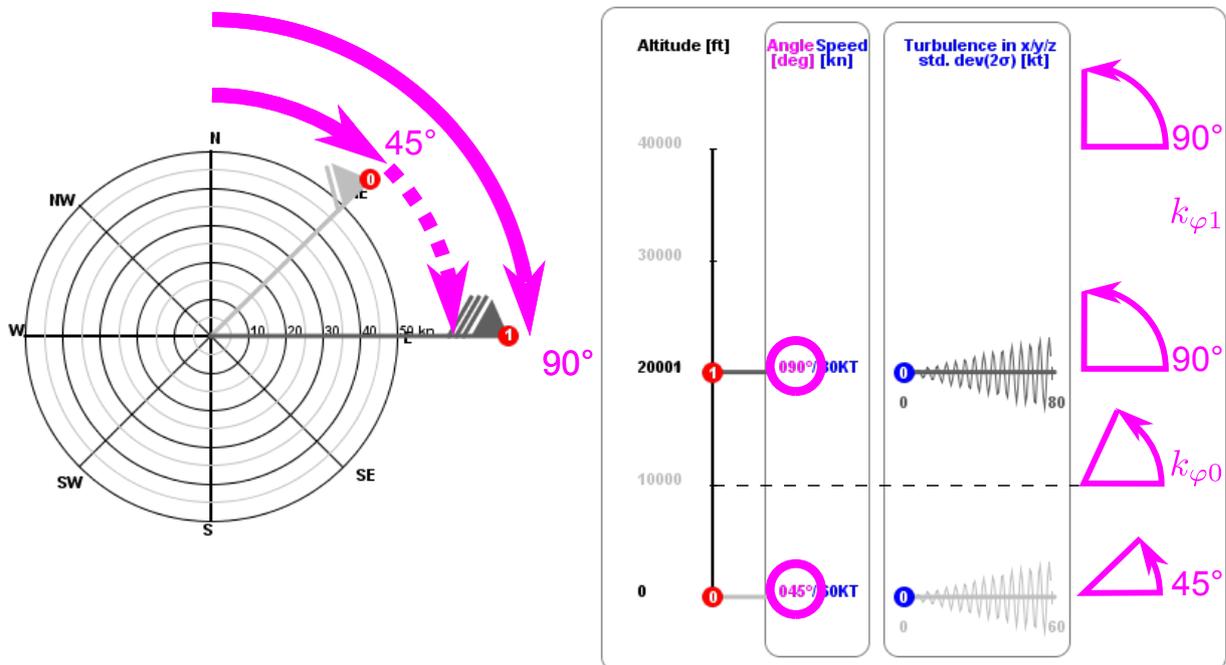


Abbildung 3.13: Windrichtungsgradient

$$i=0$$

$$\varphi_0 = 45^\circ$$

$$\varphi_1 = 90^\circ$$

$$h_0 = 0 \text{ ft}$$

$$h_1 = 20000 \text{ ft}$$

$$h^* = 10000 \text{ ft}$$

$$\begin{aligned} k_{\varphi 0} &= \frac{\varphi_{W1} - \varphi_{W0}}{h_1 - h_0} = \\ &= \frac{90 - 45}{20000 - 0} = \frac{45}{20000} = 0,00225 \text{ deg/ft} \end{aligned}$$

$$k_{W1} = 0$$

$$\begin{aligned} \varphi_W^* &= \varphi_{W0} + k_{\varphi 0} \cdot (h^* - h_0) = \\ &= 45 + 0,00225 \cdot (10000 - 0) = 67,5^\circ \end{aligned}$$

Der letzte Windlayer in der Atmosphäre hat einen Windrichtungsgradienten von $0^\circ/\text{ft}$, weil der Windrichtungsgradient nur durch die Basiswindrichtungen zweier benachbarter Layers berechnet werden kann.

4 Turbulenzmodell

4.1 Definition

„Als Turbulenz bezeichnet man den Strömungszustand von Flüssigkeiten und Gasen, der durch die Bildung und den Zerfall von Wirbeln gekennzeichnet ist.

Turbulenz entsteht durch äußere Einflüsse (Reibung an rauen Grenzflächen, wobei schon kleinste Ausbuchtungen Wirbel erzeugen können) oder innere Faktoren (Überschreitung von kritischen Geschwindigkeiten).

In der Atmosphäre ist die Turbulenz stets vorhanden. Sie bewirkt einen Ausgleich von vorhandenen Gegensätzen bezüglich Eigenschaften und Beimengungen. Man unterscheidet dabei zwischen thermischer und dynamischer Turbulenz.

Zu den Auswirkungen der thermischen Turbulenz zählen die über erhitzten Flächen aufsteigenden Warmluftblasen, die bei ausreichendem Feuchteangebot sogar zu großräumiger Konvektion mit der Bildung von Schauer- und Gewitterwolken führen können.

Dynamische Turbulenz entsteht bei Veränderungen der Windgeschwindigkeit zwischen zwei über- oder nebeneinander befindlichen Luftschichten (Windgeschwindigkeitsscherung) oder bei Reibung der bewegten Luft an der Erdoberfläche, wobei der Grad der Bebauung und Bepflanzung eine wichtige Rolle spielt. Die Größenordnung der Turbulenzelemente reicht dabei vom Zentimeterbereich bis zu einigen 10 Metern“ [5].

In dem für den Flugsimulator programmierten Turbulenzmodell handelt es von den dynamische Turbulenzen.

4.2 Einleitung

Basierend auf die Turbulenzmodelle von Neal M. Bar [1], Show-Tien Wang und Walter Frost [20] wurde ein Turbulenzmodell für den Flugsimulator entwickelt. Diese Turbulenzmodelle sind spezialisiert auf Landung und Anflug und sind stark den Parametern abhängig, die in tieferen Flughöhen wesentlichen Einfluss auf die Flugzeuge haben, wie zum Beispiel Bodenrauheit, Anfluggeschwindigkeit, Luftdichte am Boden usw. Diese spezielle Modellierung der Turbulenzen für Anflug und Landung ist aber gleichzeitig eine Einschränkung, weil das programmierte Turbulenzmodell auch Turbulenzen simuliert, die in höheren Atmosphärenschichten vorkommen und von den Bodenbedingungen nicht abhängen. Aus diesem Grund wurde nur der Ansatz der Wertegenerierung für Turbulenzgeschwindigkeiten von den Modellen von Neal M. Bar [1], Show-Tien Wang und Walter Frost [20] übernommen, siehe Abbildung 4.1.

4.3 Eigenschaften des Turbulenzmodells

- a) Die Windgeschwindigkeit V_W besteht aus zwei Komponenten: der radialen Komponente V_{WR} in der xy -Ebene und der vertikalen Komponente V_{WZ} . Die vertikale Komponente V_{WZ} ist turbulenzfrei. Sie besteht nur aus der mittleren Windgeschwindigkeit: $V_{WZ} = \bar{V}_{WZ}$. D.h. die Turbulenz wirkt nur in der radialen Ebene, und somit kann die Windgeschwindigkeit in radialer Richtung formuliert werden:

$$V_W = \bar{V}_W + V_T \quad (1)$$

wobei

- V_W für die momentane Windgeschwindigkeit [kn],
 \bar{V}_W für die mittlere Windgeschwindigkeit [kn] und
 V_T für die momentane Turbulenzgeschwindigkeit [kn] steht.

- b) Für die Generierung der Werte der Turbulenzgeschwindigkeit wird wie in den Modellen von Bar, Wang und Frost die Gaußverteilung verwendet, siehe Abbildung 4.1.
- c) Das Turbulenzmodell ist unabhängig von thermodynamischen Atmosphärenbedingungen und von den Bodenbedingungen. Es ist nur abhängig von der mittleren Windgeschwindigkeit \bar{V}_W , siehe Abbildung 4.7.

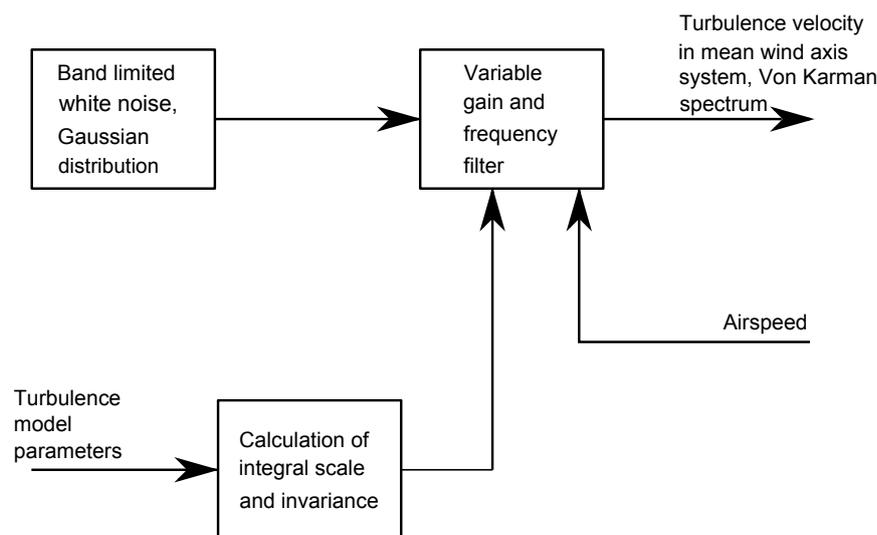


Abbildung 4.1: Prinzipdarstellung der Turbulenzgeschwindigkeitsgenerierung [1, S.570]

4.4 Ansatz für Wertegenerierung

4.4.1 Allgemeine Normalverteilung

„Zahlreiche Zufallsvariable in Naturwissenschaft und Technik wie z.B. physikalisch-technische Messgrößen genügen einer stetigen Verteilung mit der Dichtefunktion

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)^2\right] \quad \text{für} \quad (-\infty < x < \infty) \quad (2)$$

[...]Eine Verteilung mit dieser Dichtefunktion heißt Gaußsche Normalverteilung[...]“[15, S.367].

Die Abbildung 4.2 zeigt den Verlauf dieser Funktion.

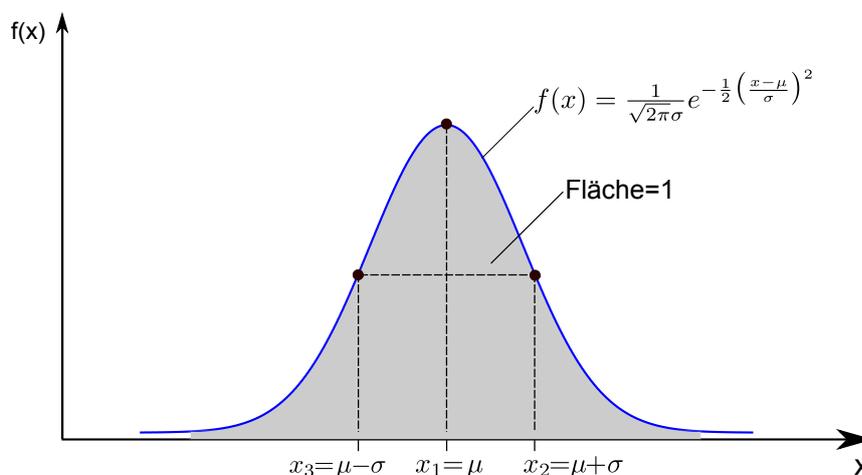


Abbildung 4.2: Dichtefunktion $f(x)$ der Gaußschen Normalverteilung Vgl.[15, S.367]

„Die in der Dichtefunktion $f(x)$ (Gleichung 2) auftretenden Parameter μ und σ sind zugleich spezielle Kennwerte dieser allgemeinen Normalverteilung: μ ist der Mittel- oder Erwartungswert, σ die Standardabweichung und σ^2 die Varianz der normalverteilten stetigen Zufallsvariablen X [...]“ Vgl.[15, S.367].

„Die Dichtefunktion $f(x)$ besitzt folgende Eigenschaften:

- $f(x)$ ist spiegelsymmetrisch bezüglich der Geraden $x=\mu$
- Das (einzige) Maximum liegt bei $x_1 = \mu$ und ist zugleich Symmetriezentrum, die beiden Wendepunkte liegen symmetrisch zum Maximum an den Stellen $x_{2/3} = \mu \pm \sigma$
- $f(x)$ ist normiert, d.h. die Fläche unter der Dichtefunktion hat den Wert Eins (grau unterlegte Fläche in Bild 4.2)

[...]Während der Parameter μ die Lage des Maximums festlegt, bestimmt der zweite Parameter σ Breite und Höhe der Glockenkurve. Dabei gilt: je kleiner die Standardabweichung σ ist, umso höher liegt das Maximum und umso steiler fällt die Dichtekurve nach beiden Seiten hin ab [...], siehe Bild 4.3“Vgl.[15, S.369]

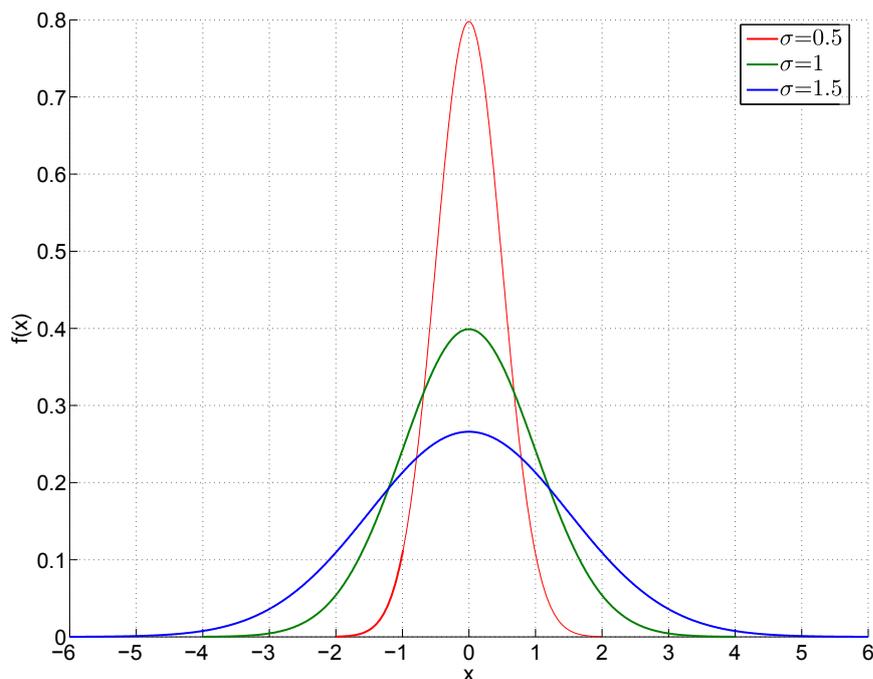


Abbildung 4.3: Die Standardabweichung σ bestimmt die Höhe und Breite der Normalverteilungsdichtefunktion $f(x)$ [15]

4.4.2 Standardnormalverteilung

„Die allgemeine Gaußsche Normalverteilung lässt sich auf die Standardnormalverteilung mit den speziellen Parametern $\mu = 0$ und $\sigma = 1$ zurückführen. Dies entspricht einem Übergang von der normalverteilten Zufallsvariablen X zur sog. standardnormalverteilten Zufallsvariablen U mit Hilfe der linearen Transformation (Substitution) $U = \frac{X-\mu}{\sigma}$, siehe Abbildung 4.4. Somit ist die Dichtefunktion:

$$\varphi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}u^2\right] \quad \text{für} \quad (-\infty < x < \infty) \quad (3)$$

“ Vgl.[15, S.370]

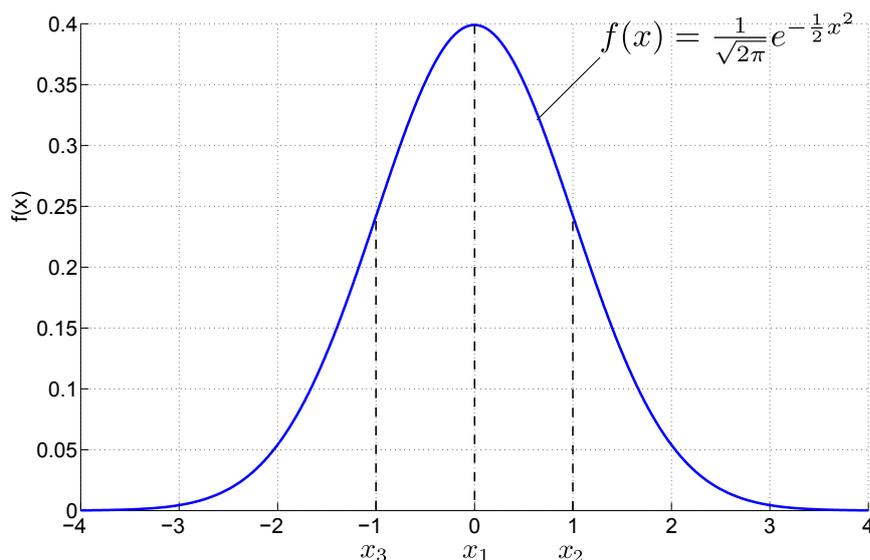


Abbildung 4.4: Dichtefunktion der Standardnormalverteilung [15]

4.4.3 $k - \sigma$ Regel:

„Die $k - \sigma$ Regel besagt, dass 68% aller Werte sich im Intervall $\pm \sigma$ ($k=1$) befinden. Im Intervall $\pm 2\sigma$ ($k=2$) befinden sich 95% und im Intervall $\pm 3\sigma$ ($k=3$) 99% aller Werte, siehe Abbildung 4.5“ Vgl.[2, S.133].

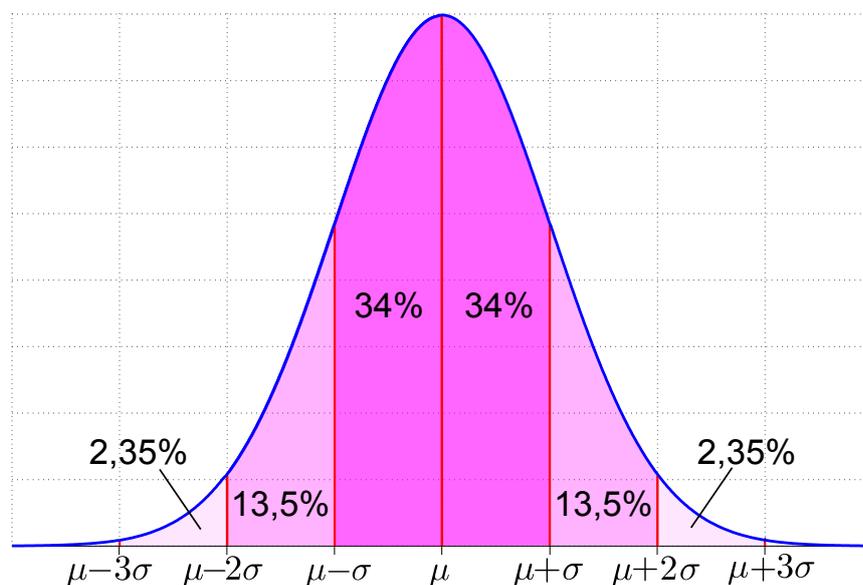


Abbildung 4.5: $k - \sigma$ -Regel [13]

4.5 Das Turbulenzmodell

4.5.1 Wertegenerierung durch Gaußverteilung

Für das Turbulenzmodell wird die Standardnormalverteilung verwendet, siehe Abbildung 4.4. Diese wird vom Programm auf das Intervall $\pm 2\sigma$ begrenzt ($-2 \leq X \leq +2$), d.h. die

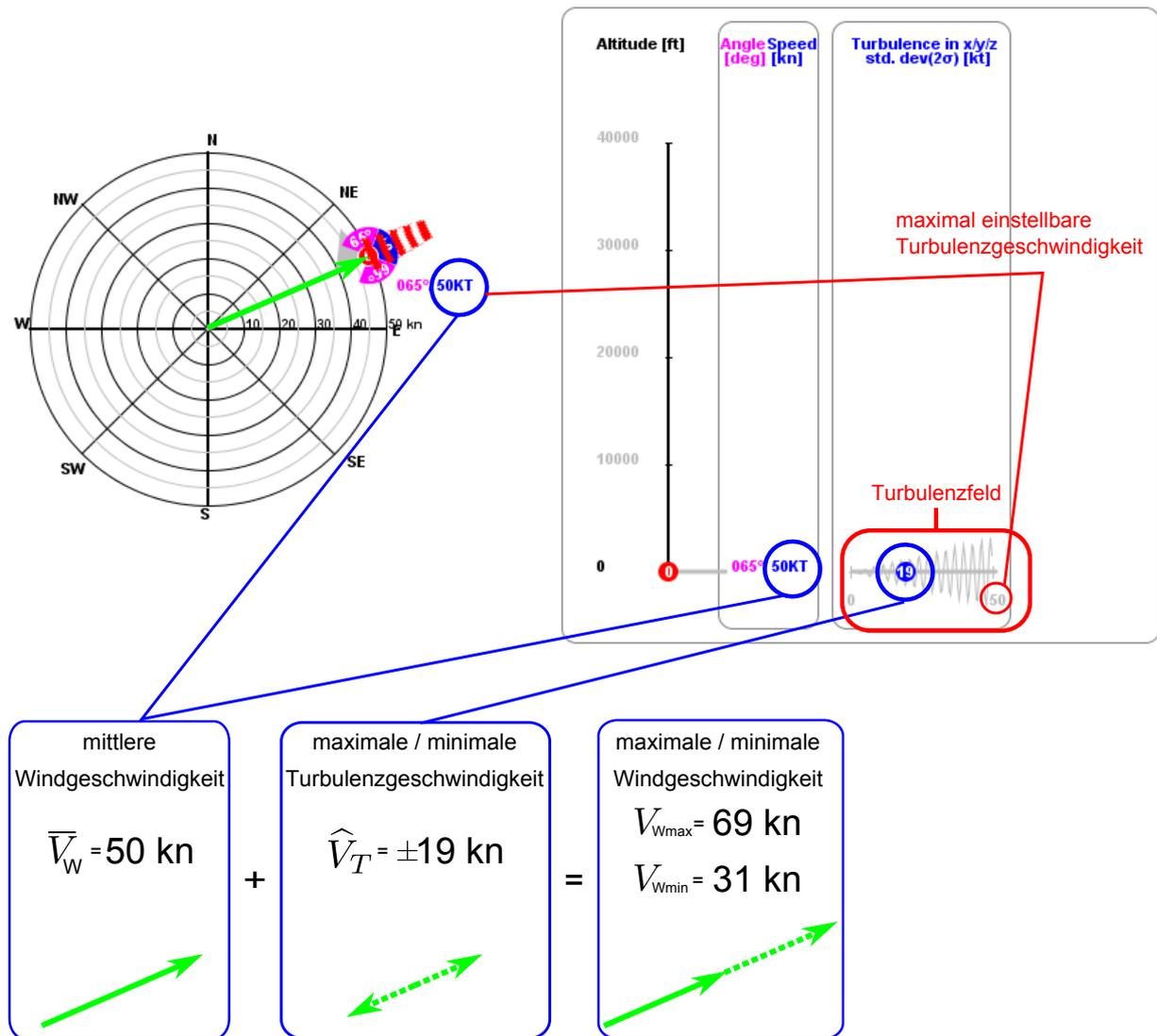


Abbildung 4.7: Graphische Darstellung der Turbulenz auf dem Bedienungsfield

4.5.3 Frequenz der Werte und zeitlicher Verlauf

Die Häufigkeit der generierten Werte ist mit 1 mal pro 100 ms festgelegt. Also pro Sekunde werden zehn Turbulenzgeschwindigkeiten erzeugt, siehe Abbildung 4.8. Diese Werte werden für zehn ms konstant gehalten. Dadurch ergibt sich ein stufenartiger Verlauf der Turbulenz, siehe Abbildung 4.9.

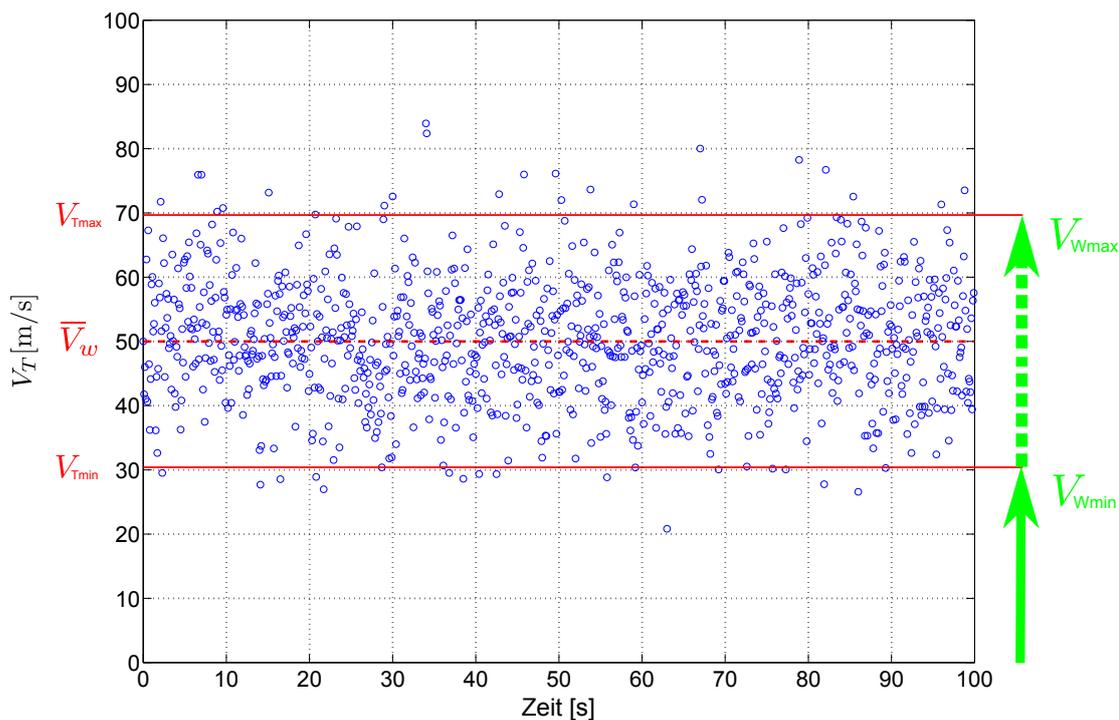


Abbildung 4.8: gaußverteilte Turbulenzwerte über 100 s, d.h. 1000 Werte mit 10 ms Abstand dazwischen

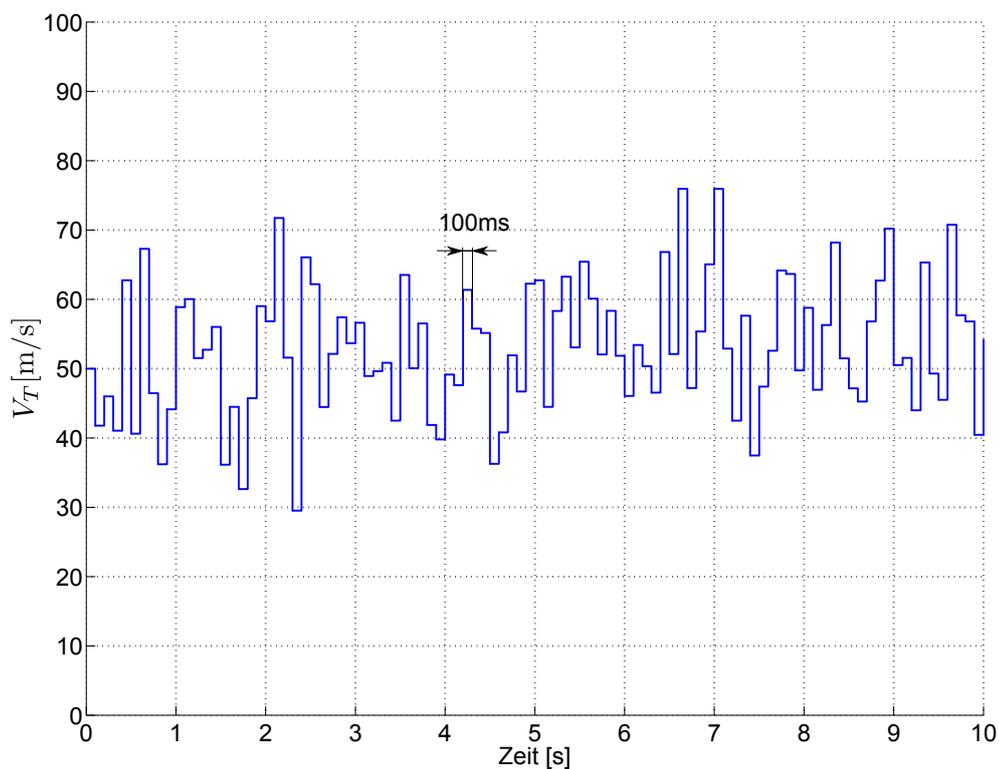


Abbildung 4.9: Durch Verbindung der einzelnen Punkte entstandener Verlauf

Wenn die Turbulenz auf null eingestellt ist, erscheint der Windsack am Ende des Windpfeils. Seine Position entspricht der mittleren Windgeschwindigkeit \bar{V}_W . Wenn die Turbu-

lenz auf einen beliebigen Wert eingestellt ist, springt der Windsack im Turbulenzintervall hin und her, siehe Abbildung 4.10.

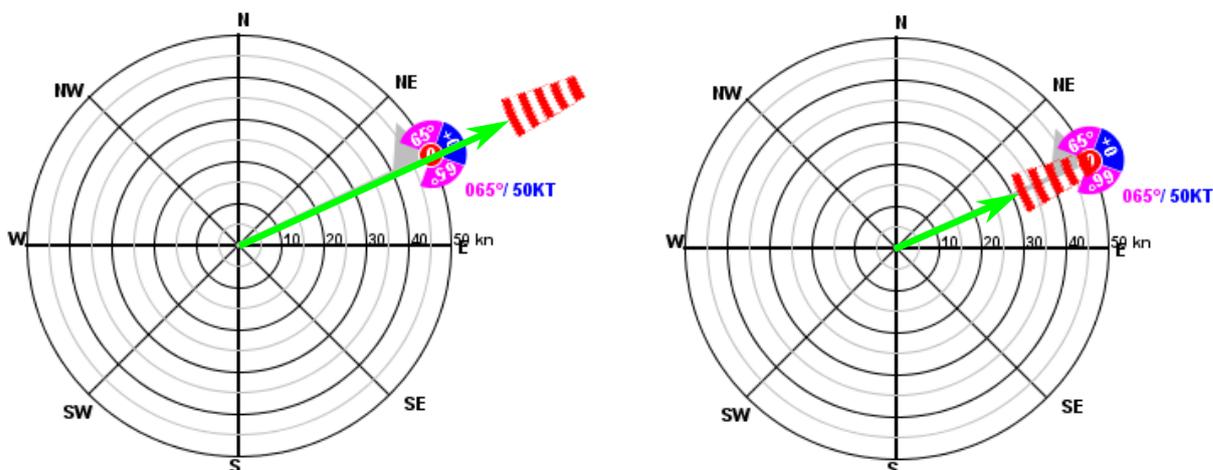


Abbildung 4.10: minimale und maximale Windgeschwindigkeit

4.5.4 Abhängigkeit der Turbulenz von der mittleren Windgeschwindigkeit \bar{V}_W (Turbulenzfaktor) und Turbulenzverlauf

Der Turbulenzfaktor k_{TRi} einer Windschicht ist das Verhältnis zwischen dem eingestellten Turbulenzmaximum dieser Windschichtbasis V_{Ti} und der mittleren Windgeschwindigkeit der Windschichtbasis \bar{V}_{Wi} und er ist innerhalb der Windschicht konstant:

$$k_{TRi} = \frac{V_{Ti}}{\bar{V}_{Wi}} \tag{4}$$

wobei i die Nummer der Windschicht ist.

Da die mittlere Windgeschwindigkeit \bar{V}_W innerhalb einer Windschicht nicht konstant sein muss, kann sich diese mit dem mittleren Windgeschwindigkeitsgradienten k_{Wi} in Abhängigkeit von der Höhe linear ändern, siehe Kapitel 3. Der Verlauf der maximalen Turbulenzgeschwindigkeit V_T ist auch linear und passt sich dem Verlauf der mittleren Windgeschwindigkeit an, indem die maximale Turbulenzgeschwindigkeit V_T^* auf einer bestimmten Höhe aus dem Produkt der mittleren Windgeschwindigkeit auf der selben Höhe \bar{V}_W^* und dem Turbulenzfaktor der Windschicht k_{TRi} berechnet wird:

$$V_T^* = \bar{V}_W^* k_{TRi} \tag{5}$$

Beispiel:

$\bar{V}_{W0}=50$ kn	mittlere Windgeschwindigkeit an der Basis der Windschicht 0
$\bar{V}_{W1}=70$ kn	mittlere Windgeschwindigkeit an der Basis der Windschicht 1
$h_0=0$ ft	Basishöhe der Windschicht 0
$h_1=20000$ ft	Basishöhe der Windschicht 1
$h=10000$ ft	bestimmte Höhe
$V_{T0}=10$ kn	eingestellte maximale Turbulenzgeschwindigkeit der Windschichtbasis 0

Der Gradient der mittleren Windgeschwindigkeit der Windschicht 0 ist:

$$k_{W0} = \frac{\bar{V}_{W1} - \bar{V}_{W0}}{h_1 - h_0} = \frac{70 - 50}{20000 - 0} = 0.001 \text{ kn/ft}$$

Damit ergibt sich die mittlere Windgeschwindigkeit auf einer Höhe $h=10000$ ft:

$$\begin{aligned} \bar{V}_W^* &= \bar{V}_{W0} + (h^* - h_0) k_{W0} = \\ &= 50 + (10000 - 0)0.001 = \\ &= 50 + 10 = 60 \text{ kn} \end{aligned}$$

Der Turbulenzfaktor k_{TR0} der Windschicht 0 ergibt sich aus der Gleichung 4, siehe Abbildung 4.11:

$$k_{TR0} = \frac{\bar{V}_{W0}}{V_{T0}} = \frac{50}{10} = 0.2$$

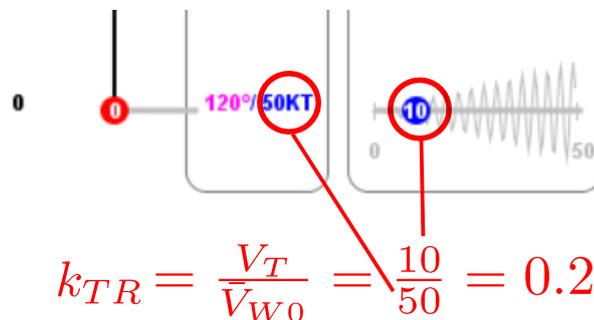


Abbildung 4.11: Turbulenzfaktor k_{TR}

Die maximale Turbulenzgeschwindigkeit auf der Höhe $h=10000$ ft mit der mittleren Windgeschwindigkeit $\bar{V}_W=60$ kn ist damit nach der Gleichung 5:

$$V_T^* = 60 \cdot 0.2 = \pm 12 \text{ kn}$$

Daraus ergibt sich die Windgeschwindigkeit auf der Höhe $h=10000$ ft mit einem Intervall zwischen V_{Wmin} und V_{Wmax} :

$$V_{Wmin} = \bar{V}_W - V_T = 60 - 12 = 48 \text{ kn}$$

$$V_{Wmax} = \bar{V}_W + V_T = 60 + 12 = 72 \text{ kn}$$

Von der Windschichtbasis $h=0$ ft ausgehend nimmt das Turbulenzmaximum zu, weil die mittlere Windgeschwindigkeit auch mit steigender Höhe bis zur Basis der nächsten Windschicht zunimmt. Daher hängt der Verlauf des Turbulenzmaximums vom Verlauf der mittleren Windgeschwindigkeit ab, siehe Abbildung 4.12.

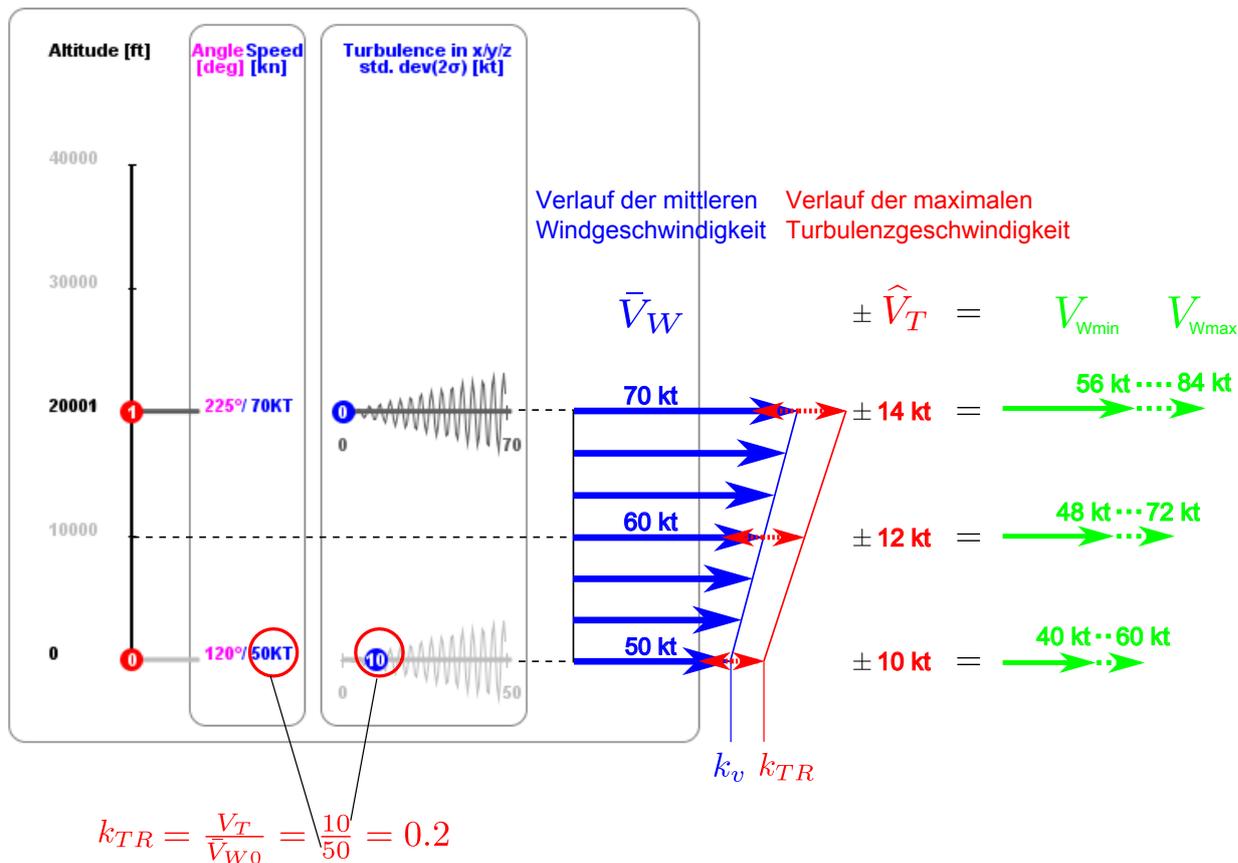


Abbildung 4.12: Turbulenzfaktor k_{TR} und linearer Verlauf der Geschwindigkeiten

5 Böenmodell

5.1 Definition

„Als eine Bö bezeichnet man im allgemeinen einen kräftigen Windstoß, der oft mit einer plötzlichen Windrichtungsänderung verbunden ist. Definitionsgemäß spricht man von einer Bö, wenn der gemessene 10-Minuten-Mittelwert der Windgeschwindigkeit innerhalb weniger Sekunden (höchstens 20, mindestens 3 Sekunden anhaltend) um mindestens 5,0 m/s (10 kn) überschritten wird [...]“[5].

5.2 Einleitung

Basierend auf die Definition der Bö wurde ein mathematisches Böenmodell entwickelt, das mit den vektoriellen Eigenschaften des Windmodells zusammenpasst, siehe Kapitel 3, weil es sich auf dem Windmodell aufbaut. Das Böenmodell kann als eine Erweiterung des Windmodells gesehen werden.

5.3 Eigenschaften des Böenmodells

- a) Die Windgeschwindigkeit V_W besteht aus zwei Komponenten: der radialen Komponente V_{WR} in der xy-Ebene des geodätischen Koordinatensystems und der vertikalen Komponente V_{WZ} , die Richtung Erdmittelpunkt zeigt. Die vertikale Komponente V_{WZ} ist windstoßfrei, d.h. sie besteht nur aus der mittleren Windgeschwindigkeit: $V_{WZ} = \bar{V}_{WZ}$. Der Windstoß wirkt nur in der radialen Ebene, und somit kann die Windgeschwindigkeit in radialer Richtung formuliert werden:

$$V_W = \bar{V}_W + V_G \quad (1)$$

wobei

\bar{V}_W die mittlere Windgeschwindigkeit [kn] und
 V_G die momentane Windstoßgeschwindigkeit [kn] ist.

- b) Für die Generierung der Werte der Windstoßgeschwindigkeit wird eine Gaußverteilung verwendet, siehe Kapitel Turbulenzmodell, Wertegenerierung durch Gaußverteilung.
- c) Die Dauer der auftretenden Windstoßwerte wird mit einer Gleichverteilung generiert.
- d) Das Windstoßmodell ist unabhängig von thermodynamischen Atmosphärenbedingungen und Bodenbedingungen. Es ist nur abhängig von der mittleren Windgeschwindigkeit, siehe Abbildung 5.8.

5.4 Böenmodell

5.4.1 Wertegenerierung durch die Gaußverteilung

Für das Böenmodell wird die Standardnormalverteilung verwendet, siehe Abbildung 4.4. Diese wird vom Programm auf das Intervall $\pm 3\sigma$ begrenzt ($-3 \leq X \leq +3$), d.h. die

Zufallswerte $X > 3$ und $X < -3$ werden blockiert. Wie die $k\text{-}\sigma$ -Regel besagt, beinhaltet dieses Intervall 99,70% aller Werte, siehe Abbildung 4.5.

5.4.2 Einstellung der Windstoßstärke

An der Bedienungsfläche befindet sich am Ende der Windpfeile ein blauer Kreissektor, mit dem man die maximal erwünschte Windstoßgeschwindigkeit \hat{V}_G einstellen kann. Die maximal einstellbare Windstoßgeschwindigkeit beträgt 100 kn. In der Mitte dieses Sektors sieht man die eingestellte maximale Windstoßgeschwindigkeit in Knoten, siehe Abbildung 5.1.

Nach der Definition des Windstoßes kann die Windstoßgeschwindigkeit ein Minimum von 10 kn haben. Da Windgeschwindigkeiten unter 10 kn nicht als Windstoß definiert werden, sollen diese nun auch nicht einstellbar sein. Deswegen wird der Kreissektor für einen windstoßfreien Wind auf der Position für 0 kn sein. Um eine bestimmte Windstoßgeschwindigkeit einzustellen, wird der Kreissektor mit der Maus herausgezogen. Dieser springt dann auf die Position für Mindestwindstoßgeschwindigkeit von 10 kn. Durch weiteres Herausziehen des Kreissektors kann man eine beliebig hohe Windstoßgeschwindigkeit einstellen, siehe Abbildungen 5.1 und 5.2.

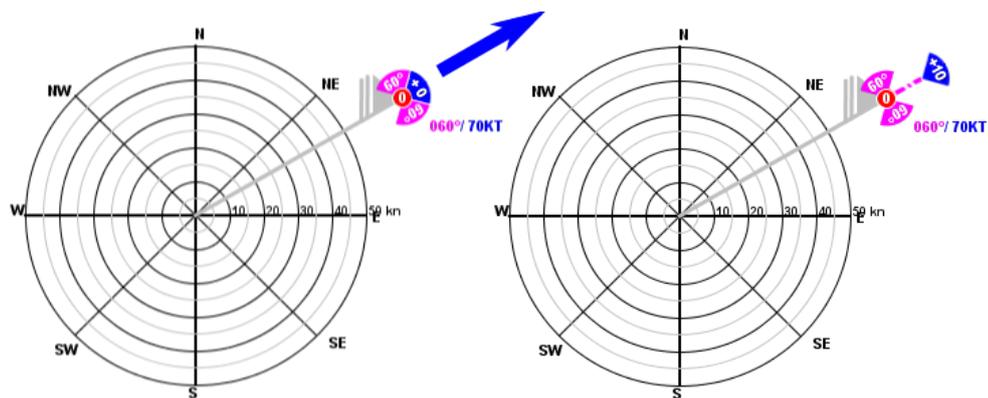


Abbildung 5.1: Einstellung der Windstoßstärke auf Windstoßminimum

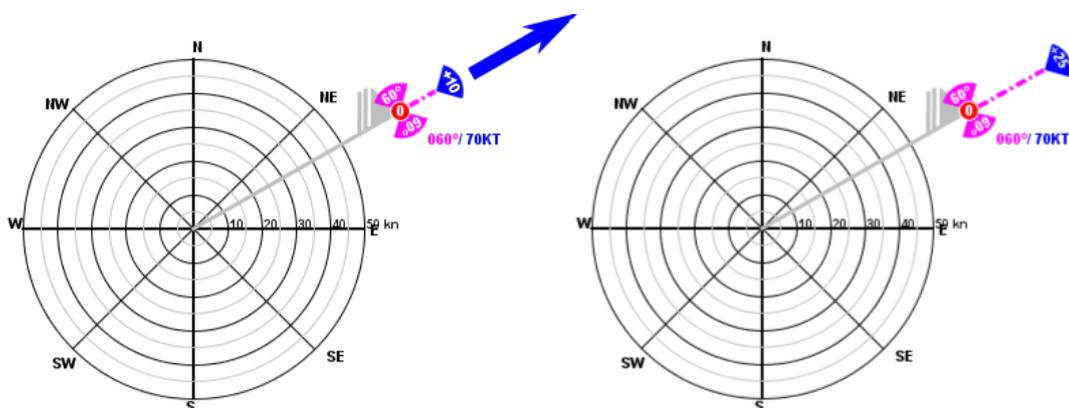


Abbildung 5.2: Erhöhung der Windstoßstärke

Um Windstoßgeschwindigkeiten in einem Intervall von $(10 \text{kt} \leq X \leq \hat{V}_G)$ generieren zu können, wird das Zufallsvariablenintervall der begrenzten Standardnormalverteilung $(-3 \leq X \leq +3)$ modifiziert.

Das Intervall von $(-3 \leq X \leq +3)$ wird so verändert, dass der Zufallswert $X=+3\sigma$ auf die maximal eingestellte Windstoßgeschwindigkeit \hat{V}_G und $X=-\sigma$ auf das Windstoßgeschwindigkeitsminimum von 10 kn expandiert wird, siehe Abbildung 5.3

Für die Zufallswerte $X < -\sigma$ ergibt das Programm eine Windstoßgeschwindigkeit V_G von 0 kn. Das entspricht 15,85% aller Zufallswerte. Der restliche Bereich hat eine Breite von 4σ und hier befinden sich 83,85% aller Zufallswerte. Dieser Bereich wird auf einen Betrag von $\hat{V}_G - 10$ kn expandiert, siehe Abbildung 5.3:

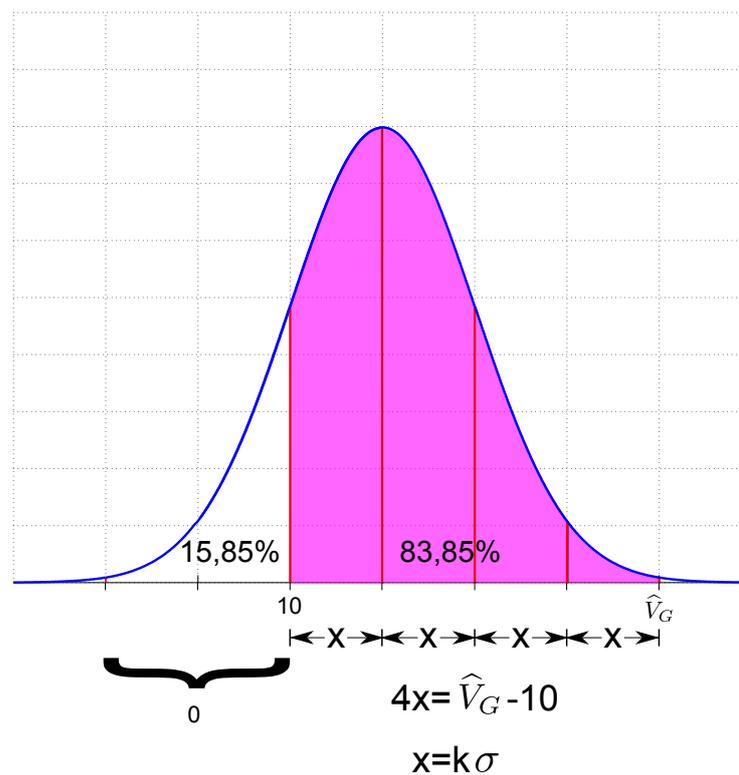


Abbildung 5.3: Verteilung der Windstoßgeschwindigkeit

$$4x = \hat{V}_G - 10 \tag{2}$$

$$x = \frac{\hat{V}_G - 10}{4} \tag{3}$$

$$x = \sigma \cdot k \tag{4}$$

wobei k ein Skalierungsfaktor ist und $\sigma = 1$. Somit ist der Skalierungsfaktor des Intervalls k:

$$k = \frac{\hat{V}_G - 10}{4} \tag{5}$$

Wenn man die Zufallswerte X mit k multipliziert, erhält man folgendes Intervall:

$$(-3k \leq X \leq 3k) = \left[-3 \left(\frac{\hat{V}_G - 10}{4} \right) \leq X \leq 3 \left(\frac{\hat{V}_G - 10}{4} \right) \right] \quad (6)$$

Dieses Intervall wird um einen bestimmten Betrag Δb nach rechts verschoben, damit die obere Grenze $+3k$ zu \hat{V}_G und gleichzeitig $-k$, also $-\left(\frac{\hat{V}_G-10}{4}\right)$ zu 10 kn wird, siehe Abbildung 5.4.

$$\Delta b = \hat{V}_G - 3k \quad (7)$$

$$\Delta b = \hat{V}_G - 3 \left(\frac{\hat{V}_G - 10}{4} \right) = \frac{\hat{V}_G + 30}{4} \quad (8)$$

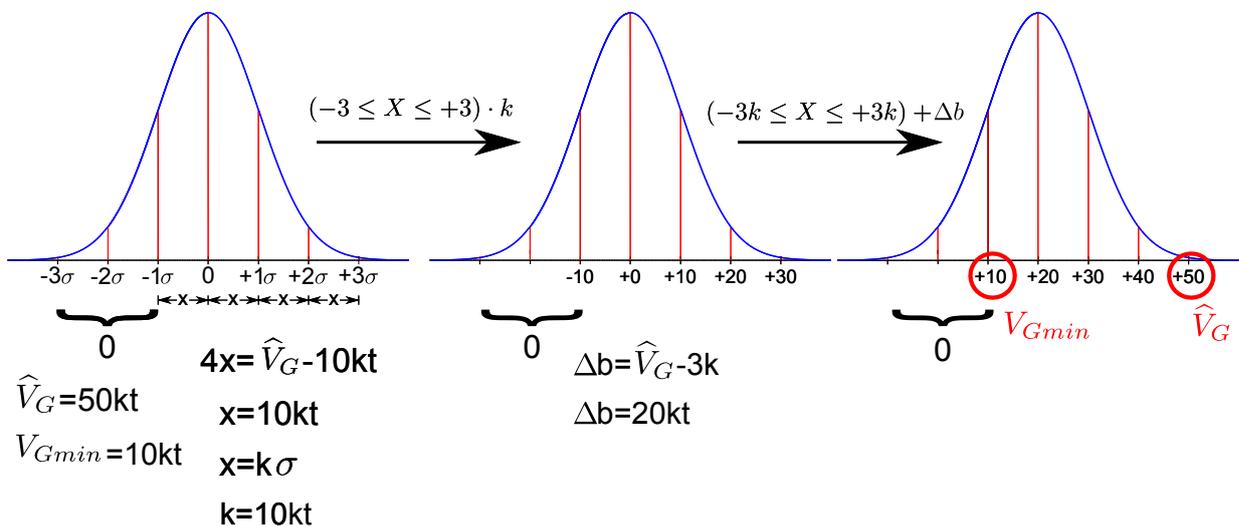


Abbildung 5.4: Modifizierung des Intervalls der Zufallsvariablen: Expandieren und Verschieben

Somit erhält man einen gaußverteilten Wertebereich für die Windstoßgeschwindigkeit, bei dem 15,85% der generierten Werte 0 kn ergeben, also keinen Windstoß, und die restlichen 83,85% zwischen 10 kn und dem eingestellten Maximalwert der Windstoßgeschwindigkeit \hat{V}_G variieren.

5.4.3 Dauer und zeitlicher Verlauf der Böen

Da die Dauer eines Windstoßes zwischen 3 und 20 Sekunden beträgt, wird durch das Programm ein Wertebereich von $(3000 \text{ ms} \leq X \leq 20000 \text{ ms})$ generiert, wobei als Verteilung der Zufallswerte eine Gleichverteilung verwendet wird, siehe Abbildung 5.5.

„Wird ein Zufallsexperiment mit einer endlichen Ergebnismenge $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m\}$ genügend oft wiederholt und zeigt sich dabei, dass alle Elementarergebnisse mit nahezu gleicher Häufigkeit auftreten, so spricht man von Laplace Experiment. Bei einem solchen Experiment sind demnach alle Elementarergebnisse „gleichmöglich“ [...]“ [15, S.274].

„Sei $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m\}$ ein Stichprobenraum mit $P(\omega_k) = \frac{1}{n} \forall$ (Laplace-Experiment). Ferner sei U_n eine Zufallsvariable mit $U_n(\omega_k) = k$. Dann ist $P_{U_n}(k) = \frac{1}{n}$ für $k = (1, \dots, n)$. Eine solche Verteilung heißt (diskrete) Gleichverteilung auf der Menge $\{1, \dots, n\}$ “ [14, Kapitel 69]. Siehe Abbildung 5.5

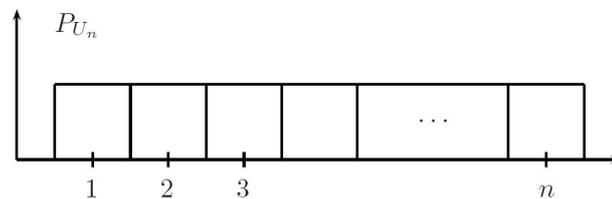


Abbildung 5.5: diskrete Gleichverteilung [14, Kapitel 69]

Die Abbildung 5.6 zeigt die Windstoßgeschwindigkeitswerte von drei hintereinander auftretenden Windböen. Jede Bö dauert zwischen 3 und 20 Sekunden. Während dieser Zeit bleibt die Windstoßgeschwindigkeit konstant. Nach dem Ablauf der Windstoßdauer wird durch die Gaußverteilung ein neuer Geschwindigkeitswert und durch die Gleichverteilung ein neuer Wert für die Dauer generiert. So bewegt sich der Windsack, der durch seinen radialen Abstand die Windgeschwindigkeit darstellt, sprunghaft von einem Böenwert zum nächsten.

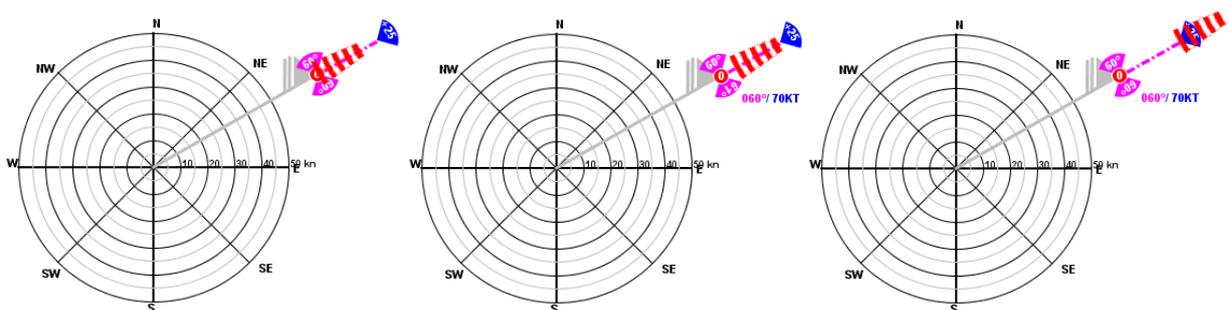


Abbildung 5.6: Zufallswerte der Windstoßgeschwindigkeit dargestellt mit einem Windsack

5.4.4 Abhängigkeit der Böengeschwindigkeit von der mittleren Windgeschwindigkeit (Windstoßfaktor) und Verlauf über die Höhe

Der Windstoßfaktor k_{Gi} einer Windschicht ist das Verhältnis zwischen der eingestellten maximalen Windstoßgeschwindigkeit dieser Windschichtbasis \hat{V}_{Gi} und der mittleren Windgeschwindigkeit der Windschichtbasis \bar{V}_{Wi} und er ist innerhalb der Windschicht konstant:

$$k_{Gi} = \frac{\hat{V}_{Gi}}{\bar{V}_{Wi}} \tag{9}$$

wobei i die Nummer der Windschicht ist.

Da die mittlere Windgeschwindigkeit \bar{V}_W innerhalb einer Windschicht nicht konstant sein muss, kann sich diese mit dem mittleren Windgeschwindigkeitsgradienten k_{Wi} in Abhängigkeit von der Höhe linear ändern, siehe Kapitel 3. Der Verlauf der maximalen

Windstoßgeschwindigkeit \hat{V}_G ist auch linear und passt sich dem Verlauf der mittleren Windgeschwindigkeit an, indem die maximale Windstoßgeschwindigkeit \hat{V}_G^* auf einer bestimmten Höhe aus dem Produkt der mittleren Windgeschwindigkeit auf der selben Höhe \bar{V}_W^* und dem Windstoßfaktor der Windschicht k_{Gi} berechnet wird:

$$\hat{V}_G^* = \bar{V}_W^* \cdot k_{Gi} \quad (10)$$

Beispiel (siehe Abbildung 5.8):

$\bar{V}_{W0}=50$ kn	mittlere Windgeschwindigkeit an der Basis der Windschicht 0
$\bar{V}_{W1}=70$ kn	mittlere Windgeschwindigkeit an der Basis der Windschicht 1
$h_0=0$ ft	Basishöhe der Windschicht 0
$h_1=20000$ ft	Basishöhe der Windschicht 1
$h=10000$ ft	bestimmte Höhe
$\hat{V}_{G0}=30$ kn	eingestellte maximale Turbulenzgeschwindigkeit der Windschichtbasis 0

Der Gradient der mittleren Windgeschwindigkeit der Windschicht 0 ist:

$$k_{W0} = \frac{\bar{V}_{W1} - \bar{V}_{W0}}{h_1 - h_0} = \frac{70 - 50}{20000 - 0} = 0.001 \text{ kn/ft}$$

Damit ergibt sich die mittlere Windgeschwindigkeit auf einer Höhe $h=10000$ ft:

$$\begin{aligned} \bar{V}_W^* &= \bar{V}_{W0} + (h - h_0) k_{W0} = \\ &= 50 + (10000 - 0)0.001 = \\ &= 50 + 10 = 60 \text{ kn} \end{aligned}$$

Der Windstoßfaktor k_{G0} der Windschicht 0 ergibt sich aus der Gleichung 9, siehe Abbildung 5.7:

$$k_{G0} = \frac{\bar{V}_{W0}}{\hat{V}_{G0}} = \frac{50}{30} = 0.6$$

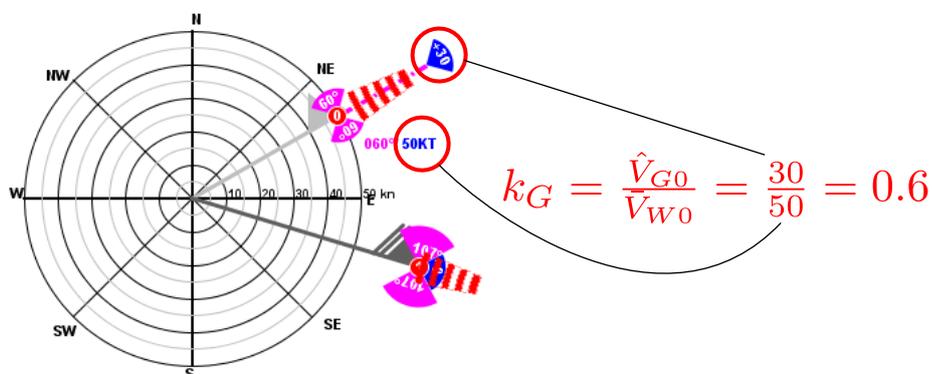


Abbildung 5.7: Windstoßfaktor

Die maximale Windstoßgeschwindigkeit auf der Höhe $h=10000$ ft mit der mittleren Windgeschwindigkeit $V_W=60$ kn ist damit nach der Gleichung 10:

$$\hat{V}_G^* = 60 \cdot 0.6 = 36kn$$

Die minimale Windstoßgeschwindigkeit beträgt definitionsgemäß unabhängig von der Höhe 10 kn. Daraus ergibt sich die Windgeschwindigkeit auf der Höhe $h=10000$ ft mit einem Intervall zwischen V_{Wmin} und V_{Wmax} :

$$V_{Wmin} = \bar{V}_W + V_{Gmin} = 60 + 10 = 70kn$$

$$V_{Wmax} = \bar{V}_W + V_{Gmax} = 60 + 36 = 96kn$$

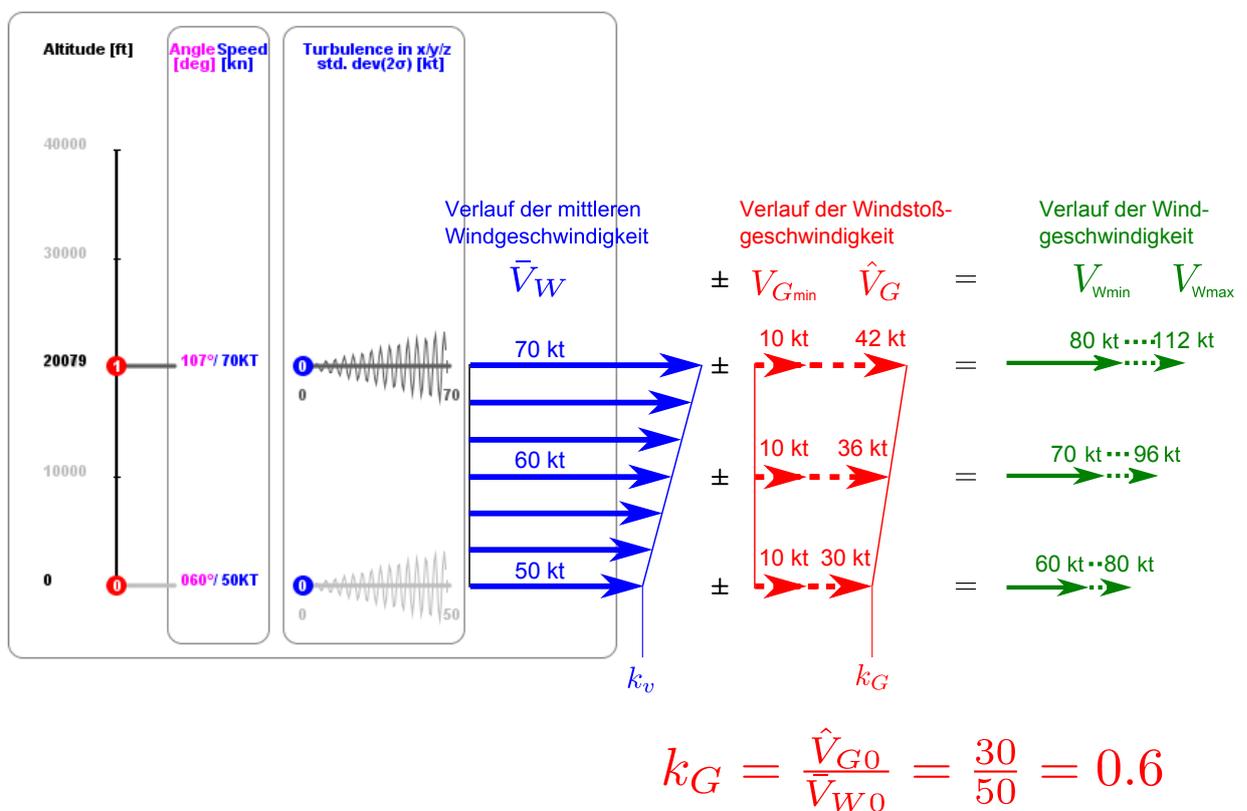


Abbildung 5.8: Verlauf der Böengeschwindigkeit

6 Microburstmodell

6.1 Einleitung und Definition

„Tetsuya Theodore Fujita, einer der wichtigsten Sturmforscher des 20. Jahrhunderts definiert Downburst als einen starken Abwind, der am oder in der Nähe vom Boden schädliche Windausbrüche verursacht“Vgl.[16].

„Ein Microburst ist ein kleiner Downburst, dessen schädliche Windausbrüche sich weniger als 4 km erstrecken“Vgl.[22, S.1].

„Die charakteristischen Eigenschaften des Windfeldes eines Downbursts sind wesentlich unterschiedlicher als die der Grenzschichtwindfelder“Vgl.[16].

„[...]In Microbursts stürzt die Gewitterkaltluft im Idealfall senkrecht in Form eines engen Strahls oder jetförmig nach unten. Die horizontale Ausweitung beträgt weniger als 4 km (d.h. bis zu unter der Länge einer S/L-Bahn), die Aktionszeit liegt lediglich zwischen 1-5 Minuten. Diese kurze Zeit verdeutlicht, dass CB (Gewitterwolke Cumulonimbus) förmlich auf einen Schlag einen Großteil seiner Energie freisetzt. Wenn der Microburst auf den Boden trifft, breitet sich die Luft zu allen Seiten aus und bildet im Idealfall am Ende konzentrische Ringe, die an Raucherringe erinnern.

Durch die eng begrenzte horizontale Ausdehnung muss natürlich bei Start und Landung mit starken Geschwindigkeits- und Richtungsscherungen des Windes gerechnet werden. Windscherungen sind die Hauptursache von Unfällen in Verbindung mit Microbursts.

Die horizontalen Unterschiede von Windrichtung und -geschwindigkeit können einen so großen Geschwindigkeitsverlust des Flugzeuges bewirken, dass das kurzfristige Leistungsvermögen an horizontaler Beschleunigung auch von Verkehrsflugzeugen überschritten wird[...]“[10, S.99].

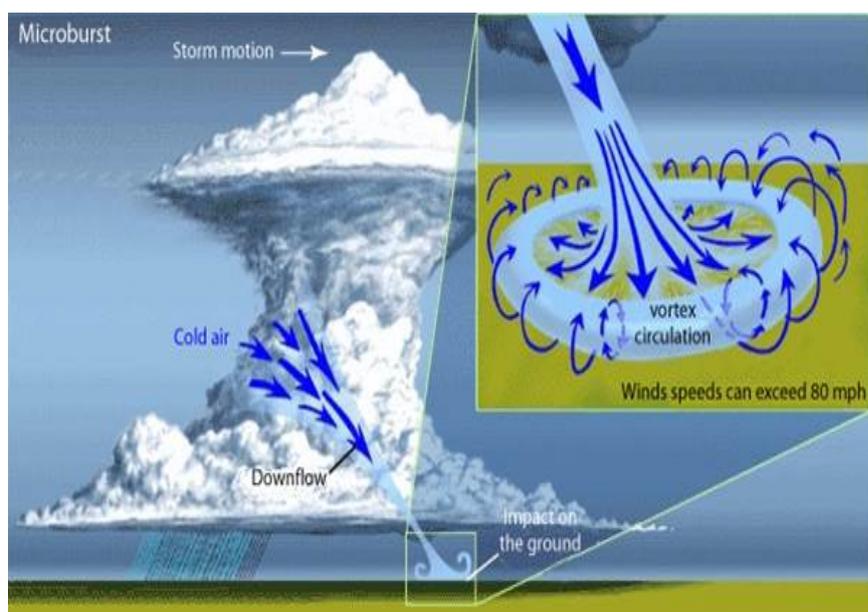


Abbildung 6.1: Darstellung von Microburst [6]

6.2 Die Gefahr für Flugzeuge

Ein Bericht von NASA erklärt den Microburst und seine Gefahr für Flugzeuge folgendermaßen:

„Eine Art Wetterphänomen namens Microburst kann extrem starke Windscherungen erzeugen, die für Flugzeuge große Gefahr darstellen. Das sind lokale Abwinde mit kurzer Lebensdauer, die radial nach außen ausstrahlen als sie Richtung Boden anstürmen.

Als sich ein Abwind aus einer Wolke nach unten und nach außen ausbreitet, erzeugt er einen zunehmenden Gegenwind um die Flügel eines entgegenkommenden Flugzeugs. Dieser Gegenwind verursacht einen plötzlichen Sprung der Luftgeschwindigkeit und das Flugzeug hebt an. Wenn die Piloten nicht bemerken, dass der Geschwindigkeitsanstieg durch Windscherung verursacht ist, werden sie wahrscheinlich mit der Reduzierung der Motorleistung reagieren. Aber als das Flugzeug durch die Scherung durchfliegt, wird aus dem Gegenwind sehr schnell ein Abwind und dann ein Rückenwind. Das reduziert die Luftgeschwindigkeit um die Flügeln und die Anhebung und der Geschwindigkeitsanstieg verschwinden. Da das Flugzeug jetzt mit reduzierter Leistung fliegt, ist es gefährdet durch einen plötzlichen Luftgeschwindigkeits- und Höhenverlust. Die Piloten können Microburst durch Erhöhung der Motorleistung entkommen, aber wenn die Scherung stark genug ist, können sie zum Absturz getrieben werden.

Windscherungen stellen die größte Gefahr für das Flugzeug während des Abfluges und der Landung dar, wenn das Flugzeug zu Nahe zum Boden ist und wenig Zeit oder Raum für ein Manöver hat, um den Abwind zu entkommen, siehe Abbildungen 6.2“Vgl.[12].

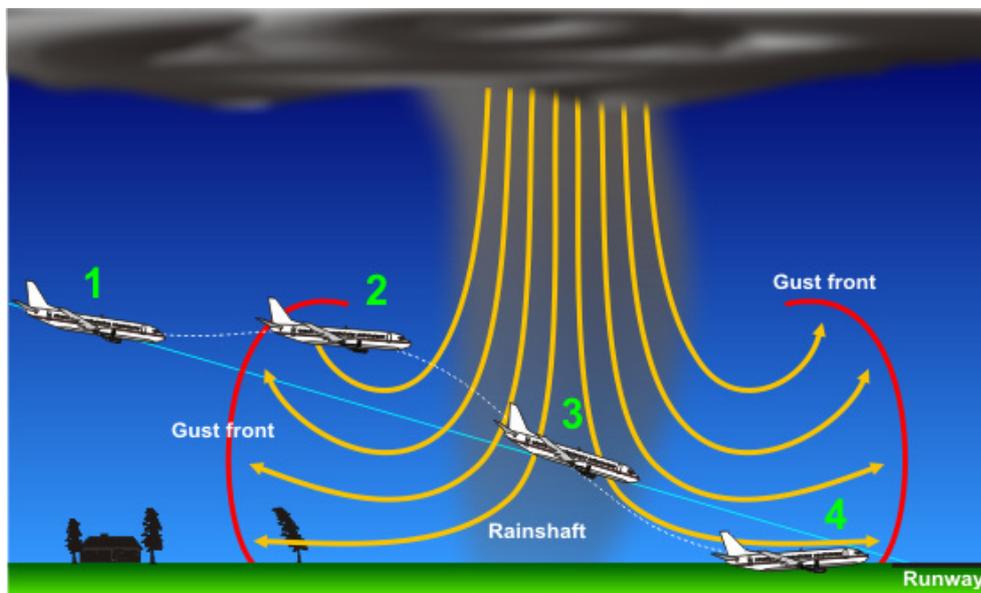


Abbildung 6.2: Landung [21]

Während des Landefluges sinkt das Flugzeug stetig (1), fliegt in einen starken Gegenwind (2), erfährt einen Abwind (3) und erfährt einen starken Rückenwind (4).

6.3 Mathematisches Modell

Um ein Microburst simulieren zu können wurde als mathematisches Modell das analytische Microburstmodell von Dan D. Vicroy gewählt, das eine modifizierte Version des Oseguera/Bowles Downburst Modells beschreibt.[19]

6.3.1 Das Oseguera-Bowles-Modell als Ansatz

„Das Oseguera/Bowles Downburst Modell ist ein stationäres achsensymmetrisches Modell, das bestimmte Gestaltungsfunktionen verwendet, die die Kontinuitätsgleichung erfüllen und die Grenzschichttheorie simulieren.“[19]

Die stationäre achsensymmetrische Kontinuitätsgleichung in Zylinderkoordinaten ist:

$$\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{u_r}{r} = 0 \quad (1)$$

Diese Gleichung kann durch folgende Funktionsformen erfüllt werden:

$$u_r = f(r)p(z) \quad (2)$$

$$w = g(r^2)q(z) \quad (3)$$

mit

$$\frac{\partial[r f(r)]}{\partial r^2} = \frac{\lambda}{2} g(r^2) \quad (4)$$

$$\frac{\partial q(z)}{\partial z} = -\lambda p(z) \quad (5)$$

wobei

$f(r)$ radiale Gestaltungsfunktion der horizontalen Windgeschwindigkeit, [m/s]

$g(r^2)$ radiale Gestaltungsfunktion der vertikalen Windgeschwindigkeit, [m/s]

$p(z)$ vertikale Gestaltungsfunktion der horizontalen Windgeschwindigkeit, [m/s]

$q(z)$ vertikale Gestaltungsfunktion der vertikalen Windgeschwindigkeit, [m/s]

λ Skalierungsfaktor, [1/s]

Die für das Oseguera/Bowles-Modell gewählten Gestaltungsfunktionen sind:

$$f(r) = \frac{\lambda R^2}{2r} \left[1 - e^{-(r^2/R^2)} \right] \quad (6)$$

$$g(r^2) = e^{-(r^2/R^2)} \quad (7)$$

$$p(z) = e^{-(z/z^*)} - e^{-(z/\epsilon)} \quad (8)$$

$$q(z) = -\lambda \left\{ \epsilon [e^{-(z/\epsilon)} - 1] - z^* [e^{-(z/z^*)} - 1] \right\} \quad (9)$$

wobei

R Radius der Microburstsäule, [m]

z^* charakteristische Höhe (außerhalb der Grenzschicht), [m]

ϵ charakteristische Höhe (innerhalb der Grenzschicht), [m]

Die folgenden Darstellungen zeigen den charakteristischen Verlauf dieser Funktionen.

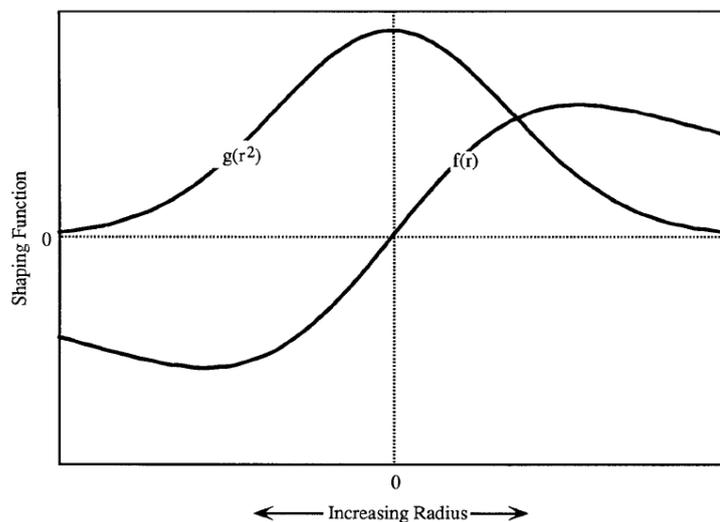


Abbildung 6.3: charakteristischer Verlauf der radialen Gestaltungsfunktionen [19]

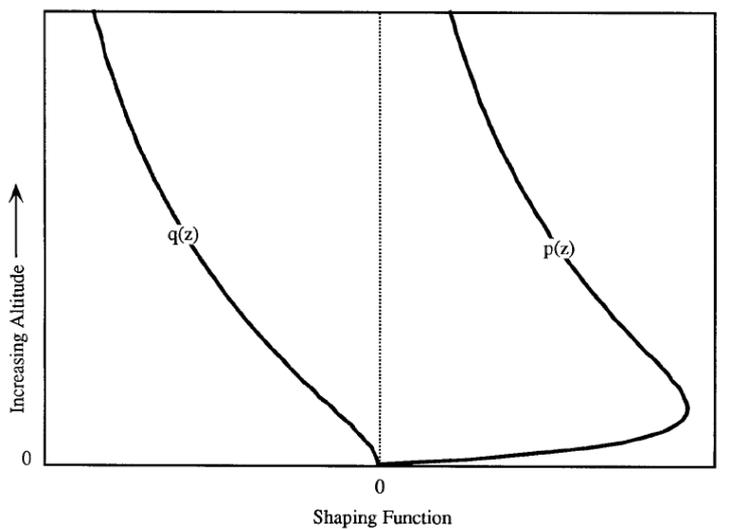


Abbildung 6.4: charakteristischer Verlauf der vertikalen Gestaltungsfunktionen [19]

Durch die Kombination der Gestaltungsfunktionen entstehen die radiale und vertikale

Windgleichung des Oseguera/Bowles-Modells:

$$u_r = \frac{\lambda R^2}{2r} \left[1 - e^{-(r^2/R^2)} \right] \left[e^{-(z/z^*)} - e^{-(z/\epsilon)} \right] \quad (10)$$

$$w = -\lambda e^{-(r^2/R^2)} \left\{ \epsilon \left[e^{-(z/\epsilon)} - 1 \right] - z^* \left[e^{-(z/z^*)} - 1 \right] \right\} \quad (11)$$

6.3.2 Modifikation des Oseguera-Bowles-Modells durch Vicroy

„Durch die Suche der Modellvariablen wurde versucht, die beste Annäherung an die gemessenen horizontalen Windgeschwindigkeiten zu finden. Die radiale Gestaltungsfunktion der horizontalen Windgeschwindigkeit $f(r)$ zeigt aber Abweichungen vom charakteristischen horizontalen Profil der Microburst. Daher wurde das Oseguera-Bowles-Modell durch die Definition einer neuen $f(r)$ -Funktion modifiziert, die mit dem charakteristischen horizontalen Profil der Microburst genauer übereinstimmt: “ [19]

$$f(r) = \frac{\lambda r}{2} e^{\left[\frac{1-(r^2/\beta^2)^\alpha}{\alpha} \right]} \quad (12)$$

wobei

α funktiongestaltende Variable

β funktiongestaltende Variable, [m]

Die radiale Gestaltungsfunktion $g(r^2)$ der vertikalen Windgeschwindigkeit wird aus der Gleichung 4 abgeleitet und kann folgendermaßen geschrieben werden:

$$g(r^2) = \frac{2}{\lambda} \frac{\partial [r f(r)]}{\partial r^2} \quad (13)$$

oder

$$g(r^2) = \left[1 - \left(\frac{r^2}{\beta^2} \right)^\alpha \right] e^{\left[\frac{1 - \left(\frac{r^2}{\beta^2} \right)^\alpha}{\alpha} \right]} \quad (14)$$

Die Abbildung 3 zeigt den charakteristischen Verlauf der neuen $f(r)$ und $g(r^2)$ Funktionen. Die vertikalen Gestaltungsfunktionen $p(z)$ und $q(z)$ wurden nicht verändert.

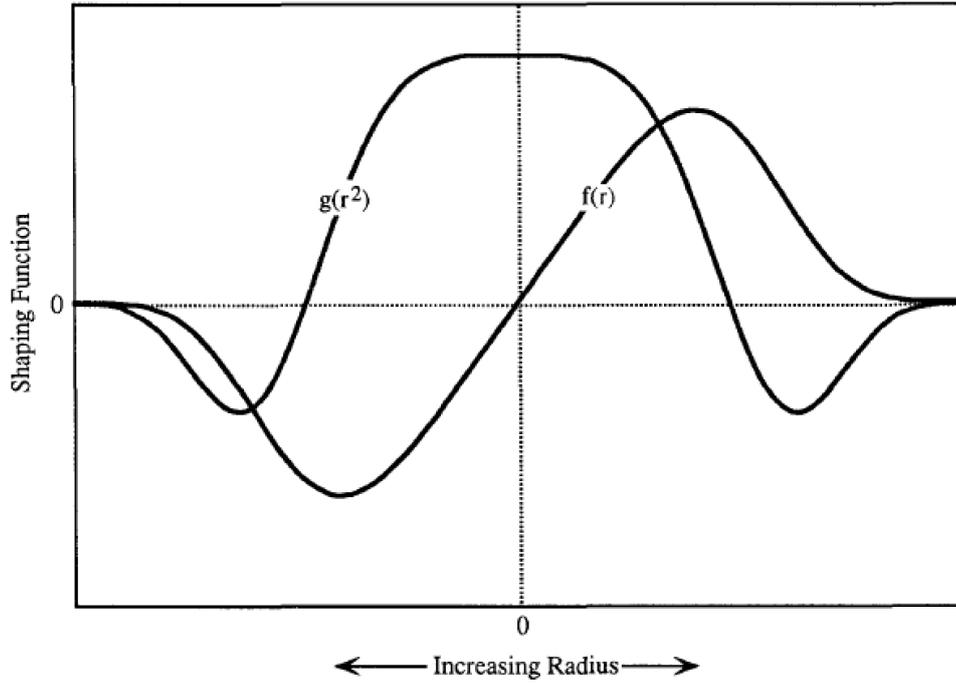


Abbildung 6.5: charakteristischer Verlauf der neuen radialen Gestaltungsfunktionen [19]

Somit sind die neuen radialen und vertikalen Geschwindigkeitsfunktionen definiert:

$$u_r = \frac{\lambda r}{2} \left[e^{-(z/z^*)} - e^{-(z/\epsilon)} \right] e^{\left[\frac{1 - (r^2/\beta^2)^\alpha}{\alpha} \right]} \quad (15)$$

$$w = -\lambda \left\{ \epsilon \left[e^{-(z/\epsilon)} - 1 \right] - z^* \left[e^{-(z/z^*)} - 1 \right] \right\} \left[1 - \left(\frac{r^2}{\beta^2} \right)^\alpha \right] e^{\left[\frac{1 - (r^2/\beta^2)^\alpha}{\alpha} \right]} \quad (16)$$

Der Radius der maximalen Horizontalgeschwindigkeit r_p bei einer bestimmten Höhe z kann berechnet werden, wenn die partielle Ableitung von u nach r gleich null gesetzt wird und die Gleichung nach r_p gelöst wird. Das Ergebnis hat folgende Form:

$$\left(\frac{r_p^2}{\beta^2} \right)^\alpha = \frac{1}{2} \quad (17)$$

oder

$$r_p = \sqrt[2\alpha]{\frac{1}{2} \beta^{2\alpha}} \quad (18)$$

Daher

$$\beta = \sqrt[2\alpha]{2 r_p^{2\alpha}} \quad (19)$$

Die Höhe des maximalen horizontalen Winds z_m ist abhängig von den Gestaltungsfunktionen $p(z)$ und $q(z)$. Diese Funktionen wurden nicht verändert und in Referenz 1 wurde

gezeigt, dass

$$z_m = \frac{z^* \epsilon}{z^* - \epsilon} \ln \left(\frac{z^*}{\epsilon} \right) \quad (20)$$

und

$$\frac{z_m}{z^*} = 0.22 \quad (21)$$

Somit

$$\frac{z^*}{\epsilon} = 12.5 \quad (22)$$

Die Geschwindigkeiten u_r und w können durch r_p , z_m , α , λ , und durch die Kombination der Gleichungen 19, 21 und 22 mit den Gleichungen 15 und 16 ausgedrückt werden:

$$u_r = \frac{\lambda r}{2} \left[e^{c_1(z/z_m)} - e^{c_2(z/z_m)} \right] e^{\left[\frac{2 - (r^2/r_p^2)^\alpha}{2\alpha} \right]} \quad (23)$$

$$w = -\lambda \left\{ \frac{z_m}{c_1} [e^{c_1(z/z_m)} - 1] - \frac{z_m}{c_2} [e^{c_2(z/z_m)} - 1] \right\} \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{r^2}{r_p^2} \right)^\alpha \right] e^{\left[\frac{2 - (r^2/r_p^2)^\alpha}{2\alpha} \right]} \quad (24)$$

mit

$$c_1 = -0.22 \quad (25)$$

$$c_2 = -2.75 \quad (26)$$

$$\lambda = \frac{2u_m}{r_p(e^{c_1} - e^{c_2})e^{(1/2\alpha)}} \quad (27)$$

wobei u_m die maximale horizontale Windgeschwindigkeit ist.

$$u_m = \frac{\lambda r_p}{2} (e^{c_1} - e^{c_2}) e^{(1/2\alpha)} \quad (28)$$

Die Gleichungen 24 und 23 können normalisiert werden, indem u_r durch die horizontale Windgeschwindigkeitsspitze u_p , und w durch die vertikale Windgeschwindigkeit im Zentrum der Microburstsäule w_0 dividiert wird.

$$\frac{u_r}{u_p} = \frac{r}{r_p} e^{\left[\frac{1 - (r^2/r_p^2)^\alpha}{2\alpha} \right]} \quad (29)$$

$$\frac{w}{w_0} = \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{r^2}{r_p^2} \right)^\alpha \right] e^{\left[\frac{-(r^2/r_p^2)^\alpha}{2\alpha} \right]} \quad (30)$$

wobei

$$u_p = \frac{\lambda r_p}{2} \left[e^{c_1(z/z_m)} - e^{c_2(z/z_m)} \right] e^{(1/2\alpha)} \quad (31)$$

$$w_0 = -\lambda e^{(1/\alpha)} \left\{ \frac{z_m}{c_1} \left[e^{c_1(z/z_m)} - 1 \right] - \frac{z_m}{c_2} \left[e^{c_2(z/z_m)} - 1 \right] \right\} \quad (32)$$

Die Abbildungen 6.6 und 6.7 zeigen wie α die normalisierten Funktionen der horizontalen und vertikalen Windgeschwindigkeit beeinflusst.

Der Anstieg von α verursacht eine Steigerungserhöhung des horizontalen Windgeschwindigkeitsverlaufs und eine Erhöhung des Aufwindes des vertikalen Geschwindigkeitsverlaufs.

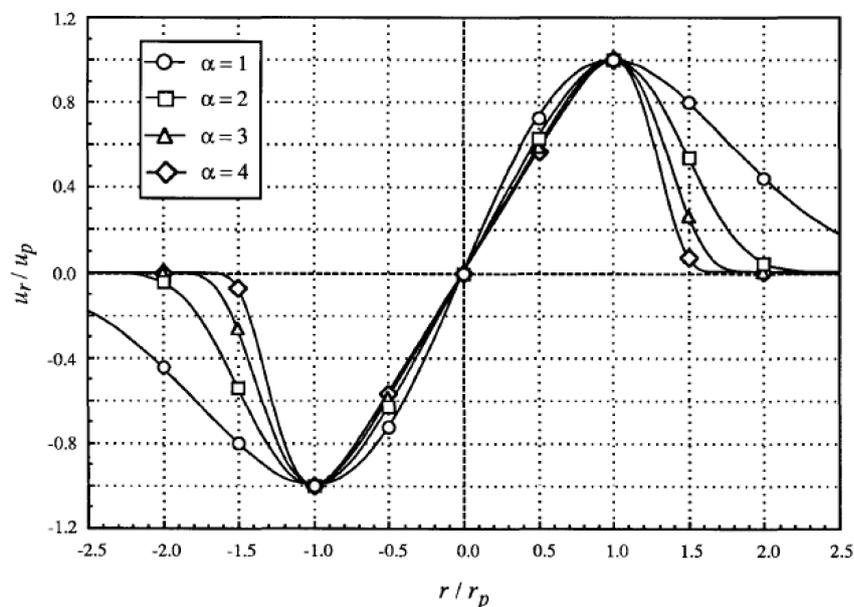


Abbildung 6.6: normalisierte horizontale Windprofile für verschiedene Werte von α [19]

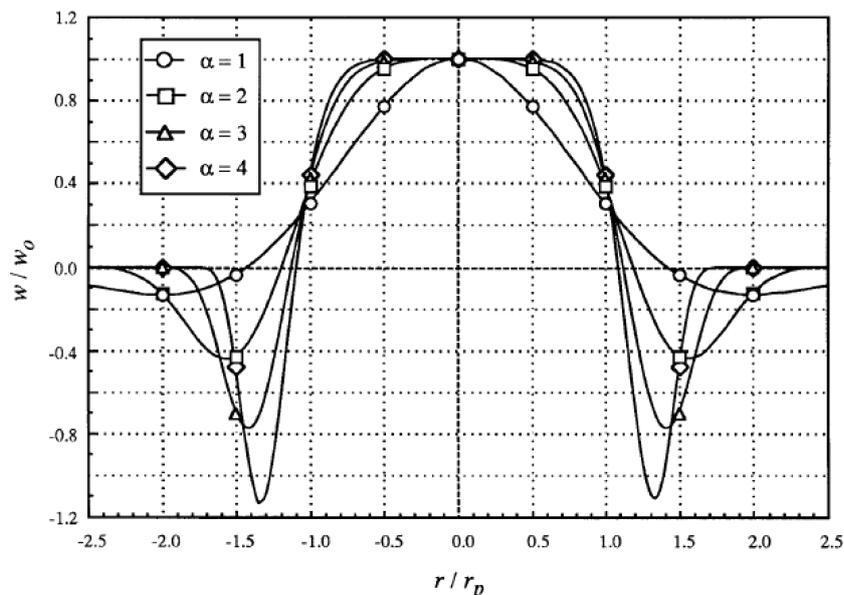


Abbildung 6.7: normalisierte vertikale Windprofile für verschiedene Werte von α [19]

6.3.3 Veränderung der Modellvariablen und Simulationen mit dem Oseguera-Bowles-Modell

”Numerical and analytical simulation of downbursts wind loads” von M.T.Chay, F.Albermani und R.Wilson und ”Wind loads on transmission line structures in simulated downbursts” von M.T.Chay, F.Albermani, und H.Hawles verwenden auch als analytisches Ausgangsmodell das Oseguera-Bowles-Modell. ”Numerical and analytical simulation of downbursts wind loads” weist darauf hin, dass Vicroy in einer späteren Publikation (1992) die Modellvariablen c_1 , c_2 und α verändert, die mit folgenden Werten bessere Ergebnisse liefern: $c_1=-0.15$, $c_2=-3.2175$ und $\alpha=2$, siehe [4].

Die Simulationsergebnisse von Chay bei Verwendung von Oseguera-Bowles/Vicroy Modell sehen folgendermaßen aus:

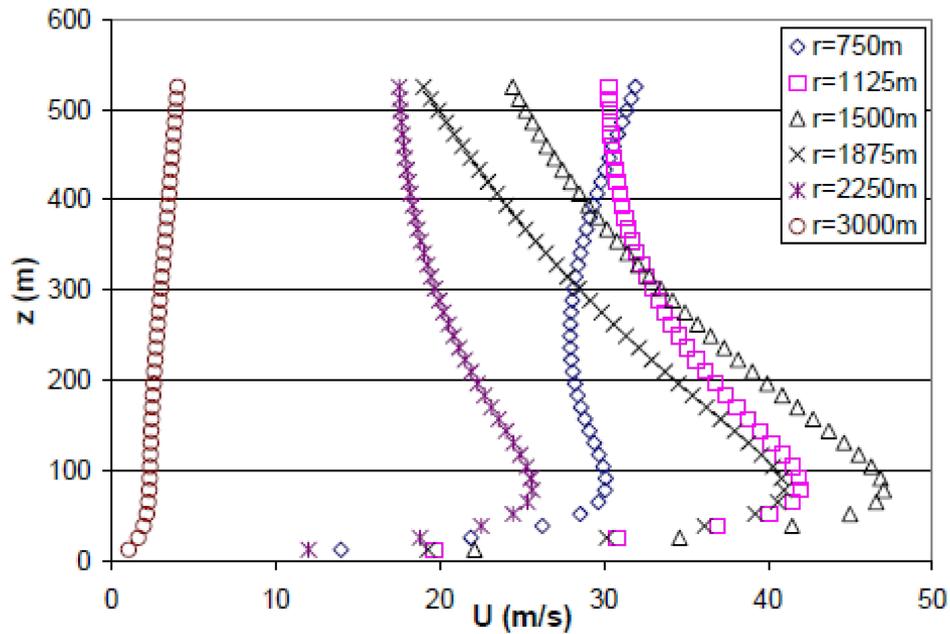


Abbildung 6.8: Beispiele von radialen Geschwindigkeitsprofilen mit verschiedenen Radien vom Zentrum der Microburstsäule (r), wobei $\alpha=2$, $r_p=1500$ m, $z_m=80$ m, $c_1=-0.15$, $c_2=-3.2174$ und $\lambda=0.595$ (Vicroy 1991) [4]

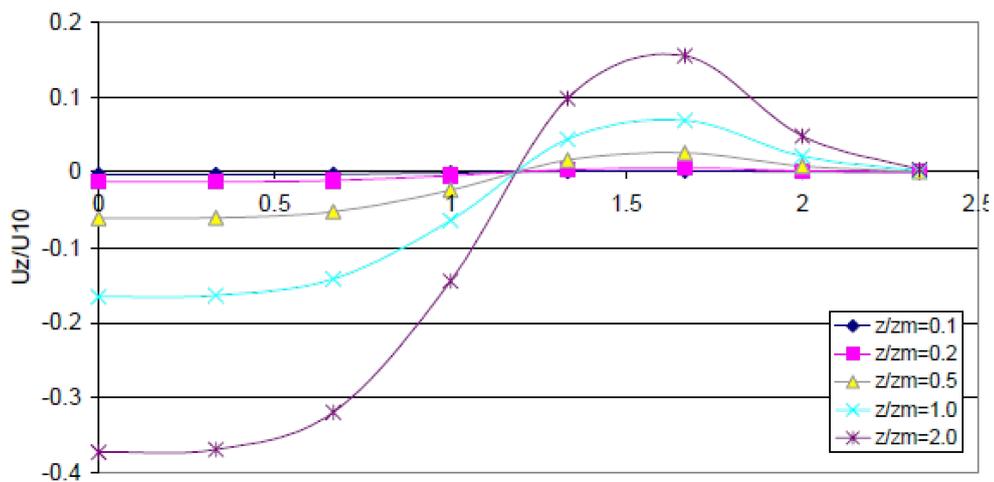


Abbildung 6.9: Beispiele von vertikalen Geschwindigkeitsprofilen mit verschiedenen Radien vom Zentrum der Microburstsäule (r), wobei $\alpha=2$, $r_p=1500$ m, $z_m=100$ m, $c_1=-0.15$, $c_2=-3.2174$ und $\lambda=1$, und normalisierte Windgeschwindigkeiten mit der Windgeschwindigkeit bei eine Höhe von 10 m über Meeresspiegel und normalisierte Höhen mit der Höhe der maximalen horizontalen Windgeschwindigkeit z_m [3]

6.4 Modifikationen der Parameter des OBV-Modells

6.4.1 Maximale Vertikalgeschwindigkeit als Modellparameter

Das Oseguera-Bowles-Vicroy-Modell kann durch die Modellparameter maximale Horizontalgeschwindigkeit u_m , Radius der maximalen Horizontalgeschwindigkeit r_p , Höhe der ma-

ximalen Horizontalgeschwindigkeit z_m und Gestaltungsvariablen α , c_1 und c_2 vollständig definiert werden. Für unseren Verwendungszweck ist aber die maximale Vertikalgeschwindigkeit w_m wichtiger. Sie soll daher als Parameter definiert werden und die maximale Horizontalgeschwindigkeit u_m soll von der maximalen Vertikalgeschwindigkeit abhängen.

Wenn man λ , das in der Gleichung 27 definiert wurde, in die Gleichungen 23 und 24 einsetzt, erhält man die horizontale und vertikale Geschwindigkeiten:

$$u_r = \frac{u_m r}{r_p} \frac{[e^{c_1(z/z_m)} - e^{c_2(z/z_m)}]}{(e^{c_1} - e^{c_2})} e^{\left[1 - \left(\frac{r^2/r_p^2}{2\alpha}\right)^\alpha\right]} \quad (33)$$

$$w = -\frac{2u_m z_m}{r_p} \frac{\left\{ \frac{1}{c_1} [e^{c_1(z/z_m)} - 1] - \frac{1}{c_2} [e^{c_2(z/z_m)} - 1] \right\}}{(e^{c_1} - e^{c_2})} \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{r^2}{r_p^2}\right)^\alpha\right] e^{\left[1 - \left(\frac{r^2/r_p^2}{2\alpha}\right)^\alpha\right]} \quad (34)$$

Man sieht, dass u_r und w von der maximalen Horizontalgeschwindigkeit u_m abhängig sind. Wenn man die maximale Vertikalgeschwindigkeit w_m als Parameter definiert und festlegt, kann man aus der obigen Gleichung 34 durch das Einsetzen von $r = 0$ als Radius und $z = z_{max}$ als Höhe der maximalen Vertikalgeschwindigkeit (Eintrittshöhe in die Microburstsäule) die maximale Vertikalgeschwindigkeit definieren. Wie man auch in der Abbildung 6.9 erkennen kann, hat diese Gleichung nämlich ihren maximalen Wert bei $r = 0$ und $z = z_{max}$. Somit hat die maximale Vertikalgeschwindigkeit folgende Form:

$$w_m = -\frac{2u_m z_m}{r_p} \frac{\left\{ \frac{1}{c_1} [e^{c_1(z_{max}/z_m)} - 1] - \frac{1}{c_2} [e^{c_2(z_{max}/z_m)} - 1] \right\}}{(e^{c_1} - e^{c_2})} e^{\left[\frac{1}{2\alpha}\right]} \quad (35)$$

Aus dieser Gleichung kann durch Umformen u_m explizit ausgedrückt werden:

$$u_m = -\frac{w_m r_p (e^{c_1} - e^{c_2})}{2z_m \left\{ \frac{1}{c_1} [e^{c_1(z_{max}/z_m)} - 1] - \frac{1}{c_2} [e^{c_2(z_{max}/z_m)} - 1] \right\} e^{\left[\frac{1}{2\alpha}\right]}} \quad (36)$$

Dadurch ist u_m kein Modellparameter mehr und ist abhängig von w_m , z_m , z_{max} und r_p .

6.4.2 Mittelpunkt des Wirbels r_0 als Modellparameter

Der Radius der maximalen Horizontalgeschwindigkeit r_p ist in den Abbildungen 6.5, 6.6 und 6.10 leicht erkennbar, weil der radiale Geschwindigkeitsverlauf hier sein Maximum erreicht. Dieses befindet sich vor dem Punkt, in dem die vertikale Geschwindigkeitskurve die Radiusachse schneidet, also null wird, siehe Abbildung 6.10. Dieser Punkt ist gleichzeitig der Mittelpunkt des Microburstwirbels, siehe Abbildung 6.1. Hier hat der Microburst nur radiale Geschwindigkeitskomponente und die vertikale Geschwindigkeit ist auf jeder beliebigen Höhe null. Daher wird dieser Radialabstand als r_0 definiert. Für die geometrische Dimensionierung von Microburst ist dieser Punkt leichter vorstellbar als der Radius

der maximalen Radialgeschwindigkeit r_p . Daher ist es sinnvoller, r_0 als Modellparameter zu definieren. Nun muss der Radius der maximalen Horizontalgeschwindigkeit durch Umformung vom r_0 abhängig werden: Diese vertikale Geschwindigkeitsfunktion hat für jeden z -Wert dieselbe Nullstelle bei $r = r_0$, siehe Abbildung 6.9. Wenn man $r=r_0$ in die Gleichung 34 einsetzt, erhält man:

$$0 = - \left[\frac{2u_m z_m}{r_p} \frac{\left\{ \frac{1}{c_1} [e^{c_1(z/z_m)} - 1] - \frac{1}{c_2} [e^{c_2(z/z_m)} - 1] \right\}}{(e^{c_1} - e^{c_2})} \right] \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{r_0^2}{r_p^2} \right)^\alpha \right] e^{\left[\frac{1 - \left(\frac{r_0^2}{r_p^2} \right)^\alpha}{2\alpha} \right]} \quad (37)$$

Der erste Term in der eckigen Klammer ist für jeden z -Wert eine Konstante. Der dritte Term ist eine Exponentialfunktion mit der Eulerzahl als Basis und kann nie null werden. Daraus folgt:

$$0 = \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{r_0^2}{r_p^2} \right)^\alpha \right] \quad (38)$$

r_p explizit ausgedrückt ergibt:

$$r_p = \frac{r_0}{2^{(1/2\alpha)}} \quad (39)$$

Somit kann man mit den Modellparametern r_0 , w_m , z_m , z_{max} , α , c_1 und c_2 und mit den Gleichungen 33 und 34 das mathematische Microburstmodell von Oseguera-Bowles-Vicroy realisieren.

6.4.3 Simulation des modifizierten OBV Modells

Die folgende Abbildung wurde durch Simulation des OBV Modells bei Verwendung der Gleichungen 33 und 34 mit den festgelegten Modellparametern $\alpha=2$, $c_1=-0.15$, $c_2=-3.2175$, $r_0=1500$ m, $w_m=-0$ m/s, $z_m=100$ m, $z_{max}=5000$ m mit Hilfe von Matlab erstellt:

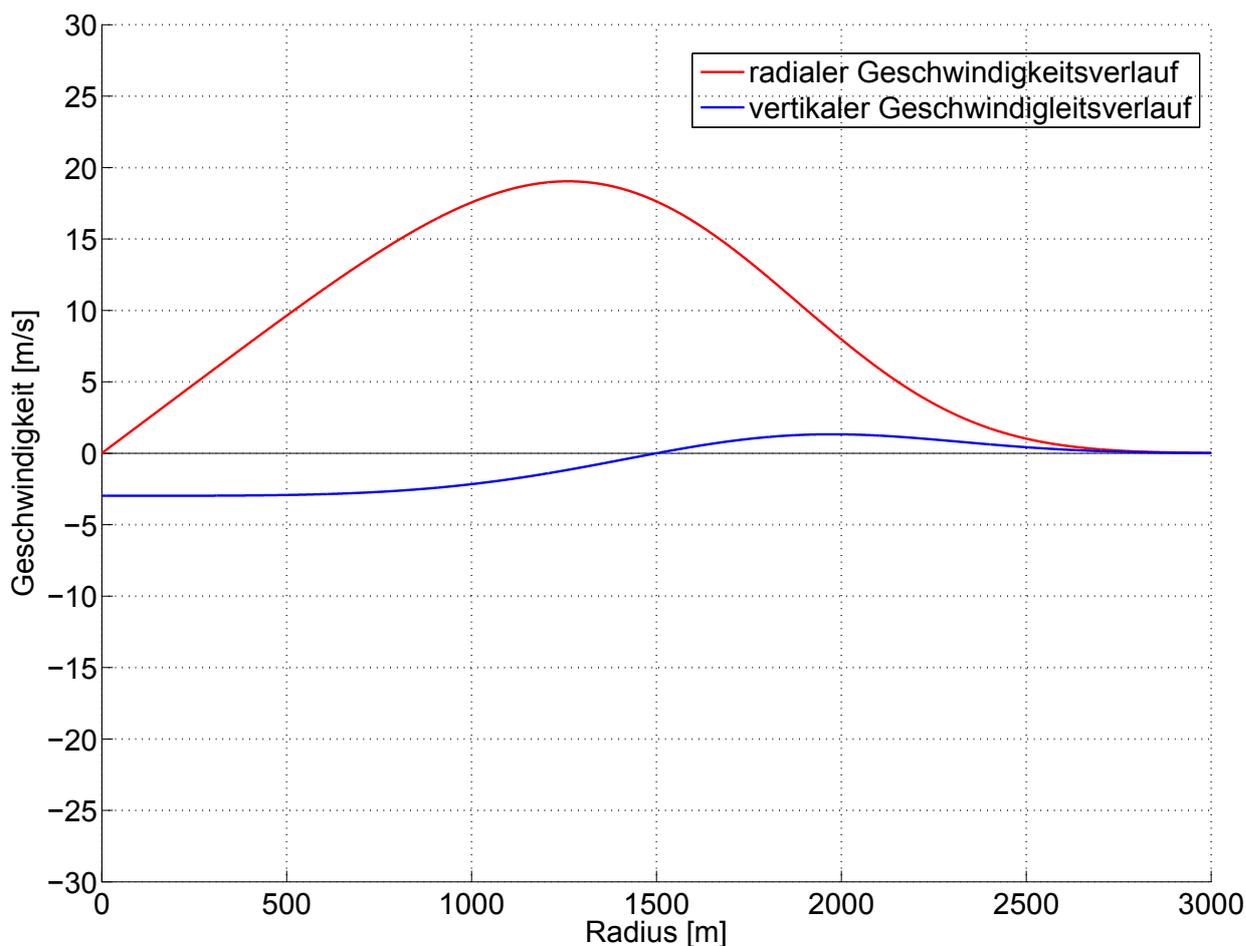


Abbildung 6.10: Radialer und vertikaler Geschwindigkeitsverlauf bei konstanter Höhe $z = 100\text{m}$
 $\alpha=2$, $c_1=-0.15$, $c_2=-3.2175$, $r_0=1500\text{ m}$, $w_m=-30\text{ m/s}$, $z_m=100\text{ m}$, $z_{max}=5000\text{ m}$

Man kann erkennen, dass die vertikale Geschwindigkeitskurve bei $r = r_0=1500\text{ m}$ eine Nullstelle hat und die radiale Geschwindigkeitskurve ihren Maximalwert bei $r = r_p=1261\text{ m}$ (siehe Gleichung 39) hat.

6.5 Analyse des Geschwindigkeitsverlaufs

6.5.1 Vertikaler Geschwindigkeitsverlauf in Abhängigkeit von der Höhe

In der Abbildung 6.11 sieht man das Verhalten der vertikalen Geschwindigkeit bei steigenden Höhenwerten. Mit steigender Höhe nimmt die Vertikalgeschwindigkeit zu, obwohl ihre Nullstelle beim Microburstwirbel $r_0=1500\text{ m}$ für jeden beliebigen Höhenwert konstant bleibt. Auch die Annäherung zur Asymptote $w=0$ bei $r \approx \pm 3000\text{ m}$ bleibt konstant. Das führt zur Erhöhung der Kurvensteigung zwischen den Nullstellen und den Maxima.

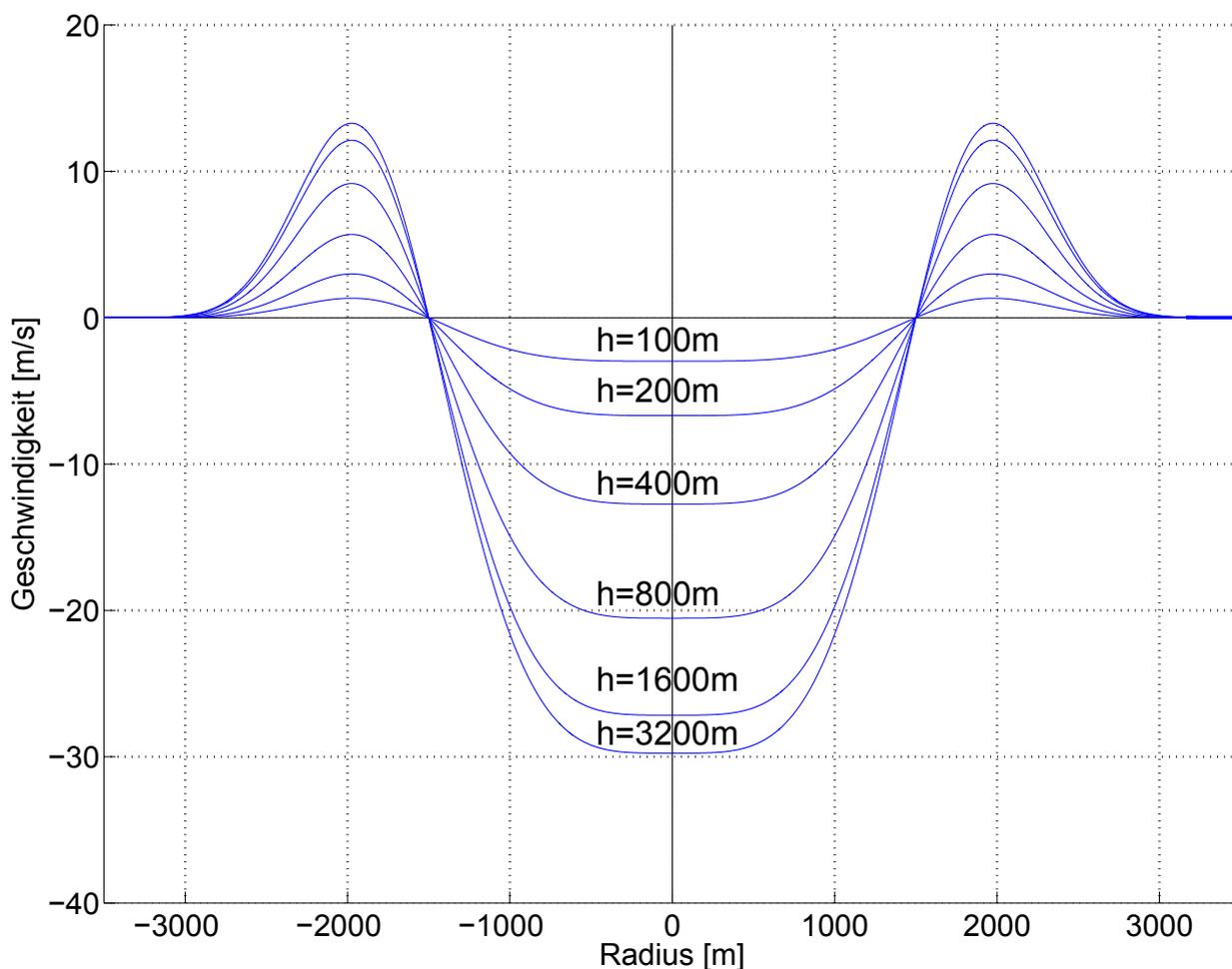


Abbildung 6.11: Vertikaler Geschwindigkeitsverlauf bei konstanten Höhen
 $\alpha=2$, $c_1=-0.15$, $c_2=-3.2175$, $r_0=1500$ m, $w_m=-30$ m/s, $z_m=100$ m, $z_{max}=5000$ m

6.5.2 Radialer Geschwindigkeitsverlauf in Abhängigkeit von der Höhe

Die maximale Radialgeschwindigkeit tritt bei einem Radius von $r_p = 1261$ m und bei einer Höhe von $z_m = 100$ m auf. Mit steigender Höhe steigt auch die radiale Geschwindigkeit. Nachdem die Radialgeschwindigkeit bei z_m ihr Maximum erreicht hat, nimmt sie wieder ab. In der Abbildung 6.12 sieht man den Anstieg der Radialgeschwindigkeit. Nachdem die Höhe z_m überschritten wird, nimmt die Radialgeschwindigkeit wieder ab, siehe Abbildung 6.13.

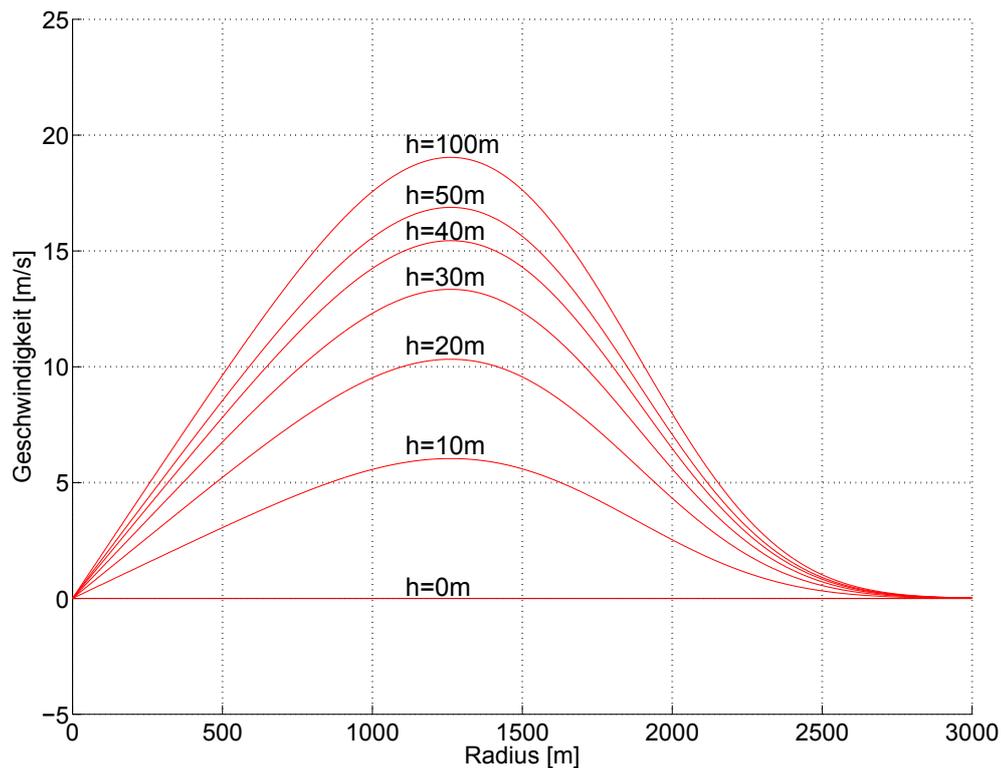


Abbildung 6.12: Radialer Geschwindigkeitsverlauf bei konstanten Höhen $\alpha=2, c_1=-0.15, c_2=-3.2175, r_0=1500 \text{ m}, w_m=-30 \text{ m/s}, z_m=100 \text{ m}, z_{max}=5000 \text{ m}$

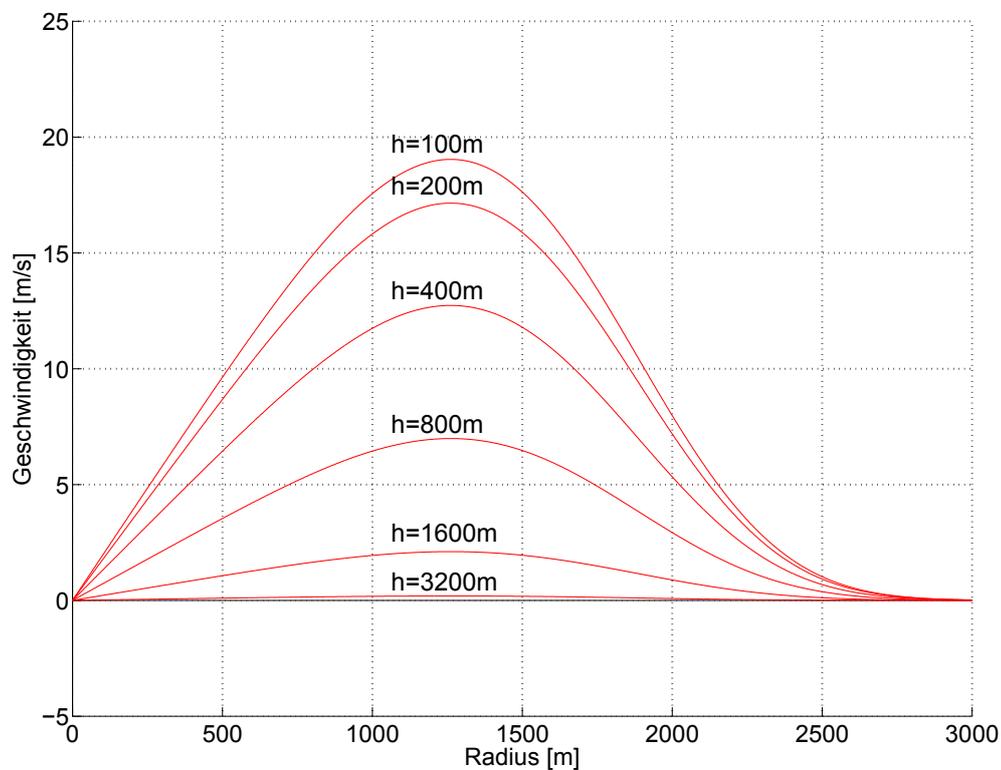


Abbildung 6.13: Radialer Geschwindigkeitsverlauf bei konstanten Höhen $\alpha=2, c_1=-0.15, c_2=-3.2175, r_0=1500 \text{ m}, w_m=-30 \text{ m/s}, z_m=100 \text{ m}, z_{max}=5000 \text{ m}$

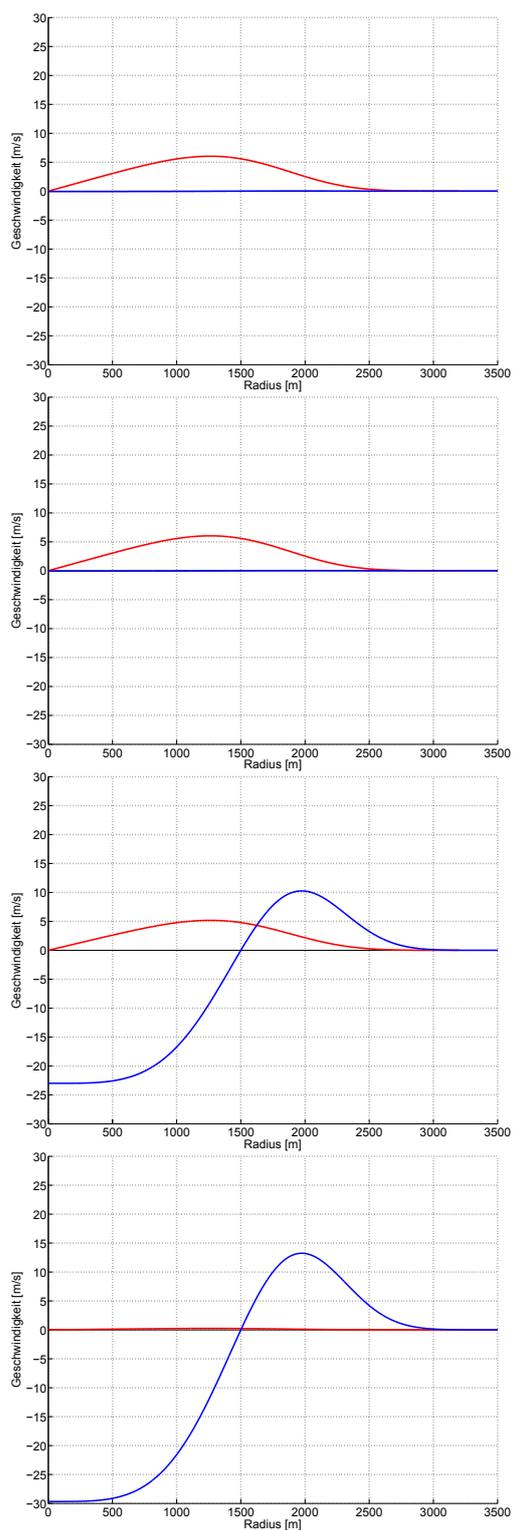


Abbildung 6.14: Radialer Geschwindigkeitsverlauf bei konstanten Höhen
 $\alpha=2$, $c_1=-0.15$, $c_2=-3.2175$, $r_0=1500$ m,
 $w_m=-30$ m/s, $z_m=100$ m, $z_{max}=5000$ m

In der Abbildung 6.14 sieht man den Verlauf der radialen und vertikalen Geschwindigkeitskurven bei steigenden Höhen $z = 10$ m, $z = 100$ m, $z = 1000$ m und $z = 3000$ m.

Auf dem ersten Bild ist der Verlauf beider Geschwindigkeiten bei einer Höhe von $z = 10$ m gezeichnet. Hier ist die vertikale Geschwindigkeit sehr gering. Beide Geschwindigkeiten nehmen mit steigender Höhe zu.

Auf dem zweiten Bild ist der Verlauf bei $z = 100$ m sichtbar. Hier hat die radiale Geschwindigkeit ihren Höchstwert erreicht ($z = z_m$) und wird mit steigender Höhe abnehmen. Die vertikale Geschwindigkeit nimmt zu

Das dritte Bild zeigt den Verlauf bei einer Höhe von $z = 1000$ m. Hier ist die Spitze der vertikalen Geschwindigkeitskomponente viel größer als die der horizontalen.

Auf dem letzten Bild sieht man den Verlauf bei $z = 3000$ m. Die radiale Geschwindigkeit ist fast null und die vertikale Geschwindigkeit hat fast ihren Höchstwert $w_m = -30$ m/s erreicht.

6.5.3 Vertikaler Geschwindigkeitsverlauf in Abhängigkeit vom Radius r

Wie man auch in der Abbildung 6.15 erkennen kann, hat die vertikale Geschwindigkeit ihren Maximalwert bei $r=0$ m, also im Mittelpunkt der Microburstsäule, und auf einer Höhe von $z=z_{max}=5000$ m. Mit zunehmendem Radius nimmt die Vertikalgeschwindigkeit ab, bis der Radius den Wert $r = r_0=1500$ m erreicht. Dieser Radialabstand ist der Mittelpunkt des Microburstwirbels, in dem die vertikalen Geschwindigkeitskomponenten null werden. Bis zu diesem Radius hat die Vertikalgeschwindigkeit ein negatives Vorzeichen, d.h. es ist ein Abwind. Bei Überschreitung dieses Radius ändert die Vertikalgeschwindigkeit ihr Vorzeichen, siehe auch die Abbildung 6.11. Von diesem Radius weg wird die Luft hinauf geströmt. Die positive Vertikalgeschwindigkeit erreicht bei $r \approx 2000$ m ihren Maximalwert und nimmt wieder ab.

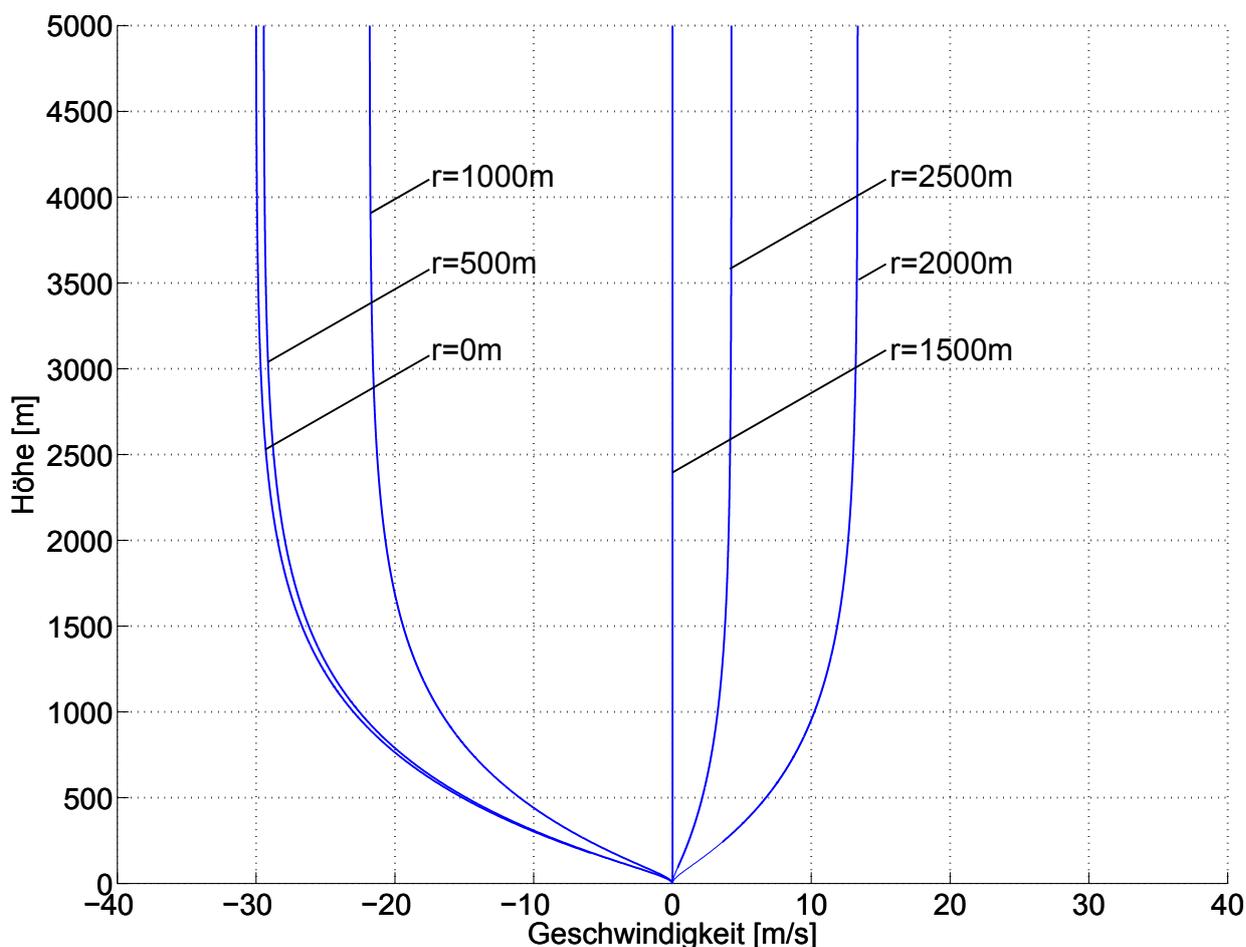


Abbildung 6.15: Vertikaler Geschwindigkeitsverlauf bei konstanten Radien
 $\alpha=2$, $c_1=-0.15$, $c_2=-3.2175$, $r_0=1500$ m, $w_m=-30$ m/s, $z_m=100$ m, $z_{max}=5000$ m

6.5.4 Radialer Geschwindigkeitsverlauf in Abhängigkeit vom Radius

Der radiale Geschwindigkeitsverlauf hat seinen Maximalwert $u_m = 19$ m/s (siehe Gleichung 36 und Abbildung 6.16) bei $r_p = 1261$ m und $z_m = 100$ m. Das heißt, dass die radiale Geschwindigkeit mit steigendem Radius bis $r = r_p$ steigt, und wenn der Radius größer

wird als r_p , wieder sinkt. Dieses Verhalten ist in den Abbildungen 6.12, 6.13 und 6.18 deutlich erkennbar. In der Abbildung 6.16 sieht man die radialen Geschwindigkeitsverläufe bei konstanten Radien.

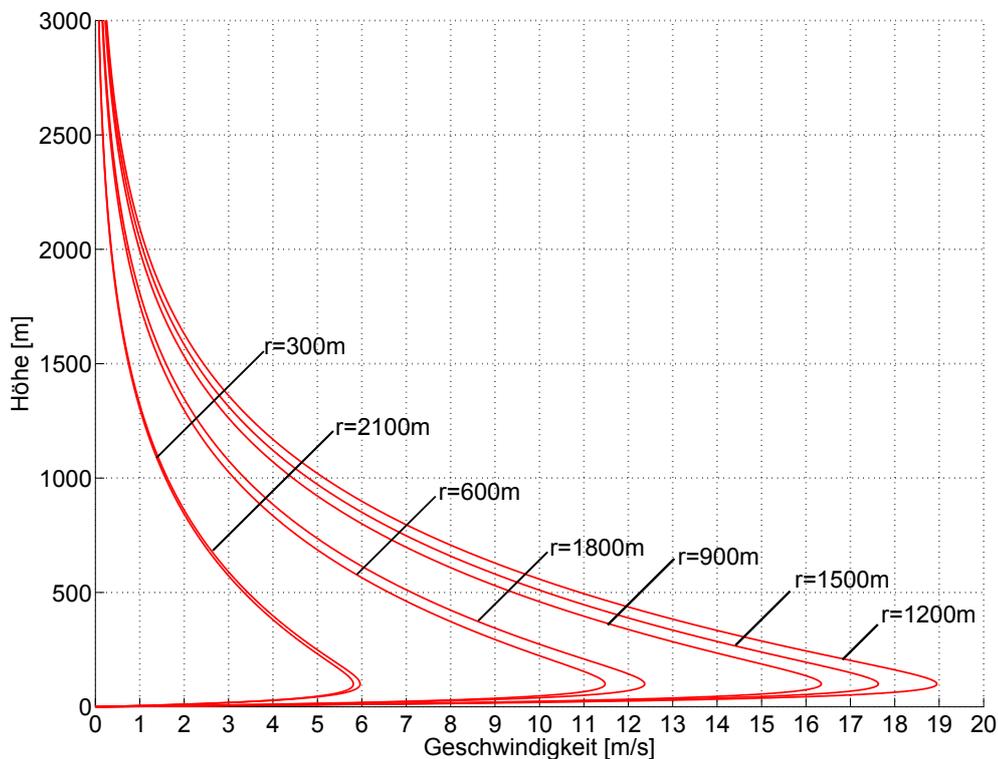


Abbildung 6.16: Radialer Geschwindigkeitsverlauf bei konstanten Radien
 $\alpha=2$, $c_1=-0.15$, $c_2=-3.2175$, $r_0=1500$ m, $w_m=-30$ m/s, $z_m=100$ m, $z_{max}=5000$ m

6.5.5 Vertikaler Geschwindigkeitsverlauf in Abhängigkeit vom Mittelpunkt des Microburstwirbels r_0

In der Abbildung 6.17 sieht man, dass sich die vertikale Geschwindigkeitskurve in radialer Richtung ausdehnt, wenn der Radius r_0 vergrößert bzw. verstaucht wird. Das Maximum und Minimum der Vertikalgeschwindigkeitskurve bleiben konstant.

6.5.6 Radialer Geschwindigkeitsverlauf in Abhängigkeit von Mittelpunkt des Microburstwirbels r_0

Die radiale Geschwindigkeitskurve wird mit steigendem Radius r_0 sowohl in radialer als auch in vertikaler Ausrichtung ausgedehnt, siehe Abbildung 6.18. Das heißt, dass die maximale Radialgeschwindigkeit nicht konstant bleibt. Der Grund dafür ist die radiale Ausdehnung des ganzen Microburstprofils durch die Vergrößerung von r_0 , wodurch mehr Luft in vertikaler Richtung in die Microburstsäule hineingeht. Wegen der Massenerhaltung muss aber die Luft in Bodennähe schneller hinausströmen. Da die vertikale Geschwindigkeit w_m am Eintritt der Microburstsäule konstant gehalten wird, muss sich die Radialgeschwindigkeit anpassen.

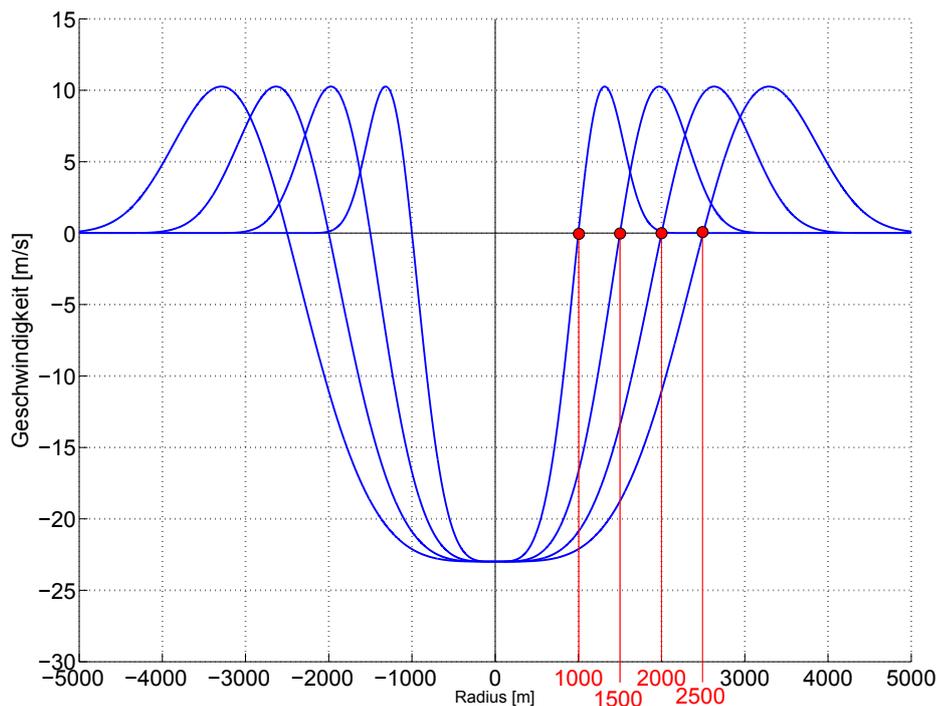


Abbildung 6.17: Vertikaler Geschwindigkeitsverlauf bei konstanter Höhe $z = 1000\text{m}$ und bei unterschiedlichen Radien $r_0 = 1000\text{ m}$, 1500 m , 2000 m und 2500 m
 $\alpha=2$, $c_1=-0.15$, $c_2=-3.2175$, $r_0=1500\text{ m}$, $w_m=-30\text{ m/s}$, $z_m=100\text{ m}$, $z_{max}=5000\text{ m}$

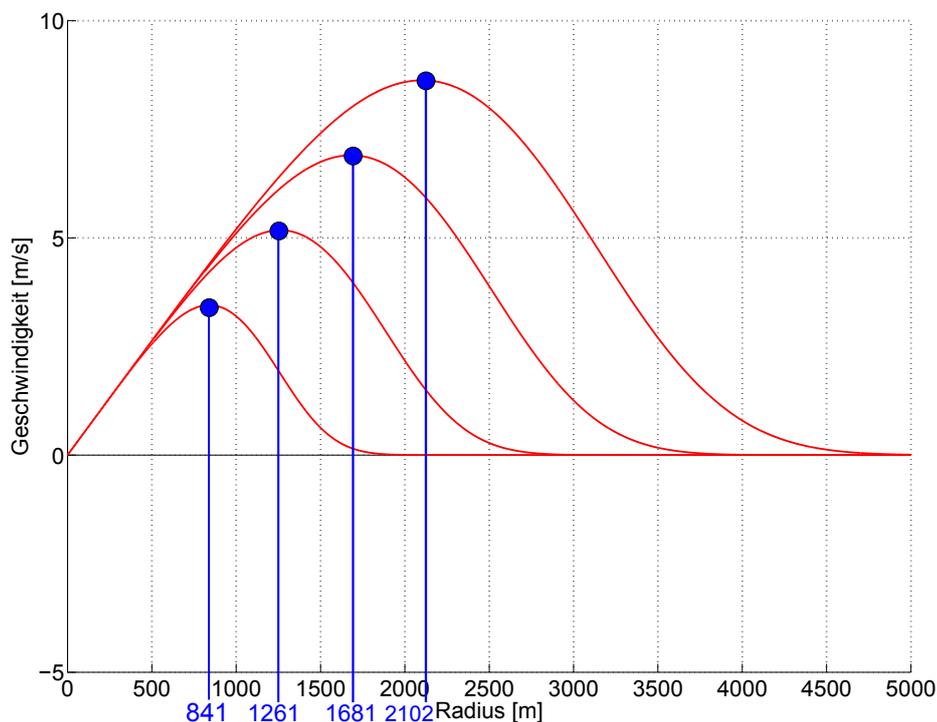


Abbildung 6.18: Radialer Geschwindigkeitsverlauf bei konstanter Höhe $z = 1000\text{ m}$ und bei unterschiedlichen Radien $r_p = 841\text{ m}$ ($r_0 = 1000\text{ m}$), 1261 m ($r_0 = 1500\text{ m}$), 1681 m ($r_0 = 2000\text{ m}$) und 2102 m ($r_0 = 2500\text{ m}$)
 $\alpha=2$, $c_1=-0.15$, $c_2=-3.2175$, $r_0=1500\text{ m}$, $w_m=-30\text{ m/s}$, $z_m=100\text{ m}$, $z_{max}=5000\text{ m}$

6.5.7 Vertikaler Geschwindigkeitsverlauf in Abhängigkeit von der Höhe der maximalen Radialgeschwindigkeit z_m

Mit steigender Höhe der maximalen Radialgeschwindigkeit wird die Austrittsfläche im Bereich des Microburstwirbels größer. Dadurch kann mehr Luft hinausströmen. Da sich das Modell auf die Massenerhaltung und Kontinuitätsgleichung aufbaut, muss die Austrittsgeschwindigkeit bei vergrößerter Fläche kleiner werden.

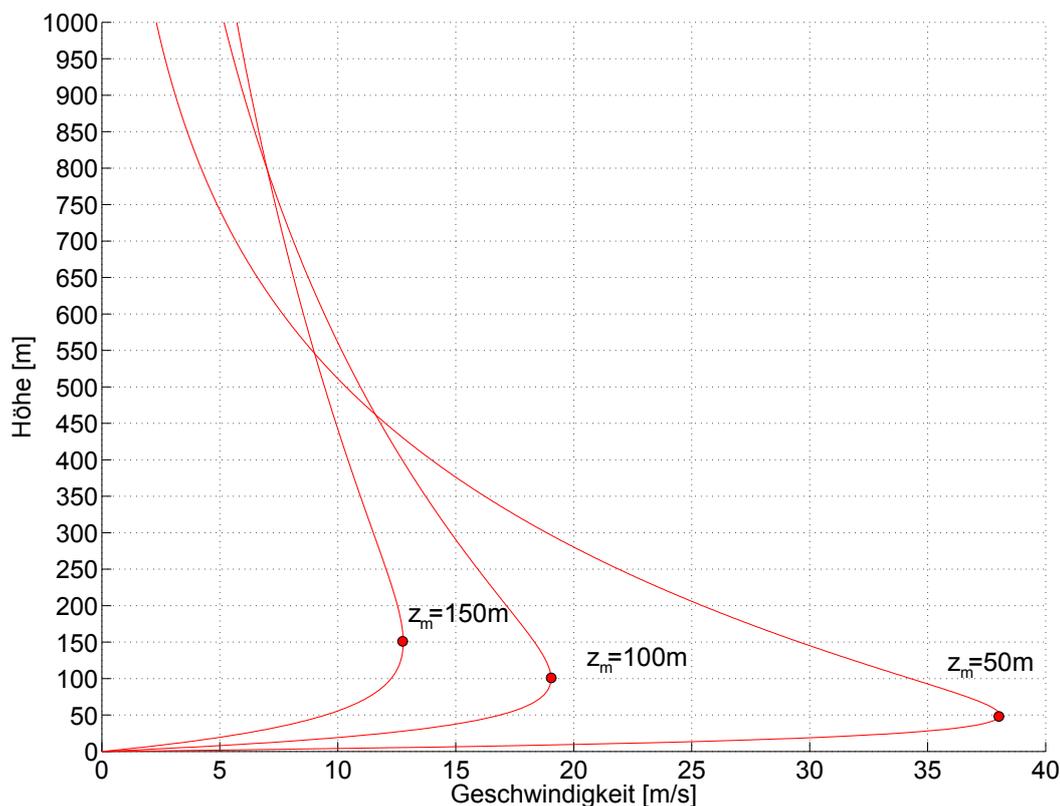


Abbildung 6.19: Radialer Geschwindigkeitsverlauf bei konstantem Radius $r=r_p=1261$ m und bei unterschiedlichen Höhen z_m
 $\alpha=2$, $c_1=-0.15$, $c_2=-3.2175$, $r_0=1500$ m, $w_m=-30$ m/s, $z_m=100$ m, $z_{max}=5000$ m

6.5.8 Radialer Geschwindigkeitsverlauf in Abhängigkeit von der Höhe der maximalen Radialgeschwindigkeit z_m

Wie man auch in der Abbildung 6.19 erkennt, nimmt die radiale Geschwindigkeit mit steigender Höhe der maximalen Radialgeschwindigkeit z_m ab. Das liegt an der Erhaltung der Kontinuitätsgleichung. Durch Verlegung dieses Punktes nach oben vergrößert man im Bereich des Microburstwirbels die Strömungsfläche, während die Eintrittsfläche in die Microburstsäule und die vertikale Eintrittsgeschwindigkeit unverändert bleiben. Da die gleiche Luftmenge beim Microburstwirbel radial hinausströmen muss, muss sie langsamer werden. Aus dem selben Grund muss die radiale Geschwindigkeit in der Nähe des Microburstwirbels größer werden, wenn die Höhe der maximalen Radialgeschwindigkeit niedriger wird, weil die Austrittsfläche kleiner wird.

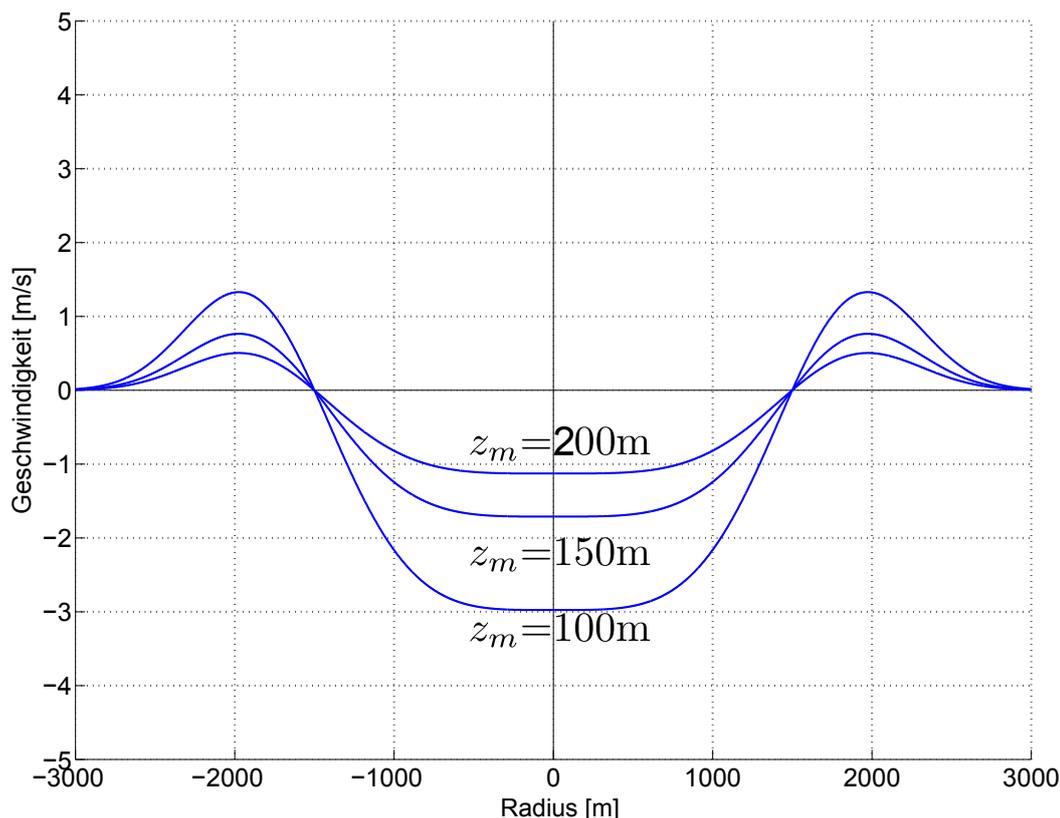


Abbildung 6.20: Vertikaler Geschwindigkeitsverlauf bei konstanten z_m . $\alpha=2$, $c_1=-0.15$, $c_2=-3.2175$, $r_0=1500$ m, $w_m=-30$ m/s, $z_{max}=5000$ m

6.5.9 Radialer Geschwindigkeitsverlauf in Abhängigkeit vom Modellparameter α

Mit steigendem α nimmt die Radialgeschwindigkeit zu. Das Maximum der Radialgeschwindigkeit mit dem Radius r_p nähert sich asymptotisch dem Mittelpunkt des Microburstwirbels r_0 , siehe Abbildung 6.21. Wenn $\alpha \rightarrow \infty \Rightarrow r_p \rightarrow r_0$, siehe Gleichung 39.

6.5.10 Vertikaler Geschwindigkeitsverlauf in Abhängigkeit vom Modellparameter α

Mit steigendem α bleiben die Nullstelle der vertikalen Geschwindigkeitskurve und das Minimum der vertikalen Geschwindigkeitskurve bzw. die negative maximale Vertikalgeschwindigkeit in der Mitte der Microburstsäule unverändert, während das Maximum nach der Nullstelle zunimmt. Dadurch wird die Geschwindigkeitskurve zwischen den Nullstellen und dem Minimum steiler, siehe Abbildung 6.22.

Mit steigendem α bleiben die vertikale Eintrittsgeschwindigkeit w_m und die geometrischen Dimensionen des Microbursts r_0 , z_m unverändert. Die Geschwindigkeiten zwischen den Nullstellen und Minima nehmen zu, also nimmt auch die maximale Radialgeschwindigkeit auch zu. Das Maximum der radialen Geschwindigkeitskurve vor dem Microburstwirbel bei $r = r_p < r_0$ und der vertikalen Geschwindigkeitskurve nach dem Microburstwirbel $r > r_0$ nehmen zu und nähern sich asymptotisch dem Mittelpunkt des Microburstwirbels r_0 .

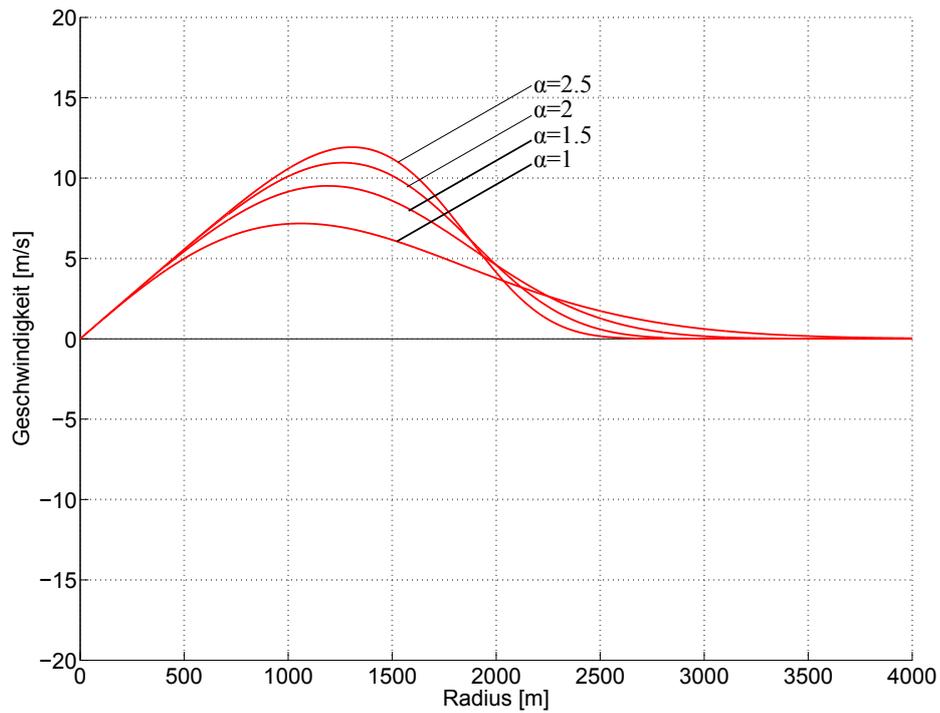


Abbildung 6.21: Radialer Geschwindigkeitsverlauf bei konstanter Höhe $z = 500\text{m}$ und bei unterschiedlichen α -Werten

$r_p = 1261\text{ m}$ ($r_0 = 1500\text{ m}$), $c_1 = -0.15$, $c_2 = -3.2175$, $r_0 = 1500\text{ m}$, $w_m = -30\text{ m/s}$, $z_m = 100\text{ m}$, $z_{max} = 5000\text{ m}$

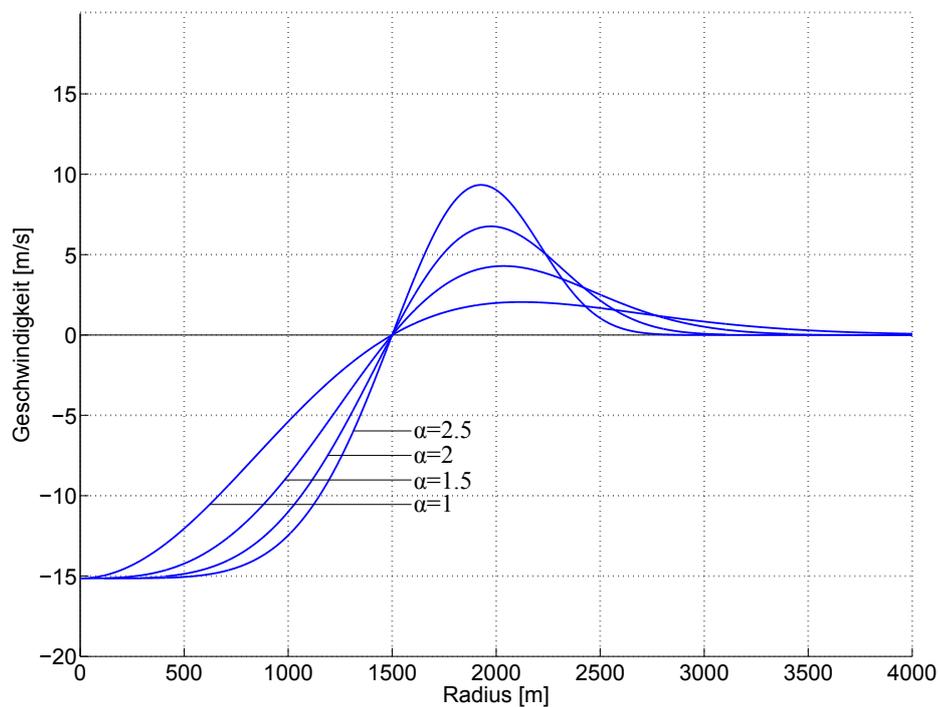


Abbildung 6.22: Vertikaler Geschwindigkeitsverlauf bei konstanter Höhe $z = 500\text{m}$ und bei unterschiedlichen α -Werten

$r_p = 1261\text{ m}$ ($r_0 = 1500\text{ m}$), $c_1 = -0.15$, $c_2 = -3.2175$, $r_0 = 1500\text{ m}$, $w_m = -30\text{ m/s}$, $z_m = 100\text{ m}$, $z_{max} = 5000\text{ m}$

6.6 Vektorielle 2D-Darstellung des Microbursts

Das mathematische Modell von Oseguera-Bowles-Vicroy wurde mit Matlab simuliert. In der Abbildung 6.23 und 6.24 wurden die Modellparameter Höhe der maximalen Radialgeschwindigkeit z_m , Radius der maximalen Radialgeschwindigkeit r_p und Mittelpunkt des Microburstwirbels r_0 , so wie Microburstwirbel und die maximale Radialgeschwindigkeit u_m markiert. Die grün markierten Pfeile deuten auf den Verlauf der Geschwindigkeit im Bereich des Microburstwirbels. In der Abbildung 6.23 erkennt man, dass bei ca. 1600 m Höhe in der Mitte des Microburstwirbels die Radialgeschwindigkeit null wird und der Microburst sich insgesamt bis ca. $r=2500$ m erstreckt.

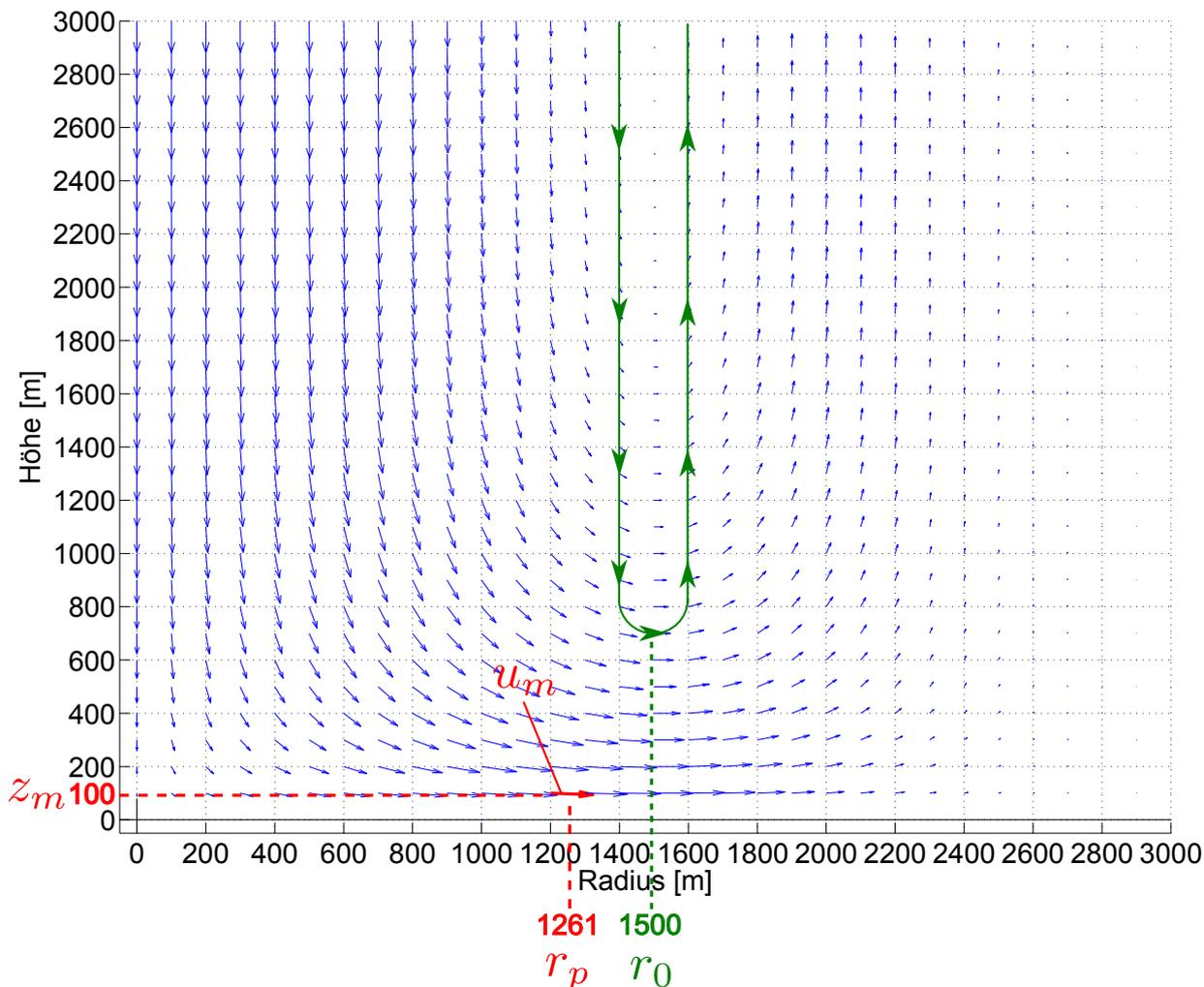


Abbildung 6.23: Microburstprofil $r_p=1261$ m, $r_0=1500$ m, $c_1=-0.15$, $c_2=-3.2175$, $w_m=-30$ m/s, $z_m=100$ m, $\alpha = 2$

In der Abbildung 6.24 erstreckt sich der Radius des Microbursts über mehr als 3000 m, weil die Mitte des Microburstwirbels r_0 auf 2000 m verschoben ist.

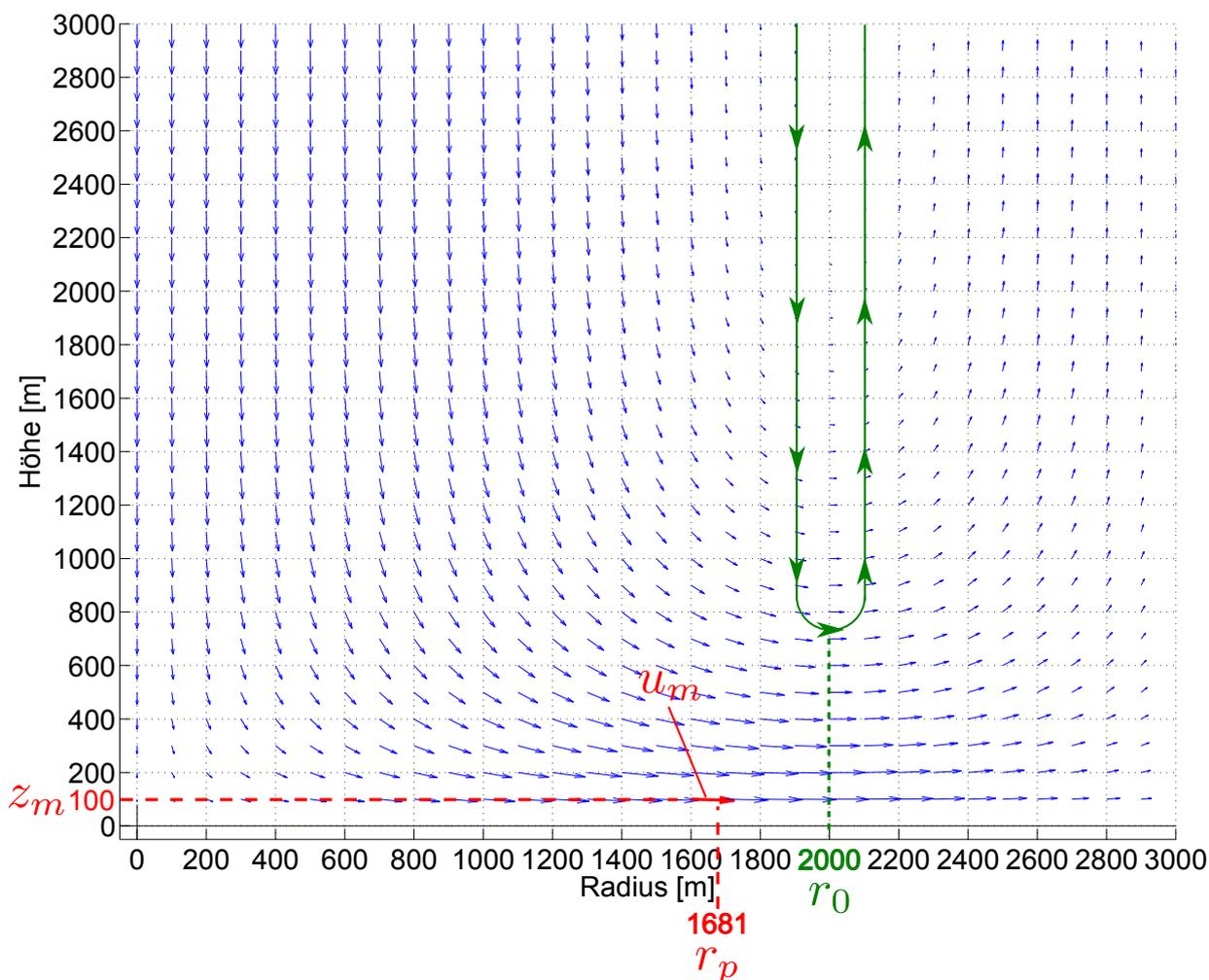


Abbildung 6.24: Microburstprofil $r_p=1681$ m, $r_0=2000$ m, $c_1=-0.15$, $c_2=-3.2175$, $w_m=-30$ m/s, $z_m=100$ m, $\alpha = 2$

6.7 Vektorielle 3D-Darstellung des Microbursts

Die Abbildung 6.25 ist eine dreidimensionale Vektordarstellung des OBV Modells. Der rot markierte Bereich ist der Kern der Microburstsäule. Hier besteht der Microburst aus einem Abwind. Nur in Bodennähe hat er radiale Geschwindigkeitskomponenten, wo der Abwind den Boden trifft. Der blau markierte Bereich ist der Bereich des Microburstwirbels bis zum Mittelpunkt $r_0=1500$ m, wo die vertikale Geschwindigkeit noch ein negatives Vorzeichen besitzt, also Richtung Boden strömt. Der grün markierte Bereich ist der Bereich des Microburstwirbels nach dem Mittelpunkt. Hier strömt der Wind nach außen und nach oben. Es gibt also einen Aufwind. Außerdem erkennt man, dass mit den in der Abbildung 6.25 verwendeten Modellparametern der Microburst einen Durchmesser bis 4 km hat.

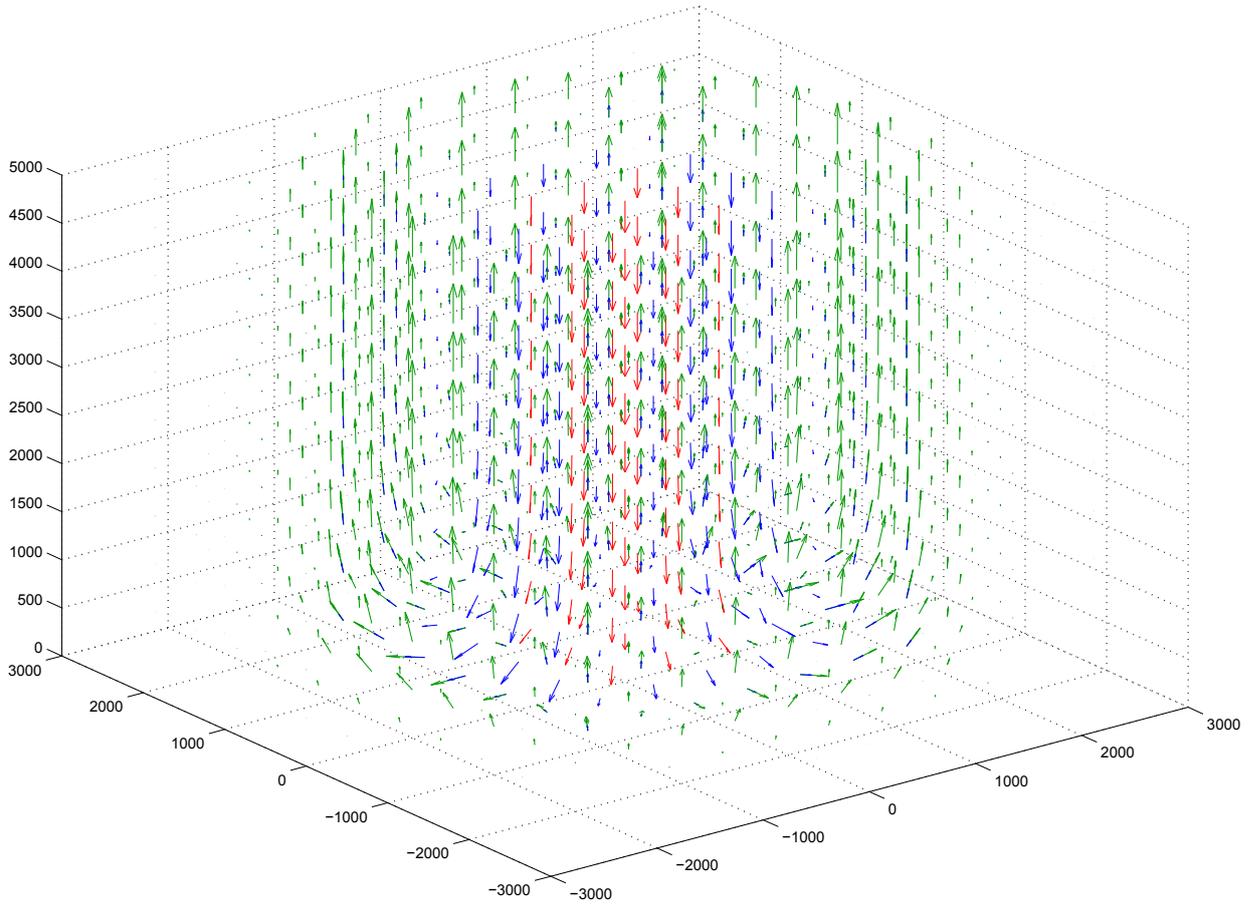


Abbildung 6.25: dreidimensionale Microburstdarstellung $r_p=1261$ m ($r_0=1500$ m), $c_1=-0.15$, $c_2=-3.2175$, $r_0=1500$ m, $w_m=-30$ m/s, $z_m=100$ m, $z_{max}=5000$ m, $\alpha = 2$

In der Abbildung 6.26 sieht man den Schnitt des in der Abbildung 6.25 dargestellten 3D-Modells.

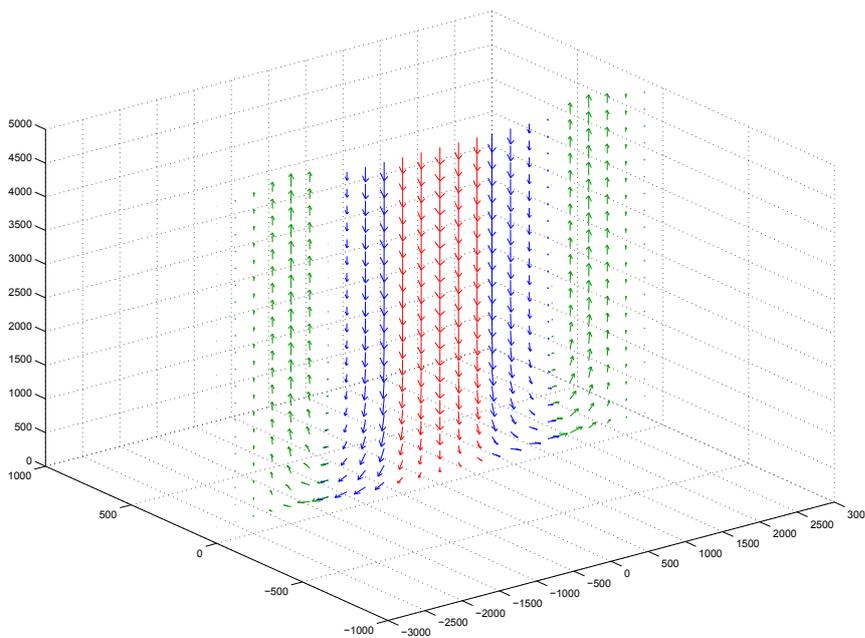


Abbildung 6.26: Schnitt des Microburstprofils

6.8 Implementierung des OBV-Modells

Das OBV-Modell wurde mit folgenden fixen Parametern implementiert:

$\alpha = 2$, $c_1 = -0.15$, $c_2 = -3.2175$, $z_m = 100$ m, $z_{max} = 5000$ m

Die durch den Benutzer einstellbaren Parameter und Variablen sind der Mittelpunkt des Microburstwirbels r_0 und die maximale Vertikalgeschwindigkeit w_m , die aber auch nur begrenzt einstellbar sind: $r_{0,min} = 500$ m, $r_{0,max} = 1200$ m, $w_{min} = 0$ m/s, $w_m = 50$ m/s, siehe Abbildung 6.27. Bei den Modellparametern werden die Längen in Fuß und die Geschwindigkeiten in Fuß pro Minute eingegeben.

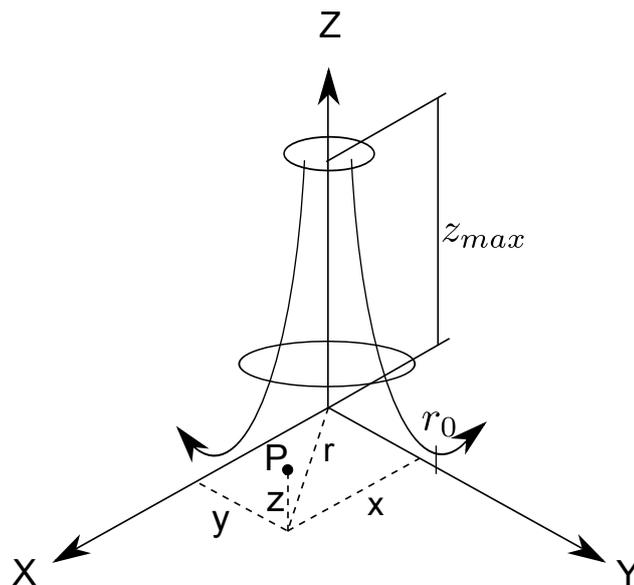


Abbildung 6.27: Microburst Prinzipskizze Vgl.[19]

Die Position des Microburst kann man durch die Eingabe seines Mittelpunktes in Längengrad und Breitengrad angeben, siehe Abbildung 6.28. Befindet sich ein Flugzeug im Microburst, wird die Position des Flugzeuges relativ zum Microburstkoordinatensystem ermittelt, siehe Abbildung 6.27 Punkt P mit den Koordinaten x , y , und z . Aus den x und y Komponenten wird der Radialabstand zum Microburstzentrum und der Winkel der radialen Geschwindigkeitskomponente relativ zum Norden berechnet. Durch das Einsetzen des Radialabstandes und der Höhe des Flugzeuges in die Gleichungen 33 und 34 werden die Geschwindigkeitskomponenten berechnet.

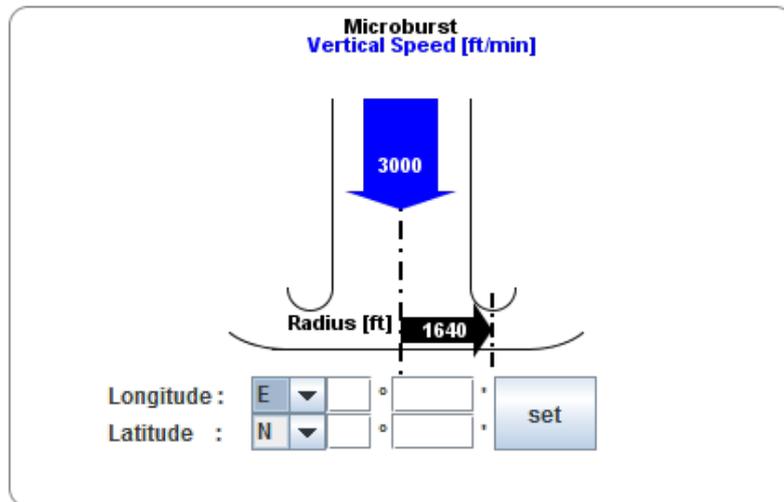


Abbildung 6.28: Microburstfeld mit Standardeinstellungen

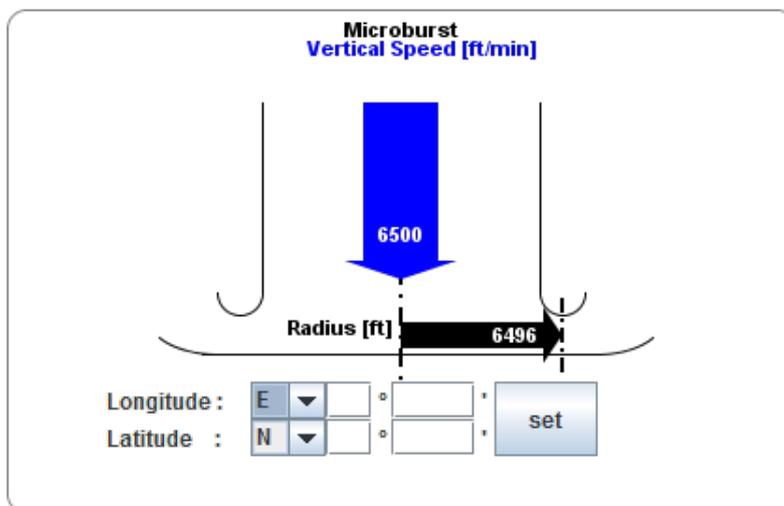


Abbildung 6.29: Microburstfeld mit veränderten Einstellungen

7 Wirbelschleppenmodell

Wirbelschleppen ist kein natürliches Phänomen, sondern ein von Flugzeugen erzeugtes.

7.1 Definition und Entstehung

„Die für den Auftrieb verantwortliche Druckdifferenz an der Tragfläche eines Flügels gleicht sich an den Spitzen des Flügels aus. Dadurch entsteht eine Strömung, die sich aufrollt. Somit entstehen hinter den Flügeln eines Flugzeugs zwei Wirbeln, die sich in die entgegengesetzte Richtung rotieren, siehe Abbildung 7.1“Vgl.[18, S.10]

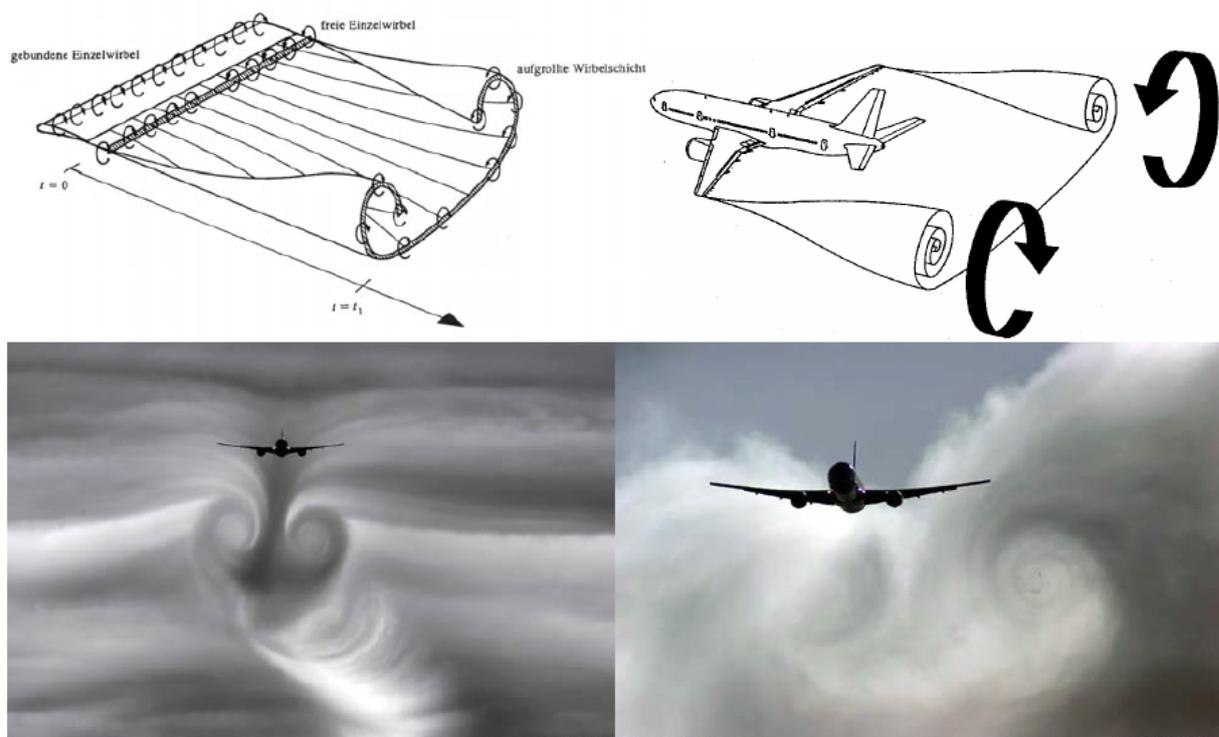


Abbildung 7.1: Die Entstehung von Wirbelschleppen [17, S.2]

„Hinter dem wirbelerzeugenden Flugzeug entsteht damit ein räumliches Geschwindigkeitsfeld mit sehr großen Amplituden und abrupten Vorzeichenwechseln, siehe Abbildung 7.2. Die Ausdehnungen in Querrichtung sind in Größenordnung der Flügelspannweite und damit relativ klein, während die Ausdehnung in Längsrichtung mehrere Kilometer beträgt“[17, S.2].

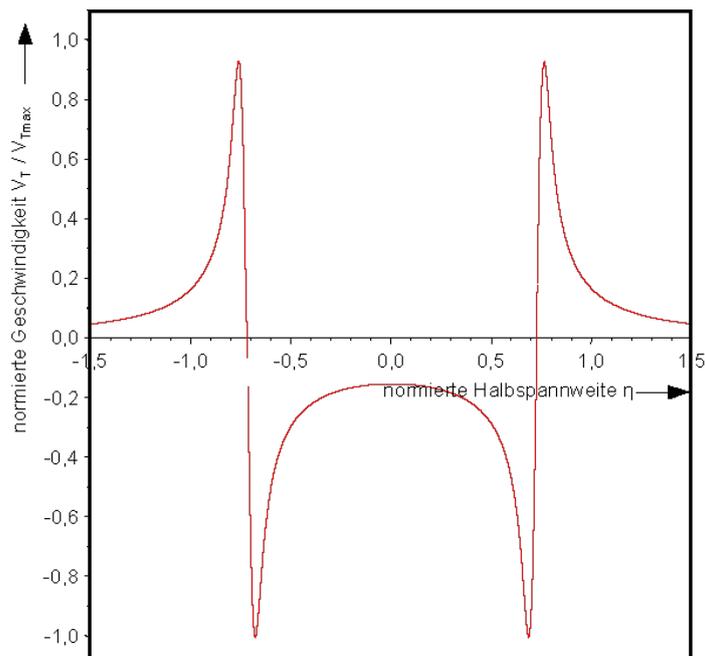


Abbildung 7.2: Die Geschwindigkeitsverteilung in einer Wirbelschlepe [17, S.3]

„[...]Fliegt ein nachfolgendes Flugzeug in eine solche Wirbelschlepe ein, werden an diesem durch die räumliche Verteilung der Windvektoren in der Wirbelschlepe Zusatzkräfte und Momente induziert, siehe Abbildung 7.3. Die Stärke der Wirbel hängt direkt vom Auftrieb des Wirbel erzeugenden Flugzeuges ab sowie vom Abstand zwischen den Flugzeugen und damit dem Wirbelalter. Die in den Wirbeln enthaltene Rotationsenergie kann erheblich sein und die Flugbahn von nachfolgenden Flugzeugen unter Umständen stark beeinflussen“[17, S.22].

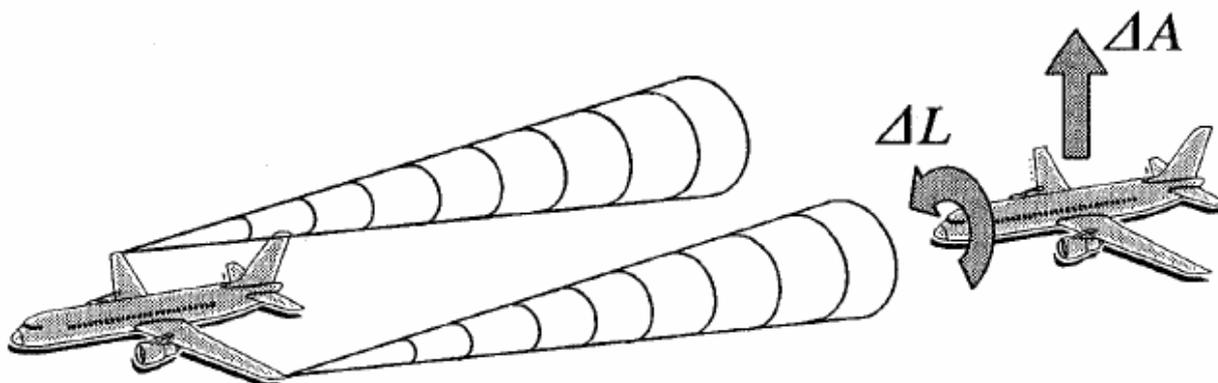


Abbildung 7.3: Wirbelinduzierte aerodynamische Zusatzkräfte und Momente [17, S.23]

„Der Aufrollvorgang zu diskreten Einzelwirbeln erfolgt innerhalb einer Flugstrecke von ca. 10 Spannweiten und dauert damit bei großen Flugzeugen im Landeanflug ca. 5 bis 10 Sekunden, der folgende Ausbreitungsvorgang und der sich anschließende Zerfallsprozess liegen in der Größenordnung von 2 bis 3 Minuten. Der Einflussbereich auf nachfolgende Flugzeuge erstreckt sich bei einer typischen Anflugeschwindigkeit von ca. 65 m/s auf ca. 12 km und ist damit in guter Übereinstimmung mit dem Staffelungsabstand von 6 nm für

kleine Flugzeuge hinter großen Flugzeugen.

Die relativ kurze Lebensdauer von Wirbelschleppen und ihr sehr schneller Entstehungsprozess machen deutlich, welche zeitliche Dynamik in diesem Prozess enthalten ist. Der zeitliche Einfluss auf den Charakter des Strömungsfeldes am Ort eines einfliegenden Flugzeugs muss daher bei der mathematischen Modellierung berücksichtigt werden[...]“ [17, S.23]

Wirbelschleppen ist also ein vierdimensionales Windphänomen, bei dem neben den drei räumlichen Dimensionen die Zeit als unabhängiger Parameter die vierte Dimension bildet.

7.2 Einzelwirbelmodellierung

„Die bislang verwendeten Modelle zur Beschreibung von Wirbelschleppen sind nicht für den Einsatz für Echtzeitanwendungen auf einem Flugsimulator geeignet, da ihr Einsatzgebiet mehr auf eine möglichst präzise Beschreibung des Prozesses an sich ausgerichtet ist. Bei diesen Modellen wird ausgehend von der Zirkulationsverteilung der wirbelerzeugenden Fläche das Wirbelsystem durch eine Vielzahl von diskreten Einzelwirbeln modelliert (Einzelwirbelsimulation). Für dieses Wirbelsystem wird durch numerische Integration der Bewegungsgleichungen der Wirbelströmung das Strömungsfeld berechnet. Für eine wirklichkeitsgetreue Nachbildung des zeitlichen Ablaufes einer Wirbelströmung muss eine sehr feine räumliche (Anzahl der Wirbel) und zeitliche (Integrationschrittweite) Diskretisierung gewählt werden, siehe Abbildung 7.4. Der damit verbundene hohe numerische Aufwand ist mit heute standardmäßig eingesetzten Simulationsrechnern nicht unter Echtzeitbedingungen lösbar“Vgl.[17, S.23].

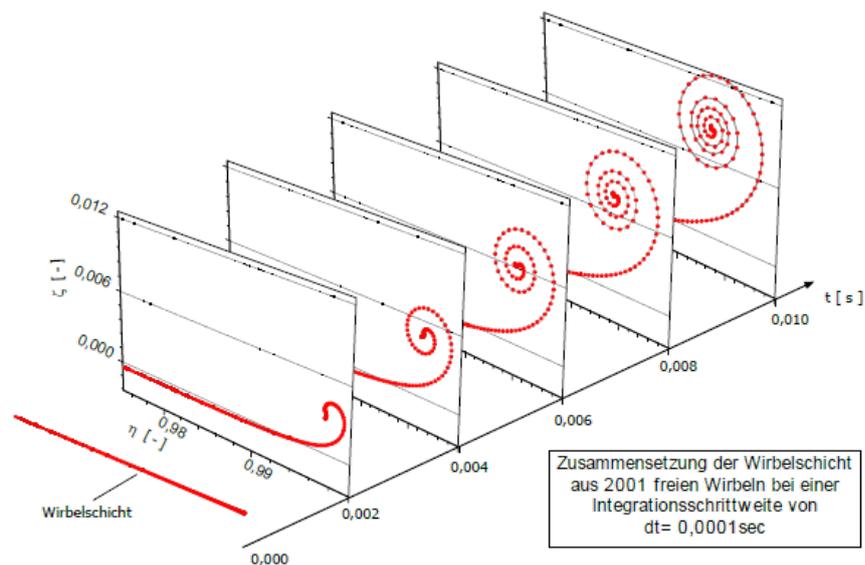


Abbildung 7.4: Aufrollvorgang der Wirbelschicht eines Megaliners mit elliptischer Zirkulationsverteilung bei einer Fluggeschwindigkeit von 70 m/s [11, S.28]

In diesem Kapitel werden verschiedene Wirbelmodelle diskutiert und miteinander verglichen.

7.2.1 Das Wirbelmodell von Rankine

Das einfachste Wirbelmodell ist der Potentialwirbel von Rankine. Dieses Modell beschreibt die tangentialen Geschwindigkeitsverteilung einer inkompressiblen stationären und reibungslosen Strömung, bei der die Zirkulation $\Gamma(r)$ im ganzen Strömungsgebiet konstant ist ($\Gamma = \Gamma_0 = \text{konst.}$).

„Die Tangentialgeschwindigkeit $V_t(r)$ innerhalb des Wirbelkerns $r < r_c$ strebt für $r \rightarrow 0$ gegen ∞ , wobei r_c der Wirbelkernradius ist. Für $r > r_c$ nimmt die Tangentialgeschwindigkeit mit steigendem Abstand ab. Die Gleichung 1 beschreibt den Geschwindigkeitsverlauf für $r < r_c$ und die Gleichung 2 den Geschwindigkeitsverlauf für $r > r_c$ “ Vgl.[S.11][18].

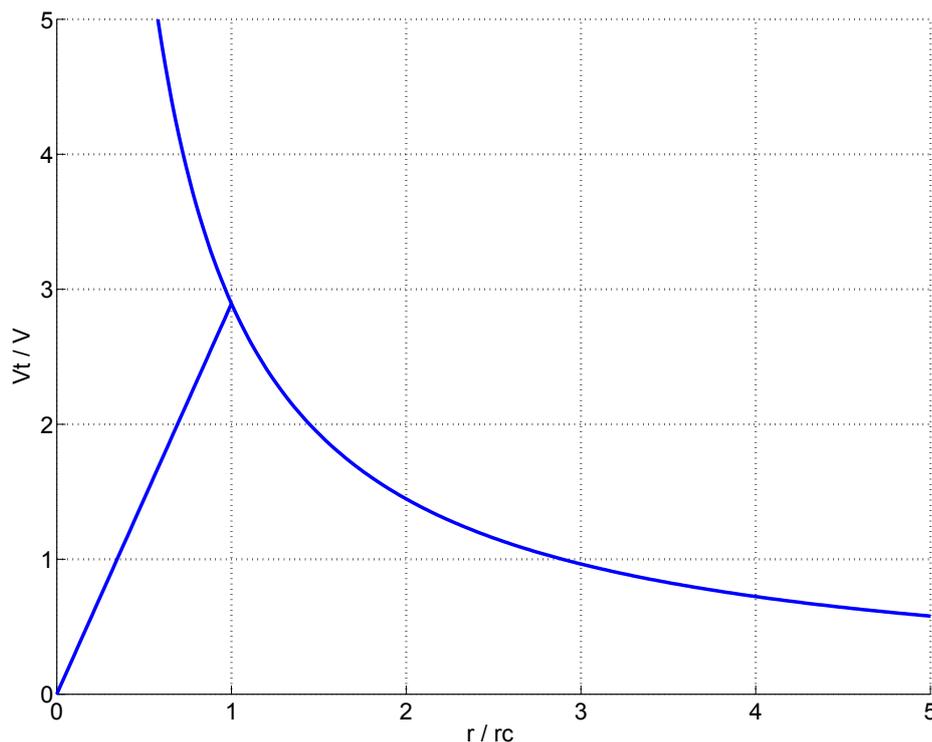


Abbildung 7.5: Tangentialgeschwindigkeit $V_t(r)$ im Potentialwirbel [18, S.11]

$$V_t(r) = \frac{\Gamma}{2\pi r} \quad (1)$$

$$V_{tK} = \frac{\Gamma}{2\pi r_c^2} r \quad (2)$$

Beim Wirbelmodell von Rankine werden der Wirbelkernradius r_c und die Zirkulation Γ als bekannt und konstant angenommen. Dieses Wirbelmodell ist auch zeitunabhängig.

7.2.2 Das Wirbelmodell von Lamb und Oseen

Der Kern des Wirbels in einem zähen Medium kann über die Viskosität ν und die Zirkulation des Wirbels Γ beschrieben werden.

„Die induzierte Tangentialgeschwindigkeit ist:

$$V_t(r, t) = \frac{\Gamma_0}{2\pi r} \left(1 - \exp\left(-\frac{r^2}{4\nu t}\right) \right) \quad (3)$$

wobei

- V_t die Tangentialgeschwindigkeit bei einem Einzelwirbel [m/s],
- r der Abstand vom Wirbelkern [m],
- t das Wirbelalter [s],
- Γ_0 die Zirkulation des voll entwickelten Randwirbels (Anfangszirkulation) [m^2/s] und
- ν die Viskosität des Mediums [m^2/s] ist.

Der erste Term in der Gleichung 3 stellt den Potentialwirbelansatz dar, der zweite Term stellt eine Erweiterung um einen Zähigkeitsanteil dar, der die beim Potentialwirbel für $r \rightarrow 0$ gegen Unendlich gehende induzierte Tangentialgeschwindigkeit auf Null zurückführt, siehe Abbildung 7.6“ Vgl.[17, S.24]

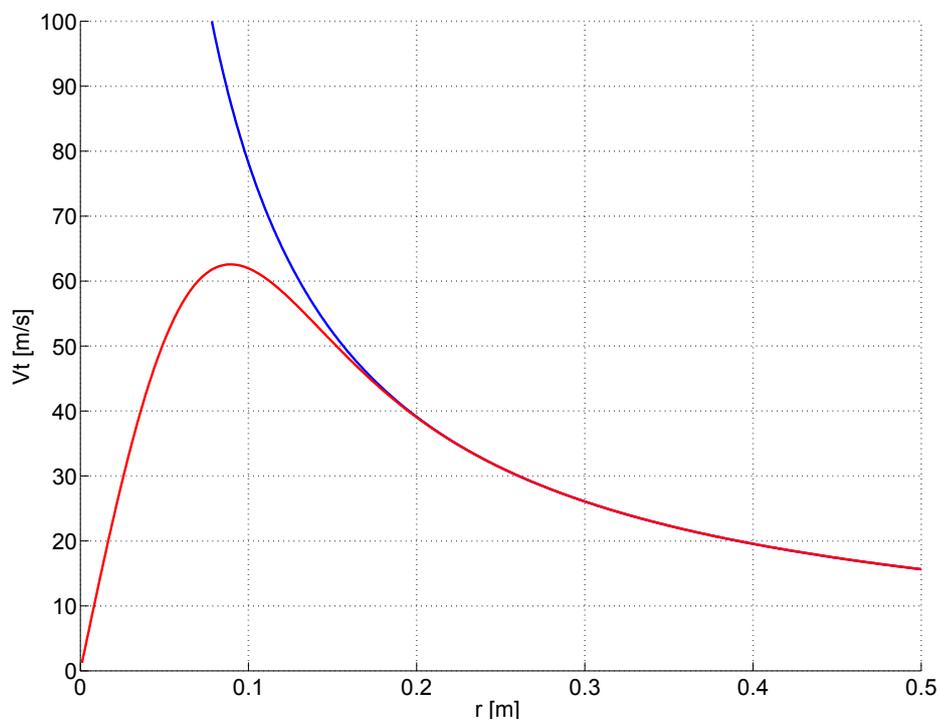


Abbildung 7.6: Vergleich von Oseen-Wirbel und Potentialwirbel von Rankine. Einzelwirbelsimulation mit Gleichung 1 und 3, $m=5500$ kg, $b=15.5$ m, $V_F=73.63$ m/s, $\nu = 15 \times 10^{-6} m^2/s$, $g=9.80665$ m/s², $\rho=1,225$ kg/m³, $t=106$ s Vgl.[17, S.24]

$$\Gamma_0 = \frac{A}{\rho b V_F(\pi/4)} \quad (4)$$

„Im stationären Horizontalflug ohne Wind entspricht der Auftrieb A dem Flugzeuggewicht. Unter diesen Bedingungen ist die vom Wirbelerzeuger an die Strömung übertragene Zir-

kulation wie folgt definiert:

$$\Gamma_0 = \frac{mg}{\rho b V_F(\pi/4)} \quad (5)$$

- ρ Luftdichte [kg/m^3]
- b Spannweite [m]
- V_F Fluggeschwindigkeit [m/s]
- m Flugzeugmasse [kg]
- g Erdbeschleunigung [m/s^2]“ [11, S.33].

Die Vorteile des Oseen-Lamb Wirbelmodells sind die Zeitabhängigkeit des Modells und die Zirkulation Γ_0 , die von den Dimensionen des wirbelerzeugenden Flugzeugs bestimmt werden. Das Modell ist aber unabhängig vom Wirbelkernradius r_c .

Die Abbildung 7.7 zeigt einen Vergleich der Geschwindigkeitsverteilung für verschiedene Wirbelmodelle.

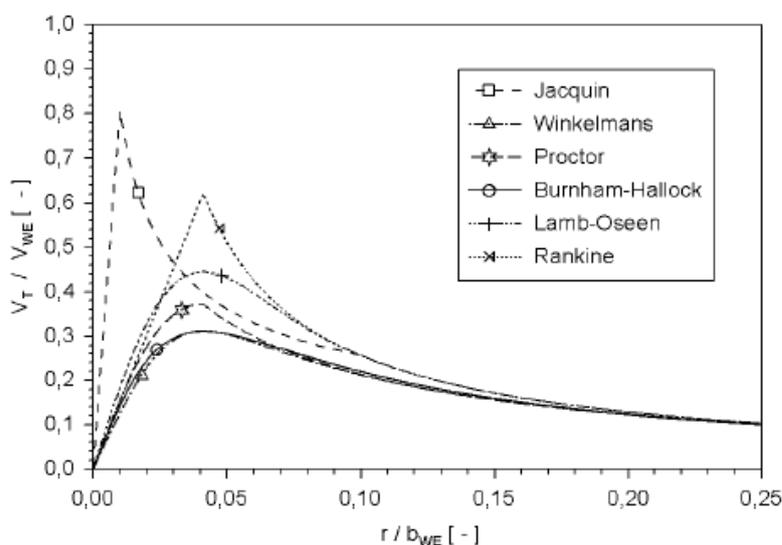


Abbildung 7.7: Tangentialgeschwindigkeitsprofile echtzeitfähiger Wirbelmodelle (Kernradius: $r_c/b_{WE} \approx 0.41$; Modell nach Jacquin mit integriertem Kernradius) [11, S.31]

7.2.3 Das Wirbelmodell von Heintsch

„Ein neuer Ansatz, der insbesondere für die Echtzeitflugsimulation geeignet ist, wurde von Heintsch vorgeschlagen. Dabei wird das mit der Einzelwirbelsimulation berechnete Strömungsfeld in mehreren Schnittebenen senkrecht zur Wirbelachse durch einfache analytische Funktionen approximiert. Die Parameter dieser Näherungsfunktionen ändern sich mit dem Abstand zum Wirbel erzeugenden Flugzeug und sind damit eine Funktion der Zeit. Sie lassen sich nach Heintsch ebenfalls durch analytische Funktionen darstellen, die für jeden Flugzeugtyp durch einen Optimierungsprozess zu bestimmen sind“ [Vgl. [17, S.23,24]

„Als Grundlage seiner Approximation wählt Heintsch einen Ansatz von Oseen, siehe

Gleichung 3. Dieses Wirbelmodell kann bei Verwendung des Kernradius r_c auch in folgender Form dargestellt werden:

$$V_t(r) = \frac{\Gamma}{2\pi r} \left(1 - \exp\left(-1.2564\left(\frac{r}{r_c}\right)^2\right) \right) \quad (6)$$

“Vgl.[11, S.31]

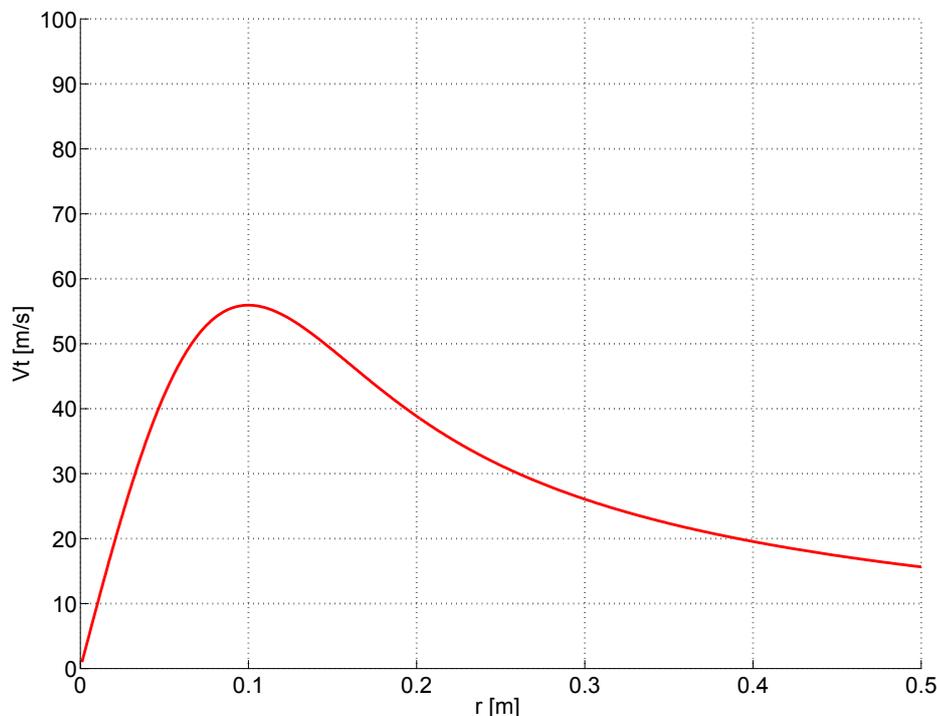


Abbildung 7.8: Oseen-Wirbel mit konstantem Kernradius $r_c = 0.1m$. Einzelwirbelsimulation mit Gleichung 6, $m=5500$ kg, $b=15.5$ m, $V_F=73.63$ m/s, $\nu=15 \times 10^{-6} m^2/s$, $g=9.80665$ m/s² und $\rho=1,225$ kg/m³

„Von entscheidender Bedeutung bei der Berechnung der induzierten Tangentialgeschwindigkeit ist bei den meisten Modellen die Kenntnis über den Kernradius. In der Literatur sind hierzu vielfältige Ansätze zu finden[...]. Nach Heintsch und Kurylowitch ist der Kernradius vor allem eine Funktion des Wirbelalters, wobei Kurylowitch den Kernradius in Abhängigkeit der Pfeilung der 25%-Linie des Tragflügels (φ_{25}) wie folgt beschreibt:

$$r_c(t) = 36.2 \sqrt{\frac{\nu t}{\cos(\varphi_{25})^2}} \quad (7)$$

“[11, S.31].

„Die aufgeführten Modelle, die eine zeitliche Entwicklung des Kernradius berücksichtigen, sind durch ein schnelles Anwachsen des Wirbelkerns nach der Entstehung gekennzeichnet. Im weiteren Verlauf verlangsamt sich das Anwachsen des Wirbelkerns. Mit Bezug auf die Spannweite des Wirbelerzeugers (b_{WE}) können die Kernradien, wie in Abbildung 7.11 gezeigt, dargestellt werden“[11, S.32]:

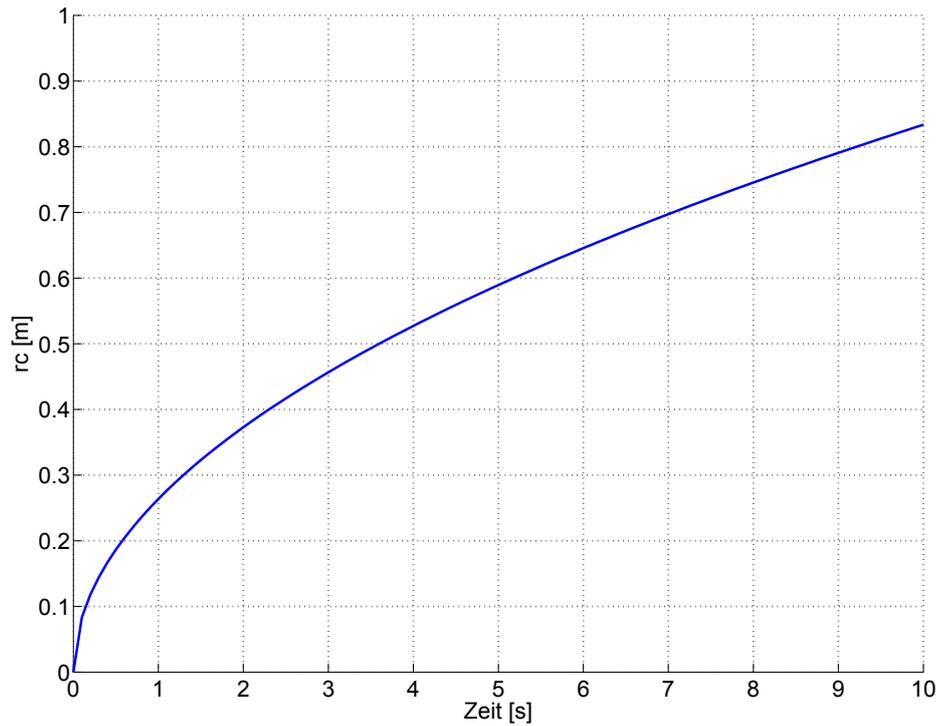


Abbildung 7.9: Kernradien der Randwirbel einer Wirbelschleppe. Kernradiussimulation mit Gleichung 7, $m=5500$ kg, $b=15.5$ m, $V_F=73.63$ m/s, $\nu = 15 \times 10^{-6} m^2/s$, $g=9.80665$ m/s² und $\rho=1,225$ kg/m³. Vgl.[11, S.32]

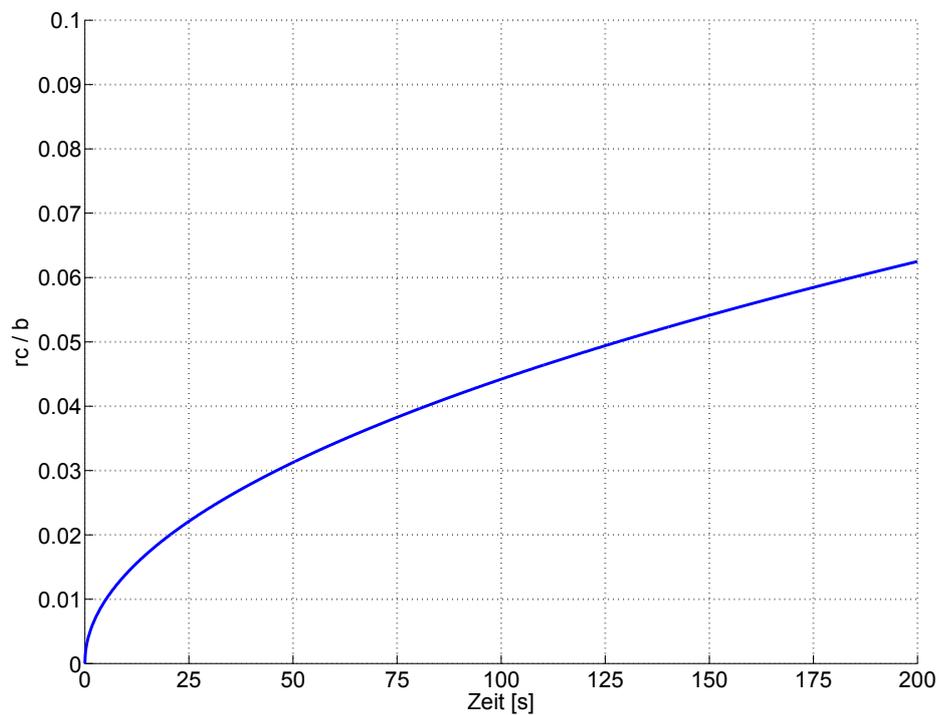


Abbildung 7.10: Kernradius des Randwirbels einer Wirbelschleppe. Kernradiussimulation mit Gleichung 7, $m=265000$ kg, $b=59.64$ m, $V_F=70.59$ m/s, $\nu = 15 \times 10^{-6} m^2/s$, $g=9.80665$ m/s² und $\rho=1,225$ kg/m³. Vgl.[11, S.32]

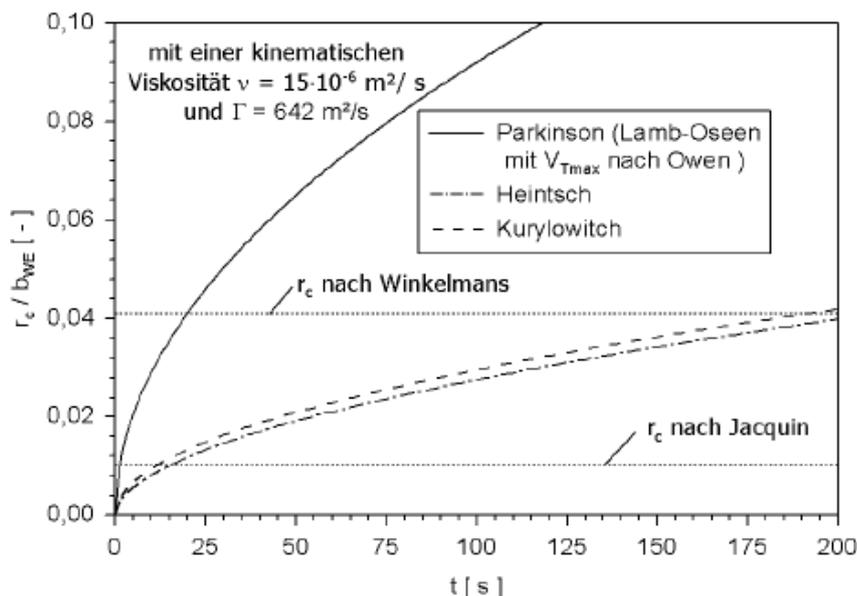


Abbildung 7.11: Kernradien der Randwirbel einer Wirbelschleppe, Eingangswerte entsprechend einer B747EZ [11, S.32]

„Ein wesentlicher Aspekt des Alterungsprozesses von Wirbelschleppen besteht in der Wechselwirkung mit atmosphärischer Turbulenz, die zur Dissipation von Zirkulation aus der Wirbelströmung in die Atmosphäre führt. Damit wird der Wirbelströmung Energie entzogen und der Zerfallsprozess beschleunigt. Dieser Einfluss ist in der Einzelwirbelsimulation nicht berücksichtigt. Nach einem Ansatz von Donaldson lässt sich der Einfluss atmosphärischer Turbulenz auf den Alterungsprozess eines aufgerollten Wirbelpaares einfach beschreiben:

$$\Gamma'_{ws}(t) = \Gamma_0 e^{-0.41 \frac{\sigma t}{s'}} \tag{8}$$

[...]wobei

$$s' = \frac{b'}{2} \tag{9}$$

“[17, S.25], und

- $\Gamma(t)$ die Zirkulation des Randwirbels (= Wirbelstärke) nach Turbulenzeinwirkung [m^2/s],
- σ die Standardabweichung der Atmosphärenturbulenz,
- s' der halbe Abstand der beiden Wirbelkerne nach Abschluss des Aufrollprozesses [m] und
- b' die Spannweite der Wirbelschleppe [m] ist.

In der Abbildung 7.12 sieht man den Verlauf der Zirkulation bei unterschiedlichen Turbulenzstärken.

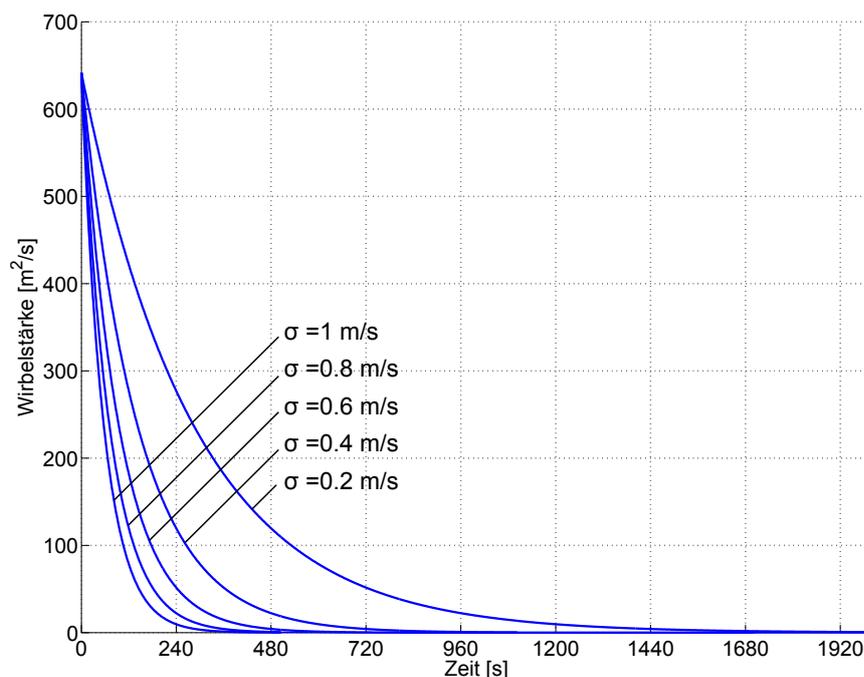


Abbildung 7.12: Zirkulation in Abhängigkeit von der Turbulenz. Simulation mit der Gleichung 8, $m=265000$ kg, $b=59.64$ m, $V_F=70.59$ m/s, $\nu=15 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, $g=9.80665$ m/s² und $\rho=1,225$ kg/m³.

„Die Gleichung 8 zeigt einerseits, dass mit zunehmendem Grad an Atmosphärenturbulenz der Alterungsprozess beschleunigt wird, aber andererseits auch von der Spannweite des wirbelerzeugenden Flugzeugs abhängig ist. Damit ist bei großen und schweren Flugzeugen im Vergleich zu kleinen und leichten Flugzeugen nicht nur die Zirkulation der Wirbelschlepe stärker, sondern zusätzlich auch die Lebensdauer größer“ [17, S.25].

„Es wird auf Messungen von Wirbelschleppen hinter einer Boeing 747 zurückgegriffen, um die Berechnung den Messergebnissen anzupassen und so Effekte zu berücksichtigen, die in der Berechnung des Alterungsprozesses bisher nicht einbezogen wurden. Insbesondere in den achtziger Jahren wurden umfangreiche Messungen von Wirbelschleppen hinter einer Boeing 747 sowohl in Deutschland (Frankfurt/Main), als auch in den USA durchgeführt. Eine Anpassung an diese Messergebnisse wird über eine einfache Erweiterung der Zirkulation der Wirbelschlepe unter Berücksichtigung der turbulenten Reibung Γ'_{WS} mit einem Korrekturfaktor K vorgenommen. Für die Zirkulation der Wirbelschlepe Γ_{WS} als Funktion der Zeit (t) gilt:

$$\Gamma_{ws}(t) = \Gamma'_{ws}(t)K \quad (10)$$

Zur Berechnung werden Messungen der maximalen Tangentialgeschwindigkeit für ein Wirbelalter oberhalb von 70 s herangezogen, um die Anpassung auf relevante Staffelungsabstände zu optimieren. Ausgehend von einer Standardabweichung der Atmosphärenturbulenz von $\sigma=0.2$ m/s, die einer sehr ruhigen Atmosphäre entspricht, ergibt sich ein Korrekturfaktor von $K=0.3$ “ [11, S.34].

In den Abbildung 7.14 und 7.13 sieht man der Verlauf der Zirkulation mit und ohne Korrekturfaktor.

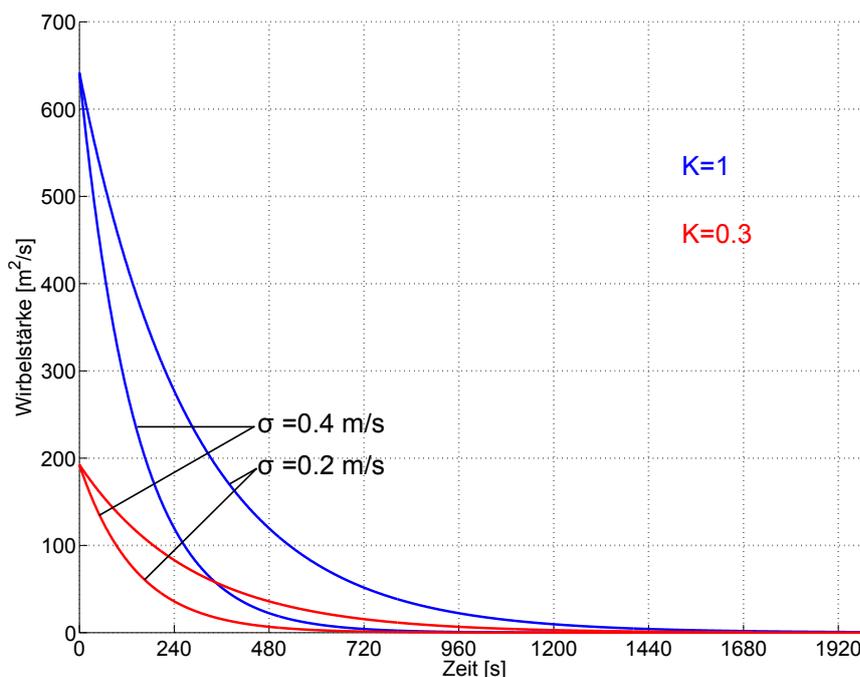


Abbildung 7.13: Zirkulation in Abhängigkeit von der Turbulenz mit Korrekturfaktor K. Simulation mit der Gleichung 8, $m=265000 \text{ kg}$, $b=59.64 \text{ m}$, $V_F=70.59 \text{ m/s}$, $\nu=15 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, $g=9.80665 \text{ m/s}^2$ und $\rho=1,225 \text{ kg/m}^3$.

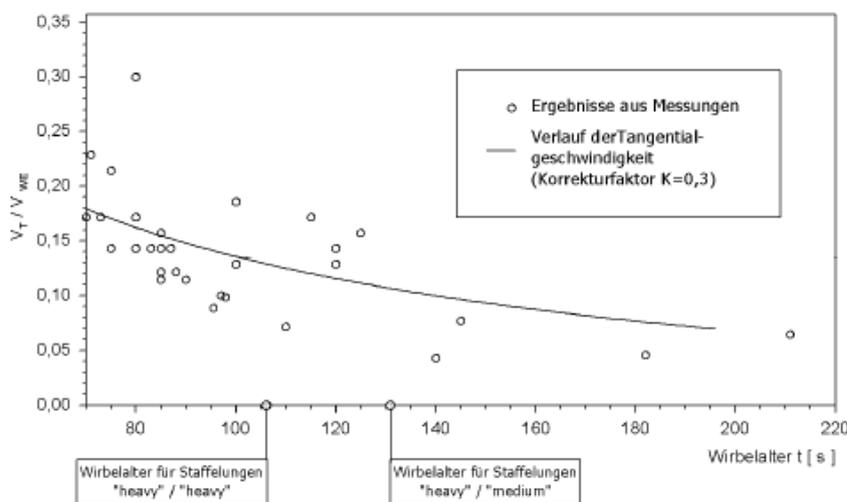


Abbildung 7.14: Maximale Tangentialgeschwindigkeit in Wirbelschleppen einer Boeing 747 (Die eingetragenen Wirbelalter für Staffellungen basieren auf einer Anfluggeschwindigkeit (V_{WE}) von 70 m/s.) [11, S.34]

Durch die Berücksichtigung des Korrekturfaktors und der atmosphärischen Turbulenz ergibt sich aus den Gleichungen 6, 8 und 10 :

$$V_t(t, r) = \frac{\Gamma_{ws}(t)}{2\pi r} \left(1 - \exp\left(-1.2564\left(\frac{r}{r_c}\right)^2\right) \right) \tag{11}$$

und mit dem Kernradius r_c aus der Gleichung 7 in die Gleichung 11 eingesetzt:

$$V_t(t, r) = \frac{\Gamma_{ws}(t)}{2\pi r} \left(1 - \exp\left(-1.2564 \left(\frac{r^2 \cos(\varphi_{25})}{1310\nu t}\right)\right) \right) \quad (12)$$

In der Abbildung 7.15 sieht man den Verlauf der Tangentialgeschwindigkeit aus der Gleichung 12 bei einem Wirbelalter von 106 und 132 Sekunden.

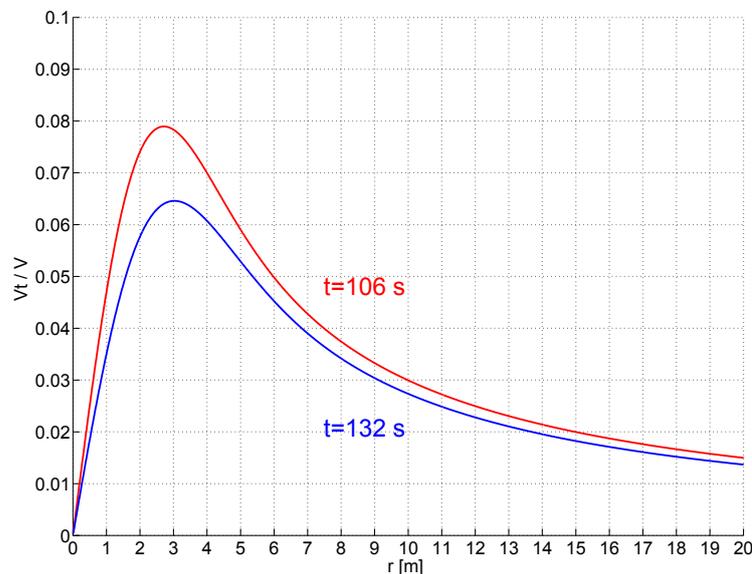


Abbildung 7.15: Verlauf der Tangentialgeschwindigkeit eines Randwirbels. Einzelwirbelsimulation mit der Gleichung 12, $m=265000$ kg, $b=59.64$ m, $V_F=70.59$ m/s, $\nu=15 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, $g=9.80665$ m/s², $\rho=1,225$ kg/m³ und $K = 0.3$

Heintsch [38] erweiterte das Wirbelmodell von Lamb/Oseen für verschiedene Beispielflugzeuge (Flugzeug A, B, C), siehe Abbildung 7.16.

$$V_t(r, t) = \frac{\Gamma_0}{2\pi r} \left(1 - e^{-\frac{r^2}{A_1(t)^2}} \right) F(r, t) \quad (13)$$

„Der Modellparameter $A_1(t)$ dient zur Anpassung des Kernradius, die zu identifizierende Funktion $F(r, t)$ dient zur Angleichung der Geschwindigkeitsverteilung. HEINTSCH zeigt, dass die Funktion $F(r, t)$ durch eine erweiterte Arkustangensfunktion angenähert werden kann, so dass schließlich folgt:

$$V_t(r, t) = \frac{\Gamma_0}{2\pi r} \left(1 - e^{-\frac{r^2}{A_1(t)^2}} \right) A_2(t) \left[\arctan(|r|A_3(t)) + A_4(t) \right] \quad (14)$$

Die Parameter $A_i(t)$ können durch einen Optimierungsalgorithmus bestimmt werden. Da ihr Zeitverhalten ähnlich ist und einen stetigen Verlauf zeigt, können sie wiederum durch einfache analytische Funktionen mit teilweise identischen Ansätzen nachgebildet werden:

$$A_1(t) = \frac{a_{11}}{a_{12} + t} + a_{13}t + a_{14} \quad (15)$$

$$A_2(t) = \frac{a_{21}}{a_{22} + t} + a_{23}t + a_{24} \quad (16)$$

$$A_3(t) = \frac{a_{31}}{a_{32} + t} + a_{33}t + a_{34} \quad (17)$$

$$A_4(t) = \frac{a_{41}}{a_{42} + t} + a_{43}t + a_{44} \quad (18)$$

Die Wirbelschleppenparameter a_{ij} befinden sich im Anhang.

„Da Gleichung 14 nicht mehr eine Betrachtung der Einzelwirbel darstellt sondern die gesamte Wirbelströmung beschreibt, ist der Ansatz nach Gleichung 8 zur Beschreibung des Dissipationsprozesses auch hierauf anwendbar. Man erhält damit schließlich:

$$V_t(r, t) = \frac{\Gamma_0}{2\pi r} \left(1 - e^{-\frac{r^2}{A_1(t)^2}} \right) A_2(t) [\arctan(|r|A_3(t)) + A_4(t)] e^{-0.4\frac{\sigma t}{s^2}} \quad (19)$$

“[17, S.25]

In der Abbildung 7.16 sieht man den Verlauf der Tangentialgeschwindigkeit aus der Gleichung 19 für drei unterschiedliche Flugzeugtypen.

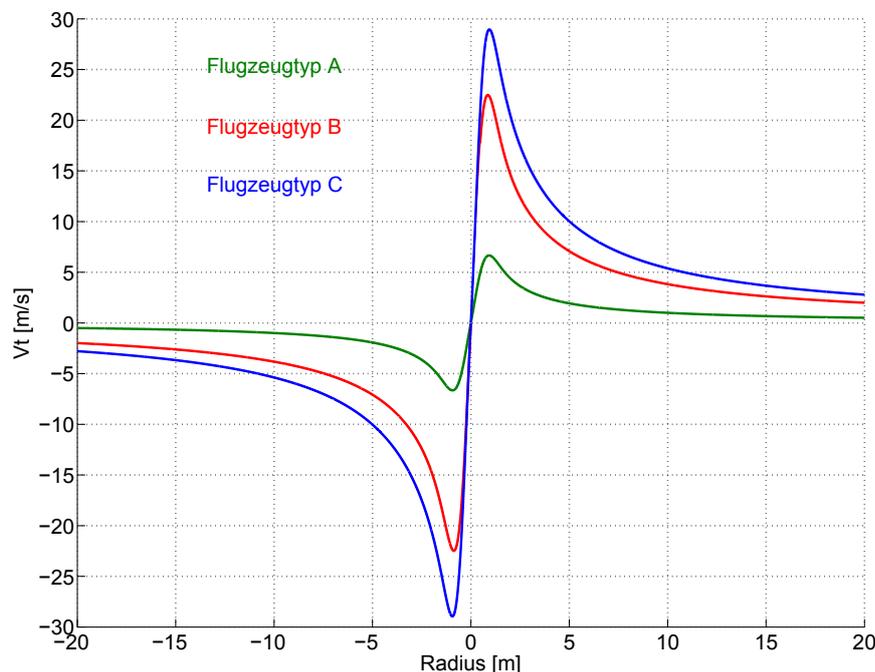


Abbildung 7.16: Einzelwirbelsimulation der Flugzeugtypen A, B und C nach Wirbelmodell von Heintsch. Flugzeugtyp A: $m=5.50$ t, $b=15.5$ m, $V_F=73.63$ m/s; Flugzeug B: $m=60$ t, $b=33.91$ m, $V_F=69.98$ m/s; Flugzeug C: $m=265$ t, $b=59.64$ m, $V_F=70.59$ m/s, $\sigma = 0.6$ m/s, $t=20$ s, $K=1$ [17]

Es ist leicht erkennbar, dass die unterschiedlichen Tangentialgeschwindigkeiten von der Spannweite b , der Masse m und von den Flugzeugparametern a_{ij} abhängen.

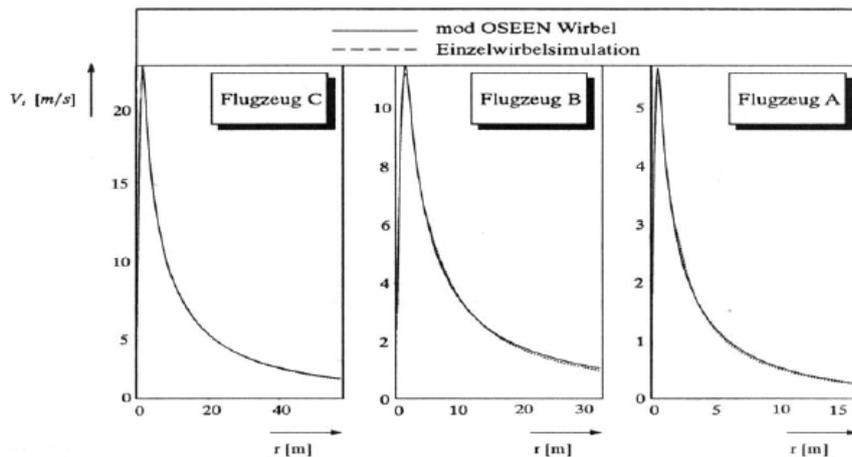


Abbildung 7.17: Vergleich Einzelwirbelsimulation/Wirbelmodell nach Heintsch. Flugzeug A: $m=5.50\text{ t}$, $b=16\text{ m}$, Flugzeug B: $m=60\text{ t}$, $b=34\text{ m}$, Flugzeug C: $m=265\text{ t}$, $b=60\text{ m}$ [17, S.25]

Das Wirbelmodell von Heintsch wurde für die Flugzeugtypen A, B und C bei unterschiedlichen Wirbelaltern simuliert. In den Abbildungen 7.18, 7.19 und 7.20 sieht man den Einfluss des Wirbelalters auf die Tangentialgeschwindigkeit.

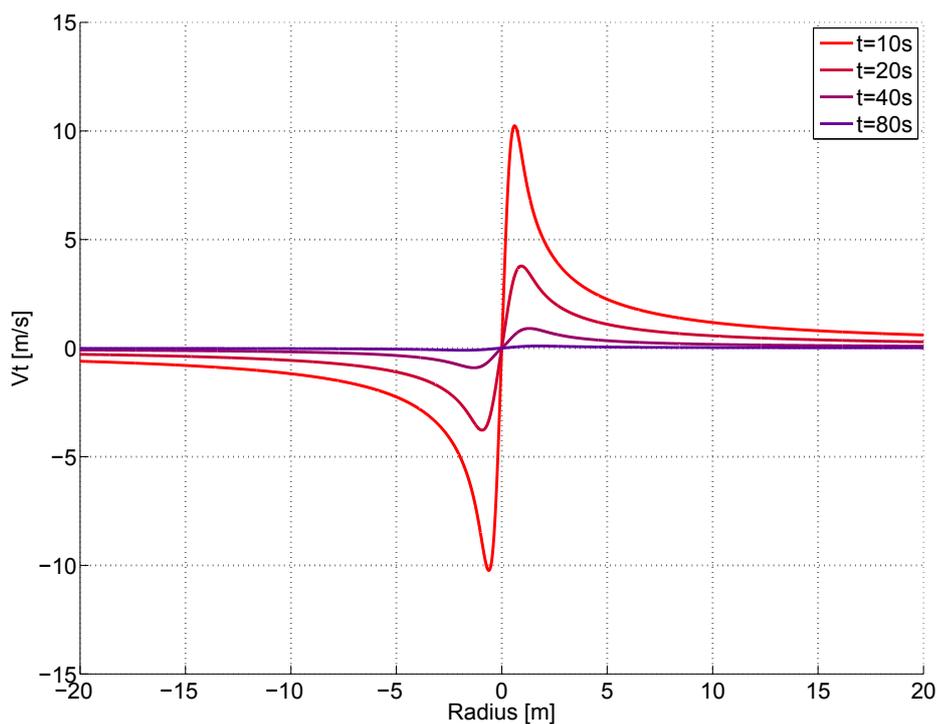


Abbildung 7.18: Einzelwirbelsimulation des Flugzeugtyps A von Heintsch. $\sigma = 0.6\text{ m/s}$, $K=1$ [17]

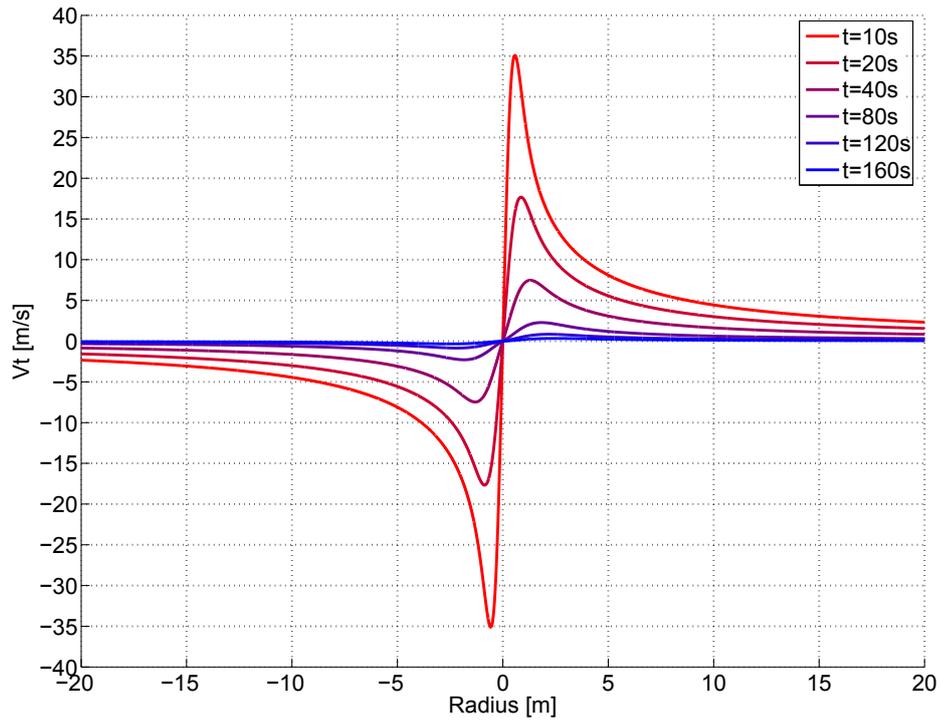


Abbildung 7.19: Einzelwirbelsimulation des Flugzeugtyps B von Heintsch. $\sigma = 0.6$ m/s, $K=1$ [17]

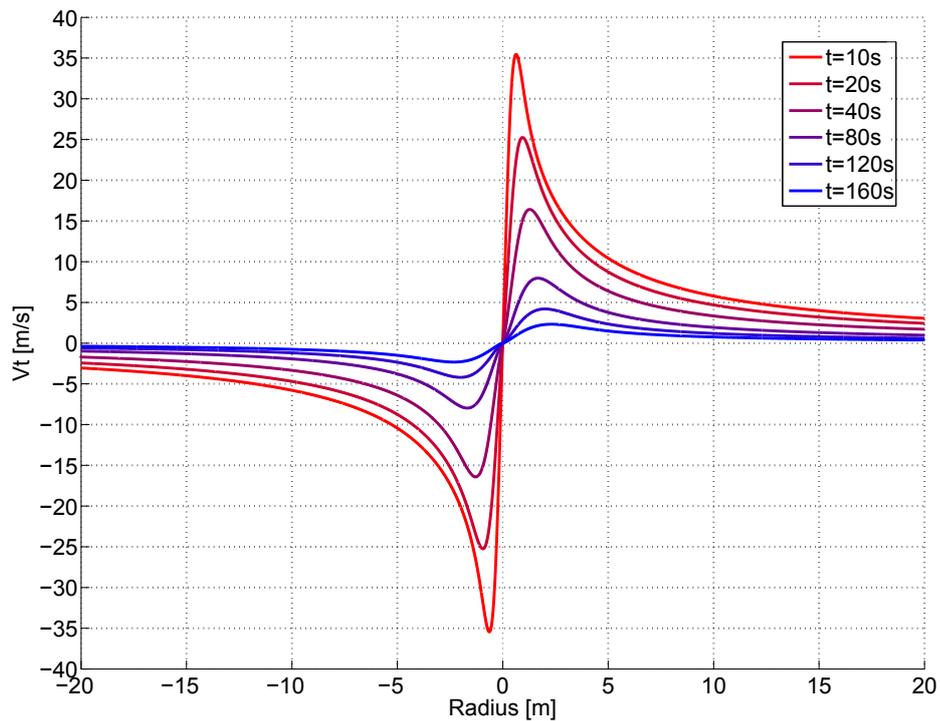


Abbildung 7.20: Einzelwirbelsimulation des Flugzeugtyps C von Heintsch. $\sigma = 0.6$ m/s, $K=1$ [17]

Zum Vergleich wurden die Tangentialgeschwindigkeiten im Randwirbel für zwei Wirbelalter berechnet, die den Staffelungsabständen „heavy / heavy“ und „heavy / medium“

(siehe Tabelle 7.1) bei einer Anfluggeschwindigkeit von 70 m/s entsprechen, siehe Abbildung 7.21.

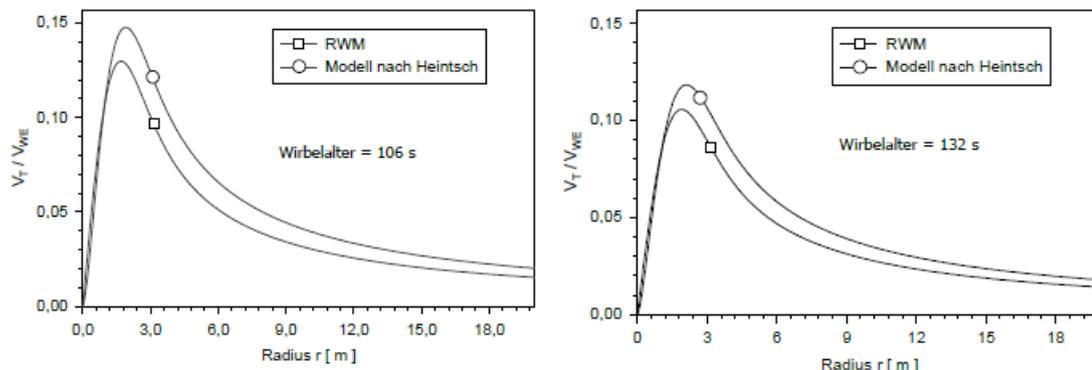


Abbildung 7.21: Vergleich der Tangentialgeschwindigkeit im Randwirbel hinter einer B747EZ zwischen verschiedenen Rechenmodellen für ein Wirbelalter von 106 s und 132 s [11, S.35]

In den Abbildungen 7.22, 7.23, 7.24, 7.25 und 7.26 wurde das Modell von Heitsch (Gleichung 19) mit dem erweiterten Modell von Oseen (Gleichung 12) bei unterschiedlichen Wirbelaltern verglichen.

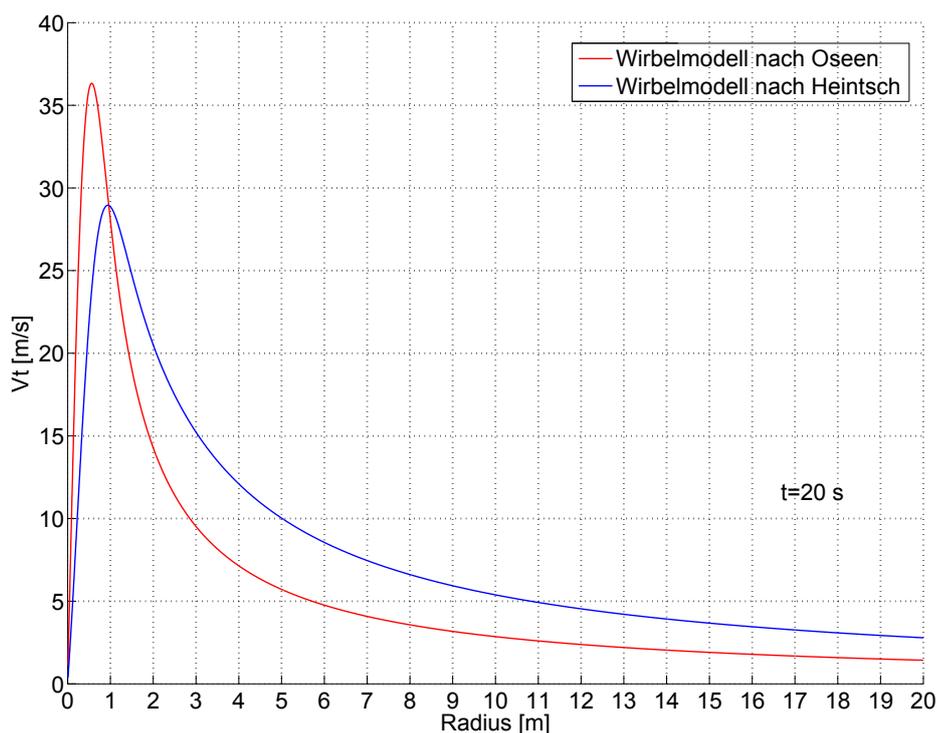


Abbildung 7.22: Vergleich der Tangentialgeschwindigkeit der Einzelwirbelmodelle von Heitsch und Oseen. Flugzeugtyp C, $V_F=70$ m/s, $t=20$ s, $\sigma=0.2$ m/s [11]

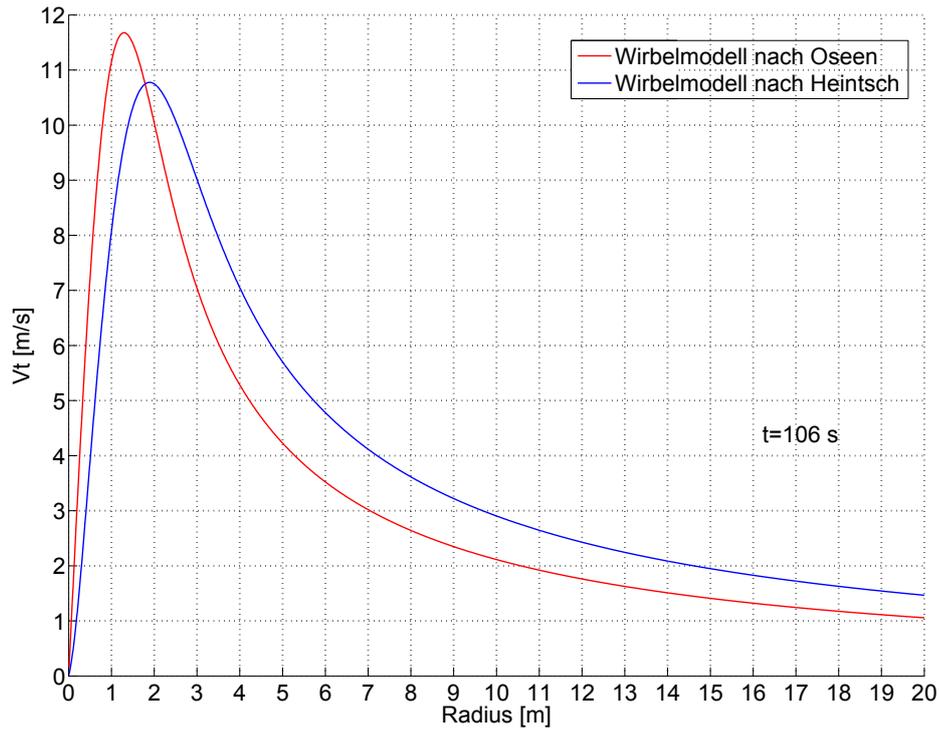


Abbildung 7.23: Vergleich der Tangentialgeschwindigkeit der Einzelwirbelmodelle von Heitsch und Oseen. Flugzeugtyp C, $V_F=70$ m/s, $t=106$ s, $\sigma=0.2$ m/s [11]

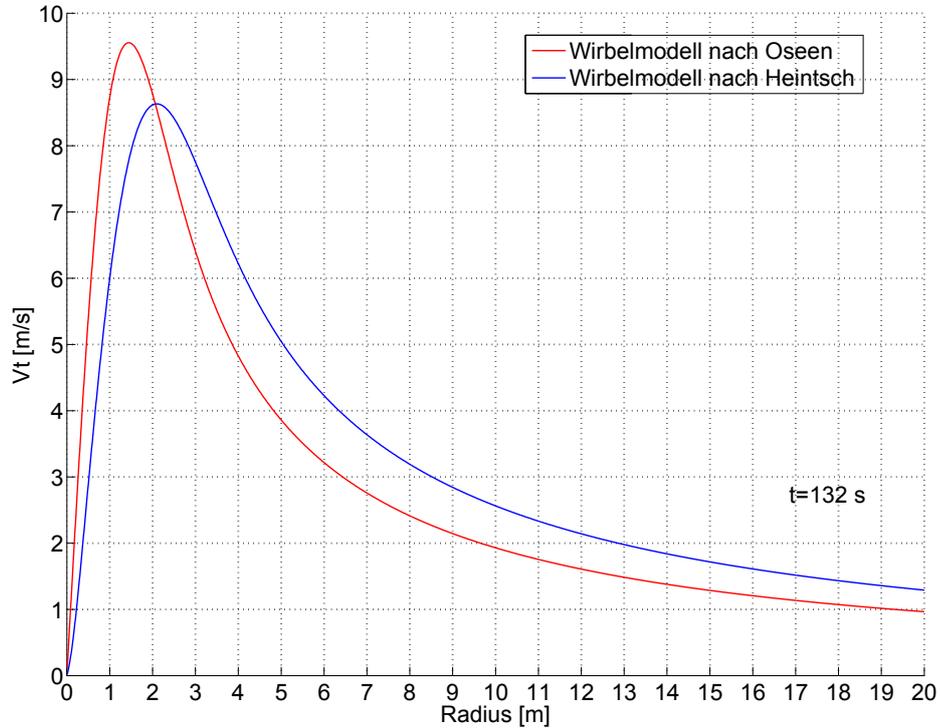


Abbildung 7.24: Vergleich der Tangentialgeschwindigkeit der Einzelwirbelmodelle von Heitsch und Oseen. Flugzeugtyp C, $V_F=70$ m/s, $t=132$ s, $\sigma=0.2$ m/s [11]

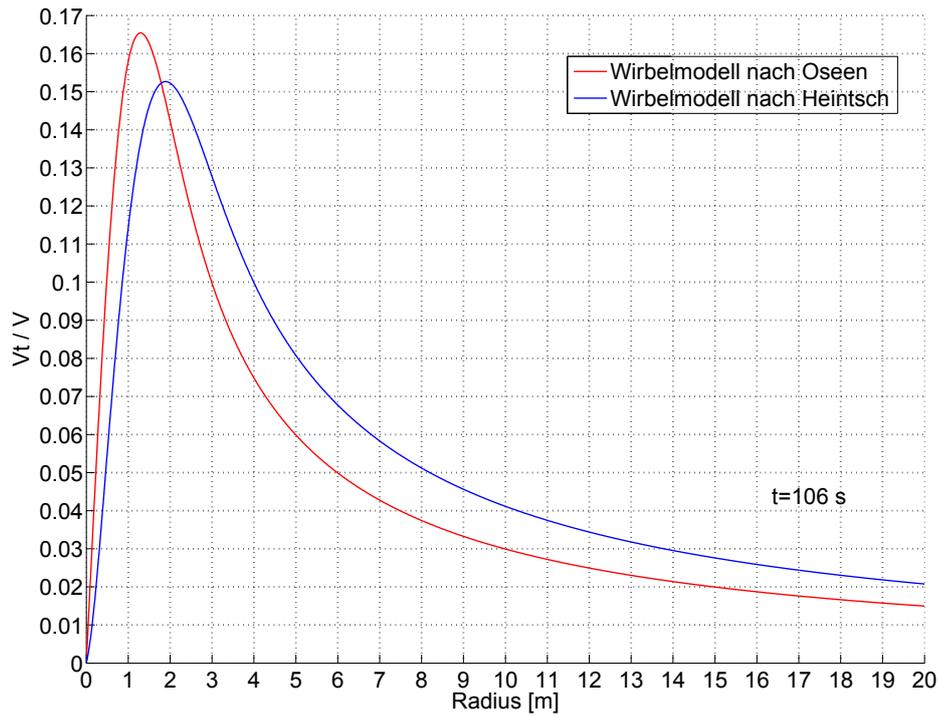


Abbildung 7.25: Vergleich der normierten Tangentialgeschwindigkeit der Einzelwirbelmodelle von Heitsch und Oseen. Flugzeugtyp C, $V_F=70$ m/s, $t=106$ s, $\sigma=0.2$ m/s [11]

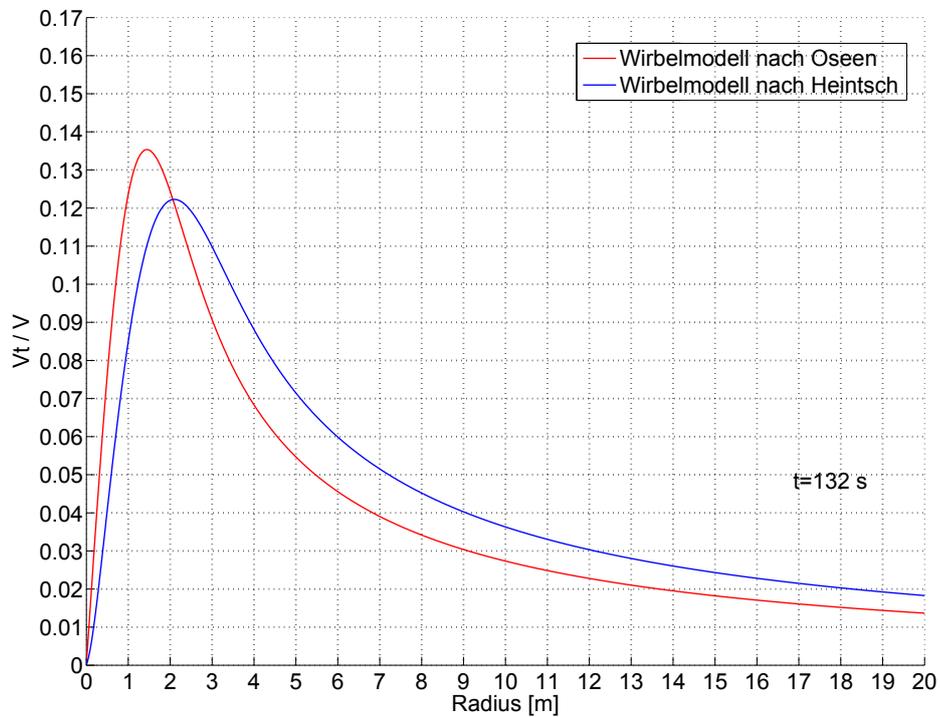


Abbildung 7.26: Vergleich der normierten Tangentialgeschwindigkeit der Einzelwirbelmodelle von Heitsch und Oseen. Flugzeugtyp C, $V_F=70$ m/s, $t=132$ s, $\sigma=0.2$ m/s [11]

Wie man aus den Abbildungen erkennen kann, besteht zwischen den beiden Modellen nur ein geringer Unterschied.

„Das Heintsche Wirbelschleppenmodell erfordert nur einen geringen numerischen Aufwand während des Echtzeitprozesses. Der eigentliche Aufwand liegt in der Bestimmung der Modellparameter und wurde damit aus dem Echtzeitprozess in ein Pre-Processing verlagert, so dass eine Implementation auf nahezu jedem Flugsimulator möglich ist“ [17, S.26]. Außerdem ermöglicht das Heintsche Wirbelschleppenmodell die Verwendung von unterschiedlichen Flugzeugtypen. Aus diesen Gründen wurde das Heintsche Wirbelschleppenmodell im Atmosphärenmodell eingesetzt.

7.3 Doppelwirbelmodell

7.3.1 Modellierung der Wirbelschleppe

Bis jetzt wurden unterschiedliche Einzelwirbelmodelle simuliert. Eine Wirbelschleppe besteht aber aus zwei entgegengesetzt rotierenden Wirbeln, die voneinander eine Spannweite entfernt sind und parallel laufen. Deswegen muss für die Wirbelschleppensimulation das Einzelwirbelmodell von Heintsch, siehe Gleichung 19, zweifach angewendet werden. Durch die einfache geometrische Addition zweier Einzelwirbelmodelle kann ein Doppelwirbelmodell erstellt werden.

Die Abbildung 7.27 zeigt zwei Einzelwirbel: der eine in grün auf der rechten Seite und der andere in blau auf der linken Seite. Die Wirbelkerne sind voneinander 60 m entfernt, und durch die geometrische Addition ergibt sich die rote Geschwindigkeitskurve.

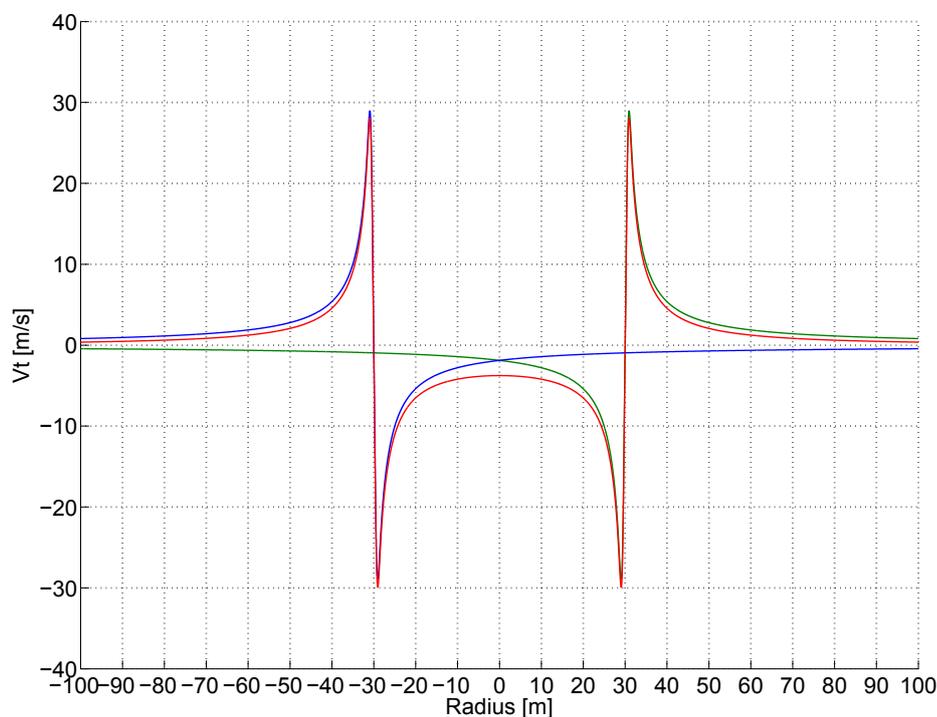


Abbildung 7.27: Geometrische Addition der Einzelwirbeln nach Heintsch. Flugzeugtyp C, $t=20$ s, $\sigma=0.2$ m/s [11]

„Bei einer Aufteilung in einen rechten (Index r) und einen linken Wirbel (Index l) ergibt

sich für den jeweiligen Abstand zum Zentrum der Wirbelschleppe Y_{WS} und Z_{WS} folgendes Wirbelschleppen-Modell“[11, S.36]:

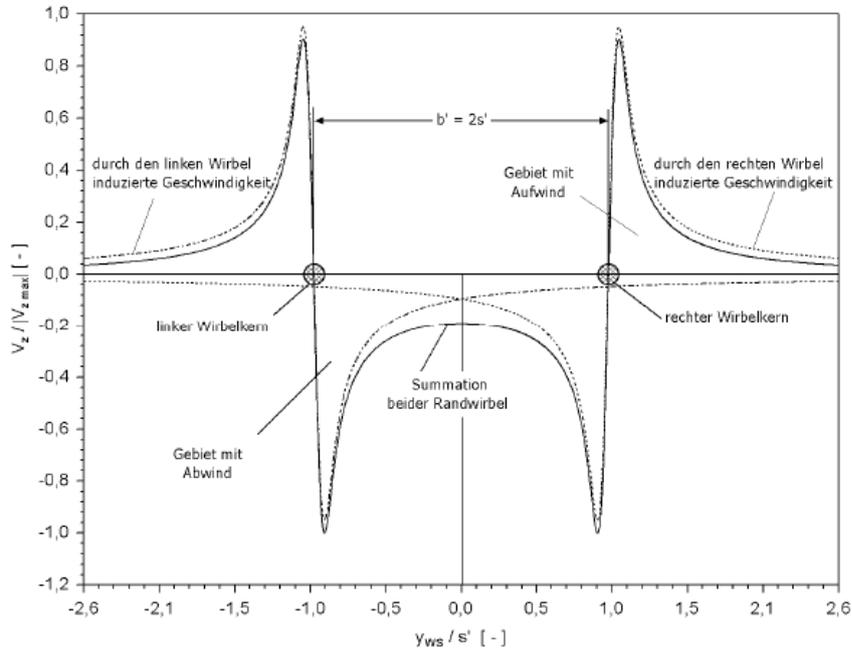


Abbildung 7.28: Wirbelinduzierte Abwärtsgeschwindigkeiten in einer Wirbelschleppe [11, S.36]

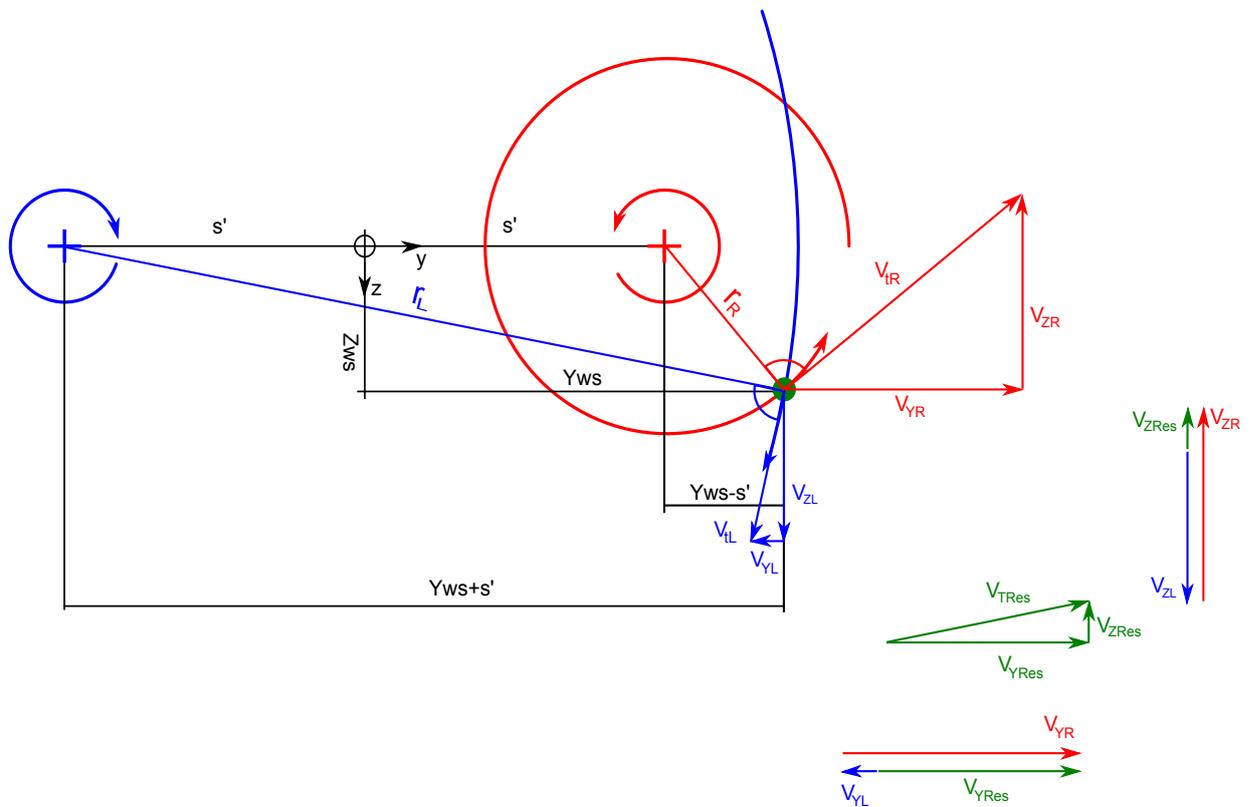


Abbildung 7.29: Geometrie des Doppelwirbelmodells Vgl.[11, S.42]

Der grüne Punkt befindet sich relativ zum Wirbelzentrum in y-Richtung in einem Abstand Y_{ws} und in z-Richtung Z_{ws} . Der blau dargestellte linke Wirbel übt auf den grünen Punkt mit dem radialen Abstand r_L (Wirbelkernradius) vom linken Wirbelkern entfernt eine Tangentialgeschwindigkeit V_{tL} aus. Diese Tangentialgeschwindigkeit kann man in ihre Komponenten V_{YL} in y und V_{ZL} z-Richtung zerlegen. Der rot dargestellte rechte Wirbel übt auf den grünen Punkt mit dem radialen Abstand r_R (Wirbelkernradius) vom rechten Wirbelkern entfernt eine Tangentialgeschwindigkeit V_{tR} aus, die man auch in ihre Komponenten V_{YR} in y-Richtung und V_{ZR} in z-Richtung zerlegen kann. Die durch den linken und rechten Wirbel induzierte Geschwindigkeit in y-Richtung V_{YRes} erhält man durch die vektorielle Addition der Geschwindigkeitskomponenten in y-Richtung:

$$V_{YRes}(Y_{WS}, Z_{WS}, t) = \frac{Z_{WS}}{r_R} V_{tR}(t) - \frac{Z_{WS}}{r_L} V_{tL}(t) \quad (20)$$

und auf gleicher Weise die Geschwindigkeit in z-Richtung V_{ZRes} :

$$V_{ZRes}(Y_{WS}, Z_{WS}, t) = \frac{Y_{WS} + s'}{r_L} V_{tL}(t) - \frac{Y_{WS} - s'}{r_R} V_{tR}(t) \quad (21)$$

Die Radialabstände bzw. die Wirbelkernradien r_R und r_L erhält man über die geometrischen Beziehungen:

$$r_R = \sqrt{(Y_{ws} - s')^2 + Z_{ws}^2} \quad (22)$$

$$r_L = \sqrt{(Y_{ws} + s')^2 + Z_{ws}^2} \quad (23)$$

Der Betrag der Tangentialgeschwindigkeit ergibt sich durch die vektorielle Addition der Geschwindigkeitskomponenten in y und z Richtung:

$$V_t(Y_{WS}, Z_{WS}, t) = \sqrt{\left(\frac{Y_{WS} + s'}{r_L} V_{tL}(t) - \frac{Y_{WS} - s'}{r_R} V_{tR}(t)\right)^2 + \left(\frac{Z_{WS}}{r_R} V_{tR}(t) - \frac{Z_{WS}}{r_L} V_{tL}(t)\right)^2} \quad (24)$$

In der Abbildung 7.30 sieht man den Verlauf der Geschwindigkeit in y-Richtung V_{YRes} nach Heintsch für einen Flugzeugtyp C bei einem Wirbelalter von 106 Sekunden, siehe Gleichung 20. Das wirbelinduzierte Flugzeug befindet sich in 1 m Entfernung in z-Richtung vom Zentrum der Wirbelschlepe. Die positive z-Richtung zeigt wie in der Abbildung 7.29 nach unten. Die schwarzen vertikalen Geraden gehen durch die Wirbelkernzentren.

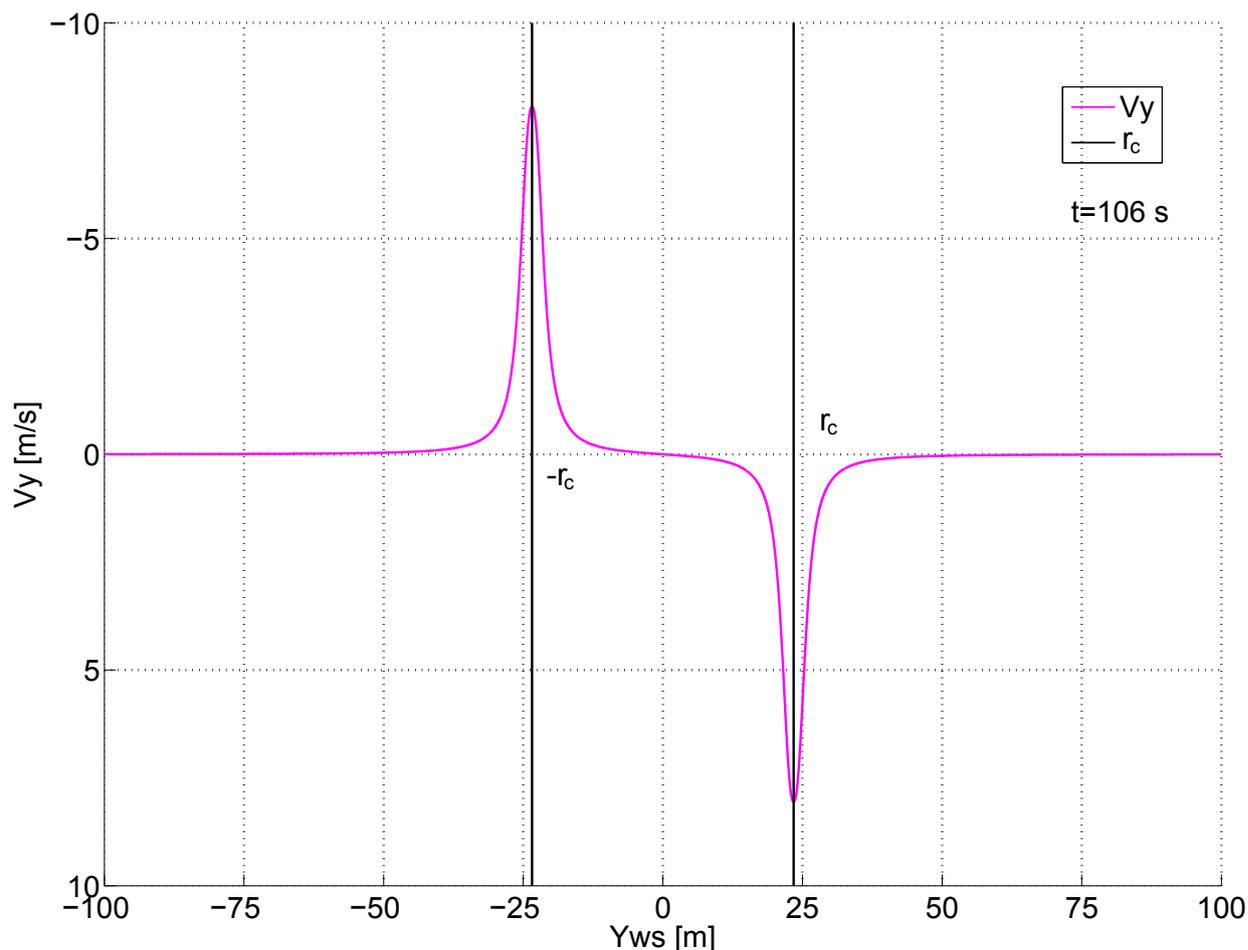


Abbildung 7.30: Geschwindigkeitsverlauf des Doppelwirbelmodells mit Wirbelmodell nach Heintsch in y -Richtung. Flugzeugtyp C, $t=106$ s, $\sigma = 0.2$ m/s, $Zws=-1$ m [11]

Wenn das wirbelinduzierte Flugzeug sich bei konstanter Höhe von links Richtung Wirbelkern bewegt, wird vom linken Wirbelkern eine Geschwindigkeit induziert, von der die y -Komponenten nach außen gerichtet sind (negative y -Richtung). Die y -Komponente der vom rechten Wirbelkern induzierten Geschwindigkeit ist nach positiver y -Richtung gerichtet, ist aber vom Betrag her viel kleiner als die y -Komponente des linken Wirbelkerns, weil der Abstand zum rechten Wirbelkern r_R viel größer ist als der Abstand zum linken Wirbelkern r_L . Dadurch erfährt das Flugzeug eine Geschwindigkeit in negativer y -Richtung, die mit abnehmendem Abstand zum linken Wirbelkern zunimmt und in unmittelbarer Nähe des linken Wirbelkerns ihren Höchstwert erreicht. Von hier weg Richtung Wirbelzentrum nimmt die Geschwindigkeit wieder ab und erreicht im Wirbelzentrum den Wert null, da sich hier die Geschwindigkeiten vom rechten und linken Wirbel aufheben. Weiter Richtung rechter Wirbelkern wird die vom rechten Wirbelkern induzierte Geschwindigkeit wegen der Abnahme des Abstandes zum rechten Wirbelkern größer, erreicht in unmittelbarer Nähe des rechten Wirbelkerns ihren Höchstwert und nimmt wieder ab.

Wenn das wirbelinduzierte Flugzeug sich oberhalb vom Zentrum des Wirbelkerns befindet (in negativer z -Richtung), ist der Verlauf der induzierten Geschwindigkeit in y -Richtung genau gleich, nur spiegelverkehrt, siehe Abbildung 7.31.

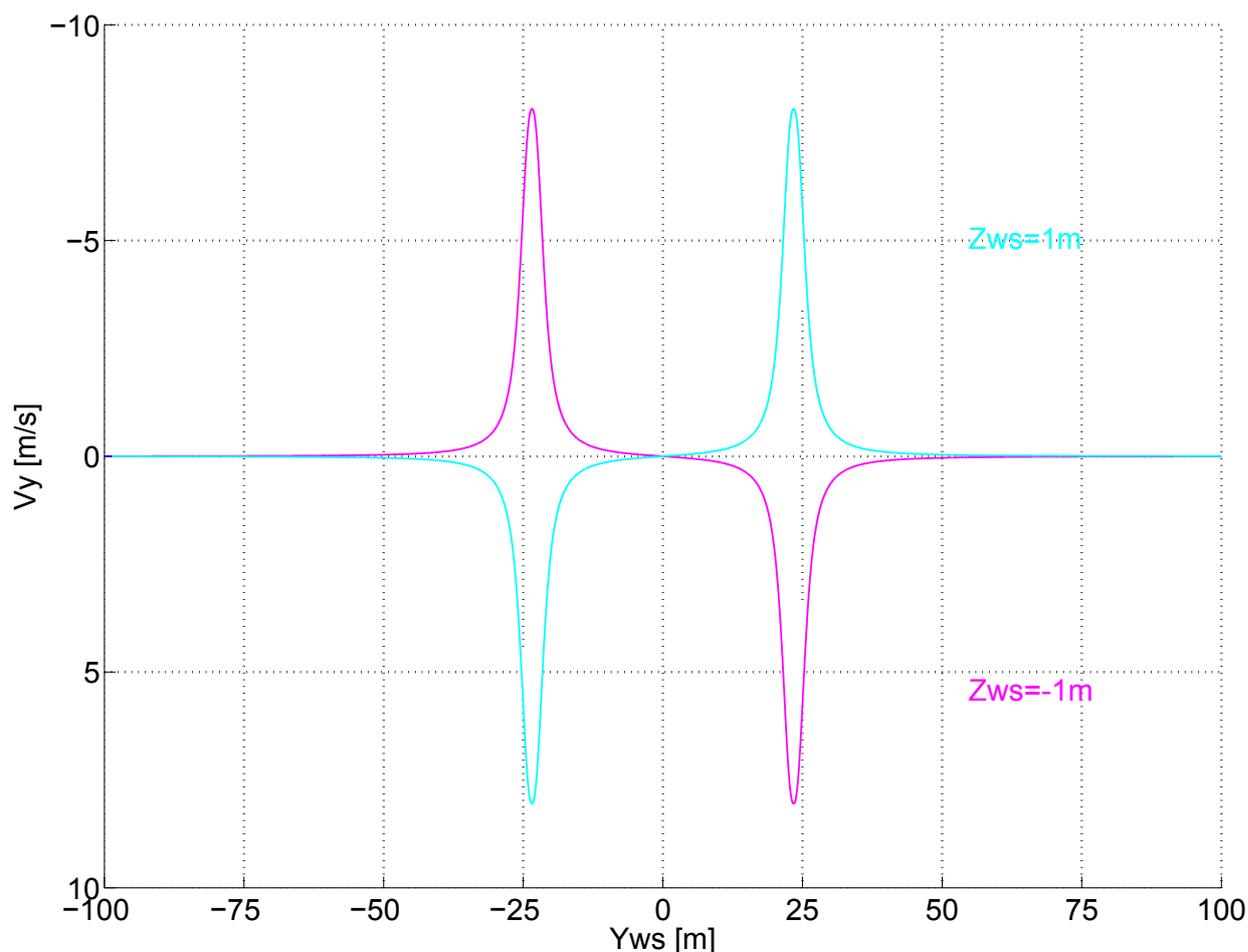


Abbildung 7.31: Geschwindigkeitsverlauf des Doppelwirbelmodells mit Wirbelmodell nach Heintsch in y -Richtung bei unterschiedlichen Höhen. Flugzeugtyp C, $t=106$ s, $\sigma = 0.2$ m/s[11]

In der Abbildung 7.32 sieht man den Verlauf der induzierten Geschwindigkeit in z -Richtung V_{ZRes} nach Heintsch für einen Flugzeugtyp C bei einem Wirbelalter von 106 Sekunden, siehe Gleichung 21. Das wirbelinduzierte Flugzeug befindet sich auf der Höhe des Zentrums der Wirbelschleppe. Die positive z -Richtung zeigt wie in der Abbildung 7.29 nach unten. Die roten Geraden gehen durch die Wirbelkernzentren.

Nähert sich das wirbelinduzierte Flugzeug von links auf der Höhe $z=0$ zum Wirbelzentrum, erfährt es vom linken Wirbel eine Tangentialgeschwindigkeit, von der die z -Komponente nach oben gerichtet ist. Die z -Komponente der Tangentialgeschwindigkeit, die vom rechten Wirbel induziert wird, zeigt nach unten, ist aber wegen dem größeren Abstand r_R vom Betrag her viel geringer als die vom linken Wirbel. Dadurch entsteht eine z -Komponente, die nach oben gerichtet ist. Nachdem diese ihren Höchstpunkt kurz vor dem linken Wirbelkern erreicht hat, nimmt sie sehr steil ab und erreicht in unmittelbarer Nähe des linken Wirbelkernzentrums den Wert null, wo sich die z -Komponenten der von den beiden Wirbeln induzierten Geschwindigkeiten gegenseitig ausgleichen.

Im Bereich zwischen den beiden Wirbelkernen sind die beiden z -Komponenten der induzierten Tangentialgeschwindigkeiten in die gleiche Richtung, nämlich nach unten gerichtet. Genau in der Mitte zwischen den Wirbelkernen hat die resultierende z -Komponente ihren

niedrigsten Wert und verläuft nach rechts außen symmetrisch weiter.

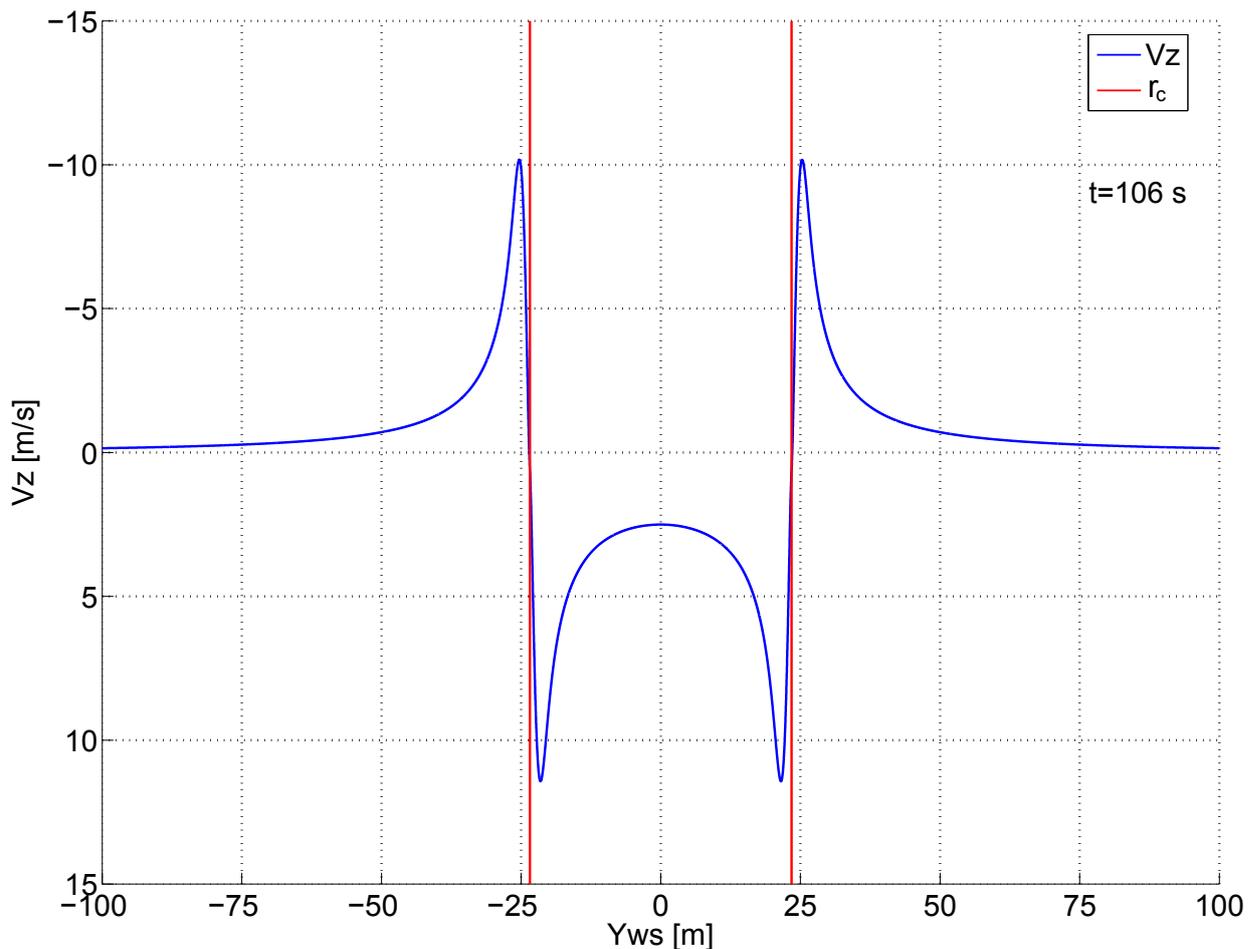


Abbildung 7.32: Geschwindigkeitsverlauf des Doppelwirbelmodells mit Wirbelmodell nach Heintsch in z-Richtung. Flugzeugtyp C, $t=106$ s, $\sigma = 0.2$ m/s, $Z_{ws}=0$ m [11]

In den Abbildungen 7.33 und 7.34 sieht man den Verlauf der y und z-Komponenten der Tangentialgeschwindigkeit. In der Abbildung 7.34 ist der Bereich in der Nähe des linken Wirbelkerns vergrößert dargestellt. Wie man erkennt, schneidet die schwarze vertikale Gerade den z-Komponentenverlauf knapp unterhalb der Waagrechten, die durch Null durchgeht, und den y-Komponentenverlauf in unmittelbarer Nähe seines Maximums.

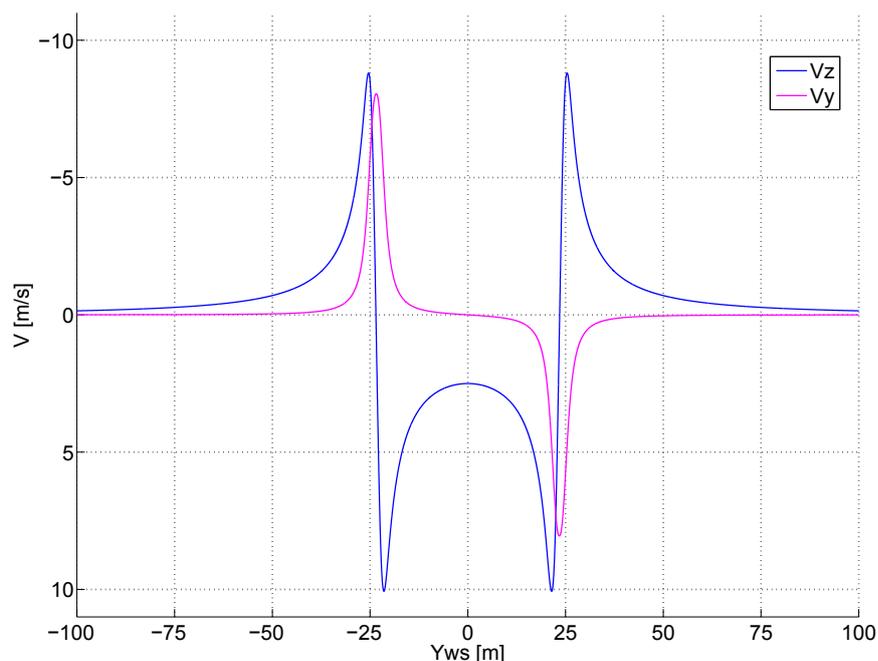


Abbildung 7.33: Geschwindigkeitsverlauf des Doppelwirbelmodells mit Wirbelmodell nach Heintsch in y- und z-Richtung. Flugzeugtyp C, $t=106$ s, $\sigma = 0.2$ m/s, $Z_{ws}=-1$ m [11]

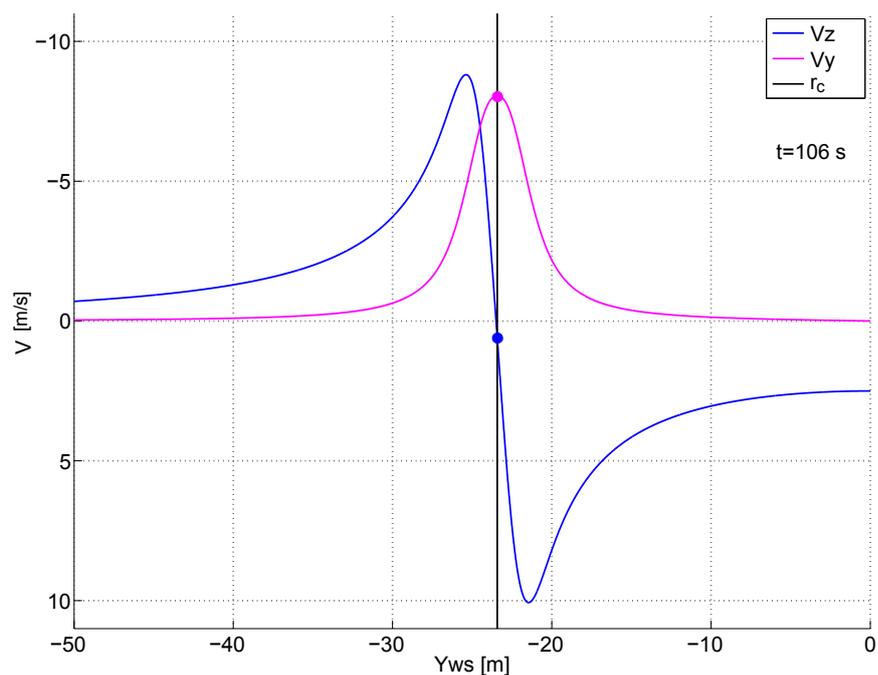


Abbildung 7.34: Geschwindigkeitsverlauf des Doppelwirbelmodells mit Wirbelmodell nach Heintsch in y und z Richtung. Flugzeugtyp C, $t=106$ s, $\sigma = 0.2$ m/s, $Z_{ws}=-1$ m [11]

7.4 Wirbelschleppenstaffelung

„[...]Die Reaktion eines in einen Wirbel einfliegenden Flugzeuges wird wesentlich durch seine Massenträgheit und seine Flügelspannweite bestimmt. Um eine einfach handhabbare

Regelung einführen zu können, bietet sich daher die Staffelung von Flugzeugen auf Grund ihrer maximalen Abfluggewichte an, die in den 70’er Jahren als Resultat umfangreicher Untersuchungen von der US-amerikanische Federal Aviation Agency FAA eingeführt wurde. Diese gewichtsbezogene Einteilung ist auch heute noch die Grundlage für die verschiedenen nationalen Regelungen, die auf den Empfehlungen der ICAO basieren, siehe Abbildung 7.35 und Tabellen 7.1 und 7.2“[17, S.3].

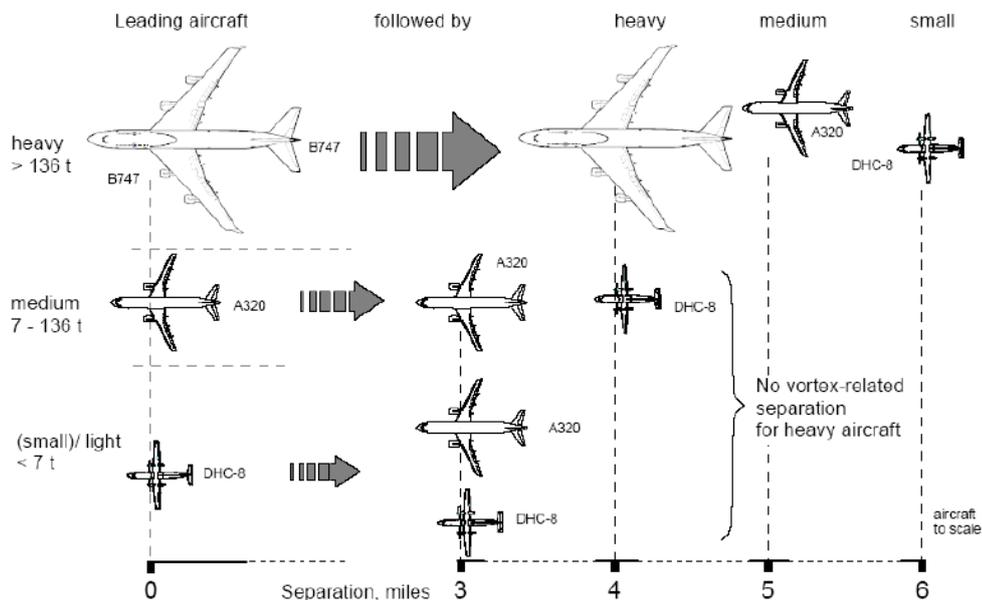


Abbildung 7.35: Die Wirbelschleppenstaffelung [17, S.3]

Erzeuger-Flugzeug	Einfliegender Flugzeug	Separation [km] FAA	Separation [nm] FAA	Separation [nm] ICAO	Wirbelalter bei 112 kts
HEAVY	HEAVY	7.4	4	4	129 s
	LARGE	9.3	5	5	161 s
	SMALL	11.1	6	6	193 s
LARGE (ICAO: MEDIUM)	HEAVY	4.6	2.5	n/a	81 s
	LARGE	4.6	2.5	3	81 s (FAA)
	SMALL	7.4	4	4	129 s
SMALL (ICAO: LIGHT)	HEAVY	4.6	2.5	3	81 s (FAA)
	LARGE	4.6	2.5	3	81 s (FAA)
	SMALL	4.6	2.5	3	81 s (FAA)

Tabelle 7.1: Separationen zur Vermeidung wirbelschleppenbedingter Gefahren [9, S.22]

Kategorie FAA	Masse	Kategorie ICAO	Masse
HEAVY	> 116 000 kg	HEAVY	> 136 000 kg
LARGE	> 18 600 kg; < 116 000 kg	MEDIUM	> 7 000 kg; < 136 000 kg
SMALL	< 18 600 kg	LIGHT	< 7 to

Tabelle 7.2: Flugzeugkategorien nach FAA und ICAO [9, S.22]

7.4.1 Referenz-Wirbelschleppen

„Für das Wirbelalter der Referenz-Wirbelschleppen werden die ICAO Mindeststaffelungsabstände hinter einem Flugzeug der Gewichtskategorie „heavy“ verwendet. Für die Referenz-Wirbelschleppen ergibt sich ein Wirbelalter, das sich entsprechend der Gewichtskategorie des folgenden Flugzeuges bei einer angenommenen Anfluggeschwindigkeit von 70 m/s ergibt“ [11, S.37]:

heavy - heavy	t=106 s (4 NM Abstand)
heavy - medium	t=132 s (5 NM Abstand)

Tabelle 7.3: Mindeststaffelungsabstände [11, S.37]

Für eine Mindest-Separation zwischen zwei Flugzeugen der Gewichtskategorie „heavy“ gelten folgende Werte:

$\Gamma_{WSRef,H}$	=	167 m ² /s	Wirbelstärke (t = 106 s)
r_{cRef}	=	1.7 m	Kernradius (t = 106 s)
b'	=	62.8 m	Spannweite der Wirbelkerne

Tabelle 7.4: Wirbelschleppenwerte für „heavy-heavy“ [11, S.37]

Für eine Mindest-Separation für ein Flugzeug der Gewichtskategorie „medium“ hinter einem Flugzeug der Gewichtskategorie „heavy“ gelten folgende Werte:

$\Gamma_{WSRef,H}$	=	156 m ² /s	Wirbelstärke (t = 132 s)
r_{cRef}	=	1.9 m	Kernradius (t = 132 s)
b'	=	62.8 m	Spannweite der Wirbelkerne

Tabelle 7.5: Wirbelschleppenwerte für „heavy-medium“ [11, S.37]

Die Referenz-Wirbelschleppen „heavy-heavy“ und „heavy medium“ wurden mit dem Doppelwirbelmodell aus den Gleichungen 20 und 21 bei Verwendung des Einzelwirbelmodells, beschrieben durch die Gleichung 12, simuliert.

In der Abbildung 7.36 sieht man den Verlauf der y-Komponente V_{YRes} der Tangentialgeschwindigkeit V_t des Doppelwirbelmodells und in der Abbildung 7.37 den Verlauf der z-Komponente V_{ZRes} der Tangentialgeschwindigkeit V_t des Doppelwirbelmodells mit den Parametern aus den Referenz-Wirbelschleppen „heavy-heavy“ und „heavy medium“. In unmittelbarer Nähe der Wirbelkerne sieht man einen Unterschied in den Geschwindigkeitsspitzen.

In den Abbildungen 7.38 und 7.39 sieht man den Vergleich zwischen dem Doppelwirbelmodell mit Referenz-Wirbelschleppen und dem Doppelwirbelmodell nach Heintsch für den Flugzeugtypen C. Man erkennt eine Abweichung der y-Komponente der Tangentialgeschwindigkeit in unmittelbarer Nähe der Wirbelkerne, die ca. 20% der Geschwindigkeitsspitze beträgt. Die Abweichung der z-Komponenten ist noch geringer.

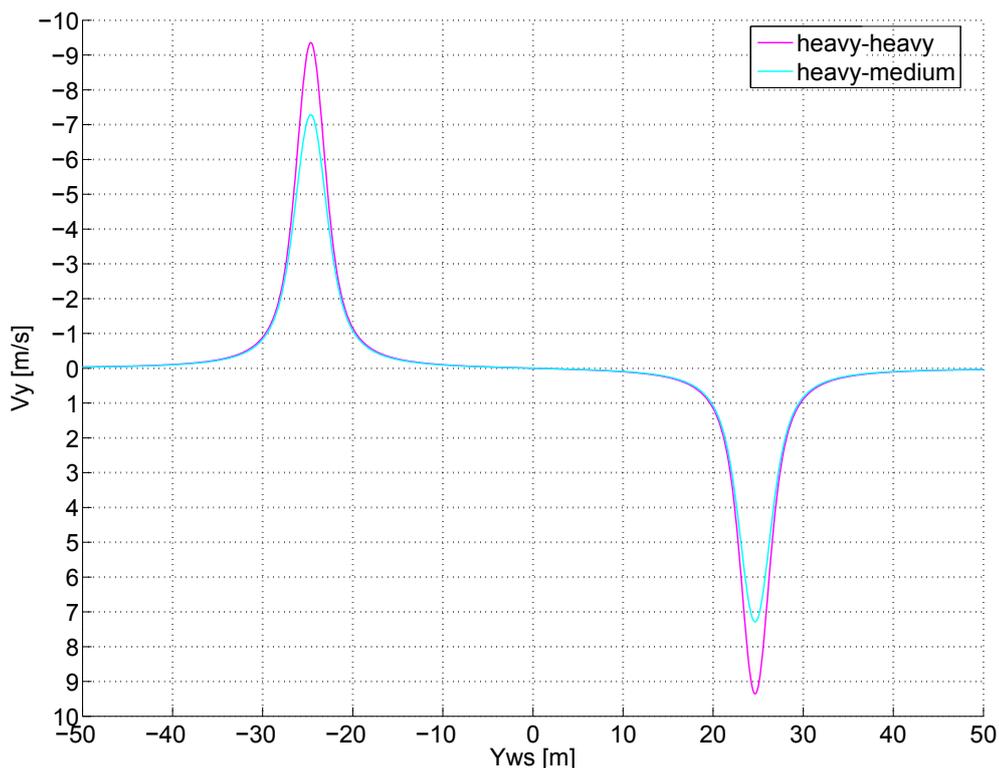


Abbildung 7.36: Geschwindigkeitsverlauf der „heavy-heavy“- und „heavy-medium“-Staffelung in y-Richtung

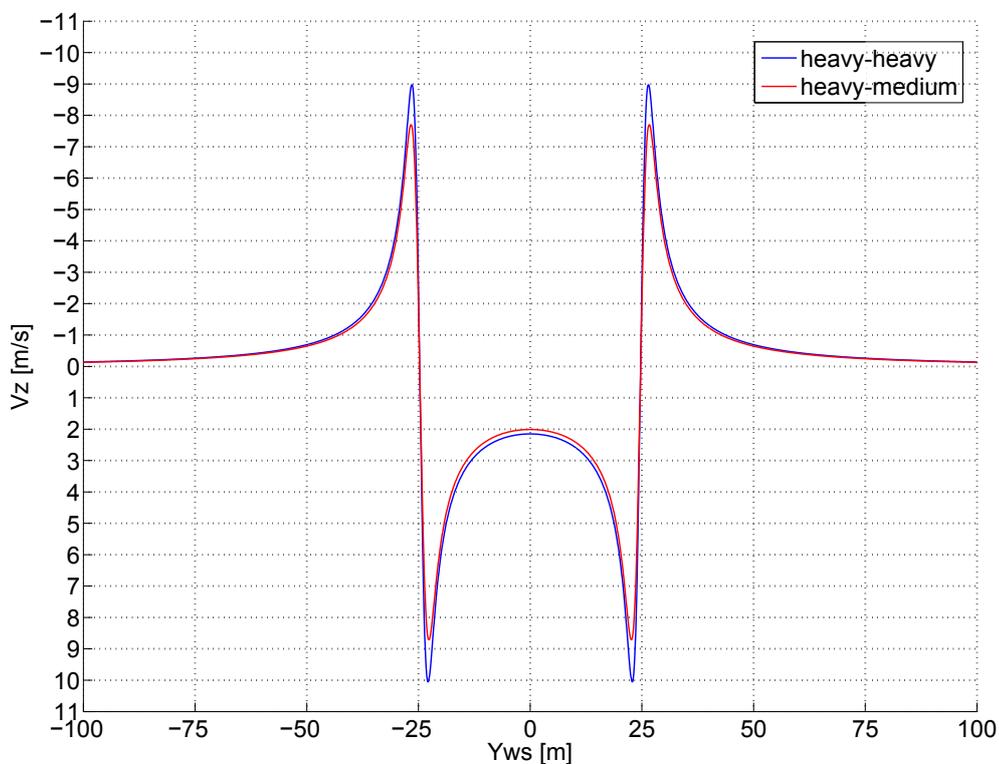


Abbildung 7.37: Geschwindigkeitsverlauf der „heavy-heavy“- und „heavy-medium“-Staffelung in z-Richtung

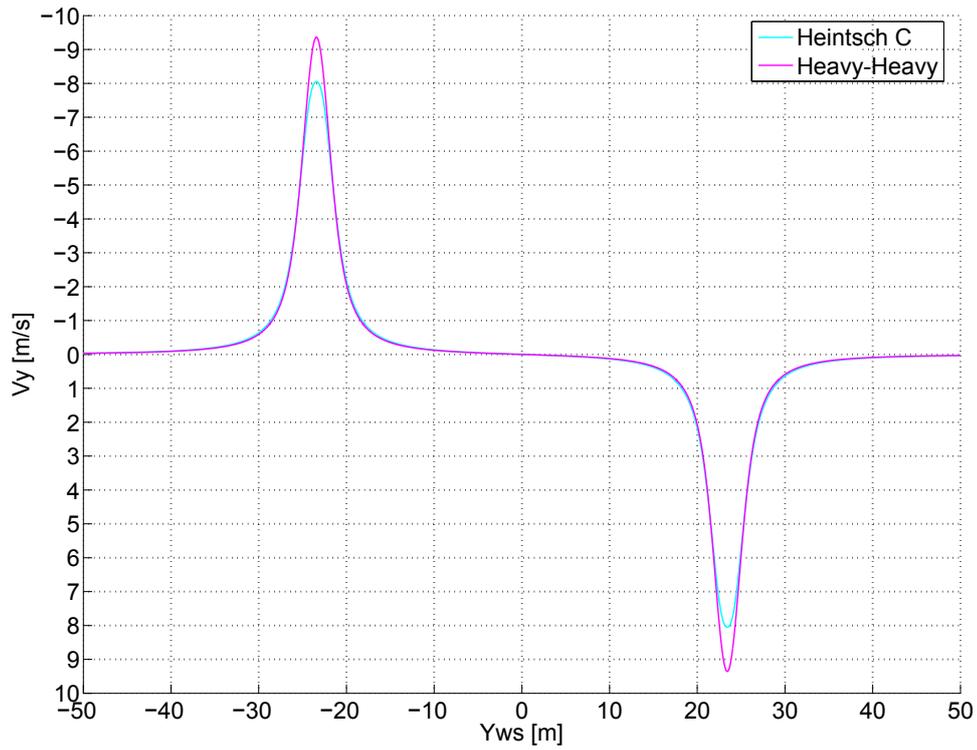


Abbildung 7.38: Geschwindigkeitsverlauf der „heavy-heavy“-Staffelung und des Flugzeugtyps C nach Heitsch in y-Richtung

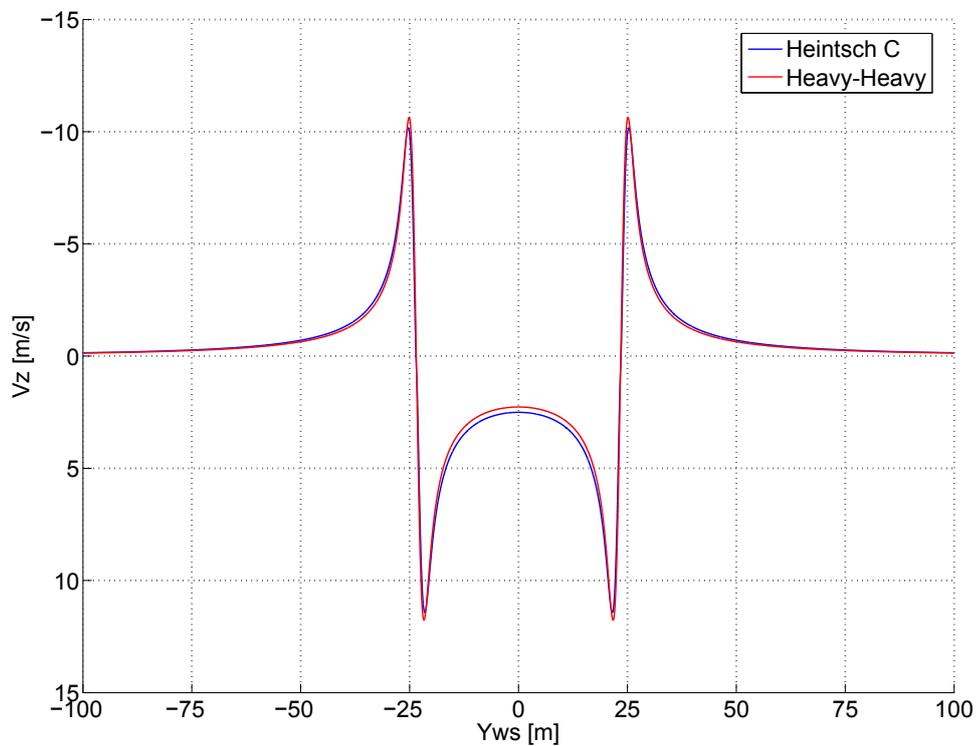


Abbildung 7.39: Geschwindigkeitsverlauf der „heavy-heavy“-Staffelung und des Flugzeugtyps C nach Heitsch in z-Richtung

Anhang

Wirbelschleppenparameter

Tabelle A.1 Flugzustände

	m[kg]	b[m]	V_F [m/s]	Γ_0 [m ² /s]
Flugzeug A	5500	15,5	76,63	47,2
Flugzeug B	60000	33,91	69,98	257,7
Flugzeug C	265000	59,64	70,59	641,6

Tabelle A.2 Koeffizienten des Wirbelmodells

Flugzeug A	1	2	3	4
a_{1n}	-59,16732	42,53728	0,00550	1,56993
a_{2n}	-1,92199	6,64042	5,19000	2,03464
a_{3n}	-96,73215	68,11962	0,02166	1,61481
a_{4n}	-0,56374	23,70482	12,48458	0,61328

Flugzeug B	1	2	3	4
a_{1n}	-73,84458	54,09269	0,00533	1,56861
a_{2n}	-1,21396	12,14006	10,36894	1,36065
a_{3n}	-207,95950	286,85750	0,00572	1,01372
a_{4n}	-0,51881	89,63035	36,88498	0,56034

Flugzeug C	1	2	3	4
a_{1n}	-37,06566	39,18455	0,00632	1,16586
a_{2n}	-0,52719	15,13617	13,04630	0,68389
a_{3n}	-265,65260	2822,22600	0,02166	0,32770
a_{4n}	-0,34132	111,45854	49,32283	0,58944

Abbildungsverzeichnis

1.1	Bestandteile des Atmosphärenmodells	1
2.2	Vertikaler Temperaturverlauf in der Atmosphäre	3
2.3	Troposphäre mit ihrer Grenzfläche Tropopause	4
2.4	Benutzeroberfläche des thermischen Atmosphärenmodells	6
2.5	Einstellung der Basistemperatur der Atmosphärenschichten	6
2.6	Darstellung der ICAO Standardatmosphäre	7
2.7	Mindestabstand zweier benachbarter Atmosphärenlayers	7
2.8	Veränderung des Temperaturgradienten durch Verschiebung der Basistemperatur	8
2.9	Temperaturverlauf und Temperaturgradienten der ICAO Standardatmosphäre	8
2.10	Basishöhen und vertikale Erstreckungen der Atmosphärenlayer	9
2.11	Volumenelement unter Druck	9
2.12	Übergang vom Temperaturverlauf zum Dichte- und Druckverlauf über die barometrische Höhenformel	12
2.13	Einstellung des Basisdrucks	12
2.14	Basishöhe des Layers	13
2.15	QNH	14
2.16	Dichtehöhe und Druckhöhe	16
3.1	Windfeld	19
3.2	Windfeld	19
3.3	Darstellung der Windgeschwindigkeit als Windpfeil	20
3.4	Wind/Temperaturkarte	20
3.5	Darstellung der Windgeschwindigkeit auf den Windpfeilen	21
3.6	mittlere Windgeschwindigkeit einer Windschicht	22
3.7	Windrichtung einer Windschicht	23
3.8	Winddrehung	25
3.9	Darstellung der Windschichtbasishöhen	26
3.10	Farbverlauf in Graustufen für Windschichten in Abhängigkeit von Höhe . .	27
3.11	Begrenzung der Höhe einer Windschicht durch die Basishöhe der nächsten Windschicht	27
3.12	Windgeschwindigkeitsgradient	29
3.13	Windrichtungsgradient	30
4.1	Prinzipdarstellung der Turbulenzgeschwindigkeitsgenerierung	33
4.2	Dichtefunktion $f(x)$ der Gaußschen Normalverteilung	34
4.3	Die Standardabweichung σ bestimmt die Höhe und Breite der Normalverteilungsdichtefunktion $f(x)$	35
4.4	Dichtefunktion der Standardnormalverteilung	36
4.5	$k\text{-}\sigma$ -Regel	36
4.6	Graphische Darstellung der Turbulenz auf dem Bedienungsfeld	37
4.7	Graphische Darstellung der Turbulenz auf dem Bedienungsfeld	38
4.8	gaußverteilte Turbulenzwerte über die Zeit	39
4.9	Treppenfunktion der gaußverteilten Werte der Turbulenzgeschwindigkeit .	39
4.10	minimale und maximale Windgeschwindigkeit	40
4.11	Turbulenzfaktor k_{TR}	41

4.12	Turbulenzfaktor k_{TR} und linearer Verlauf der Geschwindigkeiten	42
5.1	Einstellung der Windstoßstärke auf Windstoßminimum	44
5.2	Erhöhung der Windstoßstärke	44
5.3	Verteilung der Windstoßgeschwindigkeit	45
5.4	Modifizierung des Intervalls der Zufallsvariablen: Expandieren und Verschieben	46
5.5	diskrete Gleichverteilung	47
5.6	Zufallswerte der Windstoßgeschwindigkeit dargestellt mit einem Windsack	47
5.7	Windstoßfaktor	48
5.8	Verlauf der Böengeschwindigkeit	49
6.1	Darstellung von Microburst	50
6.2	Gefahr der Microburst während der Landung	51
6.3	charakteristischer Verlauf der radialen Gestaltungsfunktionen	53
6.4	charakteristischer Verlauf der vertikalen Gestaltungsfunktionen	53
6.5	charakteristischer Verlauf der neuen radialen Gestaltungsfunktionen	55
6.6	normalisierte horizontale Windprofile für verschiedene Werte von α	57
6.7	normalisierte vertikale Windprofile für verschiedene Werte von α	58
6.8	radiale Microburstgeschwindigkeitsprofile mit verschiedenen Radien	59
6.9	vertikale Microburstgeschwindigkeitsprofile mit verschiedenen Radien	59
6.10	Radialer und vertikaler Geschwindigkeitsverlauf der Microburst bei konstanter Höhe	62
6.11	Vertikaler Geschwindigkeitsverlauf der Microburst bei konstanten Höhen	63
6.12	Radialer Geschwindigkeitsverlauf der Microburst bei konstanten Höhen	64
6.13	Radialer Geschwindigkeitsverlauf der Microburst bei konstanten Höhen	64
6.14	Radialer Geschwindigkeitsverlauf der Microburst bei konstanten Höhen	65
6.15	Vertikaler Geschwindigkeitsverlauf der Microburst bei konstanten Radien	66
6.16	Radialer Geschwindigkeitsverlauf der Microburst bei konstanten Radien	67
6.17	Vertikaler Geschwindigkeitsverlauf der Microburst bei konstanter Höhe $z = 1000\text{m}$ und bei unterschiedlichen Radien	68
6.18	Radialer Geschwindigkeitsverlauf der Microburst bei konstanter Höhe $z = 1000\text{ m}$ und bei unterschiedlichen Radien	68
6.19	Radialer Geschwindigkeitsverlauf der Microburst bei konstantem Radius und bei unterschiedlichen Höhen z_m	69
6.20	Vertikaler Geschwindigkeitsverlauf der Microburst bei konstanten z_m	70
6.21	Radialer Geschwindigkeitsverlauf der Microburst bei konstanter Höhe und bei unterschiedlichen α -Werten	71
6.22	Vertikaler Geschwindigkeitsverlauf der Microburst bei konstanter Höhe und bei unterschiedlichen α -Werten	71
6.23	Microburstprofil mit $r_0=1500\text{ m}$	72
6.24	Microburstprofil mit $r_0=2000\text{ m}$	73
6.25	dreidimensionale Microburstdarstellung	74
6.26	Schnitt des Microburstprofils	74
6.27	Microburst Prinzipskizze	75
6.28	Microburstfeld mit Standardeinstellungen	76
6.29	Microburstfeld mit veränderten Einstellungen	76
7.1	Die Entstehung von Wirbelschleppen	77

7.2	Die Geschwindigkeitsverteilung in einer Wirbelschleppe	78
7.3	Wirbelinduzierte aerodynamische Zusatzkräfte und Momente	78
7.4	Aufrollvorgang der Wirbelschicht eines Megaliners	79
7.5	Tangentialgeschwindigkeit $V_t(r)$ im Potentialwirbel	80
7.6	Vergleich von Oseen-Wirbel und Potentialwirbel von Rankine	81
7.7	Tangentialgeschwindigkeitsprofile echtzeitfähiger Wirbelmodelle	82
7.8	Oseen-Wirbel mit konstantem Kernradius	83
7.9	Kernradien der Randwirbel einer Wirbelschleppe	84
7.10	Kernradius des Randwirbels einer Wirbelschleppe	84
7.11	Kernradien der Randwirbel einer Wirbelschleppe	85
7.12	Zirkulation in Abhängigkeit von der Turbulenz	86
7.13	Zirkulation in Abhängigkeit von der Turbulenz mit Korrekturfaktor K	87
7.14	Maximale Tangentialgeschwindigkeit in Wirbelschleppen einer Boeing 747	87
7.15	Verlauf der Tangentialgeschwindigkeit eines Randwirbels.	88
7.16	Einzelwirbelsimulation der Flugzeugtypen A, B und C nach Wirbelmodell von Heintsch	89
7.17	Vergleich Einzelwirbelsimulation/Wirbelmodell nach Heintsch	90
7.18	Einzelwirbelsimulation des Flugzeugtyps A von Heintsch	90
7.19	Einzelwirbelsimulation des Flugzeugtyps B von Heintsch	91
7.20	Einzelwirbelsimulation des Flugzeugtyps C von Heintsch	91
7.21	Vergleich der Tangentialgeschwindigkeit im Randwirbel hinter einer B747EZ zwischen verschiedenen Rechenmodellen	92
7.22	Vergleich der Tangentialgeschwindigkeit der Einzelwirbelmodelle von Heintsch und Oseen	92
7.23	Vergleich der Tangentialgeschwindigkeit der Einzelwirbelmodelle von Heintsch und Oseen	93
7.24	Vergleich der Tangentialgeschwindigkeit der Einzelwirbelmodelle von Heintsch und Oseen	93
7.25	Vergleich der normierten Tangentialgeschwindigkeit der Einzelwirbelmodelle von Heintsch und Oseen	94
7.26	Vergleich der normierten Tangentialgeschwindigkeit der Einzelwirbelmodelle von Heintsch und Oseen	94
7.27	Geometrische Addition der Einzelwirbeln nach Heintsch	95
7.28	Wirbelinduzierte Abwärtsgeschwindigkeiten in einer Wirbelschleppe	96
7.29	Geometrie des Doppelwirbelmodells	96
7.30	Geschwindigkeitsverlauf des Doppelwirbelmodells mit Wirbelmodell nach Heintsch in y-Richtung	98
7.31	Geschwindigkeitsverlauf des Doppelwirbelmodells mit Wirbelmodell nach Heintsch in y-Richtung bei unterschiedlichen Höhen	99
7.32	Geschwindigkeitsverlauf des Doppelwirbelmodells mit Wirbelmodell nach Heintsch in z-Richtung	100
7.33	Geschwindigkeitsverlauf des Doppelwirbelmodells mit Wirbelmodell nach Heintsch in y- und z-Richtung	101
7.34	Geschwindigkeitsverlauf des Doppelwirbelmodells mit Wirbelmodell nach Heintsch in y und z Richtung	101
7.35	Die Wirbelschleppenstaffelung	102

7.36	Geschwindigkeitsverlauf der „heavy-heavy“- und „heavy-medium“-Staffelung in y-Richtung	104
7.37	Geschwindigkeitsverlauf der „heavy-heavy“- und „heavy-medium“-Staffelung in z-Richtung	104
7.38	Geschwindigkeitsverlauf der „heavy-heavy“-Staffelung und des Flugzeugtyps C nach Heintsch in y-Richtung	105
7.39	Geschwindigkeitsverlauf der „heavy-heavy“-Staffelung und des Flugzeugtyps C nach Heintsch in z-Richtung	105

Tabellenverzeichnis

2.1	Grunddaten der ICAO-Standardatmosphäre	5
3.1	Umrechnungstabelle für Windgeschwindigkeit	20
7.1	Separationen zur Vermeidung wirbelschleppenbedingter Gefahren	102
7.2	Flugzeugkategorien nach FAA und ICAO	102
7.3	Mindeststaffelungsabstände	103
7.4	Wirbelschleppenwerte für „heavy-heavy“	103
7.5	Wirbelschleppenwerte für „heavy-medium“	103

Literatur

- [1] Neal M Barr, Dagfinn Gangsaas, and Dwight R Schaeffer. Wind models for flight simulator certification of landing and approach guidance and control systems. Technical report, DTIC Document, 1974.
- [2] Karl Bosch. Basiswissen statistik. *Einführung in die Grundlagen der Statistik mit zahlreichen Beispielen und Übungsaufgaben mit Lösungen*, 2007.
- [3] Michael T Chay, Faris G Albermani, and Henry Hawes. Wind loads on transmission line structures in simulated downbursts. In *First World Congress on Asset Management*, 2006.
- [4] MT Chay, Faris Albermani, and Richard Wilson. Numerical and analytical simulation of downburst wind loads. *Engineering Structures*, 28(2):240–254, 2006.
- [5] Deutscher Wetterdienst, Germany. Wetterlexikon <http://www.deutscherwetterdienst.de/lexikon>, nov 2013.
- [6] Encyclopaedia Britannica. Thunderstorm: Microburst <http://www.britannica.com/ebchecked/topic/594363/thunderstorm>, nov 2013.
- [7] H.R. Schneebeli, A. Vogelsanger, Verein SwissEduc, Schweiz. Atmosphärenmodelle <http://www.swisseduc.ch/mathematik/modelle/atmosphaere/index.html>, nov 2013.
- [8] Klimedia, Universität Bern. Statik und Thermodynamik der Atmosphäre <http://www.klimedia.ch/kap3/a6.html>, nov 2013.
- [9] Stephan Kloidt. *Beiträge zum Entwurf eines Flugregelungssystems zur Reduktion des Wirbelschleppeneinflusses*. PhD thesis, Universitätsbibliothek, 2006.
- [10] Wolfgang Kühr. *Der Privatflugzeugführer. 4A. Flugnavigation*. Schiffmann, 1989.
- [11] Norbert Kulwatz. *Beiträge zur Bestimmung der Flugzeugreaktion beim Einflug in Wirbelschleppen sehr großer Transportflugzeuge*. PhD thesis, Universitätsbibliothek, 2010.
- [12] Langley Research Center NASA. Making the Skies Safe from Windshear <http://www.nasa.gov/centers/langley/news/factsheets/windshear.html>, nov 2013.
- [13] MatheGuru. Normalverteilung <http://matheguru.com/stochastik/normalverteilung.html>, nov 2013.
- [14] Mathematical Image Analysis Group, Saarland University, Germany. Wichtige diskrete Verteilungen <http://www.mia.uni-saarland.de/teaching/mfi1011/kap69.pdf>, nov 2013.
- [15] Lothar Papula. *Mathematik für ingenieure und naturwissenschaftler band 3*, 2008.
- [16] Wei-Lian Qu and Bai-Feng Ji. Numerical simulation of downburst wind loads using modified obv model. *Wind Engineering*, 2009.

-
- [17] Wolfgang Rütter-Kindel. *Beiträge zur flugmechanischen Modellierung in zeitvariablen, räumlichen Windfeldern für die Echtzeit-Flugsimulation*. PhD thesis, Universitätsbibliothek, 2006.
- [18] Carsten Schwarz. *Beiträge zur flugmechanischen Modellierung in zeitvariablen, räumlichen Windfeldern für die Echtzeit-Flugsimulation*. PhD thesis, Universitätsbibliothek, 2002.
- [19] Dan D Vicroy. A simple, analytical, axisymmetric microburst model for downdraft estimation. Technical report, 1991.
- [20] Show-Tien Wang and Walter Frost. *Atmospheric turbulence simulation techniques with application to flight analysis*. PhD thesis, University of Tennessee, Knoxville., 1980.
- [21] WPRI.com. Microburst Vs Tornado Damage <http://blogs.wpri.com/2013/07/02/microburst-vs-tornado-damage/>, nov 2013.
- [22] Yan Zhang. Study of microburst-like wind and its loading effects on structures using impinging-jet and cooling-source approaches. 2013.

