

Simulation eines Lastumlagerungsvorgangs

Exemplarische technische Machbarkeitsstudie

Diplomarbeit zur Erlangung des Grades eines Diplomingenieurs
an der
Technischen Universität Graz
Institut für Technische Logistik (ITL)



Vorstand:
Univ. Prof. Dr.-Ing. Dirk Jodin

Betreuer:
DI Dr. techn. Christian Landschützer

vorgelegt von

Matthias Fritz

Graz, Oktober 2010

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand aus der Zusammenarbeit des Institutes für technische Logistik der TU Graz mit der Mosdorfer GmbH aus Weiz. Das Kerngebiet der Mosdorfer GmbH liegt in der Entwicklung und dem Vertrieb von Komponenten für Hochspannungsleitungen, wobei je nach geografischer Lage verschiedenste Umwelteinflüsse zu beachten sind. Dies impliziert eine große Vielfalt an Produktvariationen, da die jeweilige Problemstellung mit der richtigen Konstruktion gelöst werden muss. Um auch bei schwierigsten Vorgaben die nötige Sicherheit bieten zu können, müssen auf teilweise engstem Raum mehrsträngige Isolatorenketten als Abspannung oder Aufhängung von Leiterseilen installiert werden, die im Falle eines Isolatorbruches höchsten dynamischen Belastungen ausgesetzt sind. Die Simulation der aus so einem Bruch resultierenden Kräfte und Spannungen bei gleichzeitig vielen Produktvarianten stellt die Herausforderung an eine mögliche Simulationssoftware dar. Eine wissenschaftliche Betrachtung der Sachlage sowie eine Studie über die Machbarkeit einer solchen Software sind Gegenstand dieser Arbeit, die als Vorstudie das Gebiet eines möglichen Folgeprojekts abstecken soll.

Wer die Schwierigkeit der Sammlung aller notwendigen Fakten für ein derartiges Projekt kennt, weiß, wie wichtig eine gute Zusammenarbeit aller betroffenen Personen ist. An dieser Stelle möchte ich Herrn Ing. Wolfgang Troppauer von der Mosdorfer GmbH für den reibungslosen Ablauf bei der Durchführung dieser Vorstudie danken, insbesondere bei der Bereitstellung der notwendigen Daten.

Des Weiteren gilt der Dank auch Herrn DI Dr.techn. Christian Landschützer vom Institut für technische Logistik, der sowohl bei der Planung der Vorgehensweise als auch bei technischen Fragen unterstützend zur Seite stand.

Kurzfassung

Gegenstand der vorliegenden Diplomarbeit ist die Vorstudie zu einem Projekt, in dessen Zuge eine Software zur Simulation von Lastumlagerungsvorgängen bei Hochspannungsleitungen erstellt werden soll. Die Problematik bei solchen Umlagerungsvorgängen besteht darin, dass nach dem Erstbruch eines Isolatorstranges von Mehrfachketten große Belastungen auf die Isolatoren der verbleibenden Stränge wirken. Zur Veranschaulichung dieser Kraft- und Spannungsspitzen können Simulationswerkzeuge herangezogen werden. Die Erstellung eines einfachen Simulationsmodells, dessen Verifikation und der notwendige mathematische Hintergrund können dieser Arbeit entnommen werden. Zusätzlich wurde auch ein Lasten- und Pflichtenheft der im nachfolgenden Hauptprojekt zu generierenden Software erstellt, das unter anderem die Konfigurationsmöglichkeiten von Mehrfach-Isolatorenketten enthält.

Die Auswahl von zwei Simulationsprogrammen (Matlab Simulink/SimMechanics und ITI SimulationX) sowie die Untersuchung auf deren Brauchbarkeit bzw. die möglichen Vor- und Nachteile sind ebenfalls Teil dieser Arbeit.

Abstract

Purpose of this diploma thesis is a preliminary study in regard to a project which focuses on the creation of a software to simulate the load transposition after a rupture of a conductor in a high voltage overhead line. The problems of load transposition are bending stresses in the insulators. To visualize these curves simulation software is a suitable tool. The building of a simple simulation model, whose verification and the mathematical background is shown in this paper. Additionally a product requirements document (PRD) and a functional specifications document (FSD) were created regarding to the software that will be generated in the following project.

Part of this paper is also the choice of two simulation software packages as well as the evaluation of their practicability and advantages or disadvantages.

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	II
Kurzfassung	III
Abstract	III
1 Einleitung.....	1
1.1 Die Freileitung.....	1
1.1.1 Abspannmast.....	1
1.1.2 Tragmast.....	1
1.2 Aufgabenstellung.....	3
1.2.1 Stand der Literatur	3
1.2.2 Forschungsgegenstand.....	4
1.2.3 Gliederung	5
2 Problemanalyse.....	6
2.1 Der Lastumlagerungsvorgang.....	6
2.2 Vorhandene Vorschriften nach DIN/VDI.....	7
2.2.1 Grundlegende Anforderungen	7
2.2.2 Mechanische Anforderungen an Isolatorenketten.....	8
2.3 Aktueller Stand der physikalischen Modellbildung.....	8
2.3.1 Nachbildung der Isolatorenketten.....	8
2.3.2 Modellbildung des Seiles.....	10
2.4 Stand der Software	11
3 Entwicklung von Maßnahmen	13
3.1 Lastenheft	13
3.1.1 Eingabedaten (funktionale Anforderungen I).....	13
3.1.2 Ausgabedaten (funktionale Anforderungen II).....	23
3.1.3 Nicht funktionale Anforderungen.....	23
3.1.4 Zusammenfassung Lastenheft.....	24
3.2 Pflichtenheft.....	25
3.2.1 Realisierung der funktionalen Anforderungen I.....	25
3.2.2 Realisierung der funktionalen Anforderungen II	30
3.2.3 Realisierung der nicht funktionalen Anforderungen.....	30
3.2.4 Zusammenfassung Pflichtenheft	31
3.3 Das physikalische Modell	33
3.3.1 Begriffe und Definitionen.....	33
3.3.2 Modellannahmen.....	37
3.4 Das mathematische Modell	38
3.4.1 Bezeichnungen und Nummerierung.....	38
3.4.2 Anwendung der Lagrange-Gleichungen auf das Modell.....	40
3.4.2.1 Bestimmung der Freiheitsgrade	40
3.4.2.2 Ortsvektoren und Ableitungen.....	42
3.4.2.3 Erstellen der kinetischen Energie.....	43
3.4.2.4 Erstellen der linken Seite der Lagrange-Gleichungen.....	44
3.4.2.5 Generalisierte Kräfte.....	44
3.4.2.6 Zusammenfassung der Lagrange-Gleichungen	52
3.4.3 Normalkraftverlauf	52
3.4.4 Biegemomentenverlauf	54
3.4.5 Spannungsberechnung und Dehnungsberechnung	56

3.4.6	Zusammenfassung.....	58
3.5	Simulation.....	59
3.5.1	Modellbildung mit MATLAB Simulink/SimMechanics	59
3.5.1.1	Funktionsweise von Simulink.....	59
3.5.1.2	Integrationsverfahren in Simulink.....	61
3.5.1.3	Funktionsweise von SimMechanics	68
3.5.1.4	Modellbildung	69
3.5.2	Modellbildung mit ITI SimulationX 3.2	81
3.5.2.1	Arbeitsweise von ITI SimulationX.....	81
3.5.2.2	Integratoren in SimulationX.....	83
3.5.2.3	Modellbildung	83
4	Ergebnisse.....	86
4.1	Versuchsdaten.....	86
4.2	Wahl der Integratoren.....	89
4.3	Vergleich der verwendeten Softwareprodukte	89
4.4	Einfluss verschiedener Faktoren	91
4.4.1	Einfluss der Reibung.....	91
4.4.2	Momentanstieg bei Erreichen des Anschlages.....	95
4.4.3	Einfluss der Dämpfung im Anschlag.....	96
4.5	Verifikation	98
4.6	Code Export.....	100
4.6.1	C-Code Export in Matlab Simulink/SimMechanics	101
4.6.2	C-Code Export in ITI SimulationX.....	103
4.7	Vergleich der verwendeten Softwareprodukte	105
5	Zusammenfassung und Ausblick.....	107
6	Verzeichnisse.....	108
6.1	Literaturverzeichnis	108
6.2	Abbildungsverzeichnis.....	110
6.3	Tabellenverzeichnis	111
7	Anhang	113

1 Einleitung

Der Entwurf und die Verlegung von Freileitungen ist schon seit vielen Jahren ein unverzichtbarer Bestandteil einer sicheren Stromversorgung. Neben der unterirdischen Verlegung stellt die Freileitung noch immer die häufigste Variante dar. Um dem Leser Einsicht in die Materie der Freileitungen geben zu können, soll an dieser Stelle auf wichtige Begriffe und Definitionen eingegangen werden.

1.1 Die Freileitung

Unter einer Freileitung versteht man die Gesamtheit aller Stützpunkte (Maste mit zugehörigen Fundamenten sowie Erdung) und der Leitungsteile, zu letzteren zählt man die Leiterseile, Isolatoren und Armaturen. [Majer 1991, S.566]

Die Trennung der Leiterseile von den Masten erfolgt durch Isolatoren, die angepasst an unterschiedliche Faktoren in verschiedenen Konfigurationen zusammengestellt werden. Betrachtet man die Masten näher, so fallen zwei verschiedene Arten auf: Die erste Art zeichnet sich durch in Leitungsrichtung ausgerichtete Isolatoren aus und wird als Abspannmast bezeichnet (Abb.1). Die zweite Art weist hängende Isolatoren auf, hier wird die Bezeichnung Tragmast verwendet (Abb.2). [Majer 1991, S.567] Beide Arten werden im Freileitungsbau verwendet, um unterschiedliche geographische Verhältnisse wie Höhenunterschiede oder Hindernisse bewältigen zu können.

1.1.1 Abspannmast

Abspannmaste ermöglichen die Änderung der Richtung, da Winkelstellungen der abgehenden Leiterseile in der horizontalen Ebene möglich sind (vgl. Abb.1). Gleichzeitig stellen Abspannmaste eine Art der Sicherung dar, bei Seilbrüchen, Isolatorbrüchen, etc. sollen sie weitere Folgeschäden z.B. durch den Dominoeffekt (das Brechen von benachbarten Masten, Kaskadenbruch) verhindern. [Majer 1991, S.568]

1.1.2 Tragmast

Bei den Tragmasten können Winkeländerungen in der Streckenführung nur in sehr kleinem Ausmaß durchgeführt werden, andernfalls würde es zu einer starken Winkelauslenkung der Isolatorenketten kommen, die durch das Seil verursachte Kraft könnte nicht mehr senkrecht zum Ausleger in den Mast eingeleitet werden [Majer 1991, S.567]. Der Vorteil von Tragmasten liegt darin, dass die Isolatoren nicht die ganze Seilspannkraft, sondern nur den vertikalen Teil letzterer in den Mast einleiten müssen.



Abbildung 1: Abspannmast [Quelle: www.fotocommunity.de]

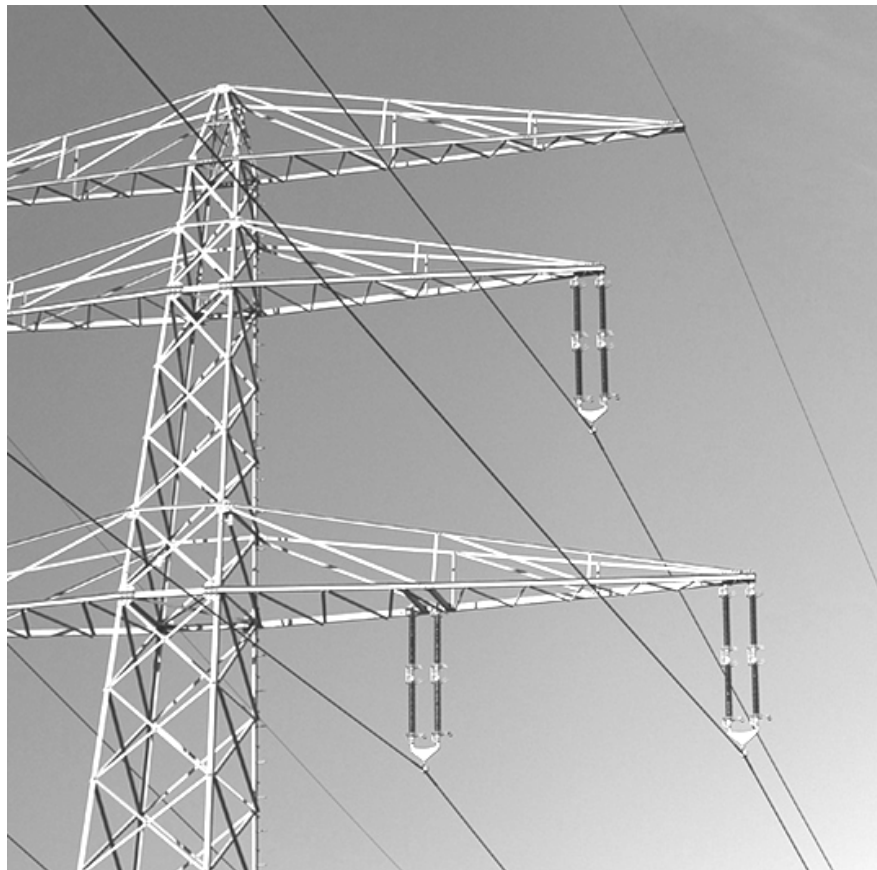


Abbildung 2: Tragmast [Quelle: www.fotocommunity.de]

1.2 Aufgabenstellung

Eine der größten Schwachstellen bei Freileitungen stellen die anfangs schon erwähnten Isolatorenketten dar. Diese werden je nach Belastung, Spannungsauslegung der Freileitung und klimatischen Verhältnissen wie Windeinfluss oder Eis entsprechend ausgelegt. Um größtmögliche Sicherheit zu gewährleisten, kommt es in der Regel zu Doppel- oder Dreifachanordnungen von Isolatorenketten nebeneinander, die seilseitig mit einem Distanzhalter versehen sind. So kann beim Bruch eines Stranges der zweite Strang das Seil auffangen, um Folgeschäden zu vermeiden. Den Vorgang beginnend mit dem Bruch eines Isolators bis zur statischen Endlage nennt man Lastumlagerung (Abb.3).

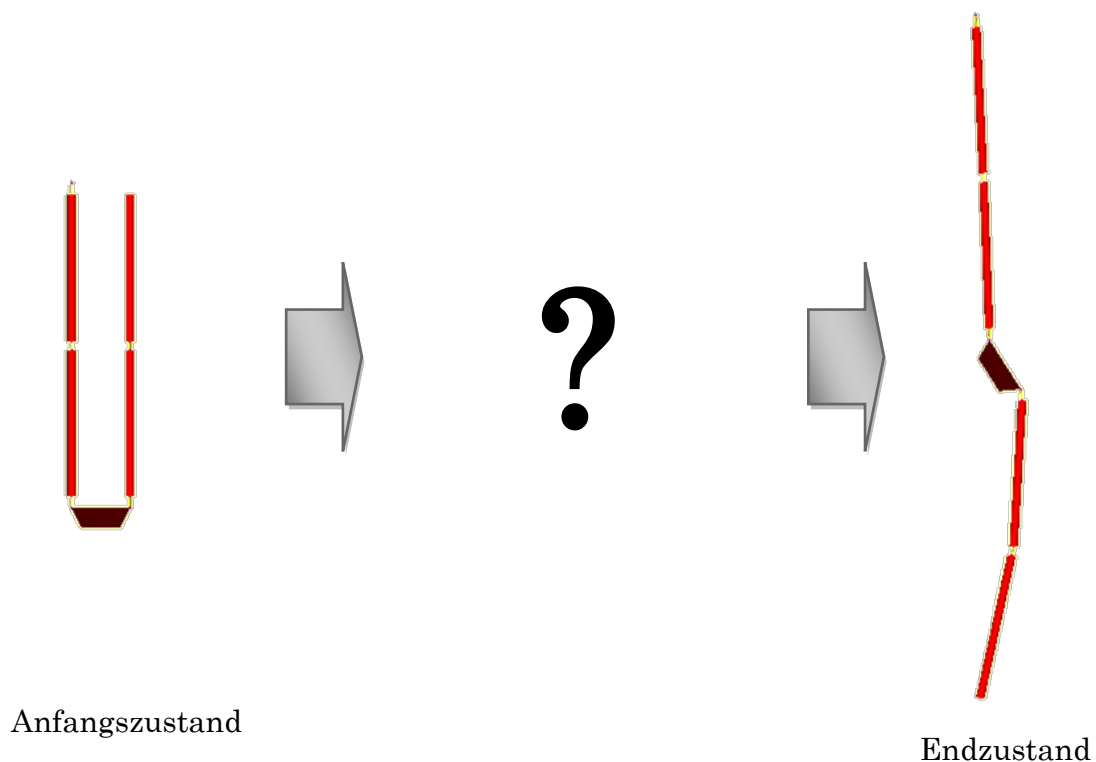


Abbildung 3: Lastumlagerungsvorgang

Aufgrund der dynamischen Vorgänge kommt es bei der Lastumlagerungen zu Normalspannungen und Biegespannungen in den Isolatoren, die Spitzen sind dabei weit höher als der Betrag der Spannung in der statischen Endlage (vgl. Kap. 4).

1.2.1 Stand der Literatur

Die Behandlung des Themas Lastumlagerung taucht in der Literatur erstmals durch die Veröffentlichung von Sperl, Baake und Brandt [1978] auf. Die darin angestellten Überlegungen beziehen sich ausschließlich auf Versuche, ein zugrundeliegendes mathematisches Modell wurde nicht aufgestellt.

Die ersten Ansätze für die mathematische Beschreibung wurden von Hagedorn, Idelberger und Möcks [1980] aufgestellt. Der Inhalt führt von einer allgemeinen Beschreibung des Themas Lastumlagerung auf eine mathematische Formulierung für eingliedrige und dreigliedrige Abspannkettensysteme. Es wird mittels der Lagrange-Gleichungen ein beschreibendes System von Differentialgleichungen erstellt, wobei für die angreifende Seilkraft die Saitenschwingungsgleichung angesetzt wird. Neben den Differentialgleichungen liegt auch die Berechnung des Biegemomentenverlaufs vor.

Die nachfolgenden Artikel von Schenk et al. [1982], Hilgarth [1983] und Brandt, Hennicke [1985] sowie Brandt, Frese [1985] gehen bezugnehmend auf Hagedorn, Idelberger, Möcks [1980] auf spezielle Probleme der Lastumlagerung ein, wie z.B. dynamische Belastbarkeit der Isolatoren, Nachbildung der realen Situation im Versuch oder optimierte Kettenkonfigurationen zur Vermeidung des Isolatorbruchs.

Einige Jahre später wurde das Thema von Müller [1991] und Kaps [1991] wieder aufgegriffen, die erneute Formulierung des mathematischen Modells sowie die numerische Lösung der aufgestellten Gleichungen in Form eines ersten Simulationsprogramms waren Gegenstand der Forschungen. In Müller [1992] und Müller [1993] wurden diese Überlegungen noch erweitert und auch auf günstige Konfigurationsmöglichkeiten durch energietechnische Betrachtungen hingewiesen.

Bezüglich einer genaueren Beschreibung des aktuellen Forschungsstandes soll auf das Kapitel 2.3 verwiesen werden, hier werden die bisherigen Modellannahmen näher beleuchtet.

1.2.2 Forschungsgegenstand

Basierend auf schon gewonnenen Kenntnissen bestand die Forschungsfrage der vorliegenden Arbeit darin, einen Vorgang der Lastumlagerung mit Hilfe moderner Simulationssoftware zu analysieren und darauf aufbauend den Grundstein für ein Projekt zu legen, welches eine anwenderfreundliche Software zur einfachen Berechnung und Darstellung von Lastumlagerungsvorgängen zum Ziel hat. Hierbei unumgänglich war die Erstellung eines Lasten- und Pflichtenheftes.

In Kapitel 3.4 der vorliegenden Arbeit wurde die mathematische Beschreibung des dynamischen Vorganges erstellt, wobei eine geeignete Modellbildung die Basis bildet. Besonderes Augenmerk wurde auf bisher vernachlässigte Faktoren wie die Reibung gelegt, die bei den hohen Spannkraften der Leiterseile einen wichtigen Faktor darstellt.

Für die Simulation wurden zwei Programme herangezogen: Zum einen die in der Praxis häufig eingesetzte Software MATLAB Simulink mit der Toolbox SimMechanics, zum anderen die in Deutschland entwickelte, stark ingenieurorientierte Software ITI SimulationX. Nach entsprechender Validierung der Ergebnisse wurden Vor- und Nachteile der beiden Software-Pakete beleuchtet. Dies geschah im

Hinblick auf die Anwenderfreundlichkeit und die Möglichkeit des Exports der Modelle.

Im abschließenden Teil der Arbeit stand die Suche nach zukünftigen Problemstellungen in Form von Teilaufgaben der Lastumlagerung im Mittelpunkt, ein Thema, welches eine Abschätzung der Kosten und des Aufwandes erst möglich macht.

1.2.3 Gliederung

Der Hauptteil der vorliegenden Diplomarbeit gliedert sich in vier Teile. Im ersten Teil wird der aktuelle Stand bezüglich der Problemstellung Lastumlagerung ermittelt (Problemanalyse).

Der zweite Teil beschäftigt sich mit der Entwicklung von Maßnahmen, wobei neben einem Lasten- und Pflichtenheft auf die physikalische und darauffolgend auf die virtuelle Modellbildung eingegangen wird. Auch die mathematische Beschreibung des Lastumlagerungsvorganges ist Teil dieses Abschnittes.

Die aus dem entwickelten Modell gewonnenen Ergebnisse werden im dritten Abschnitt ausgewertet und anhand von Messdaten auf ihre Aussagekräftigkeit hin überprüft, wobei auch auf das Thema C-Code-Export eingegangen wird. Der letzte Teil der Arbeit beschäftigt sich mit einem Ausblick auf ein mögliches Folgeprojekt, auf zukünftige Problemfelder wird hingewiesen.

2 Problemanalyse

Die Problemanalyse soll dem Leser einen Einblick in den Vorgang der Lastumlagerung geben. Ein kurzer Abriss über die das Thema betreffenden geltenden Normvorschriften und eine Analyse des aktuellen Standes der Literatur und der Software komplettieren dieses Kapitel.

2.1 Der Lastumlagerungsvorgang

Als Lastumlagerung bezeichnet man den gesamten Vorgang vom statischen Anfangszustand einer Isolatorenkette ausgehend über das dynamische Verhalten nach dem Bruch eines Stranges bis zum Erreichen der statischen Endlage der nunmehr beschädigten Isolatorenkette. Wie in Abbildung 4 gezeigt, nehmen dabei die einzelnen Elemente der Kette abhängig von vielen Parametern kontinuierlich neue Positionen ein, auf die beeinflussenden Faktoren wird später noch eingegangen.

Der Vorgang der Lastumlagerung gliedert sich nach Abbildung 4 wie folgt:

- a) Anfangszustand (statisch)
- b) , c) Umlagerung mit
 - Auslösung (verschiedene Bruchstellen möglich)
 - Beschleunigung
 - Entstehen von Trägheitskräften
 - Anschlägen in den Gelenkspunkten
 - entstehenden Seilschwingungen
 - möglichem Sekundärbruch durch Zusammenschlagen beider Stränge
- d) Endzustand (statisch)

Die Ursachen des Erstbruches werden nach [Hartmann, Müller 1990, S.7] wie folgt angegeben:

- Äußere Einwirkungen (Baumwurf, Beschuss, Naturkatastrophen)
- Ermüdungsbrüche durch Schwingungen
- Materialfehler und Fertigungsmängel in den Isolatoren
- Falsche Montage
- Alterungsbrüche bei Isolatoren älterer Bauart
- Thermische Überbelastung der Isolatoren durch Lichtbogenüberschlag

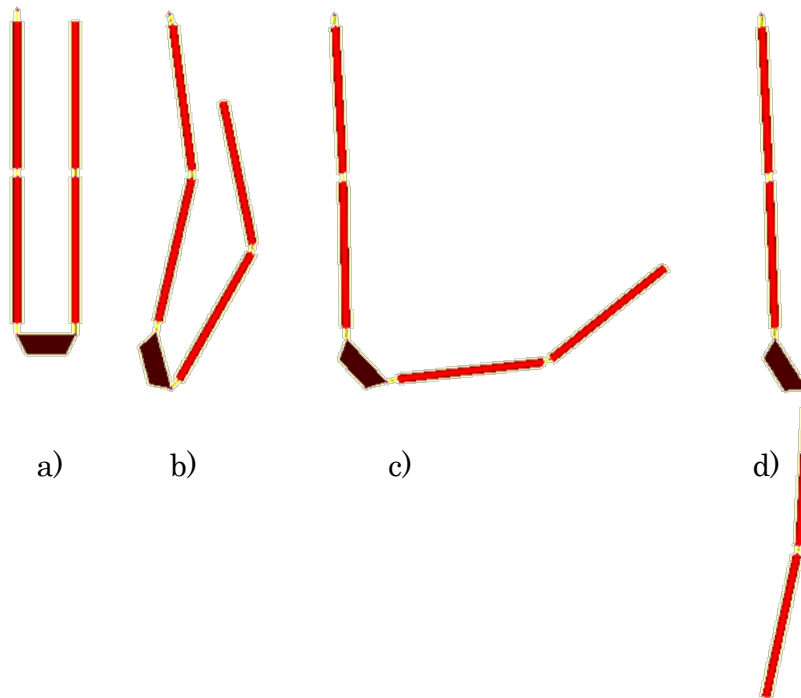


Abbildung 4: Gliederung des Lastumlagerungsvorganges

2.2 Vorhandene Vorschriften nach DIN/VDI

Um einen kurzen Einblick in die gesetzliche Lage der Vorschriften zu geben, sollen an dieser Stelle ein paar Auszüge aus der entsprechenden Norm ÖVE/ÖNORM EN 50341 gezeigt werden.

2.2.1 Grundlegende Anforderungen

Nach [EN 50341, 2002], die die bis zu diesem Zeitpunkt geltende Norm ÖVE-L 11/1979 ersetzt, gilt folgendes:

„Eine Freileitung muss so bemessen, konstruiert und errichtet werden, dass sie während der vorgesehenen Lebensdauer

- *ihre Übertragungsaufgabe unter gegebenen Bedingungen mit einem angemessenen Maß an Zuverlässigkeit wirtschaftlich erfüllt. Dies bezieht sich auf die Gesichtspunkte der Zuverlässigkeitsanforderungen;*
- *gegen kaskadenartige Schäden geschützt ist, wenn eine bestimmte Komponente beschädigt wird. Dies bezieht sich auf die Gesichtspunkte der Betriebssicherheitsanforderungen;*
- *keine Verletzungen oder den Tod von Personen während der Errichtung und Instandhaltung verursacht. Dies bezieht sich auf die Gesichtspunkte der Anforderungen an die Personensicherheit.“* [EN 50341 2002, S. 45]

Aus dieser Formulierung ist ersichtlich, dass das Übertragungsverhalten nach Möglichkeit ungestört bleiben soll, womit ein totaler Ausfall einer Isolatorenkette nicht

zulässig ist. Da nach bisheriger Erfahrung bei solch einem Ausfall auch Mastumbrüche folgen können (kaskadenartige Schäden), muss die Forderung nach einem intakten verbleibenden Isolatorstrang unterstrichen werden [Hartmann, Müller 1990, S.3]. Dies ist auch unter dem Aspekt der Personensicherheit erforderlich.

2.2.2 Mechanische Anforderungen an Isolatorenketten

Bei genauerem Studium der Norm erhält man über die allgemeinen Anforderungen hinausgehende Bedingungen:

„... Für Isolatoren in Abspannlage gilt:

An Mehrfachketten ist so abzuspannen, dass bei Ausfall einer Einzelkette die elektromechanische oder mechanische Nennlast der verbleibenden Isolatoren und die Grenzlasten ... der verbleibenden Armaturen mindestens dem Leiterzug im Ausnahmslastfall gleich sind. In diesen Fällen gilt für den verbleibenden Isolator: $\gamma_M = 1,0$.“ [EN 50341 2002, S. 173]

„... Für Isolatoren an Tragmasten gilt:

Wenn Mehrfachketten verwendet werden, so müssen bei Ausfall einer Einzelkette die elektromechanische oder mechanische Nennlast der verbleibenden Isolatoren und die Grenzlasten ... der verbleibenden Armaturen mindestens der Belastung im Ausnahmslastfall gleich sein.“ [EN 50341 2002, S. 173]

Unter dem Ausnahmslastfall wird der Lastfall bei -5°C und Ausnahmszusatzlast verstanden [EN 50341 2002, S. 30]. Die Ausnahmszusatzlast kann der Norm EN 50341 2002, S. 74ff entnommen werden. Bei dieser Vorschrift wird somit im Falle des Bruches eines Isolatorstranges ein Teilsicherheitsbeiwert $\gamma_M = 1$ für die Isolatoren des verbleibenden Stranges gefordert. Der Teilsicherheitsbeiwert γ_M wird nach EN 50341 2002, S. 52 über das Verhältnis des charakteristischen Wertes einer Werkstoffeigenschaft X_K zum Bemessungswert einer Werkstoffeigenschaft X_d definiert. Da der Wert von $\gamma_M = 1$ nur im Hinblick auf die statische Endlast festgelegt ist, fehlt eine genaue Vorgabe bezüglich der Sicherheit für den dynamischen Umlagerungsvorgang. Die in den folgenden Kapiteln angestellten Berechnungen zeigen, dass die Spannungen beim dynamischen Vorgang jene im statischen Fall deutlich übersteigen.

2.3 Aktueller Stand der physikalischen Modellbildung

Im Folgenden werden die bis zum jetzigen Zeitpunkt gewählten Ansätze beschrieben, bezugnehmend auf Modellbildung der Kettenkonfigurationen (Modellannahmen!), mathematische Formulierung, Seilnachbildung und vorhandene Simulationsprogramme.

2.3.1 Nachbildung der Isolatorenketten

Die neuesten der aktuell bekannten Veröffentlichungen zur Modellierung von Isolatorenketten stammen aus den Jahren 1991 und 1992. In Müller [1991, S.

572ff] werden die Ansätze von Hagedorn, Idelberger, Möcks [1980] wieder aufgegriffen und um einige Modellannahmen erweitert. Zusammenfassend kann in Tabelle 1 ein Überblick über die getroffenen Vereinfachungen gegeben werden:

Kategorie	Untergliederung	Modellannahmen
Umlagerung	Betrachtungsraum	Ebenes Problem
	Umweltbedingungen	Schwerkraft berücksichtigt (nur im Hinblick auf die Isolatorenkette, nicht aber das Seil betreffend)
Elemente	Isolatoren	Starre, homogene Stäbe
	Verbindungsglieder (Klöppel, Laschen)	Starr, homogen
	Abstandhalter	Starre, homogene Scheibe
Seil	Modell	Schwingende Saite
	Schwingungen	Reflektierte Wellen unberücksichtigt
Gelenke	Anschläge	Nach Bewegungsfreiheit wählbar, Anstieg des Widerstandsmoments bei Anschlag aus Versuchen gewonnen
	Reibung	vernachlässigt
	Energiedissipation	vernachlässigt
Spannungsberechnung	Elastizität	Konstanter Faktor

Tabelle 1: Modellannahmen

Das bisherige Modell erlaubt die Betrachtung verschiedener Kettenkonfigurationen, ersichtlich aus der folgenden Tabelle 2. Zur genaueren Erläuterung der verschiedenen Konfigurationen sei auf das Kapitel 3.1 verwiesen, dort findet sich auch eine grafische Darstellung.

Kettenart	Position	Stränge	Glieder	Seilangriff	Abstandhalter	Befestigung mastseitig
Abspannkette	-	2	n	1-fach	Dreieck	1-Punkt
				2er-Bündel	Trapez	2-Punkt
Tragkette	90° zur Seilebene	2	n	1-fach	Dreieck	1-Punkt
				2er-Bündel	Trapez	2-Punkt
				3er-Bündel 4er-Bündel		
	Parallel zur Seilebene	2	n	1-fach	Dreieck	1-Punkt 2-Punkt

Tabelle 2: Kettenkonfigurationen

2.3.2 Modellbildung des Seiles

Um realitätsnahe Ergebnisse der Kräfte und Spannungen in den Isolatoren zu erhalten, muss das Verhalten des Leiterseiles möglichst gut modelliert werden. Wie schon in Tabelle 1 vorweggenommen, wurde für die Erstellung des mathematischen Modells die partielle Differentialgleichung für die schwingende Saite herangezogen [Hagedorn, Idelberger, Möcks 1980, S. 117ff]. Diese lautet für die Querbewegung des Seiles

$$\frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} = c_Q^2 \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} \quad (2.1)$$

mit w als Auslenkung rechtwinklig zur Saite, x als Koordinate in Längsrichtung und t als Zeit. Für die Auslenkung u in Längsrichtung wird angesetzt

$$\frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = c_L^2 \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} \quad (2.2)$$

Die Faktoren C_Q und C_L bezeichnet man als Längs- bzw. Querimpedanz. Auf die Lösung dieser Gleichungen und die Bestimmung von C_Q und C_L wird später eingegangen, es soll hier auf die Erstellung des mathematischen Modells verwiesen werden (Kapitel 3.4).

Neben dem mathematischen Ansatz wurde bei Laborversuchen auch eine Nachbildung des Seiles in Form eines Masse-Feder-Systems vorgenommen. Das Versuchszentrum für Lastumlagerungsvorgänge in Langen (Deutschland) verwendet hierbei einen Aufbau, den Abbildung 5 verdeutlichen soll:

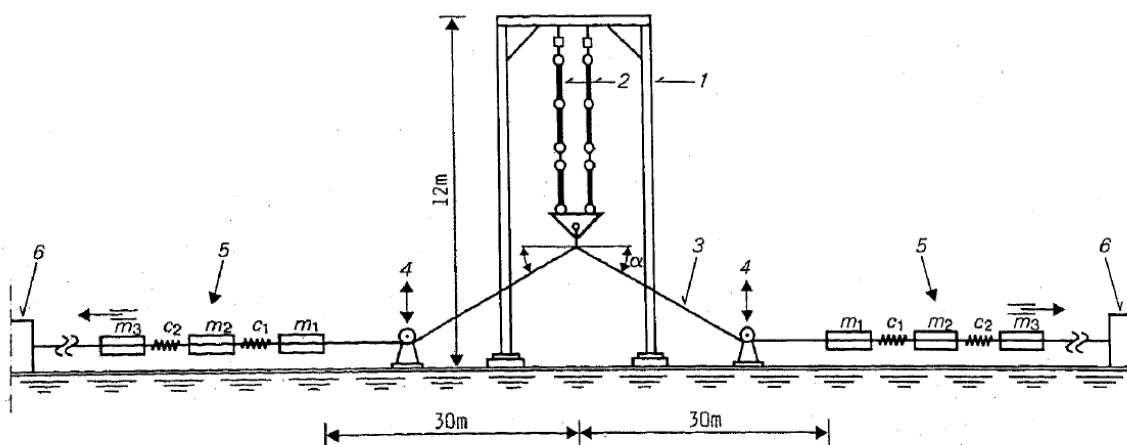


Abbildung 5: Versuchsanordnung [Brandt, Frese 1985, S.832]

Ausgehend von den Isolatorenketten (2), die über Kraftmessdosen am Gestell (1) befestigt sind, wird zu beiden Seiten eine bestimmte Seillänge angeschlossen (ca. 30m bis 50m) (3). Über Umlenkrollen (4) wird das Seil dann mit rollenden Masse-

wägen gekoppelt, die ihrerseits durch Gummiseile verbunden sind (5). So kann das Seil mit gewünschten Massen und Federsteifigkeiten nachgebildet werden. Die Einleitung der Seilzugkraft erfolgt durch hydraulische Kolben (6).

Das Versuchsprotokoll jedes Versuches gibt Aufschluss über die Seillänge, das verwendete Seil und die Masse der Massewägen. Ein Nachbau der Versuchsanordnung ist dennoch schwierig, da die Federsteifigkeiten der Gummiseile unbekannt sind.

2.4 Stand der Software

Die Software, die die Fa. Mosdorfer aktuell verwendet, wurde von Christian Engstler aufbauend auf das mathematische Modell von DI Johann Müller und der numerischen Behandlung von Dr. Peter Kaps geschrieben. Die Benutzeroberfläche ist in Abbildung 6 ersichtlich:

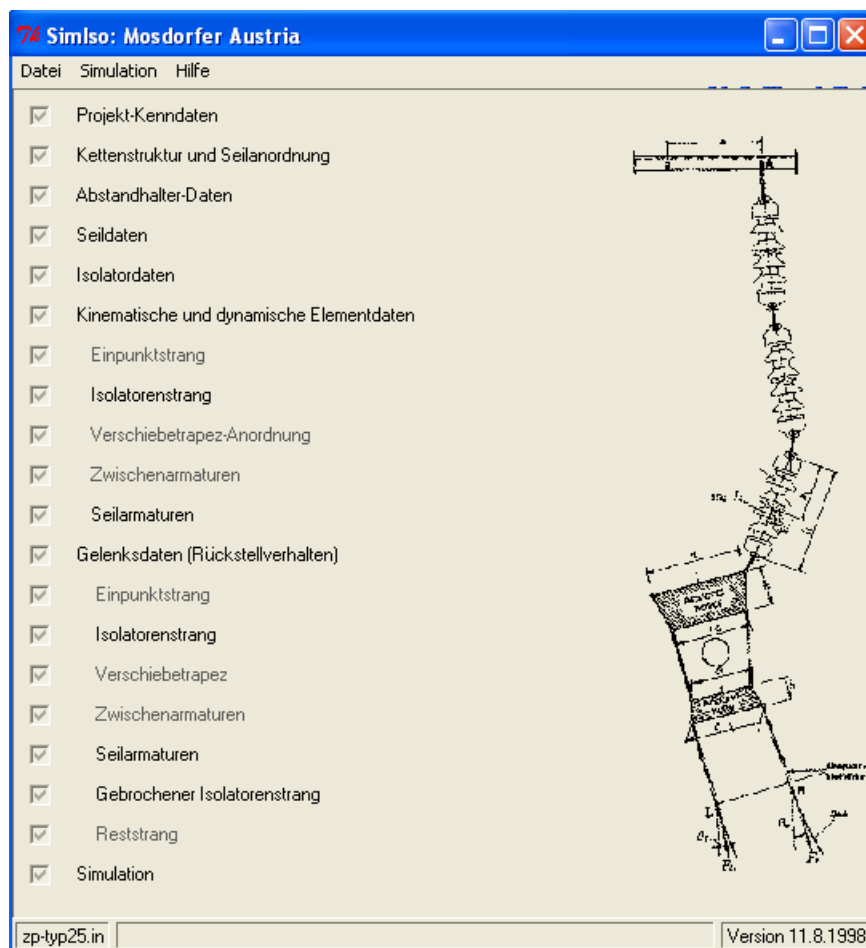


Abbildung 6: Benutzeroberfläche des bisherigen Simulationsprogramms

Neben den Kenndaten des simulierten Versuches müssen die spezifischen Größen des Seils (z.B. E-Modul, Dichte, etc.) eingegeben werden, gleiches gilt für die einzelnen Elemente. Die Anzahl letzterer ergibt sich aus der gewählten Kettenkonfiguration. Zusätzlich zu den Geometriedaten muss vom Benutzer auch noch das Massenträgheitsmoment errechnet und eingetragen werden.

Unter dem Menüpunkt Gelenksdaten kann eine „Kennliniensteifheit“ eingegeben werden. Nach den Veröffentlichungen von Müller [1991, S.575] und Kaps [1991, S.580] wird darunter der Anstieg des Rückstellmomentes bei Erreichen des Anschlags verstanden. Es konnte allerdings die genaue Bedeutung der einzugebenden Werte nicht ermittelt werden.

Die Bewegungsfreiheit der Gelenke kann durch Eingabe der Winkel entsprechend des Bewegungsraumes eingetragen werden (symmetrisch oder in jede Drehrichtung einzeln).

Eine Hilfefunktion wird nicht angeboten, die Ausgabe der Daten erfolgt nach gewünschter Diskretisierung und relativer Rechengenauigkeit in tabellarischer Form. Für jeden Zeitschritt und jedes Element werden folgende Daten ermittelt:

- Auslenkungswinkel
- Winkelgeschwindigkeit
- Winkelbeschleunigung
- Zugkraft im verbleibenden Strang
- Zugspannung
- Maximale Dehnung des Isolators (ortsabhängig, siehe Kap. 3.4)
- Seilkräfte

Weiters erfolgt am Ende der Dokumentation die Angabe des betragsmäßig größten Maximums und des statischen Endwertes der Zugkraft bzw. der Dehnung. Eine grafische Darstellung der Ergebnisse muss vom Benutzer selbst erstellt werden.

3 Entwicklung von Maßnahmen

Dieser Teil der vorliegenden Arbeit gliedert sich in jene Punkte, die, ausgehend von der Problemanalyse des vorigen Kapitels, die Anforderungen und Lösungsansätze sowie die Realisierung der Modellbildung behandeln. Die folgende Aufzählung soll einen Überblick geben:

- Beschreibung des Lastenheftes
- Entwicklung eines Pflichtenheftes
- Physikalische Modellierung des Lastumlagerungsvorgangs unter Einbindung neu entwickelter Modellannahmen
- Erstellen eines mathematischen Modells
- Einbinden des Modells und Durchführung der Simulation eines Lastumlagerungsvorgangs mit Hilfe der Softwarepakete MATLAB und ITI SimulationX
- Behandlung der Problematik Seilmodell

3.1 Lastenheft

Die Erstellung des Lastenheftes dient dem Zweck einer Auflistung aller seitens der Mosdorfer GmbH gestellten Anforderungen an die zu erstellende Software. Da letztere verschiedene Teilgebiete betreffen, wird im Folgenden eine Untergliederung vorgenommen, bevor eine abschließende Zusammenfassung einen guten Überblick ermöglichen soll. Nach der Richtlinie VDI 2519 2001, S.2 soll das Lastenheft die Anforderungen aus Anwendersicht einschließlich aller Randbedingungen beschreiben. Dies schließt sowohl die funktionalen Anforderungen als auch die nicht funktionalen Anforderungen ein. Die Punkte „Einführung in das Projekt“ und „Beschreibung der Ausgangssituation“ wurden schon in Kapitel 1 und 2 behandelt.

3.1.1 Eingabedaten (funktionale Anforderungen I)

Die folgenden Unterpunkte betreffen die verschiedenen Kombinationsmöglichkeiten, die bei der Bedienung des zu erstellenden Simulationsprogramms zur Auswahl stehen sollen sowie relevante Materialkennwerte.

Kettenkonfigurationen

Die von der Mosdorfer GmbH hergestellten Isolatorenketten müssen nach Art der Leitungsspannung bzw. der Witterungsverhältnisse in unterschiedlichen Konfigurationen eingebaut werden. Da je nach nationaler Gesetzgebung auch Platzverhältnisse für den Einbau vorgegeben sind, darf über die Grenzen eines vorhandenen räumlichen Fensters nicht hinausgegangen werden. Dieses ist in erster Linie nach oben und unten durch den vertikalen Abstand der Mastausleger definiert.

Allgemein wird zwischen 110 kV, 220 kV und 380 kV Leitungen unterschieden. Meistens hängt die Zahl der Isolatoren von dieser Spannung ab:

Leitungsspannung	Zahl der Isolatoren pro Strang
110 kV	1
220 kV	2
380 kV	3

Tabelle 3: Anzahl der Isolatoren abhängig von der Leitungsspannung

In Ausnahmefällen kann jedoch die räumliche Beschränkung eine geringere als die vorgesehene Anzahl an Isolatoren erzwingen (z.B. zwei Isolatoren bei einer 380 kV Leitung). Damit ist eine größere Dimensionierung der Isolatoren notwendig, was nach Angaben der Mosdorfer GmbH zu Problemen im Umlagerungsfall führt.

Neben der Anzahl der Isolatoren in einem Strang ist auch die Anzahl der Stränge selbst von Bedeutung. Nach der geltenden Norm EN 50341 sind „*bei Kreuzungen oder der Führung von Leitern im Schutzbereich zu bestimmten Objekten oder Einrichtungen ... Maßnahmen für „erhöhte Sicherheit“ zu treffen*“ [EN 50341 2002, S. 96]. Dazu gehören Mehrfachketten, sowohl zweisträngig als auch dreisträngig.

Unter dem Einfluss von starkem Wind kommt es bisweilen zur Forderung nach einer V-Anordnung der Isolatorstränge, da die sonst übliche U-Anordnung keine ausreichende Stabilität mehr bietet.

Auch die Lage zur Seilebene spielt eine wichtige Rolle: Zweisträngige Ketten können sowohl parallel als auch 90° zur Seilebene angebracht werden. Unter der Seilebene soll jene Ebene verstanden werden, die durch das durchhängende Seil aufgespannt wird. Eine parallele Anordnung ist dann notwendig, wenn die Auslenkungen von 90° zur Seilebene angebrachten Ketten durch z.B. Seitenwind so groß werden können, dass ein Zusammenschlagen der Kettenelemente möglich wird.

Zusammenfassend können damit die Kettenkonfigurationen wie in Abbildung 7 ersichtlich zusammengefasst werden, wobei die Aufhängung mastseitig sowohl als 1-Punkt-Befestigung (zusätzlich angebrachter Abstandhalter mastseitig) als auch in Form einer 2- bzw. 3-Punkt-Befestigung (jeder Strang für sich am Ausleger befestigt) ausgeführt werden kann. Nur bei der V-Anordnung wird die 1-Punkt-Befestigung nicht verwendet.

Abstandhalter

Als Abstandhalter werden jene Elemente bezeichnet, die die einzelnen Isolatorstränge voneinander trennen. Diese Elemente variieren nach Anzahl der Leitungseile und einer gewünschten Dämpfungsfunktion. Es werden die Varianten nach Tabelle 4 unterschieden. Ihrer Kombinationsmöglichkeit entsprechend müssen alle

Abstandhaltervarianten in der Simulationssoftware berücksichtigt werden. Die geometrischen Abmessungen können der jeweiligen Zeichnung entnommen werden.

Verbindungsglieder und Blitzschutzarmaturen

In jeder Armatur (= die Gesamtheit aller Elemente vom Mastausleger bis zum Leitungsseil) finden sich die Verbindungen nach Tabelle 5, die mit entsprechenden Elementen realisiert werden. Angemerkt werden muss hierbei noch die große Produktvielfalt der Mosdorfer GmbH, deren Berücksichtigung bei der Anzahl der zu simulierenden Konfigurationen auf ein vertretbares Maß eingeschränkt werden muss.

Isolatoren

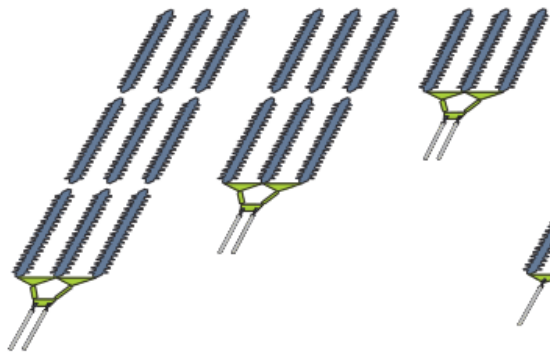
Bei den verwendeten Isolatoren handelt es sich in erster Linie um Langstabisolatoren aus keramischen Werkstoffen. Die üblichen Abmessungen werden nachfolgend angeführt:

- Strunkdurchmesser: 60/75/85/95/105/115 mm
- Länge: 1000 bis 1800mm (durchschnittlich 1250mm)
- Formen:
 - Wechselschirm (abwechselnd ein großer und ein kleiner Schirm, Kennzeichnung: WL (Wechsel-Langstab-Isolator))
 - Symmetrisch (gleiche Schirme, Kennzeichnung: L (Langstabisolator))

Weitere Daten wie genaue Abmessungen, Gewicht, etc. können dem jeweiligen Datenblatt für den Isolator entnommen werden.

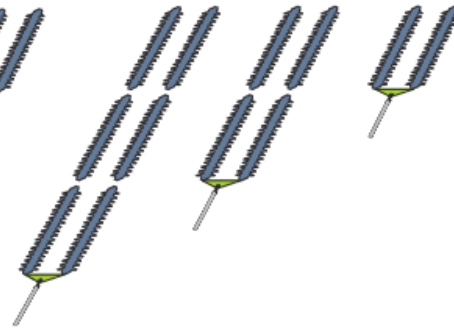
Dreisträngige Abspannketten (U)

dreigliedrig zweigliedrig eingliedrig



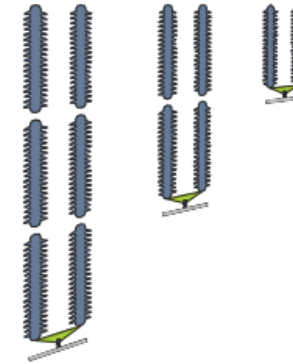
Zweisträngige Abspannketten (U)

dreigliedrig zweigliedrig eingliedrig



Zweisträngige Tragketten 0° zur Seilebene (U)

dreigliedrig zweigliedrig eingliedrig



Zweisträngige Tragketten (V)

dreigliedrig zweigliedrig eingliedrig



Zweisträngige Tragketten 90° zur Seilebene (U)

dreigliedrig zweigliedrig eingliedrig

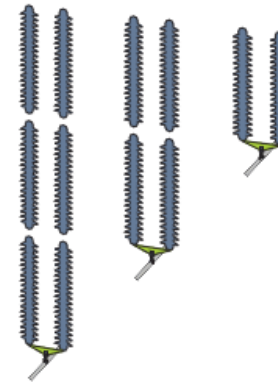


Abbildung 7: Kettenkonfigurationen

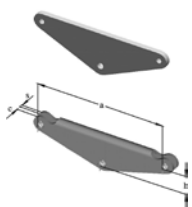
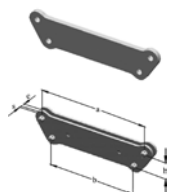




Abstandhalter	Bauform	Anzahl Seile	Kettenkonfiguration	Bild
Dreiecksabstandhalter	1-fache Platte 2-fache Platte	1,2	Doppelabspannkette Doppeltrangkette	
Trapezabstandshalter	1-fache Platte 2-fache Platte	2,3,4	Doppelabspannkette Doppeltrangkette	
Verschiebetapez	-	2	Dreisträngige Abspannkette	---
Platte 3er-Bündel	Platte	3	Doppeltrangkette	
Platte 4er-Bündel	Platte	4	Doppeltrangkette	
Mäanderabstandhalter dämpfend	-	2,4	Doppelabspannkette	
Dreieckabstandhalter dämpfend	2-fache Platte	1,2	Doppeltrangkette	

Tabelle 4: Abstandhalter



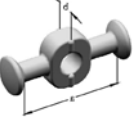

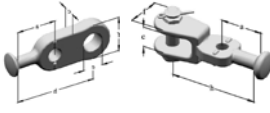

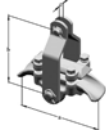
Verbindung	Bindeglied	Blitzschutz- armatur	Bild	
			Bindeglied	Schutz- armatur
Mastausleger - Isolator	Klöppel	Schutzring		
Isolator - Isolator	Doppelklöppel	Zwischen- armatur		
Isolator - Abstandhalter	Klöppel	Schutzring		
Abstandhalter - Leitungsseil	Tragklemme Doppeltragklemme	-		-

Tabelle 5: Bindeglieder und Schutzarmaturen

Leitungsseile

Je nach Auftrag werden von der Mosdorfer GmbH verschiedene Leitungsseile verwendet. Die Daten hierfür können dem jeweiligen Seildatenblatt entnommen werden, die (statischen) Zugkräfte der Seile, die die Isolatorenketten belasten, werden wie folgt angegeben: Bei jedem Auftrag der Mosdorfer GmbH ist es Aufgabe des Auftraggebers, entsprechend der Streckenführung der Starkstromleitung für jeden Masten die eingeleiteten Zugkräfte der Leitungsseile zu definieren, wobei drei Möglichkeiten zur Anwendung kommen (vgl. Tabelle 6, Abbildung 8 dient der Erklärung).

Variante	Angaben Auftraggeber	Errechnung der Zugkraft
A	F_H, F_V	$F_S = \sqrt{F_H^2 + F_V^2}$
B	F_H, α	$F_S = \frac{F_H}{\cos \alpha}$
C	F_V, α	$F_S = \frac{F_V}{\sin \alpha}$

Tabelle 6: Angaben zur Leitungsseilkraft

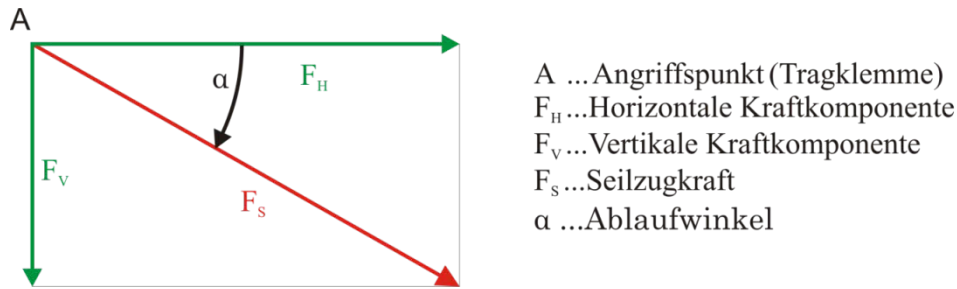


Abbildung 8: Seilkraftkomponenten

Die Einspannung der Seile wird bei Abspannketten durch Keilklemmen oder hexagonale Pressspannklemmen realisiert, bei Tragketten durch Klemmen, die ein Rutschen des Seiles verhindern.

Bei der Berechnung der Leiterzugkräfte sind nach EN 50341 2002, S.77 die verschiedenen möglichen Lastfälle zu unterscheiden (Regellastfall und Ausnahmslastfall). Der Regellastfall berücksichtigt das Eigengewicht der Leiter und die Regelzusatzlast nach EN 50341 2002, S.74, der Ausnahmslastfall das Leitereigengewicht und die Ausnahmszusatzlast (Eislast).

Für die zu berücksichtigenden Ausnahmszusatzlasten gilt [EN 50341 2002, S.74]:

- 5 kg/m bei 380 kV-Leitungen
- 4 kg/m bei 220 kV-Leitungen
- 3.5 kg/m bei 110 kV-Leitungen

Bezüglich der zu realisierenden Spannweiten (für die Erstellung eines Seilmodells wichtig) werden von der Mosdorfer GmbH folgende Daten angegeben:

- Horizontale Spannweiten zwischen zwei Masten: 350m bis 400m
- Vertikaler Höhenunterschied zwischen zwei Masten: 10m bis 15m

Gelenke

Die in einem Strang vorkommenden Gelenksarten definieren sich über die Beschaffenheit der zwei verbundenen Glieder. Zur Anwendung kommen dabei die Arten „Laschenverbindung“ und „Klöppelverbindung“. Für beide Varianten existiert jeweils eine Norm, die abhängig von der Nenngröße der jeweiligen Verbindung Angaben zu Geometrie, Bewegungsspielraum, Toleranzen, etc. enthält. Für Laschen und Gabeln muss bei der Modellbildung die Norm DIN 48074 (1990) und für Klöppel die Norm DIN IEC 120 (1984) berücksichtigt werden. Der Bewegungsspielraum bei Gabelverbindungen ist durch die Form der anschließenden Elemente gegeben.

Über Gleitreibungs- bzw. Haftreibungsbeiwerte sind keine Angaben vorhanden, es soll an dieser Stelle auf das Kapitel 4.4 verwiesen werden.

Dämpfungselemente

Dämpfungselemente stellen in einer Kettenkonfiguration jene Elemente dar, die im Fall einer Lastumlagerung kinetische Energie in Verformungsenergie umwandeln und so die Beschleunigungen der Isolatoren reduzieren. Damit werden auch die Spannungen in den Isolatoren verringert womit die Gefahr eines Sekundärbruches (Bruch der verbleibenden Kette(n)) sinkt. Die für die Simulation in erster Linie relevanten Formen sind:

- Omega-Dämpfungselement
- Mäander-Dämpfungselement
- Rohrscheibenkette mit Schraubenverbindungen.

Die Funktionsweise der einzelnen Elemente wird nachfolgend beschrieben:

Omega-Dämpfungselement

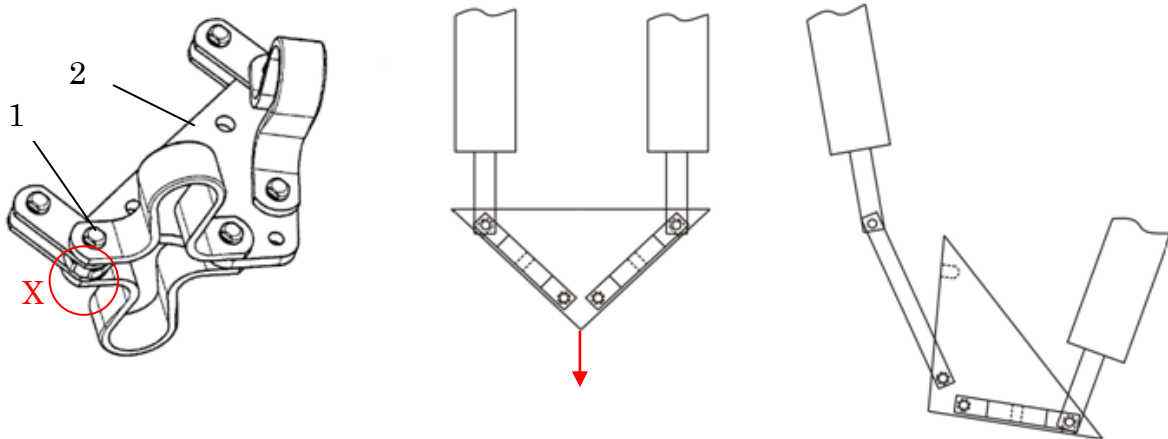


Abbildung 9: Omega Dämpfungselement

Wie in Abbildung 9 ersichtlich, werden an einem Abstandhalter (z.B. Dreieck) vier Omega-förmige Laschen angebracht. An der Stelle X kann der Bolzen 1 aus der Dreieck-Platte 2 herausgezogen werden, was beim Umlagerungsvorgang zu einer Streckung der Omega-Laschen führt. Die dabei in die Verformung eingehende kinetische Energie führt zum gewünschten Dämpfungseffekt. Die Anfangs- und Endposition ist dargestellt, die Seilkraft greift wie im mittleren Teil der Abbildung ersichtlich an.

Mäander-Dämpfungselement

Die Funktionsweise des Mäander-Dämpfungselements ähnelt sehr der des Omega-Elements. Im Falle einer Umlagerung kommt es auch hier zu einem Herausgleiten des Bolzens 1 aus dem Abstandhalter 2 (bei X), durch die Verformung (Streckung) der Mäanderlasche wird wieder kinetische Energie in Verformungsenergie umge-

setzt. Die Anfangs- und Endposition sowie die Richtungen der Seilkräfte sind auch hier dargestellt.

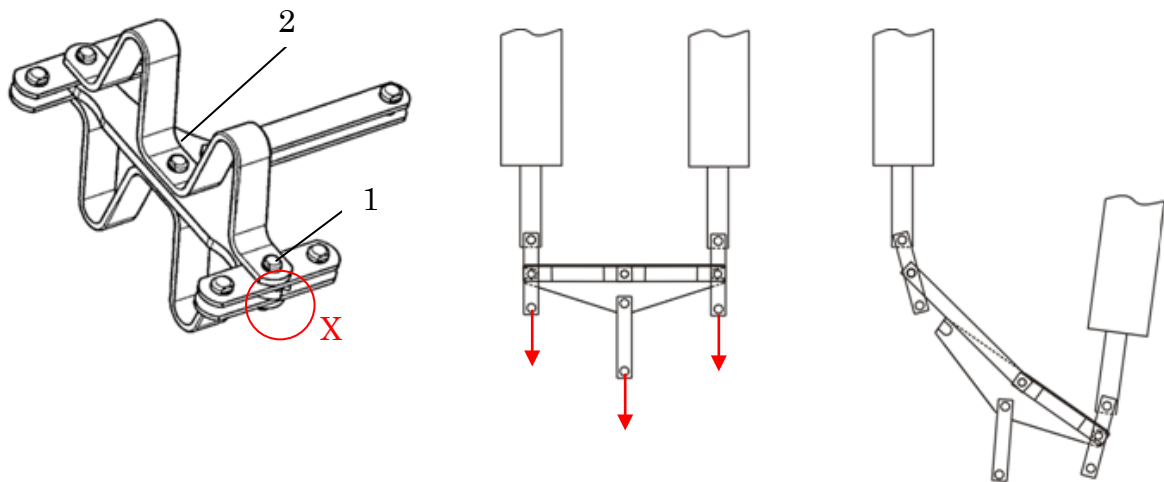


Abbildung 10: Mäander-Dämpfungselement

Rohrscheiben-Dämpfungselement

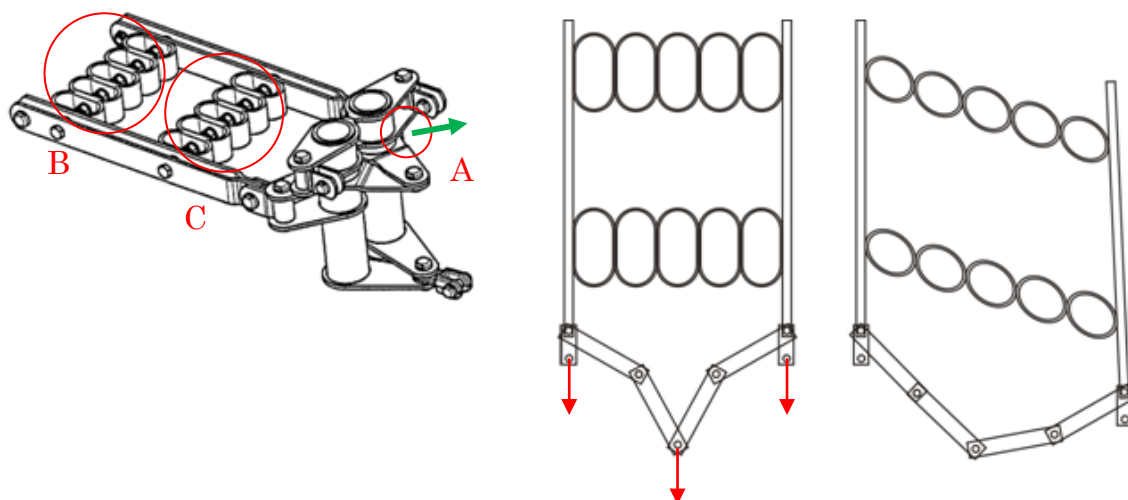


Abbildung 11: Rohrscheiben-Dämpfung

Wie schon in den beiden zuvor beschriebenen Varianten ist auch hier das Ziel des Dämpfungselements eine Umwandlung von kinetischer Energie in Verformungsenergie. Funktionsweise bei der Umlagerung (vgl. Abbildung 11):

- Durchschlagen des Abstandhalters bei A in Pfeilrichtung
- Streckung der gequetschten Rohrringe bei B und C

Materialkennwerte

Die bei einer Simulation zu verwendenden Eingabedaten bzgl. des Materials werden in nachfolgender Tabelle in Abhängigkeit vom jeweiligen Element angeführt:

Element \ Kennwert	Isolatoren	Platten und Laschen	Schmiedeteile	Seil
Material	Keramik	S355 (St50) S235 (St37)	C45	Stahl kombiniert mit Aluminium
E-Modul [N/mm ²]	77000	210000	215000	ca. 80000
Dichte [kg/m ³]	-	-	-	ca. 3500

Tabelle 7: Materialkennwerte

In Tabelle 7 sind nur die benötigten Angaben eingetragen, die bei variierenden Werkstoffen anzuwendenden genauen Kennwerte können aus den jeweiligen Datenblättern entnommen werden.

Aus den oben angeführten Materialkennwerten muss dem E-Modul des Seiles spezielles Augenmerk geschenkt werden: Der E-Modul eines Seiles kann nicht wie ein Materialkennwert bei z.B. einem Zugversuch an einem Stahlbolzen angegeben werden, da er eine nichtlineare, spannungs- und zeitabhängige Größe ist. Aus der Nichtlinearität folgt, dass der E-Modul in einem gewissen Bereich nur als mittlere Größe angegeben werden kann, im Rahmen dieser Arbeit soll die Größe aus dem Datenblatt des Seiles entnommen werden. [Kurth, Scheffler 1987, S.43]

Bruchablauf

Da der Erstbruch der Isolatoren an unterschiedlichen Stellen auftreten kann, sind bei jeder zu simulierenden Konfiguration verschiedene Ergebnismöglichkeiten für die Spannungen zu erwarten. Von diesen verschiedenen Möglichkeiten kommen jedoch nur jene in Frage, die die schlimmsten Folgen für den verbleibenden Isolatorstrang verursachen. Dazu gehören nach den bisherigen Erfahrungen aus Versuchen der Mosdorfer GmbH

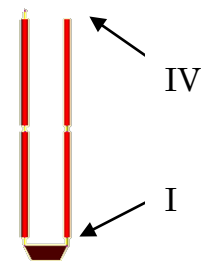


Abbildung 12:
Bruchstellen

- der Bruch direkt am Abstandhalter (die Spannungen im verbleibenden Strang sind am höchsten), Bezeichnung: I
- der Bruch am mastauslegerseitigen Ende (größte Gefahr für ein Zusammenschlagen der Isolatorstränge während des Umlagerungsvorganges), Bezeichnung: IV

Der von der Mosdorfer GmbH genannte zulässige Grenzwert der Dehnung bei einem Langstabisolator aus Keramik, gegen den dimensioniert wird beträgt etwa 800

$\mu\text{m/m}$ bei 1% Fraktile¹. Dies stimmt auch mit den Untersuchungen von Brandt, Hennische [1985, S.288] überein.

3.1.2 Ausgabedaten (funktionale Anforderungen II)

Die gewünschten Ausgabedaten seitens der Mosdorfer GmbH sollen wie folgt aussehen:

- Ausgabe der Normalkräfte in den Isolatoren zu jedem Diskretisierungsschritt beim Umlagerungsvorgang („Zuglängsstoß“)
- Ausgabe der aus der gesamten Normalspannung (Zugspannung plus Biegespannung) resultierenden Dehnung („Biegezuglängsdehnung“)
- Ausgabe der maximalen Normalkraft im betreffenden Isolator
- Ausgabe des Werts der maximalen Dehnung im betreffenden Isolator
- Grafischer Verlauf der oben genannten Ausgabedaten
- Plot der Isolatoren zu jedem Zeitpunkt der Umlagerung

Eine Speicherung der Daten für eine durchgeführte Simulation soll möglich sein.

3.1.3 Nicht funktionale Anforderungen

Die unter diesem Punkt aufgelisteten Anforderungen betreffen den generellen Aufbau des Programms bzw. rechtliche Voraussetzungen:

- Einfache Bedienbarkeit des Programms, im Besonderen soll keine einschlägige technische Vorbildung für die Benutzung notwendig sein
- Erstellung eines eigenständigen Programms ist von Vorteil, da weder die Bedienung eines weiteren Programms notwendig wäre noch zusätzliche Lizenzkosten anfallen würden
- Erweiterbarkeit des Programms mit neuen Elementen bzw. neuen Konfigurationen
- Einfache Möglichkeit der Wartung des Programms
- Keine Lizenzabgaben an Dritte

¹ Anm.: Fraktile ist die alte Bezeichnung für das in der Statistik verwendete p-Quantil. 1% Fraktile entspricht einem p-Quantil von 0.01.

3.1.4 Zusammenfassung Lastenheft

Die nachfolgende Zusammenfassung soll abschließend einen Überblick bezüglich der notwendigen Anforderungen an das zu erstellende Programm geben:

- Eingabedaten
 - Konfigurationen
 - Abspannketten 2- und 3-strängig
 - Tragketten 0° gedreht zur Seilebene 2-strängig
 - Tragketten 90° gedreht zur Seilebene 2-strängig
 - Isolatoren: Einfache, doppelte oder dreifache Serienanordnung je Strang
 - Abstandhalter
 - Dreieck (Platte, doppelte Platte)
 - Trapez (Platte, doppelte Platte)
 - Platte 3er-Bündel
 - Platte 4er-Bündel
 - Verschiebetrapez
 - Dämpfende Abstandhalter
 - Bindeglieder
 - Klöppel
 - Laschen bzw. Gabeln
 - Dämpfungsglieder
 - Omega
 - Mäander
 - Rohrscheiben
 - Gelenke
 - Modellierung Bewegungsspielraum
 - Widerstandsmoment bei Anschlag
 - Bruchstelle
 - wählbar
 - Mindestanforderungen: Bruchstelle I und IV
 - Seil
 - Möglichkeit der Berücksichtigung von Zusatzlasten (Eis z.B.)
 - Eingabe in das Simulationsprogramm durch eine Kombination der Werte F_H , F_V und α
- Ausgabedaten
 - Normalkräfte
 - Biegezuglängsdehnungen
 - Grafische Visualisierung
 - Plot der Isolatoren und Zusatzelemente während des Umlagerungsvorganges

- Sonstiges
 - Benutzerfreundlichkeit
 - Eigenständiges Programm
 - Keine Lizenzabgaben an Dritte

3.2 Pflichtenheft

Die im Lastenheft ermittelten Anforderungen sollen nun bezüglich der Art ihrer Realisierung untersucht werden. Es stellt sich an dieser Stelle die Frage nach dem „Wie“, also den Lösungswegen [VDI 2519 2001, S.3]. Um den in der Erstellung des Lastenheftes verfolgten roten Faden fortzusetzen, wird bei der Behandlung der einzelnen Punkte die gleiche Reihenfolge wie im Lastenheft verwendet.

3.2.1 Realisierung der funktionalen Anforderungen I

Die einzelnen Eingabeanforderungen sollen wie folgt erfüllt werden:

Kettenkonfigurationen

Um alle Kettenkonfigurationen abdecken zu können, muss für jede Anordnung ein Modell erstellt werden. Da die Funktion als Trag- oder Abspannkette der jeweiligen Konfiguration nur von der Belastung am Abstandhalter, also den eingeleiteten Seilkräften, abhängt, reduziert sich die Zahl der Modelle auf neun.

Diese sind in Tabelle 8 angeführt:

Anordnung	Stränge	Isolatoren je Strang
U	2-strängig	1
		2
		3
	3-strängig	1
		2
		3
V	2-strängig	1
		2
		3

Tabelle 8: Modelle für Isolatorketten

An dieser Stelle muss noch angemerkt werden, dass in Tabelle 8 nur die Anordnung der Isolatoren berücksichtigt wurde. Wenn man zusätzlich noch die unterschiedliche Geometrie der Abstandhalter miteinbezieht, erhöht sich die Anzahl der zu erstellenden Modelle für die angedachte Simulationssoftware deutlich.

Abstandhalter, Isolatoren, Bindeglieder (Gabeln, Klöppel)

Um eine adäquate Bedienung des Programms zu erreichen, werden an dieser Stelle zwei Möglichkeiten zur Definition der notwendigen Parameter der einzelnen Elemente vorgeschlagen.

Variante 1

Für jedes Element (gleichgültig, ob Isolator, Abstandhalter oder Bindeglied) wird ein entsprechender Datensatz in einer Datenbank abgelegt, der bei Auswahl automatisch in die Simulation übernommen wird. Dabei muss für jedes Element auch eine eindeutige Identifizierung (z.B. durch Produkt-ID) möglich sein.

Variante 2

Für jede Elementart wird im Zuge der Programmerstellung eine Grundform erstellt, bei Auswahl dieser müssen dann noch die zur eindeutigen Bestimmung der Geometrie notwendigen Daten eingegeben werden. Tabelle 9 zeigt eine Auswahl an Grundformen mit der zugehörigen minimalen Anzahl an Parametern zur eindeutigen Identifikation.

Element	Grundform	Parameter
Abstandhalter	Dreieck (gleichschenkelig)	a,h,d,m,l ₁ ,l ₂ ,l ₃
	Trapez (symmetrisch)	a,b,h,d,m,l ₁ ,l ₂ ,l ₃ ,l ₄
Isolator	Stab	l,r,m
Verbindungselemente	Stab	l,r,m

Tabelle 9: Eingabeparameter

Die Bedeutung der Parameter in obiger Tabelle kann Abbildung 13 entnommen werden.

Die oben getroffene Auswahl erhebt nicht den Anspruch auf Vollständigkeit, sie muss bei der Wahl dieser Variante für die Eingabe der Daten auf alle vorhandenen Grundformen ergänzt werden. Hierbei soll angemerkt werden, dass die schon bei einfachen Grundformen nicht zu vernachlässigende Zahl an Parametern bei komplizierteren Formen noch stark ansteigt, was eine aufwändigere Bedienung durch den Benutzer nach sich zieht.

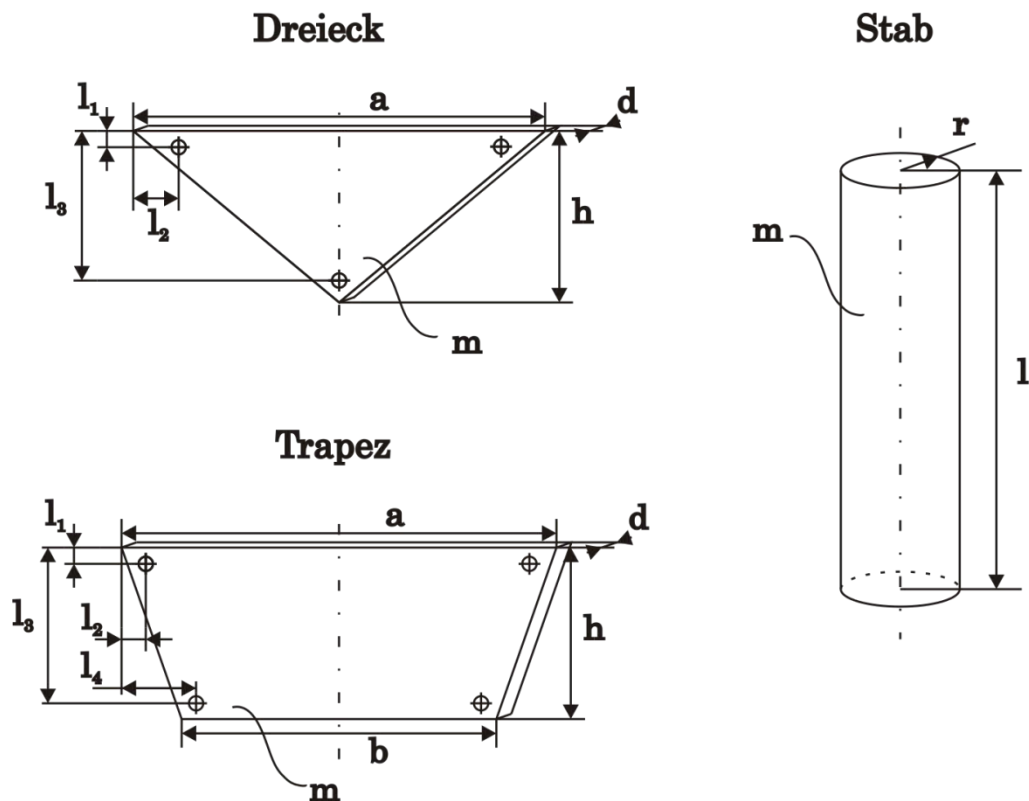


Abbildung 13: Parameterbezeichnungen

Blitzschutzarmaturen

Die Einbindung der Blitzschutzarmaturen in das jeweilige Modell erfolgt durch eine starre Kopplung mit dem Klöppel bzw. der Gabel, auf dem die Armatur befestigt ist. Für die Eingabe der Daten werden drei Möglichkeiten aufgezeigt:

Variante 1

Diese Variante deckt sich mit der ersten Variante des vorhergehenden Unterpunktes (Datenbank).

Variante 2

Siehe vorhergehender Unterpunkt, die Grundform der Blitzschutzarmatur kombiniert mit den relevanten Parametern definiert das Element.

Variante 3

Die für das Modell notwendigen Parameter werden schon bei Eingabe des tragenden Verbindungsgliedes berücksichtigt, d.h., dass Blitzschutzarmatur und Klöppel bzw. Gabel einen Körper darstellen. Die Schutzarmatur muss dabei folgerichtig im Massenträgheitsmoment berücksichtigt werden, die Geometriedaten müssen für die grafische Darstellung des Umlagerungsvorganges eingegeben werden.

Seilkräfte

Für die Modellbildung der Seilkräfte stehen verschiedene Möglichkeiten zur Verfügung:

- Mathematisches Modell der schwingenden Saite
- Modellbildung als Masse-Feder-Dämpfer-System (verschiedene Ansätze)
- FEM-Modell

In einem ersten Testmodell im Rahmen dieser Vorstudie wird erstere angewandt, an dieser Stelle soll auf das Kapitel 3.4 verwiesen werden. Die spezielle Studie dieses Problems ist Thema einer Dissertation, die im Rahmen des Hauptprojektes entstehen soll.

Die bei der Verwendung der mathematischen Gleichung für die schwingende Saite notwendigen Daten des Seiles sind

- die Querschnittsfläche
- die Dichte
- der E-Modul

Zusätzlich wird noch die statische Zugkraft des Seiles als Eingabeparameter vorgesehen, die verschiedenen Möglichkeiten wurden schon im Lastenheft beschrieben (vgl. Kap 3.1.1).

Für die Daten des Seiles bietet sich alternativ wieder eine Speicherung der verschiedenen Seile in einer Datenbank an, bei Auswahl werden dann die Daten automatisch geladen.

Gelenke

Die notwendigen Parameter für jedes Gelenk sind:

- Anschlagswinkel (positiver und negativer Wert)
- Haftreibungsbeiwert
- Gleitreibungsbeiwert

Zusätzlich soll noch eine mögliche Energiedissipation durch Verformung in Betracht gezogen werden, was entweder in Form einer Kennlinie oder einer mathematischen Funktion realisierbar ist.

Um auch an dieser Stelle die Benutzerfreundlichkeit des Programms zu berücksichtigen, liegt die Zusammenlegung gleichartiger Gelenksverbindungen (z.B. alle Klöppel-Isolator Verbindungen, etc.) nahe.

Wird noch einen Schritt weiter vorausgedacht, kann man auch die automatische Festlegung der Anschlagswerte, die ja durch die Geometrie der bildenden Elemente bestimmt werden, in Betracht ziehen. Anhaltspunkte sind hier die verwendeten Normen (z.B. für Klöppel-Isolator Verbindungen).

Die Vorteile einer solchen Vorgangsweise sollen anhand des Beispiels einer zweigliedrigen Doppeltragkette mit Bruchstelle I gezeigt werden, wobei für jede Verbindung zwei Anschlagswerte sowie Haft- und Gleitreibungskoeffizienten eingegeben werden:

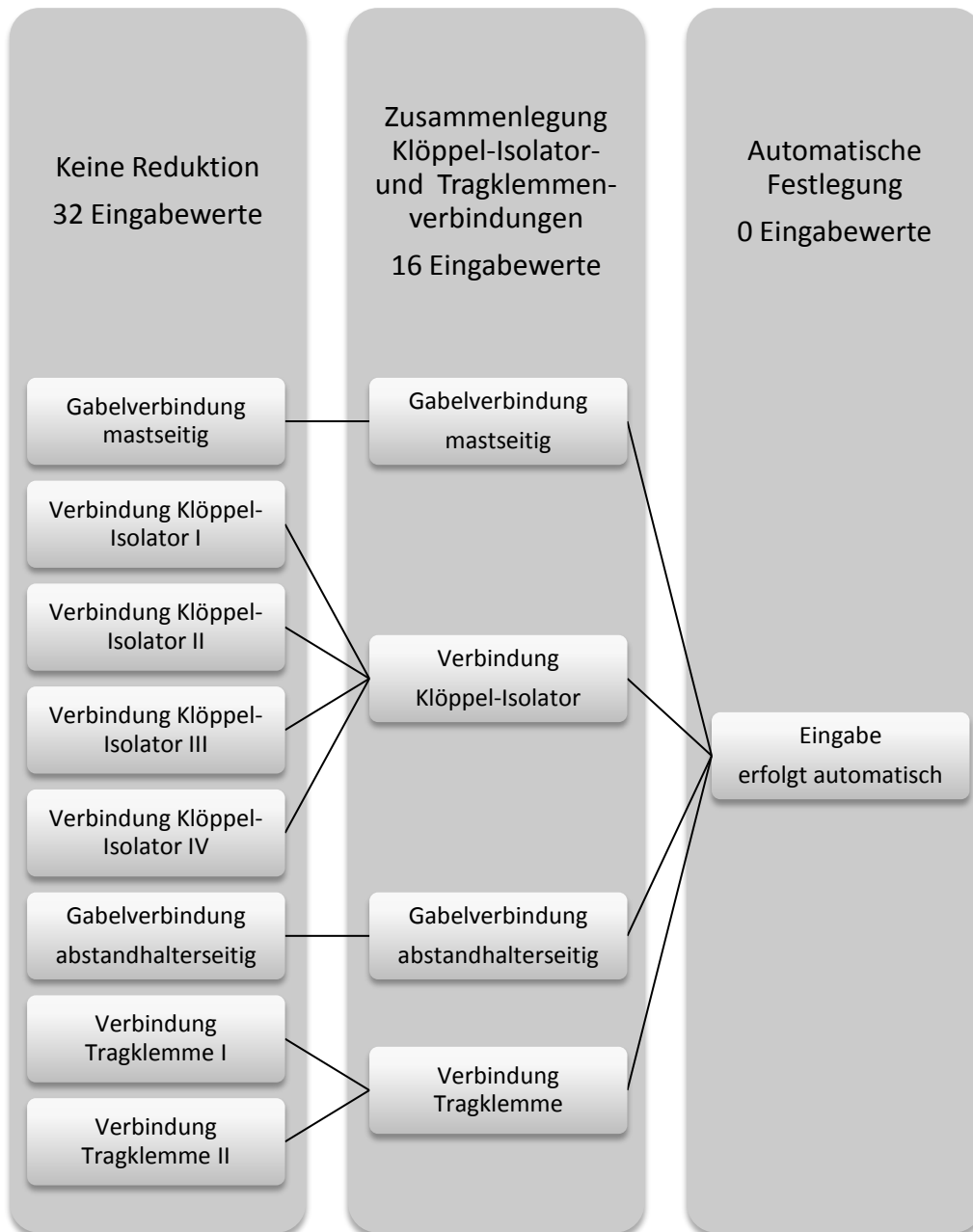


Abbildung 14: Eingabevarianten Gelenke

Dämpfungselemente

Die Simulation unter dem Einfluss der Dämpfungselemente kann nur nach Bestimmung der Dämpfungswirkung der einzelnen Elemente realisiert werden. Die notwendige Bestimmung der Kennlinien stellt eine Aufgabe für ein mögliches Fol-

geprojektiert dar, als Hilfsmittel sind hier Finite-Elemente-Programme (FEM) oder Versuche an realen Objekten angedacht.

Bruchablauf

Die Auswahl der gewünschten Bruchstelle erfolgt über das Eingabefenster, die dahinter ablaufenden Aufrufe der Modelle betreffen den Benutzer nicht. Im Folgeprojekt wäre festzulegen, ob die Bruchstellen auf Stelle I und IV beschränkt werden oder ob eine freie Wahl der Bruchstelle im betreffenden Strang erfolgen soll.

3.2.2 Realisierung der funktionalen Anforderungen II

Die Werte der Versuchsdaten, der zeitpunktabhängigen Maximalwerte (sowohl lokal in jedem Isolator als auch global in der gesamten Kette) und der Grafiken sollen als Microsoft-Excel-Datei ausgegeben werden.

Für die Erstellung der Video-Dateien (Plots) wird ein gängiges Format vorgeschlagen, das z.B. mit Windows-Media-Player abgespielt werden kann.

3.2.3 Realisierung der nicht funktionalen Anforderungen

Bedienbarkeit

Um eine bedienerfreundliche Benutzung zu gewährleisten, ist ein wichtiges Ziel die Reduktion der notwendigen Eingabedaten auf ein Minimum. Mögliche Lösungsansätze für das Erreichen dieses Ziels wurden in den vorangegangenen Punkten bereits dargestellt. Beispielhaft soll hier eine Abgrenzung zum vorhandenen Software-Produkt in der Form dargestellt werden, dass die Berechnung des Massenträgheitsmoments für jedes Element entfällt, wodurch die einschlägige technische Vorbildung des Benutzers nicht notwendig ist und wesentlicher Aufwand eingespart wird.

Zur Erstellung der Benutzeroberfläche bieten sich Tools wie MATLAB GUIDE oder MS Visual Studio an.

Eigenständiges Programm

Zur Realisierung dieser Vorgabe soll aus einem der beiden zu diesem Zweck getesteten Simulationsprogramme MATLAB Simulink mit Toolbox SimMechanics bzw. ITI SimulationX eine Datei mit der Programmiersprache C für jedes Modell erzeugt werden. Die Übergabe der Eingabedaten und die Auswahl der entsprechenden Datei erfolgt über ein darüber liegendes Programm („Dachprogramm“), eine Möglichkeit bietet hier MS Visual Studio. Unter MATLAB könnte dieser Vorgang entfallen, hier gibt es die Variante über die schon erwähnte Benutzeroberflächengenerierung GUIDE. Mit der erwähnten Vorgangsweise entfällt die Notwendigkeit des Lizenz-

erwerbs bezüglich einer der beiden Simulationsprogramme für die Mosdorfer GmbH.

Erweiterbarkeit

Der Aufbau in Form von Datenbanken für die einzelnen Elemente und Modellkonfigurationen soll die Erweiterung bei Hinzukommen neuer Modelle bzw. Elemente ermöglichen.

3.2.4 Zusammenfassung Pflichtenheft

Die folgende Zusammenfassung gibt einen kurzen Überblick über die Realisierung der Anforderungen:

- Konfigurationen
 - U-Anordnung
 - Zweisträngig; 1, 2 oder 3 Isolatoren je Strang
 - Dreisträngig; 1, 2 oder 3 Isolatoren je Strang
 - V-Anordnung
 - Zweisträngig; 1, 2 oder 3 Isolatoren je Strang
- Abstandhalter, Isolatoren, Verbindungselemente
 - Variante „Datenbank“
 - Variante „Grundformen plus Eingabeparameter“
- Blitzschutzarmaturen
 - Variante „Datenbank“
 - Variante „Grundform plus Eingabeparameter“
 - Variante „Berücksichtigung bei Dateneingabe der Verbindungsglieder“
- Seilkräfte
 - Saitengleichung
 - Feder-Massen-Dämpfer-Modell
 - FEM-Modell
- Gelenke
 - Variante „Eingabe der Parameter für jedes Gelenk“
 - Variante „Zusammenfassen gleichartiger Gelenke“
 - Variante „Automatische Definition der Parameter bei Erstellung der Gelenksverbindung“
- Dämpfungselemente
 - Bestimmung der Kennlinien mit FEM Software
 - Bestimmung der Kennlinien über Versuche
- Bruchablauf
 - Wahl der Bruchstelle I oder IV
 - Freie Wahl der Bruchstelle
- Ausgabedaten
 - Spannungen, Normalkräfte, Grafiken: MS Excel
 - Plot der Umlagerung: Video-Datei in gängigem Format

- Bedienbarkeit
 - Reduktion der Eingabeparameter auf ein Minimum
 - Oberfläche: MATLAB GUIDE oder MS Visual Studio
- Eigenständiges Programm
 - C-Code Generierung mit MATLAB oder ITI SimulationX
- Erweiterbarkeit
 - Datenbank
 - Modelle
 - Elemente
 - Seilarten

3.3 Das physikalische Modell

Thema dieses Kapitels ist einerseits die Definition der verwendeten Begriffe und Bezeichnungen, andererseits werden die getroffenen Modellannahmen erläutert, die die Grundlage des darauf folgenden mathematischen Modells bilden.

3.3.1 Begriffe und Definitionen

Um in dieser Arbeit und auch in der folgenden Hauptstudie Klarheit in die verwendeten Bezeichnungen zu bringen, werden im Folgenden alle Symbole, Begriffe und Indizes erklärt, man vergleiche auch mit Abbildung 15.

Die in der Mosdorfer GmbH gebräuchliche Bezeichnung für Isolatorenketten beinhaltet die Begriffe

- *Glieder* für die Anzahl der Isolatoren pro Kette
- *Doppelkette* bzw. *Dreifachkette* für die Anzahl der Stränge
- *Tragkette* bzw. *Abspannkette* für die Lage der Kette

Somit besteht eine „zweigliedrige Doppelabspannkette“ aus zwei Strängen mit je zwei Isolatoren, die Seilkraft wird in Strangrichtung eingeleitet.

Eine allgemeine Aufteilung der gesamten Abspann- bzw. Tragkette erfolgt in

- *Kettenarmatur* (alle Elemente von der mastauslegerseitigen Aufhängung bis zum Abstandhalter)
- *Seilarmatur* (alle Elemente vom Abstandhalter bis zum Leiterseil)

Die Kettenarmatur besteht damit aus den jeweiligen Verbindungsgliedern (Klöppel oder Gabel) und den Isolatoren. Die Seilarmatur beinhaltet den Abstandhalter und die Tragklemmen, die das Seil führen.

Für die einzelnen Elemente werden folgende Bezeichnungen verwendet:

Element	Bezeichnung
D	Distanzhalter (Abstandhalter)
I	Isolator
V	Verbindungsglied
G	Gelenk
T	Tragklemme
S	Seil
B	Blitzschutzarmatur

Tabelle 10: Bezeichnungen

Indizes

Da bis auf den Abstandhalter jedes Element entsprechend der Konfiguration mehrfach vorhanden ist, werden jeder Elementbezeichnung Indizes hinzugefügt. Eine Übersicht gibt Tabelle 11.

Element	Index		Beispiel	Erklärung
	Position 1	Position 2		
D	-	-	D	Abstandhalter
I	Seite (A oder B)	Nummerierung gleichartiger Elemente 1...i, vom Abstandhalter beginnend Richtung Mastausleger	I _{A2}	Zweiter Isolator nach dem Abstandhalter im intakten Strang (A)
V	Seite (A oder B)	Nummerierung gleichartiger Elemente 1...i, vom Abstandhalter beginnend Richtung Mastausleger	V _{B1}	Erstes Verbindungsglied nach dem Abstandhalter im gebrochenen Strang
B	Seite (A oder B)	Bezeichnung des tragenden Elements (ohne A bzw. B)	B _{AV2}	Blitzschutzring im intakten Strang auf Verbindungsglied V _{A2}
G	Seite (A oder B)	Bezeichnung des darunterliegenden Elements (ohne A bzw. B)	G _{AI1}	Gelenk im intakten Strang, I _{A1} liegt darunter, V _{A2} liegt darüber
T	Seite (A oder B)	Lage (o oder u)	T _{Ao}	Obere Tragklemme auf der Seite des intakten Stranges
S	Seite (A oder B)	Lage (o oder u)	S _{Bu}	Unteres Seil auf der Seite des gebrochenen Stranges
φ	Seite (A oder B)	Bezeichnung des drehenden Elements (ohne A bzw. B)	φ _{AI2}	Winkelauslenkung des zweiten Isolators nach dem Abstandhalter auf der Seite des intakten Stranges

Tabelle 11: Indizes

Unter der Seite A wird der intakt bleibende Strang verstanden, unter der Seite B der gebrochene (Erstbruch). Oben bezeichnet die dem Mastausleger nähere Position, unten die dem Seil nähere.

Die Winkel der einzelnen Elemente werden immer von der z-Achse zur x-Achse drehend positiv gemessen, die Bezeichnung erfolgt durch den griechischen Buchstaben φ mit einem Index nach Tabelle 11. Eine Ausnahme gilt für die Winkel der Tragklemmen, die mit dem griechischen Buchstaben β bezeichnet werden (Index wie der des Seiles). Der Grund liegt darin, dass die Winkelgeschwindigkeit der Tragklemmen direkt in das mathematische Modell der gespannten Saite eingeht, hier gilt es, eine deutliche Abgrenzung zu den Winkelauslenkungen der restlichen Elemente herzustellen.

Die Positionen der Bruchstellen I und IV sind in Abbildung 12 ersichtlich.

Der Seilabgangswinkel wird bei Tragketten mit dem griechischen Buchstaben α bezeichnet, der Index ist gleich wie der des Seiles. Die Messung erfolgt von der Horizontalen, siehe auch Abbildung 8. Für die Seilkräfte werden die Bezeichnungen F_H , F_V und F_S verwendet wie schon in Abbildung 8 gezeigt.

Abbildung 15 zeigt einen Überblick über die oben erklärten Begriffs- und Bezeichnungsbestimmungen, die Blitzschutzarmaturen wurden aus Gründen der Übersichtlichkeit nicht eingezeichnet.

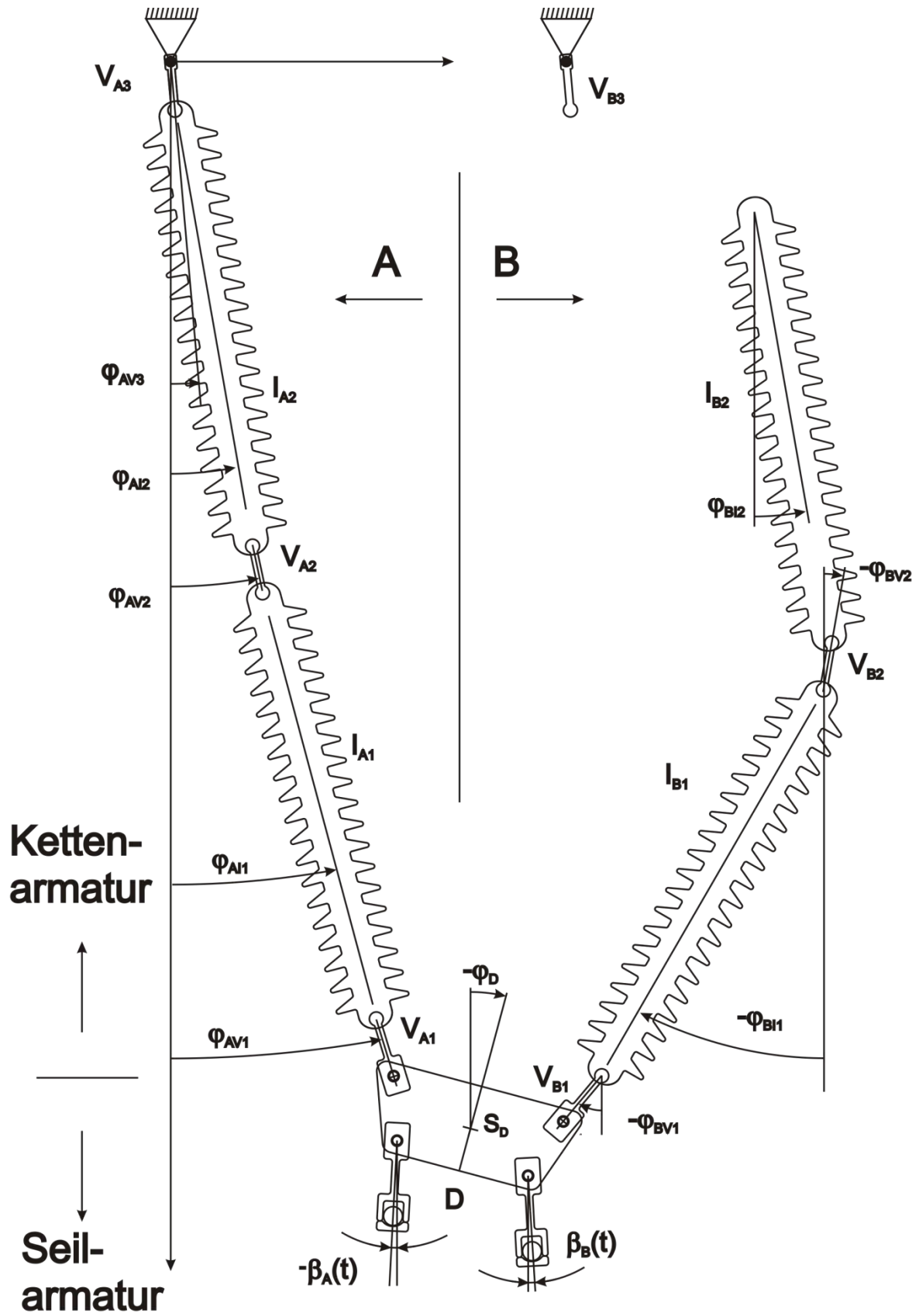


Abbildung 15: Übersicht über die Bezeichnungen des physikalischen Modells

3.3.2 Modellannahmen

Die im Rahmen dieser Arbeit erstellten Modelle dienen einem ersten Test bezüglich der Realisierung des Folgeprojekts. Ziel ist es, zu einer Aufwandsabschätzung zu gelangen, Problemgebiete abzustecken und einen Vergleich mit Messungen aus Versuchen durchzuführen. Aus diesen Gründen wird eine einfache Konfiguration als Modell abgebildet und die Simulation durchgeführt. Dabei wird an die Literatur zu diesem Thema angeknüpft, wobei aber in Hagedorn, Idelberger und Möcks [1980] und Müller [1991] angenommene Vereinfachungen weggelassen werden. Damit soll die Simulation genauere Ergebnisse liefern bzw. sichergestellt werden, welche Vereinfachungen zulässig sind.

Im Folgenden gilt es nun, von der realen Situation ein sinnvolles Modell abzuleiten, wobei im ersten Schritt auf schon angewandte Modellannahmen zurückgegriffen wird [Hagedorn, Idelberger, Möcks 1980, S.110]:

- Simulation des Umlagerungsvorganges als ebenes Problem, d.h., die Isolatorenketten spannen jene Ebene auf, in der sich der Umlagerungsvorgang abspielt.
- Modellierung der Isolatoren als starre, homogene Stäbe
- Modellierung des Abstandhalters als starre, homogene Scheibe
- Modellierung des Seiles als schwingende Saite (Saitengleichung)
- Unendliche Länge des Seiles (keine Rückwirkung von reflektierten Seilwellen)
- Annahme eines einachsigen Spannungszustandes (Zugspannung und Biegespannung)
- Vernachlässigung der Kerbwirkung in den Isolatoren

Die Erweiterung dieses Modells nach Müller [1991, S.572] bzw. Müller [1992, S.587] berücksichtigt den Einfluss der Schwerkraft und der Anschläge, vernachlässigt allerdings den der Reibung, der bei den teilweise sehr hohen Seilzugkräften gegeben ist. Damit ergeben sich die weiteren Vereinfachungen mit

- Vernachlässigung der Energiedissipation durch Verformung in den Gelenken
- Modellierung der Anschläge als lineare Zunahme des Rückstellmoments über der Winkelauslenkung bei Erreichen des Anschlags
- Kettenbruch an den Stellen I und IV

Hier soll noch angemerkt werden, dass die zu erwartende Energiedissipation durch Verformung bei Erreichen des Anschlags in einem der erstellten Modelle (ITI SimulationX) als Dämpfung im Gelenk abgebildet wurde (vgl. Kap. 4.4.3).

Die Vereinfachung „Reibungsfreie Gelenke“ wurde in der vorliegenden Arbeit nicht getroffen. Wie die Ergebnisse zeigen, hat die Reibung auch tatsächlich entscheidenden Einfluss, man vergleiche Kapitel 4.4.

3.4 Das mathematische Modell

Ausgehend von den Modellannahmen unter Punkt 3.3.2 soll jetzt am Beispiel der später simulierten Konfiguration „Zweigliedrige Doppeltrangkette 90° zur Seilebene“ eine mathematische Beschreibung erfolgen. Die prinzipielle Vorgangsweise haben schon Hagedorn, Idelberger und Möcks [1980, S.110ff] beschrieben, allerdings mit starken Vereinfachungen (keine Berücksichtigung des Ketteneigengewichts, Vernachlässigung der Verbindungselemente, Vernachlässigung der Reibung, etc.). Die Behandlung des Problems durch Müller [1991, S.572ff] und Müller [1992, S.587ff] verbesserte die Beschreibung wesentlich, hier wurde im Speziellen eine sehr allgemeine Formulierung forciert. Das Problem der Reibung wurde auch hier nicht behandelt, es soll im Rahmen dieses Kapitels näher betrachtet werden.

Die Erstellung des mathematischen Modells für die konkret behandelte Kettenkonfiguration wird mit Hilfe der Lagrange Gleichungen aufgestellt, einem Prinzip der Mechanik, das besonders im Hinblick auf Mehrkörpersysteme (MKS) gerne angewandt wird.

3.4.1 Bezeichnungen und Nummerierung

Die im Rahmen des vorigen Kapitels aufgestellte Nomenklatur für die einzelnen Elemente wurde vor allem im Hinblick auf die Modellierung in MATLAB und ITI SimulationX erstellt. Für die mathematische Beschreibung, in der die Summenbildungen mit einem Index über die Kettenelemente notwendig sind, ist diese Bezeichnungsdefinition nicht zielführend. Aus diesem Grund soll für das mathematische Modell eine andere Nummerierung verwendet werden, ersichtlich in Abbildung 16. Wesentliche Unterschiede sind

- die Nummerierung der Elemente im intakten Strang von $i = 1$ bis 8
- die Nummerierung der Elemente im gebrochenen Strang kann entfallen, da die Bruchstelle I angenommen wird
- die Einführung der geometrischen Hilfsgrößen $c_1, c_2, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ am Abstandhalter
- die Bezeichnung l_i für die Länge des Elements (Isolatoren, Verbindungselemente)
- die Bezeichnung s_i für die Schwerpunktabstände vom darüber liegenden Gelenk bei allen Elementen

Ebenfalls in Abbildung 16 eingezeichnet sind die Ortsvektoren \vec{r}_i zu den Elementschwerpunkten, wobei i wieder die Nummer des jeweiligen Elements ist, sowie die Vektoren zu den angreifenden Seilkräften \vec{r}_A und \vec{r}_B .

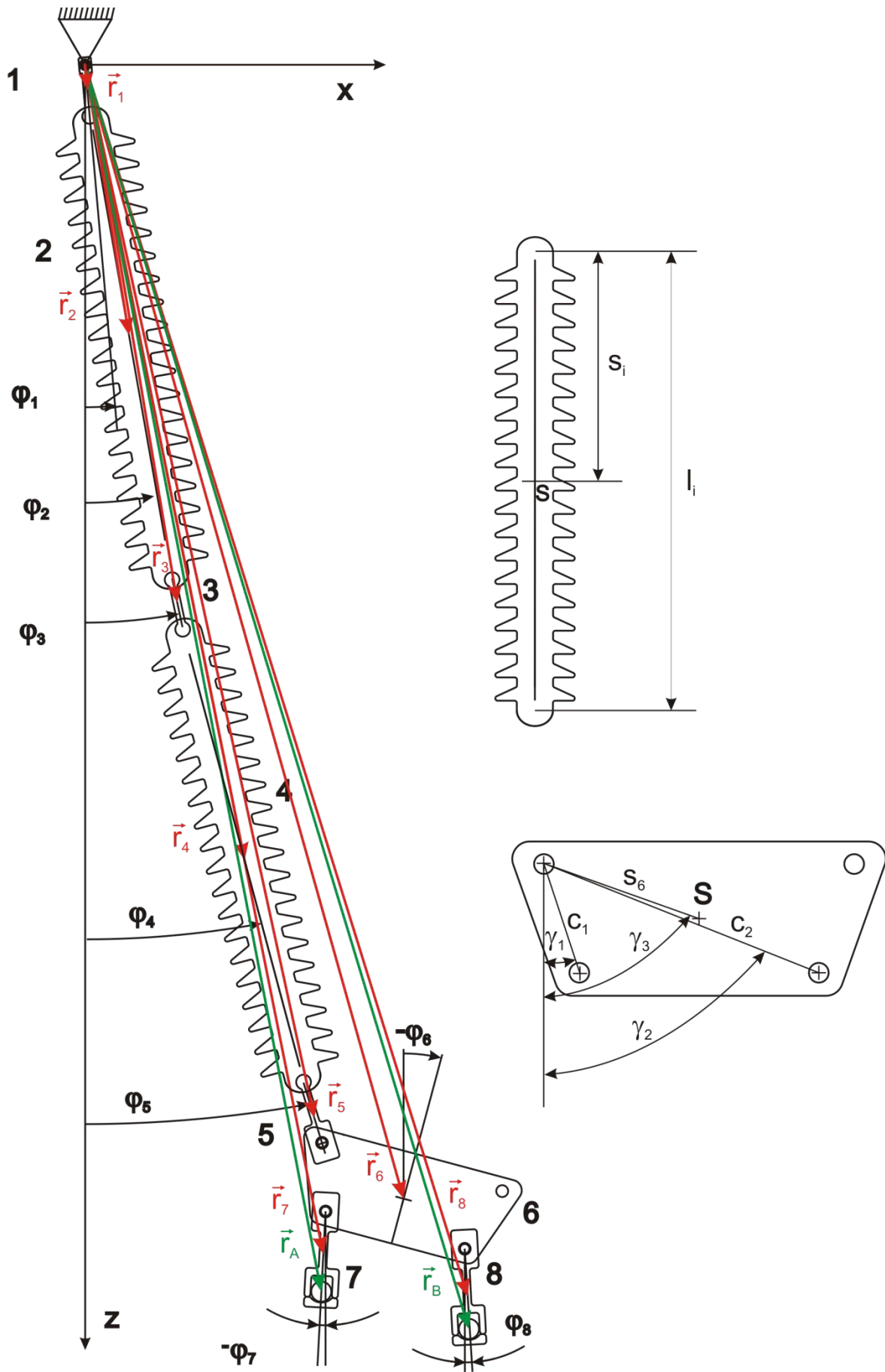


Abbildung 16: Skizze zum mathematischen Modell

3.4.2 Anwendung der Lagrange-Gleichungen auf das Modell

Die Anwendung der Lagrange-Gleichungen auf mechanische Mehrkörpersysteme beinhaltet den Vorteil, dass beim Erstellen sofort eine Reduktion auf ein Minimum an Gleichungen stattfindet, die zur Beschreibung notwendig sind. Während man bei Verwendung der Newtonschen Grundgesetze immer Bewegungsgleichungen erhält, in denen alle angreifenden Kräfte einschließlich der Zwangskräfte vorkommen, wird durch die Anwendung des Lagrange-Formalismus ein Gleichungssystem erstellt, das die Zwangskräfte nicht mehr enthält. Dies ist dann von Vorteil, wenn Informationen über die Zwangskräfte nicht benötigt werden. Durch die eliminierten Zwangskräfte reduziert sich das Gleichungssystem auf eine Anzahl, die der Zahl der unabhängigen Koordinaten des Systems entspricht. [Gross et al. 2006, S.196ff]

Die Lagrange Gleichungen 2. Art lauten [in Anlehnung an Gross et al. 2006, S.203]

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i \quad (3.1)$$

wobei T die kinetische Energie, q_i die generalisierten Koordinaten und Q_i die generalisierten Kräfte sind.

Um einen Überblick über die Aufstellung der Gleichungen zu geben, sind die folgenden Arbeitsschritte kurz aufgezählt:

1. Bestimmung der Freiheitsgrade des Systems unter Ermittlung der Zwangsbedingungen zur Reduktion der generalisierten Koordinaten
2. Erstellen der Ortsvektoren zum jeweiligen Elementschwerpunkt
3. Aufstellen der kinetischen Energie des Systems
4. Ermittlung der linken Seite der Lagrange-Gleichung durch Ableiten
5. Bestimmung der generalisierten Kräfte
 - a. Seilkräfte
 - b. Gewichtskräfte
 - c. Reibungskräfte
 - d. Rückstellkräfte durch Anschläge
6. Aufstellen der gesamten Lagrange-Gleichung und Umformen

3.4.2.1 Bestimmung der Freiheitsgrade

Die Einschränkung des Lastumlagerungsvorganges auf ein ebenes Problem (2D-Anordnung) ergibt [Gross et al. 2006, S.83]

$$n = 2N - k \quad (3.2)$$

Freiheitsgrade, wobei N die Anzahl der Massenpunkte darstellt und k die holonomen Zwangsbedingungen. Da acht Elemente in der untersuchten Konfigura-

tion vorhanden sind, beträgt $N = 8$. Für die Ermittlung der k Zwangsbedingungen muss an dieser Stelle Grundlegendes zu diesem Thema angeführt werden: Unter holonomen Zwangsbedingungen versteht man Gleichungen der Form

$$g(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_i, t) = 0 \quad (3.3)$$

wobei \vec{r}_i die Ortsvektoren zu den Elementen sind (bevorzugt zu den Massenschwerpunkten, das erleichtert die spätere Rechnung). Wichtig hierbei ist, dass in den Gleichungen keine zeitlichen Ableitungen der Ortsvektoren vorkommen dürfen, da sonst die Zwangsbedingung nicht mehr holonom ist. Eine weitere Unterscheidung der holonomen Zwangsbedingungen erfolgt bezüglich der Zeit: Kommt die Zeit in der Gleichung explizit vor, wird der Begriff rheonom verwendet, ansonsten handelt es sich um eine skleronome Zwangsbedingung. [Husty et al. 1997, S.529]

Im vorliegenden Fall können die Zwangsbedingungen wie folgt formuliert werden, untenstehende Abbildung 17 soll der Erklärung der ersten beiden Zwangsbedingungen dienen:

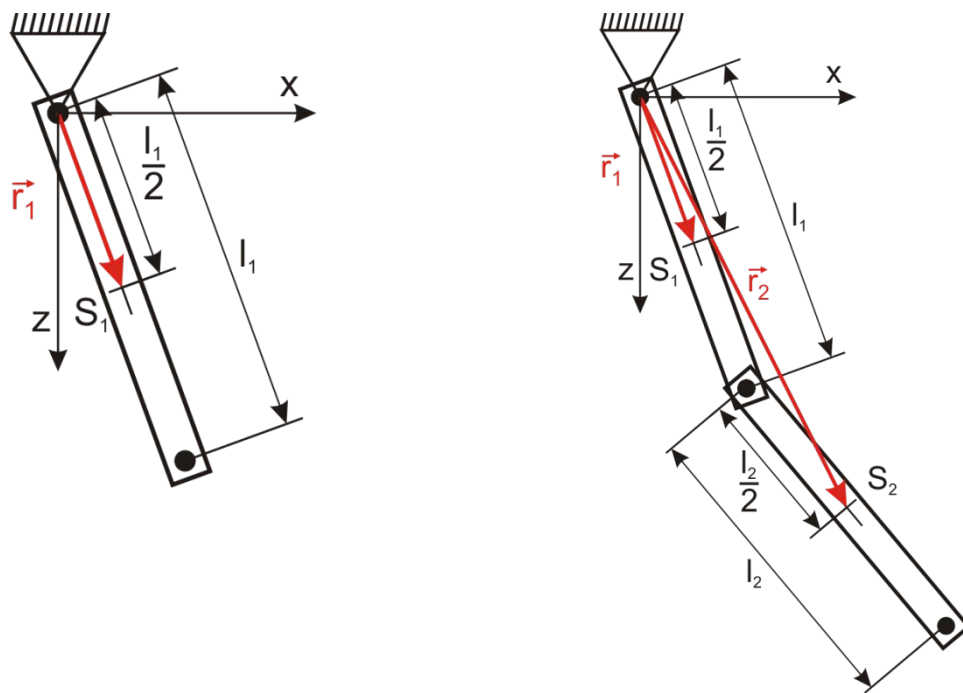


Abbildung 17: Zwangsbedingungen 1 und 2

Die erste Zwangsbedingung ergibt sich zu

$$|\vec{r}_1| - \frac{l_1}{2} = 0$$

und die zweite zu

$$|\vec{r}_2 - 2\vec{r}_1| - \frac{l_2}{2} = 0$$

Analog dazu lassen sich die Zwangsbedingungen für die anderen Elemente durch die entsprechenden Ortsvektoren beschreiben, es handelt sich hier um skleronome Zwangsbedingungen. Da insbesondere bei den Elementen, die sich im unteren Bereich der Kette befinden, die Gleichungen sehr lang werden, wird hier auf eine Auflistung verzichtet. Es soll nur darauf hingewiesen werden, dass durch Addition und Subtraktion von Ortsvektoren und Längen jede Bedingung beschrieben werden kann, womit die Gleichungen holonom und damit zulässig sind.

Mit je einer Zwangsbedingung pro Element ergeben sich damit $k = 8$ Zwangsbedingungen und damit

$$n = 2 \cdot 8 - 8 = 8$$

Freiheitsgrade. Damit erfolgt die mathematische Beschreibung durch 8 gewöhnliche Differentialgleichungen 2. Ordnung mit acht generalisierten Koordinaten q_j . Hier bieten sich die Drehwinkel der Elemente an, immer positiv von der z- zur x-Achse drehend.

3.4.2.2 Ortsvektoren und Ableitungen

Die Ortsvektoren zu den jeweiligen Elementschwerpunkten ergeben sich wie folgt (vgl. auch Abbildung 16):

Element 1:

$$\vec{r}_1 = \begin{bmatrix} s_1 \sin \varphi_1 \\ s_1 \cos \varphi_1 \end{bmatrix} \quad \dot{\vec{r}}_1 = \begin{bmatrix} s_1 \cos \varphi_1 \\ -s_1 \sin \varphi_1 \end{bmatrix}$$

Elemente 2 bis 5:

$$\vec{r}_i = \begin{bmatrix} \sum_{m=1}^{i-1} l_m \sin \varphi_m + s_i \sin \varphi_i \\ \sum_{m=1}^{i-1} l_m \cos \varphi_m + s_i \cos \varphi_i \end{bmatrix} \quad \dot{\vec{r}}_i = \begin{bmatrix} \sum_{m=1}^{i-1} l_m \cos \varphi_m + s_i \cos \varphi_i \\ -\sum_{m=1}^{i-1} l_m \sin \varphi_m - s_i \sin \varphi_i \end{bmatrix}$$

Element 6:

$$\vec{r}_6 = \begin{bmatrix} \sum_{m=1}^5 l_m \sin \varphi_m + s_6 \sin(\varphi_6 + \gamma_3) \\ \sum_{m=1}^5 l_m \cos \varphi_m + s_6 \cos(\varphi_6 + \gamma_3) \end{bmatrix} \quad \dot{\vec{r}}_6 = \begin{bmatrix} \sum_{m=1}^5 l_m \cos \varphi_m + s_6 \cos(\varphi_6 + \gamma_3) \\ - \sum_{m=1}^5 l_m \sin \varphi_m - s_6 \sin(\varphi_6 + \gamma_3) \end{bmatrix}$$

Element 7:

$$\vec{r}_7 = \begin{bmatrix} \sum_{m=1}^5 l_m \sin \varphi_m + c_1 \sin(\varphi_6 + \gamma_1) + s_7 \sin \varphi_7 \\ \sum_{m=1}^5 l_m \cos \varphi_m + c_1 \cos(\varphi_6 + \gamma_1) + s_7 \cos \varphi_7 \end{bmatrix}$$

$$\dot{\vec{r}}_7 = \begin{bmatrix} \sum_{m=1}^5 l_m \cos \varphi_m + c_1 \cos(\varphi_6 + \gamma_1) + s_7 \cos \varphi_7 \\ - \sum_{m=1}^5 l_m \sin \varphi_m - c_1 \sin(\varphi_6 + \gamma_1) - s_7 \sin \varphi_7 \end{bmatrix}$$

Element 8:

$$\vec{r}_8 = \begin{bmatrix} \sum_{m=1}^5 l_m \sin \varphi_m + c_2 \sin(\varphi_6 + \gamma_2) + s_8 \sin \varphi_8 \\ \sum_{m=1}^5 l_m \cos \varphi_m + c_2 \cos(\varphi_6 + \gamma_2) + s_8 \cos \varphi_8 \end{bmatrix}$$

$$\dot{\vec{r}}_8 = \begin{bmatrix} \sum_{m=1}^5 l_m \cos \varphi_m + c_2 \cos(\varphi_6 + \gamma_2) + s_8 \cos \varphi_8 \\ - \sum_{m=1}^5 l_m \sin \varphi_m - c_2 \sin(\varphi_6 + \gamma_2) - s_8 \sin \varphi_8 \end{bmatrix}$$

3.4.2.3 Erstellen der kinetischen Energie

Mit den im vorigen Punkt erstellten Ableitungen der Richtungsvektoren können nun die Terme für die kinetische Energie aufgestellt werden:

$$T = \sum_{i=1}^8 m_i \frac{\dot{\vec{r}}_i^2}{2} + \sum_{i=1}^8 \Theta_i \frac{\dot{\varphi}_i^2}{2} \quad (3.4)$$

mit Θ_i als dem jeweiligen Massenträgheitsmoment um den Schwerpunkt. Die vollständige Ausformulierung dieser Summe ist sehr aufwändig und geht über viele Zeilen, aus diesem Grund wird auf die Niederschrift verzichtet. Wichtig ist, dass in obigem Ausdruck nur mehr die Drehwinkel φ_i vorkommen, die in unserem Fall ja die generalisierten Koordinaten q_i sind.

3.4.2.4 Erstellen der linken Seite der Lagrange-Gleichungen

Durch partielles Ableiten nach der jeweiligen Koordinate bzw. deren Ableitung, bei letzterer auch nach der Zeit, entsteht die linke Seite jeder Lagrange Gleichung:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = \dots$$

Hier handelt es sich um sehr lange Ausdrücke, die sinnvollerweise mit Hilfe eines Programms für symbolisches Rechnen (z.B. MAPLE, MATLAB MuPad) erstellt werden (der Programmcode zur Erstellung der linken Seite der Lagrange-Gleichungen mit MATLAB MuPad befindet sich im Anhang).

3.4.2.5 Generalisierte Kräfte

Die generalisierten Kräfte Q_i auf der rechten Seite der Lagrange-Gleichung bestehen wie schon erwähnt aus den Seilkräften, den Gewichtskräften und den Rückstellmomenten bei Erreichen des Gelenksanschlags bzw. durch Reibung. Die Errechnung der generalisierten Kräfte erfolgt durch folgenden Formalismus [Dresig, Holzweißig 2007, S.113]:

$$Q_i = \vec{F}_j \frac{\partial \vec{r}_j}{\partial q_i} + M_j \frac{\partial \varphi_j}{\partial q_i} \quad (3.5)$$

Zur Erklärung der verwendeten Notation:

Q_i	Generalisierte Kraft
\vec{r}_j	Ortsvektor zum Angriffspunkt der j-ten Kraft
φ_j	Verdrehung des j-ten Moments
q_i	Generalisierte Koordinate
\vec{F}_j	j-te angreifende Kraft
M_j	j-tes angreifendes Moment

Seilkräfte

Um die generalisierten Kräfte der Seile zu berechnen, müssen zuerst die Ortsvektoren zu den Angriffspunkten (Klemmpunkten) A und B erstellt werden:

$$\vec{r}_{AK} = \begin{bmatrix} \sum_{m=1}^5 l_m \sin \varphi_m + c_1 \sin(\varphi_6 + \gamma_1) + l_7 \sin \varphi_7 \\ \sum_{m=1}^5 l_m \cos \varphi_m + c_1 \cos(\varphi_6 + \gamma_1) + l_7 \cos \varphi_7 \end{bmatrix}$$

$$\vec{r}_{BK} = \begin{bmatrix} \sum_{m=1}^5 l_m \sin \varphi_m + c_2 \sin(\varphi_6 + \gamma_2) + l_8 \sin \varphi_8 \\ \sum_{m=1}^5 l_m \cos \varphi_m + c_2 \cos(\varphi_6 + \gamma_2) + l_8 \cos \varphi_8 \end{bmatrix}$$

Die angreifenden Seilkräfte ergeben sich aus der Lösung der Gleichung für die schwingende Saite (vgl. [Hagedorn, Idelberger, Möcks 1980, S.117f] und [Müller 1992, S.589ff]) zu

$$F_{sS} = F_{s0} - \frac{EA}{c_L} \dot{u}_s \quad c_L = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (3.6)$$

mit

u	Koordinate in Seilrichtung (vom Angriffspunkt weg, zum Zeitpunkt $t = 0$),
E	E-Modul des Seiles
A	Querschnittsfläche des Seiles
F_{s0}	Statische Zugkraft des Seiles
F_{sS}	Zeitabhängige Zugkraft des Seiles
c_L	Längsimpedanz des Seiles
ρ	Dichte des Seiles

unter Verwendung der SI-Einheiten für alle Werte. Der Index s steht stellvertretend für A oder B. Für die Auslenkungswinkel $\beta_s(t)$ und $\gamma_s(t)$ gilt:

$$\beta_s(t) = \arctan\left(\frac{1}{c_Q} \cdot (-\dot{x}_{sK})\right) \quad c_Q = \sqrt{\frac{F_0}{\rho A}} \quad (3.7)$$

$$\gamma_s(t) = \arctan\left(\frac{1}{c_Q} \cdot (-\dot{z}_{sK} \cdot \cos \alpha)\right) \quad c_Q = \sqrt{\frac{F_0}{\rho A}} \quad (3.8)$$

mit

c_Q	Querimpedanz des Seiles
\dot{x}_{sK}	Geschwindigkeit des Klemmpunktes quer zur Seilrichtung horizontal
$\dot{z}_{sK} \cdot \cos \alpha$	Geschwindigkeit des Klemmpunktes quer zur Seilrichtung vertikal

K bezeichnet den Klemmpunkt. Um den Sachverhalt der bisherigen Ausdrücke und den der nachfolgend erstellten Seilkräfte F_A und F_B zu verdeutlichen, kann Abbildung 18 herangezogen werden. Im rechten Teil der Abbildung kennzeichnen die apostrophierten Bezeichnungen die ursprüngliche Situation der Kette zum Zeitpunkt $t = 0$. Dabei steht K' für die Klemmpunktposition zum Zeitpunkt $t = 0$, K ist die Position zu einem Zeitpunkt t . Während zu Beginn der Lastumlagerung der Ablaufwinkel den Wert α hat, muss zu diesem während der Bewegung entsprechend Gleichung 3.8 der Winkel γ_s addiert werden. Die Seilkraft mit allen ihren Komponenten zum Zeitpunkt t kann der linken Seite der Abbildung 18 entnommen werden.

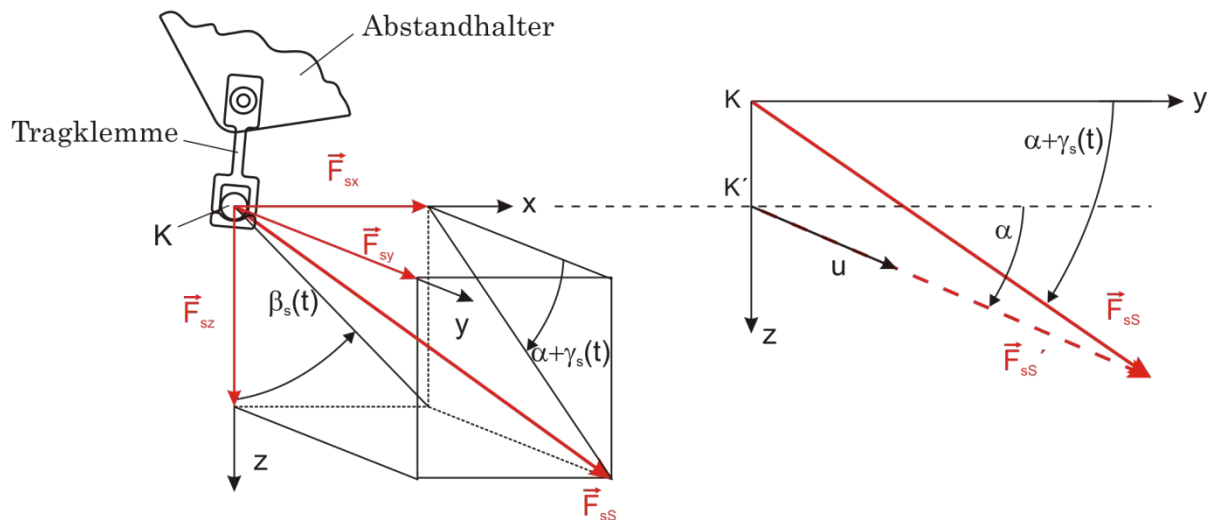


Abbildung 18: Aufteilung der Seilkräfte

Um zu kohärenten Gleichungsseiten der Lagrange-Gleichungen zu kommen (Q_i dürfen nur von den generalisierten Koordinaten φ_i abhängen) müssen die Geschwindigkeiten \dot{u}_s , \dot{x}_{sK} und \dot{z}_{sK} in Abhängigkeit der Drehwinkel angegeben werden. Die Geschwindigkeiten \dot{x}_{sK} und \dot{z}_{sK} ergeben sich aus der Ableitung der Ortsvektoren \vec{r}_{AK} und \vec{r}_{BK} (die obere Zeile entspricht der Geschwindigkeit in x-Richtung, die untere Zeile der in z-Richtung):

$$\vec{r}_{AK} = \begin{bmatrix} \sum_{m=1}^5 l_m \cos \varphi_m + c_1 \cos(\varphi_6 + \gamma_1) + l_7 \cos \varphi_7 \\ - \sum_{m=1}^5 l_m \sin \varphi_m - c_1 \sin(\varphi_6 + \gamma_1) - l_7 \sin \varphi_7 \end{bmatrix}$$

$$\dot{\vec{r}}_{BK} = \begin{bmatrix} \sum_{m=1}^5 l_m \cos \varphi_m + c_2 \cos(\varphi_6 + \gamma_2) + l_8 \cos \varphi_8 \\ - \sum_{m=1}^5 l_m \sin \varphi_m - c_2 \sin(\varphi_6 + \gamma_2) - l_8 \sin \varphi_8 \end{bmatrix}$$

Die Geschwindigkeit \dot{u} berechnet sich zu

$$\dot{u}_A = \dot{z}_{AK} \cdot \sin \alpha$$

$$\dot{u}_B = \dot{z}_{BK} \cdot \sin \alpha$$

Damit sind alle benötigten Größen definiert, die Vektoren der Seilkräfte können angegeben werden, die Komponenten sind in Abbildung 18 mit F_{sx} , F_{sy} und F_{sz} ersichtlich, wobei der Index s für A oder B steht:

$$\vec{F}_{Ages} = \begin{bmatrix} F_{AS} \cdot \sin(\alpha + \gamma_A(t)) \cdot \sin \beta_A(t) \\ F_{AS} \cdot \cos(\alpha + \gamma_A(t)) \cdot \cos \beta_A(t) \\ F_{AS} \cdot \sin(\alpha + \gamma_A(t)) \cdot \cos \beta_A(t) \end{bmatrix}$$

$$\vec{F}_{Bges} = \begin{bmatrix} F_{BS} \cdot \sin(\alpha + \gamma_B(t)) \cdot \sin \beta_B(t) \\ F_{BS} \cdot \cos(\alpha + \gamma_B(t)) \cdot \cos \beta_B(t) \\ F_{BS} \cdot \sin(\alpha + \gamma_B(t)) \cdot \cos \beta_B(t) \end{bmatrix}$$

Da die Seile in beide Richtungen zum jeweils nächsten Mast ablaufen, müssen die x- bzw. z-Komponenten von \vec{F}_{Ages} bzw. \vec{F}_{Bges} verdoppelt werden, die y-Komponenten heben sich auf. Damit gilt für die tatsächlich wirkenden Kräfte \vec{F}_A und \vec{F}_B in der betrachteten Ebene:

$$\vec{F}_A = \begin{bmatrix} 2 \cdot F_{AS} \cdot \sin(\alpha + \gamma_A(t)) \cdot \sin \beta_A(t) \\ 2 \cdot F_{AS} \cdot \sin(\alpha + \gamma_A(t)) \cdot \cos \beta_A(t) \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

$$\vec{F}_B = \begin{bmatrix} 2 \cdot F_{BS} \cdot \sin(\alpha + \gamma_B(t)) \cdot \sin \beta_B(t) \\ 2 \cdot F_{BS} \cdot \sin(\alpha + \gamma_B(t)) \cdot \cos \beta_B(t) \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Mit diesen Voraussetzungen können nun die generalisierten Kräfte Q_{Si} zufolge \vec{F}_A und \vec{F}_B erstellt werden:

$$Q_{Si} = \vec{F}_A \cdot \frac{\partial \vec{r}_A}{\partial \varphi_i} + \vec{F}_B \cdot \frac{\partial \vec{r}_B}{\partial \varphi_i} \quad (3.11)$$

Rückstellmomente

Zur Berechnung der generalisierten Kräfte zufolge der Rückstellmomente werden die Verdrehungen (Koordinaten) φ_k des jeweiligen angreifenden Moments und die Rückstellmomente M_k benötigt (Gleichung 3.5); der Index k steht dabei für o oder u ; o bezeichnet dabei das obere, dem Mastausleger nähere Ende des Elementes i , u das untere, seilseitige. Die generalisierten Kräfte zufolge von Momenten werden wie folgt berechnet:

$$Q_{Mi} = \underline{M}_k \cdot \frac{\partial \varphi_k}{\partial \varphi_i} \quad (3.12)$$

Da sich die Betrachtung des vorliegenden Problems auf die Ebene bezieht, reduzieren sich die Spaltenvektoren \underline{M}_k und $\underline{\varphi}_k$ auf eine Dimension. Mit $\varphi_k = \varphi_i$ sowohl für das obere als auch das untere Ende des betrachteten Elements wird

$$\frac{\partial \varphi_k}{\partial \varphi_i} = 1$$

Daraus folgt unmittelbar

$$Q_{Mi} = M_{ui} - M_{oi}$$

Weiters muss an dieser Stelle festgehalten werden, dass sowohl M_{ui} als auch M_{oi} vom Relativwinkel zum nächsten anliegenden Element abhängen, d.h.

$$Q_{Mi} = M_{ui}(\varphi_{i+1} - \varphi_i) - M_{oi}(\varphi_i - \varphi_{i-1}) \quad (3.13)$$

Um das Verständnis des Sachverhalts zu erleichtern, kann Abbildung 19 herangezogen werden.

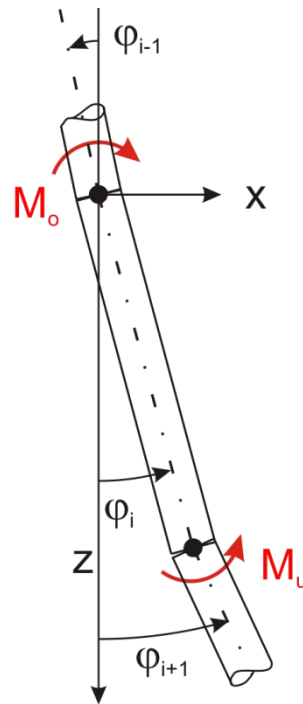


Abbildung 19: Rückstellmomente

Reibung

Für die Reibung im mathematischen Modell soll ein Reibungsansatz nach Coulomb (trockene Reibung) gewählt werden, d.h. die Relativgeschwindigkeit zwischen den zwei betreffenden Elementen verantwortet das Vorzeichen im Reibungsansatz, nicht allerdings eine Änderung der Größe des Reibmoments bei Geschwindigkeitsänderung. Des Weiteren soll für das mathematische Modell aus Übersichtlichkeitsgründen unterstellt werden, dass der Haftreibungskoeffizient und der Gleitreibungskoeffizient annähernd gleich groß sind, da sonst Fallunterscheidungen unausweichlich wären. Der Ansatz lautet:

$$M_{Rk} = \mu \cdot N \cdot r \cdot \operatorname{sgn} |\dot{\varphi}_{rel}| \quad (3.14)$$

mit

μ	Reibungskoeffizient
N	Normalkraft
r	Reibradius
$\dot{\varphi}_{rel}$	Relativgeschwindigkeit der zusammenhängenden Elemente

Der Index für die Bezeichnung des Reibmoments M_{Rk} hat folgende Bedeutung:

k	steht für o (oben) oder u (unten), siehe auch unter „Rückstellmomente“
-----	--

Der Reibradius ergibt sich aus der jeweils betrachteten Geometrie, für die Klöppel-Isolator Verbindungen kann die schon erwähnte Norm DIN IEC 120 herangezogen werden.

Die Relativgeschwindigkeit ergibt sich durch die Geschwindigkeitsdifferenz der zusammenhängenden Elemente:

$$\dot{\varphi}_{rel} = \dot{\varphi}_{i+1} - \dot{\varphi}_i \quad (3.15)$$

Um die Normalkraft zu berechnen, sind einerseits die Kräfte, die durch die Seile eingeleitet werden, zu berücksichtigen und andererseits müssen die d'Alembertschen Trägheitskräfte ($F_T = -ma$) der kinematisch relevanten Elemente sowie die Gewichtskräfte berücksichtigt werden; vergleiche auch Abbildung 20. [Gross et al. 2006, S.191]

$$N_C = N_{Cv} \cos \varphi_i + N_{Ch} \sin \varphi_i \quad (3.16)$$

N_C	Normalkraft im Punkt C (Gelenk)
N_{Cv}	Vertikaler Anteil der Normalkraft
N_{Ch}	Horizontaler Anteil der Normalkraft

Die horizontalen bzw. vertikalen Normalkraftanteile errechnen sich zu

$$N_{Cv} = - \sum_{m=i+1}^n m_m \ddot{z}_m + \sum_{m=i+1}^n m_m g + F_{Av} + F_{Bv} \quad (3.17)$$

$$N_{Ch} = - \sum_{m=i+1}^n m_m \ddot{x}_m + F_{Ah} + F_{Bh} \quad (3.18)$$

mit

n	Anzahl der gesamten kinematisch relevanten Elemente
F_{Av}, F_{Bv}	Vertikale Seilkraftkomponenten von F_A, F_B
F_{Ah}, F_{Bh}	Horizontale Seilkraftkomponenten von F_A, F_B

Die Seilkraftkomponenten können den Gleichungen 3.9 und 3.10 entnommen werden.

Die Beschleunigungen \ddot{x}_m und \ddot{z}_m müssen über die Drehwinkel φ_i und deren Ableitungen angegeben werden:

$$\ddot{x}_m = l_m (\ddot{\varphi}_m \cos \varphi_m + \dot{\varphi}_m^2 \sin \varphi_m) \quad (3.19)$$

$$\ddot{z}_m = l_m (\dot{\varphi}_m^2 \cos \varphi_m - \ddot{\varphi}_m \sin \varphi_m) \quad (3.20)$$

Damit können die generalisierten Kräfte zufolge der Reibmomente wie folgt angegeben werden:

$$Q_{Ri} = M_{Rk} \cdot \frac{\partial \varphi_k}{\partial \varphi_i} \quad (3.21)$$

Da

$$\frac{\partial \varphi_k}{\partial \varphi_i} = 1$$

wird

$$Q_{Ri} = M_{Rui} - M_{Roi} \quad (3.22)$$

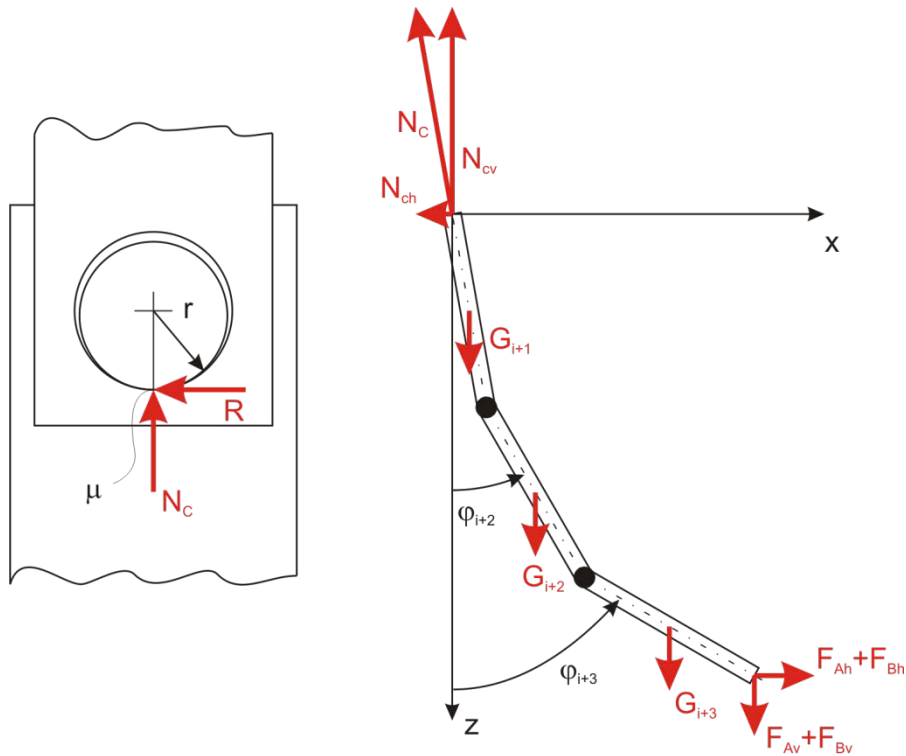


Abbildung 20: Reibkraft und Normalkraft

Gewichtskräfte

Die Berechnung der generalisierten Kräfte zufolge des Gewichts erfolgt über

$$Q_{Gi} = \sum_{j=1}^n \vec{G}_j \cdot \frac{\partial \vec{r}_j}{\partial \varphi_i} \quad (3.23)$$

wobei gilt

- \vec{G}_j Gewichtskraft des j-ten Elements
- \vec{r}_j Ortsvektor zum Schwerpunkt des j-ten Elements

Die Gewichtskraft errechnet sich mit

$$\vec{G}_j = \begin{bmatrix} 0 \\ m_j g \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

Multipliziert mit der Ableitung des jeweiligen Ortsvektors nach dem Drehwinkel ergibt sich folgender Ausdruck:

$$Q_{Gi} = \sum_{j=1}^n \vec{G}_j \cdot \frac{\partial \vec{r}_j}{\partial \varphi_i} = -g \cdot \sin \varphi_i (s_i m_i + l_i \sum_{m=i+1}^n m_m) \quad (3.25)$$

wobei n wieder die Anzahl der kinematisch relevanten Elemente ist. [Müller 1992, S.592]

3.4.2.6 Zusammenfassung der Lagrange-Gleichungen

Mit den bisher gezeigten Ausführungen können nun die Lagrange-Gleichungen für die vorliegende Kettenkonfiguration angeschrieben werden:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_{Si} + Q_{Mi} + Q_{Ri} + Q_{Gi} \quad (3.26)$$

Bei dem Gleichungssystem handelt es sich um ein System gewöhnlicher Differentialgleichungen zweiter Ordnung der Form [Hagedorn, Idelberger, Möcks 1980, S.112f]

$$\underline{\ddot{\varphi}} = \underline{M}^{-1} \cdot f(\underline{\dot{\varphi}}, \underline{\varphi}) \quad (3.27)$$

Obwohl das Gleichungssystem partielle Ableitungen enthält, handelt es sich nicht um partielle Differentialgleichungen!

Anzumerken ist an dieser Stelle auch noch, dass die in diesem Fall acht Differentialgleichungen quadratische und trigonometrische Ausdrücke enthalten, womit das System hochgradig nichtlinear ist. Eine Lösung in geschlossener Form ist daher nicht möglich, womit gleichzeitig numerische Verfahren zu bemühen sind. Diese Aufgabe soll allerdings nicht mehr per Hand programmiert werden, sondern von Simulationsprogrammen übernommen werden.

3.4.3 Normalkraftverlauf

Eine der gewünschten Ausgaben der Mosdorfer GmbH ist, vgl. Kap. 3.1 „Lastenheft“, der sogenannte „Zuglängsstoß“, also die Ausgabe der Normalkraft in den Isolatoren. Aus der Festigkeitslehre ist bekannt, dass

$$EAu'' = -n(s) \quad (3.28)$$

$$EAu' = N(s) \quad (3.29)$$

ist, mit E wird der E-Modul bezeichnet, mit A die Querschnittsfläche und mit u die Längsverschiebung.

Für die Streckennormallast gilt [Müller 1991, S.577]:

$$n(s) = (\ddot{\xi} + s\dot{\varphi}^2) \frac{m_{Iso}}{l_{Iso}} \quad (3.30)$$

mit s als Koordinate in Isolatorrichtung und $\ddot{\xi}$ als Beschleunigung des Drehpunktes in Isolatorrichtung, letztere ist aus den gelösten Differentialgleichungen des vorigen Punktes 3.4.2 leicht errechenbar. Der Ausdruck $\frac{m_{Iso}}{l_{Iso}}$ kann auch als Masseneinheit je Länge verstanden werden. Zum besseren Verständnis der verwendeten Ausdrücke soll Abbildung 21 dienen:

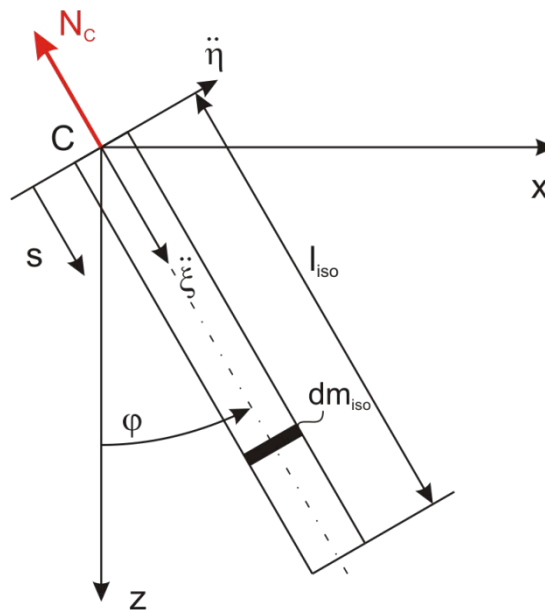


Abbildung 21: Beschleunigungen für Normalkraft- und Biegemomentenverlauf

Durch Integration der Streckennormallast ergibt sich

$$N(s) = -\left(\ddot{\xi}s + \frac{s^2}{2}\dot{\varphi}^2\right) \frac{m_{Iso}}{l_{Iso}} + C_1$$

wobei C_1 eine Integrationskonstante ist, deren Berechnung über die Randbedingung

$$N(0) = N_C$$

mit N_C als Normalkraft im Gelenkspunkt C erfolgt. N_C ist analog der Vorgehensweise in 3.4.2.5 unter „Reibung“ zu bestimmen. Damit ergibt sich

$$C_1 = N_C$$

und der Normalkraftverlauf

$$N(s) = -\left(\ddot{\xi}s + \frac{s^2}{2}\dot{\varphi}^2\right) \frac{m_{Iso}}{l_{Iso}} + N_C \quad (3.31)$$

Den Ort des Maximums der Normalkraft erhält man durch Ableiten nach s und Nullsetzen:

$$\frac{dN(s)}{ds} = -(\ddot{\xi} + s\dot{\phi}^2) \frac{m_{Iso}}{l_{Iso}} \stackrel{!}{=} 0$$

$$s = \frac{\ddot{\xi}}{\dot{\phi}^2} \quad (3.32)$$

Die Größe der Normalkraft an der Stelle s beträgt

$$N(s) = -\left(\frac{\ddot{\xi}^2}{\dot{\phi}^2} + \frac{\ddot{\xi}^2}{2\dot{\phi}^2}\right) \frac{m_{Iso}}{l_{Iso}} + N_C$$

$$= -\frac{\ddot{\xi}^2}{\dot{\phi}^2} \frac{3}{2} \frac{m_{Iso}}{l_{Iso}} + N_C \quad (3.33)$$

3.4.4 Biegemomentenverlauf

Den Verlauf des Biegemoments erhält man nach den Gesetzen der Festigkeitslehre über die Streckenlast $q(s)$ durch zweimaliges Integrieren:

$$EIw'''' = q(s) \quad (3.34)$$

$$EIw''' = -Q(s) \quad (3.35)$$

$$EIw'' = -M_b(s) \quad (3.36)$$

wobei E wieder der E-Modul, I das Flächenträgheitsmoment und w die Durchbiegung ist. Die Streckenlast ergibt sich zu [Müller 1991, S.577]

$$q(s) = (\ddot{\eta} + s\dot{\phi}) \frac{m_{Iso}}{l_{Iso}} \quad (3.37)$$

mit $\ddot{\eta}$ als der Querbewegung des Gelenkpunktes C. Zweimalige Integration liefert:

$$-Q(s) = \left(\ddot{\eta}s + \frac{s^2}{2}\dot{\phi}\right) \frac{m_{Iso}}{l_{Iso}} + C_1$$

$$-M_b(s) = \left(\ddot{\eta}\frac{s^2}{2} + \frac{s^3}{6}\dot{\phi}\right) \frac{m_{Iso}}{l_{Iso}} + C_1s + C_2$$

Die Randbedingungen sind

$$M(0) = T_a$$

$$M(l_{Iso}) = T_e$$

T_a und T_e sind die Momente in den Gelenken aus Reibung und Anschlägen. Die Konstanten errechnen sich zu

$$C_1 = \frac{1}{l_{Iso}} (T_a + T_e) - \left(\ddot{\eta} \frac{1}{2} + \frac{l_{Iso}}{6} \ddot{\varphi} \right) m_{Iso}$$

$$C_2 = -T_a$$

Also kann der Biegemomentenverlauf angeschrieben werden:

$$M_b(s) = - \left(\ddot{\eta} \frac{s^2}{2} + \frac{s^3}{6} \ddot{\varphi} \right) \frac{m_{Iso}}{l_{Iso}} - \underbrace{\left(\frac{1}{l_{Iso}} (T_a + T_e) - \left(\ddot{\eta} \frac{1}{2} + \frac{l_{Iso}}{6} \ddot{\varphi} \right) m_{Iso} \right)}_{C_1} s + \underbrace{T_a}_{-C_2}$$

Vereinfachen liefert:

$$M_b(s) = - \frac{m_{Iso}}{l_{Iso}} \left(\ddot{\eta} \left(\frac{s^2}{2} - \frac{l_{Iso} \cdot s}{2} \right) + \left(\frac{s^3}{6} - \frac{l_{Iso}^2 \cdot s}{6} \right) \ddot{\varphi} \right) - \frac{s}{l_{Iso}} (T_a + T_e) + T_a \quad (3.38)$$

Die Orte der Maxima errechnen sich wieder durch Ableiten und Nullsetzen:

$$\frac{dM_b(s)}{ds} = - \frac{m_{Iso}}{l_{Iso}} \left(\ddot{\eta} \left(s - \frac{l_{Iso}}{2} \right) + \left(\frac{s^2}{2} - \frac{l_{Iso}^2}{6} \right) \ddot{\varphi} \right) - \frac{1}{l_{Iso}} (T_a + T_e) \stackrel{!}{=} 0$$

$$s^2 + s \underbrace{\frac{2\ddot{\eta}}{\ddot{\varphi}}}_{C_3} - \underbrace{\left(\frac{1}{m_{Iso}} (T_a + T_e) \right) \frac{2}{\ddot{\varphi}} - \frac{\ddot{\eta}}{\ddot{\varphi}} l_{Iso} - \frac{l_{Iso}^2}{3}}_{C_4} = 0$$

Durch Lösen der quadratischen Gleichung ergeben sich zwei Werte für s :

$$s_{1,2} = -\frac{C_3}{2} \pm \sqrt{\left(-\frac{C_3}{2} \right)^2 - C_4} \quad (3.39)$$

Durch Einsetzen der Werte für s erhält man die lokalen Extremwerte. Des Weiteren müssen noch die Werte in den Randpunkten berücksichtigt werden, d.h. es müssen vier Werte auf den betragsmäßig größten Wert hin verglichen werden. Diese Vorgehensweise wurde auch schon in Hagedorn, Idelberger, Möcks [1980, S.111ff] und später in [Müller 1991, S.577] angewandt.

3.4.5 Spannungsberechnung und Dehnungsberechnung

Aus den unter dem vorigen Punkt berechneten Verläufen für Normalkraft und Biegemoment lassen sich die Spannungen berechnen. Hierbei wird im Rahmen dieser Vorstudie unterstellt, dass die Reduktion der Isolatorgeometrie auf Stäbe die Annahme eines einachsigen Spannungszustandes zulässt (Zug- und Druckspannung als Folge von Normalkraft und Biegung). Aus den Ergebnissen dieser Vorstudie können dann Aussagen über die Zulässigkeit dieser Annahme getätigt werden, wobei vor allem ein Augenmerk auf die Form des Isolators gelegt werden muss: Hier kann ein ähnliches Verhalten wie bei Kerben (Spannungsüberhöhung!) nicht ausgeschlossen werden. Dies wurde auch schon von [Brandt 1985, S.69ff] gezeigt. Aufgrund des spröden Materials könnte nach [Läpple 2006, S.118] die Verwendung der Normalspannungshypothese angedacht werden.

Im Folgenden sollen nun die Spannungen wie folgt berechnet werden:

Zugspannung

Die Zugspannung errechnet sich zu

$$\sigma_z = \frac{N(s)}{A} \quad (3.40)$$

Die Biegespannung erhält man über die Beziehung

$$\sigma_b = \frac{M_b(s)}{W_{Zylinder}} \quad (3.41)$$

mit $W_{Zylinder}$ als dem Biege­widerstandsmoment, das sich nach Grote, Feldhusen [2007, Kap.C, S. 11] wie folgt berechnet:

$$W_{Zylinder} = \frac{d^3\pi}{32} \quad (3.42)$$

wobei d der Durchmesser des Zylinders ist. Die gesamte Normalspannung unter Vernachlässigung der Schubspannungen setzt sich wie folgt zusammen, vgl. auch Abbildung 22:

$$\sigma_n = \sigma_z + \sigma_b \quad (3.43)$$

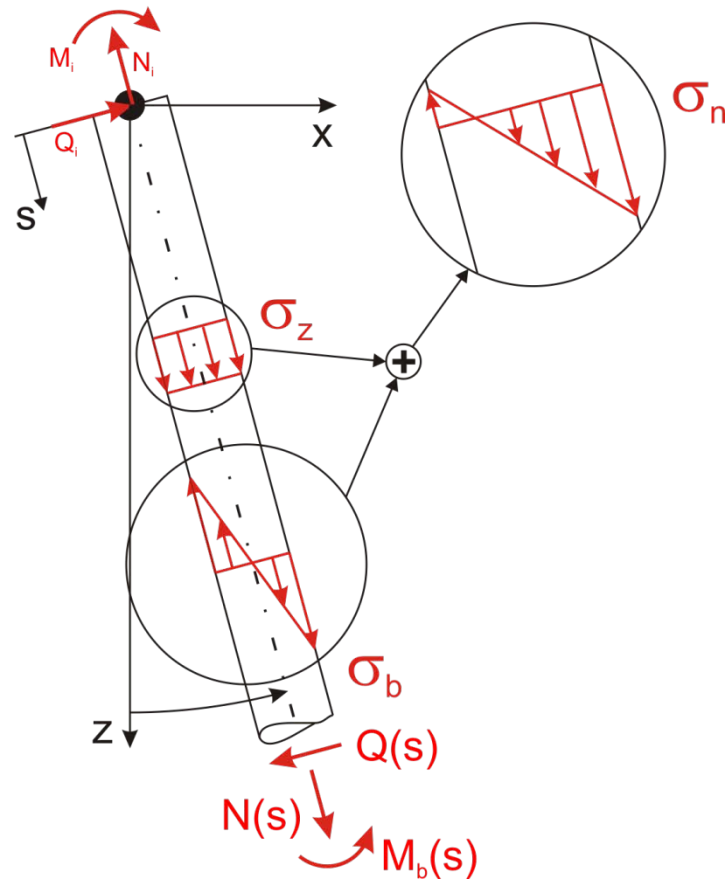


Abbildung 22: Spannungen

Damit lässt sich die Dehnung ε über das Hooke'sche Gesetz berechnen, sofern ein linearer Zusammenhang zwischen Dehnung und Spannung unterstellt werden kann; ein Thema, das im Rahmen des Projekts noch näher beleuchtet werden soll. Nach [Läpple 2006, S.107] kann bei spröden Werkstoffen eine solche „Hooke'sche Gerade“ angenommen werden.

$$\varepsilon = \frac{\sigma_n}{E} \quad (3.44)$$

An dieser Stelle soll noch angemerkt werden, dass der E-Modul wie von Brandt [1985, S.67f] mit Ultraschallmessungen schon näher beleuchtet, zu einer Elastizitätszahl C wird, die auch die Geometrie des Isolators berücksichtigt (Kerben!). Hier besteht vor allem ein Unterschied zwischen reiner Zugbelastung und reiner Biegebelastung, aber auch der Einfluss von Verformungsgeschwindigkeit oder Temperatur kann eine Rolle spielen. Damit besteht die Möglichkeit, dass die Elastizitätskonstante zu einer Elastizitätsfunktion, abhängig von verschiedenen Parametern, mutiert.

3.4.6 Zusammenfassung

Abschließend sollen noch einmal die wichtigsten Punkte bezüglich des mathematischen Modells festgehalten werden:

- Erstellung der Bewegungsgleichungen in Form von gewöhnlichen Differentialgleichungen zweiter Ordnung mit Lagrange über
 - die kinetische Energie
 - die generalisierten Kräfte (Reibung, Rückstellmomente, Seilkräfte, Gewicht)
- Berechnung der Normalkraft- und Biegemomentverläufe
- Berechnung der Spannungen
 - Zugspannung
 - Biegespannung
- Berechnung der Dehnung über
 - eine Elastizitätskonstante
 - das Hooke'sches Gesetz

Folgende Punkte müssen noch näher betrachtet werden:

- Spannungszustand → Kerbwirkung, Mehrachsigkeit
- Elastizitätskonstante → von mehreren Faktoren abhängig?

3.5 Simulation

Dieser Teil der vorliegenden Arbeit beinhaltet die Modellierung der zu Testzwecken gewählten Kettenkonfiguration. Nach der Aufstellung des mathematischen Modells unter 3.4 soll nun ein Weg aufgezeigt werden, den aufwändigen Vorgang der Gleichungsermittlung abzukürzen, indem in der Industrie häufig verwendete Simulationsprogramme benutzt werden. Es handelt sich im konkreten Fall um die beiden Software-Pakete MATLAB Simulink mit dem Blockset SimMechanics und die in Deutschland entwickelte Simulationssoftware ITI SimulationX.

3.5.1 Modellbildung mit MATLAB Simulink/SimMechanics

Die Software MATLAB ist eines der schon lange auf dem Markt existierenden Pakete zur mathematischen Berechnung verschiedenster Aufgabenstellungen. Angefangen von einfachen arithmetischen Operationen bis hin zur Modellierung größerer dynamischer Systeme stellt MATLAB verschiedenste Operationen und Tools zur Verfügung.

Die Modellierung der vorliegenden Isolatoraufhängung erfolgte auf der Basis von Simulink unter Beiziehung des Blocksets SimMechanics. Simulink ermöglicht die gleichungsorientierte Simulation von verschiedensten Systemen aus der Mechanik, der Elektrik und anderen. SimMechanics stellt eine Erweiterung in dem Sinne dar, dass analog zu anderen Mehrkörpersystem (MKS)-Simulationsprogrammen die Ermittlung des Gleichungssystems der betrachteten Problemstellung abgenommen wird und stattdessen eine physikalische Modellbildung stattfindet [Pietruska 2006, S.292]. Letztere wird dann von dem Programm in ein rechenbares Gleichungssystem übersetzt und anschließend simuliert. Im folgenden soll ein kurzer Überblick über die Funktionsweise von Simulink und anschließend von SimMechanics gegeben werden.

3.5.1.1 Funktionsweise von Simulink

Unter Simulink werden auf der Benutzeroberfläche sogenannte Blockdiagramme erstellt. Diese Blockdiagramme stellen zeitbasierte Beziehungen zwischen Signalen und Zustandsvariablen dar [MATLAB Simulink User Guide/How Simulink works]. Die Beziehungen werden während der Simulation ausgewertet, genauer: Die Auswertung erfolgt bei jedem Zeitschritt, letzterer kann fixiert oder variabel sein.

Die auf ein Blockelement reduzierte Struktur kann nach [Pietruska 2006, S.148] Abbildung 23 entnommen werden:

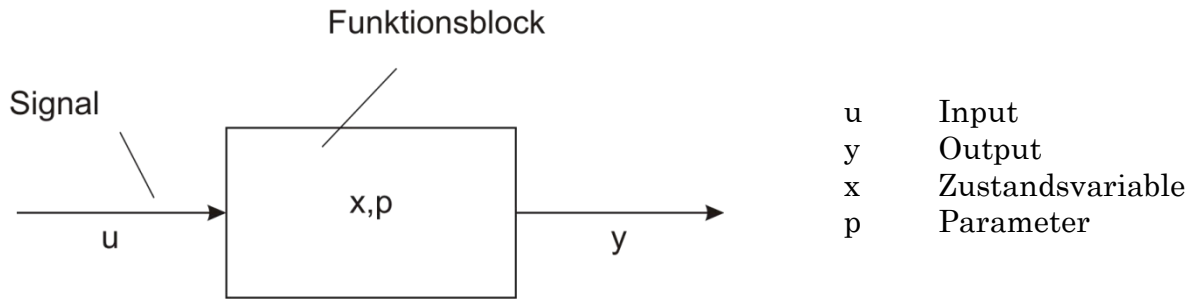


Abbildung 23: Simulink Funktionsblock

Wie oben ersichtlich, werden Signale durch Pfeile dargestellt. Die Generierung des ersten Signals erfolgt in sogenannten „Sources“ (engl.: Quelle), die einen konstanten Wert, eine Sprungfunktion und viele andere Funktionsverläufe haben können. „Aufgefangen“ werden Signale in sogenannten „Sinks“ (engl.: Senke), die einfachste Form stellt dabei ein „Scope“ dar, also ein virtueller Bildschirm.

Signale dienen dem Transport von Größen, während Blöcke letztere bearbeiten und verarbeiten, um dann ein neues Signal als Output wegzuschicken. Die Funktionsblöcke können einerseits einfache Aufgaben wie eine Addition von eingehenden Signalen vornehmen, andererseits können sie Operationen unter Einbeziehung von Eingabeparametern durchführen oder Zustandsvariablen wie Geschwindigkeit oder Beschleunigung integrieren. Im Zeitraum von einem Zeitschritt zum nächsten stellen Blöcke Zustände dar, d.h., der Wert eines Outputs wird solange gehalten, bis ein neuer aus einem eintreffenden Input erzeugt wird. [MATLAB Simulink User Guide/How Simulink works]

Die mathematische Darstellung lautet wie folgt [Pietruska 2006, S.148]:

$$y = f(u, x, p, t) \quad (3.45)$$

Der Ablauf bei einer Simulation kann in folgenden Teilschritten nach [Pietruska 2006, S.148f] beschrieben werden:

1. Initialisierungsphase:
 - a. Übergeben der Blockparameter an MATLAB
 - b. Aufhebung der Modellhierarchie (Subsysteme)
 - c. Sortierung der Blöcke in eine bearbeitbare Reihenfolge
 - d. Kontrolle der Vektordimensionen von Ein- und Ausgängen des jeweiligen Blocks
2. Ausführungsphase
 - a. Bestimmung des Outputs des jeweiligen Blocks in der festgelegten Reihenfolge
 - b. Errechnung des Ableitungsvektors eines Blocks und Rückgabe an den Integrator, letzterer bestimmt den neuen Zustandsvektor des nachfolgenden Zeitschritts

Für die Abwicklung des Punktes 2b des Simulationsablaufes stehen verschiedene Solver zur Verfügung, die die numerische Integration übernehmen. Die wichtigsten Fakten bezüglich dieses Themas sind im nächsten Punkt aufgelistet.

3.5.1.2 Integrationsverfahren in Simulink

Die Einteilung der Integrationsverfahren kann im Hinblick auf mehrere Kategorien erfolgen [Pietruska 2006, S.149f]:

- Einschrittverfahren vs. Mehrschrittverfahren
- Fixe Schrittweite vs. variable Schrittweite
- Explizite Berechnung vs. implizite Berechnung

Eine kurze Erklärung der verwendeten Begriffe soll dem Leser einen groben Überblick über die wählbaren Integratoren und ihre Eigenschaften geben.

Einschrittverfahren

Unter einem Einschrittverfahren versteht man die Berechnung des auf einen bestimmten Funktionswert y_0 zum Zeitpunkt t_0 folgenden Funktionswerts y_1 , wobei ausschließlich die Informationen von t_0 und t_1 verwendet werden dürfen [Pietruska 2006, S.151]. D.h., dass die Verwendung z.B. der Steigung der zu berechnenden Funktion zum Zeitpunkt t_0 (explizite Berechnung) oder jene zum Zeitpunkt t_1 (implizite Berechnung) in die Rechnung Eingang finden können. Dies soll am Beispiel des einfachen Euler-Verfahrens demonstriert werden:

Das Euler-Verfahren [Kreyszig 1972, S.661ff]

Basis des Euler-Verfahrens ist die Approximation einer Funktion durch die Taylorreihe. Bricht man die Taylorreihenentwicklung um t_1 nach den ersten beiden Termen ab, erhält man

$$y_1 = y(t_0 + h) = y(t_0) + hy'(t_0) + O(h^2) \quad (3.46)$$

mit

y_1	Approximierter Wert des Funktionswertes bei t_1
$y(t_0)$	Exakter Funktionswert bei t_0
$y'(t_0)$	Exakter Wert der ersten Ableitung der Funktion bei t_0
$O(h^2)$	Rest der Ordnung 2

Damit hat das Euler-Verfahren die Ordnung 1. Ersetzt man die erste Ableitung nach der Zeit mit

$$y'(t_0) = f(t_0, y_0)$$

erhält man

$$y_1 = y_0 + hf(t_0, y_0)$$

und in den weiteren Schritten

$$\begin{aligned} y_2 &= y_1 + hf(t_1, y_1) \\ y_3 &= y_2 + hf(t_2, y_2) \\ &\vdots \end{aligned}$$

Allgemein:

$$y_{n+1} = y_n + hf(t_n, y_n) \quad (3.47)$$

Geometrisch kann man diese Approximation wie folgt darstellen:

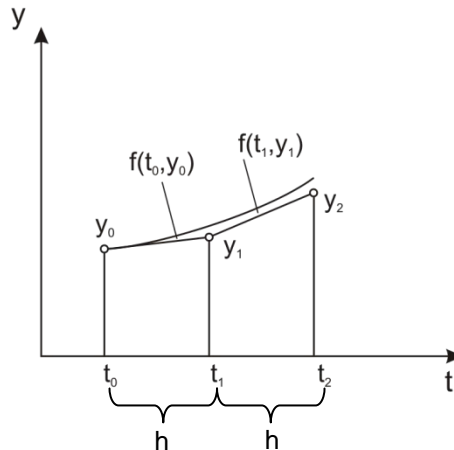


Abbildung 24: Euler-Verfahren nach Kreyszig [1972, S.662]

Mehrschrittverfahren

Bei Mehrschrittverfahren wird im Gegensatz zu den Einschrittverfahren nicht nur die Information der Zeitpunkte t_n und t_{n+1} in die Berechnung des $n+1$ -ten Funktionswertes miteinbezogen, sondern auch jene von davorliegenden Schritten t_{n-k} mit $k = 1, 2, 3, \dots$. Mehrschrittverfahren können nicht ohne „Starthilfe“ mit der Berechnung beginnen, die ersten Werte müssen z.B. mit Einschrittverfahren bestimmt werden (zum Zeitpunkt t_0 gibt es noch keine zurückliegenden Werte!). Als Beispiel soll hier auf das Adams-Bashforth-Verfahren hingewiesen werden, das den neuen Funktionswert wie folgt berechnet [Pietruska 2006, S.151]:

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{24} (55f_n - 59f_{n-1} + 37f_{n-2} - 9f_{n-3}) \quad f_n := f(t_n, y_n) \quad (3.48)$$

Es handelt sich dabei um ein explizites Verfahren 4. Ordnung. Direkt in Bezug zu diesem Verfahren steht das Adams-Moulton-Verfahren 4. Ordnung, die Berechnung des neuen Funktionswerts erfolgt hier implizit zu

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{24} (9f_{n+1} + 19f_n - 5f_{n-1} + f_{n-2}) \quad f_n := f(t_n, y_n) \quad (3.49)$$

Eine Kombination der beiden ergibt die Adams-Bashforth-Moulton-Methode (siehe auch „Prädiktor-Korrektor-Verfahren“). [Kahlert 2004, S. 138]

Fixe und variable Schrittweite

Bei fixer Schrittweite bleibt das Intervall h zwischen der Ermittlung von zwei aufeinanderfolgenden Funktionswerten konstant. Bei variabler Schrittweite wird das Intervall zwischen zwei Auswertungen an den Verlauf der Funktion angepasst: Verläuft die Funktion ohne starke Änderungen, also liegt der Betrag der Steigung in einem bestimmten Toleranzbereich, wird die Schrittweite vergrößert. Sobald aber größere Änderungen auftreten (die Steigung befindet sich nicht mehr im Toleranzbereich), wird die Schrittweite h verkleinert [Kreyszig 1972, S.664f]. An Stelle des Betrages der Steigung kann auch ganz einfach der Betrag der aufeinanderfolgenden Funktionswerte mit einer Schranke verglichen werden [Pietruska 2006, S.152f]:

$$|y_{n+1} - y_n| \leq \varepsilon \quad (3.50)$$

Explizite Berechnung

In den vorigen Begriffserklärungen wurden schon öfters die Adjektive explizit und implizit verwendet. Zurückgreifend auf das oben beschriebene Euler-Verfahren kann festgehalten werden, dass für die Berechnung des nächsten Funktionswertes nur Information des letzten Zeitschrittes benötigt wurde (in diesem Fall die Steigung $f(t_0, y_0)$). Hier spricht man von einem expliziten Verfahren. Erweitert man den Begriff auf die Mehrschrittverfahren, so dürfen für die explizite Berechnung des nächsten Funktionswertes nur Informationen zurückliegender Zeitschritte benutzt werden.

Implizite Berechnung

Im Gegensatz zur expliziten Berechnung wird bei den impliziten Verfahren auf die Information des Zeitschrittes t_{n+1} zurückgegriffen. Zieht man wieder das Euler-Verfahren heran, könnte der nächste Funktionswert nicht über f_n (Euler vorwärts, siehe oben), sondern über f_{n+1} (Euler rückwärts) berechnet werden [Pietruska 2006, S.151]:

$$y_{n+1} = y_n + hf(t_{n+1}, y_{n+1}) \quad (3.51)$$

Prädiktor-Korrektor-Verfahren

Eine Kombination von expliziter und impliziter Berechnung stellt das Prädiktor-Korrektor-Verfahren dar. Dazu muss zuerst der zu berechnende Funktionswert mit einem expliziten Verfahren geschätzt werden, anschließend kann mit der Information des geschätzten Wertes die endgültige Approximation des gewünschten Funktionswertes bestimmt werden. Um das Verständnis für diese Vorgangsweise zu er-

leichtern, soll aus dem oben beschriebenen Euler-Verfahren das erweiterte Euler-Verfahren (Heun-Algorithmus) beschrieben werden [Kreyszig 1972, S.663f]:

Zuerst erfolgt die explizite Berechnung des nächsten Funktionswertes:

$$y_{n+1}^* = y_n + hf(t_n, y_n) \quad (3.52)$$

Mit Hilfe dieses Wertes wird dann der endgültige Wert y_{n+1} implizit ermittelt:

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{2} [f(t_n, y_n) + f(t_{n+1}, y_{n+1}^*)] \quad (3.53)$$

Graphisch lässt sich diese Vorgangsweise wie folgt darstellen:

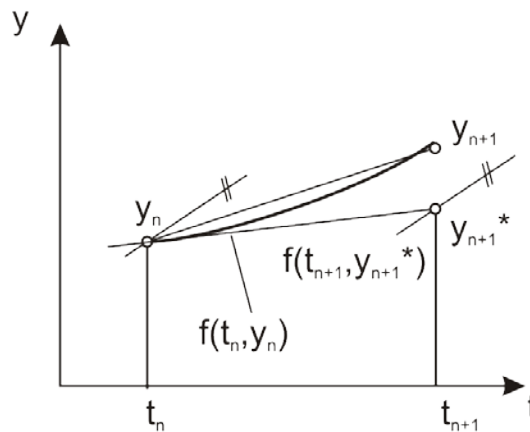


Abbildung 25: Erweitertes Euler-Verfahren nach Kreyszig [1972, S.663]

Dieses Verfahren besitzt die Ordnung 2, der mathematische Beweis kann in Kreyszig [1972, S.664] nachgelesen werden.

Ein weiteres Prädiktor-Korrektor-Verfahren ist das Adams-Bashforth-Moulton Verfahren [Kahlert 2004, S.138]:

Prädiktorschritt:

$$y_{n+1}^* = y_n + \frac{h}{24} (55f(t_n, y_n) - 59f(t_{n-1}, y_{n-1}) + 37f(t_{n-2}, y_{n-2}) - 9f(t_{n-3}, y_{n-3})) \quad (3.54)$$

Korrektorschritt:

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{24} (9f(t_{n+1}, y_{n+1}^*) + 19f(t_n, y_n) - 5f(t_{n-1}, y_{n-1}) + f(t_{n-2}, y_{n-2})) \quad (3.55)$$

Runge-Kutta-Verfahren

Neben den Verfahren nach Euler und Adams-Bashforth-Moulton soll an dieser Stelle auf eine wichtige Gattung der Integrationsverfahren eingegangen werden, es handelt sich hierbei um die sogenannten Runge-Kutta-Verfahren.

Die Runge-Kutta-Verfahren gehören zu den Einschrittverfahren, können aber im Gegensatz zu den bisher beschriebenen Verfahren (Euler, Heun) höhere Ordnungen erreichen. Die Herleitung führt wieder auf eine Taylorreihenentwicklung mit Koeffizientenvergleich, an dieser Stelle soll auf einschlägige Literatur der numerischen Mathematik verwiesen werden. Die Berechnung des Runge-Kutta 4-Verfahrens (fixe Schrittweite, explizit) berechnet sich wie folgt [Kreyszig 1972, S.665]:

Zuerst werden vier Abkürzungen eingeführt:

$$A_n = f(t_n, y_n) \qquad B_n = f\left(t_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{A_n}{2}\right)$$

$$C_n = f\left(t_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{B_n}{2}\right) \qquad D_n = f\left(t_{n+1}, y_n + C_n\right)$$

Damit berechnet sich der nächste Funktionswert zu

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{6}(A_n + 2B_n + 2C_n + D_n) \qquad (3.56)$$

Grafisch kann das Verfahren nach Abbildung 26 wie folgt interpretiert werden:

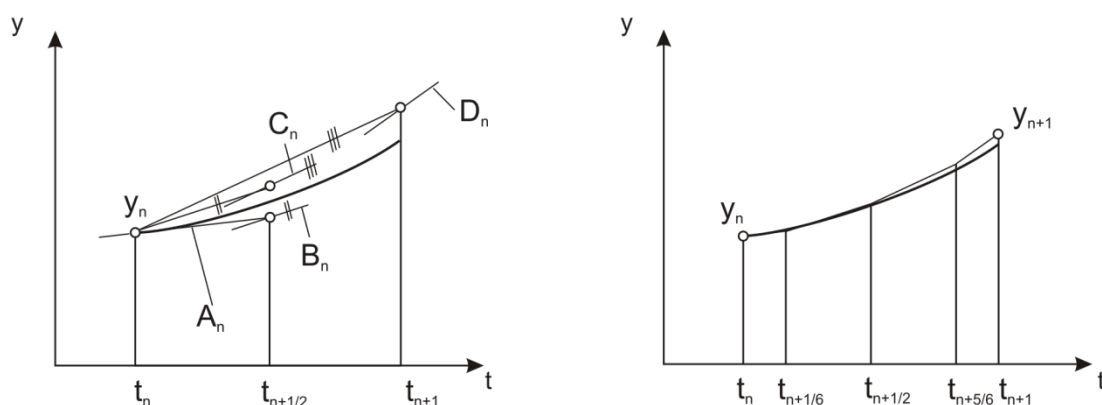


Abbildung 26: Runge Kutta 4

Das obige Beispiel zeigt nur eine Form von Runge-Kutta-Verfahren, es existieren daneben auch noch andere wie z.B. Runge-Kutta 3 (fixe Schrittweite) oder Runge Kutta 45 (variable Schrittweite).

Vorteile dieser Verfahren sind u.a.

- Keine „Starthilfe“ notwendig (Einschrittverfahren)
- Kein großer Speicherplatzaufwand
- Höhere Genauigkeit durch höhere Verfahrensordnung

Als Nachteil muss die häufigere Funktionsauswertung je Schritt angeführt werden, im Vergleich benötigt das Runge-Kutta 4-Verfahren vier Auswertungen, das Euler-Verfahren nur eine. [Pietruska 2006, S.152]

Steifigkeit von Differentialgleichungen

Je nach System können die zu berechnenden Differentialgleichungen „steif“ sein. Mathematisch betrachtet bedeutet dies für die Steifigkeit S , dass die Eigenwerte der Matrix A sehr unterschiedliche (negative) Realteile besitzen (Anm.: Es gibt auch andere Definitionen) [Schwarz, Köckler 2006, S. 384f]:

$$y'(t) = Ay(t) + b(t) \quad A \in \mathbb{R}^{n,n}, y, b \in \mathbb{R}^n \quad (3.57)$$

$$S = \frac{\max_j |Re(\lambda_j)|}{\min_j |Re(\lambda_j)|} \quad \text{für alle } \lambda_j \text{ mit } Re(\lambda_j) < 0 \quad (3.58)$$

Das Problem bei steifen Differentialgleichungen liegt in der Stabilität, die nur mit sehr kleiner Schrittweite aufrechtzuerhalten ist, was bei der Simulation, bei der die „langsame“ Variable interessiert, von Nachteil ist.

In der praktischen Betrachtung kann Steifigkeit auch auf anderem, leichter verständlichem Weg erklärt werden: Besitzt ein System gleichzeitig eine sich schnell ändernde und eine sich langsam ändernde Variable, wird das System als steif bezeichnet. Zwischen „langsam“ und „schnell“ liegen dabei meist mehrere Zehnerpotenzen. Auftreten kann so eine Differentialgleichung z.B. bei mechatronischen Systemen (elektrische Größen wechseln wesentlich schneller als z.B. kinematische Größen wie Geschwindigkeit) oder bei mechanischen Systemen mit stark unterschiedlichen Steifigkeits- und Dämpfungskonstanten. Für solche Systeme gibt es in MATLAB eigene Integrationsverfahren, die mit einem angehängten „s“ gekennzeichnet sind. [MATLAB Simulink User Guide/Running Simulations/Choosing a Solver]

Zusammenfassung

Einen Überblick über die Integrationsverfahren in MATLAB Simulink soll Tabelle 12 geben [in Anlehnung an MATLAB Simulink User Guide/Running Simulations/Choosing a Solver]. Hierbei sind auch jene aufgelistet, deren mathematischer Hintergrund oben nicht erläutert wurde.

Bezeichnung	Schrittwahl	Berechnung	Verfahren	Beschreibung/Methode
ode1	fix	explizit	Einschritt	Euler
ode2	fix	explizit	Einschritt	Heun
ode3	fix	explizit	Einschritt	Bogacki-Shampine
ode4	fix	explizit	Einschritt	Runge-Kutta 4
ode5	fix	explizit	Einschritt	Runge-Kutta 5
ode14x	fix	implizit	Einschritt	Implizites Verfahren unter Verwendung der Newton Methode
ode45	variabel	explizit	Einschritt	Dormand-Prince
ode23	variabel	explizit	Einschritt	Bogacki-Shampine
ode113	variabel	Prädiktor-Korrektor	Mehrschritt	Adams Bashforth Moulton
ode15s	variabel	k.A.	Mehrschritt	Methode für steife Differentialgleichungen, Verwendung von NDF's (numerical differentiation formulas)
ode23s	variabel	k.A.	Einschritt	Modifizierte Rosenbrock Formel, Methode für steife Differentialgleichungen
ode23t	variabel	k.A.	Einschritt	Methode für steife Differentialgleichungen, Verwendung der Trapezregel
ode23tb	variabel	implizit	Mehrschritt	Methode für steife Differentialgleichungen, Verwendung einer impliziten Runge Kutta Formel kombiniert mit einem BDF-Verfahren (backward differentiation formula)

Tabelle 12: Solver in Simulink

Die Auswahl eines entsprechenden Integrators hängt einerseits von den Randbedingungen ab (Steifigkeit der Differentialgleichungen, Geschwindigkeit der Simulation, etc.), andererseits muss im Hinblick auf den C-Code Export festgehalten werden, dass beim Export nur Solver mit fixer Schrittweite berücksichtigt werden, was die Wahl deutlich einschränkt.

Toleranzen

Bei der Wahl eines der obigen Integrationsverfahren müssen, sofern man nicht die voreingestellten Größen verwendet, die relative und die absolute Toleranz festgelegt werden. Der Erklärung dieser beiden Größen kann Abbildung 27 dienen:

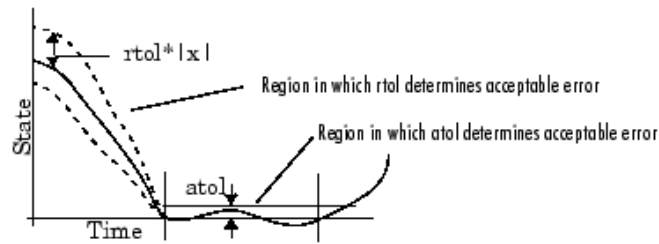


Abbildung 27: Toleranzen

[MATLAB Simulink User Guide/Running Simulations/Choosing a Solver]

Unter der relativen Toleranz versteht man die zulässige Abweichung vom betragsmäßigen Wert der Zustandsgröße zum Zeitpunkt t_n . Ein Wert von beispielsweise $1e-3$ würde bedeuten, dass eine 0.1%-ige Abweichung vom Betrag der Zustandsgröße zulässig wäre [MATLAB Simulink User Guide/Running Simulations/Choosing a Solver].

Bei alleiniger Bestimmung des gesamten Fehlers durch den relativen Fehler könnte das bei sehr kleinen Werten des Betrages der Zustandsgröße dazu führen, dass sich die Zustandsgröße nicht mehr ändern darf. Aus diesem Grund wurde die absolute Toleranz eingeführt: Sie gibt den maximal zulässigen Wert vor, wenn sich die Zustandsgröße in der Nähe der Nulllinie bewegt [Angermann et al. 2005, S.298].

3.5.1.3 Funktionsweise von SimMechanics

SimMechanics ermöglicht, wie schon erwähnt, eine physikalische Art der Modellierung. Hierbei werden Elemente, die Körper, Gelenke etc. darstellen, mit Linien verbunden. Die Körper haben dabei verschiedene Arten von Anschlüssen, sogenannte „Connector Ports“:

Bezeichnung	Darstellung	Beschreibung
CS Ports	quadratisch	Definieren den Anschlusspunkt an einem festen Punkt des körpereigenen Koordinatensystems
General-Purpose-Ports	rund	Allgemeine Anschlusspunkte an Gelenken, Sensoren, Aktuatoren, etc.

Tabelle 13: Anschlüsse in SimMechanics

nach [MATLAB SimMechanics User Guide/Modeling Mechanical Systems/Representing Machines with Models]

Die Anschlüsse der Gelenke an einem Körper haben zusätzlich noch die Bezeichnung B („Base“) und F („Follower“). Das bedeutet, dass sich jener Körper, der am Anschluss F hängt, relativ zum Körper, der am Anschluss B hängt, bewegt. Im konkreten Fall eines Drehgelenks würde ein positives Moment am „Follower“ eine positive Winkelauslenkung gegenüber der „Base“ bewirken (Rechtskoordinatensys-

tem vorausgesetzt). [MATLAB SimMechanics User Guide/Modeling Mechanical Systems/Modeling Degrees of Freedom/Creating a Joint]

Die Verbindungslinien selbst transportieren nicht Signale wie in herkömmlichen Simulink-Modellen, sondern Energieflüsse. Letztere sind aufgeteilt in zwei Variablen, der „Across-Variable“ und der „Through-Variable“ [MATLAB Simscape User Guide/Modeling Physical Systems/Basic Principles of Modeling Physical Networks/Variable Types]. Im mechanischen Fall sind damit die Basisvariablen

- rotatorisch: Moment und Winkelgeschwindigkeit
- translatorisch: Kraft und Geschwindigkeit,

da ihr Produkt den Energiefluss in Watt (Leistung) darstellt. Da sich diese Verbindungen von denen der Simulink-Blockmodelle unterscheiden, können sie auch nur über sogenannte Sensoren eingebunden werden, eine direkte Verknüpfung der beiden Signalarten ist nicht möglich.

Simulation

Die Simulation eines SimMechanics-Modells läuft in vier Schritten ab [MATLAB SimMechanics User Guide/Running Mechanical Systems/How SimMechanics Software works]:

1. Modellvalidierung (Die Einträge werden überprüft und die sogenannte „home configuration“ (Konfiguration zum Zeitpunkt t_0) wird erstellt)
2. Initialisierung
3. Simulation (Kraftgesteuert („Forward Dynamics“) oder bewegungsgesteuert („Inverse Dynamics“))
4. Haftreibungsbetrachtung (alternativer Schritt, sofern MATLAB-interner Reibungsblock benutzt wird)

Dass sich dieser Simulationsablauf von jenem der Simulink-Modelle unterscheidet, stellt kein Hindernis bezüglich der gleichzeitigen Verwendung von SimMechanics-Elementen und Simulink-Elementen dar, was die Modelle des nächsten Punktes auch zeigen werden.

3.5.1.4 Modellbildung

Mit dem oben beschriebenen Grundlagenverständnis wird nun das erste der beiden Modelle dieser Arbeit erstellt. Die Konfiguration und das mathematische Modell wurden unter 3.4 „Das mathematische Modell“ schon erklärt, also soll hier gleich mit der Modellierung begonnen werden. Im Folgenden wird kurz näher erklärt, welche Elemente benutzt wurden und was sie darstellen [MATLAB SimMechanics User Guide/Modeling Mechanical Systems]:

Symbol	Beschreibung
	Der Block „Machine Environment“ stellt die Simulationsumgebung dar. Hier können die Erdbeschleunigung, Toleranzen für lineare und rotatorische Bewegung oder grundsätzliche Einschränkungen (2D statt 3D) eingegeben werden.
	Dieser Block stellt quasi das Festlager im Raum dar. Er fixiert das anliegende Gelenk in einem gewünschten Punkt des Koordinatensystems.
	„Body“ kann einen beliebigen Körper darstellen. Die Konturen des Körpers ergeben sich aufgrund der eingegebenen Randpunkte. Eingabe von u.a. dem Trägheitstensor, der Masse, der gewünschten Lage bezüglich eines Referenzkoordinatensystems, etc. sind notwendig
	Gelenk mit einer zu wählenden Drehachse, kann über sogenannte Aktuatoren mit Reibung oder Widerstandsmomenten beaufschlagt werden.
	Aktiviert einen Körper mit einer Kraft oder einem Moment. Der pfeilförmige Eingang links stellt die Schnittstelle zu den Simulink-Blöcken her.
	Gibt Informationen bezüglich Weg, Geschwindigkeit, Beschleunigung (rotatorisch, translatorisch), etc. an Simulink-Blöcke zur Weiterverarbeitung weiter.
	Funktionsweise wie „Body Actuator“, nur ist das Zielobjekt ein Gelenk.
	Funktionsweise wie „Body Sensor“, die Daten werden allerdings betreffend des Gelenks ermittelt.

Tabelle 14: Symbole aus MATLAB SimMechanics

Die aus Simulink verwendeten Blöcke entsprechen denen von allgemeinen Blockschaltbildern, sie sind deshalb nur in aller Kürze angegeben [MATLAB Simulink/Blocks]:

Symbol	Beschreibung
	Ermöglicht die Eingabe einer konstanten Größe über der Zeit (auch Vektoren)
	Multipliziert/Dividiert die eingehenden Signale
	Addiert/Subtrahiert die eingehenden Signale
	Multipliziert das eingehende Signal mit einem Wert
	Ermöglicht die Auswahl einer mathematischen Funktion
	Ermöglicht die Eingabe einer Funktion bezüglich des Eingangssignals
	Mux (links): Bündelt Signale Demux (rechts): Trennt gebündelte Signale wieder auf
	Funktioniert als Schalter, der bei einer gewissen Schwelle auslöst
	Speichert einen Simulationsschritt, um ihn beim nächsten Schritt an das System zurückzugeben
	Begrenzt ein Signal nach oben und unten
	Beendet ein Signal, das nicht für die Simulation weiterverwendet wird
	Gibt Verläufe an einem virtuellen Bildschirm wieder
	Mit Hilfe dieser Funktion kann MATLAB-Programmcode auf die Eingänge u angewendet werden.

Tabelle 15: Symbole aus MATLAB Simulink

Die Darstellung des Modells erfolgt in Abbildung 28:

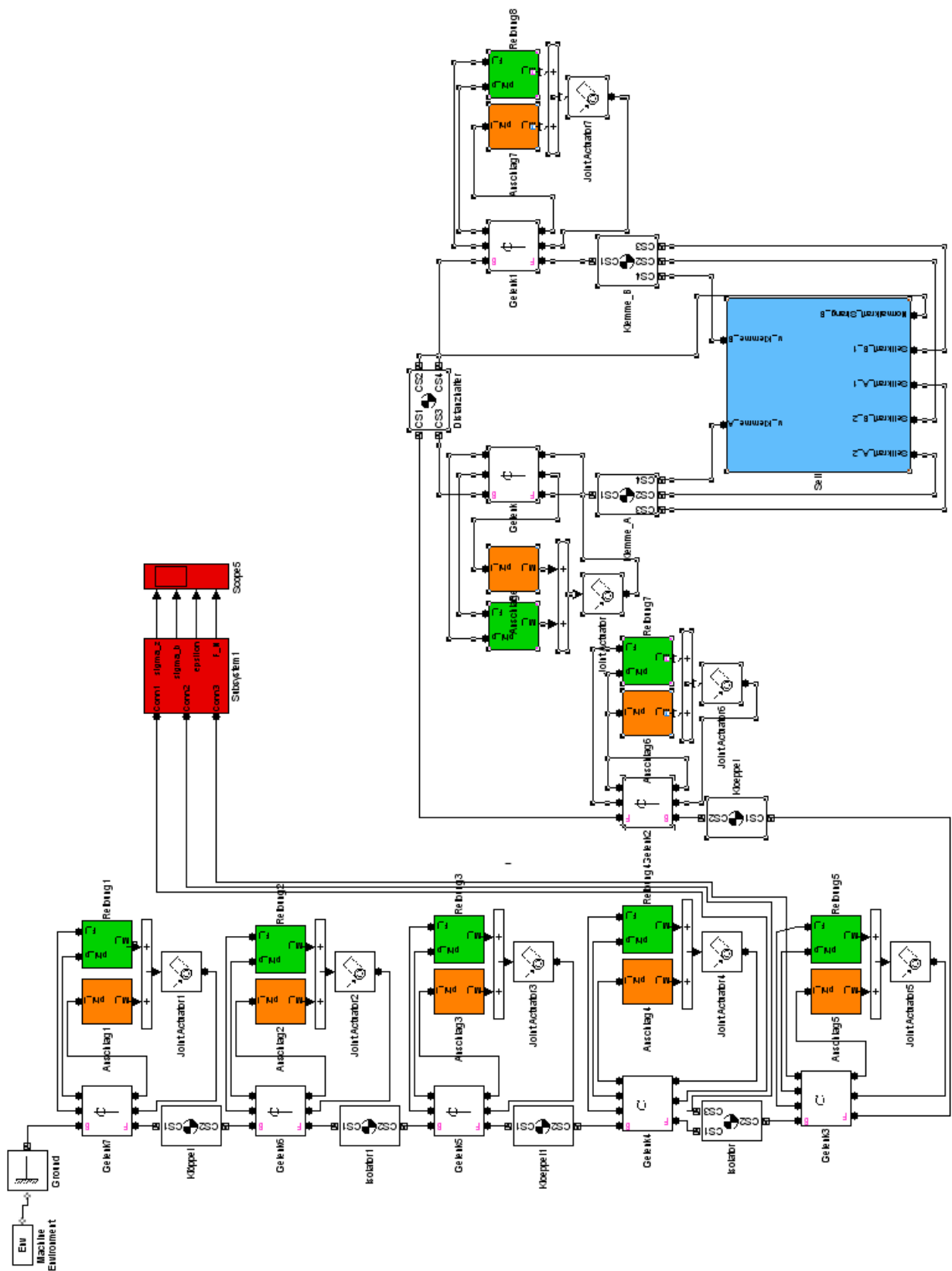


Abbildung 28: MATLAB Modell

Zur besseren Übersichtlichkeit wurden Teile des Modells farblich untermalt, sie sollen im Folgenden näher erläutert werden. Die farblosen Blöcke stellen die Grundstruktur in Form von Befestigung, Gelenken und Körpern (Isolatoren, Abstandhalter und Verbindungsglieder) dar.

Anschlag (orange)

In diesem Block sind Subsysteme verborgen, die wie folgt aussehen:

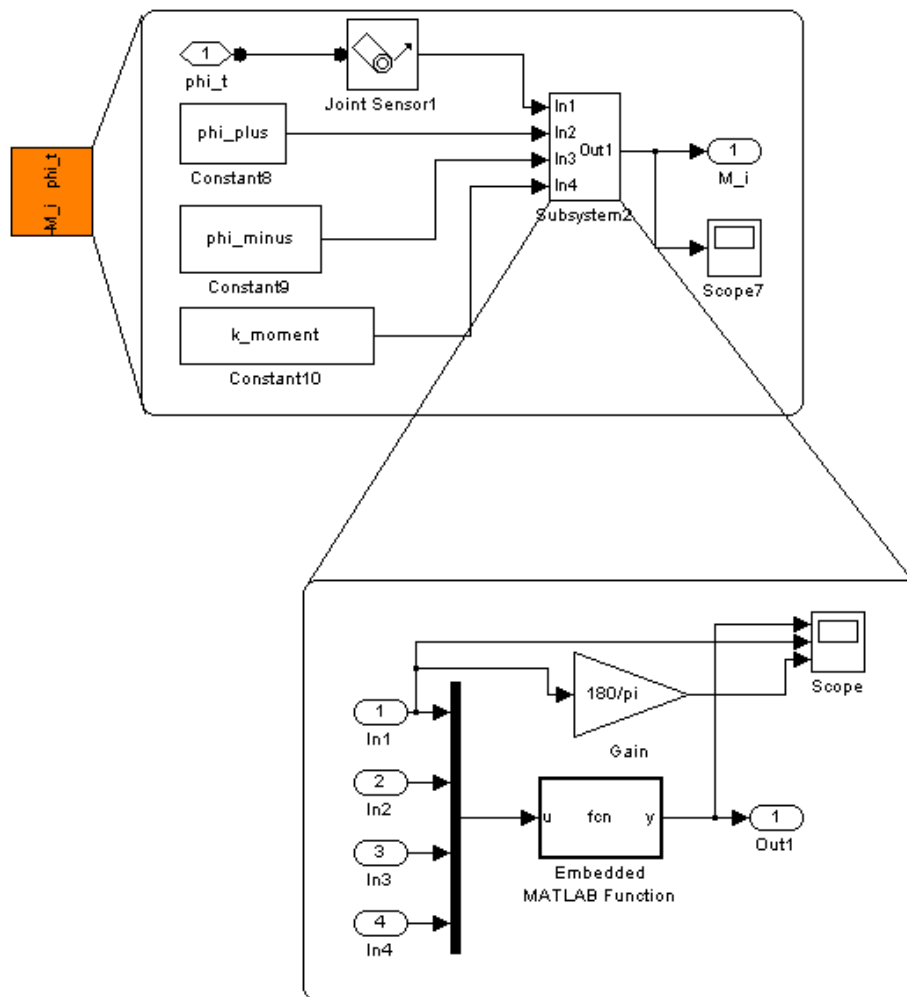


Abbildung 29: Subsystem Anschlag

Die in das erste Subsystem einfließenden Konstanten (ϕ_{plus} , ϕ_{minus} und k_{moment}) können über eine Maske eingegeben werden, es handelt sich dabei um die Anschlagswinkel, ab denen das Widerstandsmoment mit der Steigung k_{moment} zunimmt:

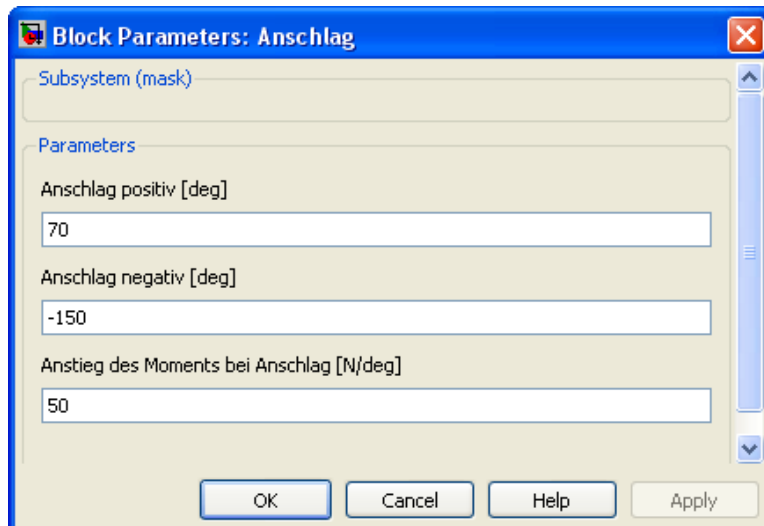


Abbildung 30: Maske für den Block Anschlag

Die Embedded Matlab Function im zweiten Subsystem enthält die Programmierung des Anschlages. Solange keiner der beiden Grenzwinkel erreicht ist, ist auch das Widerstandsmoment gleich null, ab dem Winkel steigt es mit der gewählten Steigung. Der Programmcode kann dem Anhang auf Seite 113 entnommen werden.

Reibung (grün)

Der mathematische Hintergrund zum Thema Reibungskräfte kann Kapitel 3.4 „Das mathematische Modell“ entnommen werden, wobei an dieser Stelle zusätzlich auf das Thema Haft- bzw. Gleitreibung eingegangen werden soll. Wie aus der Literatur hinlänglich bekannt ist, ist bei trockener Reibung der Haftreibungskoeffizient größer als der Gleitreibungskoeffizient. Diese Erscheinung führt dazu, dass die Abhängigkeit des Reibungskoeffizienten von der Geschwindigkeit Unstetigkeiten im Verlauf aufweist:

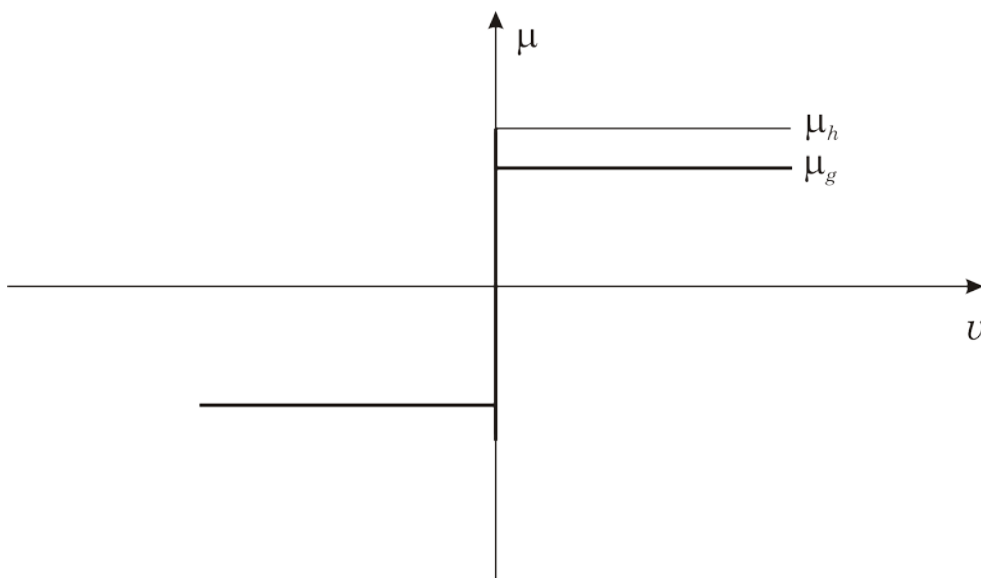


Abbildung 31: Reibungskoeffizient

Da Unstetigkeiten zu einer starken Verlangsamung der numerischen Simulation führen können, soll obige Funktion durch eine stetige Funktion ersetzt werden. In Anlehnung an Bollhöfer, Mehrmann [2004, S.9f] wird ein Ansatz verwendet, der dem Verlauf des Reibungskoeffizienten einen stetigen Verlauf unterstellt:

$$\mu(v) = \frac{4 \cdot v}{(1 + 4 \cdot v^2)} + \frac{2 \cdot \arctan(2v)}{\pi} \quad (3.59)$$

Ein ähnliches Verhalten zeigt auch die folgende Berechnung des Reibungskoeffizienten:

$$\mu(v) = \begin{cases} -\mu_g \cdot \left[1 + \frac{2 \left(\frac{\mu_h}{\mu_g} - 1 \right)}{1 + \left(\frac{v}{l} \right)^2} \right], & v \leq -l \\ \mu_g \cdot \frac{v}{l} \cdot \left[1 + \frac{2 \left(\frac{\mu_h}{\mu_g} - 1 \right)}{1 + \left(\frac{v}{l} \right)^2} \right], & -l < v < l \\ \mu_g \cdot \left[1 + \frac{2 \left(\frac{\mu_h}{\mu_g} - 1 \right)}{1 + \left(\frac{v}{l} \right)^2} \right], & v \geq l \end{cases} \quad (3.60)$$

Grafisch ergibt sich folgender Verlauf (qualitativ):

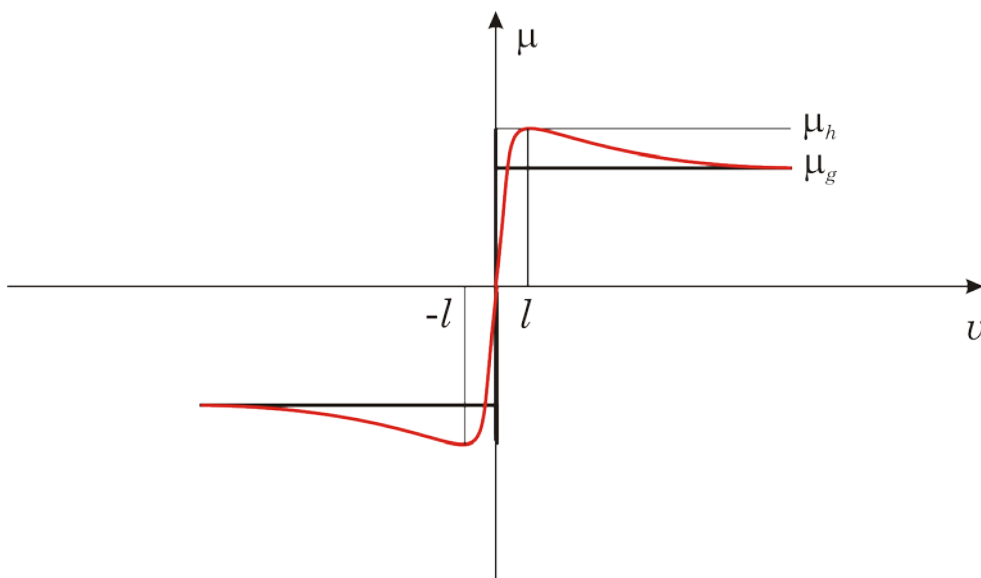


Abbildung 32: Näherungsverlauf des Reibungskoeffizienten

Es wird also in einem sehr kleinen Geschwindigkeitsbereich (von $-l$ bis $+l$) ein viskoses Verhalten eingeführt. Wenn die Steigung in diesem Bereich groß genug ge-

wählt wird, sind die Fehler im Vergleich zur tatsächlichen Situation minimal. Die Näherung entspricht damit natürlich nicht dem realen Verlauf, bringt in der Simulation aber Vorteile.

Zur Errechnung des Reibmoments sind neben dem Reibungskoeffizienten auch noch die Normalkraft und der Reibradius notwendig. Der Reibradius kann wie in der Erklärung des mathematischen Modells den Normblättern der Gelenksverbindungen entnommen werden, die Normalkraft ist in der Modellbildung über einen Sensorblock zu bekommen. Da der Sensor die Kraft als Vektor ausgibt, wird über Quadrieren und Wurzelziehen der Betrag der Normalkraft errechnet.

Nach diesen Erläuterungen sind nun die Subsysteme des grünen Reibungsblocks nach Abbildung 33 nachvollziehbar:

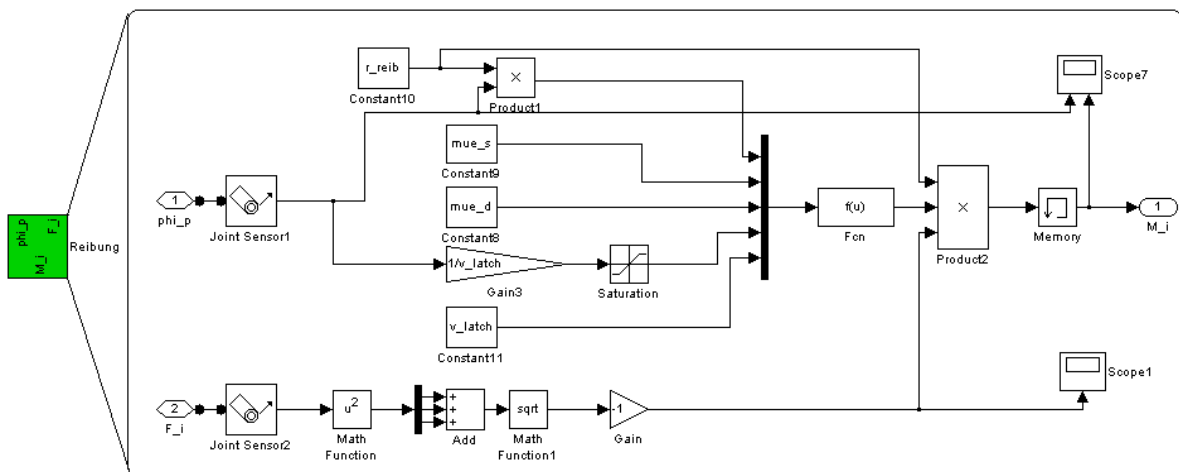


Abbildung 33: Subsystem Reibung

Zu obiger Grafik gelten noch folgende Anmerkungen:

- Bezeichnung für den Haftreibungskoeffizienten: μ_{e_s}
- Bezeichnung für den Gleitreibungskoeffizienten: μ_{e_d}
- Bezeichnung für den Reibradius: r_{reib}
- Bezeichnung für den „viskosen“ Bereich: v_{latch}

Die Ein- bzw. Ausgänge sind

- Winkelgeschwindigkeit (ϕ_{i_p})
- Vektor der inneren Kraft des Gelenks (F_{i_j})
- Reibmoment (M_{i_j})

Unter der Funktion $f(u)$ verbirgt sich der oben erläuterte Formalismus zur Näherung der trockenen Reibung.

Um verschiedene Versuche mit dem Modell einfach durchführen zu können, wurde der Block gemäß Abbildung 34 maskiert:

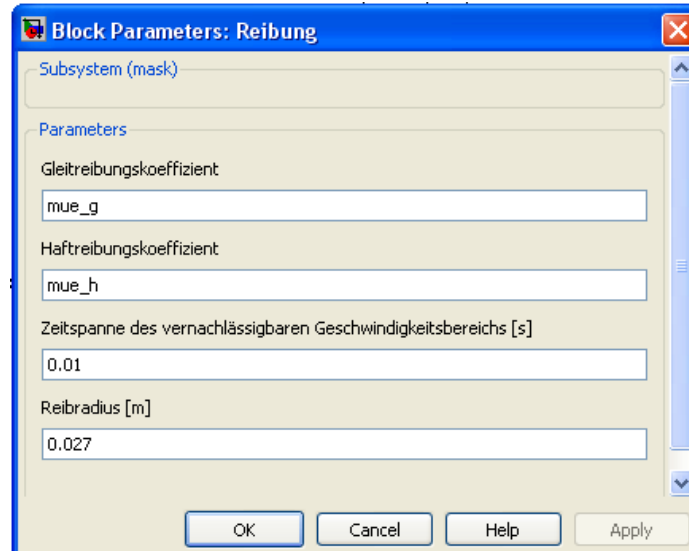


Abbildung 34: Maske des Reibungsblockes

Seilkraft (blau)

Die Modellierung der Seilkräfte wird unter Zuhilfenahme der Saitengleichung (vgl. Kapitel 3.4) durchgeführt. Die entsprechenden Subsysteme können Abbildung 35 entnommen werden. Neben den Parametern, die zur Berechnung notwendig sind (z.B. statische Seilzugkräfte, Ablaufwinkel, Materialdaten) enthalten die Subsysteme einige Sensoren, die die Geschwindigkeiten der Klemmpunkte des Seiles an den Seilblock weitergeben.

Das Herzstück der Berechnung ist im zweiten Subsystem zu finden: Die Embedded Matlab Function enthält den entsprechenden Programmcode, der im Anhang (Seite 113) aufgeführt ist.

Die sogenannte „Normalkraft im Strang B“ (erstes Subsystem) ersetzt die anfangs intakte Isolatorenkette B. Bei der Auslösung des Bruches wird sie zu null.

Um verschiedene Seilvarianten testen zu können, wurde auch hier eine Maske mit den notwendigen Eingabeparametern erstellt (Abb.36). Zur Abbildung 36 sei noch folgendes angemerkt:

- Die Variablennamen S_{sr_A} und S_{sr_B} stellen die vertikalen Seilkraftkomponenten dar
- A entspricht der Querschnittsfläche des Seiles
- E entspricht dem E-Modul des Seiles
- ρ entspricht der Dichte des Seiles
- α kennzeichnet den Ablaufwinkel
- N_B stellt die Normalkraft in Strang B dar

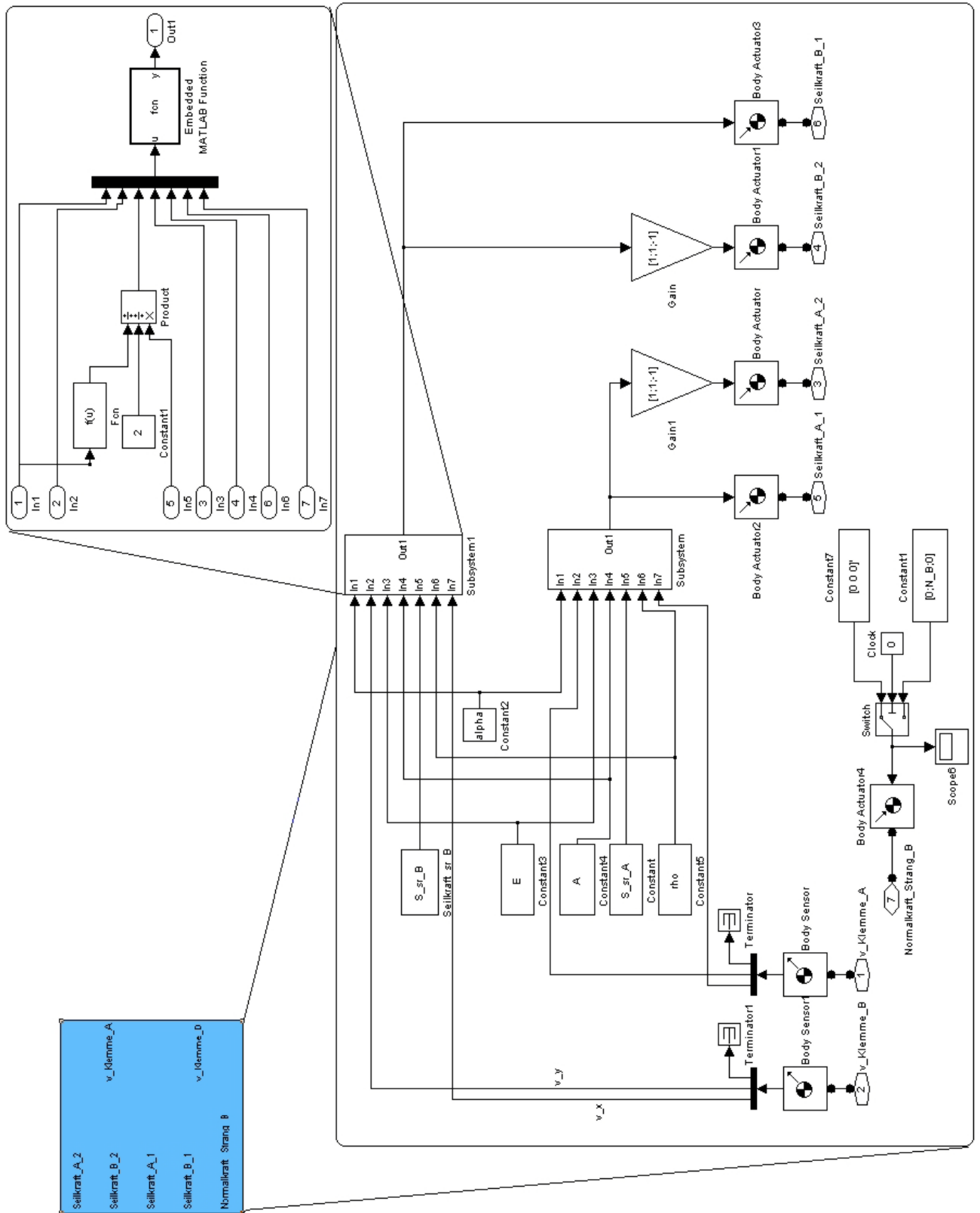


Abbildung 35: Subsysteme der Seilkraftmodellierung

Abbildung 36: Maske des Seilblockes

Spannungsberechnung (rot)

Die Spannungsberechnung erfolgt unter der Einbeziehung der inneren Momente an den beiden Anschlussstellen des betreffenden Isolators (T_a und T_e) sowie durch die Ausgabe der entsprechend benötigten Beschleunigungen des Isolators selbst. Um in den nachfolgenden Ergebnisbetrachtungen auch einen Vergleich mit Messungen anstellen zu können, wurde als Betrachtungspunkt die Stelle des Isolators I_{A1} gewählt, die ein Drittel der Isolatorlänge vom abstandhalterseitigen Gelenk entfernt liegt.

Das Subsystem „Spannungsberechnung“ kann der Abbildung 37, die zugehörige Eingabemaske der Abbildung 38 und der Code der Embedded Matlab Function dem auf Seite 114 Anhang entnommen werden.

Bei der Bezeichnung der einzugebenden Variablen gilt folgendes:

- m_{iso} ist die Masse des Isolators
- l_{iso} ist die Länge des Isolators
- d_{iso} ist der Strunkdurchmesser des Isolators
- E_{iso} ist der E-Modul des Isolators
- x_{iso} ist die Auswertungsstelle, gemessen vom darüberliegenden Gelenk

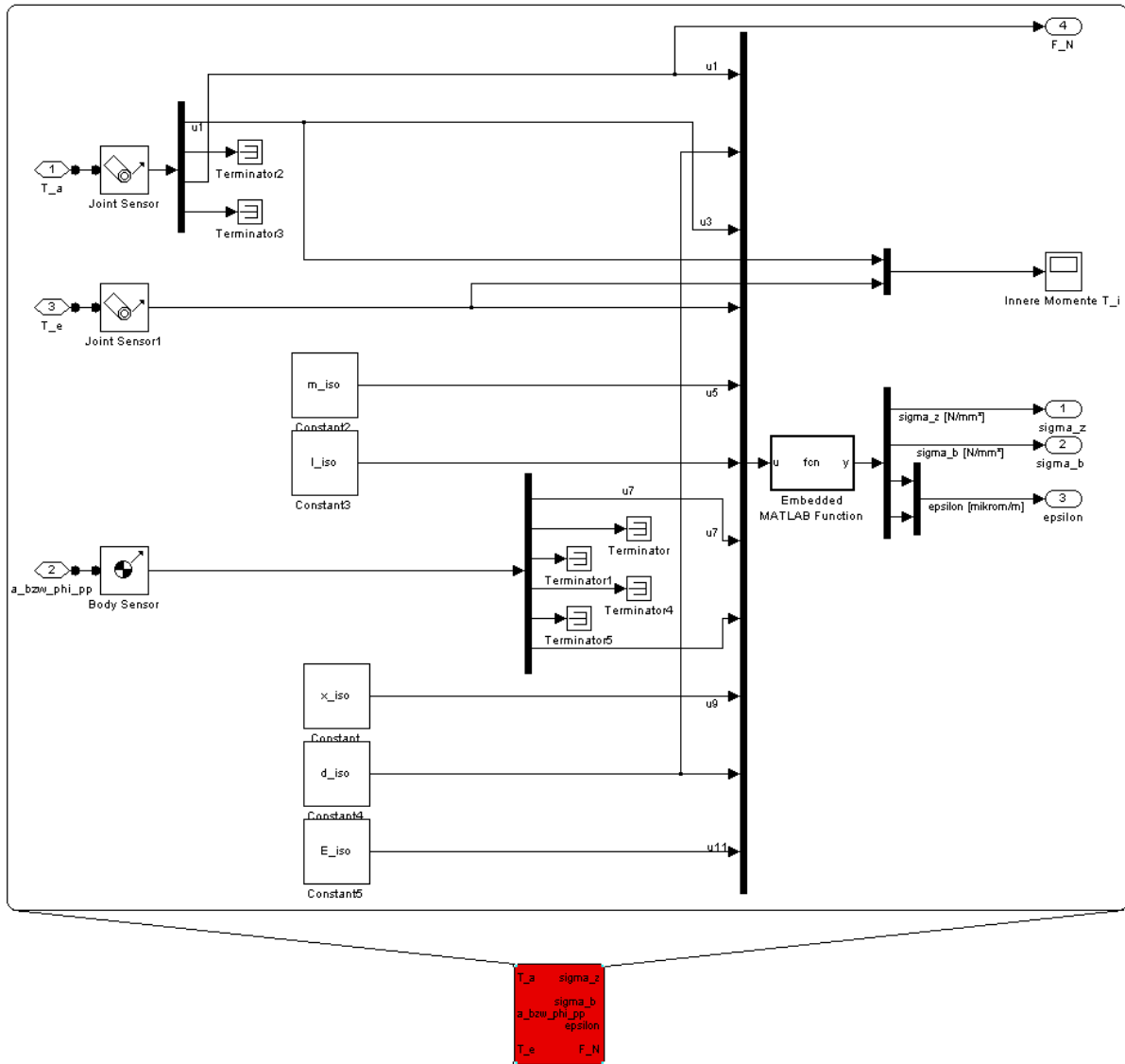


Abbildung 37: Subsystem Spannungsberechnung

Die Ausgabegrößen sind

- die Normalkraft (F_N)
- die Zugspannung (σ_z)
- die Biegespannung (σ_b)
- die Dehnung aufgrund der gesamten Spannung (ϵ)

Die Ausgabegrößen werden im rot untermalten Scope des Gesamtsystems angezeigt. Des Weiteren besteht auch noch die Möglichkeit, die Daten mit einem „To Workspace“-Block zur weiteren Verarbeitung an MATLAB zu senden (bessere Plot-Varianten, Generierung von Excel-Daten).

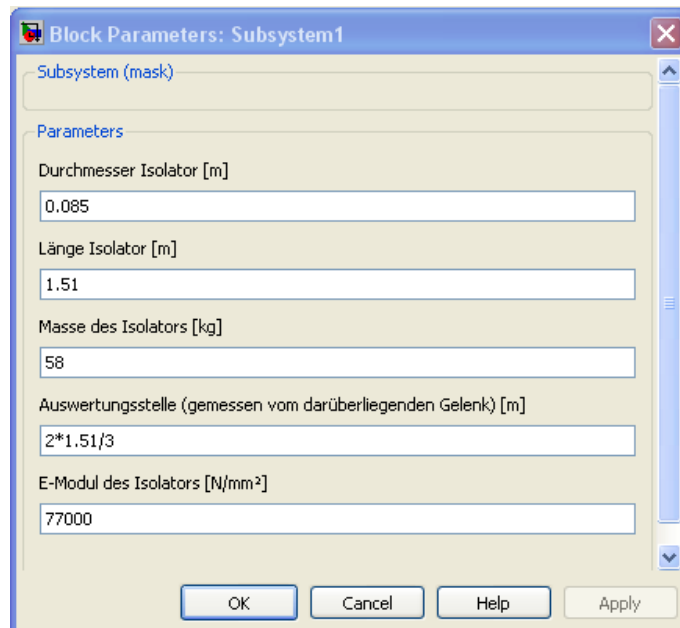


Abbildung 38: Maske des Blocks „Spannungsberechnung“

3.5.2 Modellbildung mit ITI SimulationX 3.2

ITI SimulationX, ein in Deutschland entwickeltes Produkt, stellt dem eher mathematisch orientierten Programm MATLAB eine ingenieurorientierte Modellierungsmöglichkeit entgegen. Die entsprechenden Elemente wie Federn, Dämpfer, Räder etc. werden zum Einbau bereit zur Verfügung gestellt, lediglich die notwendigen Parameter müssen noch eingegeben werden.

Die Modellierung der vorliegenden Aufgabe erfolgte mit Hilfe der Bibliothek „MKS Mechanik“, hierbei ergibt sich auch die Möglichkeit einer 3D-Visualisierung.

3.5.2.1 Arbeitsweise von ITI SimulationX

Das Produkt SimulationX bietet verschiedene Arten der Modellierung an [ITI SimulationX User Guide/Modellierungsmöglichkeiten in SimulationX]:

- physikalisch-objektorientiert
- signalorientiert
- Gleichungs- und Algorithmen-basiert

Erstere Möglichkeit wurde im Hinblick auf die vorliegende Problemstellung herangezogen und soll an dieser Stelle etwas genauer betrachtet werden.

Ein physikalisch-objektorientiertes Modell (Netzwerkmodell) entsteht durch Elemente, die durch Verbindungen (Knoten) miteinander verbunden sind. Die physikalischen Zusammenhänge in solchen Netzwerkmodellen werden durch sogenannte Fluss- und Potentialgrößen dargestellt. Potentialgrößen werden von den Verbindungen geführt, wobei gilt, dass zusammenhängende Anschlüsse den gleichen Satz an Potentialgrößen haben. Als Beispiel seien hier Wege, Geschwindigkeiten, Be-

schleunigungen (Mechanik) sowie Druck (Hydraulik) und Spannung (Elektronik) angegeben. Für die Flussgrößen gilt, dass bestimmte Regeln an den Knoten erfüllt sein müssen, in der Mechanik kann beispielhaft gefordert werden, dass die Summe der Kräfte gleich null sein muss. Die Flussgrößen sind somit Kräfte, Drehmomente (Mechanik), Strom (Elektronik) und andere. Die Elemente definieren einen Zusammenhang zwischen Potential- und Flussgrößen, im Falle einer viskosen Dämpfung gilt z.B. für die Dämpfungskraft

$$F_D = \beta \cdot \dot{x} \quad (3.61)$$

mit \dot{x} als der Geschwindigkeit und β als einer Dämpfungskonstante. [ITI SimulationX User Guide/Modellierungsmöglichkeiten in SimulationX/Physikalisch-objektorientierte Modellierung]

Betrachtet man ein Netzwerkmodell im Hinblick auf die Modellierung mit der MKS Mechanik-Bibliothek, so können einige der oben angeführten allgemeinen Erklärungen mit konkreten Darstellungen verständlicher gemacht werden:

Wie in Abbildung 39 ersichtlich, besteht zwischen zwei Elementen nur eine Verbindung, diese ist aber bidirektional. Über sie werden kinematische Variablen (translatorisch und rotatorisch: Weg, Geschwindigkeit, Beschleunigung) vom kinematischen Elementanschluss zum kinetischen Elementanschluss weitergegeben. In umgekehrter Richtung erfolgt die Weitergabe der kinetischen Variablen (Kraft, Drehmoment). [ITI SimulationX User Guide/Bibliotheken/Mechanics/Multi-Body Mechanics]



Abbildung 39: Verbindung in SimulationX (MKS)

Der kinematische Elementanschluss ist goldfarben, der kinetische weiß.

Der Ablauf der Simulation wird in ITI SimulationX [User Guide/Analyse/Transiente Simulation im Zeitbereich/Ablauf der Berechnung im Zeitbereich] wie folgt angegeben:

1. Globale symbolische Analyse (Überführung auf ein intern rechenbares Modell)
2. Bestimmung konsistenter Anfangswerte
3. Zeitschritt
4. Kontrolle, ob ein Ereignis aufgetreten ist

Bei diesem sehr grob dargestellten Ablauf soll noch darauf hingewiesen werden, dass bei Fehlern die Simulation nach dem entsprechenden Zeitschritt abgebrochen wird.

Die globale symbolische Analyse besteht selbst aus zahlreichen Einzelschritten, wobei zusammengefasst je nach Solver-Typ ein mathematisches Modell erster Ordnung der Form

$$0 = f(x, \dot{x}, p, t) \quad (3.62)$$

oder der Form

$$\dot{x} = f(x, p, t) \quad (3.63)$$

erstellt wird, x ist die Zustandsgröße, p der Parameter und t die Zeit.

Die Kontrolle bezüglich des Auftretens von Ereignissen berücksichtigt z.B. die Reibungsproblematik und führt auf eine möglichst genaue Bestimmung des Zeitpunktes des Ereignisses. [ITI SimulationX User Guide/Analyse/Transiente Simulation im Zeitbereich/Ablauf der Berechnung im Zeitbereich/Die globale symbolische Analyse]

3.5.2.2 Integratoren in SimulationX

Unter SimulationX können drei Integratoren ausgewählt werden:

- BDF-Verfahren (Backward Differential Formulas)
- MEBDF-Verfahren (Modified Enhanced BDF)
- CVODE-Verfahren (externer Solver)

Die ersten beiden eignen sich sowohl für nicht steife und steife Differentialgleichungen als auch für Unstetigkeiten. Es handelt sich bei beiden Verfahren um implizite Mehrschrittverfahren mit variabler Schrittweite (Prädiktor-Korrektor-Verfahren), wobei bei jeder Korrektoriteration ein Gleichungssystem gelöst werden muss. Die Lösung erfolgt entweder durch Solver für schwach besetzte Matrizen oder mit dem (skalierten) Gauß-Verfahren.

Das dritte Verfahren dient der Erhöhung der Rechengeschwindigkeit. Es verwendet eine kompilierte Form des Modellalgorithmus, eignet sich aber schlechter für Unstetigkeiten. [ITI SimulationX User Guide/Analyse/Transiente Simulation im Zeitbereich/Verfügbare Solver]

3.5.2.3 Modellbildung

Ähnlich wie bei der Beschreibung des ersten Modells in MATLAB sollen auch hier kurz die verwendeten Symbole erklärt werden, ersichtlich in Tabelle 16. Jedes der angeführten Elemente ermöglicht die Eingabe von notwendigen Parametern bei Öffnen des Eigenschaftsfensters.

Mit den angeführten Elementen wurde das Modell in Abbildung 40 erstellt (gleiche Kettenkonfiguration wie im mathematischen Modell und bei der MATLAB SimMechanics Modellierung: Doppeltragkette mit Bruchstelle I). Die Funktionsblö-

cke zur Berechnung der Seilkräfte sind aus Übersichtlichkeitsgründen hierbei nicht abgebildet.

Links in der Abbildung befindet sich der intakte Strang der Isolatorenkette, im mittleren Teil der Abstandhalter, die Tragklemmen und die angreifenden Seilkräfte. Rechts ist, wie auch schon im MATLAB-Modell, eine Normalkraft installiert, die bis zum Bruch den zweiten Strang simuliert. Für die Seilkraft wurde wieder das Modell der schwingenden Saite verwendet.

Die Reibstelle in ITI SimulationX modelliert die Reibung laut ITI SimulationX [User Guide/Bibliotheken/Mechanics/Linear Mechanics/Rigid Fritction] als Haft- und Gleitreibung (vgl. auch Abb. 31).

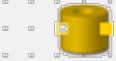






Symbol	Beschreibung
	Zylinder zur Darstellung der Isolatoren bzw. Verbindungsglieder
	Prisma zur Darstellung des Distanzhalters
	Starre Verbindung (zur Definition des Angriffspunktes z.B. einer Kraft)
	Angetriebenes Gelenk (der „Antrieb“ erfolgt durch Reibung)
	Raumfeste Kraft
	Funktion, ermöglicht die Implementierung von Berechnungen
	Reibstelle

Tabelle 16: Symbole in ITI SimulationX

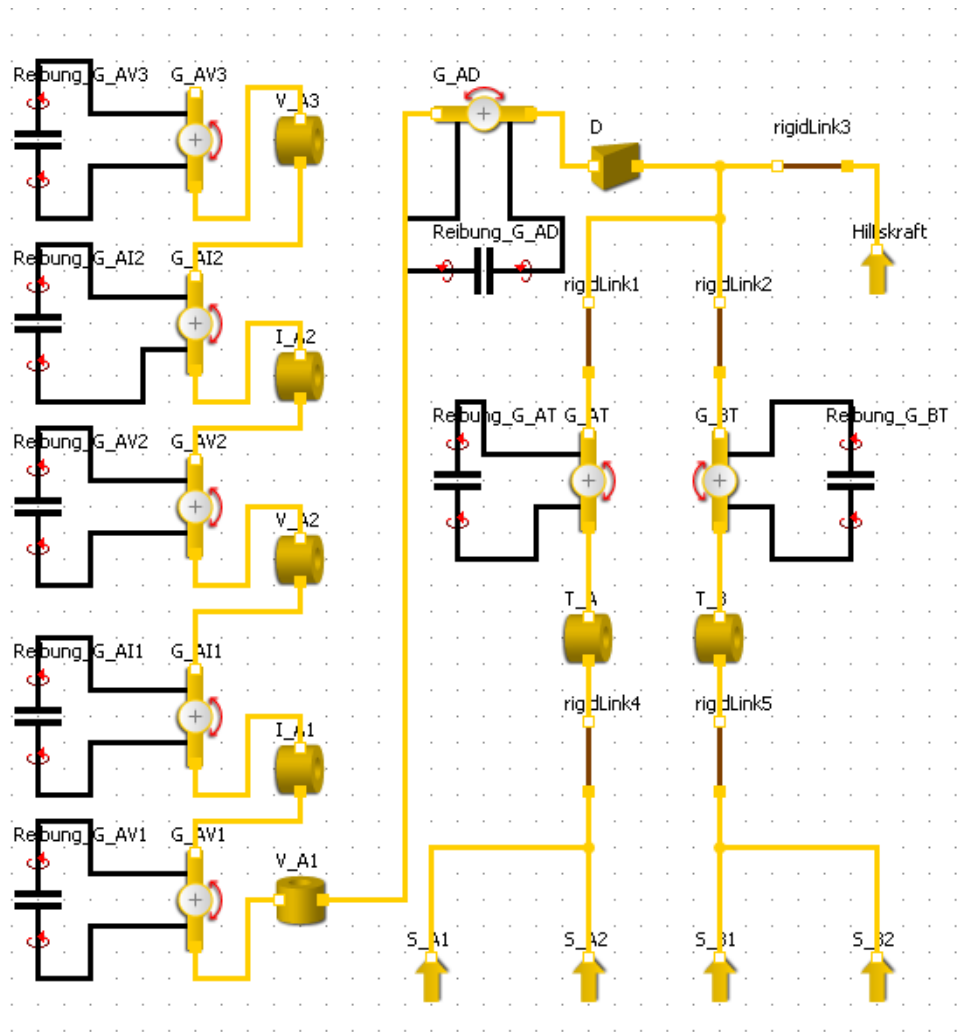


Abbildung 40: Modell in ITI SimulationX

4 Ergebnisse

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse einer Simulation untersucht, wobei die Basis dieser Simulation durch die Daten des Versuches T21112, durchgeführt in der Versuchsanstalt Langen (Deutschland), gebildet wird. Die dort verwendete Kettenkonfiguration entspricht der in den beiden erstellten Modellen.

Neben der Untersuchung bezüglich des Einflusses bestimmter Parameter soll auch noch der Code-Export angesprochen werden sowie eine Auswahl an Eigenschaften der beiden betrachteten Softwareprodukte.

4.1 Versuchsdaten

Im Folgenden sollen die Typen und Eckdaten der verwendeten Elemente tabellarisch aufgelistet werden. Hierbei wird unter Eckdaten jener Datensatz verstanden, der das Element im Modell beschreibt. So bezieht sich der Strunkdurchmesser des Isolators z.B. auf den des Ersatzzylinders (der reale Isolator hat aufgrund seiner Kappen mehrere Durchmesser). Auch wurden die Schutzarmaturen nicht zusätzlich modelliert, sondern in die Verbindungsglieder miteinbezogen (z.B. die Masse). In Tabelle 17 befinden sich jene Daten, die die zylinderförmigen Modellelemente betreffen:

Produktbezeichnung	Ersatzmodell	Masse [kg]	Länge [mm]	Durchmesser [mm]	Bezeichnung im Modell
Klöppeflasche gerade IEC 20 mit Einwegschutzarmatur $\varnothing 250/\varnothing 22$ H=210	Zylinder	4.7	125	20	V _{A3}
Doppelklöppel IEC 20 mit Einweg-Zwischenarmatur $\varnothing 250/\varnothing 22$ H=210	Zylinder	8	96	20	V _{A2}
Klöppeflasche gerade IEC 20 mit unterem Schutzring $\varnothing 550$	Zylinder	11.5	125	20	V _{A1}
Isolator WL 85/18+17-220min	Zylinder	58	1510	85	I _{A1} und I _{A2}
Tragklemme	Zylinder	5.6	150	20	T _A und T _B

Tabelle 17: Teile zylinderförmig in T21112

Zusätzlich war auch noch der E-Modul des Isolators mit 77000 N/mm² gegeben.

Der Abstandhalter im Versuch T21112 war trapezförmig, die Abmessungen können Tabelle 18 entnommen werden (Bezeichnungen wie in Abbildung 13).

Bezeichnung	Beschreibung	Wert
a	Obere Seitenlänge	600 mm
b	Untere Seitenlänge	400 mm
h	Höhe	200 mm
d	Dicke	40 mm
-	Gewicht	16 kg

Tabelle 18: Eckdaten des Trapezabstandhalters 600/400/200

Die Reibradien der Gelenksverbindungen ergeben sich aus der Norm DIN IEC 120 bzw. aus den Werkstattzeichnungen:

Bezeichnung	Gelenk	Durchmesser [mm]
Reibradius Gabelgelenk	Gelenk mastseitig Gelenke am Abstandhalter	22
Reibradius Isolatorplatte	Alle Isolator-Klöppel- Verbindungen	27

Tabelle 19: Reibradien T21112

Die Anschlagswerte (die Grenzen der freien Bewegung in den Gelenken) wurden für jedes Gelenk einzeln eingegeben (vgl. Tabelle 20), wobei die Werte für die Klöppel-Isolator-Verbindungen aus der Norm DIN IEC 120 [1987, S.13] bei Nenngröße 20 entnommen wurden. Für die Gabelverbindungen wurden mangels genauer Werte Näherungswerte basierend auf der Geometrie der verbundenen Elemente angenommen, die exakten Werte sind im Hauptprojekt am realen Objekt noch zu ermitteln.

Gelenksbezeichnung	Verbundene Elemente	Anschlag positiv [°]	Anschlag negativ [°]
G_{AV3}	Mast/Verbindungsglied 3	170	-170
$G_{AI2}, G_{AV2}, G_{AI1}, G_{AV1}$	Isolator/Klöppel	3.3	-3.3
G_{AD}	Verbindungsglied 1 / Distanzhalter	80	-200
G_{AT}	Distanzhalter/Tragklemme Seite A	80	-150
G_{BT}	Distanzhalter/Tragklemme Seite B	150	-80

Tabelle 20: Anschlagswerte T21112

Ab Erreichen des Anschlages steigt das Rückstellmoment abhängig von der weiteren Auslenkung an. Da zu dieser Steigung noch keine genauen Werte gefunden werden konnten, wurde nach [Müller 1991, S.575f] als Näherungswert 50 Nm/° angenommen.

Für die Reibungskoeffizienten wurden im Laufe der Simulationen verschiedene Werte angenommen und deren Einfluss beobachtet, man vergleiche auch Kap 4.4.

Die angreifenden statischen Seilkräfte wurden aus den Daten der Versuchsprotokollierung des Versuches T21112 in Langen berechnet. Gegeben waren jeweils die Normalkräfte in Strang A bzw. B. Aus dem Momentengleichgewicht ergibt sich (vgl. auch Abbildung 41):

$$\sum F_z = 0 = -N_A - N_B + F_{Az} + F_{Bz} \quad (4.1)$$

$$\sum M_P = 0 = N_B \cdot a - F_{Bz} \left(b + \frac{a-b}{2} \right) - F_{Az} \left(\frac{a-b}{2} \right) \quad (4.2)$$

Mit $a = 600 \text{ mm}$, $b = 400 \text{ mm}$, $N_A = 34900 \text{ N}$ und $N_B = 40000 \text{ N}$ folgt daraus

$$F_{Az} = 33625 \text{ N}$$

$$F_{Bz} = 41275 \text{ N}$$

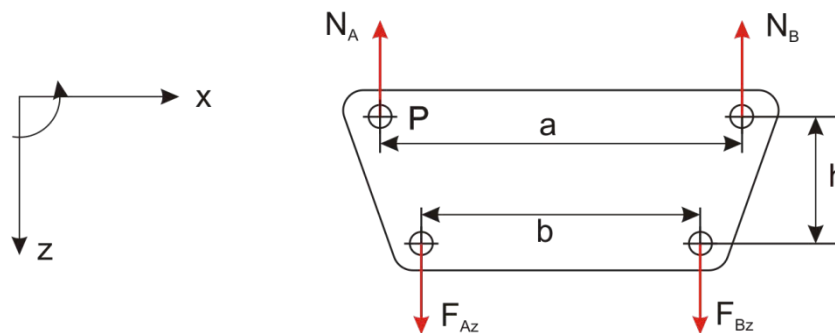


Abbildung 41: Kräfte am Abstandhalter

Für den Ablaufwinkel des Seiles wurde mangels genauer Versuchsdokumentation ein Wert angenommen, der nach Angaben der Mosdorfer GmbH und nach Hartmann et al. [1993, S.1448ff] 12° von der Horizontalen nach unten beträgt. Die weiteren Angaben zum Seil konnten dem Seildatenblatt des verwendeten Seiles entnommen werden, vgl. auch Tabelle 18 bzw. Seite 115:

Bezeichnung	Beschreibung	Wert
A_{Seil}	Querschnittsfläche	1471.05 mm^2
E_{Seil}	E-Modul	79261.2 N/mm^2
G_{Seil}	Gewicht je Kilometer	5055 kg/km
ρ_{Seil}	Dichte	3436.32 kg/m^3

Tabelle 21: Daten des Seiles C-1288/183

Anzumerken ist, dass die Dichte über die Beziehung

$$\rho_{Seil} = \frac{G_{Seil}}{V_{Seil}} \quad (4.3)$$

mit V_{Seil} als dem Volumen des Seiles errechnet wurde. Letzteres wurde mit der Seillänge l_{Seil} über

$$V_{Seil} = A_{Seil} \cdot l_{Seil} \quad (4.4)$$

bestimmt.

4.2 Wahl der Integratoren

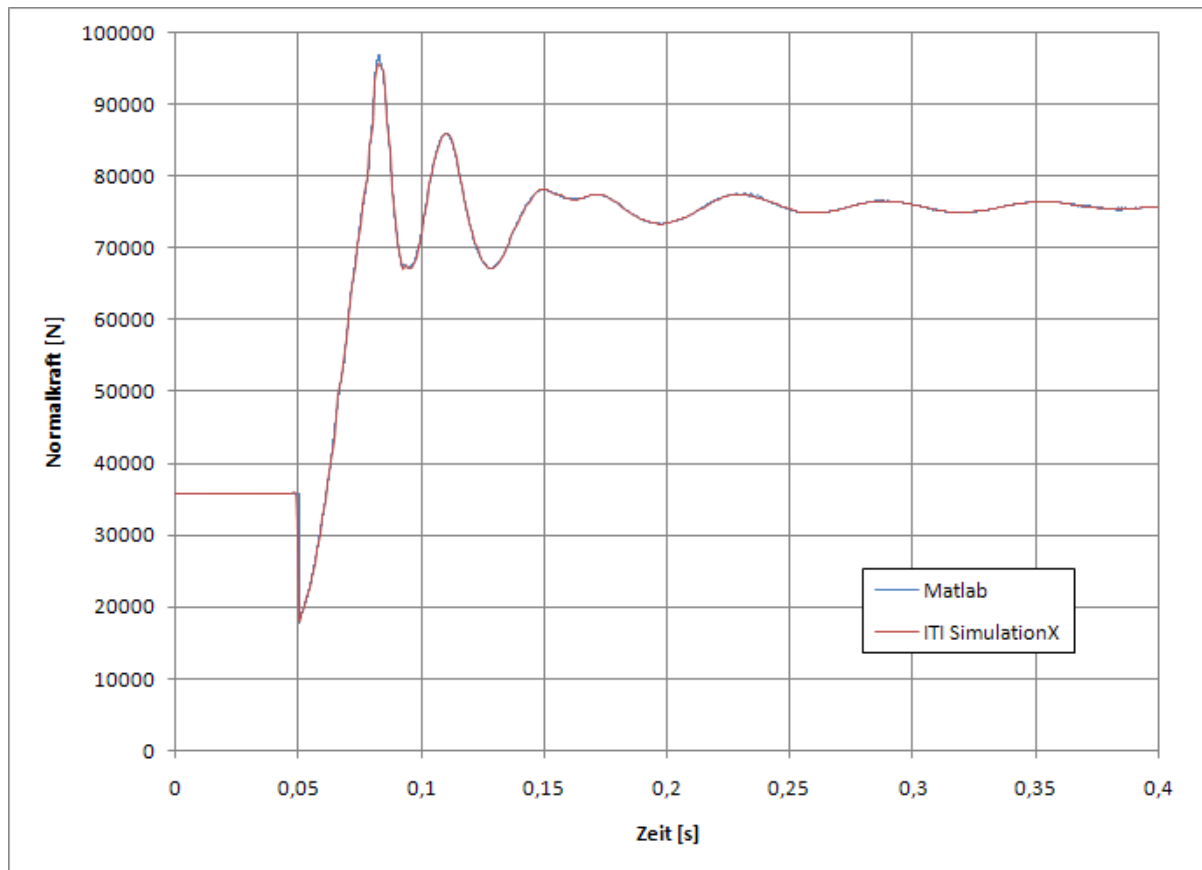
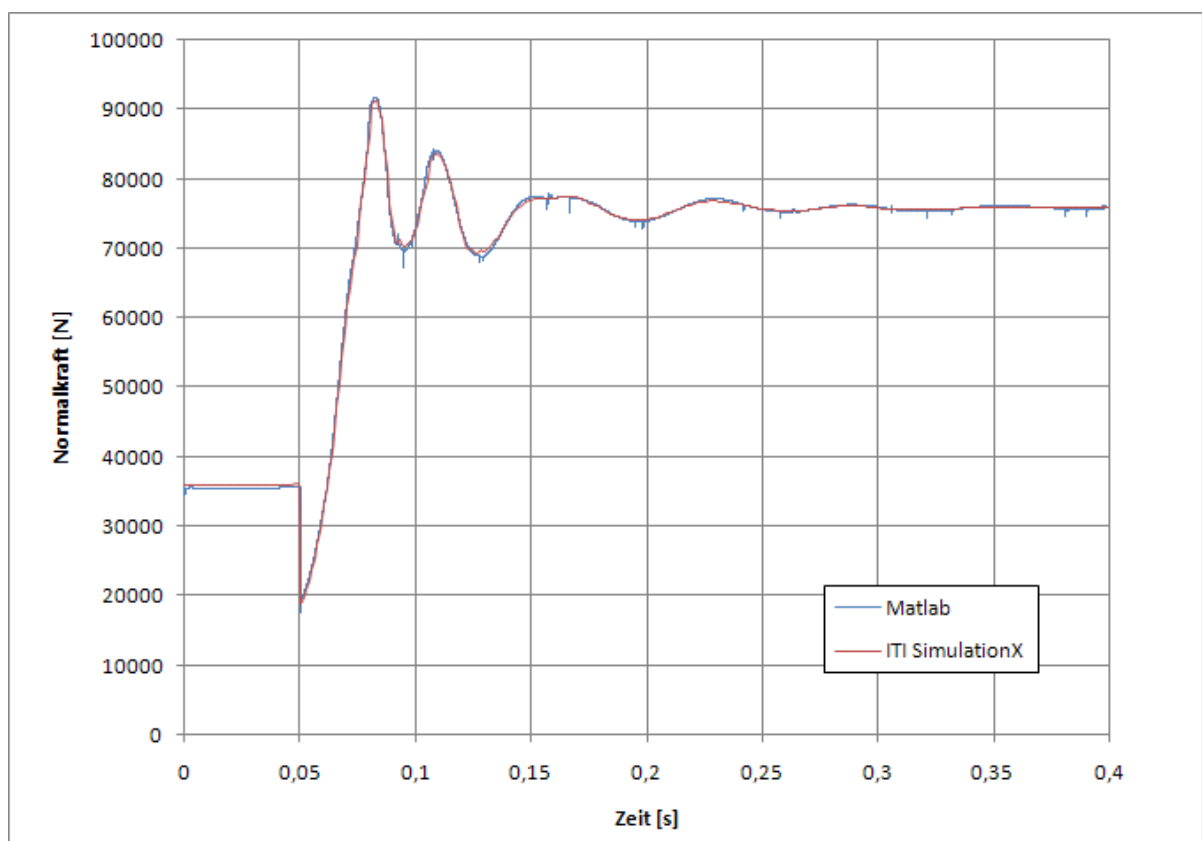
Für die Simulationen, aus denen die nachfolgenden Ergebnisse entstanden, wurden folgende Integratoren gewählt:

- **ITI SimulationX:** Der voreingestellte Solver BDF war ausreichend, ein Test mit dem MEBDF-Solver brachte keine Änderung/Verbesserung der Ergebnisse.
- **Matlab/Simulink:** Im Hinblick auf den Code-Export (nur Solver mit fixer Schrittweite möglich) wurde zuerst mit variabler Schrittweite getestet (ode45, ode113, ode15s), danach mit einem Solver mit fixer Schrittweite (ode3). Die Ergebnisse sind mit dem Solver für steife Differentialgleichungssysteme geringfügig besser. Mit fixer Schrittweite lassen sich ähnlich gute Ergebnisse erzielen, wenn die Wahl der Schrittweite richtig ist: Zu hohe Werte verlängern die Simulationsdauer stark, zu niedrige verringern die Qualität. Bei der Wahl der Schrittweite von 0.0001 bis 0.00001 Sekunden entsteht eine gute Kombination aus Dauer und Qualität.

4.3 Vergleich der verwendeten Softwareprodukte

Um im weiteren Verlauf der Ergebnisdokumentation auf eine durchlaufend doppelte Ausführung verzichten zu können, soll hier gezeigt werden, dass die beiden Simulationsprogramme quasi idente Lösungen erbringen. In den beiden folgenden Abbildungen 42 und 43 werden die Normalkraftverläufe im mastauslegerseitigen Randpunkt des Isolators I_{A1} (das ist jener, der dem Abstandhalter näher ist) dargestellt. Dies erfolgt unter Berücksichtigung der Reibung, wobei nur die Gleitreibung einmal mit $\mu = 0.05$ und einmal mit $\mu = 0.2$ miteinbezogen wurde. Die Begründung für den Verzicht auf die Haftreibung kann Kapitel 4.4 entnommen werden. Die Richtigkeit des verwendeten Gleitreibungskoeffizienten steht hier nicht im Mittelpunkt, es geht rein um die Darstellung der Ergebnisgleichheit beider Softwareprodukte.

Wie in Abbildung 42 erkennbar ist, decken sich die beiden Rechenergebnisse sehr genau, lediglich der erste Peak bei ungefähr 0.08 Sekunden weist einen kleinen Unterschied auf:

Abbildung 42: Vergleich ITI SimulationX und MATLAB, $\mu_g = 0.05$ Abbildung 43: Vergleich ITI SimulationX und Matlab, $\mu_g = 0.2$

Der Unterschied in Abbildung 43 liegt neben der Größe der Normalkräfte (bei höherer Reibung sind die Maxima des Verlaufs kleiner) in kleinen „Ausreißern“, der Grund dafür liegt mit hoher Wahrscheinlichkeit im Reibungsansatz, da nur dort im Vergleich zur Abbildung 42 eine Variablenänderung vorgenommen wurde.

Mit dem oben gezeigten Vergleich kann nunmehr auf eine doppelte Ausführung der weiteren Ergebnisse verzichtet werden, es sollen im Folgenden nur mehr entweder Verläufe aus dem Programm ITI SimulationX oder aus MATLAB verwendet werden.

4.4 Einfluss verschiedener Faktoren

Um Aussagen über die Wirkung verschiedener Einflussfaktoren auf die Verläufe von Normalkraft oder Dehnung des Isolators treffen zu können, wurden mehrere Simulationsläufe durchgeführt. Die folgenden Ausführungen konzentrieren sich auf den Einfluss der Gleitreibung, der Haftreibung und der Dämpfung bei Erreichen des Gelenksanschlages.

4.4.1 Einfluss der Reibung

Die Auswirkung verschiedener Reibungskoeffizienten im vereinfachten Ansatz nach Kapitel 3.5.1.4 wurde von zwei Standpunkten aus betrachtet:

- Variation der Haftreibungskoeffizienten bei gleichzeitigem Nullsetzen der Gleitreibungskoeffizienten
- Variation der Gleitreibungskoeffizienten bei gleichzeitigem Nullsetzen der Haftreibungskoeffizienten

Anschließend wurden beide kombiniert eingesetzt. Da die genauen Werte für die Reibungskoeffizienten nicht bekannt sind, wurde als Anhalt der Bereich für die Paarung Stahl-Stahl gewählt, er liegt nach Gross et al. [2009, S.252] zwischen 0.15 und 0.5 für den Haftreibungskoeffizienten und 0.1 bis 0.4 für den Gleitreibungskoeffizienten.

Abbildung 44 zeigt die Verläufe bei Variation der Haftreibung (in SimulationX berechnet). Wie zu erkennen ist, bewirkt die Haftreibung auf das größte Maximum, das für den Isolator hinsichtlich des Zuglängsstoßes relevant ist, keine großen Unterschiede in der Höhe. Erst bei einem Wert von $\mu_H = 0.3$ ist eine Abnahme erkennbar. Betrachtet man die Höhe des ersten Maximums, so fällt auf, dass der Wert von über 110000 N dem der Simulation ohne Reibung (vgl. Abb.47) ähnelt. Die höherfrequenten Schwingungen über den ganzen Verlauf werden ebenfalls bei $\mu_H = 0.15$, $\mu_H = 0.2$ und $\mu_H = 0.5$ nicht eindeutig gedämpft, im Gegenteil, jene von $\mu_H = 0.25$ sind höher als jene von $\mu_H = 0.15$. Erst bei $\mu_H = 0.3$ wirkt sich die Haftreibung auch auf die höherfrequenten Schwingungen am Anfang des Verlaufs aus. Da, wie in Abbildung 45 ersichtlich, diese Schwingungen durch den Einfluss der Gleitreibung ohnehin stark gedämpft werden, soll hier nicht näher darauf eingegangen werden.

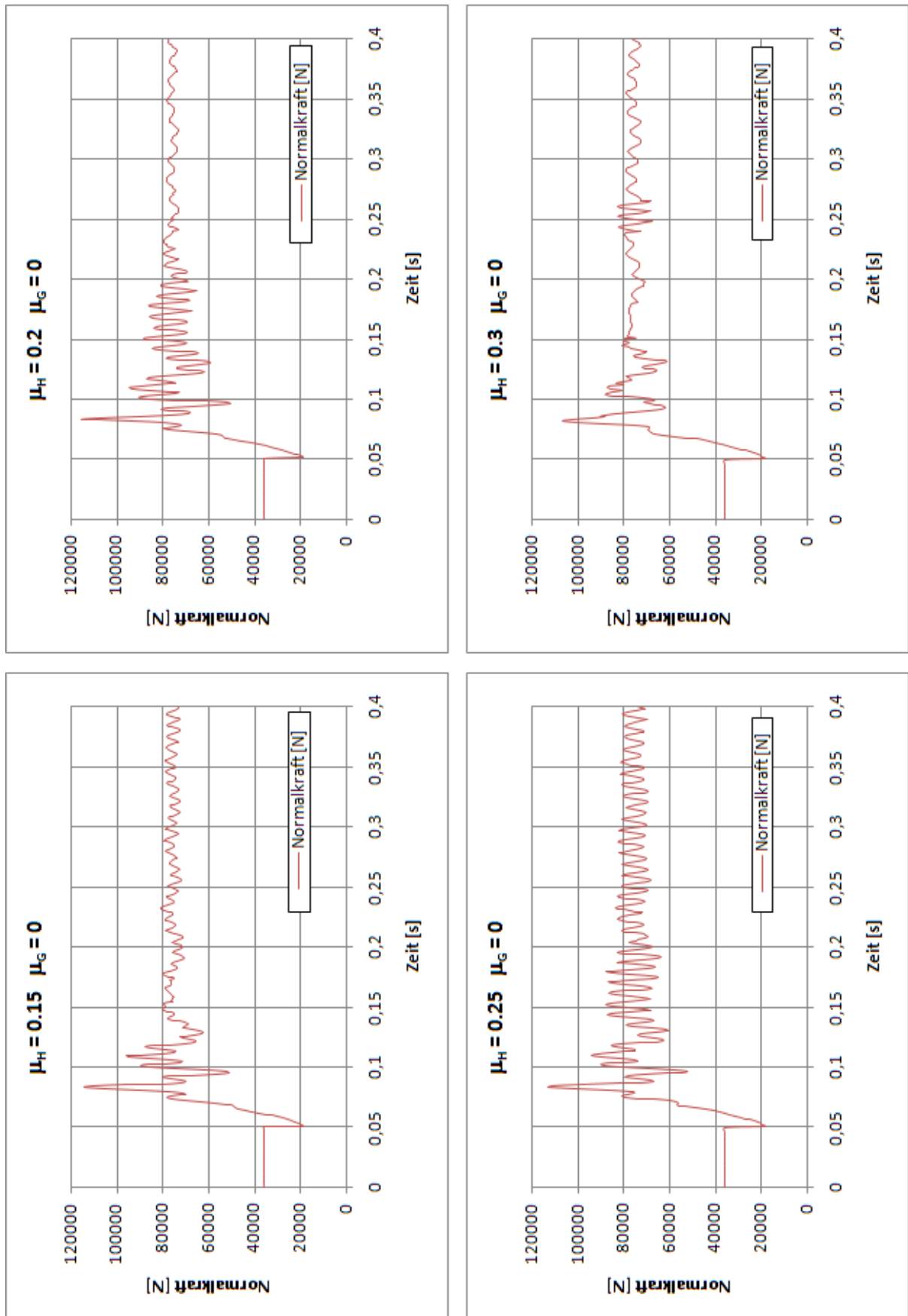


Abbildung 44: Einfluss der Haftreibung

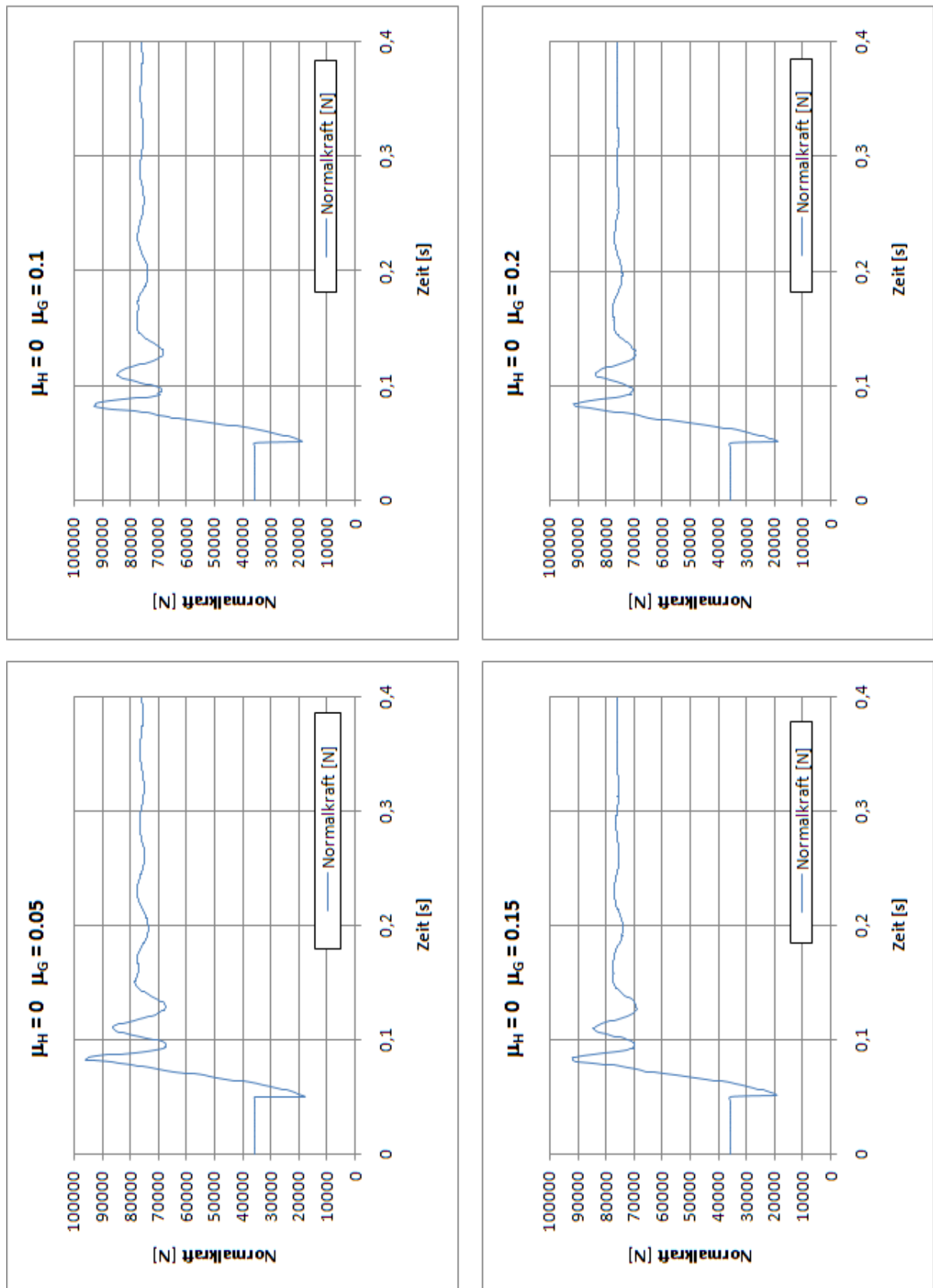


Abbildung 45: Einfluss der Gleitreibung

Deutlich sichtbar in Abbildung 45 ist das Fehlen der höherfrequenten Schwingungen. Es kristallisieren sich zwei größere Spitzen des Verlaufs bei ungefähr 0.08 Sekunden bzw. 0.11 Sekunden heraus. Bei steigendem Gleitreibungskoeffizient werden diese Spitzen gedämpft, bei $\mu_G = 0.2$ beträgt der Wert nur mehr knapp mehr als 90 kN. Vergleicht man diesen Wert mit dem Spitzenwert der Simulationsergebnisse ohne Reibung (ca. 115 kN), so wird deutlich, dass die Vernachlässigung der Reibung wie bei früheren Modellen eine starke Einschränkung darstellt.

Des Weiteren kann in diesen Diagrammen beobachtet werden, dass sich das System nach den anfänglichen Spitzenwerten einschwingt, der Verlauf der Normalkraft erreicht dabei den statischen Endwert, der sich aus der Forderung

$$\sum F_z = 0 = N_A - F_{Az} - F_{Bz} \quad (4.4)$$

zu

$$N_A = 41275 \text{ N} + 33625 \text{ N} = 74900 \text{ N} \approx 75 \text{ kN}$$

ergibt. Anzumerken ist hierbei, dass je nach Messstelle der statische Endwert der Normalkraft auch höher sein kann, da die Gewichtskräfte der darunterliegenden Elemente (v.a. Isolatoren) hinzuaddiert werden müssen. Dies wird in der Simulation automatisch berücksichtigt, deshalb ist der Wert, auf den sich der Normalkraftverlauf in Abbildung 45 einpendelt auch etwas höher als 75 kN.

Die Kombination von Haft- und Gleitreibung ergibt folgendes Bild:

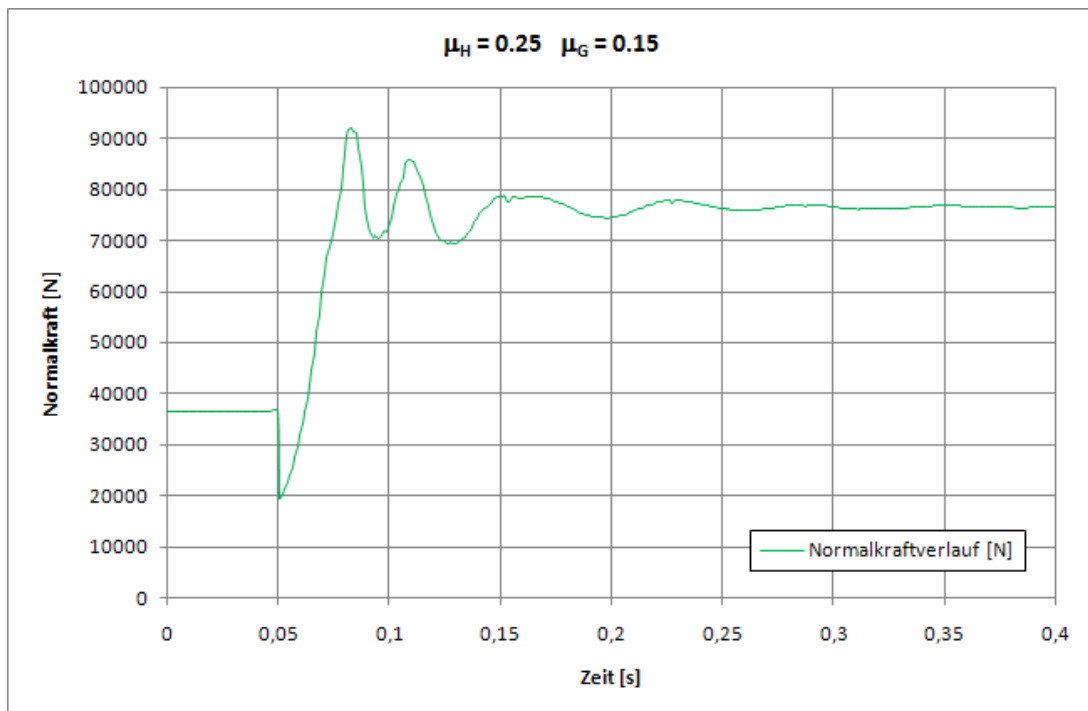


Abbildung 46: Einfluss von Haft- und Gleitreibung

Vergleicht man Abbildung 46 mit dem linken unteren Diagramm aus Abbildung 45 ($\mu_G = 0.15$), so fällt auf, dass beide nahezu ident sind. Daher ist die Miteinbeziehung der Haftreibung in Frage zu stellen, was weiter oben in diesem Kapitel schon angedeutet wurde.

Abschließend zu diesem Kapitel wird in Abbildung 47 mit dem direkten Vergleich des Normalkraftverlaufs mit und ohne Reibung die Wichtigkeit des Faktors Reibung unterstrichen.

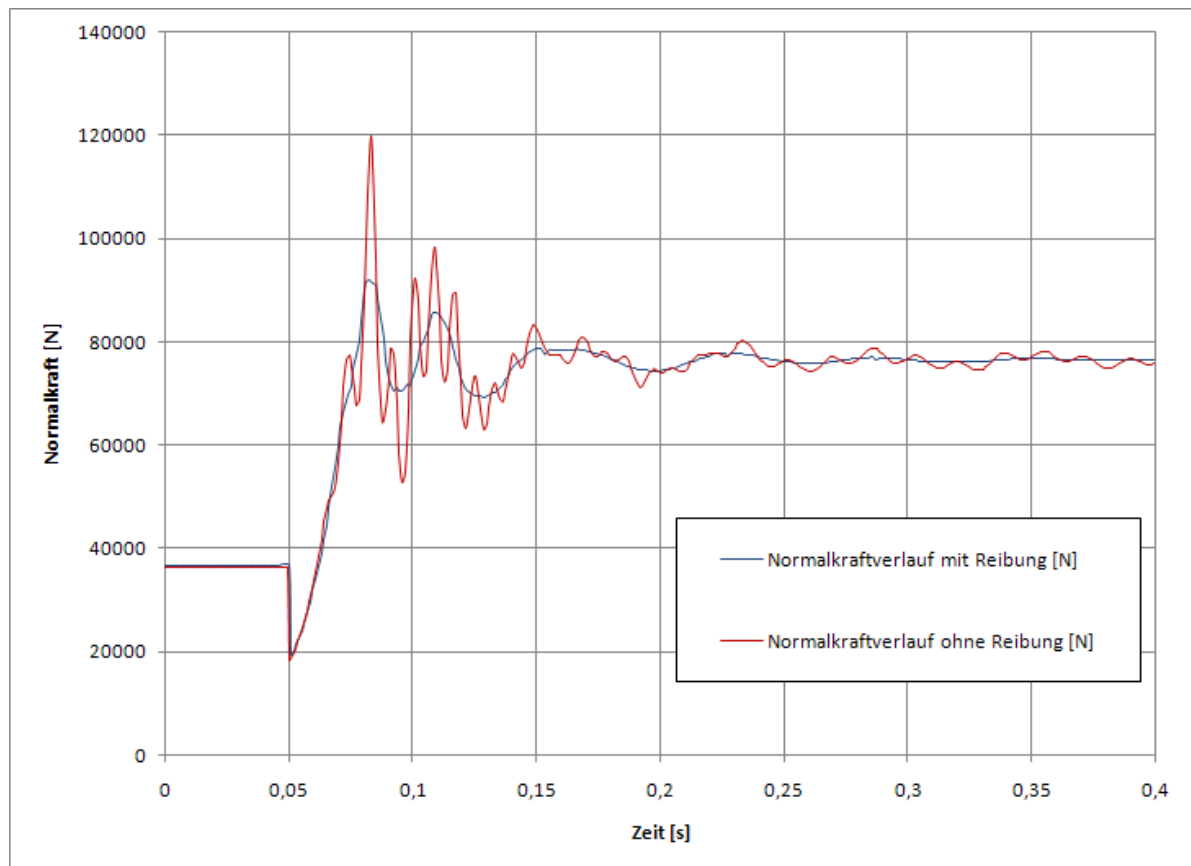


Abbildung 47: Vergleich Normalkraftverläufe mit und ohne Reibung

Der Verlauf bei Berücksichtigung der Reibung entspricht jenem von Abbildung 46 ($\mu_G = 0.15$, $\mu_H = 0.25$).

4.4.2 Momentanstieg bei Erreichen des Anschlages

Wenn im Zuge der Lastumlagerung jener Punkt erreicht wird, der die freie Bewegung des einen Gelenkelements zum anderen begrenzt, entsteht ein Widerstandsmoment gegen die Drehrichtung. Dieses steigt aufgrund der elastischen (plastischen) Verformung an. Die Kurve, die den Momentanstieg abhängig von der Auslenkung beschreibt kann aus Versuchen oder FEM-Analysen gewonnen werden, ersteres erfolgte zum Teil schon in früheren Versuchen [Müller 1991, S. 575].

Um nun Aussagen darüber treffen zu können, wie wichtig genaue Untersuchungen zu diesem Thema im Zuge des Folgeprojekts sind, werden unter der Annahme eines

linearen Momentanstiegs bei Erreichen des Anschlages verschiedene Simulationen mit veränderlicher Steigung durchgeführt. Die Simulationen wurden unter Vernachlässigung der Haftreibung mit einem Gleitreibungskoeffizienten von $\mu_G = 0.15$ in MATLAB durchgeführt, wobei die Steigungen mit 50, 100 und 500 Nm/° festgelegt wurden. Abbildung 48 zeigt den Einfluss:

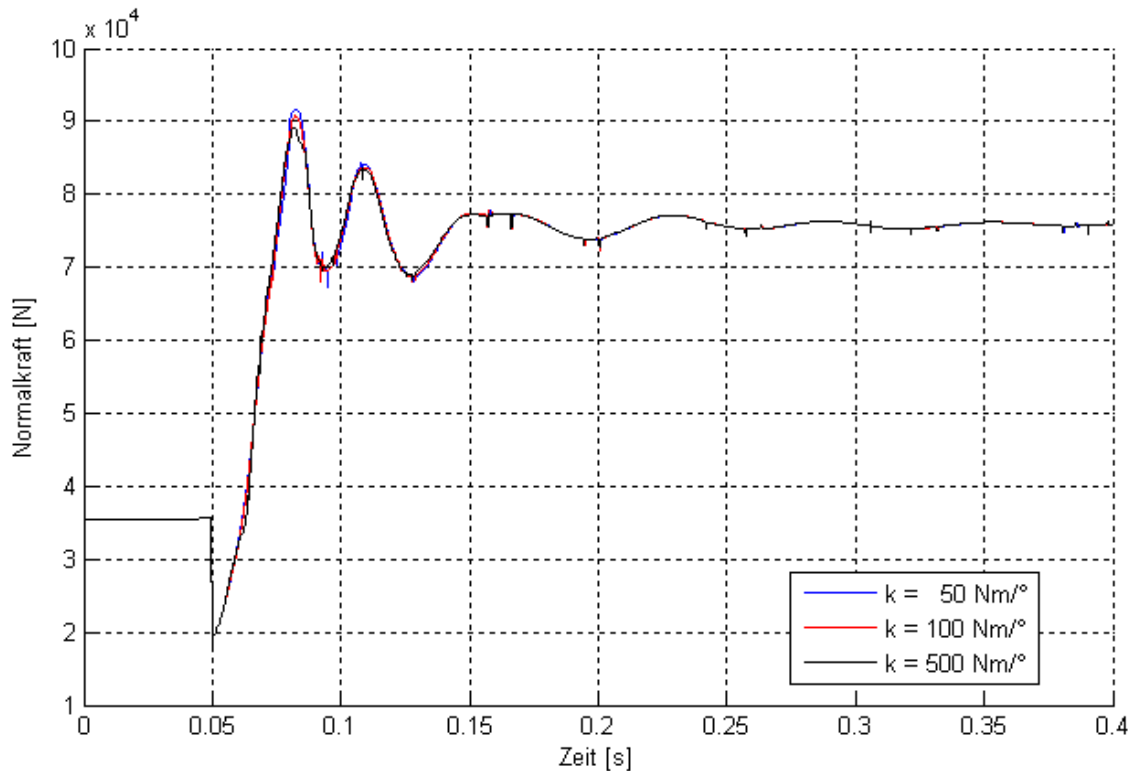


Abbildung 48: Einfluss des Momentanstiegs bei Erreichen des Anschlages

Auffällig in Abbildung 48 ist, dass nur die erste und in geringem Ausmaß auch die zweite Spitze des Normalkraftverlaufes von der Änderung der Steigung betroffen sind. Unter der Annahme eines sehr steifen Anschlages ($k = 500 \text{ Nm/}^\circ$!) zeigt sich eine Abschwächung der ersten Spitze von knapp über 90 kN auf knapp unter 90 kN. Vergleicht man diese Tatsache mit dem Einfluss der Reibung, so spielt der Momentanstieg bei Erreichen des Anschlags nur eine vergleichsweise geringe Rolle bei der Änderung der Normalkraft über der Zeit.

4.4.3 Einfluss der Dämpfung im Anschlag

ITI SimulationX stellt im Eingabefenster des Drehgelenks die Option einer Dämpfung bei Erreichen des Anschlages zur Verfügung. Hierbei wird der Anschlag als Feder-Dämpfer Kombination modelliert [ITI SimulationX User Guide/ Bibliotheken/Mechanics/Multi-Body Mechanics/Joints/Actuated Revolute Joint]. Neben dem linearen Anstieg des Widerstandsmoments, der unter dem vorigen Punkt beschrieben wurde, soll an dieser Stelle der Einfluss einer etwaigen Dämpfung untersucht werden. Es soll an dieser Stelle wiederum festgehalten werden, dass reale Werte

hierzu noch nicht zur Verfügung standen, daher soll nur der Einfluss mit fiktiven Werten getestet werden.

In Abbildung 49 ist der Dämpfungseinfluss auf den Normalkraftverlauf ersichtlich:

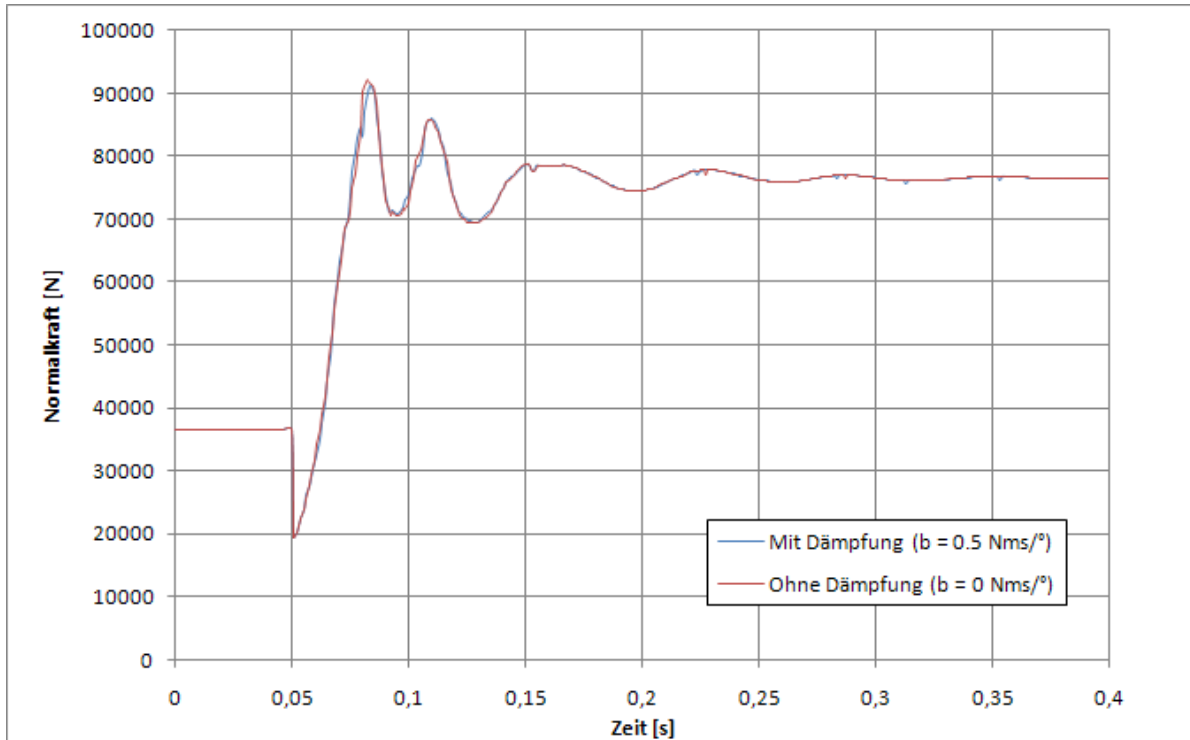


Abbildung 49: Einfluss der Dämpfung auf den Normalkraftverlauf

Die weiteren Angaben zu den Verläufen in Abbildung 49 lauten:

- Anstieg des Moments bei Anschlag: 50 Nm/°
- Haftreibungskoeffizient: 0.25
- Gleitreibungskoeffizient: 0.15

Wie aus obiger Abbildung ersichtlich, hat die Dämpfung keinen offensichtlichen großen Einfluss auf den Normalkraftverlauf. Betrachtet man allerdings die Dehnungen des Isolators aufgrund der herrschenden Spannungen, so bekommt man ein anderes Bild: Wie in Abbildung 50 ersichtlich, ist die erste Spitze im negativen Bereich (Druckspannung) wesentlich beeinflusst. Der sonstige Verlauf ist in der Struktur ähnlich, die absoluten Werte sind nicht wesentlich unterschiedlich. Das liegt darin, dass nur kurz nach der Auslösung des Erstbruches ein Gelenksanschlag erreicht wird (bei Gelenk G_{AV1} , im Video der Lastumlagerung deutlich sichtbar), danach aber nicht mehr.

Aus dem doch deutlichen Einfluss auf den Spannungsverlauf lässt sich ableiten, dass im Folgeprojekt dieser Vorstudie Aufmerksamkeit auf das Anschlagverhalten gelegt werden muss.

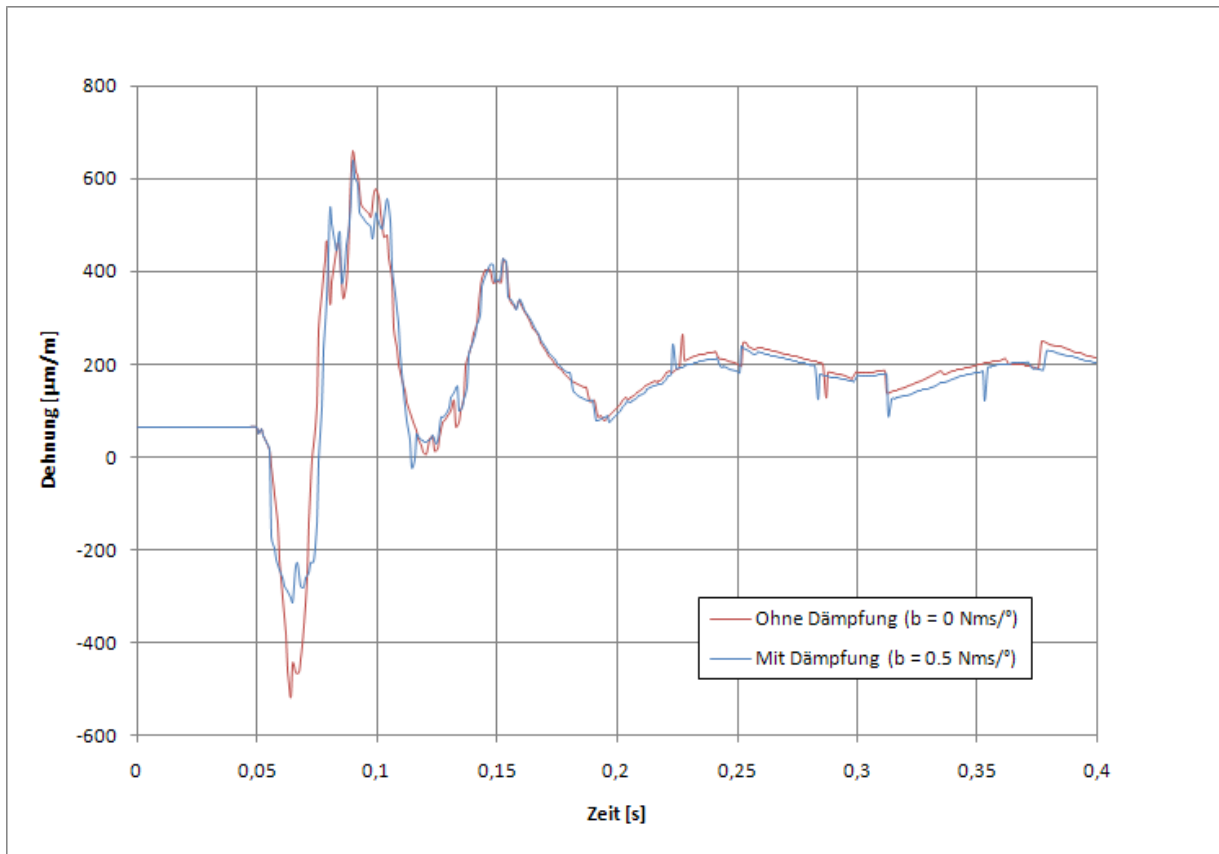


Abbildung 50: Einfluss der Dämpfung auf die Isolatordehnung

4.5 Verifikation

Dieser Teil der Ergebnisdokumentation konzentriert sich auf den Vergleich der Simulationsergebnisse mit den Messergebnissen der Versuche aus Langen (Deutschland) und der vorhandenen Software.

Die folgende Abbildung 51 zeigt den Vergleich der Normalkraftverläufe. Für die Simulation wurden dabei die gleichen Werte verwendet wie unter 4.4.3 mit Berücksichtigung der Dämpfung.

Betrachtet man die Verläufe näher, so fallen zwei Punkte besonders auf:

1. Der Verlauf des bestehenden Softwareproduktes, das nach der physikalischen Modellierung nach Müller [1991, S.572] entstand, ähnelt dem eines Simulationslaufes ohne Berücksichtigung der Reibung. Dabei gilt es allerdings festzuhalten, dass die Spitzenwerte unter denen aus Abbildung 47 liegen. Mangels Möglichkeiten, an den Quellcode des Programms zu gelangen, kann die Vermutung angestellt werden, dass eine Skalierung des Normalkraftverlaufs eine Annäherung an die Realität gebracht hat.
2. Vergleicht man den Verlauf, der von ITI SimulationX errechnet wurde, mit dem aus dem Versuch aus Langen, so stellt man fest, dass die Versuchsergebnisse den statischen Endwert nicht erreichen. Da aber, wie schon unter 4.4.1 gezeigt, der statische Endwert mathematisch errechenbar ist, weist

das Versuchsergebnis von Langen an dieser Stelle offensichtlich Abweichungen vom tatsächlichen Verlauf auf. Der Grund dafür kann im Versuchsaufbau nach Abbildung 5, der ja selbst eine Nachbildung der Realität ist, gesehen werden.

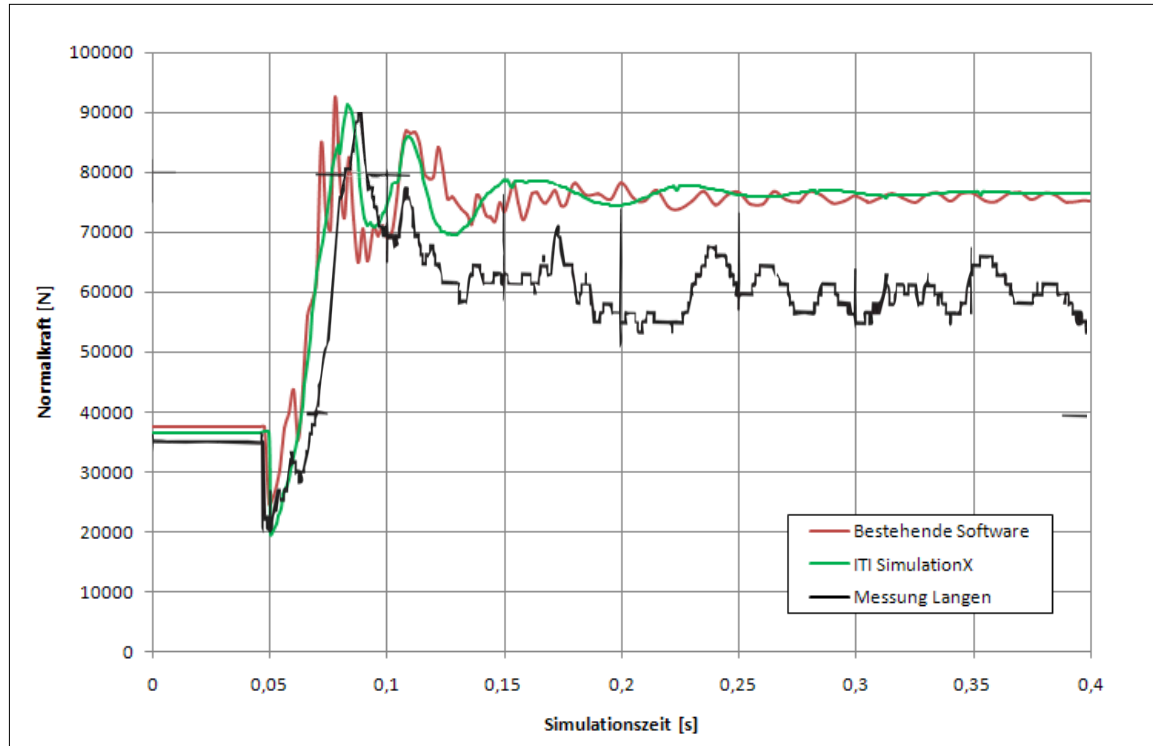


Abbildung 51: Vergleich der Normalkraftverläufe²

Abbildung 52 zeigt den Vergleich zwischen der gemessenen Spannung und der von SimulationX errechneten. Man erkennt auf den ersten Blick, dass trotz sehr guten Simulationsergebnissen bezüglich des Normalkraftverlaufs größere Differenzen hinsichtlich der Spannungsverläufe bestehen. Eine grobe Ähnlichkeit der Verläufe besteht bezüglich des Ablaufes, allerdings wirkt der simulierte Verlauf „zeitlich komprimiert“, d.h. die Abfolge der Maxima und Minima erfolgt schneller. Die Ursache für die unterschiedlichen Anfangswerte vor der Bruchauslösung konnte nicht ermittelt werden, in der Simulation wurde der Dehnungswert für den kleinsten Querschnitt des Isolators errechnet.

Da der Normalkraftverlauf schon gute Ergebnisse aufweist, liegt es nahe, Ursachenforschung zu betreiben. An dieser Stelle sollen zwei Möglichkeiten aufgezählt werden:

1. Die Messung in Langen erfolgte mit Dehnmessstreifen. Aufgrund der Struktur der Isolatoren ist es fraglich, wie genau die Dehnmessstreifen positioniert werden konnten.

² Anm.: Der Verlauf der Messung aus Langen (schwarz) musste aus schriftlichen Unterlagen übernommen werden, was die mangelhafte Qualität erklärt

Hinsichtlich des Normalkraftverlaufes aus dem Versuch in Langen wurde schon festgehalten, dass der statische Endwert nicht erreicht wurde, deshalb muss die in Abbildung 5 gezeigte Seilnachbildung zusätzlich in Frage gestellt werden.

- Die Spannung in der Simulation wurde an einem Ersatzzylinder als einachsiger Spannungszustand (Zug/Druck, Biegespannung) modelliert. Wie schon in der mathematischen Beschreibung des vorliegenden Problems erwähnt, müsste die Kerbwirkung der Isolatoren und damit ein mehrachsiger Spannungszustand im Folgeprojekt in Betracht gezogen werden.

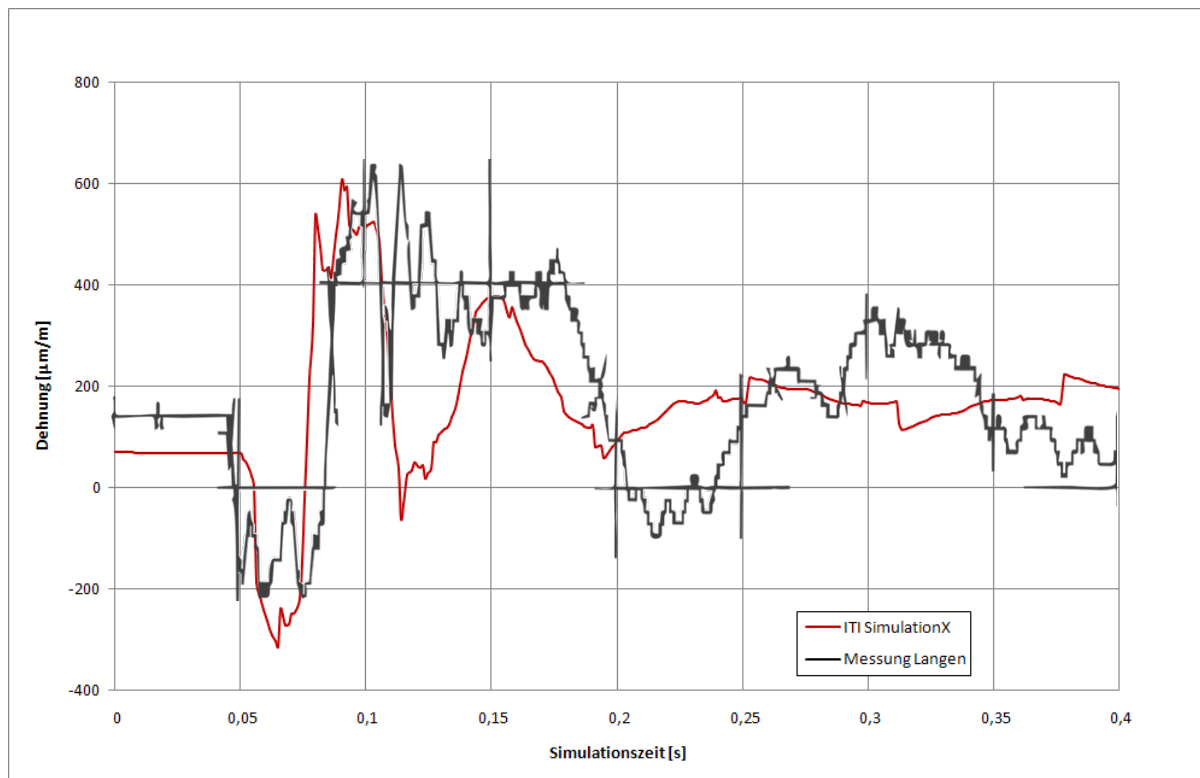


Abbildung 52: Vergleich der Spannungsverläufe

4.6 Code Export

Dieser Teil der Ergebnisdokumentation beschäftigt sich mit dem Export des Programmcodes der Simulationsmodelle. Dieser ist notwendig, da nach dem Lastenheft ein eigenständiges Programm seitens der Mosdorfer GmbH gewünscht ist.

Um einen Überblick über die Einsatzmöglichkeiten, die notwendigen Einschränkungen beim Export und den Aufwand zu bekommen, wurde bei jedem Programm das Benutzerhandbuch bzw. die Hilfefunktion herangezogen.

Die gängige Programmiersprache, in der die Modelle exportiert werden können, ist C. Mit auf dem Markt erhältlichen Programmen kann der exportierte C-Code dann weiterverarbeitet werden.

4.6.1 C-Code Export in Matlab Simulink/SimMechanics

MATLAB bietet sowohl für Simulink als auch für das Blockset SimMechanics die Option, Modelle in Form von C-Code zu exportieren. Mit der Funktion Real-Time-Workshop kann aus ganzen Modellen C-Code generiert werden, sogar sogenannte „standalone-Programme“ (das Modell funktioniert selbständig in der MATLAB-Umgebung bzw. in einer anderen Umgebung) sind möglich. Um das Prozedere bei der Code-Generierung verständlich zu machen, werden im Folgenden die Schritte, die MATLAB hierbei durchführt, beschrieben.

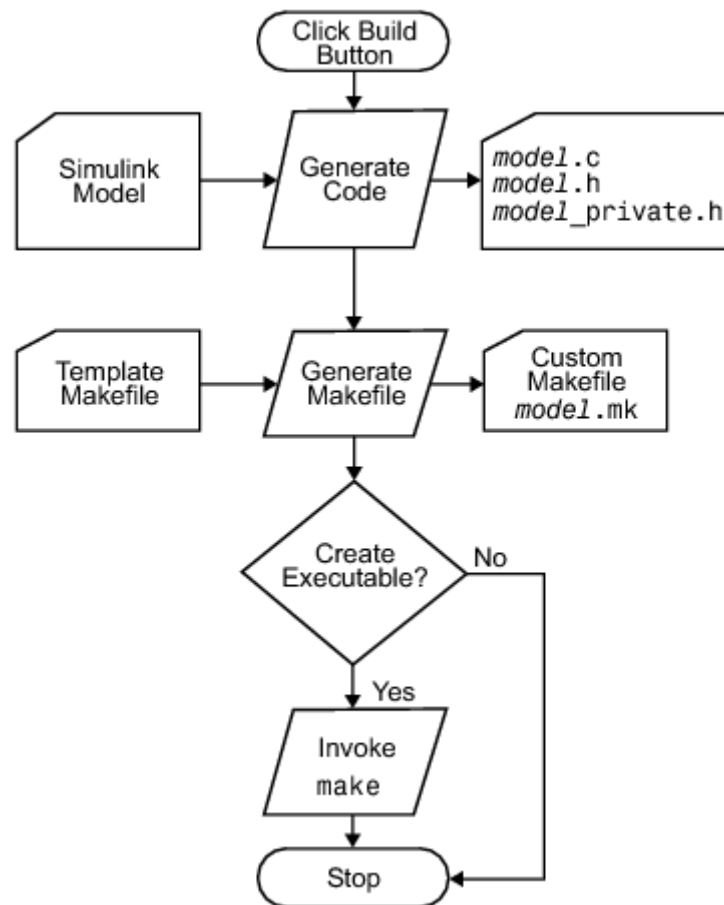


Abbildung 53: Ablauf der Code-Generierung in MATLAB

[MATLAB Real-Time Workshop User Guide/Generating Code and Building Executables/Building Executables/Understanding the Build Process]

Abbildung 53 zeigt die drei Schritte nach der Kompilation des Simulink Modells:

1. Code Generierung
2. Erstellung eines Makefiles
3. Generierung eines eigenständigen Programms

In der dem ersten Schritt vorangestellten Modellkompilation wird u.a. eine Evaluierung der Parameter des Simulink-Blockdiagramms vorgenommen sowie die Reihenfolge der Ausführung der verschiedenen Blöcke festgelegt. Wichtig hierbei

ist, dass nur Solver mit fixer Schrittweite exportiert werden können, was bei den Konfigurationseinstellungen berücksichtigt werden muss!

Die Modellkompilation wird abgeschlossen, indem ein File mit dem Namen `model.rtw` (model steht für den Namen des Modells) erstellt wird. Dieses File dient ausschließlich der nachfolgenden Code-Generierung und enthält alle dazu wichtigen Informationen.

In der Code-Generierung werden aus dem `model.rtw` File mit Hilfe von TLC (Target Language Compiler) alle notwendigen Header- und Source-Files erzeugt und in dem Ordner `slprj` abgelegt. Einen Überblick gibt Abbildung 54:

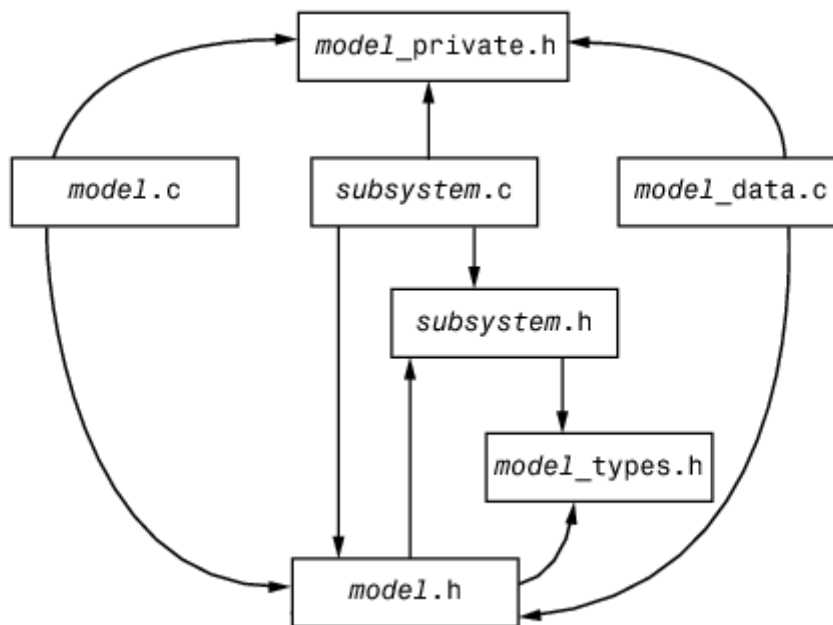


Abbildung 54: Von Real-Time-Workshops erzeugte Files

[MATLAB Real-Time Workshop User Guide/Generating Code and Building Executables/Generating Code/Generated Source Files and File Dependencies]

Die Pfeile in obenstehender Abbildung zeigen die Eltern-Kind-Beziehungen: Die Spitze deutet immer auf beinhaltete Files. So hat immer ein System auf seine Subsysteme Zugriff, gleichzeitig können die Source-Files (.c) in die Struktur der Header-Files (.h) einsehen (subsystem.c aus obiger Abbildung sieht z.B. die Struktur „model.h - subsystem.h“).

Die Anzahl der erstellten Files variiert nach der Art der verwendeten Blöcke und Funktionen, Solver etc. Eine detaillierte Beschreibung findet sich in der Benutzeranleitung von MATLAB, ein paar Beispiele der typischerweise immer erstellten Files soll hier beschrieben werden:

Name des Files	Beschreibung
model.c	Enthält u.a. den Source-Code, Daten und Solver-Informationen
model.h	Enthält u.a. die Definitionen der Daten und Zustandsvariablen
model_types.h	Enthält die in den Files enthaltenen Datentypen

Tabelle 22: Erzeugte Files bei der Code-Generierung (Auswahl)

Wenn die Option „Generate code only“ aktiviert ist, endet hier die Code-Erstellung. Anderenfalls beginnt der Prozess, der ein eigenständiges Programm zum Ziel hat. Dazu wird zuerst ein sogenanntes „Makefile“ generiert (model.mk). Dieses ist zuständig für die Vernetzung der Source-Files, Bibliotheken und Header-Files, kurz gesagt besitzt es Informationen über Name und Ort der genannten Files. Das Makefile wird mit Hilfe eines sogenannten „Template Makefiles“ erzeugt, einer Art Schablone, die die vom Ersteller gewünschten Kompilierungsoptionen umsetzt. Im letzten Schritt wird das Makefile involviert und die Erzeugung eines eigenständigen Programms ist abgeschlossen.

MATLAB bietet auch eine Dokumentation des erzeugten Codes an, mit der Option „create code generation report“ wird ein html File erstellt, das den Code jedes Files enthält sowie eine Zusammenfassung und einen diesbezüglichen Index.

Abschließend zu diesem Kapitel soll noch auf eine sehr brauchbare Funktion von MATLAB hingewiesen werden: Mit dem Befehl „packNGo“ kann ein zip-Ordner erstellt werden, der alle notwendigen Code-Files zur Verwendung in einer Entwicklungsumgebung beinhaltet.

4.6.2 C-Code Export in ITI SimulationX

Ähnlich wie das Programm Matlab bietet auch ITI SimulationX die Möglichkeit, ein erstelltes Modell in C-Code zu überführen. Empfohlen wird dies

- zur schnelleren Simulation
- zur Integration in andere Programme/Umgebungen
- für Hardware-in-the-Loop (HIL) Anwendungen

Der Ablauf kann aus Abbildung 55 entnommen werden.

Der erste Schritt besteht in der Wahl des Projekttyps. Zwei davon sind im Zusammenhang mit der vorliegenden Arbeit relevant:

- Export des reinen C-Codes
- Ausführbares Modell

In ersterem Fall wird nur die Modellfunktion als C-Code exportiert, im zweiten Fall zusätzlich auch der Löser. ITI SimulationX schränkt die Solver nicht auf fixe Schrittweite ein, sondern bietet auch Solver mit variabler Schrittweite im Rahmen

des Code-Exports an. Die Wahl für einen dieser Löser muss in der Textdatei „solversettings.txt“ erfolgen, daneben werden auch noch die Simulationszeit, Toleranzen u.a. definiert. Für das Einlesen der Parameter dient die Datei „parameters.txt“, die Ausgangsgrößen werden beim ausführbaren Modell in „outputs.txt“ geschrieben.

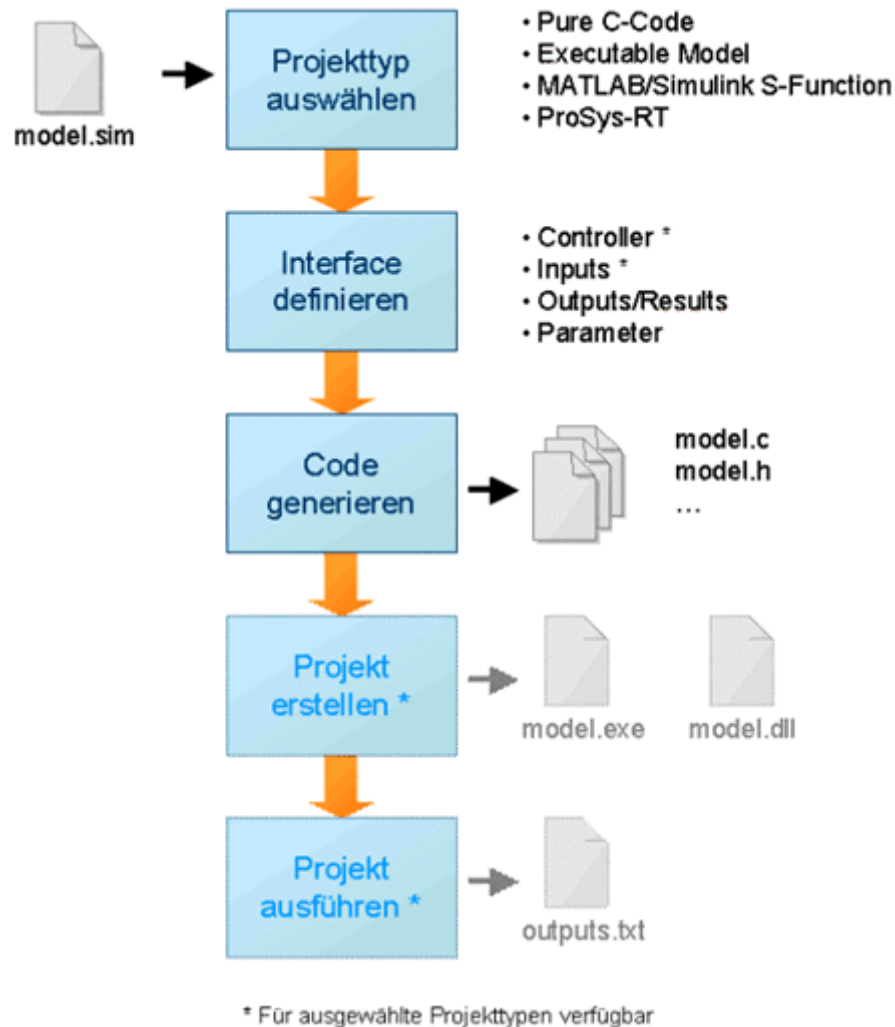


Abbildung 55: Code-Generierung in ITI SimulationX

[ITI SimulationX User Guide/Schnittstellen/Code-Export Assistent]

Eine weitere Option des ausführbaren Modells besteht in der Festlegung des Post-Processings: Hier kann bestimmt werden, mit welcher Entwicklungsumgebung das Modell übersetzt wird (z.B. MS Visual C/C++), wobei SimulationX die auf dem jeweiligen Computer installierten Umgebungen automatisch erkennt und anbietet. Die Struktur des ausführbaren Modells ist in Abbildung 56 ersichtlich.

Der zweite Schritt besteht aus der Festlegung von Eingangsgrößen, Ausgangsgrößen und Parametern, beim ausführbaren Modell sind hier die schon beschriebenen Files zuständig. Im anderen Fall müssen all jene Größen, die aus der späteren Entwicklungsumgebung entgegengenommen bzw. an diese zurückgegeben werden, festgelegt werden. Hierbei soll noch auf den Unterschied zwischen Eingangsgrößen und Parametern hingewiesen werden: Eingangsgrößen können zeitabhängige Funktionen sein, Parameter hingegen sind konstant.

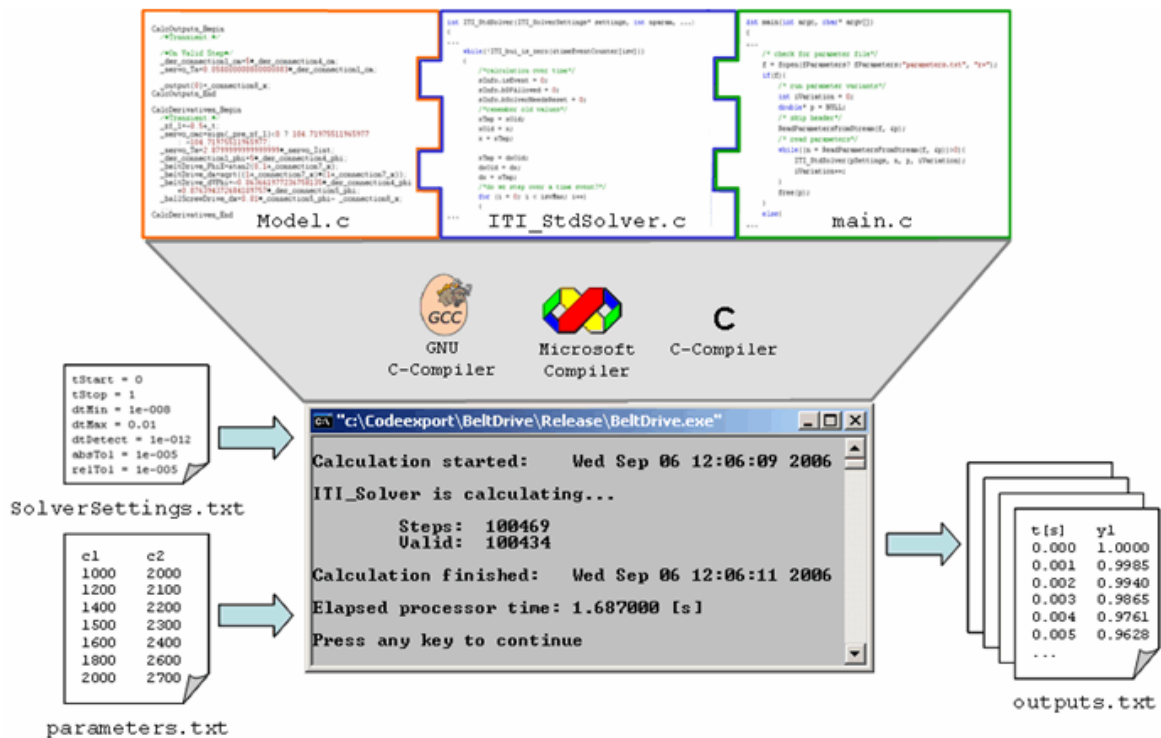


Abbildung 56: Ausführbares Modell in SimulationX

[ITI SimulationX User Guide/Schnittstellen/Code-Export Assistent/Projekt]

Der dritte Schritt ist der Code-Export, der nach einer symbolischen Analyse des Modells und einer Überführung desselben in ein System expliziter Differentialgleichungen durchgeführt wird. Der C-Code besteht ähnlich wie bei MATLAB aus Quellcode- und Headerdateien, die zur Berechnung der Differentialgleichung notwendigen Informationen werden in das File `model.c` geschrieben, wobei „model“ wieder für den Modellnamen steht.

Nach dem Code-Export findet das Post-Processing statt, ein Projekt wird erstellt und kann ausgeführt werden (nur beim ausführbaren Modell).

4.7 Vergleich der verwendeten Softwareprodukte

Um eine Hilfestellung für das Folgeprojekt dieser Vorstudie zu bieten, sollen im folgenden verschiedene qualitative Gesichtspunkte der verwendeten Softwarepakete MATLAB und ITI SimulationX erläutert werden, man betrachte hierzu Tabelle 23:

Kriterium	MATLAB Simulink/SimMechanics	ITI SimulationX
Handhabung	Modellstruktur übersichtlich, einfach zu erstellen	Modellstruktur übersichtlich, einfach zu erstellen
Reibung	Ansatz selbst zu erstellen, sofern Code-Export erwünscht (vorgefertigter Reibungsansatz nicht exportierbar!)	Ansatz mit Haft- und Gleitreibung implementiert und exportierbar
Anschläge	Selbst zu erstellen, daher frei wählbare Kennlinien möglich	Vorgefertigte Anschläge: - elastisch - starr
Berechnungen, Funktionen	Übersichtlich, Einbau von MATLAB Files möglich	Zuwenig Platz für die Eingabe von Funktionen
Erweiterbarkeit	Sehr gut, da sehr programmieroffen	Gut, sofern nur vorgefertigte Elemente verwendet werden, ansonsten stark eingeschränkt
Kundendienstansbindung	Normaler Support	Sehr guter Support, Kontakt zu Spezialisten bereits hergestellt
Code-Export	<ul style="list-style-type: none"> - Nur Solver mit fixer Schrittweite exportierbar - Hilfe mit gutem Informationsgehalt, aber unübersichtlich - Funktion „packNGo“ - Sehr gute Dokumentation, Report des generierten Codes 	<ul style="list-style-type: none"> - Solver mit fixer und variabler Schrittweite exportierbar - Übersichtliche Hilfe, geringerer Informationsgehalt - Postprocessing für z.B. MS Visual C/C++

Tabelle 23: Vergleich der Softwareprodukte

5 Zusammenfassung und Ausblick

Ausgehend von einer Analyse des Problems der Lastumlagerung bei Isolatoren-Mehrfachketten wurde in dieser Arbeit der aktuelle Stand der Literatur und der vorhandenen Berechnungswerkzeuge gezeigt. Die Entwicklung eines Lastenheftes zur möglichen Erstellung einer spezifischen Simulationssoftware behandelte dabei sowohl die Wünsche der Mosdorfer GmbH bezüglich gewünschter Ausgabedaten als auch die zu behandelnden Kettenkonfigurationen mit den zugehörigen Parametern. Das auf das Lastenheft aufbauende Pflichtenheft zeigt mögliche Lösungsvarianten bezüglich der gewünschten Punkte auf. Dabei liegt ein Augenmerk darauf, den Grundstein für eine benutzerfreundliche Simulationsumgebung zu legen. Das ist vor allem im Hinblick auf die Unabhängigkeit des Benutzers von einschlägigen technischen Vorkenntnissen notwendig.

Ein weiterer wichtiger Aspekt dieser Arbeit liegt in der Analyse und Verbesserung der Modellannahmen. An dieser Stelle ist die Berücksichtigung der Reibung im physikalischen Modell hervorzuheben, die Ergebnisse zeigen einen starken Einfluss auf die Simulation. Des Weiteren ist festzuhalten, dass die Modellierung des Seiles als gespannte Saite eine starke Vereinfachung des tatsächlichen Belastungszustandes darstellt.

Die vorliegenden Resultate zeigen zwei wichtige Punkte auf: Erstens kann festgehalten werden, dass sowohl die Simulationssoftware MATLAB als auch ITI SimulationX einerseits nahezu gleiche und andererseits gut brauchbare Ergebnisse in Bezug auf die Normalkraftverläufe in den Isolatoren über der Zeit liefern, was der Vergleich mit Messergebnissen zeigt. Zweitens wurde festgestellt, dass die Berechnung der Dehnung in den Isolatoren über einen einachsigen Spannungszustand nicht ausreicht. Damit kann auch schon ein Ausblick über weitere Betätigungsfelder gegeben werden:

- Modellierung des Seils als z.B. FEM-Modell
- Analyse des Spannungszustandes in den Isolatoren

Da die zu Testzwecken behandelte Kettenkonfiguration einen Kernpunkt der Mosdorfer GmbH, nämlich die Verwendung von Dämpfungsgliedern zur Abschwächung der Isolatorbelastungen, nicht integriert, kann auch hier ein wichtiger Untersuchungsgegenstand für die nahe Zukunft gesehen werden.

Bezüglich der Einsatzmöglichkeit der beiden verwendeten Softwarepakete im Hinblick auf den Export der Simulationsmodelle zur Einbettung in ein Dachprogramm kann festgehalten werden, dass sowohl MATLAB als auch ITI SimulationX diese Funktion grundsätzlich anbieten, beide mit verschiedenen Vorteilen und Nachteilen.

6 Verzeichnisse

6.1 Literaturverzeichnis

Angermann A., Beuschel M., Rau M., Wohlfarth U. 2005: Matlab-Simulink-Stateflow. Grundlagen, Toolboxes, Beispiele, 4.Auflage, Oldenburg Wissenschaftsverlag GmbH München

Bollhöfer M., Mehrmann V. 2004: Numerische Mathematik. Eine projektorientierte Einführung für Ingenieure, Mathematiker und Naturwissenschaftler, 1.Auflage, Friedrich Vieweg & Sohn Verlag/GWV Fachverlage GmbH, Wiesbaden

Brandt E. 1985: Beitrag zur mechanischen Belastbarkeit von Porzellan-Langstabilisatoren in Isolatoren-Mehrfachketten, Dissertation an der Technischen Universität Clausthal

Brandt E., Hennicke H.W. 1985: Die dynamische Belastbarkeit von Porzellan-Langstabilisatoren in Mehrfachketten, in: Elektrizitätswirtschaft 84 (8), Seite 284-289

Brandt E., Frese H.J. 1985: Erfahrungen und Erkenntnisse bei dynamischen Lastumlagerungsversuchen an Isolator-Mehrfachketten, in: Elektrizitätswirtschaft 84 (21), Seite 831-839

Dresig H., Holzweißig, F. 2007: Maschinendynamik, 8. Auflage, Springer Verlag, Berlin Heidelberg

fotocommunity 2010: fotocommunity Homepage,
www.fotocommunity.de/pc/pc/cat/6292/display/19581785, 26.4.2010

fotocommunity 2010: fotocommunity Homepage,
www.fotocommunity.de/pc/pc/cat/6292/display/19395711, 26.4.2010

Gross D., Hauger W., Schröder J., Wall W.A. 2006: Technische Mechanik. Band 1: Statik, 10. Auflage, Springer Verlag, Berlin Heidelberg New York

Gross D., Hauger W., Schröder J., Wall W.A. 2006: Technische Mechanik. Band 3: Kinetik, 9. Auflage, Springer Verlag, Berlin Heidelberg New York

Grote K.H. (Hrsg.), Feldhusen J. (Hrsg.) 2007: Dubbel. Taschenbuch für den Maschinenbau, 22. Auflage, Springer Verlag, Berlin Heidelberg New York

Hagedorn P., Idelberger H., Möcks L. 1980: Dynamische Vorgänge bei Lastumlagerung in Abspannketten von Freileitungen, in: etz Archiv 2 (4), Seite 109-119

Hartmann D., Müller J. 1990: Brüche in Isolatorenketten. Das Problem der Lastumlagerung, in: Mosdorfer Sonderjournal, Eigenverlag Mosdorfer GmbH, A-8160 Weiz

Hartmann D., Jandrasits A., Pohlmann H., Schinagl E. 1993: Lastumlagerungsversuche und elektrische Prüfungen an 380-kV-Trag- und Abspannketten für das Zweierbündel Al/St 1288/183 der Leitung Tauern-Zell/Ziller-Westtirol, in Elektrizitätswirtschaft 92 (23), Seite 1448-1454

Hilgarth G. 1983: Untersuchungen an Doppel-Isolatorketten beim Isolatorbruch, in: etz Archiv 5 (2), Seite 69-74

Husty, M., Karger, A., Sachs, H., Steinhilpe, W. 1997: Kinematik und Robotik, Springer Verlag, Berlin Heidelberg

ITI SimulationX User Guide, Version 3.2.101.23, 2009

Kahlert J. 2004: Simulation technischer Systeme. Eine beispielorientierte Einführung, 1.Auflage, Friedrich Vieweg & Sohn Verlag/GWV Fachverlage GmbH, Wiesbaden

Kaps P. 1991: Dynamische Vorgänge bei Brüchen in Isolatoren-Doppelketten von Freileitungen. Numerische Behandlung, in: Österreichische Ingenieur- und Architektenzeitschrift 136 (12), Seite 579-582

Kreyszig E. 1972: Advanced Engineering Mathematics, 3. Auflage, Verlag John Wileys & Sons Inc., New York Sydney London Toronto

Kurth F., Scheffler M. 1987: Grundlagen der Fördertechnik. Einführung, Elemente der mechanischen Ausrüstung, Antriebe, Grundlagen des Stahlbaus, 7.Auflage, Verlag Technik, Berlin

Läpple, V. 2006: Einführung in die Festigkeitslehre: Lehr- und Übungsbuch, 1. Auflage, Friedrich Vieweg & Sohn Verlag/GWV Fachverlage GmbH, Wiesbaden

Majer J. 1991: Die Hochspannungs-Freileitung als Tragwerk, in: Österreichische Ingenieur- und Architektenzeitschrift 136 (12), Seite 566-569

MATLAB User Guide, Version 7.9.0.529 (R2009b), August 2009

Müller J. 1991: Dynamische Vorgänge bei Brüchen in Isolatoren-Doppelketten von Freileitungen. Analyse der Lastumlagerung, in: Österreichische Ingenieur- und Architektenzeitschrift 136 (12), Seite 569-579

Müller J. 1992: Isolatorbrüche in Doppelhängeketten von Hochspannungs-Freileitungen. Rechnerische Simulation der Lastumlagerung, in: Österreichische Ingenieur- und Architektenzeitschrift 137 (12), Seite 586-593

Müller J. 1993: Sekundärbruchsicherheit von Isolatoren-Doppelketten von Hochspannungsleitungen. Auswirkung unterschiedlicher Kettenkonfigurationen, in: Österreichische Ingenieur- und Architektenzeitschrift 138 (1), Seite 9-16

Norm DIN IEC 120 November 1987: Maße von Klöppel- und Pfannen-Verbindungen von Kettenisolatoren

Norm EN 50341 Oktober 2001: Freileitungen über AC 45 kV

Pietruska W.D. 2006: MATLAB und Simulink in der Ingenieurpraxis. Modellbildung, Berechnung und Simulation, 2. Auflage, Teubner Verlag/GWF Fachverlage GmbH, Wiesbaden

Richtlinie VDI 2519 Dezember 2001: Vorgehensweise bei der Erstellung von Lasten-/Pflichtenheften, Blatt 1

Schenk G., Ranke K., Kohlmann H., Paschen R., Kolitsch R. 1982: Dynamische Versuche an Mehrfach-Langstab-Isolatorenketten, in: Elektrizitätswirtschaft 81 (19), Seite 623-628

Schwarz H.R., Köckler N. 2006: Numerische Mathematik, 6. Auflage, Teubner Verlag/GWF Fachverlage GmbH, Wiesbaden

Sperl H.D., Baake D., Brandt, E. 1978: Dynamische Prüfungen der Isolatorenketten für die neue 380-kV-Elbekreuzung der Nordwestdeutsche Kraftwerk Aktiengesellschaft, in: Elektrizitätswirtschaft 77 (22), Seite 749-756

6.2 Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: Abspannmast [Quelle: www.fotocommunity.de]	2
Abbildung 2: Tragmast [Quelle: www.fotocommunity.de]	2
Abbildung 3: Lastumlagerungsvorgang	3
Abbildung 4: Gliederung des Lastumlagerungsvorganges	7
Abbildung 5: Versuchsanordnung [Brandt, Frese 1985, S.832]	10
Abbildung 6: Benutzeroberfläche des bisherigen Simulationsprogramms	11
Abbildung 7: Kettenkonfigurationen	16
Abbildung 8: Seilkraftkomponenten	19
Abbildung 9: Omega Dämpfungselement	20
Abbildung 10: Mäander-Dämpfungselement	21
Abbildung 11: Rohrscheiben-Dämpfung	21
Abbildung 12: Bruchstellen	22
Abbildung 13: Parameterbezeichnungen	27
Abbildung 14: Eingabevarianten Gelenke	29
Abbildung 15: Übersicht über die Bezeichnungen des physikalischen Modells	36
Abbildung 16: Skizze zum mathematischen Modell	39
Abbildung 17: Zwangsbedingungen 1 und 2	41
Abbildung 18: Aufteilung der Seilkräfte	46
Abbildung 19: Rückstellmomente	49
Abbildung 20: Reibkraft und Normalkraft	51
Abbildung 21: Beschleunigungen für Normalkraft- u. Biegemomentenverlauf	53
Abbildung 22: Spannungen	57
Abbildung 23: Simulink Funktionsblock	60
Abbildung 24: Euler-Verfahren nach Kreyszig [1972, S.662]	62

Abbildung 25: Erweitertes Euler-Verfahren nach Kreyszig [1972, S.663]	64
Abbildung 26: Runge Kutta 4	65
Abbildung 27: Toleranzen	68
Abbildung 28: MATLAB Modell	72
Abbildung 29: Subsystem Anschlag	73
Abbildung 30: Maske für den Block Anschlag	74
Abbildung 31: Reibungskoeffizient.....	74
Abbildung 32: Näherungsverlauf des Reibungskoeffizienten	75
Abbildung 33: Subsystem Reibung.....	76
Abbildung 34: Maske des Reibungsblockes.....	77
Abbildung 35: Subsysteme der Seilkraftmodellierung.....	78
Abbildung 36: Maske des Seilblockes.....	79
Abbildung 37: Subsystem Spannungsberechnung	80
Abbildung 38: Maske des Blocks „Spannungsberechnung“	81
Abbildung 39: Verbindung in SimulationX (MKS)	82
Abbildung 40: Modell in ITI SimulationX.....	85
Abbildung 41: Kräfte am Abstandhalter.....	88
Abbildung 42: Vergleich ITI SimulationX und MATLAB, $\mu_g = 0.05$	90
Abbildung 43: Vergleich ITI SimulationX und Matlab, $\mu_g = 0.2$	90
Abbildung 44: Einfluss der Haftreibung	92
Abbildung 45: Einfluss der Gleitreibung	93
Abbildung 46: Einfluss von Haft- und Gleitreibung.....	94
Abbildung 47: Vergleich Normalkraftverläufe mit und ohne Reibung.....	95
Abbildung 48: Einfluss des Momentanstiegs bei Erreichen des Anschlages	96
Abbildung 49: Einfluss der Dämpfung auf den Normalkraftverlauf.....	97
Abbildung 50: Einfluss der Dämpfung auf die Isolatordehnung	98
Abbildung 51: Vergleich der Normalkraftverläufe	99
Abbildung 52: Vergleich der Spannungsverläufe	100
Abbildung 53: Ablauf der Code-Generierung in MATLAB	101
Abbildung 54: Von Real-Time-Workshops erzeugte Files.....	102
Abbildung 55: Code-Generierung in ITI SimulationX.....	104
Abbildung 56: Ausführbares Modell in SimulationX.....	105

6.3 Tabellenverzeichnis

Tabelle 1: Modellannahmen	9
Tabelle 2: Kettenkonfigurationen.....	9
Tabelle 3: Anzahl der Isolatoren abhängig von der Leitungsspannung.....	14
Tabelle 4: Abstandhalter	17
Tabelle 5: Bindeglieder und Schutzarmaturen.....	18
Tabelle 6: Angaben zur Leitungsseilkraft.....	18
Tabelle 7: Materialkennwerte	22
Tabelle 8: Modelle für Isolatorketten.....	25
Tabelle 9: Eingabeparameter	26
Tabelle 10: Bezeichnungen	33
Tabelle 11: Indizes	34
Tabelle 12: Solver in Simulink	67
Tabelle 13: Anschlüsse in SimMechanics	68

Tabelle 14: Symbole aus MATLAB SimMechanics.....	70
Tabelle 15: Symbole aus MATLAB Simulink	71
Tabelle 16: Symbole in ITI SimulationX.....	84
Tabelle 17: Teile zylinderförmig in T21112	86
Tabelle 18: Eckdaten des Trapezabstandhalters 600/400/200.....	87
Tabelle 19: Reibradien T21112.....	87
Tabelle 20: Anschlagswerte T21112.....	87
Tabelle 21: Daten des Seiles C-1288/183	88
Tabelle 22: Erzeugte Files bei der Code-Generierung (Auswahl).....	103
Tabelle 23: Vergleich der Softwareprodukte.....	106

7 Anhang

Programmcode des Gelenkanschlags aus dem SimMechanics Modell

Der folgende Auszug bezieht sich auf die Embedded Matlab Function aus Abbildung 29.

```
function y = fcn(u)
%#eml
%Erzeugung des Widerstandsmomentes bei Erreichen eines vorgegebenen
%Anschlages phi_plus bzw. phi_minus

if u(1) > u(3)*pi/180 && u(1) < u(2)*pi/180
    y = 0;
elseif u(1) > u(2)*pi/180
    y = -(u(1)*180/pi*u(4)-u(2)*u(4));
else
    y = -u(1)*180/pi*u(4)+u(3)*u(4);
end
```

Programmcode der Seilkraftberechnung aus dem SimMechanics Modell

Der folgende Auszug bezieht sich auf die Embedded Matlab Function aus Abbildung 35.

```
function y = fcn(u)
%#eml
%Berechnung der Seilkraft, die von der Geschwindigkeit des Klemmpunktes
%abhängt. Formalismus:  $F = F_0 + E \cdot A / c_L \cdot v_{Klemme}$ 

v_Klemme = u(2)*sin(u(1)*pi/180);
c_L = sqrt(u(4)/(10^(-6))/u(6));
F_t = u(3)+u(4)*u(5)/c_L*v_Klemme;

%Berechnung des Vektors der Seilkraft, der von den zeitlich
%veränderlichen Winkeln beta(t) und gamma(t) abhängt

c_Q = sqrt(u(3)/(u(5)*(10^(-6))*u(6)));
beta = atan(1/c_Q*(-u(7)));
gamma = atan(1/c_Q*cos(u(1)*pi/180)*(u(2)));

F_x = F_t*sin(u(1)*pi/180+gamma)*sin(beta);
F_y = -F_t*sin(u(1)*pi/180+gamma)*cos(beta);
F_z = F_t*cos(u(1)*pi/180+gamma)*cos(beta);

y = [F_x;F_y;F_z];
```

Programmcode der Spannungsberechnung aus dem SimMechanics Modell

Der folgende Auszug bezieht sich auf die Embedded Matlab Function aus Abbildung 37.

```
function y = fcn(u)
    %#eml
    %Berechnung der Normalspannung (sigma_n = sigma_z + sigma_b) an einer
    %beliebigen Stelle x_iso des Isolators

    %Zugspannung sigma_z (sigma_z = F_n/A)

    sigma_z = u(1)/(u(2)^2/4*pi*10^6); %[N/mm^2]

    %Biegespannung sigma_b (sigma_b = M_b/W_b)

    C_1 = 1/u(6)*(u(3)-u(4)-u(5)/u(6)*(u(7)*u(6)^2/2+u(8)*u(6)^3/6)); %Integ-
    rationskonstante
    C_2 = -u(3); %Integrationskonstante
    M_b = (-u(5)/u(6)*(u(7)*u(9)^2/2+u(8)*u(9)^3/6)-C_1*u(9)-C_2)*1000; %Bie-
    gemoment bei x_iso [Nmm]
    W_b = u(10)^3*pi/32*10^9; %Biege widerstandsmoment [mm^3]
    sigma_b = M_b/W_b; %[N/mm^2]

    %Berechnung der Dehnung epsilon bei gegebenem E_Modul E

    epsilon_aussen = (sigma_z + sigma_b)/u(11)*10^6; %[mikrom/m]
    epsilon_innen = (sigma_z - sigma_b)/u(11)*10^6; %[mikrom/m]

    y = [sigma_z;sigma_b;epsilon_aussen;epsilon_innen];
```

Seildatenblatt für das Leitungsseil C-1288/183



ACSR-036/ÖNORM/S11-03

SEILDATENBLATT (CONDUCTOR DATA SHEET)

E-AI/ST

C-1288/183

ACSR

	EINHEIT (UNIT)	WERT (VALUE) ÖNORM E 4004/1976	
SEILNORM			CONDUCTOR STANDARD
STAHL ANZAHL X DURCHMESSER	n x mm	19 x 3,50	STEEL NO. x DIAMETER
AL ANZAHL X DURCHMESSER	n x mm	100 x 4,05	AL NO. x DIAMETER
SEILDURCHMESSER	mm	49,90	OVERALL DIAMETER
STAHL QUERSCHNITT	mm ²	182,80	STEEL AREA
AL QUERSCHNITT	mm ²	1288,25	AL AREA
GESAMTQUERSCHNITT	mm ²	1471,05	CROSS SECTIONAL AREA
STAHL - GEWICHT	kg/km	1437 (28,4%)	STEEL - WEIGHT
AL - GEWICHT	kg/km	3587 (71,0%)	AL - WEIGHT
FETT - GEWICHT	kg/km	30,63	GREASE - WEIGHT
GESAMTGEWICHT	kg/km	5055	TOTAL WEIGHT
ELASTIZITÄTSMODUL	daN/mm ²	7926,12	MODULUS OF ELASTICITY
TEMPERATURKOEFF.	1/°C	1,896 E-05	COEFF. OF LINEAR EXPANSION
RECHN. BRUCHKRAFT	daN	41472,23	CALC. BREAKING LOAD
DAUERZUGSPANNUNG	daN/mm ²	19,52	ENDURANCE TENSILE STRESS
GLEICHSTROMWIDERSTAND BEI 20° C	Ohm/km	0,0226	DC - RESISTANCE AT 20° C
ZUL. DAUERSTROM *	A	1946 (at 0,6 m/s wind) 1572 (at still air)	CURRENT CARRYING CAPACITY **

*) Die Kalkulation basiert auf folgenden Daten (The calculation is based on following data):

Umgebungstemperatur	35°C	Ambient temperature
Seiltemperatur	80° C	Conductor temperature
Sonneneinstrahlung	895 W/m ²	Solar radiation
Emission	0,90	Emissivity
Windgeschwindigkeit	0,6 m/s	Wind velocity
Höhe	300 m	Altitude
Breitengrad	49°	Latitude

Datenblatt erstellt		Datenblatt geprüft		Datenblatt freigegeben	
am	von	am	von	am	von
10.11.2003	Mayrhofer	10.11.2003	Hadinger	10.11.2003	Jonke

Symbolische Berechnung der linken Seite der Lagrange Gleichungen mit MATLAB Mupad

Erstellen der Vektoren r_i sowie deren Ableitungen v_i

for i from 2 to 5 do

```
r[i]:=matrix([sum(l[n]*sin(q[n](t)), n=1..i-1)+s[i]*sin(q[i](t)),sum(l[n]*cos(q[n](t)),
n=1..i-1)+s[i]*cos(q[i](t))]);
```

end_for:

```
r[1]:=matrix([s[1]*sin(q[1](t)),s[1]*cos(q[1](t))]);
```

```
r[6]:=matrix([sum(l[n]*sin(q[n](t)), n=1..5)+s[6]*sin(q[6](t)+gamma_1),
```

```
sum(l[n]*cos(q[n](t)), n=1..5)+s[6]*cos(q[6](t)+gamma_1)]);
```

```
r[7]:=matrix([sum(l[n]*sin(q[n](t)), n=1..5)+c_1*sin(q[6](t)+gamma_2)+s[7]*sin(q[7](t)),
```

```
sum(l[n]*cos(q[n](t)), n=1..5)+c_1*cos(q[6](t)+gamma_2)+s[7]*sin(q[7](t))]);
```

```
r[8]:=matrix([sum(l[n]*sin(q[n](t)), n=1..5)+c_2*sin(q[6](t)+gamma_3)+s[8]*sin(q[8](t)),
```

```
sum(l[n]*cos(q[n](t)), n=1..5)+c_2*cos(q[6](t)+gamma_3)+s[8]*sin(q[8](t))]);
```

```
r[1]:r[2]:r[3]:r[4]:r[5]:r[6]:r[7]:r[8];
```

for i from 1 to 8 do

```
v[i] := map(r[i],diff,t);
```

end_for;

```
v[1]:v[2]:v[3]:v[4]:v[5]:v[6]:v[7]:v[8];
```

for i from 1 to 8 do

```
P[i]:=linalg::scalarProduct(v[i],v[i],Real):
```

end_for:

Erstellen der kinetischen Energie T und ihrer Ableitungen nach q_i bzw. q_i'

```
T:=sum(m[n]/2*P[n]+J[n]/2*(diff(q[n](t),t))^2, n=1..8):
```

```
T:=subs(T,diff(q[1](t),t)=q1p,diff(q[2](t),t)=q2p,diff(q[3](t),t)=q3p,diff(q[4](t),t)=q4p,
```

```
diff(q[5](t),t)=q5p,diff(q[6](t),t)=q6p,diff(q[7](t),t)=q7p,diff(q[8](t),t)=q8p,
```

```
q[1](t)=q1,q[2](t)=q2,q[3](t)=q3,q[4](t)=q4,q[5](t)=q5,q[6](t)=q6,q[7](t)=q7,q[8](t)=q8);
```

$dT_to_q1 := \text{map}(T, \text{diff}, q1);$

$dT_to_q2 := \text{map}(T, \text{diff}, q2);$

$dT_to_q3 := \text{map}(T, \text{diff}, q3);$

$dT_to_q4 := \text{map}(T, \text{diff}, q4);$

$dT_to_q5 := \text{map}(T, \text{diff}, q5);$

$dT_to_q6 := \text{map}(T, \text{diff}, q6);$

$dT_to_q7 := \text{map}(T, \text{diff}, q7);$

$dT_to_q8 := \text{map}(T, \text{diff}, q8);$

$dT_to_q1p := \text{map}(T, \text{diff}, q1p);$

$dT_to_q1p := \text{subs}(dT_to_q1p,$

$q1=q1(t), q1p=q1p(t), q2=q2(t), q2p=q2p(t), q3=q3(t), q3p=q3p(t), q4=q4(t), q4p=q4p(t),$

$q5=q5(t), q5p=q5p(t), q6=q6(t), q6p=q6p(t), q7=q7(t), q7p=q7p(t), q8=q8(t), q8p=q8p(t));$

$ddT_to_q1p_to_dt := \text{map}(dT_to_q1p, \text{diff}, t);$

$dT_to_q2p := \text{map}(T, \text{diff}, q2p);$

$dT_to_q2p := \text{subs}(dT_to_q2p,$

$q1=q1(t), q1p=q1p(t), q2=q2(t), q2p=q2p(t), q3=q3(t), q3p=q3p(t), q4=q4(t), q4p=q4p(t),$

$q5=q5(t), q5p=q5p(t), q6=q6(t), q6p=q6p(t), q7=q7(t), q7p=q7p(t), q8=q8(t), q8p=q8p(t));$

$ddT_to_q2p_to_dt := \text{map}(dT_to_q2p, \text{diff}, t);$

$dT_to_q3p := \text{map}(T, \text{diff}, q3p);$

$dT_to_q3p := \text{subs}(dT_to_q3p,$

$q1=q1(t), q1p=q1p(t), q2=q2(t), q2p=q2p(t), q3=q3(t), q3p=q3p(t), q4=q4(t), q4p=q4p(t),$

$q5=q5(t), q5p=q5p(t), q6=q6(t), q6p=q6p(t), q7=q7(t), q7p=q7p(t), q8=q8(t), q8p=q8p(t));$

$ddT_to_q3p_to_dt := \text{map}(dT_to_q3p, \text{diff}, t);$

$dT_to_q4p := \text{map}(T, \text{diff}, q4p);$

$dT_to_q4p := \text{subs}(dT_to_q4p,$

$q1=q1(t), q1p=q1p(t), q2=q2(t), q2p=q2p(t), q3=q3(t), q3p=q3p(t), q4=q4(t), q4p=q4p(t),$

$q5=q5(t), q5p=q5p(t), q6=q6(t), q6p=q6p(t), q7=q7(t), q7p=q7p(t), q8=q8(t), q8p=q8p(t));$

$ddT_to_q4p_to_dt := \text{map}(dT_to_q4p, \text{diff}, t);$

```
dT_to_q5p := map(T,diff,q5p):
dT_to_q5p :=subs(dT_to_q5p,
q1=q1(t),q1p=q1p(t),q2=q2(t),q2p=q2p(t),q3=q3(t),q3p=q3p(t),q4=q4(t),q4p=q4p(t),
q5=q5(t),q5p=q5p(t),q6=q6(t),q6p=q6p(t),q7=q7(t),q7p=q7p(t),q8=q8(t),q8p=q8p(t)):
```

```
ddT_to_q5p_to_dt:=map(dT_to_q5p,diff,t);
```

```
dT_to_q6p := map(T,diff,q6p):
dT_to_q6p :=subs(dT_to_q6p,
q1=q1(t),q1p=q1p(t),q2=q2(t),q2p=q2p(t),q3=q3(t),q3p=q3p(t),q4=q4(t),q4p=q4p(t),
q5=q5(t),q5p=q5p(t),q6=q6(t),q6p=q6p(t),q7=q7(t),q7p=q7p(t),q8=q8(t),q8p=q8p(t)):
```

```
ddT_to_q6p_to_dt:=map(dT_to_q6p,diff,t);
```

```
dT_to_q7p := map(T,diff,q7p):
dT_to_q7p :=subs(dT_to_q7p,
q1=q1(t),q1p=q1p(t),q2=q2(t),q2p=q2p(t),q3=q3(t),q3p=q3p(t),q4=q4(t),q4p=q4p(t),
q5=q5(t),q5p=q5p(t),q6=q6(t),q6p=q6p(t),q7=q7(t),q7p=q7p(t),q8=q8(t),q8p=q8p(t)):
```

```
ddT_to_q7p_to_dt:=map(dT_to_q7p,diff,t);
```

```
dT_to_q8p := map(T,diff,q8p):
dT_to_q8p :=subs(dT_to_q8p,
q1=q1(t),q1p=q1p(t),q2=q2(t),q2p=q2p(t),q3=q3(t),q3p=q3p(t),q4=q4(t),q4p=q4p(t),
q5=q5(t),q5p=q5p(t),q6=q6(t),q6p=q6p(t),q7=q7(t),q7p=q7p(t),q8=q8(t),q8p=q8p(t)):
ddT_to_q8p_to_dt:=map(dT_to_q8p,diff,t);
```

Erstellen der linken Seite der Lagrange Gleichungen

```
ls1:=simplify(ddT_to_q1p_to_dt-dT_to_q1);
ls2:=simplify(ddT_to_q2p_to_dt-dT_to_q2);
ls3:=simplify(ddT_to_q3p_to_dt-dT_to_q3);
ls4:=simplify(ddT_to_q4p_to_dt-dT_to_q4);
ls5:=simplify(ddT_to_q5p_to_dt-dT_to_q5);
ls6:=simplify(ddT_to_q6p_to_dt-dT_to_q6);
ls7:=simplify(ddT_to_q7p_to_dt-dT_to_q7);
ls8:=simplify(ddT_to_q8p_to_dt-dT_to_q8);
```