

Nachweis globaler Erdungssysteme durch Messung und Berechnung von verteilten Erdungsanlagen

Dissertation



Institut für Elektrische Anlagen
Technische Universität Graz

Autor

DI Martin J. Lindinger

Betreuer

Univ.-Prof. DI Dr. Lothar Fickert

DI Dr. Ernst Schmutzer

1. Begutachter

Univ.-Prof. DI Dr. Lothar Fickert

Technische Universität Graz

2. Begutachter

Univ.-Prof. Dr.-Ing. Wolfgang Gawlik

Technische Universität Wien

Institutsvorstand: Univ.-Prof. DI Dr.techn. Lothar Fickert

A - 8010 Graz, Inffeldgasse 18-I

Tel: (+43 316) 873 - 7551

Fax: (+43 316) 873 - 7553

<http://www.ifea.tugraz.at>

<http://www.tugraz.at>

Graz / 2009 - 2012



Diese Arbeit widme ich meinen Eltern.

EIDESSTATTLICHE ERKLÄRUNG

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe.

Graz, am 01.06.2012

Martin Lindinger

Abstract

Title: Proof of Global Earthing Systems by Measuring and Calculating Distributed Earthing Systems

Keywords: global earthing systems, common grounding systems, distributed earthing systems, beat-frequency method, earthing measurements, potential coefficient method, simulation of earthing systems, Fourier transform

This work deals with extended and distributed earthing systems in high voltage systems. The focus of this work is a guide for calculating and measuring extended and distributed earthing systems.

During measurements of extended earthing systems problems of low frequency disturbances can occur. Due to the fact that currents in nearby electrical energy systems can influence the measurement system a new analysis method for earthing measurements is shown in this thesis. This new method is based on the combination of a beat-frequency method and an adapted Fourier transform. By means of this method more accurate results can be reached even at environments with very high and fluctuating influences. A prototype, which is based on the new method, was developed and tested with artificial test signals as well as practically at different earthing measurements.

Based on theoretical thoughts the calculation of earthing system impedances, earth potential rise (EPR) and touch and step voltages using the potential coefficient method are shown. Furthermore a program for calculating earthing systems in two layered soils is described. Simplifications and their accuracy are discussed as well.

Distributed earthing systems (global earthing systems) are examined with a focus on hazard voltages to human beings. It is evaluated if there is a limit for global earthing systems considering these hazard voltages. In that way definitions for global earthing systems are formulated, discussed and verified. By comparing measurement and simulation results it is clarified under which conditions a specific area is regarded as a global earthing system.

Kurzfassung

Titel: Nachweis globaler Erdungssysteme durch Messung und Berechnung von verteilten Erdungsanlagen

Schlüsselwörter: Globale Erdungssysteme, verteilte Erdungsanlagen, Schwebungsmethode, Erdungsmessung, Methode der Potentialkoeffizienten, Berechnung von Erdungsanlagen, Fouriertransformation

Diese Arbeit beschäftigt sich mit ausgedehnten und verteilten Erdungsanlagen im Bereich elektrischer Hochspannungsanlagen und Netze. Die Arbeit bietet einen Leitfaden für die Berechnung und Messung großer, ausgedehnter Erdungsanlagen.

Bei der Messung von Erdungsanlagen wird vor allem auf die Probleme, verursacht durch niederfrequente Störungen, eingegangen. Dafür wurde ein neues Messkonzept entwickelt, das auf einer Kombination von Schwebungsmethode und Fouriertransformation beruht. Aufbauend auf dem neu entwickelten Messkonzept wurde ein Algorithmus für einen Prototyp entwickelt, welcher sowohl mit künstlich erzeugten Signalen simuliert als auch in der Praxis bei Erdungsmessungen von elektrischen Anlagen getestet wurde.

Aufbauend auf einer aktualisierten Darstellung der theoretischen Zusammenhänge zur Berechnung des Ausbreitungswiderstandes, der Potentialverhältnisse und der Leiterstromaufteilung ausgedehnter beeinflusster und beeinflussender Erdungssysteme in Zweischichtböden wird ein neu entwickeltes Simulationsprogramm vorgestellt. Die Anwendungsmöglichkeit des Programms wird im Rahmen der Untersuchungen von globalen Erdungssystemen gezeigt. Dabei wird die Frage beantwortet, ob es eine Grenze für globale Erdungssysteme gibt, beziehungsweise, wann eine Existenz eines globalen Erdungssystems ausgeschlossen werden kann.

Als Ergebnis der Berechnungen und der umfangreichen Messungen in verschieden dicht bebauten Gebieten und des Vergleichs der Ergebnisse können Kriterien für ein globales Erdungssystem definiert und verifiziert werden.

Inhaltsverzeichnis

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | EINLEITUNG..... | 11 |
| 1.1 | Motivation..... | 11 |
| 1.2 | Relevanz..... | 12 |
| 1.3 | Stand der Wissenschaft und Technik..... | 12 |
| 1.4 | Forschungsfragen..... | 13 |
| 1.5 | Überblick und im Rahmen dieser Arbeit entstandene Publikationen..... | 13 |
| 2 | MESSUNG GROßER ERDUNGSANLAGEN..... | 15 |
| 2.1 | Gegenüberstellung und Bewertung bekannter Methoden für Messung von Erdungsanlagen..... | 16 |
| 2.1.1 | Realer Netzversuch mit Nennspannung (Power system staged fault)..... | 18 |
| 2.1.2 | Ein/Aus- und Umpolmethode..... | 19 |
| 2.1.3 | Kompensationsmethode..... | 20 |
| 2.1.4 | Frequenzselektive Messung..... | 22 |
| 2.1.5 | Schwebungsmethode..... | 22 |
| 2.1.6 | Überblick über die Schwebungsmethode mit DFT-Auswertung..... | 25 |
| 2.2 | Schwebungsmethode mit DFT-Auswertung..... | 26 |
| 2.2.1 | Mathematische Grundlagen der Fouriertransformation..... | 26 |
| 2.2.2 | Fouriertransformation bei Schwebungsfunktionen..... | 28 |
| 2.2.3 | Periodendetektion..... | 30 |
| 2.2.4 | Fehlerabschätzung des Messverfahrens..... | 32 |
| 2.2.5 | Test des Auswerteverfahrens mit künstlichen Signalen..... | 36 |
| 2.3 | Gegenüberstellung der vorgestellten Methoden..... | 43 |
| 2.4 | Beeinflussungen bei Erdungsmessungen mit der Strom-Spannungs-Methode..... | 44 |
| 2.4.1 | Auswahl und Einfluss der Gegenerde..... | 44 |
| 2.4.2 | Einfluss von Hochspannungsleitungen (induktiv)..... | 49 |
| 2.4.3 | Einfluss von Hochspannungsleitungen..... | 57 |
| 2.4.4 | Einfluss des spezifischen Bodenwiderstandes..... | 58 |
| 2.5 | Anwendungsbeispiel..... | 62 |
| 2.5.1 | Beschreibung der Situation..... | 62 |
| 2.5.2 | Berechnung der Erdungsanlage..... | 63 |
| 2.5.3 | Messungen..... | 67 |
| 2.5.4 | Diskussion der Ergebnisse..... | 71 |
| 3 | OHMSCHE BEEINFLUSSUNG..... | 73 |
| 3.1 | Theoretische Grundlagen..... | 73 |
| 3.2 | Berechnung der ohmschen Beeinflussung mit Hilfe der Methode der Potentialkoeffizienten | 75 |
| 3.2.1 | Nachbildung von Mehrschichtböden..... | 78 |
| 3.3 | Das Programm OBEIN 2..... | 80 |
| 3.3.1 | Aufbau..... | 80 |
| 3.3.2 | Erderkonfigurationen..... | 82 |
| 3.4 | Simulationsergebnisse und Vereinfachungen..... | 84 |
| 3.4.1 | Mehrschichtböden..... | 84 |
| 3.4.2 | Abschätzung des Potentialverlaufs von Spannungstrichtern..... | 85 |
| 3.4.3 | Einfluss der Erderdiskretisierung..... | 89 |
| 4 | GLOBALE ERDUNGSSYSTEME..... | 93 |

| | | |
|------------|--|------------|
| 4.1 | Allgemeines und Definitionen | 93 |
| 4.1.1 | Funktionalität und Struktur des globalen Erdungssystems (nichtelektrische Kenngrößen) | 99 |
| 4.2 | Simulation eines globalen Erdungssystems..... | 101 |
| 4.2.1 | Modellbeschreibung für Simulation mit Halbkugelerdern..... | 101 |
| 4.2.2 | Modellbeschreibung für Simulation mit OBEIN 2..... | 105 |
| 4.2.3 | Berechnungsergebnisse | 108 |
| 4.2.4 | Vergleich der Simulationsergebnisse | 113 |
| 4.3 | Messtechnische Überprüfung von globalen Erdungssystemen | 114 |
| 4.3.1 | Messungsergebnisse/Literaturlauswertung | 115 |
| 4.3.2 | Messung im verbauten Stadtgebiet | 118 |
| 4.3.3 | Messung im Überlandgebiet | 122 |
| 4.3.4 | Messung Siedlung..... | 127 |
| 4.3.5 | Messung einer weilerartigen Siedlungsstruktur..... | 129 |
| 4.3.6 | Gegenüberstellung der Messergebnisse | 130 |
| 4.4 | Modell für die Berechnung eines teilweise geerdeten Leiters im globalen Erdungssystem | 131 |
| 5 | ZUSAMMENFASSUNG | 137 |
| 5.1 | Allgemeines..... | 137 |
| 5.2 | Erdungsmessung mittels Schwebungsmethode mit DFT Auswertung | 137 |
| 5.3 | Globale Erdungssysteme | 138 |
| 6 | VERZEICHNISSE | 140 |
| 6.1 | Abbildungsverzeichnis | 144 |
| 6.2 | Tabellenverzeichnis | 149 |
| 7 | ANHANG | 151 |

Abkürzungsverzeichnis

- a Entfernung zur Gegenerde
- ΔC Fehler bei der DFT durch Übersprechen anderer Spektralkomponenten
- C_v v-te Signalkomponente des Fourierspektrums
- D Durchmesser Halbkugelerder
- d Durchmesser Staberder
- E Elektrische Feldstärke
- f Frequenz
- f_a Abtastrate
- f_m Messfrequenz
- f_{Netz} Betriebsfrequenz der zu messenden Anlage
- f_s Schwebungsfrequenz ($f_{\text{Schwebung}} = 1/T_{\text{Schwebung}}$)
- $F(\omega)$ Fouriertransformierte der Zeitfunktion $f(t)$
- F_v Diskrete Fouriertransformierte
- G Leitwert der Erdungsanlage
- GES globales Erdungssystem (common grounding system)
- h Mächtigkeit der Bodenschicht (BSD...Bodenschichtdicke)
- I elektrischer Strom
- I_E Strom, der über die Erdungsanlage in das Erdreich fließt
- $I_{\text{MS-Schirm}}$ Fehlerstromanteil im Schirm des Mittelspannungskabels
- I_m Messstrom
- I_{PEN} Fehlerstromanteil im PEN-Leiter des Niederspannungsnetzes
- I_s Störstrom
- I_{Schirm} ... Fehlerstromanteil im Schirm des fehlerstromführenden Mittelspannungskabels
- k_{ij} Koppelfaktoren (Gegenkopplung)
- k_{ii} Koppelfaktoren (Eigenkopplung)
- l Länge eines Banderders
- r Radius Halbkugelerder
- r_{ij} Refraktionsfaktor
- R_A Ausbreitungswiderstand einer Erdungsanlage
- S Stromdichte (elektrisches Strömungsfeld)
- t_{Gr} Gruppenlaufzeit des Filters
- T_W Fensterbreite bei Fouriertransformation
- U_E Potentialdifferenz zwischen Erdungsanlage und Bezugserde (ferne Erde)
- U_{EPR} Potentialverlauf an der Erdoberfläche (EPR...earth potential rise)
- U_{ind} Induzierte Spannung in Telekommunikationsleitungen
- U_m Messspannung

U_S Störspannung
 U_{SS} Schrittspannung
 U_{VSS} Schrittspannung (Leerlauf)
 U_T zu erwartende Berührungsspannung
 U_{VT} zu erwartende Berührungsspannung (Leerlauf)
 V Potential
 V_E Potential der Erdungsanlage
 V_0 Potential der Bezugserde (ferne Erde)
 x Abstand vom Mittelpunkt eines Halbkugelerders
 z_{STV} Transferfaktor der spezifischen Berührungsspannung (u_{TP})
 Z_E Erdungsimpedanz
 z'_{ii} ind. spez. Eigenimpedanz
 z'_{ik} ind. spez. Koppelimpedanz (z_{12L})
 Z_{RG} Abschlussimpedanz einer Freileitung (Erdseil-Mast-Kettenleiterimpedanz)
 Z_{∞} Erdseil-Mast-Kettenleiterimpedanz
 δ_E Eindringtiefe im Erdreich
 ϵ Genauigkeit
 ϵ_r relative Messabweichung
 θ Räumlicher Winkel
 κ elektrische Leitfähigkeit
 μ_0 Permeabilitätskonstante
 ρ spezifischer Bodenwiderstand in Ωm
 ρ_s scheinbarer spezifischer Bodenwiderstand
 φ Potential
 φ_m Potential in der Mitte zwischen zwei Erdungsanlagen
 ω Kreisfrequenz

1 Einleitung

1.1 Motivation

Die genaue Kenntnis der Erdungsimpedanz ist im Bereich elektrischer Anlagen vor allem in Bereichen wie Betrieb und Schutztechnik äußerst wichtig. In erster Linie müssen Erdungsanlagen sicherstellen, dass der Fehlerstrom im Falle eines Fehlers mit Erdberührung in der Erdungsanlage aufgeteilt und definiert in das Erdreich abgeleitet wird. Dabei müssen mögliche auftretende Gefährdungsspannungen, die eine Gefahr für Menschen darstellen und den Betrieb (anderer) technischer Anlage gefährden können, vermieden werden.

Für die Planung und den Betrieb von elektrischen Netzen ist die Kenntnis der Erdungsimpedanz von Interesse, da auftretende Berührungsspannungen auch von der Betriebsweise und der Netztopologie abhängig sind.

Diese Arbeit gliedert sich in drei Schwerpunkte, welche die theoretischen Grundlagen der ohmschen Beeinflussung, die Messung und die Simulation verteilter Erdungsanlagen behandeln. Auf Grund der steigenden Anzahl von elektrisch leitfähigen Einbauten im Erdreich verursacht durch Infrastrukturmaßnahmen können Erdungsanlagen in den meisten Fällen nicht mehr als in sich abgeschlossene Systeme betrachtet werden sondern als globale Erdungssysteme. Diese globalen Erdungssysteme sind definiert als Gebiete, in denen keine gefährlichen Spannungen bei Fehlern mit Erdberührung auftreten können [1]. Diese unter anderem in der Norm EN 50522 [1] angeführte Definition „globaler“ Erdungssysteme bedarf einer genaueren Betrachtung, weil die Höhe der Gefährdungsspannungen nicht ausschließlich von der Erdungsanlage abhängig ist. Neben der Erdungsanlage bestimmen auch Parameter wie die Höhe und Dauer des Fehlerstroms (Sternpunktbehandlung und Abschaltzeiten der Schutzeinrichtungen) und die Netzführung sowie die Netztopologie diese Gefährdungsspannungen.

Durch die größer werdende Dichte von Infrastruktureinrichtungen, die eine Erdungsanlage beeinflussen können, wird auch die Messung von Erdungsanlagen komplizierter da durch eine Vielzahl von fremden Systemen in der Umgebung einer zu messenden Erdungsanlage, die eine Messung ohmsch oder induktiv beeinflussen, die Messergebnisse soweit verfälscht werden können, dass eine Bestimmung der Erdungsimpedanz erschwert wird und die Interpretation der Messergebnisse immer unsicherer wird. Um zu möglichst genauen Messwerten zu gelangen wurde im Rahmen dieser Arbeit ein Prototyp einer Software für die Auswertung einer Erdungsmessung entwickelt, um eine genauere Bestimmung der Erdungsimpedanz auch bei Erdungsmessungen in Bereichen mit starken elektromagnetischen Beeinflussungen zu ermöglichen.

Für die Berechnung von Erdungsanlagen und vor allem die gegenseitige Beeinflussung von verschiedenen Erdungsanlagen war es nötig, bestehende Programme zur Berechnung von Erdungsimpedanzen und Potentialen an der Erdoberfläche zu überarbeiten und so zu erweitern, dass auch komplexe Anordnungen berechnet werden können.

In dieser Arbeit wurden die Ergebnisse zahlreicher Erdungsmessungen in unterschiedlichen Umgebungen mit computergestützten Berechnungen und vereinfachten Modellen verglichen und verifiziert. Die Erfahrungen zahlreicher Messungen in unterschiedlichen Umgebungen flossen in die Entwicklung des Simulationstools ein und halfen dabei eine praxistaugliche Software zu entwickeln.

1.2 Relevanz

Diese Arbeit liefert einen Beitrag zum besseren Verständnis von ausgedehnten und verteilten Erdungssystemen. Dabei ist vor allem die Koppelung verschiedener Erdungsanlagen innerhalb eines Gebietes mit verteilten Erdungsanlagen von Interesse. Ausgehend von der Messung und Berechnung solcher verteilten Erdungssysteme werden Definitionen und Parameter von „globalen Erdungssystemen“ diskutiert. Neben der Bewertung, ob ein Gebiet als globales Erdungssystem gesehen werden kann, wird auch der Einfluss der verschiedenen Parameter auf ein Erdungssystem untersucht, um festzustellen ob ein globales Erdungssystem besteht und ausgeschlossen werden kann, dass im Falle von Erdfehlern Gefahren für Menschen und Sachen auftreten.

Das im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Messkonzept zur Messung von Erdungsanlagen wurde bei mehreren Erdungsmessungen von ausgedehnten Erdungsanlagen mit bekannten Methoden verglichen und verifiziert. Dabei hat sich gezeigt, dass das neu entwickelte Messsystem in der Praxis vorhandene niederfrequente Beeinflussungen stark unterdrückt und in Umgebungen mit hohen Beeinflussungen genauere Messergebnisse liefert.

1.3 Stand der Wissenschaft und Technik

Für die Messung von Erdungsanlagen ist eine Vielzahl an Methoden bekannt, um niederfrequente Beeinflussungen, die bei der Messung nicht verhindert werden können, zu minimieren (siehe Kapitel 2.1). Als Stand der Technik kann heute die frequenzselektive Messung mit Hilfe digitaler Filter oder mittels Fouriertransformation angesehen werden (Kapitel 2.1.4).

Für die Berechnung von Erdungsanlagen in Mehrschichtböden gibt es Veröffentlichungen zu verschiedenen Modellansätzen [2], [3], [4] und teils kommerzielle Softwareprodukte. Am Institut für Elektrische Anlagen wurde in der Vergangenheit das Programm OBEIN2S, das die ohmsche Beeinflussung in einem Zweischichtboden berechnet, und das auf der Methode der Potentialkoeffizienten beruht, entwickelt [5], [6], [7].

Für die Bewertung globaler Erdungssysteme sind in der Literatur vor allem Veröffentlichungen, deren Ergebnisse auf Messungen (teilweise auch auf Netzversuchen mit Nennspannung [8]) basieren, zu finden [9], [10]. Simulationen globaler Erdungssysteme wurden auch in Veröffentlichungen behandelt, wobei dort der Einfluss der gegenseitigen ohmschen Kopplung der Erdungsanlagen vernachlässigt wurde [11].

1.4 Forschungsfragen

Im Rahmen dieser Arbeit können folgende Forschungsfragen definiert werden:

1. Wie können verschiedene ohmsche Kopplungen in Simulationen, die auf der Methode der Potentialkoeffizienten beruhen, berücksichtigt werden?
2. Können elektromagnetische Beeinflussungen bei Erdungsmessungen wirksamer als mit bisher bekannten Methoden unterdrückt werden?
3. Wie genau ist die neue Messmethode zur Bestimmung der Erdungsimpedanz im Vergleich zu bekannten Methoden?
4. Gibt es eine Grenze, ab wann ein verteiltes Erdungssystem als globales Erdungssystem definiert werden kann?
5. Kann man in einem globalen Erdungssystem unzulässige Gefährdungsspannungen ausschließen?

Die Arbeit gliedert sich in drei Schwerpunkte:

- Berechnung von Erdungsanlagen mit Hilfe der Methode der Potentialkoeffizienten sowie Vergleich mit vereinfachten Formeln
- Entwicklung eines Prototyps eines Messsystems für die Messung von Erdungsanlagen in Umgebungen mit hohen, schwankenden niederfrequenten elektromagnetischen Störungen
- Globale Erdungssysteme

1.5 Überblick und im Rahmen dieser Arbeit entstandene Publikationen

Im Rahmen dieser Arbeit entstanden folgende wissenschaftliche Publikationen:

[P1]: Lindinger, M.; Renner, H.; Schmutzner, E.: *New Optimized Analysis Method For Measuring Extended Grounding Systems*. - in: International Conference and Exhibition on Electricity Distribution (CIRED) ; 2011

- [P2]: Fickert, L.; Schmutzner, E.; Lindinger, M.; Raunig, C.: *Messung und Analyse der Gefährdungsspannungen bei Erdschlussströmen in globalen Erdungssystemen.* - in: ETG Fachtagung STE 2011
- [P3]: Lindinger, M.; Fickert, L.; Schmutzner, E.; Raunig, C.: *Grounding Measurements in Urban Areas - Comparison of Low and High Voltage Measurements in Common Grounding Systems.* - in: PES IEEE Power Tech 2011
- [P4]: Lindinger, M.; Fickert, L.; Schmutzner, E.; Raunig, C.: *Global earthing systems - verification and limits, a comparison of simulations and measurements.* - in: Mako Cigre 2011
- [P5]: Lindinger, M.; Raunig, C.; Schmutzner, E.; Fickert, L.: *Earth fault localization considering risk potentials for personal safety - "Earthing of an additional healthy phase.* - in: Methods and techniques for earth fault detection, indication and location, Aalto University. 2011

2 Messung großer Erdungsanlagen

Erdungsanlagen spielen eine wichtige Rolle in allen Bereichen der elektrischen Energietechnik. Erdungsanlagen müssen Ströme in das Erdreich abführen, ohne dabei eine Gefahrenquelle für Personen oder technische Einrichtungen (der eigenen Anlage oder auch von Fremdanlagen) darzustellen. Zu den wichtigsten Aufgaben einer Erdungsanlage zählen folgende Punkte:

- Schutz von Personen im Normalbetrieb und Fehlerfall
- Schutz von Anlagen im Normalbetrieb und Fehlerfall
- Abführung von Blitzströmen und Überspannungen ins Erdreich
- Voraussetzung für die korrekte Funktion von Betriebsmitteln (Sternpunktserdung, Schutzsystemen,...)
- Aufteilung von Fehler- und Betriebsströmen
- Potentialausgleich
- Verbesserung der EMV

Nach ihrer Funktion können Erdungsanlagen wie folgt definiert [12]:

- Betriebserde: ist die Erdung eines Punktes des Betriebsstromkreises, die für den ordnungsgemäßen Betrieb von Betriebsmitteln oder Anlagen notwendig ist. Sie kann unmittelbar oder über Impedanzen erfolgen.
- Schutzerde: ist die Erdung eines nicht zum Betriebsstromkreis gehörenden leitfähigen Teils zum Schutz von Menschen gegen zu hohe Berührungsspannungen.
- Anlagenerde: Erdung der Kundenanlage
- Blitzschutzerdung - ist die Erdung eines nicht zum Betriebsstromkreis gehörenden leitfähigen Teiles zur weitgehenden Vermeidung von Überschlägen bei Blitzeinwirkung.

Aus den oben genannten Gründen ist die Kenntnis über die elektrischen Eigenschaften und die Funktionsfähigkeit einer Erdungsanlage von größtem Interesse für den Anlagenbetreiber.

Definition einer großen bzw. ausgedehnten Erdungsanlage:

Dieses Kapitel über die Messung von Erdungsanlagen bezieht sich hauptsächlich auf die Messung großer Anlagen. Alle beschriebenen Messverfahren wären zwar auch auf kleine Erdungsanlagen anwendbar, jedoch besteht bei den vorgestellten Verfahren ein teilweise erheblicher technischer, personeller und zeitlicher Aufwand. Für kleine Erdungsanlagen sind „all-in-one“ Messgeräte verschiedener Hersteller am Markt vorhanden und deren Einsatz hat sich in der Praxis bewährt.

Eine große Erdungsanlage liegt dann vor, wenn folgende Punkte erfüllt sind:

- Der Spannungstrichter der Erdungsanlage ist so groß, dass in mehr als 1000 m Entfernung vom Einspeisepunkt das Ende des Spannungstrichters (aus praktischer, messtechnischer Sicht) noch nicht erreicht ist.
- Existenz mehrere Leitungsabgänge mit Erderwirkung

Diese Definitionen treffen vor allem auf Erdungsanlagen von großen Umspannwerken, ausgedehnten Verbraucheranlagen und Kraftwerken (Kraftwerkparks) mit Anschluss ans Hochspannungsnetz zu. Aber auch globale Erdungssysteme in dicht bebauten Gebieten erfüllen diese Kriterien.

Große Erdungsanlagen werden in der Norm IEEE 81.2 [13] nach der Fläche der Erdungsanlage (und damit indirekt über die Größenordnung des Erdausbreitungswiderstandes) definiert. Zusätzlich sind noch die Anzahl von Erdungsverbindungen (Erdseile von Freileitungen, Kabelschirme, erdfühlig Reduktions-/Erdleiter, metallischen Rohrleitungen etc. definiert. Beide Werte zusammen (Anzahl der Erdungsleitungen und Fläche der Erdungsanlage) stellen ein Maß für die wirksame Gesamtimpedanz der Erdungsanlage dar.

Der IEEE Standard 81.2 definiert somit große Erdungsanlagen ab einer Größe von 900 m² mit 2 Erdungsverbindungen bis zu Anlagen mit über 20000 m² und vielen angeschlossenen Erdungsverbindungen (nach oben offen).

Vergleicht man die Definitionen aus dem IEEE Std. 81.2 mit den Definitionen, die in dieser Arbeit gewählt wurden, so kann man aus der messtechnischen Praxis heraus eine sehr gute Übereinstimmung erkennen.

2.1 Gegenüberstellung und Bewertung bekannter Methoden für Messung von Erdungsanlagen

Während des Baues oder der Erweiterung einer Erdungsanlage sind die einzelnen Bauabschnitte (vor allem aber die Verbindungsstellen der verschiedenen Bauteile (Erder) einer Erdungsanlage) zu überprüfen und zu dokumentieren.

Die Messung des Ausbreitungswiderstandes einer Erdungsanlage kann prinzipiell auf drei Arten erfolgen:

- Direktmessung der Impedanz mit einem Widerstands-/Impedanz-Handmessgerät
- Einspeisung eines Messstromes mit einer Quelle $U < 1000V$ in die Erdungsanlage und Messung des Spannungstrichters (Strom-Spannungs-Messung)
- Erzeugung eines künstlichen Erdfehlers mit Nennspannung des Netzes (realer Netzversuch mit Nennspannung – power system staged fault)

Die in diesem Kapitel vorgestellten Messmethoden und Analyseverfahren basieren mit Ausnahme des in Kapitel 2.1.1 beschriebenen Verfahrens auf der Methode der Strom-Spannungs-Messung.

Strom-Spannungs-Messung

Um die Impedanz einer Erdungsanlage zu bestimmen, wird bei dieser Messmethode ein Strom in die Anlage eingespeist, der idealerweise nicht zu einer Gegenerde fließt, sondern sich gleichmäßig nach allen Seiten in das umgebende Erdreich ausbreitet. Die Spannungsanhebung der Erdungsanlage wird dann zur neutralen Zone (auch ferne Erde; Gebiet, in dem die Steigung des Spannungstrichters null entspricht – also in unendlich weitem Abstand zur Erdungsanlage) gemessen.

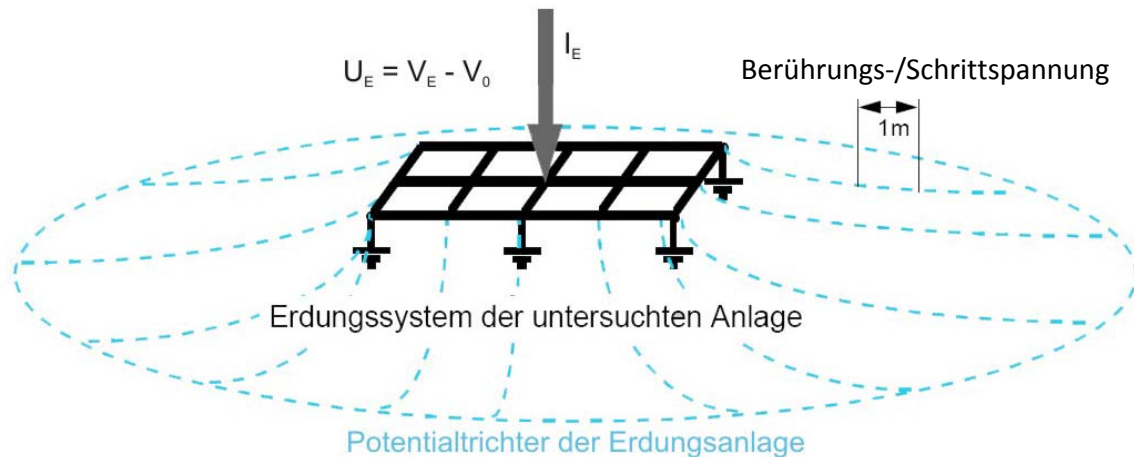


Abbildung 2-1: Prinzipskizze einer idealen Strom-Spannungs-Messung bei einer Erdungsanlage (nach [14])

Der vorherige Absatz zeigt schon die grundlegende Problematik bei der Messung des Ausbreitungswiderstandes einer Erdungsanlage nach der Strom-Spannungs-Messung.

Bei einer praktischen Strom-Spannungs-Messung wird mit Hilfe einer Ersatzspannungsquelle ein Dauerstrom in die Erdungsanlage eingespeist. Je nach verwendeter Quelle können verschiedene Spannungen, Frequenzen, Stromstärken und Signalverläufe des Messstroms eingestellt werden. Zur Bildung eines Stromkreises muss eine Gegenerde, an welcher der in das Erdreich eingespeist Strom wieder aus dem Erdreich austritt und von dort über eine Leitung zur Quelle zurückfließt, für die Messung verwendet werden.

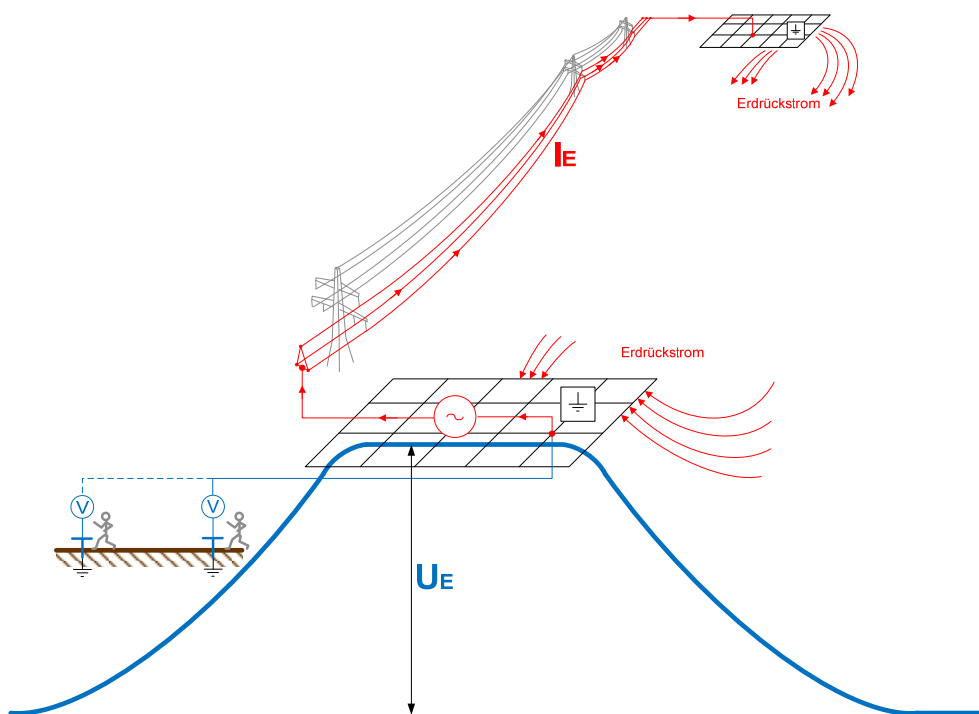


Abbildung 2-2: Prinzipische Skizze einer realen Strom-Spannungsmessung bei einer Erdungsanlage

Die Auswahl der Gegenerde hat einen entscheidenden Einfluss auf das Ergebnis der Messung. Welche Voraussetzungen die Anlage, die als Gegenerde verwendet wird, erfüllen muss und wie das Messergebnis durch die Wahl der Gegenerde beeinflusst wird, ist in Kapitel 2.4.1 zu finden. Mit Hilfe einer Messleitung wird der Spannungstrichter der zu messenden Erdungsanlage ausgemessen. Neben dem Spannungsabfall, der durch den eingespeisten Messstrom an der Erdungsanlage entsteht, werden bei der Spannungsmessung auch Störgrößen erfasst. Diese Störspannungen entstehen durch den Stromfluss im Erdreich, der bei Systemen mit Stromrückführung über das Erdreich (z.B. elektrische Bahnen) oder durch Nullströme bei Unsymmetrischen Belastungen von geerdeten Drehstromnetzen verursacht wird (ohmsche Kopplung). Zusätzlich zu ohmschen Beeinflussungen können auch induktive und kapazitive Kopplungen von nahen Hochspannungsfreileitungen, HS-Kabel oder Bahntrassen das Messergebnis beeinflussen. Die in diesem Kapitel nachfolgend beschriebenen Mess- und Auswertemethoden sollen diese Beeinflussungen der Erdungsmessung möglichst unterdrücken. Details zu den einzelnen Beeinflussungsmöglichkeiten bei Erdungsmessungen sind in Kapitel 2.3 beschrieben.

In den nachfolgenden Kapiteln werden einige in der Praxis angewandte Messmethoden beschrieben.

2.1.1 Realer Netzversuch mit Nennspannung (Power system staged fault)

Im Gegensatz zu den anderen Verfahren, die nach der oben angeführten Strom-Spannungsmethode arbeiten und die Verhältnisse bei einem Fehler mit Erdberührung nur näherungsweise wiedergeben können, entsprechen die Verhältnisse bei diesem Verfahren am

besten der Realität. Bei dieser Messmethode wird ein 1-poliger Erdfehler bei realen Netzbedingungen künstlich herbeigeführt.

Folgende Parameter lassen sich mit dieser Methode untersuchen:

- Spannungsverhältnisse an der Fehlerstelle und in der Umgebung
- Stromaufteilung in den an die Erdungsanlage angeschlossenen Leitungen
- Phasenwinkel zwischen der Erdungsspannung und den (Teil)fehlerströmen
- EMV durch hochfrequente Anteile des Anfangsstromes im Fehlerfall
- Spannungsverschleppungen und Beeinflussungen von benachbarten leitfähigen Bauteilen

Wichtig ist, dass vor einem solchen Versuch mit Nennspannung die Anlage und ihre Umgebung (z.B. mit Hilfe einer vorangegangenen Strom-Spannungs-Erdungsmessung) auf gefährliche Berührungs- und Schrittspannungen untersucht wurden.

2.1.2 Ein/Aus- und Umpolmethode

Die Ein/Aus-Methode und die Umpolmethode sind prinzipiell sehr ähnlich. Bei beiden Methoden wird die Messung bei Netzfrequenz durchgeführt. Als Quelle für den Messstrom wird ein 1-poliger Transformator verwendet, dessen Übersetzungsverhältnis verändert werden kann, um Spannung und Strom des Transformators an die Schleifenimpedanz der Messanordnung anzupassen. Bei der Ein/Aus-Methode wird der Stromkreis der Messung bei der Messung jedes Messpunkts ein- bzw. ausgeschaltet, um die Störbeeinflussung zum jeweiligen Zeitpunkt zu ermitteln. Wird bei der Ein/Aus-Methode ein Voltmeter verwendet, kann nur eine Obergrenze der Störbeeinflussung des Messsignals angegeben werden. Mit Hilfe von speziellen Messverfahren können Störbeeinflussungen aber besser unterdrückt und genauere Messergebnisse erzielt werden (siehe auch [15]).

Bei der Umpolmethode werden bei jedem Messpunkt drei Werte gemessen (Messkreis offen, Messkreis geschlossen und Messkreis geschlossen mit umgekehrter Polarität). Wichtig ist, dass der Winkel zwischen der Messspannung und der Netzspannung konstant ist und sich die Störspannung während der Aufnahme der 3 Messwerte nicht verändert (kurze Messzeit, Kontrolle).

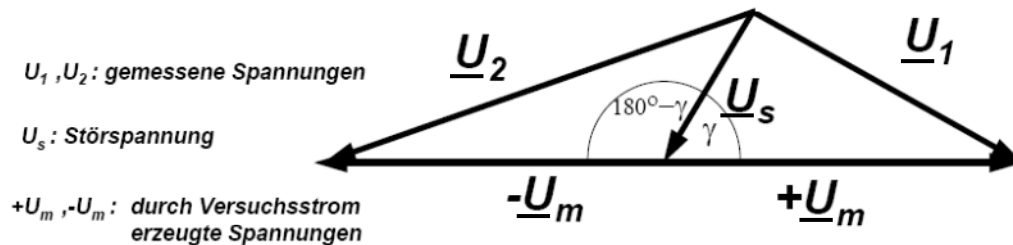
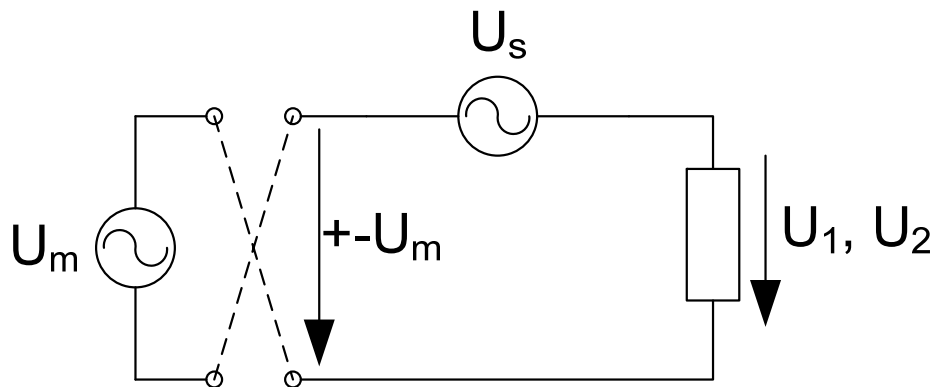


Abbildung 2-3: Messschaltung und Spannungsdreieck bei Umpolmethode

Die gesuchte Spannungen kann mit folgender Formel, die sich aus den ähnlichen Dreiecken in Abbildung 2-3 ergibt, berechnet werden (siehe auch [14]):

$$U_m = \sqrt{\frac{U_1^2 + U_2^2}{2} - U_s^2}$$

Der Messstrom errechnet sich analog zur Spannung:

$$I_m = \sqrt{\frac{I_1^2 + I_2^2}{2} - I_s^2}$$

Wird für die Messung zusätzlich ein Leistungsmessgerät verwendet, kann auch der Winkel φ während der Erdungsmessung bestimmt werden:

$$P_m = \frac{P_1 + P_2}{2} - P_s$$

$$\cos(\varphi) = \frac{P_m}{U_m I_m}$$

Bei Messungen mit Netzfrequenz ist bei starken Störbeeinflussungen die Kompensationsmethode für die Unterdrückungen der Grundschwingung besser geeignet (siehe auch Kapitel 2.1.3).

2.1.3 Kompensationsmethode

Bei der Kompensationsmethode wird versucht, die im Spannungsmesskreis eingekoppelten Störungen zu kompensieren (siehe auch [16], [13]). Gemessen wird bei dieser Messmethode mit

Netzfrequenz. Die Kompensationsmethode ist dabei eine Erweiterung der vorher erwähnten Umpolmethode.

Eine mögliche Schaltung für die Kompensation der Störbeeinflussungen während der Messung ist in Abbildung 2-4 dargestellt. Prinzipiell wird bei dieser Methode eine dem in die Erdungsanlage eingespeisten Messstrom proportionale Kompensationsspannung erzeugt. Der Effektivwert und die Phasenverschiebung zum Messstrom dieser Spannung können in der Kompensationseinrichtung unabhängig voneinander eingestellt und so das Messgerät abgeglichen werden.

Bei abgeglichener Kompensationseinrichtung werden die Störbeeinflussungen auf diese Weise gut unterdrückt. Dabei wird vorausgesetzt, dass alle Störbeeinflussungen im Messintervall einen gleichbleibenden und periodischen Spannungsverlauf aufweisen.

Bei der in Abbildung 2-4 dargestellten Kompensationsschaltung wird eine dem Messstrom proportionale Spannung erzeugt, die in Phase zu diesem liegt. Diese Spannung kann mit dem Regler P_R abgeglichen werden. Am Regler P_X liegt eine Spannung an, die durch das RC-Glied 90° Phasenverschiebung zum Messstrom aufweist. Durch die beiden Regler kann damit eine Zusatzspannung im Messkreis eingestellt werden, die die Beeinflussung durch den Messstrom kompensiert.

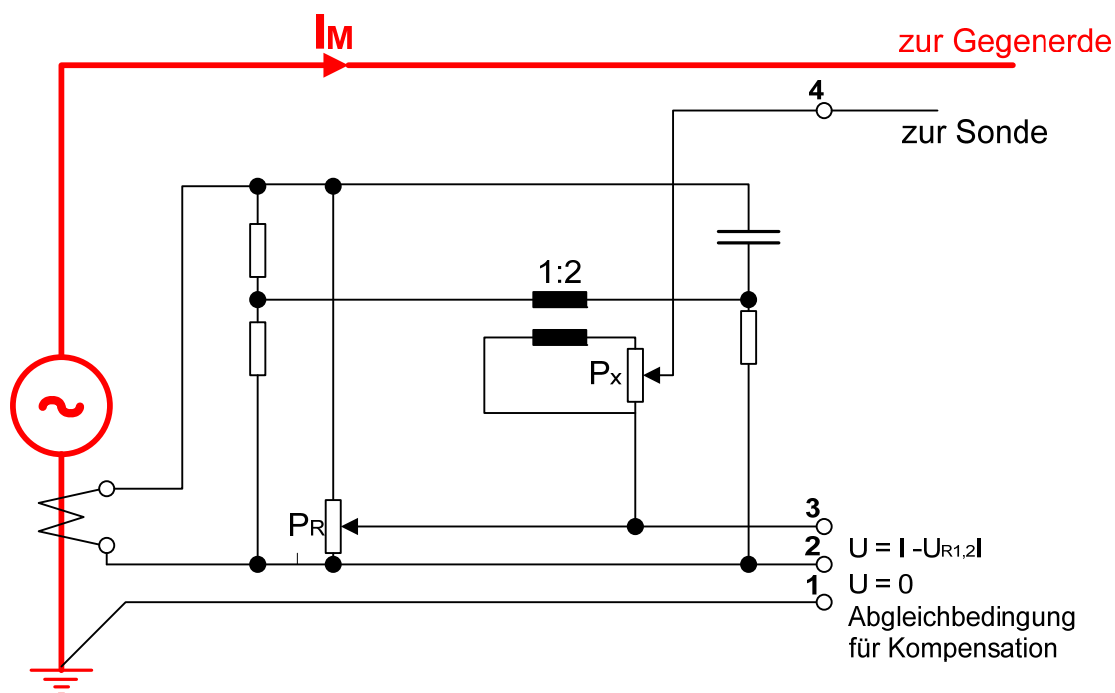


Abbildung 2-4: Vereinfachtes Schaltbild des Kompensators aus [16]

Für die Abgleichbedingung wird die Spannung zwischen Klemme 1 und 2 auf $U = 0$ V eingestellt (mittels P_R und P_X). Es können dabei nur Frequenzen kompensiert werden, die im Messstrom vorhanden sind. Gibt es zusätzliche Beeinflussungen bei anderen Frequenzen, kann die Spannung an den Klemmen 1 und 2 nicht auf $U_{1,2} = 0$ V abgeglichen werden, sondern nur minimiert werden.

2.1.4 Frequenzselektive Messung

Bei der frequenzselektiven Messung werden Ströme mit einem elektronischen Leistungsverstärker in die Erdungsanlage eingespeist, deren Frequenz sich deutlich von allen im Bereich der Messung vorkommenden technischen Frequenzen, welche die Messung beeinflussen könnten, unterscheidet. Es sollen also bei dieser Messmethode keine Frequenzen gewählt werden, die der Netzfrequenz, Bahnfrequenz oder einem Vielfachen (Oberschwingungen) dieser entsprechen. Da Erdungsanlagen sowie Gefährdungspotentiale (maximale Berühr- und Schrittspannungen – siehe [17], [18], [1]) bei Betriebsfrequenz dimensioniert bzw. definiert sind, sollten die verwendeten Messfrequenzen nicht zu weit von dieser Betriebsfrequenz abweichen. Zusätzlich kann ein interpolierter Wert bei Betriebsfrequenz aus mehreren Messungen mit verschiedenen Frequenzen ermittelt werden. Die Frequenzselektivität kann auf mehrere verschiedene Arten realisiert werden. Auf Grund der Bekanntheit der verschiedenen Methoden seien hier nur einige Möglichkeiten ohne detaillierte Betrachtungen aufgezählt:

- Lock-in Eingangsstufen (z.B. mit Hilfe der Kreuzkorrelation)
- PLL (Phase-locked loop)
- Steile Bandpassfilter
- Fourier Transformation (FFT)

Für die Messung von Berührungs- und Schrittspannungen sind spezielle Voltmeter nötig, die ebenfalls frequenzselektiv arbeiten. Als Beispiel eines solchen FFT Voltmeters mit integriertem Belastungswiderstand sei hier das CP AL1 angeführt [19].

Bei frequenzselektiven Messverfahren sind elektronische Leistungsverstärker für die Einspeisung des Messstromes in die Erdungsanlage nötig. Diese sind in den meisten Fällen teurer, anfälliger gegen eingekoppelte Fremdspannungen und erreichen bei vergleichbarem Aufwand nicht so hohe Messströme wie Transformatoren und Ersatzstromgeneratoren.

Bei Messungen von niederohmigen Erdungsanlagen muss die Gegenerde weit entfernt (z.B. bei Umspannwerken mind. der 10-fache Durchmesser der zu messenden Erdungsanlage), um Messfehler möglichst klein zu halten. Auf Grund der Länge der Stromschleife des Messaufbaus kann das (bei z.B. $0,8 \Omega/\text{km}$ für die Nullimpedanz einer Freileitung) zu einer hohen Schleifenimpedanz führen, wodurch bei gegebener Scheinleistung des Verstärkers der Messstrom sehr klein werden kann.

2.1.5 Schwebungsmethode

Bei der Schwebungsmethode wird ein Strom in die Erdungsanlage eingespeist, dessen Frequenz eine kleine Abweichung zur Netzfrequenz hat. Durch die Überlagerung der Netzfrequenz (Störbeeinflussungen) mit der Messfrequenz entsteht ein Signal mit veränderlicher Amplitude (Schwebungssignal). Aus mathematischer Sicht ist die Schwebung eine Addition von zwei Schwingungen, deren Frequenzen nahe beieinander liegen. Durch Umformung kann gezeigt werden, dass durch die Überlagerung eine Schwingung mit veränderlicher Amplitude und veränderter Grundfrequenz entsteht.

Mathematische Zusammenhänge der Schwebung:

$$y(t) = a_1 \cdot \cos(\omega_1 t) + a_2 \cdot \cos(\omega_2 t) \mid \omega_1 \cong \omega_2$$

Ist $a_1 = a_2 = a$ kann die Schwebung durch Umformung mit Hilfe des 2. Summensatzes der Trigonometrie $y(t)$ auf folgende Form umgeschrieben werden:

$$y(t) = 2a \cdot \sin\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \cdot t\right) \cdot \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} \cdot t\right)$$

Dabei stellt der Sinus-Term eine Schwingung mit der mittleren Frequenz (f_R) der beiden Komponenten der Schwebung dar, während der Cosinus-Term die zeitlich veränderliche Amplitude dieser Schwingung mit der sogenannten Schwebungsfrequenz f_S , $f_{\text{Schwebung}}$ darstellt (dieser Teil der Formel entspricht der Einhüllenden der Schwebung).

Für den Sinus-Teil der Formel kann man folgende Frequenz definieren:

$$f_R = \frac{f_1 + f_2}{2} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$$

Für den Cosinus-Teil der Schwebung kann man folgende Frequenz definieren:

$$f_S = \frac{f_1 - f_2}{2}$$

Als Schwebungsperiode wird auch der Abstand zwischen 2 Schwebungsmaxima definiert:

$$T_{\text{Schwebung}} = \frac{1}{f_{\text{Schwebung}}} = \frac{1}{|f_1 - f_2|}$$

Ist $a_1 \neq a_2$ entsteht eine unreine Schwebung:

$$y(t) = (a_1 - a_2) \cdot \cos(\omega_1 \cdot t) + 2 \cdot \sin\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \cdot t\right) \cdot \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} \cdot t\right)$$

Die obige Formel gilt für: $a_1 > a_2$, $\omega_1 > \omega_2$, $\omega_1 \approx \omega_2$

Im Falle der Erdungsmessung kann davon ausgegangen werden, dass unter normalen Messbedingungen die Effektivwerte der beiden Frequenzen (Messspannungen und Störspannung) immer unterschiedlich groß sind und daher immer eine unreine Schwebung vorliegt. Bei der Verwendung von analogen Voltmetern war die Genauigkeit vor allem von der Ablesegenauigkeit und der Zeitkonstante des Messgeräts abhängig (bei analogen Messgeräten sollte die Abweichung der Messfrequenz von der Netzfrequenz maximal 1 Hz betragen, da sonst die Ablesung erschwert bzw. der Ablesefehler größer wird). Bei modernen Voltmetern mit Max/Min-Funktion kann die Differenz der Frequenzen auch größer gewählt werden (abhängig vom jeweils verwendeten Messgerät).

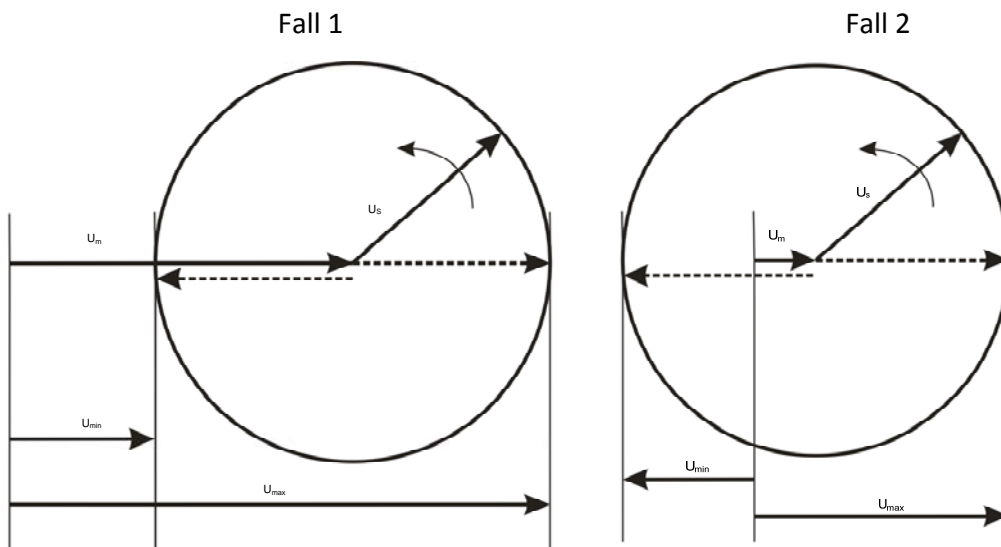


Abbildung 2-5: Prinzip der Schwebungsmethode (aus [14])

Nach Abbildung 2-5 können zwei Fälle für die Auswertung der Schwebungsmethode unterschieden werden:

$$U_{m1} = \frac{U_{max} + U_{min}}{2} \quad | \quad U_s < U_m$$

$$U_{m2} = \frac{U_{max} - U_{min}}{2} \quad | \quad U_s > U_m$$

Für die Ströme gilt analog:

$$I_{m1} = \frac{I_{max} + I_{min}}{2} \quad | \quad I_s < I_m$$

$$I_{m2} = \frac{I_{max} - I_{min}}{2} \quad | \quad I_s > I_m$$

Ein Problem der Schwebungsmethode ist, dass die Ergebnisse bei stark schwankenden Störquellen nicht immer eindeutig sind (siehe Abbildung 2-5). Weitere Probleme der Schwebungsmethode stellen Störungen und Beeinflussungen mit Frequenzen dar, die von der Netzfrequenz abweichen und durch die Schwebungsmethode nicht kompensiert werden (z.B. Beeinflussungen durch Bahnströme und Oberschwingungen).

Diese Störungen führen schon bei geringen Beeinflussungen zu fehlerhaften Messergebnissen. Wie stark das Messergebnis durch die Störungen beeinflusst wird, hängt vom Verhältnis der Effektivwerte bei Messfrequenz, bei Netzfrequenz und von den Störungen ab. Durch die Störungen werden U_{max} und U_{min} in gleicher Weise angehoben (Offset der Effektivwerte). Daraus folgt im Allgemeinen, dass für den Fall

$$U_{m1} = \frac{U_{max} + U_{min}}{2} \quad | \quad U_s < U_m$$

zu große Werte für U_m ermittelt werden.

Für den Fall

$$U_{m2} = \frac{U_{max} - U_{min}}{2} \quad | \quad U_s > U_m$$

werden durch die Störungen zu kleine Werte ermittelt.

Die Abweichung ist nichtlinear von der Störungsamplitude abhängig, kann aber maximal um den Effektivwert der Störungsamplitude abweichen.

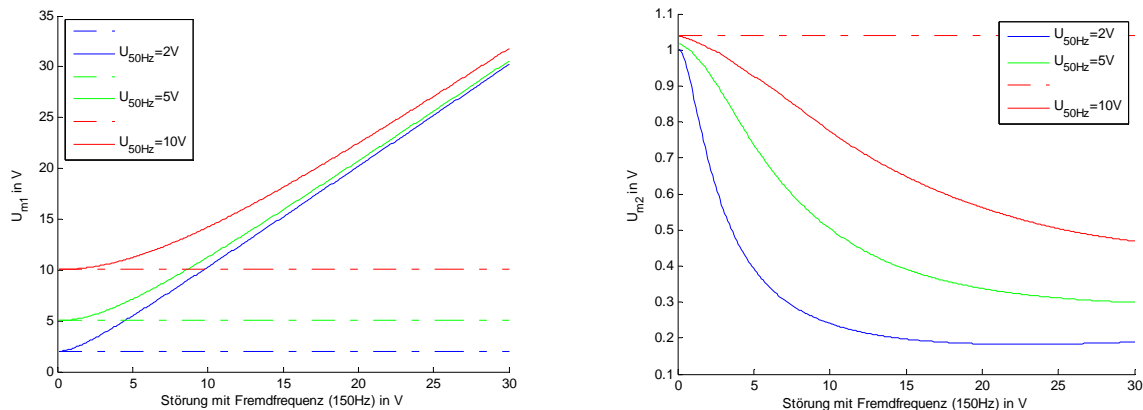


Abbildung 2-6: Einfluss von Störgrößen auf das Messergebnis der Schwebungsmethode (strichpunktiert: Sollwert; kontinuierlich: Messwert)

In Abbildung 2-6 ist der Einfluss von Störgrößen, die eine Frequenz ungleich der Netzfrequenz und der Messfrequenz haben, auf das Ergebnis der Schwebungsmethode dargestellt.

Die strichpunktierten Linien beschreiben das Ergebnis, das ohne Störgrößen (mit Frequenzen ungleich der Netzfrequenz) gemessen werden würde. Im obigen Beispiel sind die Störgrößen mit Netzfrequenz ($U_{50Hz} = 2; 5; 10V$) größer als der Wert bei Messfrequenz ($U_m = 1,05V$). Man kann erkennen, dass Störgrößen, die nicht netzfrequent sind, das Ergebnis deutlich beeinflussen. Da die Amplituden der Störgrößen größer sind als die Amplitude mit Messfrequenz, muss für die Bestimmung der Messgröße der Wert U_{m2} herangezogen werden. In der rechten Abbildung in Abbildung 2-6 kann man erkennen, dass die Ergebnisse mit der Störbeeinflussung mit $f = 150$ Hz (durchgezogene Linien) vom Sollwert (ohne Störbeeinflussung mit 150 Hz) abweichen.

2.1.6 Überblick über die Schwebungsmethode mit DFT-Auswertung

Die Schwebungsmethode mit DFT-Auswertung stellt eine Kombination der Schwebungsmethode mit einer frequenzselektiven Auswertung dar. Ziel dieser neuen Messmethode ist eine Verbindung der Vorteile der beiden Methoden und eine Reduzierung bzw. Kompensation der Nachteile der einzelnen Methoden. Eine genaue Beschreibung dieser Methode und ihrer Vor- bzw. Nachteile sind in Kapitel 2.2 zu finden. Der Hauptvorteil dieser Methode besteht in der Durchführung der Messung bei nahezu Messfrequenz (Δf ca. 1 Hz). Dadurch werden Impedanzen von an die Erdungsanlage angeschlossenen leitfähigen Einrichtungen (wie zum Beispiel Erdseile von Freileitungen) korrekt berücksichtigt. Außerdem sind für die Messung keine elektronischen Leistungsverstärker notwendig und Berühr- und Schrittspannungen sind direkt mit einem Voltmeter messbar.

Ein weiterer Vorteil sind die gegenüber elektronischen Quellen meist höheren Ströme bei Verwendung von Ersatzstromgeneratoren. Dadurch wird der Einfluss von Übergangswiderständen und korrodierten Oberflächen reduziert.

2.2 Schwebungsmethode mit DFT-Auswertung

Wie in Kapitel 2.1.6 beschrieben, stellt die in Rahmen dieser Arbeit entwickelte Auswertemethode eine Kombination der Schwebungsmethode mit einer Fouriertransformation dar. Die Schwebungsmethode und ihre Anwendung bei der Messung von Erdungsanlagen mit ihren Vor- und Nachteilen werden in Kapitel 2.1.3 ausführlich beschrieben. Im folgenden Kapitel werden nun die Grundlagen der (digitalen) Fouriertransformation und im speziellen ihre Anwendung bei der Erdungsmessung mit spezieller Berücksichtigung der Verhältnisse bei einem Schwebungssignal erläutert.



Abbildung 2-7: Prinzip der Signalauswertung

2.2.1 Mathematische Grundlagen der Fouriertransformation

Die Fouriertransformation ist eine Integraltransformation die im Allgemeinen eine periodische Funktion im Zeitbereich in den Frequenzbereich transformiert. Anwendung findet vor allem die digitale Fouriertransformation (DFT) bzw. die für den Einsatz in Computern optimierte Fast-Fourier-Transformation (FFT) in vielen Bereichen der Naturwissenschaften und der Technik [20]. Auf Grund der allgemeinen Bekanntheit der mathematischen Grundlagen der Fouriertransformation wird in diesem Kapitel nur vollständigheitshalber eine kurze Zusammenfassung der Grundlagen dargestellt (weitere Betrachtungen über die Theorie der Fouriertransformation sind in der Literatur zu finden – die in diesem Kapitel angeführten Formeln und Grundlagen sind - wenn nicht extra zitiert - sinngemäß in [21] und [22] zu finden). Mit Hilfe der Fouriertransformation wird ein kontinuierliches Zeitsignal $f(t)$ in eine kontinuierliche, komplexe Spektralfunktion $\underline{F}(\omega)$ übergeführt.

$$\underline{F}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt$$

In dieser Arbeit wird für die Analyse der Messsignale die digitale Form der allgemeinen Fouriertransformation verwendet (DFT). Bei der DFT wird ein periodisch abgetastetes Signal (Signal mit einer zeitlichen Diskretisierung $f(k) = f(k \cdot \Delta t)$) in ein diskretes Frequenzspektrum $\underline{F}_v = F(v \cdot \Delta\omega)$ übergeführt.

$$\underline{F}_v = c \cdot \sum_{k=-N/2}^{\frac{N}{2}-1} f(k) \cdot e^{-j2\pi \frac{kv}{N}}$$

Bei der DFT ist zu beachten, dass sie über eine endliche Anzahl von Punkten (Abtastwerten) ausgeführt werden muss. Um eine Funktion im Zeitbereich mit N Abtastwerten zu erhalten,

muss das Signal mit Hilfe einer Fensterfunktion auf diese Länge von diskreten Abtastwerten beschnitten werden. Die oben beschriebene Transformation ist nur für periodische Signale gültig (d.h. der Fensterausschnitt, der mittels DFT transformiert wird, muss so gewählt sein, dass sich das Signal davor und danach periodisch fortsetzt – sie dazu auch Kapitel 2.2.2 und 2.2.3).

Der konstante Faktor c kann im Prinzip frei gewählt werden. Da bei der Messung in der elektrischen Energietechnik meistens der Effektivwert von Interesse ist, wird in dieser Arbeit dieser Faktor mit $c = \sqrt{2}/N$ gewählt (wobei der Amplitudenwert für den Gleichanteil F_0 des Frequenzspektrums mit $c = \frac{1}{N}$ berechnet wird).

Bei der Berechnung der DFT, der vorherigen Abtastung und Wahl der Fensterfunktion müssen im Allgemeinen folgende Definitionen der DFT beachtet werden:

Einhaltung des Abtasttheorems nach Shannon

Bei der Abtastung (Zeitdiskretisierung) des analogen Messsignals darf das Abtasttheorem nach Shannon nicht verletzt werden. Das Abtasttheorem besagt, dass die Abtastrate mindestens doppelt so groß sein muss wie die höchste im Signal vorkommende Frequenz (siehe Abbildung 2-8).

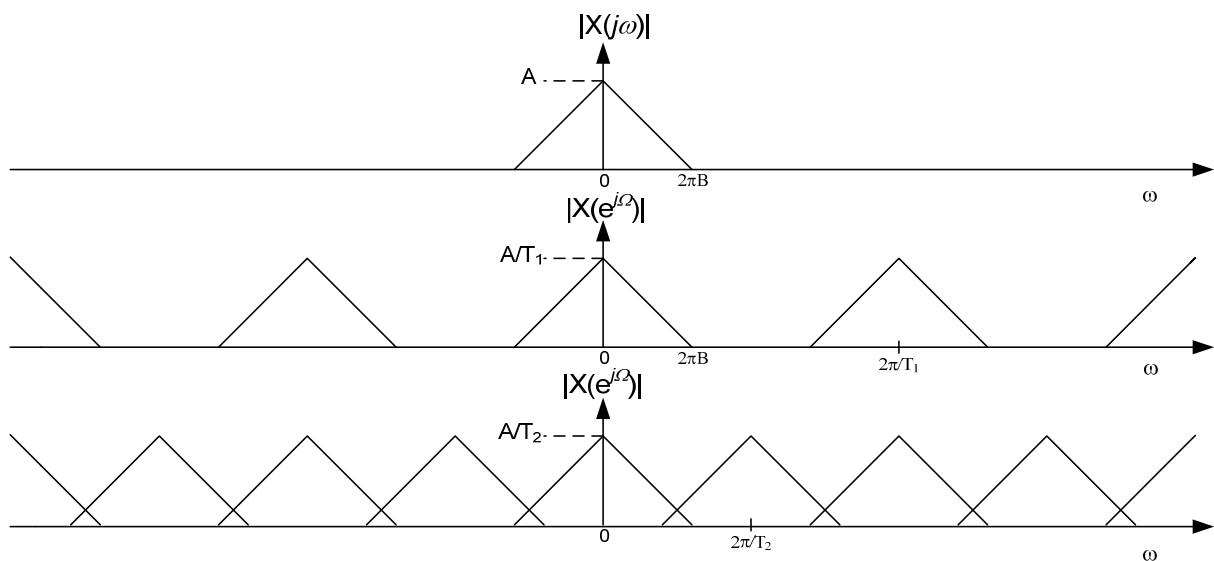


Abbildung 2-8: Aliasing Effekt (aus [21], Seite 159)

Oben: Spektrum eines kontinuierlichen Signals

Mitte: Abtastung bei Einhaltung des Abtasttheorems

Unten: Abtastung bei Verletzung des Abtasttheorems (Aliasing-Effekt)

Wird das Abtasttheorem verletzt, überlappen sich die Spektren des zeitdiskreten Signals und im Frequenzspektrum treten Frequenzen auf, die im analogen Originalsignal nicht vorkommen (Aliasing-Effekt). Abhilfe für dieses Problem schafft ein analoger Aliasing-Filter (Tiefpass), der vor der Digitalisierung hochfrequente Signalanteile aus dem Messsignal herausfiltert.

Leakage-Effekt (Periodizität des gefensternten Signals im Zeitbereich)

Die in diesem Kapitel angeführte Formel für die Berechnung der DFT ist nur für Signale gültig, die periodisch in der Fensterlänge vorkommen – das heißt die Fensterlänge muss mindestens der

Periodendauer des Signals entsprechen. Im Falle der Schwebungsmethode kann gezeigt werden dass die kürzeste Fensterlänge für die Berechnung der DFT der Schwebungsperiode entspricht. Wird dieses Kriterium verletzt, ergeben sich bei der Berechnung der DFT Nebenmaxima im Spektrum (Leakage-Effekt).

Picket-Fence-Effekt bei DFT (Diskretisierung im Frequenzbereich)

Bei der diskreten Fouriertransformation werden nur Spektralkomponenten an den jeweiligen Positionen im Frequenzspektrum ermittelt, die ein Vielfaches der Frequenzauflösung sind (Diskretisierung im Frequenzbereich). Sind im Signal Frequenzanteile enthalten, die zwischen zwei Spektralkomponenten der diskreten Fouriertransformation liegen, entsteht bei der Berechnung Transformation ein Fehler (sogenannter Picket-Fence-Effekt). Der Fehler kann minimiert und fallweise sogar verhindert werden, wenn zumindest für die gesuchten Frequenzanteile der DFT die Bedingung $f_n = k \cdot \Delta f$ erfüllt ist.

Wird die Bedingung nicht erfüllt, werden die betroffenen Signalanteile an einer falschen Stelle im Frequenzspektrum berechnet (an den jeweiligen benachbarten Stellen). Dieser Berechnungsfehler ist erkennbar an Nebenmaxima, welche um die im Zeitsignal vorkommende Frequenz auftreten.

Wahl der Abtastfrequenz, Fensterbreite und Frequenzauflösung

Die Abtastfrequenz f_a , Fensterbreite T_W und die daraus resultierende Frequenzauflösung Δf der DFT stehen in einem festen Verhältnis zueinander.

$$\Delta f = \frac{f_a}{N} = \frac{1}{T_W}$$

2.2.2 Fouriertransformation bei Schwebungsfunktionen

Um bei einem Schwebungssignal eine DFT durchführen zu können, muss die Frequenzauflösung bzw. Fensterlänge der DFT zumindest der folgenden Bedingung genügen:

$$\frac{1}{T_W} = \Delta f \leq f_{Schwebung} = \frac{1}{T_{Schwebung}}$$

Damit ist aber auch, wie in Kapitel 2.2.1 beschrieben, die minimale Fensterlänge für die Berechnung der DFT bestimmt. Diese entspricht laut obiger Formel genau der in Kapitel 2.1.3 beschriebenen Schwebungsperiodendauer (dem Abstand zwischen zwei Maxima der Einhüllenden der Schwebung). Diese Definition der zulässigen Frequenzauflösung passt auch exakt mit der Voraussetzung eines periodisch fortsetzbaren Zeitsignals innerhalb eines Berechnungs-Fensters der DFT überein, wenn die Fensterlänge ein ganzzahliges Vielfaches der Schwebungsperiodendauer ist.

$$T_W = k \cdot T_{Schwebung} \quad | k \in \mathbb{N}$$

BERECHNUNG DES PRAKTISCHEN FREQUENZFEHLERS

Bei der Berechnung der Fouriertransformation für messtechnische Anwendungen stellt sich die Frage nach der Genauigkeit und eventuell auftretenden Fehlern (siehe Kapitel 2.2.1). Vor allem die Eliminierung der systematischen Fehler der diskreten Fouriertransformation ist eine wichtige Voraussetzung für deren Einsatz in einem Messsystem.

Wird eine Fouriertransformation über eine Schwebungsperiode berechnet, entspricht die Frequenzauflösung des Spektrums exakt der Differenz der beiden Signalanteile, welche die Schwebung bilden. Außerdem müssen in einer Schwebungsperiode beide Frequenzen, welche die Schwebung verursachen, in einem ganzzahligen Vielfachen ihrer Periodendauer vorkommen. Mathematisch kann dies dadurch erklärt werden, dass bei einem Schwebungsmaximum beide Signalanteile auch ein Maximum erreichen müssen (siehe Kapitel 2.1.5).

$$y(t) = a_1 \cdot \cos(\omega_1 t) + a_2 \cdot \cos(\omega_2 t) \mid \omega_1 \cong \omega_2$$
$$\max\{y(t)\} = \max\{a_1 \cdot \cos(\omega_1 t)\} + \max\{a_2 \cdot \cos(\omega_2 t)\}$$

Das Maximum der Schwebung tritt an den Zeitpunkten auf, an denen die Cosinus-Terme den Wert 1 annehmen.

$$\cos(\omega_1 t) = \cos(\omega_2 t) = 1$$

Daraus folgt, dass ein Schwebungsmaximum zu jedem Zeitpunkt auftritt, der folgende Bedingung erfüllt:

$$\omega_1 t = \omega_2 t = 2\pi k \text{ mit } k \in \mathbb{N}$$
$$t = \frac{k_{(1)}}{f_1} = \frac{k_{(2)}}{f_2} \text{ mit } k_{(1)}, k_{(2)} \in \mathbb{N}$$

Dies garantiert, dass sowohl der Abstand der als auch die absolute Position der beiden Signalanteile im Frequenzspektrum richtig berechnet werden.

Sind im Zeitsignal auch ganzzahlige Vielfache einer der beiden Signalanteile vorhanden (Oberschwingungen), ändert dies nichts an den obigen Aussagen. Bei Signalanteile mit anderen Frequenzen kommt es zu Verzerrungen des Zeitsignals, welche die obigen Bedingungen nicht erfüllen. Unter diesen Umständen kann es zu Fehlern durch die Fouriertransformation kommen (Leakage/picket-fence-Effekt). Durch geeignete Filterung des Schwebungssignals vor der Bestimmung der Fensterlänge können diese Fehler minimiert werden.

Wichtig bei allen Berechnungen mittels diskreter Fouriertransformation ist, dass die einzelnen Spektralkomponenten im Fensterbereich der DFT konstant bleiben. Ist dies nicht der Fall, liefert die Fouriertransformation Nebenmaxima um die tatsächlich im Zeitsignal vorkommenden Frequenzen. Generell ist die Höhe der Nebenmaxima im Frequenzspektrum ein Indiz für die Genauigkeit der Berechnung. Mit Hilfe der Nebenmaxima kann prinzipiell auch eine Abschätzung über die Genauigkeit erfolgen. Allerdings ist die Höhe der Nebenmaxima auch von Faktoren wie der Wahl des Fensters und damit der Gewichtung der Frequenzanteile, die nicht exakt berechnet werden, abhängig (siehe Kapitel 2.2.4).

2.2.3 Periodendetektion

Wie im Kapitel 2.2.2 beschrieben, muss das Fenster für die Berechnung mindestens der Schwebungsperiode $T_{\text{Schwebung}}$ oder einem ganzzahligen Vielfachen davon entsprechen. Die Frequenz der Beeinflussungsspannungen im Messkreis kann als konstant angenommen werden (es kann davon ausgegangen werden, dass die Frequenzschwankung im Europäischen Verbundnetz im Zeitbereich einer Schwebungsperiode kleiner 10mHz ist). Wird für die Erdungsmessung als Stromquelle ein Ersatzstromgenerator gewählt, muss im Gegensatz zur Frequenz der Beeinflussungsspannung davon ausgegangen werden, dass die Drehzahl des Generators während der gesamten Messdauer nicht konstant gehalten werden kann (Abweichung des Frequenzreglers des Stromaggregats); daher muss vor jeder Berechnung der DFT die Fensterlänge neu bestimmt werden ($\Delta f_m > \Delta f_{50\text{Hz}}$).

In Abbildung 2-9 ist das Prinzip der Periodendetektion beschrieben. Da bei einer Erdungsmessung generell von stark beeinflussten und verzerrten Messsignalen ausgegangen werden muss, ist eine Filterung für die Periodendetektion unumgänglich.



Abbildung 2-9: Prinzip der Periodendetektion

In Kapitel 2.2.4 wird die Funktionsweise der Periodendetektion an Hand von künstlich erzeugten Signalen erläutert.

Grundlagen der digitalen Filterung mittels FIR-Filter

Auf Grund der allgemeinen Bekanntheit der mathematischen Grundlagen der digitalen Filtertechnik mittels FIR-Filtern (finite impulse response filter) wird in diesem Kapitel nur vollständigshalber eine kurze Zusammenfassung der Grundlagen dargestellt (weitere Betrachtungen über die Theorie der digitalen Filterung (und im speziellen der FIR-Filter) sind in der Literatur zu finden – die in diesem Teilkapitel angeführten Formeln und Grundlagen sind – wenn nicht extra zitiert – sinngemäß in [21] und [23] zu finden).

FIR Filter haben im Gegensatz zu IIR-Filtern (infinite impulse response filter) keine Rückkopplungswege und werden in der Literatur daher auch als Transversalfilter bezeichnet. Da FIR Filter nichtrekursive Systeme darstellen, haben sie immer eine endliche Impulsantwort.

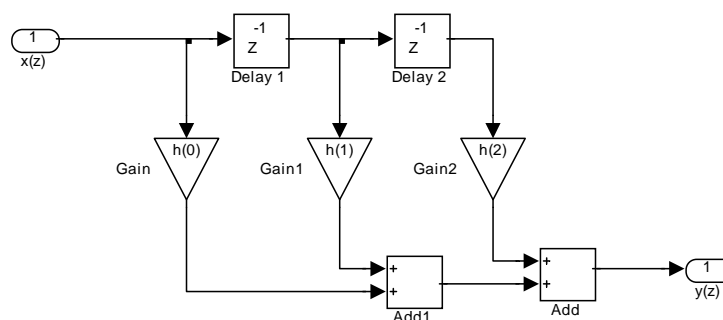


Abbildung 2-10: FIR-Filter 3. Ordnung (Normalform 1)

In Abbildung 2-10 ist ein FIR-Filter (Normalform 1) dargestellt. Mathematisch kann das Ausgangssignal des Filters durch eine Faltung des Eingangssignals mit der Impulsantwort des Filters beschrieben werden.

$$y(z) = x(z) * h(z)$$

Alle nichtrekursiven FIR-Filter haben Grundsätzlich folgende Eigenschaften:

- FIR-Filter sind immer stabil
- FIR-Filter haben keine Polstellen, sondern nur Nullstellen
- FIR-Filter reagieren auf Rundungen (Quantisieren) toleranter als IIR-Filter
- FIR-Filter benötigen bei einer vorgegebenen Flankensteilheit im Frequenzgang eine höhere Ordnung als IIR-Filter
- Bei FIR-Filtern treten keine Grenzyklen auf

In Tabelle 2-1 ist eine Gegenüberstellung von FIR-Filtern und IIR-Filtern mit ihren jeweiligen Vor- bzw. Nachteilen dargestellt.

| Kriterium | FIR-Filter | IIR-Filter |
|---|--|---|
| Filterarten | Tiefpass, Hochpass, Bandpass, Bandsperre, Multibandfilter, Differentiator, Hilbert-Transformator | Tiefpass, Hochpass, Bandpass, Bandsperre, Allpass, Integrator |
| Stabilität | Immer stabil | u.U. instabil |
| Linearer Phasengang | Einfach möglich | Nur akausal möglich |
| Gruppenlaufzeit | Groß und bei linearphasigen Filtern frequenzunabhängig | Klein und frequenzvariabel |
| Realisierungsaufwand (Filterlänge) | Groß | Klein |
| Beeinflussung durch Quantisierung der Koeffizienten | Klein | Groß |
| Beeinflussung durch Störungen | Nur kurz wirksam | u.U. lange wirksam |
| Grenzyklen | keine | Möglich |
| Häufigste Struktur | Transversalstruktur | Kaskade von Biquads |
| Adaptive Filter | In Transversalstruktur gut machbar | v.a. in Abzweig / Kreuzgliedstruktur |

Tabelle 2-1: Gegenüberstellung der FIR- und IIR-Filter (aus [21])

Filterung der Messdaten für die Periodendetektion

Da bei der Periodendetektion nach der Filterung des Signals die Zeitabstände der Schwebungsmaxima (Phasengang der einzelnen Frequenzkomponenten) von größerem Interesse sind als Amplitudenwerte, wurden für das Filterdesign folgende Ziele formuliert:

- Filterung der hochfrequenten Anteile (Störspannungen, Oberschwingungen)
- Filterung von Einkopplungen von Eisenbahnen (16,67 Hz)
- Frequenzunabhängige Gruppenlaufzeit (linearphasiger Filter)

Für die Filterung des digitalisierten Messsignals wurde auf Grund der Vorgaben ein FIR-Filter mit Bandpass- (zur zusätzlichen Filterung von Frequenzen des Bahnnetzes) oder Tiefpassverhalten ausgewählt.

Die Gründe für die Wahl des FIR-Filters waren vor allen die Stabilität und die Linearphasigkeit von FIR-Filtern. Durch die Linearphasigkeit der FIR-Filter ergibt sich auch eine konstante Gruppenlaufzeit des Filters [23]:

$$t_{Gr} = -\frac{d\varphi(\omega)}{d\omega}$$

Auf Grund der geforderten Steilheit der Filter (Durchlassbereich bei 50 Hz, Möglichst hohe Dämpfung bei 16,7 Hz bzw. 83,3 Hz – Bahnfrequenz und 5. Oberschwingung von 16,7 Hz), ergibt sich bei der Realisierung des FIR-Filters eine hohe Filterordnung. Auf Grund der softwaretechnischen Implementierung der FIR-Filter stellt die hohe Filterordnung allerdings bei heutigen Rechnern kein Problem dar. Durch die Filterordnung wird einzig die Messdauer erhöht, da die Einschwingzeit und die Gruppenlaufzeit eines FIR-Filters mit der Filterordnung ansteigen.

2.2.4 Fehlerabschätzung des Messverfahrens

Fehler der Fensterlänge

Wird die Fensterlänge für die Berechnung der DFT nicht exakt bestimmt, unterscheiden sich die berechneten Spektrallinien der DFT von den tatsächlichen Spektrallinien. Wenn man annimmt, dass der zeitliche Fehler der Fensterlänge gleich ein Sample beträgt, kann der relative Fehler für diskrete Zeitsignale wie folgt angegeben werden.

$$\varepsilon = \frac{\Delta T}{T_{Schwebung}} = \frac{T_W - p \cdot T_1}{p \cdot T_1} = \frac{|f_{Netz} - f_m|}{f_a}$$

Der relative Fehler der Fensterlänge wird für die Frequenzen der Schwebung angegeben, weil diese Komponenten im Fall dieses Messsystems am wichtigsten für die Auswertung sind

Der relative Fehler der Fensterlänge hängt also von der Abtastrate des gesampelten Signals und der Schwebungsperiode (bzw. der Differenz zwischen Netz- und Messfrequenz) ab. Der in diesem Teilkapitel beschriebene Fehler ε_r entsteht durch die Abtastung und die Periodendetektion – die Fehlerabschätzung unter Berücksichtigung der Fouriertransformation erfolgt in den folgenden Teilkapiteln.

Analytische Betrachtung des Fehlers durch den Leakage Effekt und den Picket-Fence Effekt

Der Leakage Effekt ist von der Art der Fensterung bei der Berechnung der DFT abhängig. Für die Fouriertransformation wurde ein Rechteckfenster gewählt.

Das Rechteckfenster hat im Zeitbereich die Funktion:

$$f(t) = \begin{cases} 1, & \text{für } -\frac{T}{2} \leq t \leq \frac{T}{2} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

Die Fouriertransformierte des Rechteckfensters [24]:

$$F(\omega) = T \frac{\sin\left(\frac{\omega T}{2}\right)}{\frac{\omega T}{2}}$$

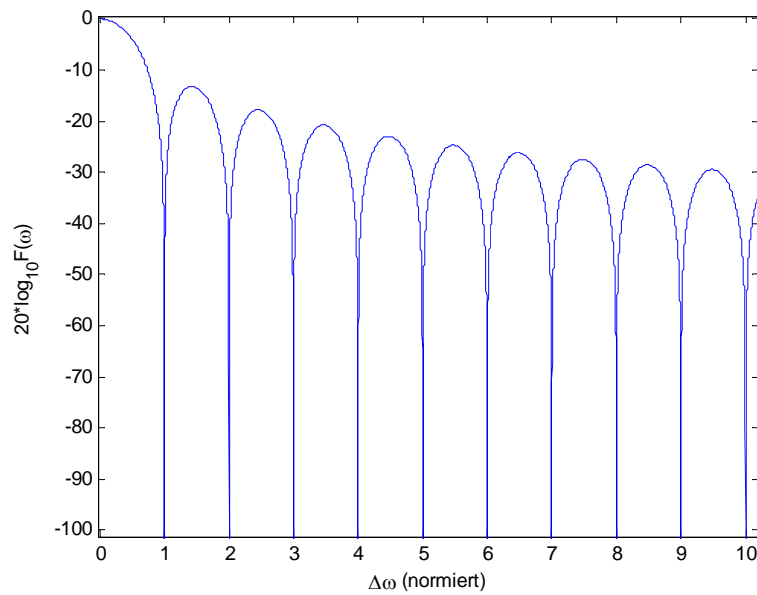


Abbildung 2-11: Darstellung des fouriertransformierten Rechteckfensters (halbes, normiertes Spektrum)

Mit Hilfe der Fensterfunktion kann man das Übersprechen von einer Spektralkomponente auf eine andere berechnen. Da für die Bestimmung der Erdungsimpedanz nur die Spektralkomponente bei Messfrequenz interessant ist, wird die Fehlerberechnung in diesem Fall auf diese Frequenz beschränkt.

Der Fehler $\Delta C_{v, fm}$, der durch das Übersprechen auf die Signalkomponente bei Messfrequenz entsteht kann wie folgt berechnet werden[22]:

$$\Delta C_{v, fm} = \sum \frac{1}{V_W} (F(x) + F(y)) \cdot C_v$$

$$x = v \cdot p \cdot \Delta\omega - \omega_m = p \cdot \Delta\omega(v - 1 - \varepsilon)$$

$$y = v \cdot p \cdot \Delta\omega + \omega_m = p \cdot \Delta\omega(v + 1 + \varepsilon)$$

$$\omega_m = p \cdot \Delta\omega(1 + \varepsilon)$$

Der Fehler ΔC_{fm} in der Komponente der Messfrequenz, der durch den picket-fence Effekt verursacht wird, kann mit folgender Gleichung berechnet werden[22]:

$$\Delta C_{fm} = \left(1 - \frac{1}{V_W} W(x)\right) \cdot C_{fm}$$

$$x = v \cdot p \cdot \Delta\omega \cdot \varepsilon$$

Frequenzverhalten des Messverfahrens

Die Genauigkeit des Messverfahrens (berücksichtigt wird hier die Periodendetektion und die Fouriertransformation, aber nicht die Digitalisierung bzw. Fehler der Messgeräte) ist unter anderem vom Frequenzabstand der Messfrequenz zur Netzfrequenz (d.h. von der Schwebungsfrequenz) abhängig. Das Messverfahren liefert dabei nur in einem Frequenzfenster von ca. 1,5 Hz Ergebnisse mit ausreichender Genauigkeit.

Im Folgenden wird der relative Fehler der ermittelten Amplitude bei Messfrequenz f_m in Abhängigkeit der Messfrequenz dargestellt. Zusätzlich dazu wird die Amplitude der Beeinflussung (mit Netzfrequenz 50 Hz) variiert. In einem weiteren Schritt werden zusätzlich zur Beeinflussung mit Netzfrequenz auch Beeinflussungen mit harmonischen Frequenzanteilen berücksichtigt. Das Frequenzverhalten wurde mit Hilfe künstlich erzeugter Signale getestet.

Es wurde ein Messsignal mit einer variablen Frequenz zwischen 50,5 Hz und 54,5 Hz erzeugt. Diesem Messsignal wurden fiktive Störungen mit typischen Frequenzen von elektrischen Hochspannungsnetzen und Bahnstrecken überlagert.

Ohne Störeinflüsse von Oberschwingungen – Signal besteht nur aus der Messfrequenz und der Netzfrequenz – arbeitet das Messverfahren mit einer sehr guten Genauigkeit (siehe Abbildung 2-12). In diesem Beispiel wurden Beeinflussungsspannungen bis zum 60-fachen der Amplitude bei Messfrequenz zugelassen.

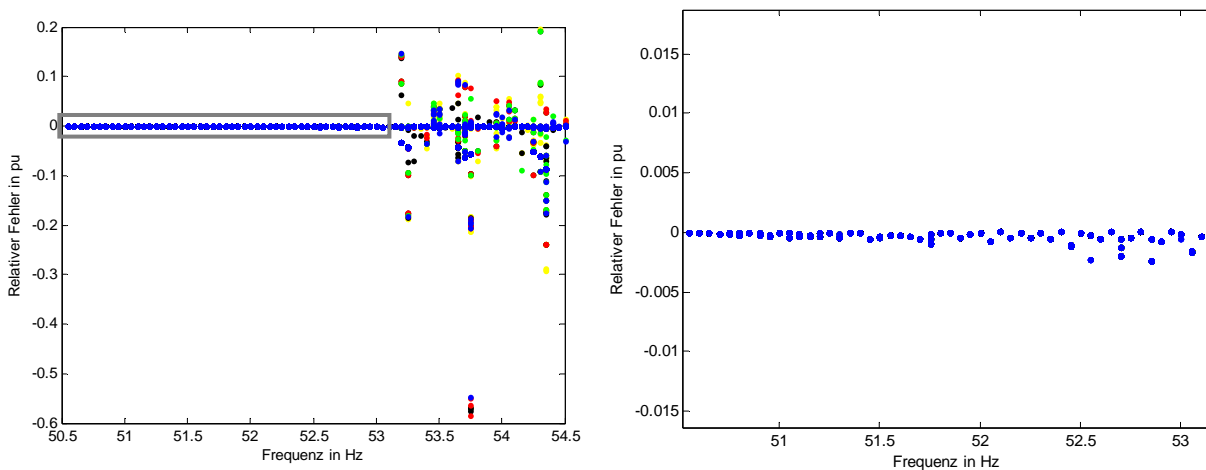


Abbildung 2-12: Relativer Fehler bei verschiedenen Messfrequenzen mit netzfrequenten Störungen (maximale Störungen mit 50 Hz: gelb: $10 \cdot U_m$; schwarz: $20 \cdot U_m$; rot: $30 \cdot U_m$; grün: $40 \cdot U_m$; magenta: $50 \cdot U_m$; blau: $60 \cdot U_m$)

Der relative Fehler liegt im oben beschriebenen Frequenzintervall (rechte Abbildung) unter 0,3 %. Sind keine Störungen mit anderen Frequenzen vorhanden, nimmt der Fehler mit größer werdendem Frequenzabstand zwischen Netzfrequenz und Messfrequenz zu. In Abbildung 2-12 hat die netzfrequente Störgröße eine Amplitude von $10 \cdot U_m$, $20 \cdot U_m$, $30 \cdot U_m$, $40 \cdot U_m$, $50 \cdot U_m$ und $60 \cdot U_m$.

Im nächsten Beispiel wurden Störungen bis zum 30-fachen der Amplitude bei Messfrequenz zugelassen (jeweils für die Grundschwingungen der Störungen mit 16,7 Hz und 50 Hz). Die Oberschwingungen wurden bis zur 7. Oberschwingungen berücksichtigt und mit einem fixen Amplitudenverhältnis ($1/\text{Oberschwingungsordnung}$ zur Grundschwingung) angenommen. In Abbildung 2-13 ist der relative Fehler für das Ergebnis des Messverfahrens bei verschiedenen Störgrößen dargestellt.

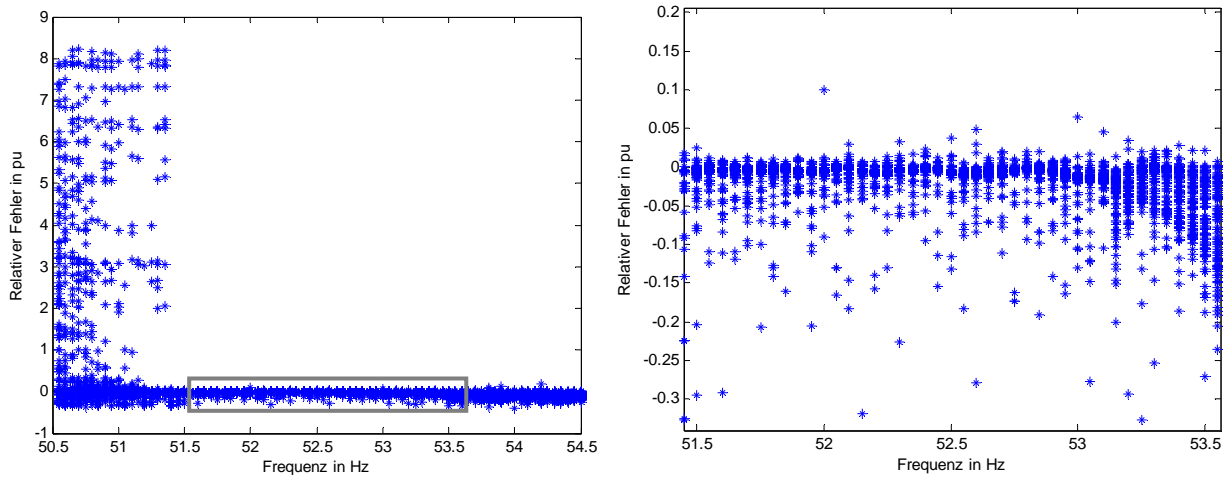


Abbildung 2-13: Relativer Fehler bei verschiedenen Messfrequenzen mit Störungen ungleich Netzfrequenz (rechts: Ausschnitt)

Das Verfahren arbeitet ab einem Frequenzabstand von ca. 1,5 Hz zwischen f_{Netz} und f_m zuverlässig. Mit zunehmendem Frequenzabstand nimmt der relative Fehler wieder zu. Zwischen $f_m=51,5$ Hz und 53 Hz liefert das Messverfahren die besten Ergebnisse. In diesem Bereich haben die meisten Ergebnisse eine Abweichung kleiner 5 %. Zusätzlich können diese Abweichungen durch Analyse andere Frequenzkomponenten erkannt werden (siehe Fehlerdetektion). Mit einer anderen Abstimmung der Filter für die Periodendetektion wären theoretisch auch andere Frequenzbereich für die Schwebung möglich.

Fehlerdetektion und Fehlerunterdrückung

Zur Bewertung der Genauigkeit des Messergebnisses können verschiedene Parameter herangezogen werden. Mit Hilfe dieser Parameter lässt sich eine qualitative Bewertung der Messergebnisse durchführen:

- Amplituden der Nebenmaxima der Messfrequenz
- Mittelung mehrere einzelner DFT-Analysen
- Streuung der einzelnen DFT-Analysen

Die Fensterung der DFT ist so gewählt, dass die Frequenzkomponenten bei 50 Hz und bei der Messfrequenz theoretisch exakt ermittelt werden. Bei einer korrekten Fensterung treten daher keine Nebenmaxima bei der Signalkomponente mit Messfrequenz auf. Durch Fehler bei der Fensterung durch die Periodendetektion entstehen Nebenmaxima im Frequenzspektrum. Die Größe der Spektralkomponente neben der Messfrequenz kann daher als Bewertung für die Genauigkeit des Verfahrens herangezogen werden.

Kurzzeitige Änderungen der Störungen oder Messfehler können die Messung beeinflussen. Um diese Störungen möglichst zu kompensieren, kann die Fourieranalyse bei mehreren Fenstern hintereinander durchgeführt werden. Durch die Mittelung (arithmetischer Mittelwert bzw. Median) der Ergebnisse der einzelnen Fourieranalysen kann die Genauigkeit des Gesamtergebnisses wesentlich verbessert werden. Der Vorteil wiederholter Fourieranalysen über eine Sequenz von Schwebungsperioden gegenüber einer einzigen Fourieranalyse über

mehrere Schwebungsperioden besteht darin, dass diese kurzzeitigen Störungen nur ein einziges Teilergebnis beeinflussen. Durch eine zusätzliche statistische Auswertung (Varianz, Streuung) der Ergebnisse der einzelnen Fourieranalysen kann wiederum die Genauigkeit des Gesamtergebnisses beurteilt werden.

2.2.5 Test des Auswerteverfahrens mit künstlichen Signalen

Zum Test der Funktionsfähigkeit und der Grenzen der Periodendetektion wurden verschiedene Testsignale erzeugt, um das Periodendetektionsverfahren zu testen. Maßgebend für die Bewertung der Funktionsfähigkeit und der Genauigkeit des Verfahrens ist vor allem das Ergebnis der nachfolgenden Fourierauswertung (Amplitude der Messfrequenz).

Testsignal:

Das Auswerteverfahren wurde mit verschiedenen Testsignalen getestet. Als für eine Erdungsmessung signifikantes Testsignal wurde folgendes Signal ausgewählt (siehe nachfolgende Tabelle 2-2):

| Frequenz in Hz | S_w in V |
|----------------|------------|
| 0 | 0,20 |
| 16,7 | 32,10 |
| 50 | 15,00 |
| 51,69 | 10,40 |
| 83,3 | 5,60 |
| 116,7 | 3,30 |
| 150 | 2,70 |
| 250 | 0,70 |
| 350 | 0,32 |

Tabelle 2-2: Bestandteile des Testsignals

Das Testsignal stellt ein Schwebungssignal mit Einkopplungen (Störungen) im Bereich der Netzfrequenz (50 Hz), der Bahnfrequenz (16,7 Hz), der Oberschwingungen (von Bahn und 50-Hz-Netz: 83,3; 116,7; 150; 250; 500 Hz) und einen Gleichanteil dar. Die Effektivwerte des Testsignals entsprechen in ihrer Größenordnung realistischen Messwerten von Erdungsmessung wie sie auch bei vom Autor durchgeführten Messungen vorgekommen sind. Phasenlagen der einzelnen Signalanteile werden hier vernachlässigt und in diesem Kapitel mit $\varphi=0^\circ$ angenommen. Das Signal wurde zeitdiskret mit einer Samplerate von 1 kS/s für die Simulation nachgebildet (entspricht der Abtastrate bei einer realen Messung).

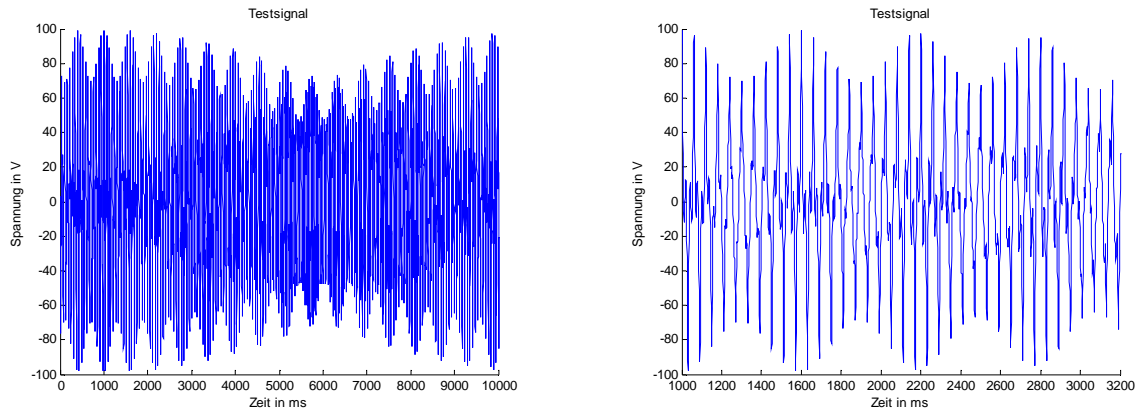


Abbildung 2-14: Zeitlicher Verlauf des Testsignals (rechte Abbildung zeigt einen Ausschnitt von 1s bis 3,2s des gesamten Signals)

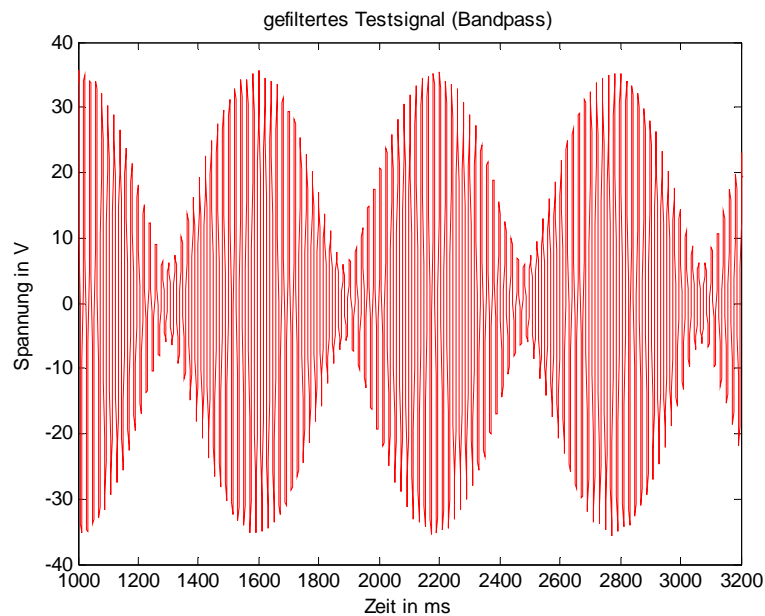


Abbildung 2-15: Gefiltertes Testsignal (nach der Bandpassfilterung – nach der ersten Filterung)

Das Testsignal wird mittels eines FIR-Filters mit Bandpassverhalten gefiltert. Der Filter ist dabei so ausgelegt, dass Frequenzen, die in der elektrischen Energieübertragung überwiegend vorkommen, möglichst stark gefiltert werden. In Abbildung 2-15 kann man erkennen, dass z.B. die Komponente mit 16,7 Hz im gefilterten Signal optisch nicht mehr zu erkennen ist, obwohl die Amplitude der Störung mit einem Effektivwert von 32,1 V den höchsten Signalanteil ausmacht. Aus diesem gefilterten Signal werden nun die Extremwerte ermittelt (Maxima). Die Maxima werden ermittelt, indem die Steigungen von je zwei aufeinanderfolgenden Werten des diskreten Signals miteinander verglichen werden. Bei einem Vorzeichenwechsel der Steigung ist ein Extremwert (Maximum/Minimum) im Signal vorhanden. Durch Ermittlung des Vorzeichens der Amplitude werden in diesem Fall nur Maxima bestimmt. Das Ergebnis davon ist in Abbildung 2-16 dargestellt.

Man kann erkennen, dass nicht nur Punkte, welche die Hüllkurve der Schwebung bilden, vorhanden sind, sondern durch die simulierten Störungen im Testsignal auch andere Maxima

gefunden werden. Nach einer weiteren Filterung mit einem FIR-Filter (Tiefpass) kann man eine Funktion finden, deren Maxima nun den Maxima der Einhüllenden der Schwebung entsprechen (Maxima nach der zweiten Filterung: siehe Abbildung 2-17). Die in Abbildung 2-17 dargestellte Kurvenform entspricht der Einhüllenden des bandpassgefilterten Testsignals.

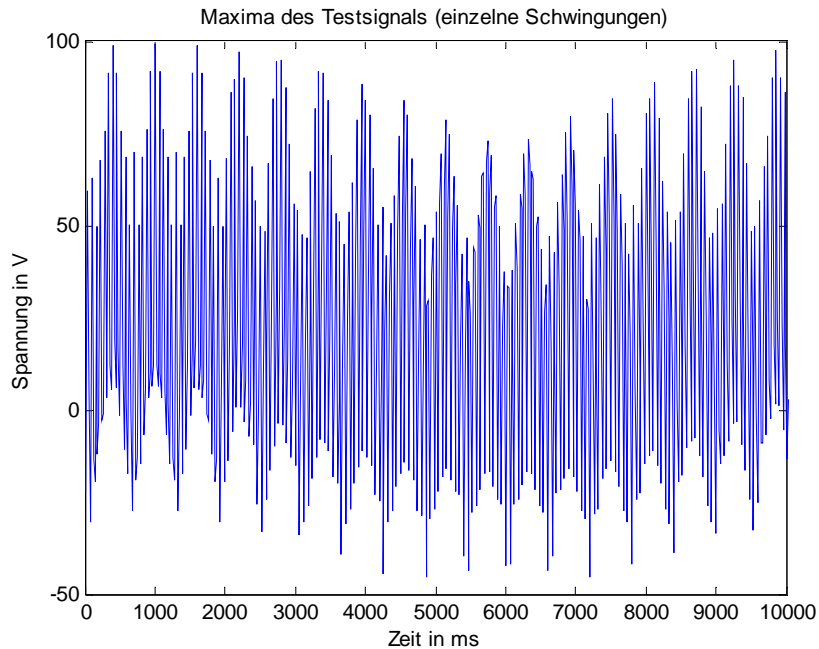


Abbildung 2-16: Maxima des Testsignals (der einzelnen Schwingungen)

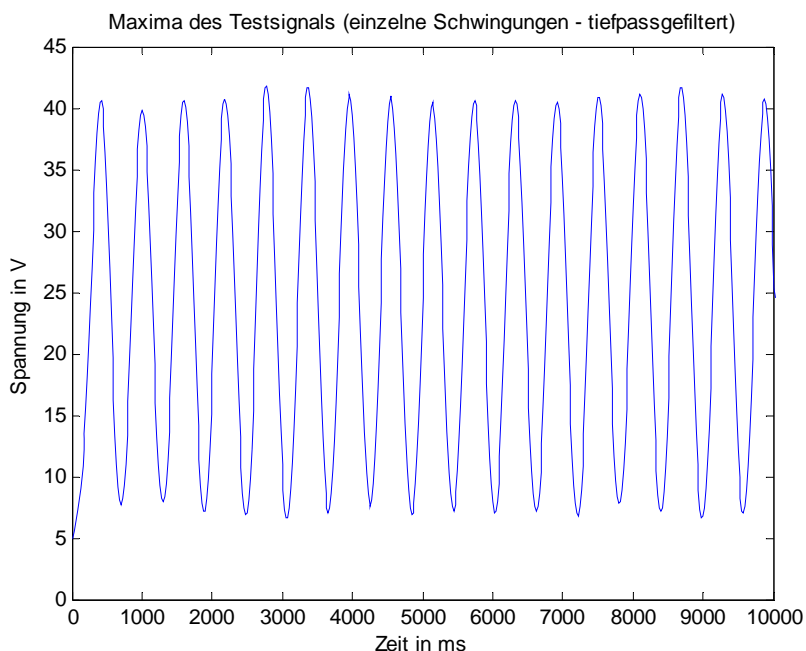


Abbildung 2-17: Maxima des Testsignals (nach der Tiefpassfilterung – nach der zweiten Filterung)

Aus der ermittelten Hüllkurve der Schwebung werden nun wieder die lokalen Extremwerte (Maxima) bestimmt. Die berechneten Zeitpunkte sind mit der Amplitude des originalen Testsignals in Abbildung 2-18 dargestellt. Man kann erkennen, dass Momentanwert des Testsignals bei einem Schwebungsmaximum nicht immer dem wirklichen lokalen Maximum des

Testsignals entsprechen muss – aber die berechneten Zeitpunkte stimmen mit dem Maximum der Einhüllenden der Schwebung überein. Ob der Momentanwert des Testsignals wirklich das lokale Maximum ist, ist in erster Linie von der Art und Größe der Beeinflussungen abhängig. Bei einer reinen Schwebung ohne Störeinflüsse entspricht der berechnete Momentanwert auch dem lokalen Schwebungsmaximum.

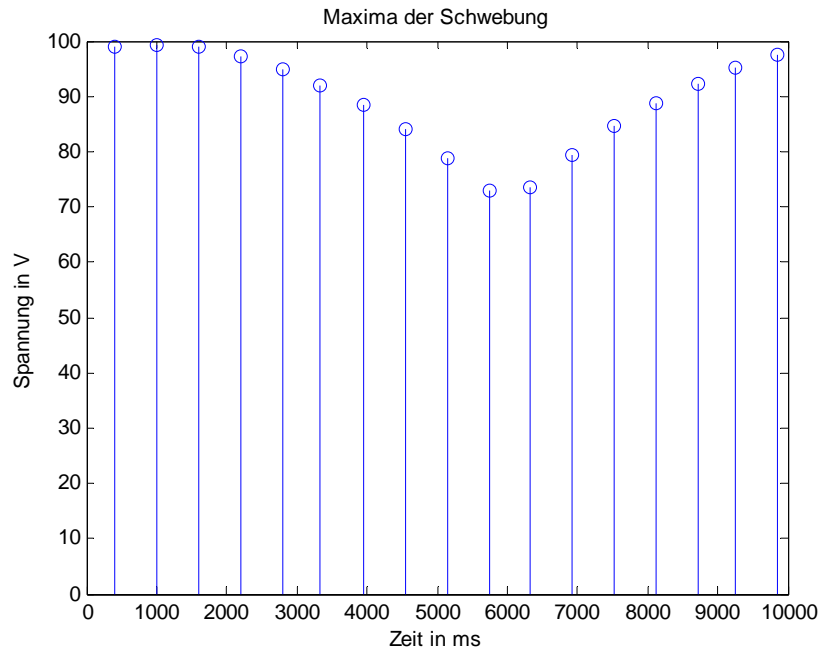


Abbildung 2-18: Detektierte Schwebungsmaxima mit Amplitudenwerten des originalen Testsignals

Die unterschiedlichen Amplituden der detektierten Maxima in Abbildung 2-18 lassen darauf schließen, dass noch eine andere Amplitudenmodulation im Signal vorhanden ist. Diese lässt sich auf die in diesem Beispiel sehr hoch gewählte Beeinflussung mit 16,7 Hz zurückführen.

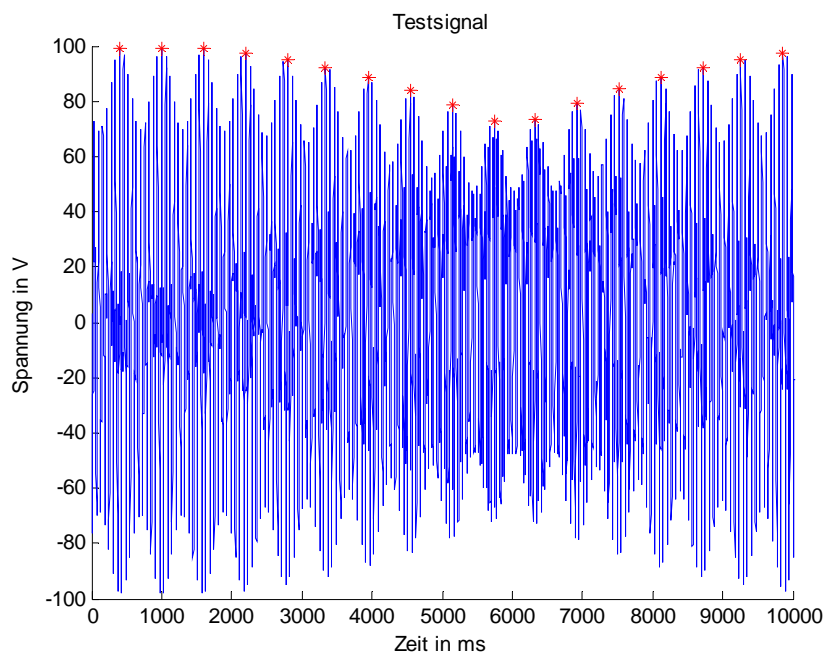


Abbildung 2-19: Testsignal mit Schwebungsmaxima (blau: Testsignal; rot: berechnete Schwebungsmaxima)

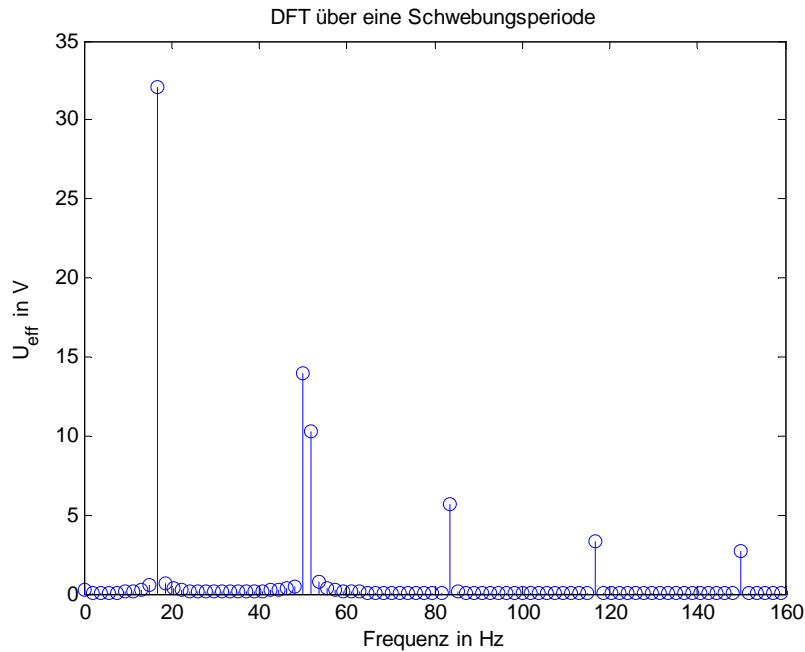


Abbildung 2-20: Frequenzspektrum (Ausschnitt - berechnet über eine Schwebungsperiode)

In Abbildung 2-20 ist ein Ausschnitt des berechneten Frequenzspektrums dargestellt. Dieses Frequenzspektrum wurde über eine Schwebungsperiode berechnet. Dies ist die theoretisch kürzeste Fensterlänge für die Berechnung der DFT, um die Spektralkomponenten bei den gesuchten Frequenzen (50 Hz und ca. 51 Hz) zu berechnen.

| Frequenz in Hz | S_w in V | S_m in V | Relativer Fehler in % |
|----------------|------------|------------|-----------------------|
| 0 | 0,20 | 0,20 | 0 |
| 16,67 | 32,10 | 32,00 | 0,31 |
| 50,00 | 15,00 | 14,91 | 0,6 |
| 51,69 | 10,40 | 10,38 | 0,19 |
| 83,3 | 5,60 | 5,58 | 0,36 |
| 116,7 | 3,30 | 3,27 | 0,91 |
| 150 | 2,70 | 2,69 | 0,37 |
| 250 | 0,70 | 0,69 | 1,43 |
| 350 | 0,32 | 0,31 | 3,13 |

Tabelle 2-3: Wahre Werte S_w und mittels DFT ermittelte Bestandteile des Testsignals S_m (gerundet auf 2 Nachkommastellen)

In Tabelle 2-3 sind die wahren und die berechneten Effektivwerte bei jeweiligen Frequenzanteilen des Testsignals (Frequenzen sind auch aus der Berechnung der DFT) dargestellt. Man kann erkennen, dass die Abweichungen zu den wahren Werten des Testsignals sehr gering sind. Die Fehler der DFT-Berechnung können qualitativ auch aus Abbildung 2-20 abgelesen werden. Die Spektralkomponenten bei den berechneten Frequenzen weisen in der Abbildung kaum Nebenmaxima um die tatsächlich vorhandenen Frequenzanteile auf. Im Gegensatz zur Abbildung 2-20 (Berechnung über eine Schwebungsperiode) sind in Abbildung 2-21 zwei Spektren desselben Testsignals dargestellt, die über größere Fensterlängen berechnet wurden.

Für die Berechnung des blau dargestellten Spektrums wurde eine Fensterlänge gewählt, die sich über 20 Schwebungsperioden (entspricht 11,8s) erstreckt.

Für die Berechnung des rot dargestellten Spektrums wurde eine beliebige (zufällige) Fensterlänge ($N=2000$ Samples; entspricht 2s) verwendet.

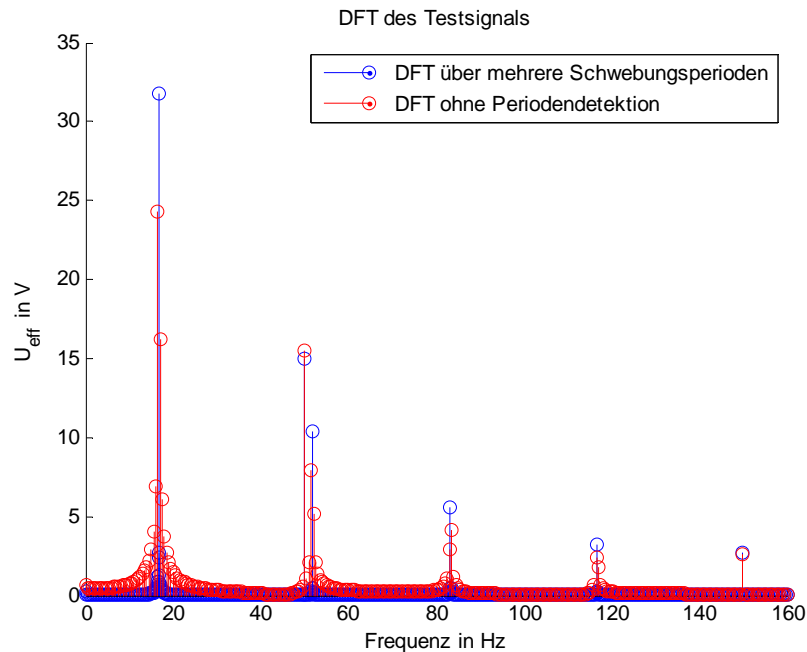


Abbildung 2-21: Frequenzspektren bei verschiedenen Fensterlängen

Das rot dargestellte Frequenzspektrum (beliebige Fensterlänge) in Abbildung 2-21 weist deutliche Nebenmaxima um die tatsächlichen Frequenzen auf. Auch die Amplitudenwerte bei den tatsächlich vorhandenen Frequenzen im Testsignal sind deutlich geringer als im Testsignal vorgegeben. Beides wird durch den Leakage-Effekt der DFT durch eine nicht korrekt gewählte Fensterlänge bei der Berechnung der DFT verursacht. Zusätzlich sind die mittels DFT berechneten Frequenzwerte teilweise deutlich unterschiedlich zu den tatsächlichen Frequenzen (siehe auch Abbildung 2-21 und Abbildung 2-22).

Das blau dargestellte Frequenzspektrum wurde über 20 Schwebungsperioden berechnet. Die Schwebungsperioden und damit die Fensterlänge für die Berechnung der DFT wurden wiederum über den vorgestellten Algorithmus für die Periodendetektion ermittelt. Das blau dargestellte Frequenzspektrum weist nur sehr kleine Differenzen zum Spektrum in Abbildung 2-20 und zum tatsächlichen Testsignal auf. Die berechneten Effektivwerte der DFT werden dabei über einen längeren Zeitraum gemittelt (da alle Signalanteile und deren Amplituden des Testsignals zeitlich konstant sind, ergeben sich in diesem Fall nur geringe Abweichungen zwischen den Berechnungen der DFT in Abbildung 2-21).

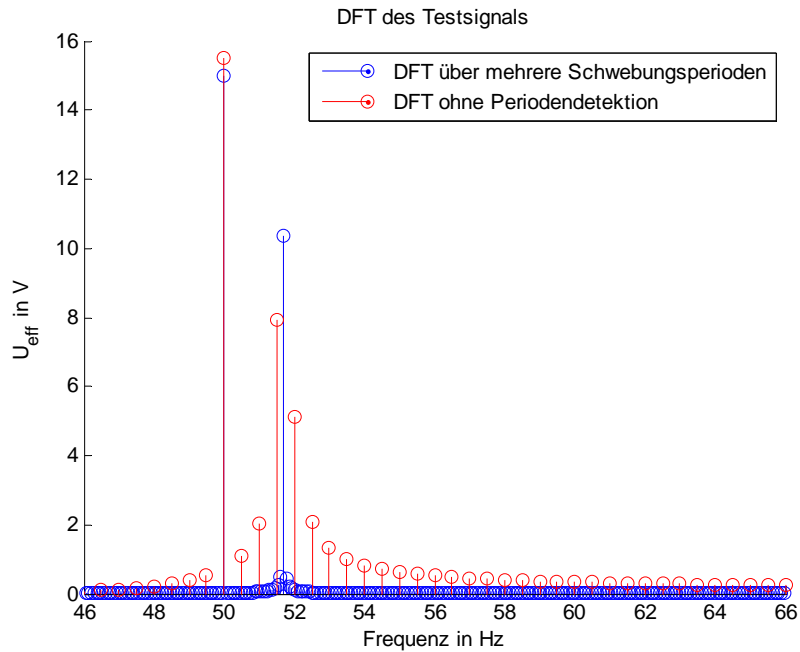


Abbildung 2-22: Frequenzspektren bei verschiedenen Fensterlängen (Ausschnitt aus Abbildung 2-21)

In Tabelle 2-4 sind die Effektivwerte aus Abbildung 2-22 in einem Frequenzbereich von 48 Hz bis 52 Hz dargestellt. Die Werte der DFT über 20 Schwingungsperioden passen sehr gut mit den tatsächlichen Werten des Testsignals laut Tabelle 2-2 überein. Bei der Berechnung der DFT über 2000 Samples ist ein deutlicher Unterschied (sowohl bei den Effektivwerten als auch bei dazugehörigen Frequenzen) feststellbar. Dieser Unterschied wird umso kleiner, je länger das Fenster zur Berechnung der DFT gewählt wird (Mittelwertbildung der DFT). Allerdings muss bei einer beliebigen Wahl der Fensterlänge diese sehr lang gewählt werden, um annähernd Werte zu erhalten, die den tatsächlichen Werten entsprechen. Dies würde sehr lange Messdauern (bis ca. 60s) und einen hohen Rechenaufwand für die Bestimmung der DFT bedeuten. Zusätzlich würden durch die längeren Messdauern Störungsschwankungen das Ergebnis der DFT zusätzlich beeinflussen.

| Fensterlänge: 20 Schwingungsperioden (11834 Samples) | | Fensterlänge: 2000 Samples (2s) ¹ | |
|--|---------------------|--|---------------------|
| Frequenz f in Hz | U _m in V | Frequenz f in Hz | U _m in V |
| 50,00 | 15,02 | 48,0 | 0,58 |
| 51,69 | 10,42 | 48,5 | 0,70 |
| Fensterlänge: 66 Schwingungsperioden (39052 Samples) | | 49,0 | 1,29 |
| | | 49,5 | 12,92 |
| 50,00 | 15,00 | 50,0 | 12,92 |
| 51,69 | 10,39 | 50,5 | 8,09 |
| | | 51,0 | 4,98 |
| | | 51,5 | 1,91 |
| | | 52,0 | 1,19 |

Tabelle 2-4: Frequenzanteile bei verschiedenen Fensterlängen der DFT im Bereich von 48 Hz bis 52 Hz

¹ Werte im Spektrum unter 0,1 V werden in der Tabelle 2-4 nicht berücksichtigt

Zum Vergleich wurde für das Testsignal eine DFT ohne Periodendetektion über 39 Sekunden ($\Delta f=25,6$ mHz) berechnet (siehe Tabelle 2-4). Bei einer groß genug gewählten Fensterlänge kann auf die Periodendetektion verzichtet werden, allerdings kann sich bei realen Messungen das Messsignal in einem so langen Zeitraum stark ändern und damit wiederum zu Ungenauigkeiten der Messauswertung (DFT) führen.

2.3 Gegenüberstellung der vorgestellten Methoden

In Tabelle 2-5 ist ein Überblick der beschriebenen Methoden dargestellt. Reale Netzversuche mit Nennspannung liefern die besten Ergebnisse, da die Verhältnisse eines realen Fehlers genau nachgebildet werden können. Allerdings ist der Aufwand dieser Messungen am größten und die Netzurückwirkungen nicht zu vernachlässigen.

Die anderen Messmethoden, die alle auf der Strom-Spannungsmessung beruhen, haben messtechnische Nachteile. Vor allem die im Vergleich zu Erdfehlern in starren Netzen sehr geringe Stromhöhe kann ein Problem darstellen. Dadurch können Nichtlinearität (z.B. von Kabelschirmen) nur teilweise berücksichtigt werden. Zusätzlich können diese Messmethoden stark schwankende Beeinflussungen, wie sie z.B. in der Nähe von Eisenbahntrassen auftreten, nicht vollständig kompensieren. Daher liefern in diesen Fällen Methoden mit einer kürzeren Messdauer bei stark veränderlichen Störquellen tendenziell bessere Ergebnisse.

| Messmethode | Stromhöhe | Frequenzfehler | Berücksichtigung netzfrequenter Signale | Berücksichtigung harmonischen Signalen | Berücksichtigung anderer Frequenzen |
|-------------------------------------|-----------|----------------|---|--|-------------------------------------|
| realer Netzversuch mit Nennspannung | ++ | ++ | ++ | ++ | ++ |
| Kompensationsmethode | + | ++ | ++ | - | -- |
| Ein/Aus bzw. Umpolmethode | + | ++ | ++ | - | -- |
| Schwebungsmethode | + | ++ | ++ | + | -- |
| FFT | - | 0 | ++ | ++ | ++ |
| Schwebungsmethode mit FFT | + | ++ | ++ | ++ | ++ |

Tabelle 2-5: Übersicht über die verschiedenen Messmethoden (+...besser, -...schlechter)

In Tabelle 2-6 sind die Genauigkeiten und typische Parameter einzelner Methoden angegeben. Die angeführten „direct-reading ohmmeters“ eignen sich dabei für Messung von großen Erdungsanlagen nicht, da die Schleifenimpedanz in diesen Fällen zu groß ist, um mit diesen Geräten einen Strom in die Messschleife einzuspeisen.

| | Reading Accuracy (Ω , %) | Selectivity F (pu) | Interference Error FRn (Ω) | Test Current (A, pk) | Test Frequency (Hz) |
|--|---|--------------------------|-------------------------------------|-----------------------|---------------------|
| Ammeter, shunt and peak reading voltmeter | $\pm 2\%$ | 1.0 | 0.1 | 10-100 | 60 |
| Hand-cranked ratio ohmmeter | $\pm 0.05 \Omega$ | 0.004 | 0.04 | 1.0 | 70-80 |
| Single-balance bridge Model A Model B Model C | $\pm 0.01 \Omega$ $\pm 0.01 \Omega$ $\pm 0.02 \Omega$ | 0.003 0.003 0.0001 | 0.4 0.6 0.02 | 0.07 0.05 0.05 | 97 108 130 |
| Direct-reading ohmmeter Model A Model B | $\pm 0.02 \Omega$ $\pm 0.002 \Omega$ $\pm 2\%$ | 0.00003 0.000002 | 0.008 0.0005 | 0.04 0.005 0.04 | 108 128 |
| Low-power sine wave source and analyzer | $\pm 0.3\%$ | 0.002 | 0.0007 | 3-30 | 66 |
| Power oscillator and tuned voltmeter | $\pm 2\%$ | 0.001 | 0.005 | 2 | 70 |
| Random-noise source spectrum analyzer | $\pm 0.04\%$ | 0.0003 | 0.0001 | 3-30 | 47-73 |
| Welding generator and magnitude and phase nuller | $\pm 1\%$ | 0.0001 | 0.00001 | 10-100 | 70 |

Tabelle 2-6: Übersicht über die verschiedenen Messmethoden und Genauigkeiten aus [13]

2.4 Beeinflussungen bei Erdungsmessungen mit der Strom-Spannungs-Methode

2.4.1 Auswahl und Einfluss der Gegenerde

Bei einem einpoligen Fehler in einem Netz fließt der Strom über Erde, Erdseile und Kabelschirme zu den Fehlerstrom treibenden Quellen zurück. In der Theorie der Strom-Spannungsmessung einer Erdungsanlage wird angenommen, dass der in die Erdungsanlage eingespeiste Strom sich gleichmäßig in das umgebende Erdreich ausbreitet. Der eingespeiste Strom verteilt sich in alle Richtungen in das Erdreich, wobei bei den theoretischen Überlegungen auf eine Rückleitung des eingespeisten Stromes verzichtet wird.

In der Praxis muss ein geschlossener Stromkreis für die Erdungsmessung erstellt werden, das heißt, es wird eine zweite Erdungsanlage (Gegenerde) benötigt, an welcher der in das Erdreich eingespeiste Strom wieder aus dem Erdreich austritt und zur Quelle zurück fließt. Bei kleinen Erdungsanlagen kann die Gegenerde mit einem (mehreren) Erdspieß(en) gebildet werden. Bei der Messung des Erdausbreitungswiderstandes von z.B. einem Freileitungsmast ist die Bildung der Gegenerde mit einem Erdspieß in ca. 100 m Entfernung zum Mastmittelpunkt hinreichend genau. Bei größeren Erdungsanlagen steigt der Mindestabstand zur Gegenerde mit der Größe der Erdungsanlage an, um eine geforderte Genauigkeit der Messung zu erreichen. Um bei der

Messung gefährliche Schritt- und Berührungsspannungen sowohl bei der zu messenden Erdungsanlage als auch bei der Gegenerde zu vermeiden, sollten die Ausbreitungswiderstände der beiden Erdungsanlagen eine ähnliche Größenordnung haben.

Abstand der Erdungsanlagen

Der minimale Abstand der beiden Erdungsanlagen ist so zu wählen, dass sich die Spannungstrichter der beiden Anlagen an der Erdoberfläche nicht überlagern (aus praktischer, messtechnischer Sicht, da sich ja theoretisch der Spannungstrichter einer Erdungsanlage unendlich weit ausdehnt). Erfahrungen aus Messungen des Autors haben gezeigt, dass in der Praxis ein Abstand zur Gegenerde von ca. dem 10-fachen des Erdungsanlagendurchmessers hinreichend genaue Ergebnisse liefert.

In IEEE Std 81.2 [13] wird als Mindestabstand z.B. die 6,5-fache Ausdehnung der Erdungsanlage angegeben, wobei als Ausdehnung der Erdungsanlage deren Durchmesser definiert wird, wenn keine erdfühlig vergrabenen Erdungsleitungen die Erdungsanlage verlassen. Sind solche Erdungsleitungen vorhanden, vergrößert sich die Ausdehnung der Erdungsanlage um die effektiv wirksame Länge der Erder. Die maximale, effektive Länge wird im IEEE Std. 81.2 mit ca. 500 m bei 100 Ωm und bei 10000 Ωm mit 3 km angegeben (bei jeweils 60 Hz).

Bei einer 6,5-fachen Ausdehnung der Erdungsanlage als Abstand zur Gegenerde wird in dieser Norm angegeben, dass die gemessene Erdungsimpedanz 90 % der tatsächlichen Impedanz entspricht. Vergrößert man den Abstand auf das 50-fache der Ausdehnung der Erdungsanlage, werden 98,5 % des tatsächlichen Wertes gemessen. Alle diese Angaben in IEEE Std. 81.2 beziehen sich auf 60 Hz und homogene Bodenverhältnisse, die Formeln dazu sind in IEEE Std. 80 [25] zu finden.

Näherungsweise kann unter der Annahme von Halbkugelerdern mit dem Radius r und dem Abstand a zwischen den Erdungsanlagen der relative Fehler, der durch den Potentialtrichter der Gegenerde verursacht wird, mit folgender Formel berechnen:

$$R_m = \frac{\rho}{2\pi} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{a} \right)$$

Bezogen auf den theoretischen (wahren) Wert des Halbkugelerders mit

$$R_A = \frac{\rho}{2\pi r}$$

ergibt sich der relative Fehler f zu:

$$f = \frac{R_m}{R_A} - 1 = -\frac{r}{a}$$

Die angegebene Näherungsformel weicht von den Angaben in IEEE 81.2 [13] ab, da diese Formel nur für Halbkugelerder gültig ist.

Positionierung der Sonde für die Potentialtrichtermessung

Bei der Erdungsmessung nach der Strom-Spannungs-Methode beeinflussen sich die Potentialtrichter der zu messenden Erdungsanlage und der Gegenerde über das elektrische Strömungsfeld im Erdreich (ohmsche Kopplung der Erdungsanlagen).

Theoretische Berechnungen haben gezeigt, dass für die Potentialmessung Positionen berechnet werden können, bei denen der tatsächliche Impedanzwert der Erdungsanlage bestimmt werden kann. Nur für sehr vereinfachte Annahmen und homogene Bodenverhältnisse können algebraische Lösungen gefunden werden. Bei realen Erdungsanlagen können die korrekten Positionen nur mit Hilfe spezieller numerischer Lösungsverfahren gefunden werden [26].

Erstmals wurde für eine einfache Anordnung und homogene Bodenverhältnisse die korrekte Position von E.B. Curdts [27] berechnet. Unter der Annahme von im Verhältnis zum Abstand der Erdungsanlagen kleinen Halbkugelerdern kann das korrekte Potential für die Bestimmung der Erdungsimpedanz bei einer Entfernung von 61,8% bzw. 161,8 % (x/a-Verhältnis) des Abstandes der Erdungsanlagen gemessen werden (Potentialmessung in der Trasse zwischen den Erdungsanlagen - siehe auch [25], [28]). Für nichthomogenes Erdreich wurden dazu Berechnungen unter anderem von Dawalibi und Mukhedkar durchgeführt [29], [30].

Die oben beschriebenen Abstände gelten nur bei einer Potentialmessung in Richtung der Gegenerde, die Genauigkeit der Potentialmessung ist allerdings auch vom Winkel zwischen Potentialmessung und Richtung zur Gegenerde abhängig [26].

Alle oben genannten Berechnungen folgen prinzipiell dem gleichem System (am Beispiel aus [26], siehe auch [28]):

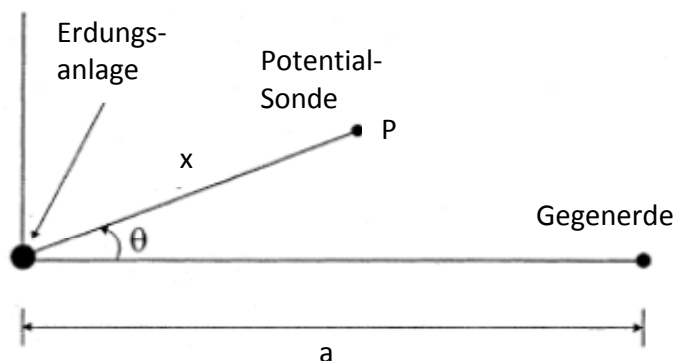


Abbildung 2-23: Grundriss der Erdungsmessung aus [26]

Ausgehend von den allgemein bekannten Formeln zur Berechnung eines Halbkugelerders wird das Potential der Erdungsanlage (Halbkugelerder) bei der Strom-Spannungs-Messung (V_g) als Überlagerung des eigenen Potentialtrichters (V_{g1}) mit dem Potentialtrichter der Gegenerde (V_{g2}) berechnet:

$$V_g = V_{g1} - V_{g2} = \frac{\rho I}{2\pi} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{a} \right)$$

Der erste Teil der Formel (V_{g1}) entspricht dem Potential der zu messenden Erdungsanlage ohne Einfluss der Gegenerde; daraus kann der wahre Erdausbreitungswiderstand dieser Anlage berechnet werden.

$$R_A = \frac{V_{g1}}{I} = \frac{\rho}{2\pi r}$$

Das Potential der untersuchten Erdungsanlage setzt sich aus dem Potential der Erdungslage selbst und dem Potential der Gegenerde im Bereich der Erdungsanlage zusammen.

Das Potential im Bereich der Potentialsonde (V_p) kann wie folgt berechnet werden:

$$V_p = \frac{\rho I}{2\pi} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\sqrt{a^2 + x^2 - 2ax \cdot \cos(\Theta)}} \right)$$

Sowohl der Potentialtrichter der Erdungsanlage als auch der Potentialtrichter der Gegenerde haben einen Einfluss auf das Potential der Sonde. Die gemessene Spannung U ist die Differenz zwischen den Potentialen V_g und V_p , und damit kann der gemessene Erdausbreitungswiderstand $R_m = U/I$ bestimmt werden.

$$R_m = \frac{V_g}{I} - \frac{V_p}{I} = \frac{\rho}{2\pi} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{a} - \frac{1}{x} + \frac{1}{\sqrt{a^2 + x^2 - 2ax \cdot \cos(\Theta)}} \right)$$

Die Differenz zwischen R_m und R_A muss demnach der durch das Strömungsfeld in der Erde bedingte Messfehler (R_f) sein:

$$R_f(a, x, \Theta) = R_m - R_A = \frac{\rho}{2\pi} \left(-\frac{1}{a} - \frac{1}{x} + \frac{1}{\sqrt{a^2 + x^2 - 2ax \cdot \cos(\Theta)}} \right)$$

Wird der Abstand zur Gegenerde größer, wird deren Einfluss auf die Messung geringer.

Setzt man $R_m - R_A = 0$ verschwindet der Fehler und die Positionen, an denen der korrekte Erdausbreitungswiderstand gemessen werden kann, können ermittelt werden. Normiert man die Gleichung noch auf $x' = x/a$ erhält man folgende Gleichung:

$$x' = (1 + x') \cdot \sqrt{1 + x'^2 - 2x' \cos(\Theta)}$$

Die Lösung der obigen Gleichung führt zur bekannten 61,8 %-Regel für $\theta=0^\circ$.

Verallgemeinert lässt sich das Problem wie folgt beschreiben (dann sind aber nur mehr numerische Lösungsverfahren möglich):

Nomenklatur: $X_{\text{Aufpunkt}}^{\text{Quelle}}$

- 1... zu messende Erdungsanlage
- 2... Gegenerde
- 3... Potentialsonde

Potential der Erdungsanlage („1“) mit Einfluss der Gegenerde:

$$V_1 = V_1^1 - V_1^2$$

Potential der Messsonde („3“) (bei der Annahme, dass der Strom über die Spannungsmesssonde bei der Spannungsmessung vernachlässigt werden kann):

$$V_3 = V_3^1 - V_3^2$$

Die gemessene Spannung ist damit:

$$U = V_1 - V_3 = V_1^1 - V_1^2 - V_3^1 + V_3^2$$

Mit der gesuchten Erdungsimpedanz $Z_E = V_1^1/I$ und $Z_{\text{messung}} = U/I$ kann folgendes Ergebnis ermittelt werden:

$$Z_{\text{messung}} = Z_E + \frac{1}{I} (V_3^2 - V_3^1 - V_1^2)$$

Wenn die Erdungsanlagen gleich sind (gleicher Erdausbreitungswiderstand der zu messenden Erdungsanlage und der Gegenerde) und der Abstand der beiden Anlagen sehr groß wird (damit wird $V_1^2 \approx 0$) so wird der Klammerausdruck in der obigen Gleichung gleich null, wenn $V_3^2 = V_3^1$ ist. Dies ist bei gleichen Erdungsanlagen der Fall, wenn die Messsonde genau in der Mitte der beiden Anlagen positioniert wird.

In Matrix-Schreibweise kann man das Problem durch Potentialkoeffizienten ausdrücken:

$$\vec{V} = \mathbf{k} \cdot \vec{I}$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & \cdots & k_{13} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{31} & \cdots & k_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ -I \\ 0 \end{bmatrix}$$

Die Werte in der k-Matrix beschreiben die ohmschen Koppelfaktoren zwischen den Erdungsanlagen, wobei jedes k_{ij} jeweils eine gesamte Erdungsanlage darstellt.

In der Praxis ist es oft nur schwer möglich, Orte für die Potentialmessung zu erreichen, an denen die vorher formulierten Bedingungen erfüllt sind. Daher werden an dieser Stelle Alternativen aufgezeigt, um den Fehler bei einer Erdungsmessung möglichst zu reduzieren.

Numerische Simulation der Erdungsanlagen und Berechnung der

Potentialtrichter:

Sind die Bodenverhältnisse bekannt (spezifischer Bodenwiderstand und Schichtaufbau des Bodens), können der Erdausbreitungswiderstand der Erdungsanlage bzw. die Trichterspannungen der einzelnen Erdungsanlagen bzw. Messsonden simuliert werden und mit den Messergebnissen verglichen werden.

Messung von mehreren Messtrassen in verschiedenen Richtungen und Mittelung der Ergebnisse:

Werden bei der Erdungsmessung verschiedene Trassen zur Bestimmung des Spannungstrichters gemessen, kann eine Abschätzung über die Trichterspannung ohne ohmsche Beeinflussung durch die Messsonde bzw. durch die Gegenerde getroffen werden. Aus den obigen Formeln ist ersichtlich, dass eine Messtrasse in entgegengesetzter Richtung zur Gegenerde immer die kleinsten Spannungen für den Potentialtrichter liefert und somit zu geringe Werte für den Ausbreitungswiderstand der Erdungsanlage ermittelt werden. In der Praxis haben sich drei Messtrassen (mit jeweils 120° Winkel zu einander) als sinnvoll erwiesen.

Suchen des Wendepunktes des Trichterprofils in Richtung der Gegenerde:

Wie in Abbildung 2-24 dargestellt, gibt es bei einem Trassenverlauf in Richtung Gegenerde einen Punkt, bei dem das Potential der Erdungsanlage gegen Bezugs Erde gemessen werden kann. Sind die Erdungsanlagen weit voneinander entfernt, entsteht bei der Überlagerung der beiden Spannungstrichter ein Flachstück im Verlauf des Potentialtrichters zwischen den

Erdungsanlagen. Dieses Flachstück ist umso ausgeprägter, je weiter die beiden Erdungsanlagen voneinander entfernt sind. Messtechnisch kann der Wendepunkt gefunden werden indem das Erdoberflächenpotential bis zur Gegenerde gemessen wird und der Punkt mit der geringsten Steigung bestimmt wird. Dabei ist zu beachten, dass auch fremde metallische Einbauten im Erdreich eine Spannungsverschleppung und damit eine Abflachung des Potentialtrichters hervorrufen können.

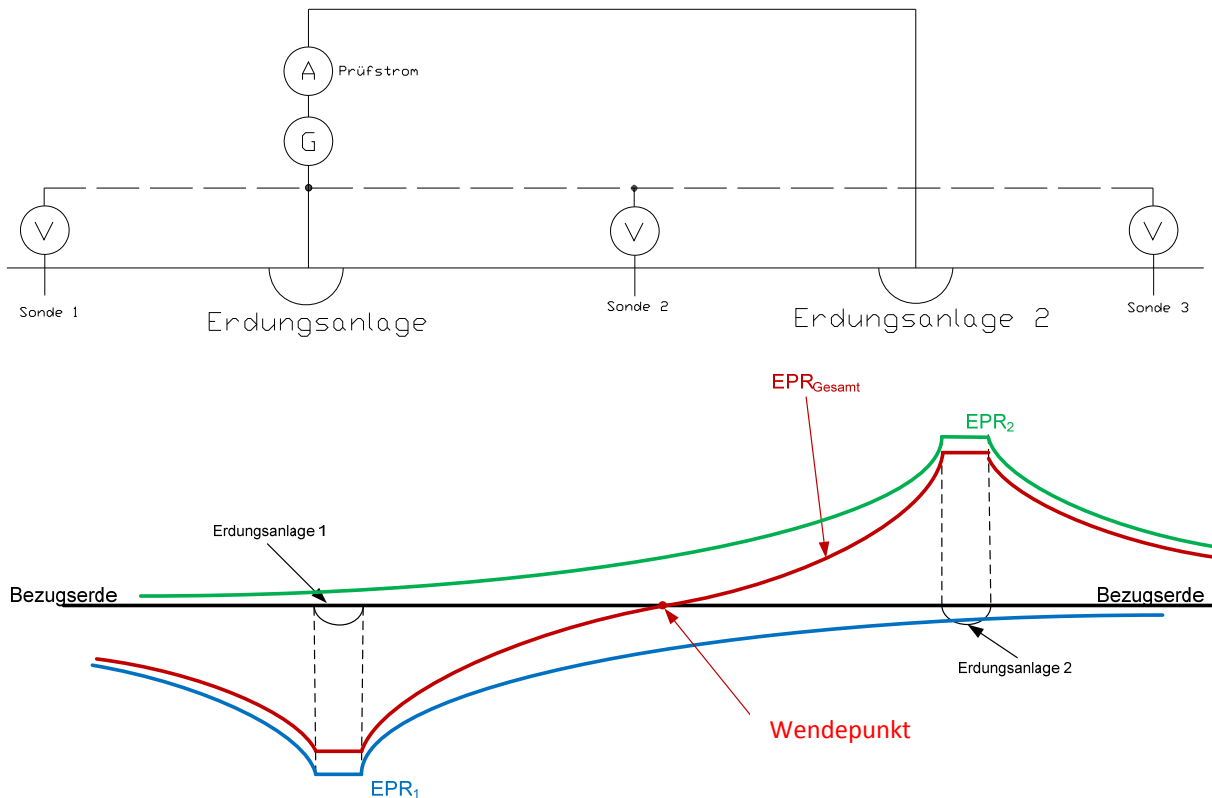


Abbildung 2-24: Messprinzip und Potentialtrichter bei einer Strom-Spannungs-Messung einer Erdungsanlage

2.4.2 Einfluss von Hochspannungsleitungen (induktiv)

Hochspannungsfreileitungen und elektrifizierte Bahntrassen können das Messergebnis einer Erdungsmessung stark beeinflussen. Auf Grund der geringen Größe der zu messenden Spannungen ($<10\text{ V}$ auf Grund der kleinen Erdausbreitungswiderstände) und der langen Messleitungen (einige Kilometer) stellen induktive Beeinflussungen ein messtechnisches und sicherheitstechnisches Problem bei der Erdungsmessung dar. Die induzierten Spannungen im hochohmigen Spannungs-Messkreis liegen oft deutlich über den Spannungswerten, die durch den eingespeisten Messstrom an der Erdungsimdedanz der untersuchten Anlage verursacht werden.

Auch in der Stromschleife zur Gegenerde können zusätzlich Ströme induziert werden, wenn z.B. das zweite System einer Hochspannungsfreileitung während der Messung in Betrieb ist. Speziell bei sehr großen Abständen zur Gegenerde können die induzierten Spannungen so groß sein, dass elektronische Verstärker als Stromquelle nicht mehr einsetzbar sind. Beim Einsatz von elektrischen Maschinen als Stromquelle können die Eisenkreise dieser durch die induzierten Ströme auf der Freileitung zur Gegenerde in Sättigung gehen. Die induzierten Ströme fließen

teilweise über die Erdungsanlage der zu messenden Anlage und beeinflussen so auch das Messergebnis.

Induktive Beeinflussung von unendlich langen Leitungen:

Die induktiven Beeinflussungen des Messkreises können nach den Formeln von Carson [31] und Pollaczek [32] berechnet werden.

Für die Eigen- (\underline{Z}_{ii}) bzw. Koppelimpedanz (\underline{Z}_{ik}) können, ausgehend von diesen Formeln, folgende vereinfachten Gleichungen angesetzt werden:

$$\underline{Z}'_{ii} = R'_i + \omega \frac{\mu_0}{8} + j\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\frac{1}{4} + \ln \frac{\delta_E}{r_i} \right)$$

$$\underline{Z}'_{ik} = \omega \frac{\mu_0}{8} + j\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{\delta_E}{d_{ik}}$$

mit

$$\delta_E = \frac{e^k}{\sqrt{\frac{\omega\mu_0}{\rho}}} = \frac{1,85137}{\sqrt{\frac{\omega\mu_0}{\rho}}}$$

Für 50 Hz beträgt die Erdstromtiefe damit $\delta_E = 93,2 \cdot \sqrt{\rho}$, in m

Die oben angeführten Formeln gelten nur für unendlich lange, parallele Leitungen bei homogenen Verhältnissen. Außerdem wurden bei den Formeln nach dem ersten Glied der unendlichen Reihe der Formel von Carson abgebrochen. Die oben angeführten Formeln gelten mit guter Näherung für lange Leitungen bei niedrigen Frequenzen (z.B. Betriebsfrequenz 50 Hz) bei denen die Eindringtiefe im Erdreich viel größer ist als die Abstände der Leiter zueinander und zum Erdboden.

Eine alternative Form für die Berechnung der Eigen- und Koppelimpedanzen ist die Berechnung nach Dubanton [33].

$$\underline{Z}'_{ii} = R'_i + j\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\frac{1}{4} + \ln \frac{2(h_i + \underline{p})}{r_i} \right)$$

$$\underline{Z}'_{ik} = j\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{\sqrt{(h_i + h_k + 2\underline{p})^2 + x_{ik}^2}}{d_{ik}}$$

mit der komplexen Erdstromtiefe:

$$\underline{p} = \sqrt{\frac{\rho}{j\omega\mu_0}}$$

Die Abweichungen zwischen den Formeln nach Carson und nach Dubanton sind in der Literatur zu finden [34].

Induktive Beeinflussung von endlich langen Leitungen (kurze Leitungen):

Für kurze Leitungen beziehungsweise Parallelführungen, wie sie bei Erdungsmessungen vorkommen, sind in der Literatur andere Formeln angeführt, bei denen die Randeffekte nicht vernachlässigt werden [35], [13].

Im IEEE Std 81.2 [13] sind Zahlenwertgleichungen für die Berechnung der induktiven Koppelimpedanzen in Ω angegeben. Die beiden Leiter mit den Längen P und C sind in einer Höhe von h_c und h_p über dem Erdboden angeordnet. Der horizontale Abstand zwischen den Leitern ist y_p . In den angeführten Zahlenwertgleichungen sind alle Abstände in m und der spezifische Bodenwiderstand ρ in Ωm einzusetzen.

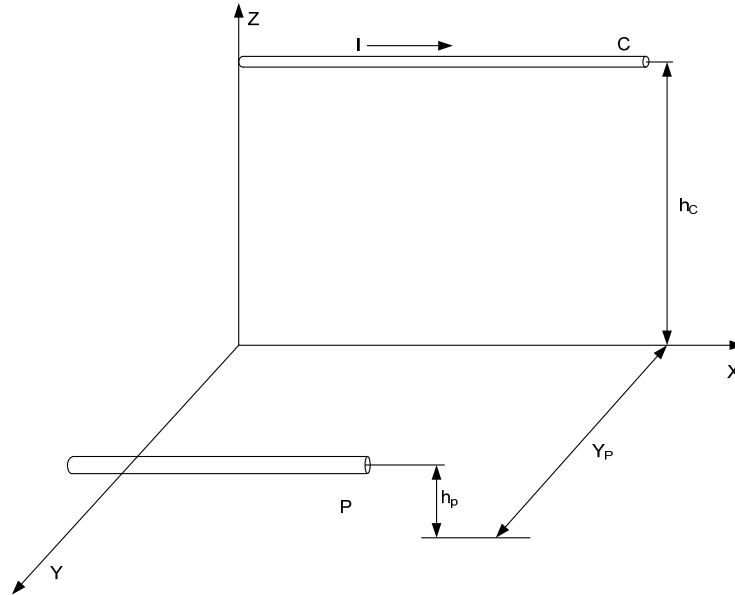


Abbildung 2-25: Leiteranordnung für die Berechnung der Koppelimpedanzen aus [13]

$$\underline{Z}_{12L} = \frac{j\omega}{10^7} \left(C \cdot \ln \left(\frac{C - P + AC + D}{C - P + BC + E} \right) + P \cdot \ln \left(\frac{P - C + AP + G}{P - C + BP + H} \right) - A + B - D + E - G + H + J - K \right)$$

mit

$$A = \sqrt{(C - P)^2 + y_p^2 + h_B^2 + 2dh_B - j(2d^2 + 2dh_B)}$$

$$B = \sqrt{(C - P)^2 + y_p^2 + h_A^2}$$

$$D = \sqrt{C^2 + y_p^2 + h_A^2}$$

$$E = \sqrt{C^2 + y_p^2 + h_B^2 + 2dh_B - j(2d^2 + 2dh_B)}$$

$$G = \sqrt{P^2 + y_p^2 + h_A^2}$$

$$H = \sqrt{C^2 + y_p^2 + h_B^2 + 2dh_B - j(2d^2 + 2dh_B)}$$

$$J = \sqrt{y_p^2 + h_A^2}$$

$$K = \sqrt{y_p^2 + h_B^2 + 2dh_B - j(2d^2 + 2dh_B)}$$

$$h_A = h_C - h_p$$

$$h_B = h_C + h_p$$

$$d = 503,292 \sqrt{\frac{\rho}{f}}$$

In der Abbildung 2-26 ist der Verlauf der Koppelimpedanz (Ω/km) zwischen zwei parallelen, gleich langen Leitern auf der Erdoberfläche dargestellt. Die verschiedenen Kurven stellen dabei die Abhängigkeit vom spezifischen Bodenwiderstand dar. Die Kurven sind für einen spezifischen Bodenwiderstand $\rho=50, 100, 200, 500, 1000, 2000 \Omega\text{m}$ berechnet. Der Abstand der beiden Leiter wurde mit 20 m angenommen.

Die Markierungen (rotes x) in den Diagrammen zeigen die Ergebnisse der Berechnung für eine unendliche lange Leitung an.

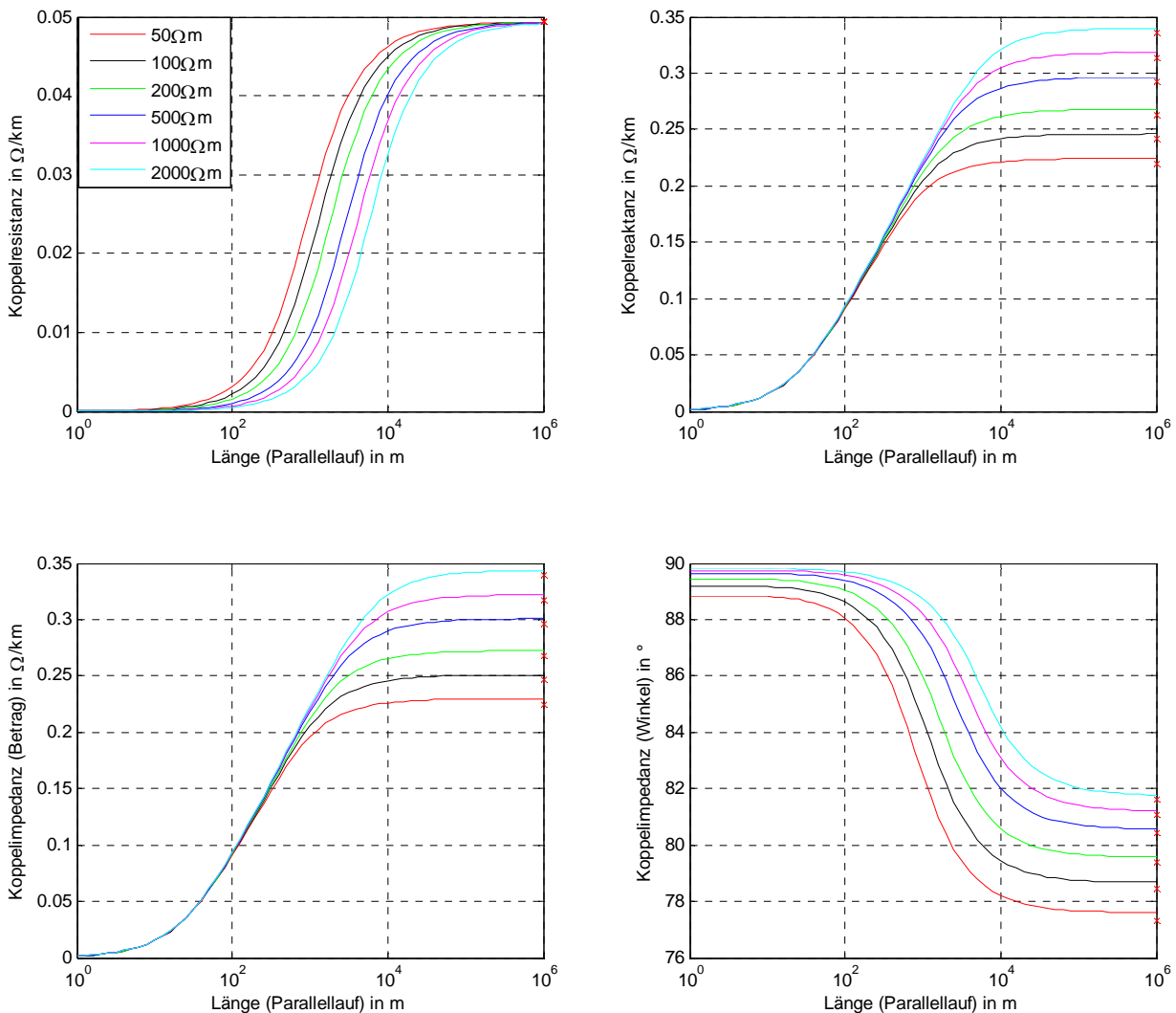


Abbildung 2-26: Verlauf der Koppelimpedanz zwischen parallelen Leitungen auf der Erdoberfläche mit Rückleitung über das Erdreich in Abhängigkeit der Länge und des spezifischen Bodenwiderstandes (Abstand der Leiter: 20 m, $f=50\text{Hz}$)

In den Diagrammen in Abbildung 2-26 ist festzustellen, dass mit steigendem spezifischem Bodenwiderstand die fiktive Erdstromtiefe δ_E zunimmt und damit die induktive Kopplung größer wird. Mit steigendem spezifischem Bodenwiderstand nimmt auch die Koppelreaktanz zu. Bei langen parallelen Leitungen hat der spezifische Bodenwiderstand keinen Einfluss auf die Koppelresistanz. Je kleiner der spezifische Bodenwiderstand desto schneller nähert sich die Koppelresistanz mit wachsender Leitungslänge ihrem jeweiligen Grenzwert.

Verlaufen die Leitungen nicht parallel sondern in einem räumlichen Winkel zueinander, kann für die Berechnung der Koppelimpedanz eine der beiden Leitungen in parallele Stücke unterteilt werden. Durch diese Diskretisierung ist es möglich die in diesem Kapitel beschriebenen Formeln stückweise auf die einzelnen parallelen Teilleiter anzuwenden [13].

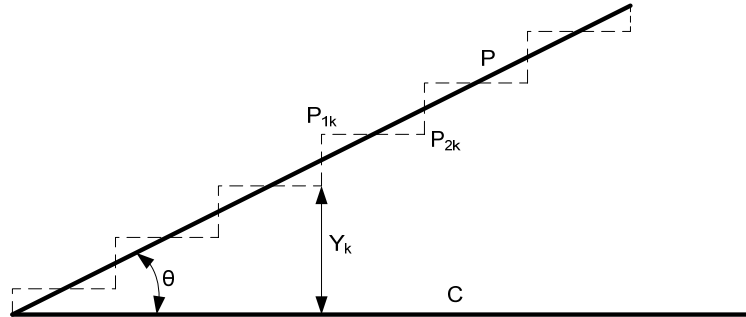


Abbildung 2-27: Aufsicht der Anordnung für die Berechnung der induktiven Kopplung zwischen 2 Leitern

$$\underline{Z}_{12L} = \frac{j\omega}{10^7} \cdot \sum_{k=1}^n \left(C \cdot \ln \left(\frac{C - P_{2K} + A_K}{C - P_{2K} + B_K} \cdot \frac{C - P_{1K} + D_K}{C - P_{1K} + E_K} \right) + P_{2K} \cdot \ln \left(\frac{C - P_{2K} + B_K}{C - P_{2K} + A_K} \cdot \frac{P_{2K} + G_K}{P_{2K} + H_K} \right) - P_{1K} \cdot \ln \left(\frac{C - P_{1K} + D_K}{C - P_{1K} + E_K} \cdot \frac{P_{1K} + J_K}{P_{1K} + K_K} \right) - A_K + B_K - D_K + E_K - G_K + H_K + J_K - K_K \right)$$

mit

n...Nummer der Abschnitte (Diskretisierung von P)

k=1...n

$$P_{1K} = \frac{k-1}{n} P \cdot \cos(\theta)$$

$$P_{2K} = \frac{k}{n} P \cdot \cos(\theta)$$

$$Y_K = \frac{2k-1}{2n} P \cdot \sin(\theta)$$

$$A_K = \sqrt{(C - P_{2K})^2 + Y_K^2 + h_B^2 + 2dh_B - j(2d^2 + 2dh_B)}$$

$$B_K = \sqrt{(C - P_{2K})^2 + Y_K^2 + h_A^2}$$

$$D_K = \sqrt{(C - P_{1K})^2 + Y_K^2 + h_A^2}$$

$$E_K = \sqrt{(C - P_{1K})^2 + Y_K^2 + h_B^2 + 2dh_B - j(2d^2 + 2dh_B)}$$

$$G_K = \sqrt{P_{2K}^2 + Y_K^2 + h_A^2}$$

$$H_K = \sqrt{P_{2K}^2 + Y_K^2 + h_B^2 + 2dh_B - j(2d^2 + 2dh_B)}$$

$$J_K = \sqrt{P_{1K}^2 + Y_K^2 + h_A^2}$$

$$K_K = \sqrt{P_{1K}^2 + Y_K^2 + h_B^2 + 2dh_B - j(2d^2 + 2dh_B)}$$

$$h_A^2 = (h_c - h_p)^2$$

$$h_B = h_c + h_p$$

$$d = 503,292 \sqrt{\frac{\rho}{f}}, \text{ in m}$$

In Abbildung 2-28 sind die Koppelimpedanzen für verschiedene Winkel zwischen zwei am Boden liegende Leitungen in Abhängigkeit des spezifischen Bodenwiderstandes angegeben.

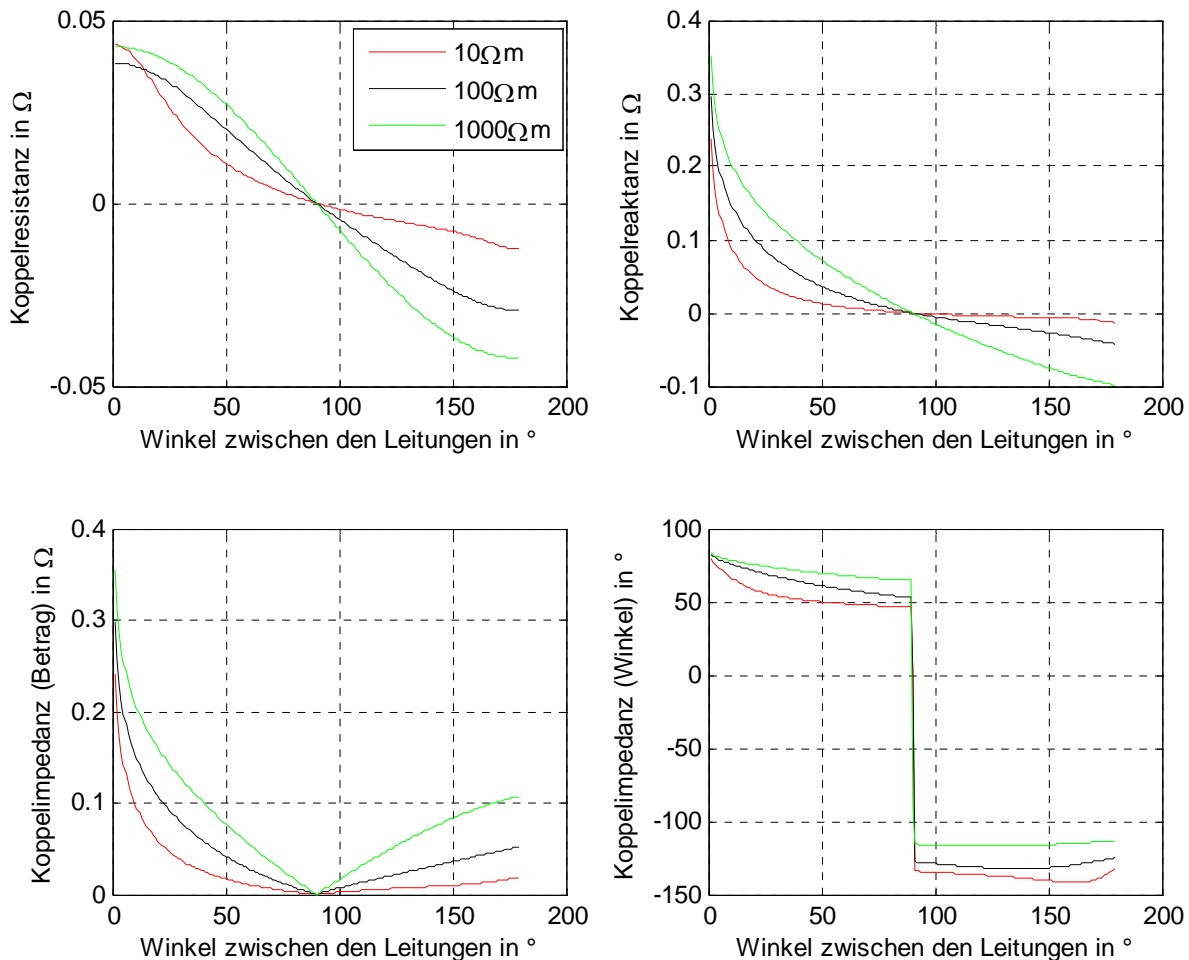


Abbildung 2-28: Verlauf der Koppelimpedanz zwischen Leitungen auf der Erdoberfläche mit Rückleitung über das Erdreich in Abhängigkeit vom Winkel zwischen den Leitungen und vom spezifischen Bodenwiderstandes (Länge beider Leiter: 1 km, f=50Hz)

Haben beide Leitungen einen räumlichen Winkel von 90° zueinander, ist die Koppelimpedanz 0 Ω, danach liefert sowohl die Berechnung der Koppelresistenz als auch der Koppelreaktanz negative Werte.

Bei der Berücksichtigung von induktiven Beeinflussungen einer Erdungsmessung muss unterschieden werden, ob die induktive Beeinflussung von der den Messstrom führenden Leitung zur Gegenerde oder einer anderen Leitung erfolgt.

Bei der Leitung zur Gegenerde muss davon ausgegangen werden, dass durch diese Leitung im Messkabel zur Potentialmessung Spannungen mit der Messfrequenz induziert werden. Zusätzlich

werden z.B. bei mehrsystemigen Freileitungen, bei denen das andere System in Betrieb ist, auch induktive Beeinflussungen mit Netzfrequenzen eingekoppelt.

Durch diese induktiven Kopplungen sind im für die Erdungsmessung eingespeisten Strom auch Frequenzkomponenten ungleich der Messfrequenz enthalten. Es entsteht auch beim Messstrom eine Schwebung, die wie bei der Messung des Stationspotentials mit z.B. in dieser Arbeit beschriebenen Methoden nachträglich kompensiert oder messtechnisch verarbeitet werden muss.

Im Folgenden wird am Beispiel einer Hochspannungsfreileitung mit zwei Systemen und ohne Erdseil, die bei einer Erdungsmessung als Strompfad zur Gegenerde verwendet wird, das magnetische Feld berechnet. Der Freileitungsmast mit den angenommenen Strömen ist in Abbildung 2-29 dargestellt.

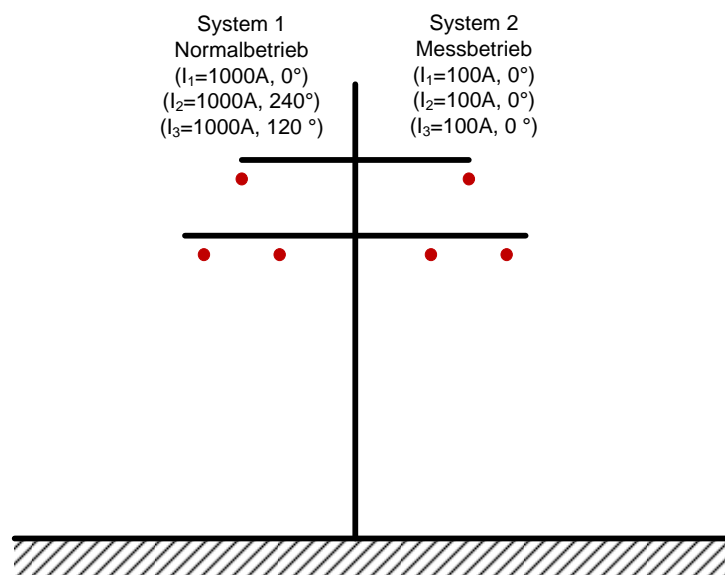


Abbildung 2-29: Hochspannungsmast mit System 1 (links) in Normalbetrieb und System 2 (rechts) als Messleitung zur Gegenerde

Es wird in diesem Beispiel von einem Normalbetrieb im System 1 mit 1 kA (symmetrisch) und einem gleichphasigen Messstrom mit 3x100A ausgegangen.

In Abbildung 2-30 und Abbildung 2-31 wird qualitativ die induktive Koppelwirkung über das Magnetfeld der einzelnen Systeme dargestellt. Obwohl der Messstrom im Normalfall deutlich geringer ist als der Betriebsstrom im anderen System (in diesem Beispiel 10% des Betriebsstroms), ist das Magnetfeld des Messstromes verhältnismäßig groß, da sich im Normalbetrieb des anderen Systems die Magnetfelder der einzelnen Leitungen bei weitgehend symmetrischer Anordnung und symmetrischem Drehstromsystem teilweise aufheben.

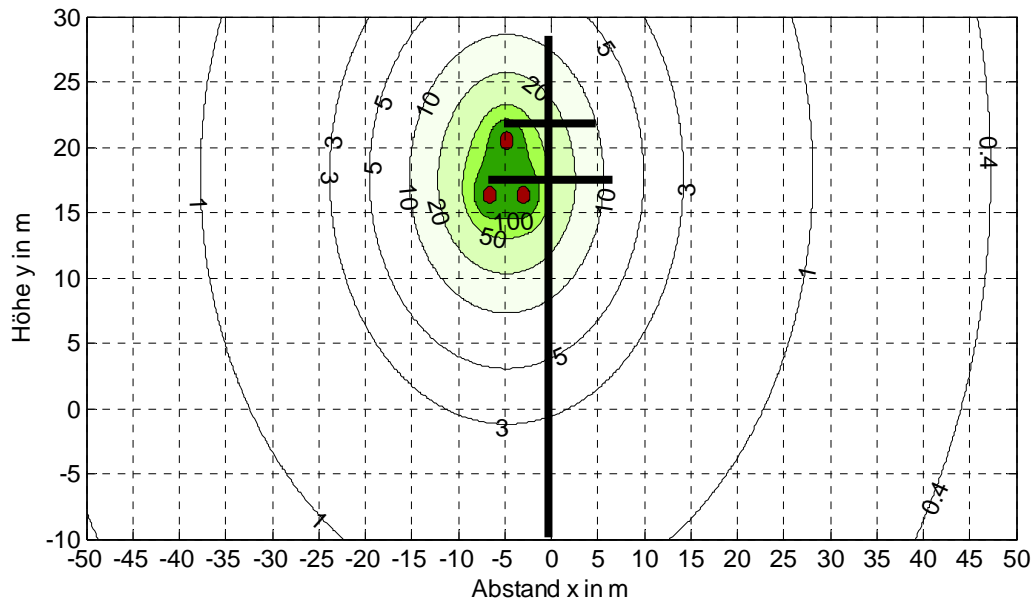


Abbildung 2-30: Darstellung des Magnetfeldes der speisenden Leitung - am Beispiel einer zweisystemigen 110-kV-Freileitung (linkes Drehstromsystem in Betrieb; 1kA)

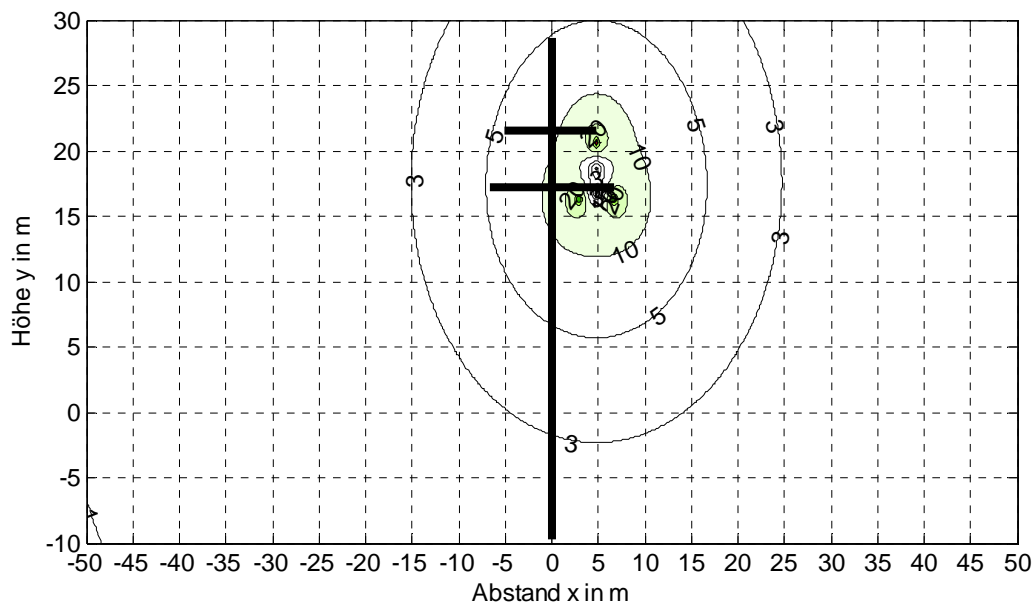


Abbildung 2-31: Darstellung des Magnetfeldes der speisenden Leitung - am Beispiel einer zweisystemigen 110-kV-Freileitung (rechtes System mit Messstrom; 3x100 A gleichphasig)

In Leiternähe ist das Magnetfeld der Leitung mit symmetrischem Strom vor allem auf Grund des höheren Stromes deutlich größer. Allerdings nimmt das Magnetfeld des im Betrieb befindlichen Systems mit der Entfernung schneller ab als das Magnetfeld des Systems mit dem Messstrom. In Abbildung 2-32 kann man erkennen, dass bei Abständen von mehr als 20 m zur Leitungsachse das Magnetfeld des gleichphasigen Messstromes größer ist als das des Betriebsstromes im anderen System.

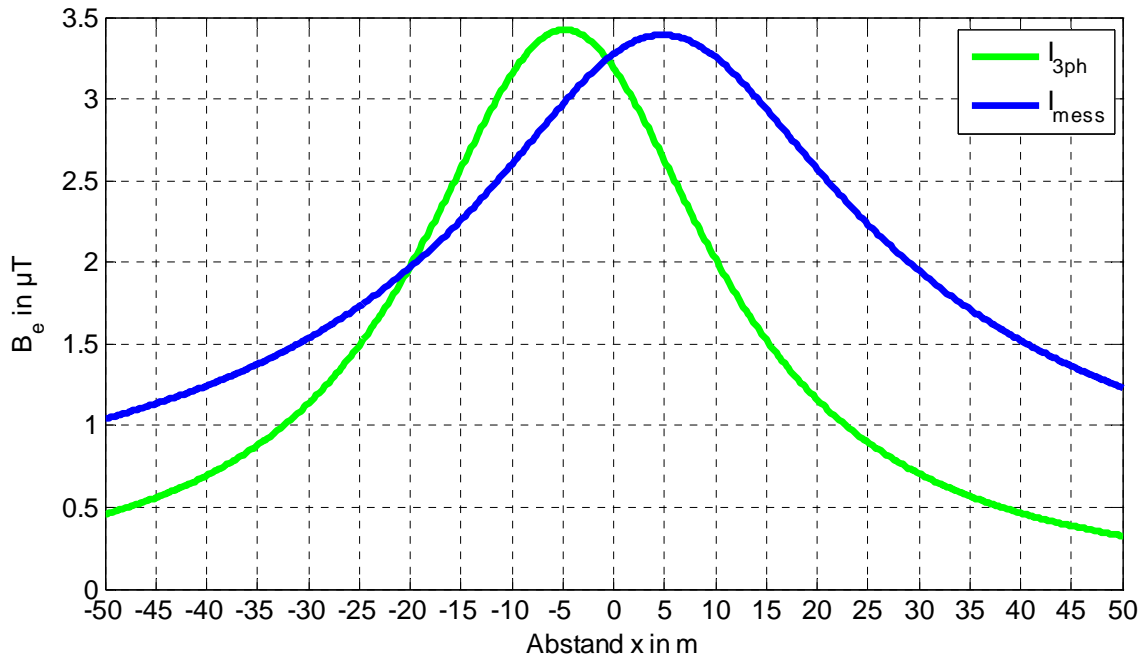


Abbildung 2-32: Aufpunktsgerade quer zur Leitungstrasse auf der Bodenoberfläche

Darüber hinaus kann man erkennen, dass direkt unter Leitung die Felder bei 3-phasigen Drehstrom (symmetrisch) und beim 1-phasigen Messstrom im Feldmaximum ein annähernd gleich großes Magnetfeld erzeugen (Feldmaximum in Abbildung 2-32), obwohl in diesem Beispiel der Messstrom mit einem Zehntel des Betriebsstromes angenommen wurde. Zusätzlich nimmt die Höhe des durch den Messstrom verursachten Magnetfeldes mit der Entfernung von der Trassenmitte weniger schnell ab als das bei Drehstrom.

2.4.3 Einfluss von Hochspannungsleitungen

ohmsche Beeinflussungen bei Erdungsmessungen treten vor allem in der Nähe von ausgedehnten, elektrisch leitfähigen Strukturen mit Erdkontakt auf. Zu solchen leitfähigen Strukturen zählen unter anderem Freileitungsmaste (mit Erdseil), andere Erdungsanlagen, Begleiterder, Schienen, Pipelines und Niederspannungsnetze mit vielen verbundenen Einzelerdungsanlagen. Um Fehlmessungen zu vermeiden, sollte ein Abstand zu solchen leitfähigen Strukturen eingehalten werden. Dabei sind vor allem die Ausdehnung der leitfähigen Struktur im Erdreich und der spezifische Bodenwiderstand bzw. der Bodenaufbau für die ohmsche Beeinflussung ausschlaggebend.

Freileitungsmaste:

Für den Potentialtrichter von Freileitungsmasten wird in der Literatur eine Näherungsformel angegeben, die auf dem Modell des Halbkugelerders basiert [36]. Messungen haben gezeigt, dass diese Näherung bei Freileitungsmasten in der Praxis sehr gute Ergebnisse liefert.

$$U_{EPR} = U_E \frac{R_0}{x}$$

Es bedeuten:

| | |
|-----------|--|
| U_{EPR} | Trichterspannung, Potenzial an der Erdoberfläche |
| U_E | Erdungsspannung an der Fehlerstelle |
| R_0 | Radius des äquivalenten Halbkugelerders |
| x | Abstand vom Mastmittelpunkt |

Die obige Näherungsformel gilt nur unter der Voraussetzung homogener Bodenverhältnisse.

Schienen:

Schienenanlagen von Bahntrasse (in Verbindung mit Rückleitern) stellen langgestreckte leitfähige Konstruktionen mit Erdkontakt dar. Die Potentialtrichtermessung sollte daher nicht in der Nähe von Bahntrassen durchgeführt werden. In Abbildung 2-33 ist schematisch der Spannungstrichter einer Bahntrasse dargestellt. Man kann erkennen, dass in 15 m Entfernung zum äußersten Gleiskörper noch ca. 55 % des Schienenpotentials an der Erdoberfläche gemessen werden können.

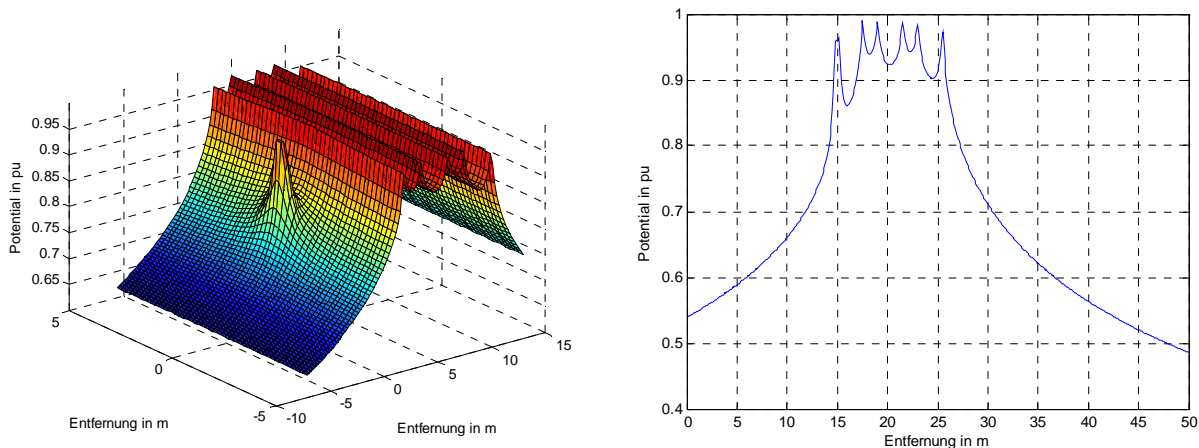


Abbildung 2-33: Potenzialgebirge (schematische Darstellung) einer 2-gleisigen Bahnstrecke mit Tragmast links und Schallschutzwand rechts, Potenzialverlauf an der Erdoberfläche mittig, Erderlänge 400 m, homogener Boden mit $\rho = 100 \Omega\text{m}$, $I_E = 1000 \text{ A}$

Rohrleitungen:

Metallene Rohrleitungen werden mit einer elektrisch (schlecht) leitenden Umhüllung im Erdreich verlegt. Der spezifische Umhüllungswiderstand von neuen Rohrleitungen liegt in der Größenordnung von $10 \text{ k}\Omega\text{m}^2$ (bitumenisolierte Rohrleitung) bis über $100 \text{ k}\Omega\text{m}^2$ (PE-isolierte Rohrleitung) [37]. Für eine bitumenisolierte Rohrleitung (Nenn Durchmesser 800 mm, $r_u = 8 \text{ k}\Omega\text{m}^2$) ergibt sich auf Grund der großen Oberfläche ein längenbezogener Umhüllungswiderstand von $3,2 \Omega/\text{km}$. Auf Grund dieses relativ geringen längenbezogenen Umhüllungswiderstands von Rohrleitungen können diese eine Potentialtrichtermessung in ihrer unmittelbaren Umgebung bzw. bei metallenen Messmarkern beeinflussen.

2.4.4 Einfluss des spezifischen Bodenwiderstandes

Der spezifische Bodenwiderstand sowie dessen örtlichen und zeitlichen Veränderungen müssen bei der Auslegung einer Erdungsanlage berücksichtigt werden. Bei der Messung einer

Erdungsanlage sollte der spezifische Bodenwiderstand immer gemessen werden, um Messungen zu verschiedenen Jahreszeiten vergleichen zu können.

Der spezifische Bodenwiderstand ist von der Bodenart, der Temperatur und der Bodenfeuchtigkeit abhängig.

Aus elektrotechnischer Sicht kann der Erdboden durch einen ohmschen Ersatzwiderstand und einen parallelen Kondensator beschrieben werden [25].

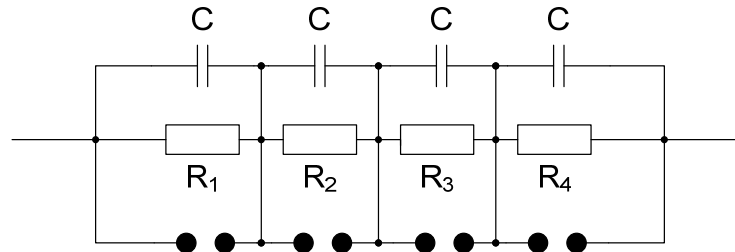


Abbildung 2-34: Ersatzschaltbild des Erdbodens aus [25]

Die Ionisation des Erdbodens wird durch die Kondensatoren nachgebildet. Laut IEEE Std 80 [25] kann der Ionisationsstrom im Erdreich bei Netzfrequenz vernachlässigt werden. Bei sehr steilen Stromflanken (z.B. Blitzstrom – hochfrequente Anteile) kann der Ionisationsstrom bei hohen spezifischen Bodenwiderständen eine Rolle spielen. Die Ionisation des Erdreiches setzt bei 2 kV/cm ein und endet mit einem Durchschlag bei circa 5 bis 10 kV/cm [8]. Da sich diese Arbeit mit niederfrequenten Vorgängen beschäftigt, wird der Erdboden als rein ohmscher Leiter angenommen.

Bei länger andauernden Strömen über die Erdungsanlage muss mit einer Austrocknung des Erdreiches im Bereich um die Erdungsleitungen gerechnet werden. Dieser Austrocknungsprozess erhöht im Bereich der Erdungsanlage den spezifischen Bodenwiderstand.

Der Ausbreitungswiderstand einer Erdungsanlage ist linear proportional zum spezifischen Bodenwiderstand (unter der Voraussetzung eines homogenen Erdreichs).

Abhängigkeit von der Temperatur:

Der spezifische Bodenwiderstand ist von der Bodentemperatur abhängig. Der Verlauf des spezifischen Bodenwiderstandes kann mit einer Sinusfunktion angenähert werden. Der spezifische Bodenwiderstand hat sein relatives Maximum im Februar und sein Minimum im August. Die jahreszeitlichen Schwankungen der Bodentemperatur sind dabei an der Erdoberfläche am größten und nehmen mit zunehmender Bodentiefe ab [38].

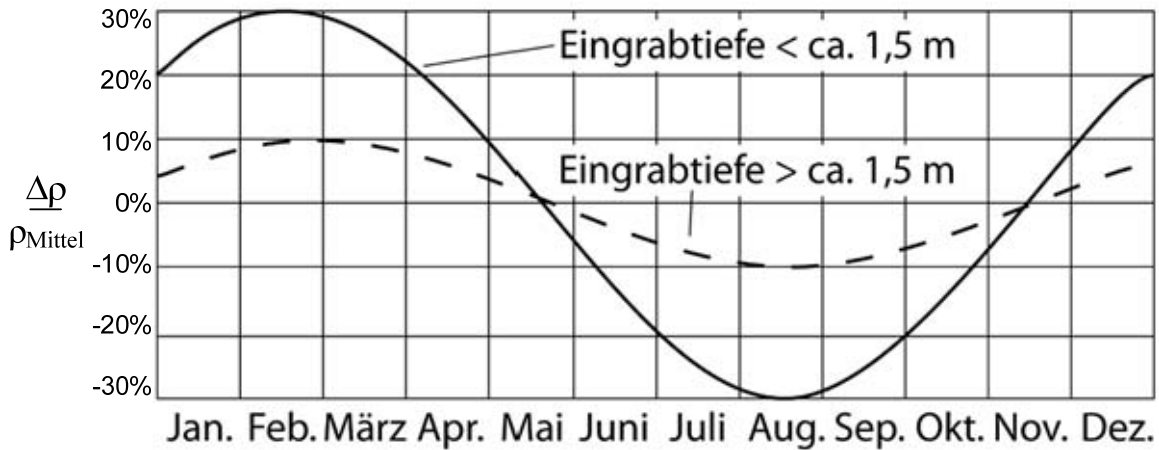


Abbildung 2-35: Verlauf des spezifischer Bodenwiderstand ρ_e für 2 Tiefenangaben in Abhängigkeit von der Jahreszeit ohne Beeinflussung durch Niederschläge aus [39] (überarbeitet)

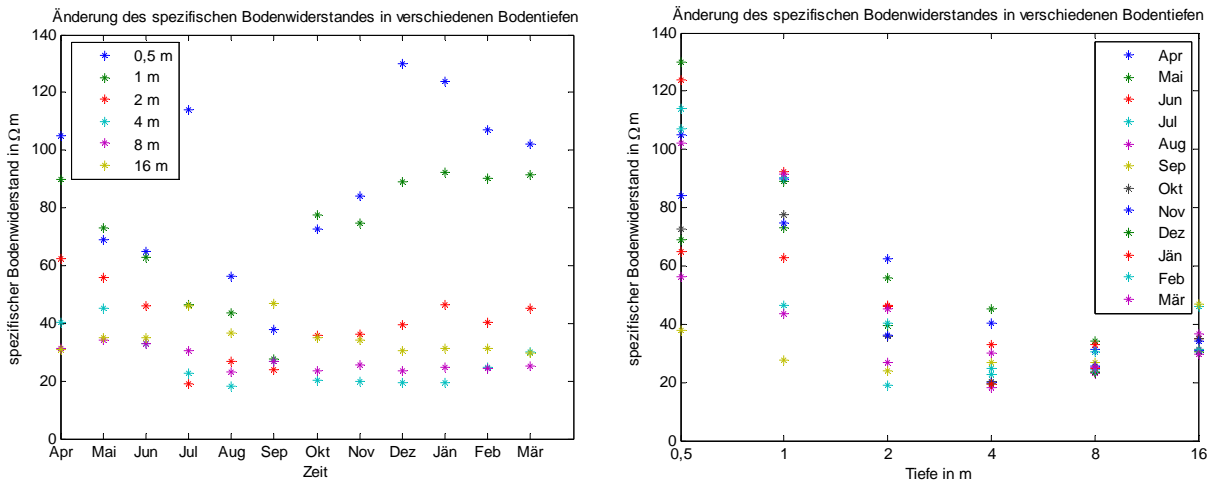


Abbildung 2-36: Spezifischer Bodenwiderstand ρ_e in Abhängigkeit von der Jahreszeit (Daten aus [37])

In Abbildung 2-36 sind Messwerte des spezifischen Bodenwiderstandes über eine Messzeit von einem Jahr dargestellt. Man kann erkennen, dass der jahreszeitliche Einfluss mit zunehmender Bodentiefe geringer wird. Auch der Einfluss der Temperatur ist in den obersten Bodenschichten am größten.

Abhängigkeit von der Bodenfeuchtigkeit:

Der spezifische Bodenwiderstand ist auch vom Feuchtigkeitsgehalt im Boden abhängig. Mit zunehmender Durchfeuchtung des Erdreiches nimmt der spezifische Bodenwiderstand ab, wobei der Einfluss der Bodenfeuchtigkeit auf den spezifischen Bodenwiderstand von der Beschaffenheit des Erdreiches abhängig ist.

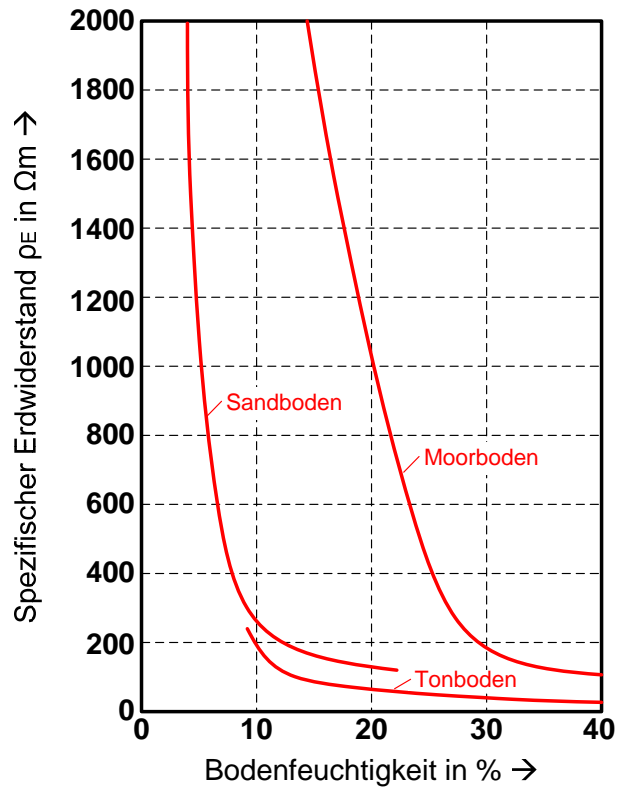


Abbildung 2-37: Einfluss der Bodenfeuchtigkeit auf den spezifischen Bodenwiderstand nach [39]

Einfluss der Bodenart

Die Bodenart sowie der Aufbau des Bodens mit unterschiedlichen Bodenschichten haben einen erheblichen Einfluss auf den spezifischen Bodenwiderstand.

| Bodenart | Schwankungsbreite des spezifischen Bodenwiderstandes in Ωm | Durchschnittlicher spezifischer Bodenwiderstand in Ωm |
|--------------------------------|--|---|
| Moorboden | 5...40 | 30 |
| Gartenboden (Lehm, Ton, Humus) | 20...200 | 100 |
| Sand | 200...2500 | k.A. |
| Sand (feucht) | k.A. | 200 |
| Sand (trocken) | k.A. | 1000 |
| Kies | 2000...3000 | k.A. |
| verwittertes Gestein | 500...1000 | k.A. |
| Granit | 2000...3000 | k.A. |
| Beton | 50...500 | k.A. |
| Nasser, organischer Boden | k.A. | 10 |
| Feuchter Boden | k.A. | 100 |
| Trockener Boden | k.A. | 1000 |
| Felsen | k.A. | 10000 |

Tabelle 2-7: Typische Werte für spezifische Bodenwiderstände aus [39] (überarbeitet)

| Material | spez. Bodenwiderstand in Ωm | |
|---------------------------|---|----------------------------|
| | Trocken | Nass |
| gebrochener Granit | 140×10^6 | 1300 |
| gemahlener Granit (0,04m) | 4000 | 1200 |
| gemahlener Granit (0,02m) | $1,5 \dots 4,5 \times 10^6$ | 5000 |
| gemahlener Granit (0,1m) | $2,6 \dots 3 \times 10^6$ | 10000 |
| Kalkstein | 7×10^6 | 2000-3000 |
| Asphalt | $2 \dots 30 \times 10^6$ | $10^4 \dots 6 \times 10^6$ |
| Beton | $10^6 \dots 10^9$ | 21...100 |

Tabelle 2-8: Durchschnittswerte des spezifischen Bodenwiderstandes für verschiedene Bodenarten [25] (überarbeitet)

Besteht das Erdreich aus mehreren Schichten mit unterschiedlichen spezifischen Bodenwiderständen ρ_E , spricht man von Mehrschichtböden [39]. Schichtungen im Erdreich können sowohl horizontal als auch vertikal vorkommen. Bei Mehrschichtböden mit horizontaler Schichtung kann ein scheinbarer spezifischer Ersatzwiderstand eines homogenen Bodens berechnet werden [8].

$$\rho_s = \frac{1}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{\rho_{si}}}$$

2.5 Anwendungsbeispiel

Das neu entwickelte Verfahren „Fouriertransformation bei Schwebungsfunktionen“ wurde bei verschiedenen Erdungs- und Beeinflussungsmessungen in der Praxis erprobt. In diesem Kapitel wird die Erprobung des neuen Messsystems anhand einer Erdungsmessung in einem Kraftwerk (mit Anbindung an das 110-kV-Netz) dargestellt. Die Messung wurde mit der Schwebungsmethode mit FFT-Auswertung und zum Vergleich mit der klassischen Schwebungsmethode durchgeführt.

2.5.1 Beschreibung der Situation

Die untersuchte Kraftwerksanlage (KW1) hat eine Grundfläche von ca. 250 x 460 m (115000 m²) – siehe Abbildung 2-38. Zusätzlich ist in unmittelbarer Nähe eine zweite Kraftwerksanlage (KW2) mit einer Grundfläche von ca. 200 x 320 m (64000 m²). Die beiden Kraftwerksanlagen sind 250 m voneinander entfernt. Durch die Verbindung der beiden Kraftwerksanlagen über mehrere Erdseile und Kabelmäntel können die beiden Anlagen aus elektrotechnischer Sicht als eine einzige Erdungsanlage angesehen werden. Die beiden Kraftwerksanlagen sind über mehrere 110-kV-Freileitungen und eine 380-kV-Freileitung an das Übertragungsnetz angeschlossen. Es sind auch mehrere Mittelspannungsfreileitungen (20 kV) in der Kraftwerksanlage eingebunden. Da diese jedoch ohne Erdseile ausgeführt sind, können sie für die Untersuchung der Erdungsanlage vernachlässigt werden.

Für die eingebundenen Erdseile auf der 380/110-kV-Ebene wurden aus früheren Untersuchungen folgende Daten für die Berechnung der Erdungsanlage verwendet:

| Spg.ebene | Material | Erdseilreduktionsfaktor | Erdseil-Mast-Kettenleiterimpedanz Z_{∞} |
|-------------------------|---------------|-------------------------|--|
| 110kV 110kV 110kV | AlMgSi/Stalum | 0,85 | 1Ω 45° |
| 380kV | AlMgSi/Stalum | 0,63 | 1Ω 45° |

Tabelle 2-9: Relevante Kenndaten der eingebundenen Erdseile für die Untersuchung der Erdungsanlage

Als Gegenerde wurde die Erdungsanlage eines Kraftwerks in ca. 7 km Entfernung (Luftlinie) gewählt. Als Leitung zur Gegenerde wurde eine einsystemige 20-kV-Freileitung ohne Erdseil verwendet. Auf Grund der geographischen Lage und der vielen infrastrukturellen Bauten (Freileitungen, Straßen, Bahntrasse, Rohrleitungen) in der unmittelbaren Umgebung der Kraftwerksanlage konnten keine idealen Messtrassen mit geringen elektromagnetischen Beeinflussungen des Messkreises gefunden werden.

2.5.2 Berechnung der Erdungsanlage

Die Berechnung der Erdungsanlage erfolgt mit Näherungsformeln und mit dem in Kapitel 3.3 beschriebenen Berechnungsprogramm. Für die Nachbildung der Situation während der Messung werden auch die Beeinflussungen durch den Potentialtrichter der Gegenerde bei der Messung berechnet.

Näherungsformel:

Der Ausbreitungswiderstand eines Maschenerders mit der Fläche A kann mit folgender numerischen Formel angenähert werden [39]:

$$R_A = \frac{\rho}{2D}$$

Mit

$$D = 1,13\sqrt{A}$$

Damit ergibt sich für die Erdungsanlage unter der Annahme eines spezifischen Bodenwiderstandes des homogenen Erdreiches von $150 \Omega m$ (siehe Kapitel „Spezifischer Bodenwiderstand“ in 2.5.3) ein Ausbreitungswiderstand von:

$$R_A = \frac{150\Omega m}{2 \cdot 1,13 \cdot \sqrt{250m \cdot 460m + 200m \cdot 320m}} = 0,157\Omega$$

Simulationsprogramm:

Die Erdungsanlage wurde im Berechnungsprogramm als Maschenerde nachgebildet. Für die Tiefe der Erdungsanlage wurde eine gleichmäßige Tiefe von 0,7 m angenommen. Für den spezifischen Bodenwiderstand werden die gleichen Werte verwendet wie bei der Berechnung mittels Näherungsformel.

Ohne Gegenerde:

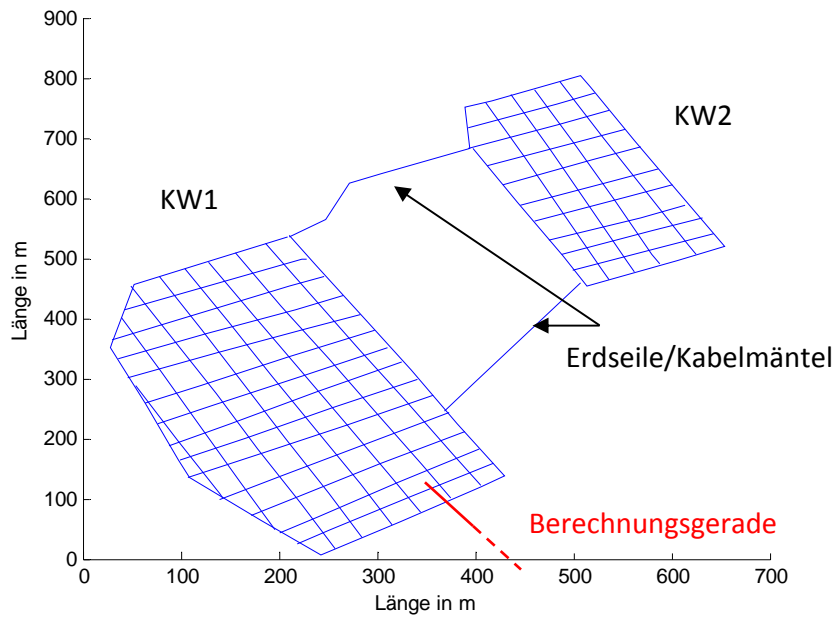


Abbildung 2-38: Nachbildung der Erdungsanlage im Berechnungsprogramm (ohne Berücksichtigung der Gegenerde)

Das Ergebnis der numerischen Simulation mit dem in dieser Arbeit beschriebenen Berechnungsprogramm (siehe Kapitel 3.3) für den Ausbreitungswiderstand der Erdungsanlage ist:

$$R_A = 0,143\Omega$$

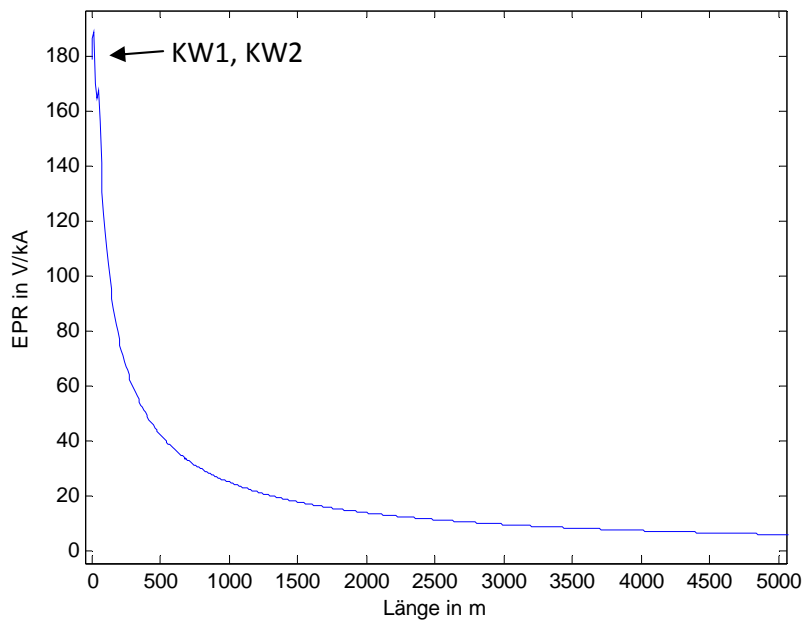


Abbildung 2-39: Berechneter Potentialverlauf (EPR) an der Erdoberfläche

In Abbildung 2-39 ist der berechnete Spannungstrichter der Erdungsanlage dargestellt. Man kann erkennen, dass in 5 km Entfernung zur Erdungsanlage das Potential auf ca. 3 % abgefallen ist.

In dieser Simulation ist nur die Erdungsanlage selbst berücksichtigt. Mit der Erdungsanlage verbundene Einbauten mit Erderwirkung wie Freileitungen oder Kabel mit erdfühligem Mantelschirm sind noch nicht berücksichtigt (siehe unten).

Mit Gegenerde:

Im Folgenden ist die Simulation mit Gegenerde durchgeführt worden, um deren Einfluss während der Messung nachzubilden.

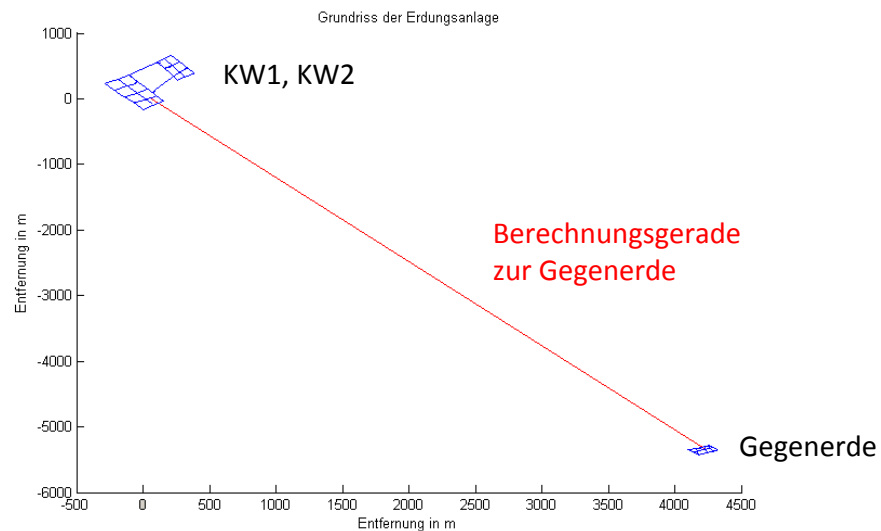


Abbildung 2-40: Nachbildung der Erdungsanlage im Berechnungsprogramm (mit Gegenerde)

In Abbildung 2-41 ist der Potentialverlauf an der Erdoberfläche in Richtung Gegenerde dargestellt. Im Gegensatz zur Abbildung 2-39, in welcher der Potentialverlauf ohne Einfluss der Gegenerde dargestellt ist, kann man hier erkennen, dass der Potentialtrichter bei der Messung (siehe Abbildung 2-41) steiler ist und das Bezugspotential von 0 V bei ca. 3,5 km erreicht wird. Die Messtrassen in Richtung der Gegenerde hatten situationsbedingt eine Länge von nur ca. 2,4 km und 2,8 km. In dieser Entfernung ist laut Simulation (siehe Abbildung 2-41) mit einem relativen Fehler, verursacht durch das Strömungsfeld im Erdreich, von ca. 3 % zu rechnen.

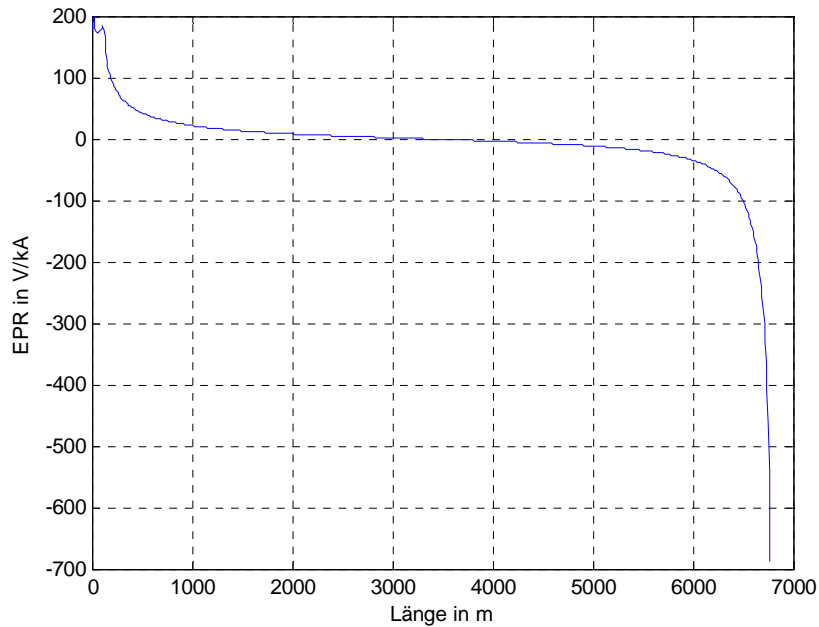


Abbildung 2-41: Darstellung des berechneten Potentialverlaufs an der Oberfläche in Richtung Gegenerde mit Berücksichtigung der Gegenerde

Berücksichtigung der angeschlossenen Erdseile:

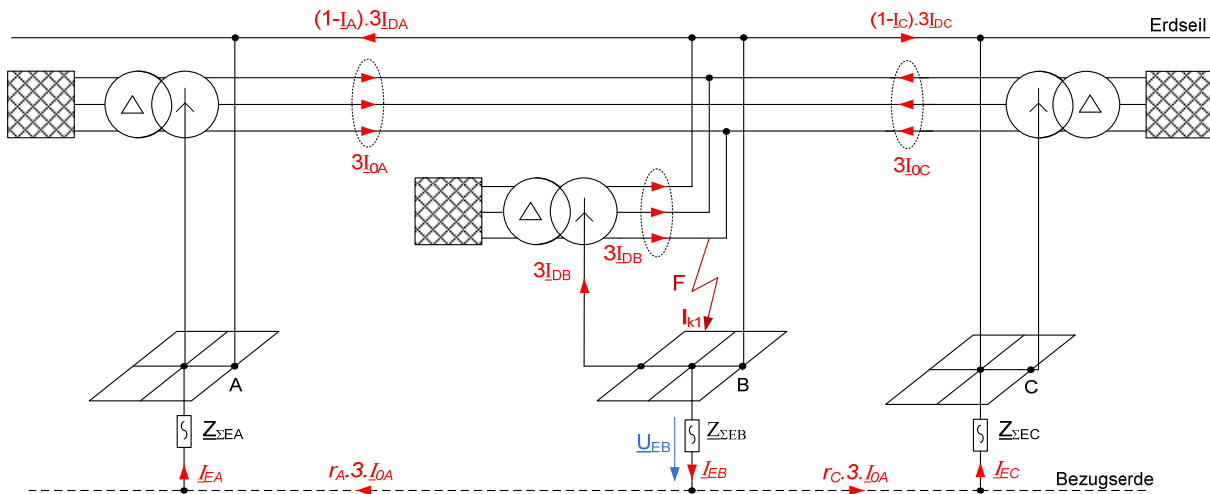


Abbildung 2-42: Ersatzschaltung für einen Erdfehler in einer Station [33] (überarbeitet)

In Abbildung 2-42 ist die Ersatzschaltung für einen einpoligen Fehler in einer Station dargestellt. Nur der Anteil des Fehlerstromes I''_{K1} an der Fehlerstelle, der über die Erdungsanlage an das Erdreich abgegeben wird, führt zu einer Potentialanhebung des Erdreiches. Die gesamte Erdungsimpedanz an der Fehlerstelle kann durch die Parallelschaltung des Erdausbreitungswiderstandes der Station und der Kettenleiterimpedanzen Mast-Erdseil-Erde der angeschlossenen Freileitungen bestimmt werden [33], [12].

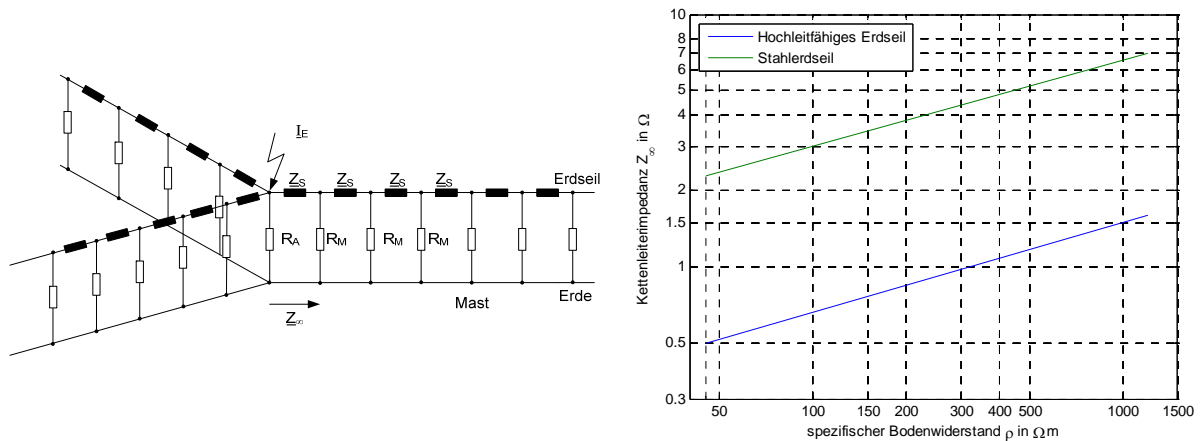


Abbildung 2-43: Parallelschaltung von Erdausbreitungswiderstand und Kettenleiterimpedanzen; Richtwerte für Kettenleiterimpedanzen Mast-Erdseil-Mast Z_{∞} [12] (überarbeitet)

$$\underline{Z}_E = \frac{1}{\frac{1}{R_A} + \sum \frac{1}{Z_{\infty}}}$$

Für die Kettenleiterimpedanz Mast-Erdseil-Erde waren keine Messdaten bekannt. Eine Abschätzung für hochleitfähige Erdseile und Stahlseile ist in Abbildung 2-43 dargestellt.

Damit ergibt sich für die Gesamtimpedanz der Erdungsanlage bei der Berücksichtigung von sieben Erdseilen zu:

$$|\underline{Z}_E| = \left| \frac{1}{\frac{1}{0,143} + \frac{7}{1 \cdot e^{j45^\circ}}} \right| = 77 \text{ m}\Omega$$

2.5.3 Messungen

Alle Erdungsmessungen wurden mit Hilfe der Strom-Spannungsmethode durchgeführt. Die Erdungsmessung mit Auswertung nach der Schwebungsmethode und mit Auswertung nach der Schwebungsmethode mit DFT wurden vom Autor dieser Arbeit ausgeführt; die anderen beschriebenen Messungen sind daher nur kurz erwähnt und sollen Vergleichswerte für die Verifikation der neuen, in dieser Arbeit beschriebenen Messmethode und der Simulation liefern.

Historische Messungen der Erdungsimpedanz:

Die Erdungsimpedanz der Erdungsanlage wurde 1968 mit Hilfe der Strom-Spannungsmethode gemessen. Zu diesem Zeitpunkt hatte die Erdungsanlage ähnliche geometrische Dimensionen. Bei dieser Messung wurde eine Erdungsimpedanz von $0,064 \Omega$ gemessen.

Spezifischer Bodenwiderstand:

In der Umgebung der Kraftwerksanlage wurde an verschiedenen Stellen der spezifische Bodenwiderstand mit Hilfe der Wenner-Methode bestimmt.

| Sondenabstand in m | Spezifischer Bodenwiderstand in Ωm |
|--------------------|--|
| 1 | 138 bis 231 |
| 2 | 206 |

Tabelle 2-10: Spezifischer Bodenwiderstand der oberen Bodenschichten in der Umgebung der Erdungsanlage

Der spezifische Bodenwiderstand stellt einen wichtigen Parameter für die Nachbildung und Berechnung der Erdungsanlage dar und wurde in Kapitel 2.5.2 für die Simulationen verwendet.

Erdungsmessung mit Erdungsmessgerät CA6472:

Das Erdungsmessgerät CA 6472 von Chauvin-Arnoux arbeitet frequenzselektiv [40]. Bei der Messung dieser Erdungsanlage wurde eine Messfrequenz von 128 Hz gewählt. Bei dieser Messung wurde eine Erdungsimpedanz von $0,054 \Omega$ gemessen.

Erdungsmessung mit Stromaggregat und FFT Analysator:

Mit Hilfe eines Stromaggregats wurde ein Strom (7,8 A und 37,3 A) mit einer Messfrequenz von 45 Hz eingespeist. In beiden Fällen wurde eine Erdungsimpedanz von $0,048 \Omega$ gemessen.

Erdungsmessung mit Schwebungsmethode:

Bei der Messung mittels Schwebungsmethode wurde mit einem Stromaggregat ein Strom von 63 A mit einer Messfrequenz von 51,5 Hz eingespeist. Die Gegenerde war ca. 6,8 km Luftlinie vom Einspeisepunkt entfernt und wurde über eine 20-kV-Freileitung ohne Erdseil mit dem Stromaggregat verbunden. Es wurden zwei Messtrassen untersucht, wobei die eine Messtrasse (Messtrasse 1) in Richtung Gegenerde verläuft und die andere Messtrasse ca. einen Winkel von 30° zur Gegenerde aufweist (Messtrasse 2). Beide Messtrassen verlaufen teilweise parallel zu einer Bahntrasse. Auf Grund der Nähe zur Bahntrasse kam es während der Messung des Potentialrichters durch den Bahnbetrieb teilweise zu hohen, stark schwankenden induktiven Einkopplungen im Messkreis.

Die unbelasteten Messwerte wurden hochohmig gemessen, die belasteten Messwerte wurden mit einem Parallelwiderstand von $1\text{k}\Omega$ gemessen.

Messtrasse 1:

Die Messtrasse 1 verläuft ab einer Entfernung von ca. 1500 m in unmittelbarer Nähe einer Bahntrasse (Abstand kleiner 50 m).

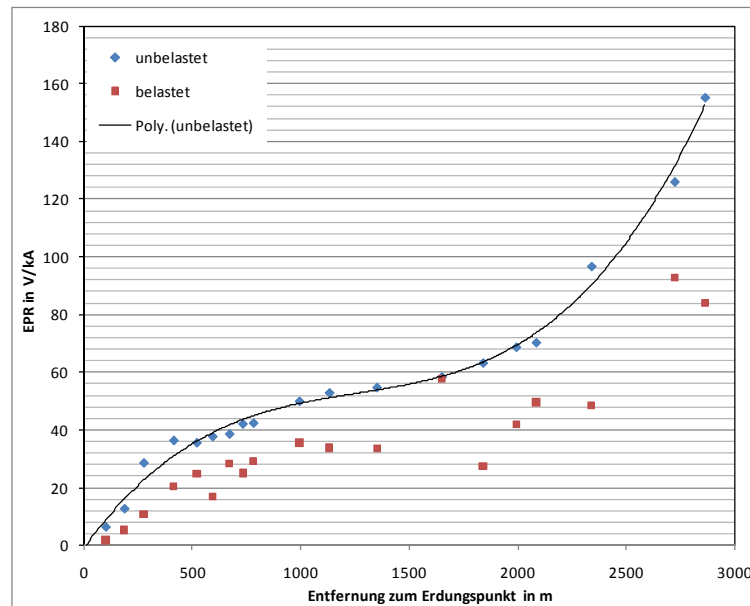


Abbildung 2-44: Potentialverlauf entlang der Messtrasse 1 bezogen auf 1 kA an der Erdoberfläche

In Abbildung 2-44 kann man den Einfluss der Bahntrasse deutlich erkennen (vgl. Abbildung 2-46). Zusätzlich zur Beeinflussung durch die Bahntrasse näherte sich die Messtrasse 1 einer Ortschaft, deren Niederspannungsnetz mit dem Erdungssystem der Gegenerde verbunden ist. Dadurch steigt das Potential ab einer Entfernung von ca. 2,3 km stärker an als in der Simulation, in der das Erdungssystem des Niederspannungsnetzes nicht berücksichtigt wurde (vergleiche Abbildung 2-41).

Die Messwerte von Messtrasse 1 sind bei 2400 m Entfernung ca. doppelt so groß wie bei Messtrasse 2. Für die Messtrasse 1 kann auf Grund der hohen induktiven Einkopplungen keine Erdungsimpedanz ermittelt werden. Würde man eine Abschätzung im Wendepunkt des Potentialverlaufes machen, könnte man eine Erdungsimpedanz von ca. 58 mΩ abschätzen.

$$|Z_E| = \frac{U_E}{r \cdot I_E} = \frac{58V}{1 \cdot 1kA} = 58m\Omega$$

Messtrasse 2:

Für die Messung entlang der Messtrasse 2 wurde auf Grund der örtlichen Gegebenheiten eine Steuerleitung verwendet. Daher sind bei der Messtrasse 2 erst ab einer Entfernung von 1700 m zur Erdungsanlage Messwerte vorhanden.

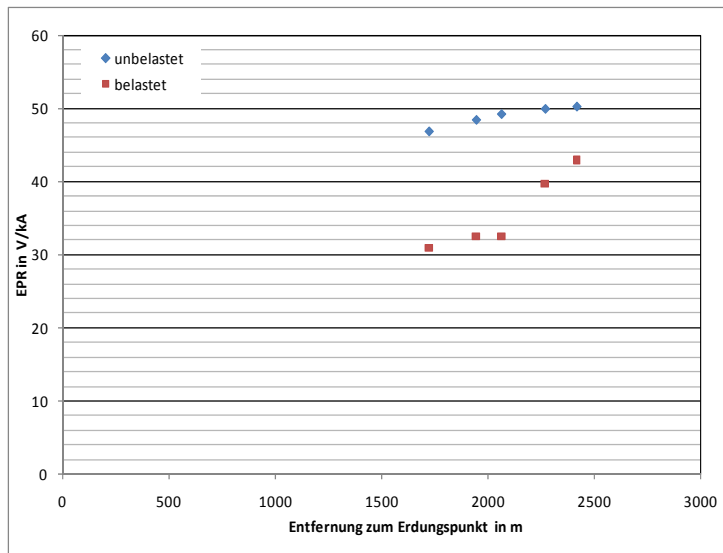


Abbildung 2-45: Potentialverlauf entlang der Messtrasse 2 bezogen auf 1 kA an der Erdoberfläche

Am Ende der Messtrasse 2 wurde eine Erdungsimpedanz von $50 \text{ m}\Omega$ gemessen. Dieser Wert passt sehr gut mit den vorher beschriebenen Messwerten überein (Messung mit FFT Analysator, Messung mit CA 6472). Diese beiden Messungen wurden ebenfalls entlang der Messtrasse 2 durchgeführt.

Berührungs- und Schrittspannungen

Zusätzlich zur Messung der Erdungsimpedanz wurden bei der Erdungsmessungen Berührungs- und Schrittspannungen an ausgewählten Punkten innerhalb der Kraftwerksanlage gemessen. Alle Messwerte wurden hochohmig (unbelastet) und mit einem Widerstand von $1 \text{ k}\Omega$ (belastet) gemessen, um die Impedanz eines Menschen zu berücksichtigen.

| Nr. | Messort | Sondenabstand in m | U_{VT} (unbelastet) in V/kA | U_T (belastet) in V/kA | U_{VSS} (unbelastet) in V/kA | U_{SS} (belastet) in V/kA |
|-----|-------------------------|--------------------|-------------------------------|--------------------------|--------------------------------|-----------------------------|
| 1 | MS-Mast | 1 | 11,1 | 4,8 | | |
| 2 | Pipeline | 1 | 7,1 | 4,8 | | |
| 3 | Leitschiene | 1 | 0,5 | 0,1 | | |
| 4 | NS-Mast | 1 | 1,6 | 1,4 | | |
| 5 | Straßenbeleuchtung | 1 | 3,2 | 2,4 | | |
| 6 | KW-Tor | 1 | 11,9 | 11,9 | | |
| 7 | Nähe Hydrant | 1 | | | 12,5 | 12,5 |
| 8 | Nähe Pipeline | 1 | | | 7,5 | 5,0 |
| 9 | Nähe Straßenbeleuchtung | 1 | | | 8,3 | 7,5 |

Tabelle 2-11: Berührungs- (U_T) und Schrittspannungen (U_{SS}) an ausgewählten Punkten bezogen auf 1kA (Stichproben)

Erdungsmessung mit Schwebungsmethode und DFT-Auswertung

Die Messung mit Hilfe der Schwebungsmethode mit DFT-Auswertung wurde zeitgleich mit der Schwebungsmethode durchgeführt. Die bei der Schwebungsmethode beschriebene Situation der Einspeisung und der Messtrasse 1 gelten analog für diese Messung. Im Gegensatz zur Schwebungsmethode sind bei dieser Erdungsmessung entlang der Messtrasse 1 weniger Messpunkte aufgenommen worden.

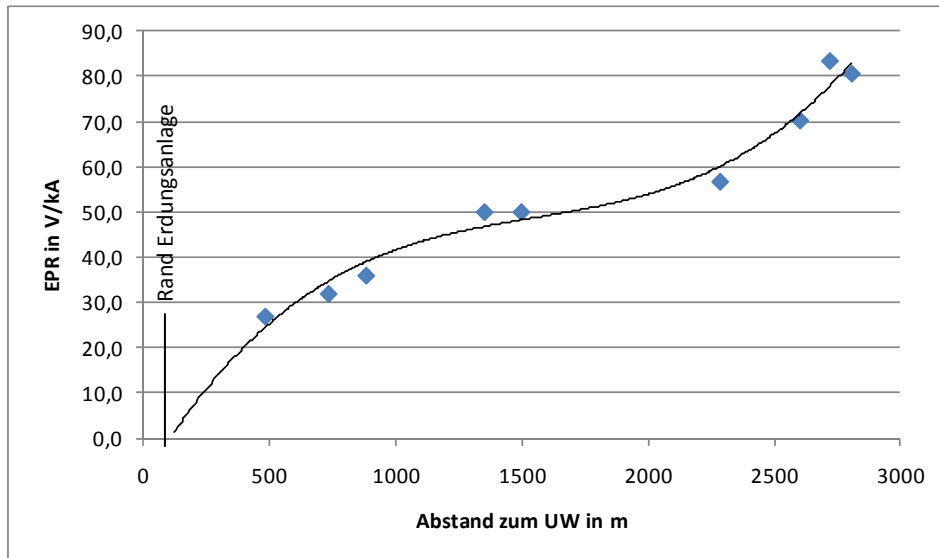


Abbildung 2-46: Potentialverlauf bezogen auf 1 kA an der Erdoberfläche entlang der Messtrasse 1;

Das in Abbildung 2-46 dargestellte Oberflächenpotential verläuft bis zu einer Entfernung von 1500 m sehr ähnlich wie bei der Messung mittels Schwebungsmethode in Abbildung 2-45. Bei Abständen größer 1500 m sind die Messwerte geringer als bei der Messung mittels Schwebungsmethode in Abbildung 2-45, da die induktive Beeinflussung durch die Bahnstrecke bei dieser Methode besser unterdrückt wird. Im Gegensatz dazu wirken sich bei der Schwebungsmethode die sehr hohen induktiven Beeinflussungen deutlich aus.

Nach dem Wendepunkt der Interpolation ist wieder der Einfluss des NS-Ortsnetzes erkennbar. Durch das Ortsnetz wird das Potential der Gegenerde in Richtung der zu messenden Erdungsanlage verschleppt.

Berechnet man wie zuvor bei der Schwebungsmethode die Erdungsimpedanz im Wendepunkt, ergeben sich auch hier ca. 50 mΩ.

2.5.4 Diskussion der Ergebnisse

| Bestimmungsmethode | Erdungsimpedanz in mΩ |
|---|-----------------------|
| Simulation mit OBEIN 2 @ $\rho=150\Omega\text{m}$ | 77 |
| Näherungsformel @ $\rho=150\Omega\text{m}$ | 81 |
| Schwebungsmethode | 58 |
| CA 6472 | 54 |
| Frequenzanalysator | 48 |
| Schwebungsmethode mit DFT-Auswertung | 50 |
| Historische Messung | 64 |

Tabelle 2-12: Zusammenfassung der Messergebnisse für die Erdungsimpedanz

Die Messergebnisse zeigen durchwegs sehr ähnliche Ergebnisse. Der größte Wert für die Erdungsimpedanz wurde bei der Messung mit Schwebungsmethode ermittelt. Dieser geringfügig höhere Wert kann mit der induktiven Beeinflussung des Messkreises durch die Bahnstrecke erklärt werden, da bei dieser Messmethode die Unterdrückung von Beeinflussungen, die von der Messfrequenz bzw. Netzfrequenz abweichende Frequenzen beinhalten, am schlechtesten ist. Die anderen Methoden, die alle frequenzselektiv arbeiten, weisen sehr einheitliche Ergebnisse auf. Die historische Messung kann nicht direkt mit den anderen Messwerten verglichen werden, da zu dem Zeitpunkt der Messung die Erdungsanlage kleiner war und vor allem die Anzahl der eingebundenen Freileitungen geringer war.

Die Berechnungsergebnisse (Näherungsberechnung und Simulation in OBEIN 2) ergeben höhere Werte für die Erdungsimpedanz der Anlage. Ein Grund für die höheren Werte der Berechnungen könnte in den Annahmen des spezifischen Bodenwiderstandes ($\rho = 150 \Omega\text{m}$) und der Kettenleiterimpedanzen Erdseil-Mast-Erde der Freileitungen liegen. Bei den Messungen des spezifischen Bodenwiderstandes wurden nur die obersten Bodenschichten gemessen. Da bei großen Erdungsanlagen auch der spezifische Bodenwiderstand in größeren Tiefen einen erheblichen Einfluss auf das Ergebnis hat, muss der spezifische Bodenwiderstand für das homogene Erdreich in der Berechnung niedriger gewählt werden. Da für die Kettenleiterimpedanzen der Freileitungen keine Daten vorhanden waren, wurden in der Literatur angegebene Richtwerte verwendet [12]. Für die Kettenleiterimpedanzen wurden Durchschnittswerte bei einem spezifischen Bodenwiderstand von $150 \Omega\text{m}$ angenommen.

3 Ohmsche Beeinflussung

3.1 Theoretische Grundlagen

Für die Berechnung von Erdungsanlagen und ohmschen Kopplungen im Erdreich muss das elektrische Strömungsfeld im Erdreich berechnet werden. Das stationäre elektrische Feld und damit über das ohmsche Gesetz das stationäre elektrische Strömungsfeld können mit folgenden Differentialgleichung beschrieben werden:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{E} &= \vec{0} \\ \operatorname{div} \vec{E} &= \vec{0} \text{ (im ladungsfreien Raum)} \\ \operatorname{div} \vec{E} &= \frac{\rho}{\varepsilon} \text{ (\rho ... Ladungsdichte)} \end{aligned}$$

mit der Näherung:

$$-\frac{\partial B}{\partial t} \approx 0$$

mit der Materialgleichung:

$$\vec{S} = \kappa \vec{E}$$

Die obigen Gleichungen gelten nur exakt für stationäre Fälle. Für Berechnungen bei Betriebsfrequenz des elektrischen Netzes sind diese Vereinfachungen allerdings näherungsweise zulässig. Da die oben beschriebenen Gleichungen ein konservatives Feld beschreiben, kann eine skalare Potentialfunktion definiert werden.

Für das elektrische Feld kann dann folgende Potentialfunktion bestimmt werden.

$$\vec{E} = -\operatorname{grad} \varphi$$

Setzt man die obigen Gleichungen in die Potentialfunktion ein, ergibt sich:

$$\Delta \varphi = \frac{\rho}{\varepsilon}$$

Für den ladungsfreien Raum:

$$\Delta \varphi = 0$$

Die Potentialfunktion kann in diesem Fall als Poisson Gleichung beschrieben werden. Im speziellen Fall des ladungsfreien Raumes vereinfacht sich die Poisson Gleichung zur Laplace Gleichung.

Alle Methoden, die im Kapitel 3.2 angeführt werden, lösen die obigen Differentialgleichungen.

Berechnung des Halbkugelerders

An Hand des Halbkugelerders wird allgemein die Berechnung einer Erdungsanlage beschrieben [36].

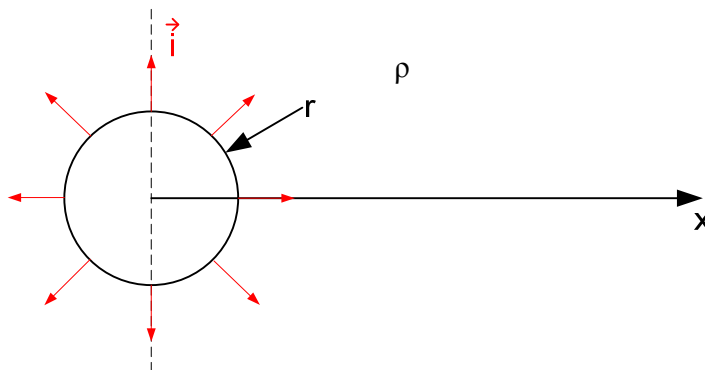


Abbildung 3-1: Modell eines Kugelerders im leitenden Vollraum

Als Ausgangsbasis für das Modell wird von einer Kugel im leitfähigen unendlich großen Vollraum ausgegangen. Die Kugel ist die mathematisch einfachste Form eines Erders. Nimmt man für die Kugel eine Potentialdifferenz U gegenüber einem unendlich weit entfernten Punkt an, kann das Potential der Kugel und damit der Ausbreitungswiderstand des Kugelerders einfach berechnet werden. Nimmt man für das Bezugspotential eine sehr weit entfernte kugelförmige Hülle an, wird sich der in den Kugelerder eingespeiste Strom ($2 \cdot I$) gleichmäßig in alle Richtungen über die Erdoberfläche ins Erdreich ausbreiten. Da der spezifische Widerstand von leitfähigen Metallen im Vergleich zum Erdreich sehr gering ist, wird dieser in den folgenden Berechnungen vernachlässigt.

Es kann nun für eine dünne (dx) kugelförmige Schicht (Fläche $A=4\pi x^2$) im Erdreich im Abstand x vom Mittelpunkt des Kugelerders die Potentialdifferenz in dieser Schicht berechnet werden:

$$d\varphi = 2I \frac{\rho dx}{4\pi x^2}$$

Die obige Formel ist unabhängig vom Radius der Kugel für $x \geq r > 0$ gültig. Für dieses Potentialproblem kann durch Integration der Potentialdifferenzen vom Bezugspotential aus zur Oberfläche des Erders das Potential des Erders gegenüber dem Bezugspotential und damit in weiterer Folge der Ausbreitungswiderstand des Erders berechnet werden.

$$\varphi = 2I \frac{\rho}{4\pi} \int_{\infty}^r \frac{1}{x^2} dx = 2I \frac{\rho}{4\pi} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{\infty} \right) = 2I \frac{\rho}{4\pi r}$$

Bei vernachlässigtem Widerstand des Kugelerders gilt sein Oberflächenpotential überall im Inneren des Kugelerders. Der Ausbreitungswiderstand des Kugelerders mit Radius r und Durchmesser D im Vollraum berechnet sich demnach zu:

$$R = \frac{\varphi}{2I} = \frac{2I\rho}{4\pi r 2I} = \frac{\rho}{2\pi D}$$

Da in diesem Fall das Strömungsfeld im Erdreich radial und homogen ist, kann man die Anordnung des Kugelerders in zwei gleiche Hälften teilen. Daraus ergibt sich die Anordnung eines Halbkugelerders im leitenden Halbraum:

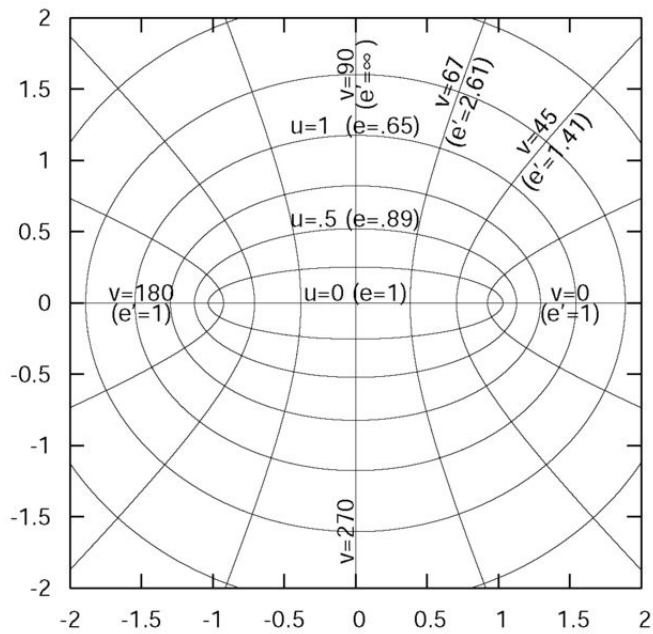
$$R = \frac{\varphi}{I} = \frac{2I\rho}{4\pi r I} = \frac{\rho}{\pi D}$$

Für reale Erdungsanordnungen können nur näherungsweise analytische Formeln gefunden werden. In diesen Fällen müssen die Erder durch einfache geometrische Körper angenähert werden oder die Feldgleichungen direkt (außer für sehr einfache Anordnungen ausschließlich numerisch) gelöst werden.

3.2 Berechnung der ohmschen Beeinflussung mit Hilfe der Methode der Potentialkoeffizienten

Potential einer elliptischen Elektrode im homogenen Erdreich

Die Oberfläche der Linienelektrode geht gegen 0, was bei der Berechnung des Potentials an ihrer Oberfläche zu Problemen führt. Für die Berechnung von langgestreckten Erdern werden diese als Ellipsoide nachgebildet. Das hat den Vorteil, dass die Oberfläche des Erders mathematisch leicht beschreibbar ist und keine Unstetigkeit in der Geometrie (Ecken, Kanten) auftritt. Die Oberfläche eines in der Praxis verwendeten Erders (Bandeisen, Runddraht) wird auf ein Ellipsoid mit gleicher Oberfläche umgerechnet. Beim Kugelerder kann gezeigt werden, dass sich der Strom gleichmäßig nach allen Seiten in den umgebenden Raum ausbreitet. Die Äquipotentialflächen haben in diesem Fall die Form von konzentrischen Kugelschalen, deren Ursprung dem des Kugelerders entspricht. Bei einem elliptischen Erder gelten im Prinzip die gleichen Randbedingungen. Der Strom breitet sich gleichmäßig im umgebenden Raum um den Erder aus. Die Äquipotentialflächen des Strömungsfeldes haben die Form von konfokalen Ellipsoiden. Mit Hilfe eines konfokalen Koordinatensystems (elliptisches Koordinatensystem) lässt sich das Strömungsfeld und die Äquipotentialflächen einfach beschreiben. Das Strömungsfeld im homogenen Erdreich kann durch Hyperbeln beschrieben werden, wobei der Abstand der Hyperbeln ein Maß für die Höhe des Strömungsfeldes (Stromdichte \vec{j}) ist. Die Hyperbeln schneiden die elliptischen Äquipotentiallinien dabei im rechten Winkel.



Legende:
u, v... elliptische Koordinaten
e...Exzentrizität

Abbildung 3-2: Elliptisches Koordinatensystem (Zweidimensionale Darstellung) [41]

In Abbildung 3-3 ist die Nachbildung eines Staberders als Rotationsellipsoid dargestellt. Die Halbachsen des Ellipsoids können durch den Radius und die Länge des Staberders (Runddraht) nachgebildet werden. Bei Staberdern in der Praxis ist deren Länge l sehr viel größer als der Radius r . Daher können die Halbachsen des Ellipsoids (a , b , c) mit guter Genauigkeit mit $c = b \approx r$ und $a \approx \frac{l}{2}$ angenähert werden. Die lineare Exzentrizität ergibt sich zu:

$$e = \sqrt{a^2 - b^2} \approx \frac{l}{2}$$

Und die numerische Exzentrizität zu:

$$\varepsilon = \frac{e}{a} = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$$

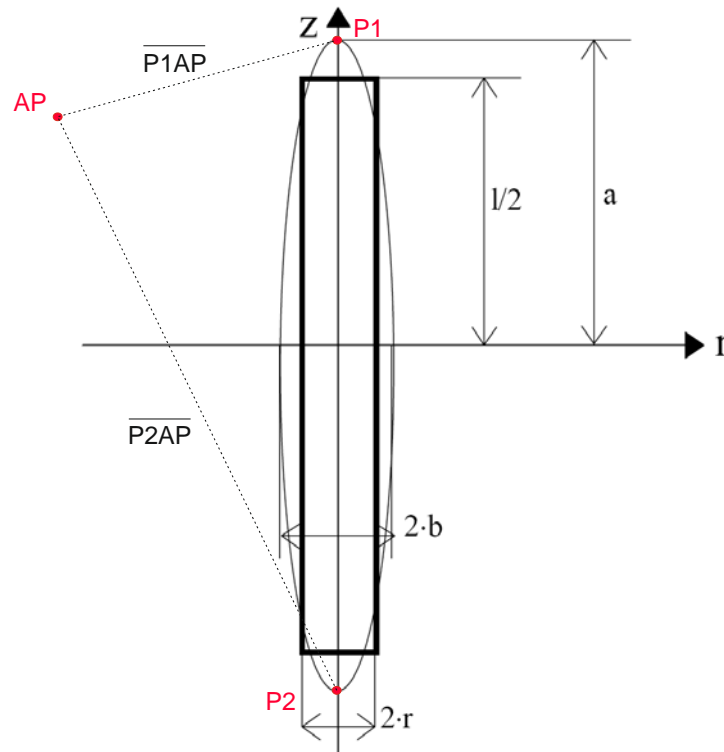


Abbildung 3-3: Geometrische Nachbildung eines Staberders als Ellipsoid [42]

Für das Modell des Erders kann das Potential, das durch den Strom in diesem Erder verursacht wird, in jedem Punkt im umgebenden Erdreich bestimmt werden.

Das Eigenpotential des Erders erhält man durch die Berechnung des Potentials an seiner Oberfläche. Aus dem Eigenpotential des Erders kann dessen Einzelausbreitungswiderstand bestimmt werden.

Für das Fremdpotential (ohmsche Kopplung zweier Erder über das Erdreich) wird das Potential, das durch den beeinflussenden Erder verursacht wird, im Mittelpunkt AP des beeinflussten Erders bestimmt. Die Punkte P1, P2 und AP spannen ein Dreieck auf, wobei der Punkt AP Teil eines Rotationsellipsoids ist, das dieselben Brennpunkte, aber eine andere lineare Exzentrizität besitzt als das Ellipsoid, das die Erdoberfläche nachbildet.

Damit ergibt sich das Potential im Punkt AP zu:

$$\varphi(AP) = \frac{I\rho}{4\pi l} \cdot \ln \left| \frac{\overline{P1AP} + \overline{P2AP} + \overline{P1P2}}{\overline{P1AP} + \overline{P2AP} - \overline{P1P2}} \right|$$

Setzt man für die Abstände in der obigen Gleichung wie beschrieben die geometrischen Werte des Staberders ein, erhält man das Eigenpotential an dessen Oberfläche. Nach Umformungen ergibt sich im zylindrischen Koordinatensystem:

$$\varphi(r, z) = \frac{I\rho}{4\pi l} \cdot \ln \left| \frac{z + e + \sqrt{r^2 + (z + e)^2}}{z - e + \sqrt{r^2 + (z - e)^2}} \right|$$

Mit Hilfe dieser Potentialgleichungen können die Potentialkoeffizienten und damit die ohmsche Kopplung im Erdreich und der Ausbreitungswiderstand der Erdungsanlage berechnet werden.

3.2.1 Nachbildung von Mehrschichtböden

Ein inhomogener Bodenaufbau kann bei der Berechnungsmethode der Potentialkoeffizienten berücksichtigt werden. Dabei wird ein horizontal geschichteter Boden mit Hilfe des Spiegelungsprinzips in eine Ersatzanordnungen umgewandelt. Es entsteht bei Mehrschichtböden eine Ersatzanordnung, die im Gegensatz zum homogenen leitenden Halbraum aus unendlich vielen Spiegelungen der realen Anordnung besteht.

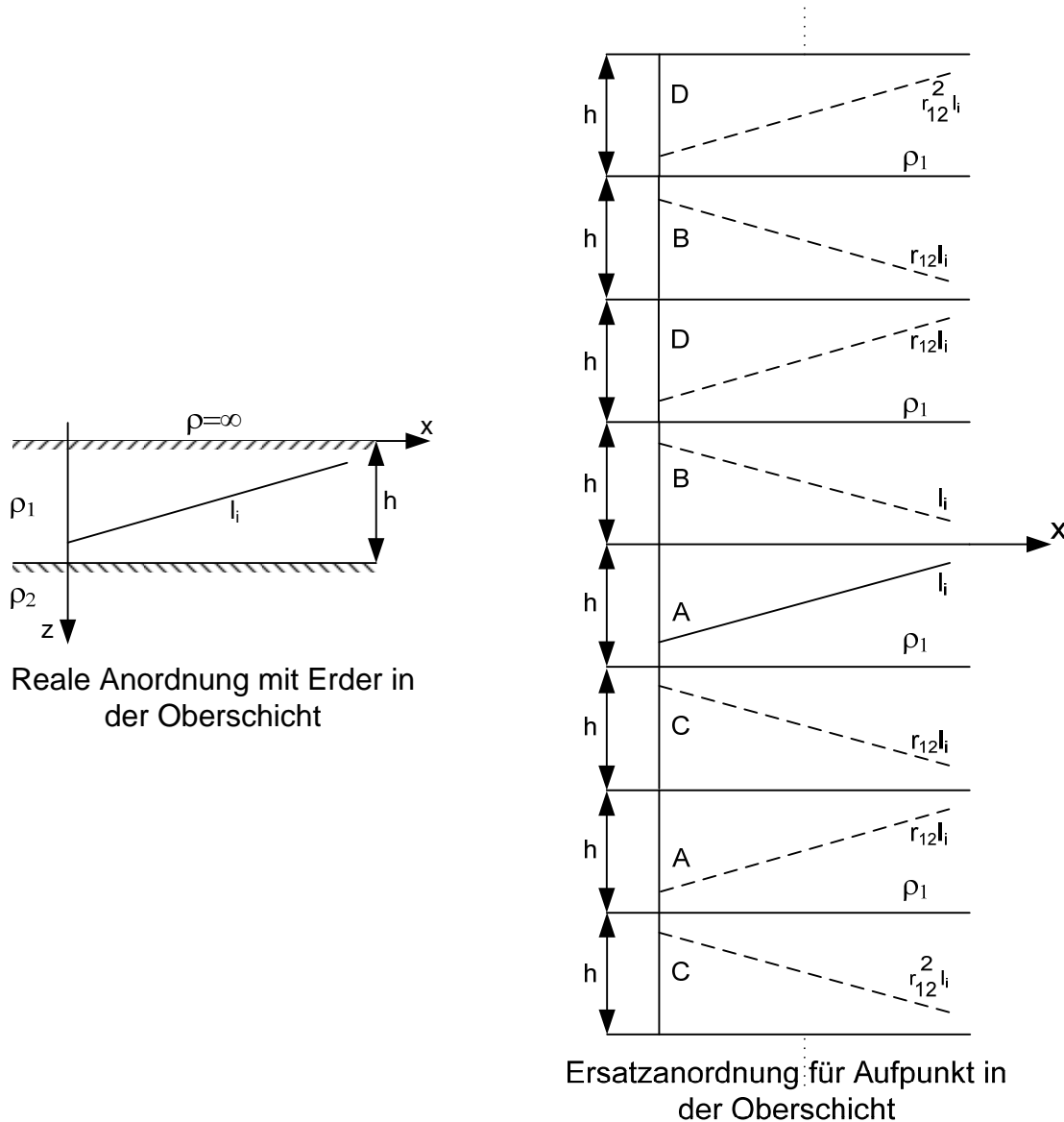


Abbildung 3-4: Reale Anordnung und Ersatzanordnung für die Berechnung eines Zweischichtbodens [7]

Zwischen den einzelnen Schichten des Bodens wird ein Refraktionsfaktor bestimmt, der das Verhältnis des spezifischen Bodenwiderstandes in den Schichten beschreibt.

$$r_{12} = \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1 + \rho_2}$$

Für den Fall eines Zweischichtbodens können vier Berechnungsfälle für Linienladungen in beliebiger Lage im Raum unterschieden werden [43], [5]. Mit Hilfe der unten angeführten Formeln kann der Potentialkoeffizient V_{ip} berechnet werden:

Erder in der Oberschicht – Aufpunkt in der Oberschicht:

$$V_{iP} = \frac{I_i \rho_1}{4\pi l_i} \cdot \left(A_{iP}(0) + B_{iP}(0) + \sum_{s=1}^{\infty} r_{12}^s \cdot (A_{iP}(s) + B_{iP}(s) + C_{iP}(s) + D_{iP}(s)) \right)$$

Erder in der Oberschicht – Aufpunkt in der Unterschicht:

$$V_{iP} = \frac{I_i \rho_2}{4\pi l_i} (1 - r_{12}) \cdot \sum_{s=0}^{\infty} r_{12}^s \cdot (B_{iP}(s) + D_{iP}(s))$$

Erder in der Unterschicht – Aufpunkt in der Oberschicht:

$$V_{iP} = \frac{I_i \rho_1}{4\pi l_i} (1 + r_{12}) \cdot \sum_{s=0}^{\infty} r_{12}^s \cdot (A_{iP}(s) + B_{iP}(s))$$

Erder in der Unterschicht – Aufpunkt in der Unterschicht:

$$V_{iP} = \frac{I_i \rho_2}{4\pi l_i} \cdot \left(A_{iP}(0) - r_{12} C_{iP}(1) + (1 - r_{12}^2) \cdot \sum_{s=0}^{\infty} r_{12}^s \cdot B_{iP}(s) \right)$$

Die Koeffizienten A, B, C und D in den obigen Formeln beschreiben die geometrische Lage der Ersatzanordnungen des einzelnen Erders - wie in Abbildung 3-4 dargestellt. Sie haben mathematisch dieselbe Form wie der logarithmische Teil der Formel auf Seite 77. Der Index iP beschreibt dabei das Potential das vom Erder i im gesuchten Punkt P verursacht wird.

Genauigkeit und Fehlerabschätzung

Für die praktische Berechnung der Potentialkoeffizienten muss die unendliche Reihe abgebrochen werden. Es ist daher sinnvoll, für die Berechnung eine Mindestgenauigkeit vorzugeben, nach deren Erreichen die Berechnung abgebrochen wird. Eine detaillierte Herleitung der Fehlerabschätzung ist in der Diplomarbeit von Kukovic zu finden [43].

Die unendlichen Reihen in den Formeln der Potentialkoeffizienten haben die gleiche allgemeine Form, wobei $F(s)$ monoton fallend ist.

$$S_R = \sum_{s=0}^{\infty} k_{12}^s \cdot F(s) = \sum_{s=0}^m k_{12}^s \cdot F(s) + \sum_{s=m+1}^{\infty} k_{12}^s \cdot F(s) = \sum_{s=0}^m k_{12}^s \cdot F(s) + R_m$$

$$S_R = \sum_{s=1}^{\infty} k_{12}^s \cdot F(s) = \sum_{s=1}^m k_{12}^s \cdot F(s) + \sum_{s=m+1}^{\infty} k_{12}^s \cdot F(s) = \sum_{s=1}^m k_{12}^s \cdot F(s) + R_m$$

Wird die unendliche Reihe nach m Gliedern abgebrochen, kann für den Betrag des Reihenrests R_m – da $F(s)$ monoton fallend ist – eine maximale Abweichung δ angegeben werden.

$$|R_m| = \left| \sum_{s=m+1}^{\infty} k_{12}^s \cdot F(s) \right| < |F(m+1)| \cdot \sum_{s=m+1}^{\infty} |k_{12}|^s = \delta$$

Für $k_{12} < 1$ gilt für δ

$$\delta = |F(m+1)| \cdot \sum_{s=m+1}^{\infty} |k_{12}|^s = \frac{|F(m+1)| \cdot |k_{12}|^{m+1}}{1 - |k_{12}|}$$

Die Berechnung des maximalen Fehlers kann nun auf die Gleichungen für die Berechnung der Potentialkoeffizienten angewendet werden, um den relativen Fehler berechnen zu können. Die vier Gleichungen für den Potentialkoeffizienten haben im Allgemeinen die Form:

$$V_{kp} = K \cdot \left(s_1 + k_{12} \cdot \sum_{s=i}^{\infty} s_2(s) \right)$$

$$|r_m| < \varepsilon = \frac{k_{12} \cdot \delta}{|s_1 + k_{12} \sum_{s=i}^m s_2(s)| - k_{12} \cdot \delta}$$

Mit der Nebenbedingung

$$\delta < \left| s_1 + \sum_{s=i}^m s_2(s) \right|$$

Für die Berechnung der Potentiale kann damit eine Genauigkeitsschranke ε_{\max} vorgegeben werden, welche die Bedingung $\varepsilon < \varepsilon_{\max}$ erfüllt.

3.3 Das Programm OBEIN 2

Das Programm OBEIN 2 basiert auf dem Programm OBEIN2S, das am Institut für Elektrische Anlagen von Dr. Schmutzer und Dr. Iskra entwickelt wurde [6]. Die zugrundeliegenden Modellannahmen und Formeln sind in Kapitel 3.3.1 und Kapitel 3.3.2 dargestellt und wenn nicht extra zitiert in [7], [5], [43] und [6] zu finden. Das Programm OBEIN 2 arbeitet nach der Berechnungsmethode der Potentialkoeffizienten. Es können in diesem Programm zwei unterschiedlich leitfähige Bodenschichten berücksichtigt werden.

Da in der Praxis Erdungsanlagen und elektrisch leitfähige Bauteile im Erdreich meistens eine längliche, ausgedehnte Geometrie besitzen, werden im Programm OBEIN 2 Erdungsanlagen aus elliptischen Elektroden zusammengesetzt. Flächige Erdungsanlagen und Fundamenterder können durch ein Erdungsgitter nachgebildet werden, deren einzelne Stabelemente als Ellipsoide nachgebildet werden.

3.3.1 Aufbau

Der zentrale Punkt des Programmes ist die Bestimmung des Potentials eines Erders, das durch dessen eigenes Strömungsfeld im Erdreich (Eigenpotential) und durch das Strömungsfeld anderer Erder (Fremdpotential) erzeugt wird. Da das Strömungsfeld linear ist, kann in einem weiteren Schritt das gesamte Strömungsfeld im Erdreich aus den einzelnen Strömungsfeldern der Teilerder berechnet werden (Superpositionsprinzip).

Das Eigenpotential eines Erders an seiner Oberfläche wird durch den abgegebenen Strom ins Erdreich und seine Oberfläche bestimmt. Für den Fall einer Nachbildung eines Erders als Ellipsoid beträgt das Eigenpotential an seiner Oberfläche:

$$\varphi(r, z) = \frac{I\rho}{4\pi l} \cdot \ln \left| \frac{z + e + \sqrt{r^2 + (z + e)^2}}{z - e + \sqrt{r^2 + (z - e)^2}} \right|$$

Für das Fremdpotential wird das Potential, das durch andere Erder im Mittelpunkt des zu berechnenden Erders erzeugt wird, berechnet. Bei geringen Ausdehnungen der Teilerder kann dabei vorausgesetzt werden, dass das Potential im Mittelpunkt des Erders dem mittleren Potential des Erders entspricht. Da bei dieser Berechnungsmethode Längsspannungsabfälle entlang der Erder vernachlässigt werden, hat der Erder in der Simulation daher über seine ganze Länge dasselbe Potential. Auf Grund der großen Unterschiede der Leitwerte von Erdungsmaterialien (Kupfer $\gamma=1,678 \cdot 10^{-2} \Omega \text{mm}^2/\text{m}$, Stahl $\gamma=0,2 \Omega \text{mm}^2/\text{m}$) und des Erdreiches ($\rho=100 \Omega \text{m}$ entspricht $10^8 \Omega \text{mm}^2/\text{m}$) können diese Annahmen getroffen werden.

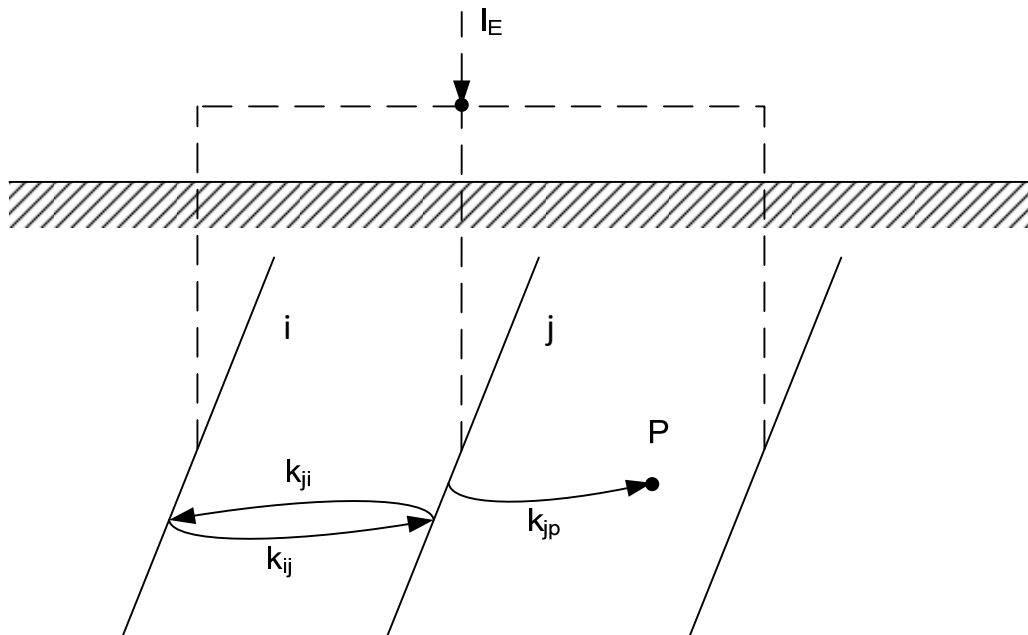


Abbildung 3-5: Berechnung der Erderanordnung

Wird in einem Teilerder ein Strom von 1 A eingespeist und das Potential an seiner Oberfläche und in den Mittelpunkten der anderen Erder berechnet, können über die Potentiale die Koeffizienten zwischen den einzelnen Teilerdern berechnet werden.

$$k_{ij} = \frac{\varphi_i}{I_j}$$

Für den Fall $i=j$ entspricht k_{ij} dem Einzelausbreitungswiderstand des Teilerders, in dem der Strom eingespeist wird. Das Gesamtpotential und damit der Erdausbreitungswiderstand der gesamten Erdungsanlage errechnen sich durch Superposition:

$$U_E = \sum k_{ij} * I_j$$

Die Koeffizienten können zu einer Koppelmatrix K zusammengefügt werden:

$$K = \begin{bmatrix} k_{11} & \dots & k_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{n1} & \dots & k_{nn} \end{bmatrix}$$

Die Dimension der Elemente der Koppelmatrix hat ist Ω , womit der Zusammenhang zwischen eingespeistem Strom im Erdreich und Potential der Gesamterdungsanlage berechnet werden kann:

$$\vec{V} = K \cdot \vec{I}$$

$$V_i = \varphi_i$$

Die Koppelmatrix ist immer quadratisch, wobei in der Hauptdiagonale die Eigenkoeffizienten stehen. Für zwei Erder gibt es immer ein Paar Koeffizienten (k_{ij} , k_{ji}), die nur in Ausnahmefällen gleich sind (für symmetrische Fälle).

Der Erdausbreitungswiderstand der Einzelerder wird über deren Leitwerte G bestimmt. Der Gesamtausbreitungswiderstand der Erdungsanlage ergibt sich durch die Parallelschaltung der Einzelerder:

$$\vec{G} = \mathbf{K}^{-1} \cdot \vec{1}$$

$$R_A = \frac{U_E}{I_E} = \frac{1}{\sum G}$$

3.3.2 Erderkonfigurationen

Im Simulationsprogramm OBEIN 2 können verschiedene Erderkonfigurationen berücksichtigt werden. Es kann das Potential einzelner Erder oder Teilerder festgelegt werden, um Situationen, wie sie in der Realität vorkommen, berechnen zu können. Dabei kann unterschieden werden, ob bei einem Erder das Potential oder alternativ der ins Erdreich abgegebene Strom angegeben wird. Es können auf diese Weise ohmsche Beeinflussungen verschiedener Erdungsanlagen, die über das Erdreich gekoppelt sind, berechnet werden. Elektrische Größen von Erdern, die nicht zur beeinflussenden Erdungsanlage zählen, werden mit V' , I' bzw. R' gekennzeichnet. Es ergibt sich eine Koppelmatrix mit den Teilmatrizen der beeinflussenden Erdungsanlage \mathbf{k}_{EE} , der beeinflussten Erdungsanlage $\mathbf{k}_{E'E'}$ und den Teilmatrizen für die ohmschen Kopplungen zwischen den beiden Anlagen $\mathbf{k}_{E'E}$ und $\mathbf{k}_{EE'}$.

Zu den unterschiedlichen Fällen von Erdern zählen:

- Erder gehört zur beeinflussenden Erdungsanlage:

Der Teilerder ist Teil der Erdungsanlage, deren Strömungsfeld im Erdreich andere Erdungsanlagen beeinflusst. Es kann der Gesamtstrom, der über die Erdungsanlage ins Erdreich abgegeben wird, eingestellt werden. Die Stromaufteilung auf die einzelnen Teilerder wird so berechnet, dass alle zusammengehörende Teilerder dasselbe Potential aufweisen.

$$U_E = V_i$$

$$I_E = \sum_{i=1}^n I_i$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ I_E \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{k}_{EE} & -\mathbf{1} \\ \mathbf{1} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{I} \\ U_E \end{pmatrix}$$

- Erder liegt auf fernem Potential:

In diesem Fall wird das Potential des Erders V' mit dem Bezugspotential 0 V (ferne Erde) festgelegt. Der Erder wirkt als Senke des elektrischen Strömungsfeldes im Erdreich und nimmt einen Strom aus dem Erdreich auf. Mit Hilfe eines Erders auf Bezugspotential können z.B. metallische Einbauten, die außerhalb des Spannungstrichters der beeinflussenden Erdungsanlage geerdet sind (z.B. eine Rohrleitung mit Isolationsfehlern) berücksichtigt werden.

Es ergibt sich folgendes Gleichungssystem:

$$I'_E = - \sum_{j'=1}^{m'} I'_{j'}$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ I_E \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_{EE} & k_{EE'} & -\mathbf{1} \\ k_{E'E} & k_{E'E'} & \mathbf{0} \\ \mathbf{1} & \mathbf{0} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I \\ I' \\ U_E \end{pmatrix}$$

- Erder auf freiem Potential:

Der Erder liegt auf freiem Potential. Die Stromsumme des Erders gegenüber dem Erdreich ist null. Es stellt sich ein Potential des Erders ein, das dem Mittelwert seines umgebenden Erdreiches entspricht. Auf diese Weise können blanke metallische Einbauten berechnet werden, die den Potentialtrichter im Erdreich verzerren und so zu Spannungsverschleppungen führen können.

$$I'_E = - \sum_{j'=1}^{m'} I'_{j'} = 0$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ I_E \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_{EE} & k_{EE'} & -\mathbf{1} & \mathbf{0} \\ k_{E'E} & k_{E'E'} & \mathbf{0} & -\mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{0} & 0 & 0 \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I \\ I' \\ U_E \\ U_{E'} \end{pmatrix}$$

- Erder über Widerstand auf Bezugspotential:

Der Erder ist über einen ohmschen Widerstand mit dem Bezugspotential verbunden. Es ist eine Mischung der oberen Annahmen (Erder auf Bezugspotential bzw. Erder auf freiem Potential). Damit können Längsspannungsabfälle und Erdseil-Mast-Ersatzimpedanzen in der Simulation berücksichtigt werden.

$$\begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ I_E \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_{EE} & k_{EE'} & -\mathbf{1} & \mathbf{0} \\ k_{E'E} & k_{E'E'} & \mathbf{0} & -\mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{0} & 0 & 0 \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & 0 & \frac{1}{R_{E'}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I \\ I' \\ U_E \\ U_{E'} \end{pmatrix}$$

- Gegenerde:

Der Erder gehört zu einer Erdungsanlage, in welcher ebenfalls ein definierter Strom ins Erdreich abgegeben wird. Es handelt sich daher um den gleichen Fall wie bei einem beeinflussenden Erder. Es können dadurch gleichzeitige Fehler in benachbarten Erdungsanlagen und Erdfehler mit mehreren Fußpunkten berechnet werden. Auch Erdungsmessungen, bei denen der Spannungstrichter der Gegenerde einen Einfluss auf die Erdungsmessung hat, können auf diese Weise simuliert werden.

$$\begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ I_E \\ I'_{E'} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_{EE} & k_{EE'} & -\mathbf{1} & \mathbf{0} \\ k_{E'E} & k_{E'E'} & \mathbf{0} & -\mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{0} & 0 & 0 \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I \\ I' \\ U_E \\ U_{E'} \end{pmatrix}$$

Alle oben aufgezählten Erderkonfigurationen können in beliebiger Kombination miteinander simuliert werden. Es lassen sich alle Konfigurationen mit Hilfe der vorher beschriebenen Methode berechnen. Die Koppelmatrix muss allerdings je nach Konfiguration auf unterschiedliche Weise erweitert werden (erweiterte Koppelmatrix). Die Koppelfaktoren

zwischen den Teilerdern bleiben von der Erderkonfiguration unberührt, da sie nur von der Geometrie, dem Abstand zueinander beziehungsweise von den Eigenschaften des Erdreiches abhängig sind.

Die Einzelerder werden nach ihrer Beeinflussungsart so sortiert, dass die Koppelmatrix immer ähnlich aufgebaut ist.

Indizes für die Beeinflussungsarten:

- Beeinflussender Erder: 1
- Erder auf Bezugspotential: 2
- Erder auf freiem Potential: 3
- Erder über R auf Bezugspot.: 4
- Gegenerde: 5

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ I_{ges1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ I_{ges2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_{11} & \dots & k_{15} & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ k_{51} & \dots & k_{55} & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \infty & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{R} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ U_{E1} \\ U_{E2} \\ U_{E3} \\ U_{E4} \\ U_{E5} \end{pmatrix}$$

3.4 Simulationsergebnisse und Vereinfachungen

3.4.1 Mehrschichtböden

In diesem Simulationsprogramm wird der Boden als Zweischichtboden nachgebildet. In der Literatur sind auch Lösungen für Drei- und Mehrschichtböden zu finden [44], [2]. Die Nachbildung vieler Bodenschichten kann allerdings je nach verwendetem Berechnungsalgorithmus zu mathematischen Konvergenzproblemen bei der Reihenentwicklung führen. In jedem Fall steigt mit der Nachbildung mehrerer Bodenschichten auch die Berechnungsdauer bei einer geforderten Genauigkeit an.

Der Aufbau des Bodens hat einen entscheidenden Einfluss auf die Ergebnisse der Erdungsberechnung. Da der spezifische Bodenwiderstand von vielen zeitlich variierenden Parametern und den örtlichen Gegebenheiten abhängig ist, kann auch durch Messung meist nur ein Mittelwert für den Bereich einer Erdungsanlage angegeben werden. Vor allem in geringen Tiefen haben auch Witterungseinflüsse große Auswirkungen auf den spezifischen Bodenwiderstand.

Bei einer Nachbildung des Bodens als Zweischichtboden können der spezifische Bodenwiderstand der Oberschicht, der Unterschicht und die Tiefe der Oberschicht festgelegt werden.

3.4.2 Abschätzung des Potentialverlaufs von Spannungstrichtern

Die einfachsten Formeln für die Berechnung des Potentialverlaufs an der Erdoberfläche und damit auch für den Ausbreitungswiderstand der Erdungsanlage R_A findet man für einen Halbkugelerder im homogenen, leitfähigen Halbraum. In diesem Fall nimmt das Potential ab dem Rand des Erders in alle Richtungen gleichmäßig mit $1/x$ ab.

$$R_A = \frac{\rho}{2\pi r}$$

$$U_{EPR}(x) = \frac{I_E \rho}{2\pi r} \frac{r}{x} = U_E \frac{r}{x} \quad |x \geq r$$

Nach der Ableitung dieser Formel können die Berührungsspannungen und die Schrittspannungen ermittelt werden.

$$\frac{dU_{EPR}(x)}{dx} = U_E \frac{r}{x^2} dx = -U_E \frac{r}{x^2}$$

Die Ableitung des Potentials an der Erdoberfläche entspricht betragsmäßig dem elektrischen Feld im Erdreich. Man kann daher die Schrittspannung über das elektrische Feld im Erdreich ausdrücken.

$$U_{SS} = \left| \int_{x_0}^{x_0 + \Delta x} \vec{E} \cdot dx \right| \quad \text{mit } |\Delta x| = 1m$$

Mit Hilfe des ohmschen Gesetzes kann die Schrittspannung auf die Stromdichte im Erdreich bezogen werden.

$$\vec{E} = \rho \cdot \vec{j}$$

$$U_{SS} = \left| \int_{x_0}^{x_0 + \Delta x} \rho \cdot \vec{j} \cdot dx \right|$$

Bei homogenen Bodenverhältnissen ist die Stromdichte an der Oberfläche des Halbkugelerders am größten und nimmt danach mit $1/x^2$ ab.

Berührungs- und Schrittspannungen sind immer mit $\Delta x = 1m$ definiert.

$$U_{SS}(x_0, \Delta x) = U_{EPR}(x_0) - U_{EPR}(x_0 + \Delta x)$$

$$U_{SS}(x_0, \Delta x) = U_E \left(\frac{r}{x_0} - \frac{r}{x_0 + \Delta x} \right) = U_E \left(\frac{r \Delta x}{x_0 (x_0 + \Delta x)} \right)$$

Die maximale Schrittspannung tritt am Rand des Erders auf (Berührungsspannung).

$$U_{TP} = U_{SS,max}(r, \Delta x = 1m) = U_E \left(1 - \frac{r}{r + 1m} \right) = U_E \frac{1m}{r + 1m}$$

Bezogen auf die Erdungsspannung der Anlage ergibt sich die maximal auftretende Berührungsspannung in pu zu:

$$u_{TP}(r, \Delta x = 1m) = \frac{U_{TP}}{U_E} = \frac{1m}{r + 1m}$$

Aus der obigen Formel kann man erkennen, dass die relative Berührungsspannung mit der Größe des Halbkugelerders abnimmt. Bei homogenem Bodenaufbau ist die relative Berührungsspannung unabhängig vom spezifischen Bodenwiderstand.

Es kann nun ein Transferfaktor (z_{STV} ...Transferfaktor der spezifischen Berührungs- und Schrittspannung) bestimmt werden, der die Berührungs- oder Schrittspannung in Abhängigkeit des in die Erdungsanlage eingespeisten Stroms darstellt. Prinzipiell ist es dabei egal, wo die Berührungs- oder Schrittspannungen abgegriffen werden können. Da bei einem Halbkugelerder die höchsten Berührungsspannungen am Rand des Halbkugelerders auftreten, werden im folgenden die Berührungsspannungen und der Transferfaktor an dieser Stelle berechnet.

Dieser Transferfaktor entspricht physikalisch einer Impedanz und wird in V/A oder für große, ausgedehnte Erdungsanlagen V/kA angegeben.

$$z_{STV}([r] = m, \Delta x = 1m) = \frac{U_{TP}}{I_E} = \frac{U_E}{I_E} \frac{1m}{r + 1m} = R_A \frac{1m}{r + 1m}$$

$$z_{STV}([r] = m, \Delta x = 1m) = \frac{\rho}{2\pi r(r + 1m)}$$

In der obigen Formel, kann man erkennen, dass dieser Transferfaktor nur vom spezifischen Bodenwiderstand und dem Radius des Halbkugelerders abhängig ist. Für große, ausgedehnte Erdungsanlagen mit einem Radius $r \gg 1m$ kann die Formel so vereinfacht werden, dass der Nenner der Fläche des Halbkugelerders an der Oberfläche entspricht:

$$z_{STV}(r, \Delta x = 1m) = \frac{\rho}{2\pi r^2} = \frac{\rho}{2 \cdot A_{Kreis}} \text{ für } r \gg 1m$$

Die maximal auftretende Berührungsspannung an einem Halbkugelerder wird quadratisch mit dem Radius der als Halbkugelerder modellierten Erdungsanlage kleiner.

Ähnliches kann man auch für andere Erdungsanlagen näherungsweise bestimmen.

Für einen Maschenerder werden in Abhängigkeit von seiner Fläche der Ausbreitungswiderstand und die maximale Berührungsspannung bestimmt und mit den Ergebnissen des Halbkugelerders verglichen. Bei der Berechnung des Halbkugelerders wurde stets eine ebenerdige Oberfläche (Verlegetiefe von 0 m) angenommen. Reale Maschenerder weisen im Gegensatz dazu immer eine gewisse Verlegetiefe im Erdreich auf. Mit steigender Fläche der Erdungsanlage spielt die Tiefe des Erdungsgitters für den Ausbreitungswiderstand nur mehr eine untergeordnete Rolle. Bei der Berechnung der Berührungs- und Schrittspannungen ist die Auswirkung der Verlegetiefe auch bei großen Erdungsanlagen nicht zu vernachlässigen, wobei bei großen Erdungsanlagen die Berührungsspannungen am Rand der Erdungsanlage auf Grund des flachen Potentialtrichters sehr klein sind.

In den folgenden Berechnungen werden die Ergebnisse der Berechnung eines Halbkugelerders mit den Berechnungsergebnissen eines Maschenerders verglichen.

Für die Berechnung des Halbkugelerders wurde die Oberfläche der Halbkugel im Erdreich berechnet.

$$A_{\text{Halbkugel}} = \frac{d^2 \pi}{2} = 2 \cdot A_{\text{Erdoberfläche}}$$

$$R_A = \frac{\rho}{2\pi r}$$

In der Literatur ist für den Ausbreitungswiderstand eines Maschenerders folgende Näherungsformel zu finden [39]:

$$R_A = \frac{\rho}{2 \cdot 1,13 \sqrt{A_{\text{Erdoberfläche}}}}$$

Der Ausbreitungswiderstand des Maschenerders in einer Verlegetiefe von 0,1/0,5/1 m wird mit dem Programm OBEIN berechnet, da in der Näherungsformel die verschiedenen Verlegetiefen nicht berücksichtigt werden.

Im folgenden Beispiel wird ein spezifischer Bodenwiderstand von $\rho = 100 \Omega\text{m}$ angenommen.

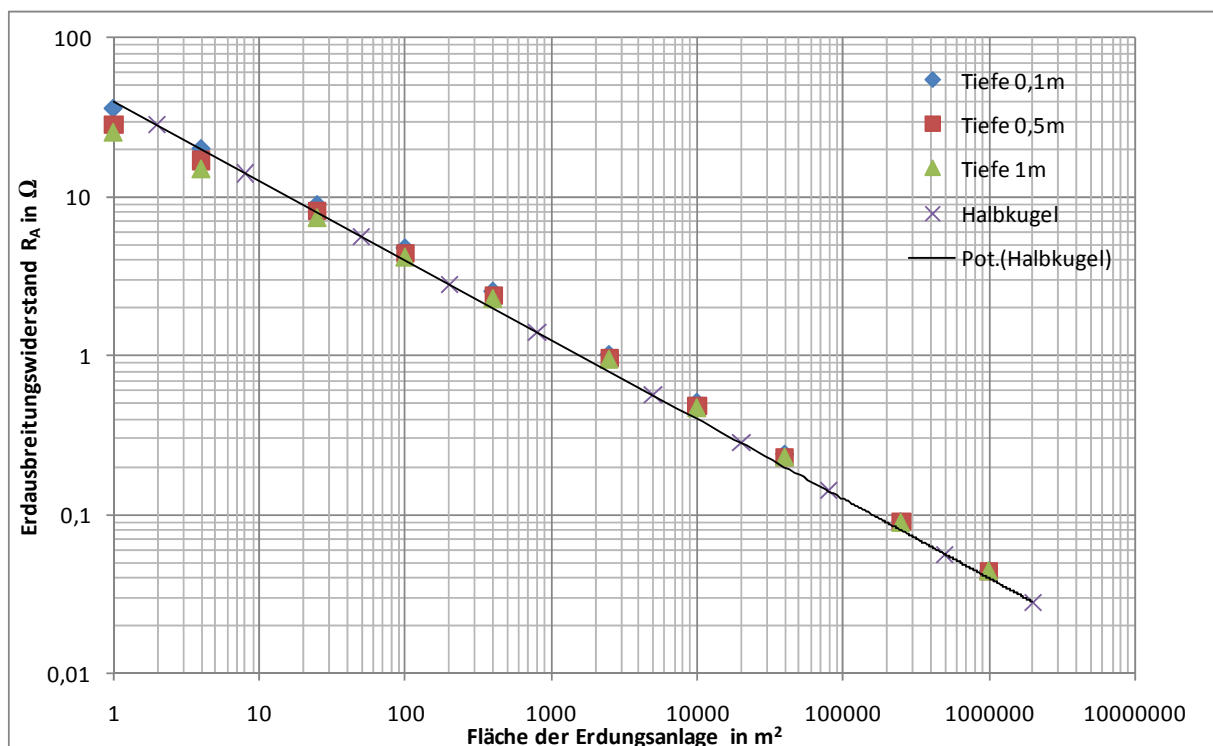


Abbildung 3-6: Ausbreitungswiderstand R_A von Maschenerdern in verschiedenen Verlegetiefen und Halbkugelerder

In Abbildung 3-6 kann man erkennen, dass bei großen Erdungsanlagen der Erdausbreitungswiderstand sehr gut mit dem Modell eines Halbkugelerders nachgebildet werden kann. Bei Erdungsanlagen mit Flächen unter 100 m^2 liefert die Annäherung mittels Halbkugelerder geringfügig größere Werte, liegt damit aber für weitergehende Berechnungen auf der sicheren Seite.

In Abbildung 3-7 ist der Transferfaktor für die Berührungsspannung (Schrittspannung) am Rand der Erdungsanlage dargestellt. Es kann gezeigt werden, dass die Nachbildung mittels Halbkugelerder sich deutlich von den mittels OBEIN berechneten Ergebnissen unterscheidet. Für

die Berechnung des Transferfaktors für den Halbkugelerder wurden die in diesem Kapitel angeführten Formeln verwendet.

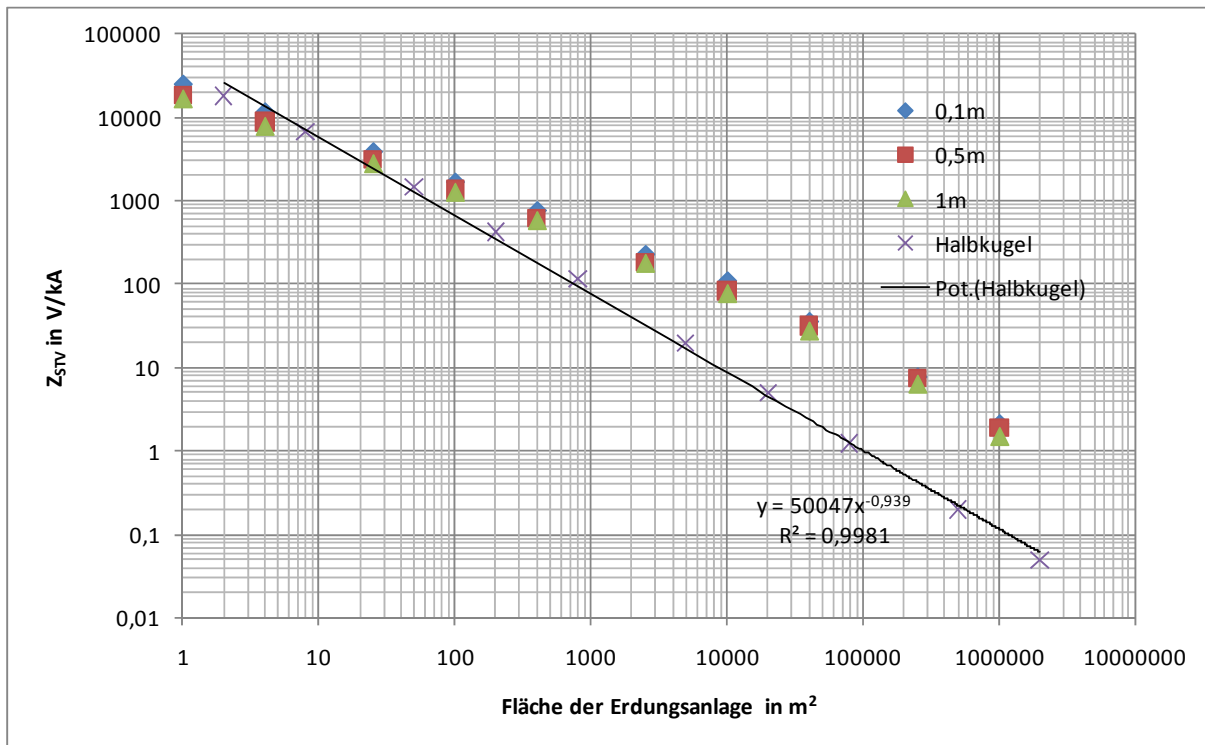


Abbildung 3-7: Transferfaktor für die Berechnung der Berührungsspannung an der Grenze der Erdungsanlage

In Abbildung 3-7 kann man erkennen, dass für die Berechnung von Berührungs- und Schrittspannungen der Halbkugelerder als Berechnungsmodell ungeeignet ist, da sich die Ergebnisse deutlich von den Berechnungsergebnissen eines realen Maschenerders unterscheiden.

In Abbildung 3-8 ist die Schrittspannung am Rand des Maschenerders in Abhängigkeit von der Verlegetiefe dargestellt. Man kann erkennen, dass der Einfluss der Verlegetiefe auf die Berührungs- und Schrittspannungen mit zunehmender Fläche der Erdungsanlage abnimmt.

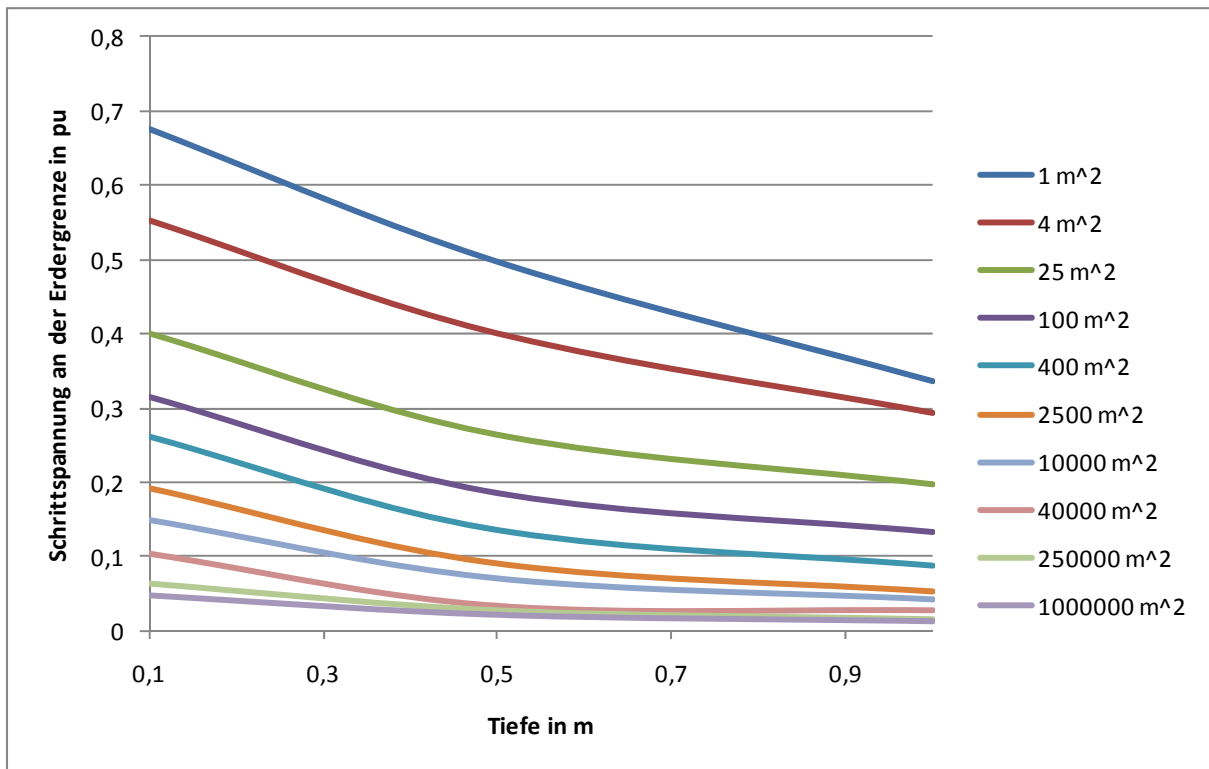


Abbildung 3-8: Schrittspannungen an der Grenze der Maschenerder in Abhängigkeit der Verlegetiefe und der Erderfläche

Die Ergebnisse in Abbildung 3-8 sind auf die Erdungsspannung $U_E=1\text{pu}$ bezogen (bei den angenommenen homogenen Bodenverhältnissen ist die Darstellung in pu unabhängig von ρ).

3.4.3 Einfluss der Erderdiskretisierung

Einzelner Horizontalerder

In der Arbeit von Peer [45] werden unterschiedliche Methoden für die Berechnung von Ausbreitungswiderständen und deren Abweichungen gegenübergestellt. Es wird dort die auch in dieser Arbeit verwendete Potentialmethode[36] mit der Methode nach Heppe [4] und der Methode nach Dwight [46] für Horizontalerder verglichen. Es wurde in dieser Arbeit gezeigt, dass bei einer Aufteilung von Erdern in mehrere Teilerder die Potentialmethode nur mehr sehr geringe Abweichungen zu den anderen Berechnungsmethoden hat, wobei schon bei einer geringen Aufteilung der Fehler sehr schnell kleiner wird. In dieser Arbeit wurden nur Erder bis zu einem L/D -Verhältnis (Länge-Durchmesser) von 100 untersucht. Im Rahmen dieser Arbeit wird die Abweichung bei längeren horizontalen Erdern im homogenen Boden untersucht.

Potentialmethode [36]:

$$R_A = \frac{\rho}{4\pi l} \left(2 \ln \frac{2l}{d} + \ln \frac{\sqrt{4h^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2} + \frac{l}{2}}{\sqrt{4h^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2} - \frac{l}{2}} \right)$$

Methode nach Heppe [4]:

$$R_A = \frac{\rho}{2\pi l} \left(\ln \frac{\sqrt{l^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2} + l}{\frac{d}{2}} + \frac{d}{2l} - \frac{\sqrt{l^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2}}{l} + \ln \frac{\sqrt{l^2 + 4h^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2}}{\sqrt{4h^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2}} + \frac{\sqrt{4h^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2}}{l} - \frac{\sqrt{l^2 + 4h^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2}}{l} \right)$$

Methode nach Dwight [46]:

$$R_A = \frac{\rho}{2\pi l} \left(\ln \frac{4l}{d} - 1 + \ln \frac{l + \sqrt{l^2 + 4h^2}}{2h} + \frac{2h}{l} - \frac{\sqrt{l^2 + 4h^2}}{l} \right)$$

In Abbildung 3-9 ist der Ausbreitungswiderstand von Horizontalerdern für verschiedene Längen dargestellt.

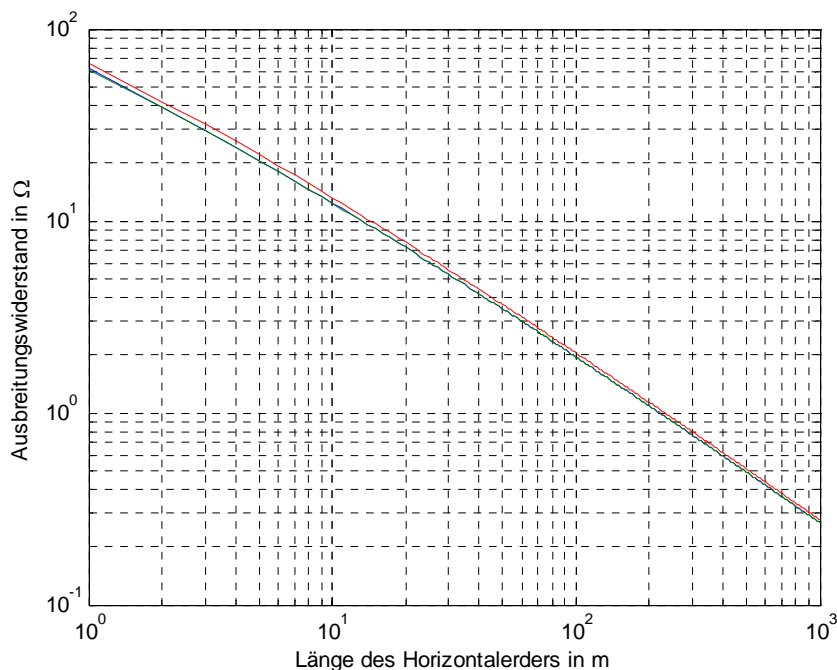


Abbildung 3-9: Ausbreitungswiderstand von Horizontalerdern verschiedener Länge nach unterschiedlichen Berechnungsmethoden; rot: Potentialmethode, blau: Dwight, grün: Heppe

Die Ergebnisse nach Heppe und Dwight unterscheiden sich nur geringfügig (unter 1 % relative Abweichung). Bei längeren Erdern wird der Unterschied der beiden Methoden noch geringer. Die Ergebnisse der Potentialmethode liegen für alle Längen des Erders über den Ergebnissen der beiden anderen Methoden (bis zu 8 % relativer Fehler).

Die Ergebnisse der Potentialmethode können verbessert werden, wenn der Erder in mehrere Teilerder zerlegt wird. Dafür wird eine maximale Länge eines Teilerders vorgegeben. Erder, die länger sind als der vorgegebene Grenzwert, werden im Programm automatisch in mehrere, hintereinander liegende Teilerder zerlegt.

In Abbildung 3-10 sind Simulationen für einen Horizontalerder mit einer Gesamtlänge von je 100 m bzw. 1000 m dargestellt. Dabei wurde die Anzahl der Teilerder, in die der Horizontalerder

für die Berechnung aufgeteilt wurde, variiert. Man kann erkennen, dass der Ausbreitungswiderstand mit der Anzahl der Teilerder abnimmt. Als Referenz sind in grün die Ergebnisse nach den Berechnungsformeln nach Heppe/Dwight dargestellt. Wie schon in Abbildung 3-9 dargestellt ist, ergibt die Berechnung nach der Potentialmethode ohne Aufteilung in Teilerder einen höheren Ausbreitungswiderstand als die Berechnungen nach Heppe/Dwight. Für eine Aufteilung in mehr als 10 Teilerder ergeben sich kleinere Werte, wobei die Gesamtlänge des Erders nur eine kleine Rolle spielt. Für höhere Aufteilungen des Erdes ändert sich der berechnete Ausbreitungswiderstand nur mehr wenig. Die Simulationen mit verschiedenen Aufteilungen des Erders ergeben, dass eine Aufteilung in 4 bis 6 Teilerder gute Berechnungsergebnisse liefert, die auch mit den Ergebnissen nach Heppe/Dwight sehr gut übereinstimmen. Aufteilungen in mehr als 10 Teilerdern sind auch auf Grund der steigenden Berechnungsdauer nicht sinnvoll.

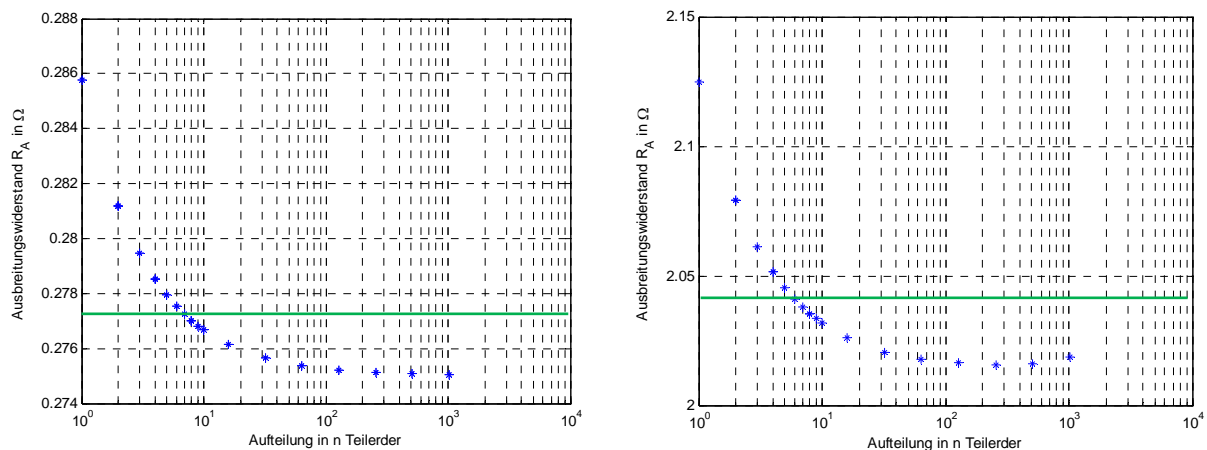


Abbildung 3-10: Abhängigkeit des Ausbreitungswiderstandes bei der Berechnung mittels Potentialkoeffizienten von der Anzahl der Teilerder; links: 1000 m Horizontalerder, rechts: 100 m Horizontalerder; grün: Ausbreitungswiderstand bei der Berechnung nach Heppe/Dwight

Maschenerder

Auch bei der Berechnung eines Maschenerders stellt sich die Frage, wie sich die Diskretisierung auf die Berechnung des Ausbreitungswiderstands auswirkt. Wie auch im Falle des horizontalen Längserders kann beim Maschenerder eine Abnahme des Erdausbreitungswiderstandes mit steigender Maschenanzahl bei gleichbleibender Fläche der Erdungsanlage gezeigt werden. Im Gegensatz zum Längserder, bei dem die Gesamtlänge des Erders gleich bleibt und nur die Anzahl der Teilerder erhöht wurde, werden in diesem Fall beim Maschenerder durch die feinere Diskretisierung zusätzliche Erder berücksichtigt. Obwohl durch die feinere Diskretisierung zusätzliche horizontale Erdungsstäbe berechnet werden, bleibt der Ausbreitungswiderstand bei mehr als 8 Teilmaschen nahezu konstant (siehe Abbildung 3-11). Die Flächenausdehnung der Erdungsanlage spielt bei der Diskretisierung wie auch bei horizontalen Längserder nur eine geringe Rolle.

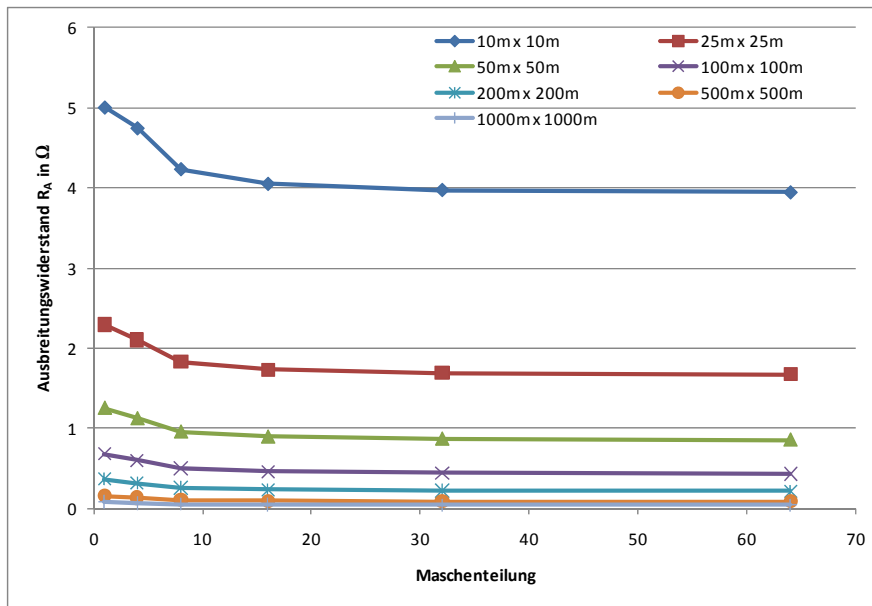


Abbildung 3-11: Ausbreitungswiderstand eines Maschenerders bei verschiedenen Maschenteilungen und Gesamtflächen

Die in diesem Kapitel gezeigten Abweichungen der Berechnungsergebnisse in Abhängigkeit der Erderdiskretisierung gelten für die Berechnung des Ausbreitungswiderstandes mit Hilfe der Methode der Potentialkoeffizienten. Es kann gezeigt werden, dass eine Diskretisierung in wenige Teilerder bereits Ergebnisse liefert, die sehr gut mit anderen Berechnungsmethoden übereinstimmen. Es kann auch gezeigt werden, dass eine weitere Diskretisierung die Ergebnisse der Berechnung kaum mehr verändert.

Für die praktischen Ausführungen von Erdungsanlagen sind bei Maschenerdern in den meisten Fällen trotzdem höhere Maschendichten notwendig, da Erdungsanlagen bei hochfrequenten Vorgängen (z.B. Blitzschutz) ein anderes Verhalten aufweisen. Für hochfrequente Vorgänge können die Stromaufteilung und die magnetische Kopplung in den einzelnen Erdern, die durch die Teilinduktivitäten der einzelnen Erder der Erdungsanlage beeinflusst werden, nicht mehr vernachlässigt werden. Diese hochfrequenten Vorgänge finden bei den beschriebenen Berechnungsmethoden keine Berücksichtigung, da hier von stationären Verhältnissen ausgegangen wird. Für betriebsfrequente Vorgänge in elektrischen Netzen können diese Annahmen getroffen werden. Für Untersuchungen von hochfrequenten Vorgängen müssen andere Berechnungsmethoden verwendet werden.

Desweiteren ist bei der Auslegung auch die thermische Belastung einzelner Erdungsverbindungen zu berücksichtigen, was ebenfalls zu geringeren Maschenweiten führt.

4 Globale Erdungssysteme

4.1 Allgemeines und Definitionen

In der Literatur und in Normen sind Definitionen für ein globales Erdungssystem zu finden. Ein anderer Ausdruck für ein globales Erdungssystem ist in der ÖVE/ÖNORM E 8001 [47] „Gebiet mit geschlossener Bebauung“:

3.6.15 Gebiete mit geschlossener Bebauung
Gebiete, in denen durch die Dichte der Bebauung Fundamenterder, Versorgungseinrichtungen und sonstige Einbauten mit Erderwirkung in ihrer Gesamtheit wie ein Maschenerder wirken. Insbesondere ist in diesen Gebieten eine einwandfreie elektrische Trennung von Anlagenerdern (R_A) gegen die Gesamtheit aller Betriebserder (R_B) nicht möglich. [47]

In der ÖVE/ÖNORM E 8383 ist ein globales Erdungssystem wie folgt definiert:

2.7.14.4 Globales Erdungssystem:
Ein durch die Verbindung von örtlichen Erdungsanlagen hergestelltes Erdungssystem, das sicherstellt, dass durch den geringen gegenseitigen Abstand dieser Erdungsanlagen keine gefährlichen Berührungsspannungen auftreten. Solche Systeme bewirken eine Verteilung der Erdfehlerströme in der Weise, dass die Erdungsspannung der örtlichen Erdungsanlage reduziert wird. Solch ein System bildet eine Quasiäquipotentialfläche. [17]

Auch in der ÖVE/ÖNORM EN 50522 ist ein globales Erdungssystem definiert:

3.4.19 Globales Erdungssystem
Ein durch die Verbindung von örtlichen Erdungsanlagen hergestelltes Erdungssystem, das sicherstellt, dass durch den geringen gegenseitigen Abstand dieser Erdungsanlagen keine gefährlichen Berührungsspannungen auftreten. Solche Systeme bewirken eine Verteilung der Erdfehlerströme in der Weise, dass die Erdungsspannung der örtlichen Erdungsanlage reduziert wird. Solch ein System bildet eine Quasiäquipotentialfläche.
ANMERKUNG: Das Bestehen eines globalen Erdungssystems kann durch Muster-Messungen oder Berechnungen für typische Anordnungen nachgewiesen werden. Typisch für globale Erdungssysteme sind Stadtzentren, städtische oder industrielle Bereiche mit verteilten Nieder- und Hochspannungserdungen (siehe Anhang O). [1]

Im Anhang O [1] sind typische Fälle und allgemeine Beschreibungen für globale Erdungssysteme angeführt.

In den oben genannten Definitionen kann man erkennen, dass ein globales Erdungssystem in den Normen für Spannungen > 1 kV vor allem über die Berührungsspannungen definiert ist.

Damit sind der Nachweis und das Vorhandensein eines globalen Erdungssystems nicht mehr ausschließlich von den Erdungsanlagen und den leitfähigen Einbauten im Erdreich abhängig. Vielmehr müssen folgende zusätzlichen Parameter für die Bewertung eines globalen Erdungssystems Berücksichtigung finden:

- Art des Hochspannungsnetzes: Vor allem die Sternpunktbehandlung und die Betriebsweise des Hochspannungsnetzes haben einen signifikanten Einfluss auf die Höhe und Dauer des zu erwartenden Stromes im Leiter-Erde-Fehlerfall. Je nach Betriebsweise eines Hochspannungsnetzes muss für die Untersuchung der Personengefährdung und der Beeinflussung von fremden technischen Systemen der ungünstigste Fehlerfall und Fehlerort bestimmt werden.
- Art des Niederspannungsnetzes: Die ÖVE/ÖNORM 8001-1 [47] beschreibt verschiedene Niederspannungsnetzsysteme. Je nach Netzform des Niederspannungsnetzes in einem von einer MS/NS-Station versorgten Gebiet muss diese für die Beurteilung einer Personengefährdung bei einem Fehler im übergeordneten Mittelspannungsnetz berücksichtigt werden. Für die Aufteilung der Erdschlussströme ist eine niederohmige Verbindung der verteilten Einzelerdungsanlagen der elektrischen Anlagen im Niederspannungsnetz von Vorteil. Daher sind in bebauten Gebieten TN-Netze und Nullung, wie sie in Österreich sehr verbreitet sind, vorteilhaft für globale Erdungssysteme. Zusätzliche Begleiterder können die Erdungsverhältnisse weiter verbessern.
- Fehlerabschaltzeiten (Konfiguration der Schutzeinrichtungen): Da die zulässigen Gefährdungsspannungen für Personen erheblich von der Einwirkdauer und damit von der Fehlerdauer abhängig sind [48], haben auch die maximale Fehlerabschaltzeit der Schutzeinrichtungen einen Einfluss auf die Personensicherheit.
- Höhe der Fehlerströme bei Erdfehlern:
 - Starre Erdung: Die Höhe der Fehlerströme bei Erdfehlern werden durch die Impedanzen der Fehlerschleife und die Kurzschlussleistung des speisenden Umspannwerkes bestimmt. Die Nullimpedanzen der den Fehler speisenden Leitung sind dabei der bestimmende Faktor der Schleifenimpedanz.
 - Gelöschte Netze: Die Höhe der Fehlerströme im Erdschlussfall wird im gelöschten Netz vor allem durch die Verstimmung und die Dämpfung der Spule und durch den kapazitive Erdschlussstrom (abhängig von der Netzgröße) bestimmt.
 - Sonderformen: Bei Sonderformen wie beispielsweise KNOSPE (kurzzeitige niederohmige Sternpunktserdung) oder KNOPE (kurzzeitige niederohmige Erdung einer gesunden Phase) wird der Fehlerstrom bei einem Phasen-Erde-Fehler

hauptsächlich vom Zusatzwiderstand bestimmt; dasselbe gilt auch für mittelohmig geerdete Netze.

- Leitungstypen: Wichtig für die Stromaufteilung an der Fehlerstelle sind die verwendeten Leitungstypen. Dabei muss zwischen Freileitungen (mit/ohne Erdseil), Kabeln mit erdfühlig verlegtem Schirm und Kunststoffkabeln (Schirm beidseitig/einseitig aufgelegt oder isoliert) unterschieden werden.
- Natürliche Erder: Elektrisch leitfähige Strukturen im Erdreich bilden natürliche Erder. Diese leitfähigen Strukturen beeinflussen die Leitfähigkeit des Erdbodens. Mit Hilfe einer leitfähigen oberen Bodenschicht können natürliche Erder fremder Anlagen in einer Simulation berücksichtigt werden.

In der Dissertation „Die Anforderungen an Erdungsanlagen gemäß österreichischer Bestimmungen für die Elektrotechnik und CENELEC-Dokumenten unter besonderer Berücksichtigung der Erdungsverhältnisse in Stadtgebieten“ von Gerald Junker [42] sind Kriterien für globale Erdungssysteme zusammengefasst:

Die Daten wurden aus Messungen von Stadtnetzbetreibern in Deutschland ermittelt. Bei diesen Untersuchungen wurde zur Simulation eines Erdfehlers in einer Station eines niederohmig geerdeten Mittelspannungsnetzes ein Versuchsstrom in die Erdungsanlage eingespeist. Als Gegenerde wurde eine benachbarte Station verwendet. Anschließend wurde die Stromaufteilung in der Station gemessen (siehe Abbildung 4-1). Dabei wurden alle stromführenden Verbindungen aus der Station gemessen und wie folgt gruppiert:

- Metallmantel und Schirm des speisenden Kabels (I_{Schirm})
- Alle anderen Schirme und Mäntel von Mittelspannungskabeln ($I_{\text{MS-Schirme}}$)
- Metallmäntel/Schirme und PEN-Leiter der abgehenden Niederspannungskabel (I_{PEN})
- Künstliche Erder an der Fehlerstelle (Einzelerdungsanlage der Station, Begleiterder) (I_{KE})
- Natürliche Erder bzw. Rückleiter (Rohre, fremde metallische Einbauten) (I_{NE})

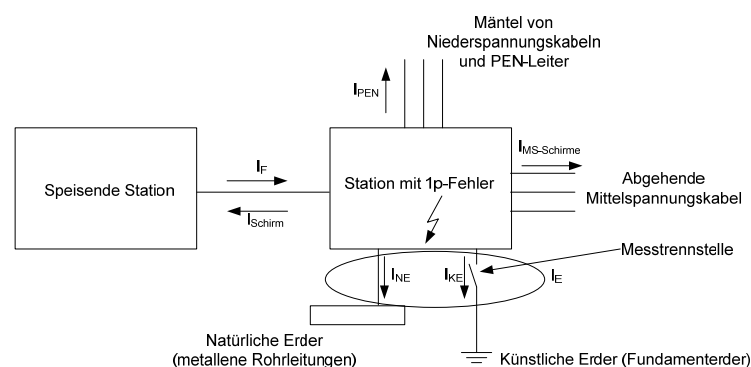


Abbildung 4-1: Schematische Darstellung der Stromaufteilung bei einem eingespeisten Versuchsstrom I_F aus [42] (überarbeitet)

Zusätzlich zur Stromaufteilung wurden noch die Erdungsimpedanz, Nullimpedanzen der Leitungen, Trichterspannungen und Schritt- und Berührungsspannungen an der Station und im

Niederspannungsnetz gemessen. Zusammenfassend können nun folgende Kriterien für ein globales Erdungssystem nach [42] bzw. [49] gefunden werden: Bei globalen Erdungssystemen werden mehrere – meistens jedoch alle – Kriterien aus Tabelle 4-1 erfüllt.

| Nr. | Kenngrößen | Kriterium |
|-----|---|--|
| 1 | Fehlerstromanteil (I_{KE}) über künstliche Erder an der Fehlerstelle bei der Messung mit geöffneter Messtrennstelle einer Stationserdungsanlage | $I_{KE}/I_F < 0,04$ |
| 2 | Fehlerstromanteil (I_{PEN}) in PEN-Leitern des Niederspannungsnetzes: <ul style="list-style-type: none"> Niederspannungsmaschennetze (TT- oder TN-Systeme mit Fundamenterdern und Verbindungen zum Wasserrohrnetz) Verlegung aller Versorgungsleitungen im Sammelkanal und Gebäude ohne Fundamenterder | $I_{PEN}/I_F < 0,45$ $I_{PEN}/I_F < 0,55$ |
| 3 | Fehlerstromanteil (I_{NE}) über Fundamenterder und mit diesen über die PA-Schiene zusammengeschlossene metallene Versorgungsleitungen | $I_{NE}/I_F < 0,30$ |
| 4 | Stationserdungsimpedanz (Z_E) bei geschlossener Messtrennstelle | $Z_E < 0,5 \Omega$ |
| 5 | Erdungsspannungen (U_E) bei den Netz- und Verbraucherstationen für <ul style="list-style-type: none"> Isolierte Sternpunkte oder Erdschlusskompensation Niederohmige Sternpunktterdung | $U_E/I_F < 200 \text{ V/kA}$ $U_E/I_F < 40 \text{ V/kA}$ |
| 6 | Berührungsspannungen (U_{VT}) in und an Netzstationen und in Niederspannungsverbraucheranlagen | $U_{VT}/I_{FV} < 10 \text{ V/kA}$ |
| 7 | Berechneter potentialanhebender Erdungsstrom ($I_E = I_{KE} + I_{NE} = U_E/Z_E$) bei <ul style="list-style-type: none"> Isoliertem Sternpunkt oder Erdschlusskompensation (d.h. $I_F \sim 60\text{A}$) Niederohmiger Sternpunktterdung (d.h. $I_F \sim 2000\text{A}$) (Messtrennstelle geschlossen) | $I_E/I_F < 0,4$ $I_E/I_F < 0,1$ |
| 8 | Berechneter resultierender Längsimpedanzbelag ($Z_{NE'}$) natürlicher Rückleiter für <ul style="list-style-type: none"> Dicht bebaute Altstadtgebiete mit engmaschigem Straßennetz Weiträumig bebaute Innenstadtgebiete Stadtrandgebiete | $Z_{NE'} < 1,0 \Omega/\text{km}$ $Z_{NE'} < 2,0 \Omega/\text{km}$ $Z_{NE'} < 3,0 \Omega/\text{km}$ |

Tabelle 4-1: Kriterien für ein globales Erdungssystem nach [42], [49] (überarbeitet)

Legende zu Tabelle 4-1:

I_{KE} Fehlerstromanteil über künstliche Erder an der Fehlerstelle bei der Messung mit geöffneter Messtrennstelle einer Stationserdungsanlage

I_F eingespeister Versuchsfehlerstrom (Messstrom)

I_{NE} Fehlerstromanteil über Fundamenterder und mit diesen über die PA-Schiene zusammengeschlossenen metallenen Versorgungsleitungen

I_{PEN} Fehlerstromanteil in PEN-Leitern des Niederspannungsnetzes

I_E Berechneter potentialanhebender Erdungsstrom

U_E Erdungsspannung

U_T Berührungsspannung

Z_E Stationserdungsimpedanz bei geschlossener Messtrennstelle

Z_{NE} ... Berechneter resultierender Längsimpedanzbelag natürlicher Rückleiter (z.B. metallene Rohrleitungen, Telekom- und Signalkabel mit erdfühligem, leitfähigem Mantelschirm), welche den Kabelmänteln parallel geschaltet sind.

Anmerkungen des Dissertanten zu den Kriterien nach Dr. Feydt in Tabelle 4-1:

Kriterium 1:

Zu den künstlichen Erdern werden bei Feydt die Teile der lokalen Erdungsanlage (Steuererder, Tiefenerder etc.) der fehlerbehafteten Station gezählt. Bei geöffneter Trennstelle sind die künstlichen Erder nur über das Strömungsfeld im Erdreich (ohmsche Kopplung) mit den natürlichen Erdern verbunden. Je niedriger die Gesamterdungsimpedanz des globalen Erdungssystems an der Stelle der Station im Verhältnis zum Erdausbreitungswiderstand der Stationserdung ist, desto weniger Strom wird die lokale Erdungsanlage im Fehlerfall aufnehmen. Es kann aus diesem Kriterium auch abgeleitet werden, dass der Erdausbreitungswiderstand der künstlichen Erder einer einzelnen Station im globalen Erdungssystem eine untergeordnete Rolle spielt. Allerdings tragen die Erdungsanlagen der einzelnen Stationen insgesamt zu einer Verbesserung des globalen Erdungssystems bei.

Kriterium 2:

Messungen haben gezeigt, dass der Fehlerstromanteil im PEN-Leiter des Niederspannungsnetzes je nach Größe des Niederspannungsnetzes und der Anzahl der Erdungen des PEN-Leiters großen Schwankungen unterliegt. Auch die Aufteilung auf verschiedene PEN-Leiter in der fehlerbehafteten Station kann sehr unterschiedlich sein. Ein wichtiges Kriterium, das in der Tabelle 4-1 nicht angeführt ist, ist die Behandlung des PEN-Leiters (Erdung des PEN-Leiters, Nullung). Sind Begleiterder im Niederspannungsnetz mitverlegt, die mit dem PEN-Leiter in den Schleifenkästen verbunden sind, kann die Erdungsimpedanz der PEN-Leiter reduziert werden. Dies spielt neben den Ausbreitungswiderständen der Erdungsanlagen der Verbraucher und der Netzform des Niederspannungsnetzes eine entscheidende Rolle für den Fehlerstromanteil im Niederspannungsnetz.

Kriterium 3:

Die Ausbreitungswiderstände der natürlichen Erder (z.B. metallische Versorgungsleitungen) sind in einem globalen Erdungssystem meist deutlich geringer als die Ausbreitungswiderstände der künstlichen Erder der Stationserdungsanlage. In dicht bebauten Gebieten sind in der Nähe von Stationen in den meisten Fällen metallene Einbauten zu finden, die eine deutlich größere räumliche Ausdehnung als die Station haben.

Kriterium 4:

Hier wird ein maximaler Wert für die Stationserdungsimpedanz angegeben. Dabei ist anzumerken, dass die unbeeinflusste Stationserdungsimpedanz in einem globalen Erdungssystem nicht bestimmbar ist. Es sollte in diesem Zusammenhang genauer definiert werden, was unter dem Ausdruck Stationserdungsimpedanz zu verstehen ist:

Bei einer einzelnen Erdungsanlage ist die Gesamterdungsimpedanz definiert als Parallelschaltung des Erdausbreitungswiderstands der Erdungsanlage und der Impedanzen der angeschlossenen Erdseile und Kabelschirme. In einem globalen Erdungssystem haben aber metallische Einbauten in der Umgebung der Station einen entscheidenden Einfluss auf die Stromaufteilung im Fehlerfall. Es sollte daher bei einem globalen Erdungssystem eine „scheinbare Erdungsimpedanz des globalen Erdungssystems an der Fehlerstelle“ definiert werden.

Kriterium 5:

Bei diesem Kriterium wird zwischen verschiedenen Sternpunktbehandlungen des Mittelspannungsnetzes unterschieden. Hinter der Unterscheidung der beiden Werte stehen verschiedene angenommene Stromhöhen bei Erdfehlern und verschieden lange Fehlerdauern. Da die Fehlerdauer eine entscheidende Rolle für die Erdungsspannung und damit für die zulässigen Berührungs- und Schrittspannungen darstellt, geht auch die Abschaltzeit eines Fehlers indirekt in die Beurteilung einer Erdungsanlage bezüglich Gefährdung durch Berührungs- und Schrittspannungen ein. Nimmt man die in Kriterium 5 angegebenen Werte für die Erdungsspannungen und multipliziert diese mit typischen Fehlerströmen ergibt sich:

Isoliertes/gelöschtes Netz (Fehlerdauern $\gg 1s$):

$$U_E = \frac{U_E}{I_F} \cdot 60A = 200V/kA \cdot 0,06kA = 12V$$

Niederohmige Sternpunktserdung (Fehlerdauern $\sim 0,1s$):

$$U_E = \frac{U_E}{I_F} \cdot 2kA = 40V/kA \cdot 2kA = 80V$$

Kriterium 6:

Messungen am Institut für Elektrische Anlagen haben gezeigt, dass in globalen Erdungssystemen Berührungsspannungen im Bereich von 15 V/kA auftreten können. Höhere Berührungsspannungen sind auf Grund theoretischer Überlegungen bei Stationen am Rand eines globalen Erdungssystems zu erwarten (Netzausläufer).

Kriterium 7:

Bei niederohmig geerdeten Netzen fließt ein Großteil des Fehlerstromes über das Erdreich zurück. Bei gelöschten betriebenen oder isolierten Netzen verteilt sich der Fehlerstrom über die Kapazitäten des Netzes und fließt nicht konzentriert zum geerdeten Sternpunkt zurück.

Kriterium 8:

Der Längsimpedanzbelag natürlicher Rückleitungen, wie er in Tabelle 4-1 angegeben ist, stellt ein Maß für die Dichte der elektrisch leitfähigen Einbauten mit Kontakt zum Erdreich im Boden dar. Er geht auch wesentlich in die Nullimpedanz der Fehlerschleife ein.

Zusätzlich wurden im Rahmen dieser Arbeit eigene Untersuchungen zum Nachweis eines globalen Erdungssystems in verschieden dicht bebauten Gebieten durchgeführt. Hierbei wurden mehrere Ortsnetzstationen untersucht (siehe Kapitel 4.3).

Wenn globale Erdungssysteme über Gefährdungsspannungen für Menschen definiert werden, müssen grundsätzlich auch induktive Beeinflussungen und Spannungsverschleppungen berücksichtigt werden. Generell muss allerdings zur induktiven Beeinflussungen angemerkt

werden, dass auch in globalen Erdungssystemen induktive Spannungen in isolierten Leitungen auftreten können, die zu unzulässigen Berührungsspannungen führen. Diese Spannungen können durch das Vorhandensein eines globalen Erdungssystems nicht beeinflusst oder verhindert werden. Deshalb sollte im Umkehrschluss eine Definition eines globalen Erdungssystems induktive Beeinflussungen nicht berücksichtigen!

Ergänzende Parameter für ein globales Erdungssystem:

- Aufteilung des Fehlerstromes an der Fehlerstelle: Anzahl der geerdeten Schirme und Erdseile im Mittelspannungsnetz
- Größe des Versorgungsgebietes (Niederspannungsnetz) einer Ortsnetzstation
- Abstand der Einzelerdungsanlagen von Verbrauchern
- (Mehrfache) Erdung von PEN-Leitern und Begleiterder
- Fremde metallische Einbauten im Erdreich
- Höhe der Fehlerströme und Abschaltzeiten
- Verbindung aller Einzelerdungsanlagen untereinander (Vermaschung)
- Abstand der Einzelerdungsanlagen (Dichte – Erdungsanlagen/Fläche im Versorgungsgebiet)

4.1.1 Funktionalität und Struktur des globalen Erdungssystems (nichtelektrische Kenngrößen)

Ein globales Erdungssystem ist prinzipiell dadurch gekennzeichnet, dass viele von einander aus baulicher Sicht unabhängige Einzelerdungsanlagen in einem Gebiet elektrisch so miteinander verbunden sind, dass sie als gemeinsames Erdungssystem wirken. Dies können sowohl Erdungsanlagen einzelner Häuser und Fundamenterder sein, aber auch Begleitbänder in Kabeltrassen, Erdungen von Schleifenkästen und Transformatorstationen oder fremde metallische Einbauten wie Gleistrassen oder Telekommunikationskabel mit beidseitig geerdeten Schirmen und Wasserleitungen.

Die Verbindung der Einzelerdungsanlagen im Niederspannungsnetz ist in Österreich durch die Nullungsverordnung [50] und die ÖVE/ÖNORM E 8001-1 [47] verbindlich geregelt. Es kann davon ausgegangen werden, dass im dicht bebauten Gebiet die meisten Niederspannungsnetze als TN-Netze mit Nullungsverbindung in den Verbraucheranlagen ausgeführt sind. Dadurch besteht eine mehrfache Erdung des PEN-Leiters und somit eine niederohmige Vermaschung der einzelnen Erdungsanlagen der Verbraucher. Zusätzlich werden in dicht bebauten Gebieten hauptsächlich Mittelspannungskabel verwendet. Werden – wie allgemein üblich – die Schirme dieser Mittelspannungskabel beidseitig geerdet, verbessert dies die Vermaschung und damit die Stromaufteilung an der Fehlerstelle zusätzlich. Durch die niedrigere Induktivität der Schleife Phase-Fehlerstelle-Kabelschirm, bedingt durch den Reduktionsfaktor des Mittelspannungskabels, fließt im Falle eines Erdfehlers in einer MS/NS-Station bei beidseitig geerdeten Kabelschirmen der größte Anteil des Fehlerstromes über den Schirm des Mittelspannungskabels zum

speisenden Umspannwerk zurück (siehe Kapitel 4.3.1 bzw. Abbildung 4-19). Im Gegensatz zu Kunststoffkabeln haben papierisolierte Kabel einen erdfühlig verlegten Kabelmantel, der die Erdungsimpedanz einer Trafostation minimiert. Kunststoffkabel mit Kupferschirmen weisen in diesem Zusammenhang allerdings eine deutlich niedrigere Längsimpedanz des Kabelschirms und eine damit auch geringere Nullimpedanz auf als papierisolierte Mittelspannungskabel. Ist der Fehlerstromanteil im Kabelschirm sehr hoch muss auch die Stromtragfähigkeit des Schirms beachtet werden (vor allem wenn kein Begleiterder vorhanden ist).

Umfangreiche Messungen in Deutschland haben, je nach verwendetem Mittelspannungskabeltyp, folgende Stromaufteilungen ergeben [9]:

| Anlagenteil | Berechnung lt. Tabelle 4-1 | Fehlerstromanteil bei kunststoffisolierten MS-Kabeln | Fehlerstromanteil bei papierisolierten MS-Kabeln |
|-------------------------------------|-----------------------------|--|--|
| Speisendes Mittelspannungskabel | I_{Schirm}/I_F | 70 - 80% (Kabellänge 300 m) 50 - 70% (Kabellänge 700 m) | 55 - 80% (10 kV) 70 - 90% (20 kV) |
| Abgehende Mittelspannungskabel | $I_{\text{MS-Schirme}}/I_F$ | 15 - 45% | 10 - 20% |
| PEN-Leiter der Niederspannungskabel | I_{PEN}/I_F | 20 - 30% | 20 - 45% |
| Stationserder | I_{KE}/I_F | 1 - 3% | 1 - 3% |
| natürliche Erder | I_{NE}/I_F | 5 - 30% | 5 - 30% |

Tabelle 4-2: Stromaufteilung bei einem Erdschluss [9]

Wichtig für die Berührungsspannungen in einem globalen Erdungssystem ist neben der Stromaufteilung durch die Vermaschung auch der Abstand der Einzelerdungsanlagen. In der Dissertation von Kerber [51] ist der mittlere Abstand von Häusern für verschiedene Besiedlungsgebiete dargestellt.

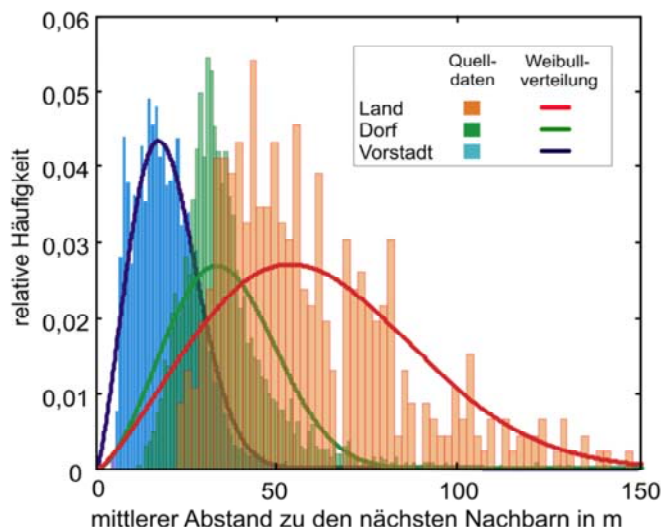


Abbildung 4-2: Histogramme und zugehörige Verteilung des mittleren Hausabstandes für Land, Dorf und Vorstadt [51]

In Abbildung 4-2 ist zu erkennen, dass in dicht bebauten Gebieten (Vorstadt, Dorf) der Abstand der einzelnen Häuser unter 50 m liegt. Der Abstand in Stadtzentren liegt naturgemäß nochmals deutlich unter diesem Wert.

Die durchgezogenen Kurven stellen die approximierete Weibullverteilung für die einzelnen Netzgebiete dar. Der Median des mittleren Hausabstandes beträgt laut dieser Arbeit bei Landnetzen 54 m, bei Dorfnetzen bei 32 m und in der Vorstadt 17 m. Mit den deutlich voneinander abweichenden Verteilungen ist der mittlere Hausabstand am besten zur Unterscheidung der Netzklassen geeignet. [51]

Im Netz der Stadtwerke Leipzig wurde der Häuserabstand von ca. 100 Niederspannungsnetzbezirken untersucht [10]. Dabei wurden verschiedene Klassen von Netzbezirken definiert (Innenstadt, Siedlung Wohnpark). Dabei wurden mittlere Abstände von 30 m (18 m bis 45 m) in Innenstadtvierteln, 15 m (8 m bis 21 m) in Siedlungen und 22 m (11 m bis 32 m) in Wohnparks ermittelt.

| Quelle | Mittlerer Hausabstand in m | Bereich des Hausabstandes in m |
|-----------------|----------------------------|--------------------------------|
| Kerber [51]: | | |
| Vorstadt | 17 | 5...50 |
| Dorf | 32 | 15...70 |
| Land | 54 | 25...150 |
| Scheffler [10]: | | |
| Innenstadt | 30 | 18...45 |
| Siedlung | 15 | 8...21 |
| Wohnpark | 22 | 11...32 |

Tabelle 4-3: Vergleich der mittleren Häuserabstände für verschiedene Besiedlungsgebiete nach [51], [10]

4.2 Simulation eines globalen Erdungssystems

4.2.1 Modellbeschreibung für Simulation mit Halbkugelerdern

Als mathematisch einfachstes Basiselement kann für die Berechnung von Erdungsanlagen der Halbkugelerder im unendlich ausgedehnten Halbraum herangezogen werden.

Das Modell für ein globales Erdungssystem wird aus dem Basismodell (einzelne Erdungsanlagen) mittels Halbkugelerdern mit konstantem Abstand nachgebildet. Die gegenseitige Beeinflussung der Erdungsanlagen wird bei diesem Modell nicht vernachlässigt, allerdings wird von einer gleichmäßigen Aufteilung des Gesamtstromes auf die einzelnen Erdungsanlagen ausgegangen. In Wirklichkeit werden die Erdungsanlagen am Rand einen höheren Strom aufnehmen, da die Stromdichte am Rand des zusammengeschlossenen Erdungssystems geringer ist, als in der Mitte. Berechnet man das Potential in der Mitte nimmt dieser Einfluss allerdings mit steigender Anzahl der Erdungsanlagen ab.

Halbkugelerder entlang einer Linie

Unter den oben beschriebenen Bedingungen kann der Erdausbreitungswiderstand der zusammengeschlossenen Halbkugelerder bzw. das Oberflächenpotential berechnet werden. Als

Modell sind in einem ersten Schritt die Halbkugelerder in konstanten Abstand entlang einer Geraden angeordnet.

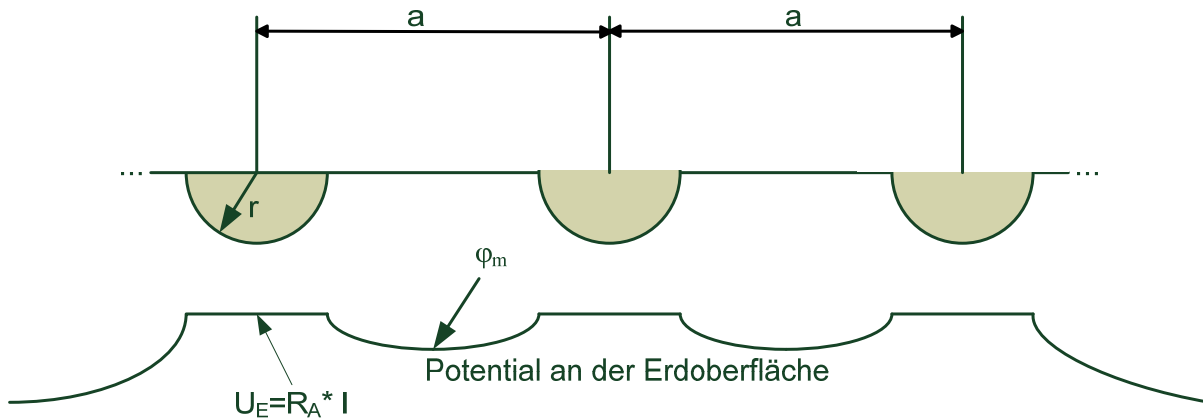


Abbildung 4-3: Halbkugelerder entlang einer Linie mit schematischem Potentialverlauf an der Erdoberfläche

Für eine ungerade Anzahl von N Erdungsanlagen ergibt sich ein Erdausbreitungswiderstand des Erdungssystems (Herleitung siehe Kapitel 7):

$$R_A = \frac{\rho}{2\pi N} \left(\frac{1}{r} + \frac{2}{a} \sum_{n=1}^{\frac{N-1}{2}} \frac{1}{n} \right)$$

Die in der Gleichung enthaltene harmonische Reihe hat keine analytische Lösung, kann aber numerisch angenähert werden[52]:

$$\sum_{n=1}^{P=\frac{N-1}{2}} \frac{1}{n} = \gamma + \ln(P) + \mathcal{O}\left(\frac{1}{P}\right)$$

Dabei entspricht γ der Euler-Mascheroni-Konstante und beträgt 0,5772... und \mathcal{O} einem Restterm für $n \rightarrow \infty$ entspricht.

Damit ergibt sich für den Ausbreitungswiderstand:

$$R_A = \frac{\rho}{2\pi N} \left(\frac{1}{r} + \frac{2}{a} \left(\gamma + \ln\left(\frac{N-1}{2}\right) + \mathcal{O}\left(\frac{N-1}{2}\right) \right) \right)$$

Für eine gerade Anzahl von N Erdungsanlagen ergibt sich ein Potential in der Mitte der Anordnung (größte mögliche Potentialdifferenz zur Erdungsspannung innerhalb des Erdungssystems) zwischen 2 Halbkugelerdern des Erdungssystems (EPRmin-Mitte):

$$\varphi_m = \frac{2I\rho}{\pi Na} \sum_{n=1}^{\frac{N}{2}} \frac{1}{2n-1} = \frac{2I\rho}{\pi Na} \left(0,5 \cdot \ln\left(\frac{N}{2}\right) + 0,9818 \right)$$

Damit errechnen sich die maximalen Potentialdifferenzen in der Mitte des globalen Erdungssystems zu:

$$U_{max} = I \cdot R_A - \varphi_m$$

Halbkugelerder in quadratischer Anordnung

Ausgehend von der Anordnung entlang einer Linie werden in diesem Model die Basiselemente (Halbkugelerder) mit gleichbleibendem Abstand quadratisch angeordnet. Das Potential φ_m wird in der Mitte zwischen vier Halbkugelerdern berechnet.

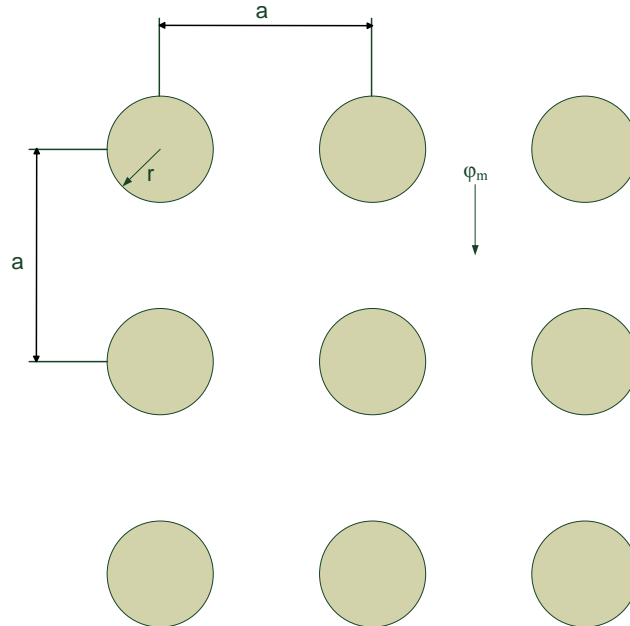


Abbildung 4-4: Halbkugelerder gleichmäßig auf einer Fläche verteilt (Aufsicht)

Ordnet man N Halbkugelerder auf einer quadratischen Grundfläche – wie in Abbildung 4-4 dargestellt – gleichmäßig an, ergibt sich eine Aufteilung auf m Reihen und m Spalten mit der Bedingung:

$$m = \sqrt{N}, m[-K, K] \in \mathbb{N}$$

$$K = \sqrt{\frac{N-1}{2}}, K \in \mathbb{Z}$$

Der Erdausbreitungswiderstand wird in diesem Beispiel nur für Gebiete mit einer ungeraden Anzahl an Reihen (Spalten) berechnet. Dies ist darin begründet, dass die unten angeführte Formel einen Halbkugelerder als Bezugspunkt benötigt, welcher in diesem Fall in der Mitte der quadratischen Grundfläche positioniert wurde.

Erdausbreitungswiderstand von Halbkugelerdern eines Maschennetzes mit N Erdungsanlagen, die auf $2K+1$ Reihen aufgeteilt sind (Herleitung siehe Kapitel 7):

$$R_A = \frac{\rho}{2\pi(2K+1)^2} \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{a} \sum_{x=-K}^K \sum_{y=-K}^K \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} \right)$$

mit der Randbedingung:

$$x = y \neq 0$$

Für Halbkugelerder, die entlang eines Maschennetzes angeordnet sind, ergibt sich ein Potential in der Mitte des Maschengitters von (Herleitung siehe Kapitel 7):

$$\varphi_m = \frac{I\rho}{2\pi(2K+1)^2} \sum_{x=-K}^K \sum_{y=-K}^K \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{a}{2} + ax\right)^2 + \left(\frac{a}{2} + ay\right)^2}}$$

In den in diesem Kapitel beschriebenen Formeln kann man erkennen, dass der Erdausbreitungswiderstand mit $1/N$ für unbeeinflusste Erdungsanlagen abfällt. Die Summenterme beschreiben die gegenseitige Beeinflussung durch die Kopplung über das Erdreich, wodurch der Gesamtausbreitungswiderstand höher ist als bei unbeeinflussten Erdungsanlagen.

Anhand einer Variationsrechnung werden im Folgenden die Ergebnisse und das Verhalten von globalen Erdungssystemen mit Hilfe der Nachbildung als Halbkugelerder gezeigt. Dafür wurde der Abstand der Häuser (Einzelerder) und deren Anzahl (N) respektive die Gesamtfläche des Gesamterdungssystems variiert. Der spezifische Bodenwiderstand und die Größe der Einzelerder wurden als konstant angenommen, da sie sowohl in den Ausbreitungswiderstand des Erdungssystems als auch in die maximale Potentialdifferenz linear eingehen.

Für den Radius des Einzelerders wurde ein Wert von 3 m angenommen. Bei einem angenommenen spezifischen Bodenwiderstand von $\rho = 100 \Omega\text{m}$ entspricht das einem Ausbreitungswiderstand der einzelnen Erdungsanlage von $R_A = 5,3 \Omega$. Die Fläche (A) des Gesamterdungssystems errechnet sich über die Anzahl der Einzelerdungsanlagen und deren Abstand:

$$A = \left((\sqrt{N} - 1) \cdot a \right)^2$$

Für die Berechnung der folgenden Grafiken wurden folgende Werte angenommen:

Radius des Einzelerders (Erdungsanlage der Häuser): $r = 3 \text{ m}$ (entspricht einem Einzelausbreitungswiderstand $R_A = 5,3 \Omega$)

Abstand der Häuser (siehe Abbildung 4-2): $a = 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 \text{ m}$

Spez. Bodenwiderstand: $\rho = 100 \Omega\text{m}$

Anzahl der Erdungsanlagen: $N = 9 \dots 1681$ (3 bis 41 Reihen)

Zum Vergleich wurde der Ausbreitungswiderstand für einen Maschenerder mit gleicher Grundfläche mit Hilfe der Näherungsformel nach Kapitel 2.5.2 berechnet.

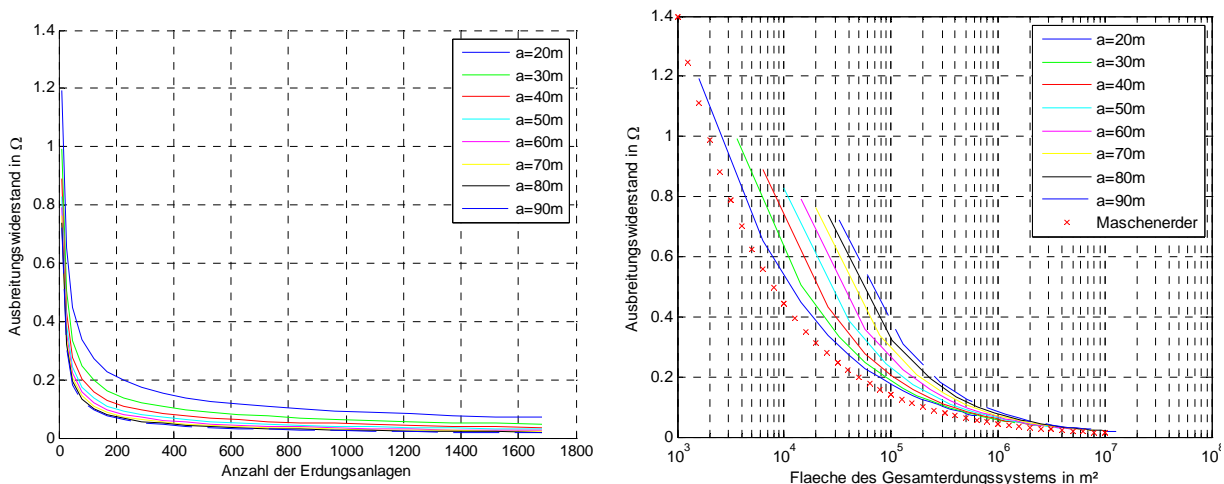


Abbildung 4-5: Gesamtausbreitungswiderstand in Abhängigkeit der Anzahl der Erdungsanlagen und der Fläche des

globalen Erdungssystemen

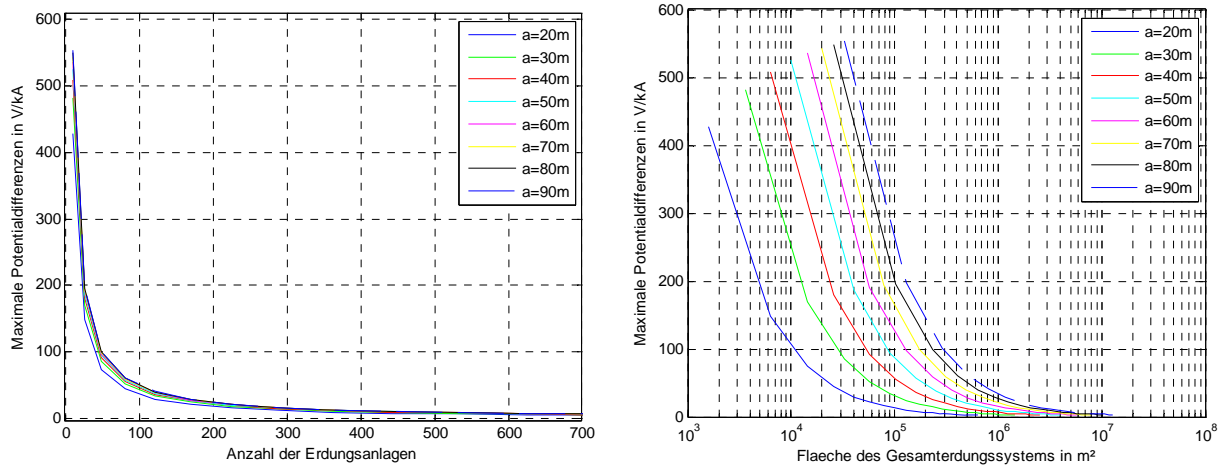


Abbildung 4-6: Größtmögliche Potentialdifferenz U_{\max} innerhalb des globalen Erdungssystems in Abhängigkeit der Anzahl der Erdungsanlagen und der Fläche des globalen Erdungssystems

In Abbildung 4-5 und Abbildung 4-6 sind der Erdausbreitungswiderstand und die maximale Potentialdifferenz innerhalb des verteilten Erdungssystems bei verschiedenen Ausdehnungen dargestellt. Der Erdausbreitungswiderstand des Gesamterdungssystems nimmt mit der Anzahl der Einzelerdungsanlagen ab, wobei durch die relativ geringere ohmsche Kopplung der Erdungsanlagen der Ausbreitungswiderstand mit dem Abstand der Einzelerdungsanlagen sinkt. Die Näherungsformel für einen Maschenerder liefert geringere Ausbreitungswiderstände. Mit kleiner werdendem Abstand zwischen den Einzelerdungsanlagen nähert sich das Modell einem Maschenerder an.

Die maximal auftretenden Potentialdifferenzen innerhalb des Gesamterdungssystems sinken mit der Anzahl der Erdungsanlagen stärker als der Erdausbreitungswiderstand (vergleiche Abbildung 4-5 und Abbildung 4-6). Dies ist auf den flacher werdenden Potentialtrichter zurückzuführen, wodurch das Potential zwischen den Einzelerdungsanlagen bei großen Erdungssystemen weniger stark einbricht. Im Gegensatz zum Erdausbreitungswiderstand werden die maximalen Potentialdifferenzen innerhalb des Gesamterdungssystems mit kleiner werdendem Abstand der Einzelerdungsanlagen kleiner. Das Gesamterdungssystem nähert sich in diesem Fall immer mehr einem Gebiet mit Potentialausgleich bzw. Potentialsteuerung an.

4.2.2 Modellbeschreibung für Simulation mit OBEIN 2

In diesem Kapitel wird ein quadratisches globales Erdungssystem mit Hilfe des Programms OBEIN 2 simuliert. Grundlage der Simulationen ist die Nachbildung einer Mittelspannungsstation mit angeschlossenem Niederspannungsnetz. Das Niederspannungsnetz und die Begleiterder werden als Maschengitter nachgebildet. In diesem Modell wird davon ausgegangen, dass die metallischen Einbauten im Erdreich ein gleichmaschiges Netz bilden. Erdungsanlagen von Häusern werden in diesem Beispiel nicht berücksichtigt.

Fremde metallische Einbauten im Erdreich können als leitfähige Bodenschicht nachgebildet werden [53]. Bei der Rechnung in bezogenen Größen (pu) hat der spezifische Bodenwiderstand bei der Annahme eines homogenen Bodenaufbaus keinen Einfluss auf u_{max} .

Die Bodenschichtung hat hingegen einen erheblichen Einfluss auf den Potentialverlauf an der Oberfläche. Je besser die Oberschicht im Vergleich zur Unterschicht bei einem Zweischichtboden leitet, desto geringer sind die Potentialeinbrüche an der Erdoberfläche.

Bei der Simulation werden Gitter mit verschiedenen Maschenweiten und Gesamtlängen des Erdungsgitters untersucht. Zusätzlich werden der Einfluss der Bodenschichtung und des spezifischen Bodenwiderstandes berechnet. Im Sinne einer worst-case Betrachtung wird die Erdungsanlage in einer geringen Tiefe von 0,1 m angenommen. Neben dem Erdausbreitungswiderstand R_A ist vor allem interessant, wie weit das Potential an der Erdoberfläche zwischen den einzelnen Erdern innerhalb des Erdungsgitters einbricht.

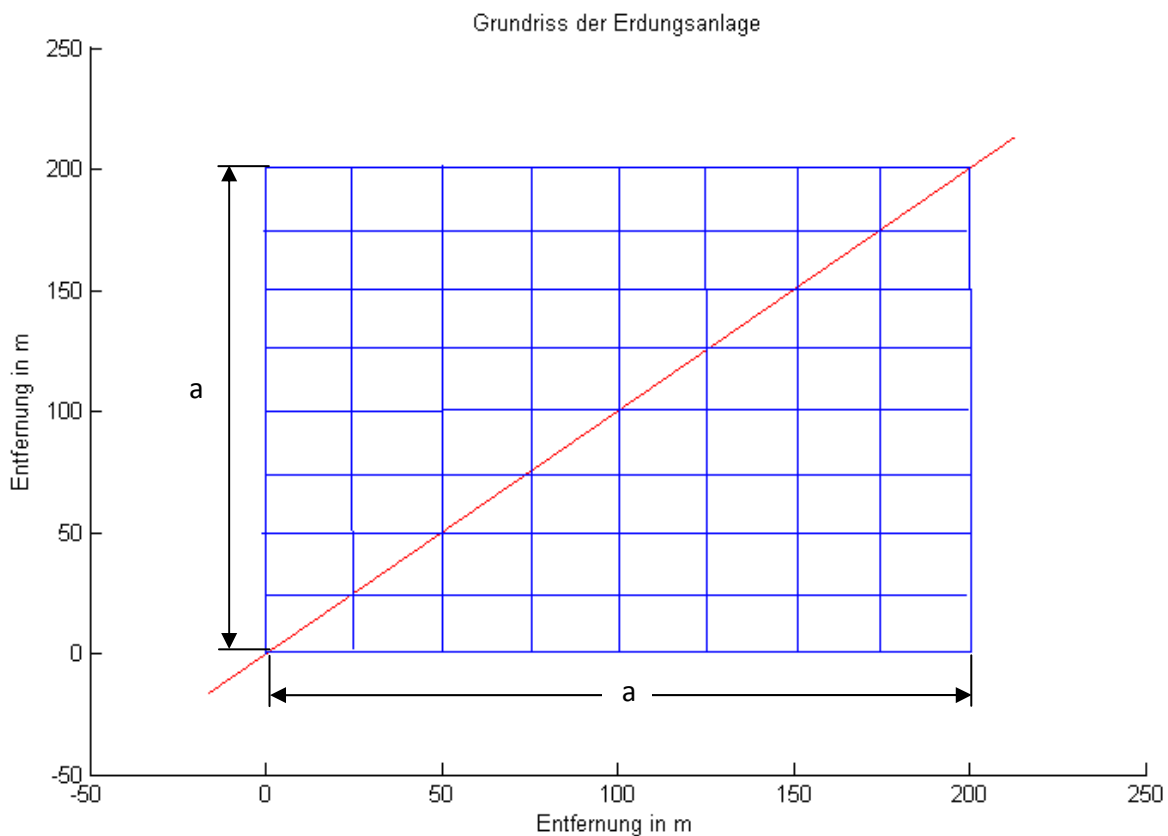


Abbildung 4-7: Nachbildung des Erdungssystems (blau) im Programm OBEIN mit Darstellung der Berechnungsgeraden (rot) für das Oberflächenpotential (in diesem Fall mit $n=8$, d.h. 64 Maschen)

In Abbildung 4-8 und Abbildung 4-9 ist der Potentialverlauf entlang der Berechnungsgerade in pu angegeben, wobei 1 pu der Erdungsspannung des Erdungssystems entspricht. Man kann erkennen, dass der Einbruch des Oberflächenpotentials in der Mitte des Erdungsgitters geringer ist als am Rand des Erdungsgitters. Innerhalb des Erdungsgitters kann somit maximal die Differenz zwischen der Erdungsspannung gegen ferne Erde und dem kleinsten Minimum des Oberflächenpotentials innerhalb des Maschengitters abgegriffen werden.

Damit ergibt sich eine maximale Spannung in pu :

$$u_{max} = 1 - EPR_{min(Rand)}$$

Bzw. in V/kA:

$$U_{max} = U_E \cdot (1 - EPR_{min(Rand)}) = 1kA \cdot R_A \cdot (1 - EPR_{min(Rand)})$$

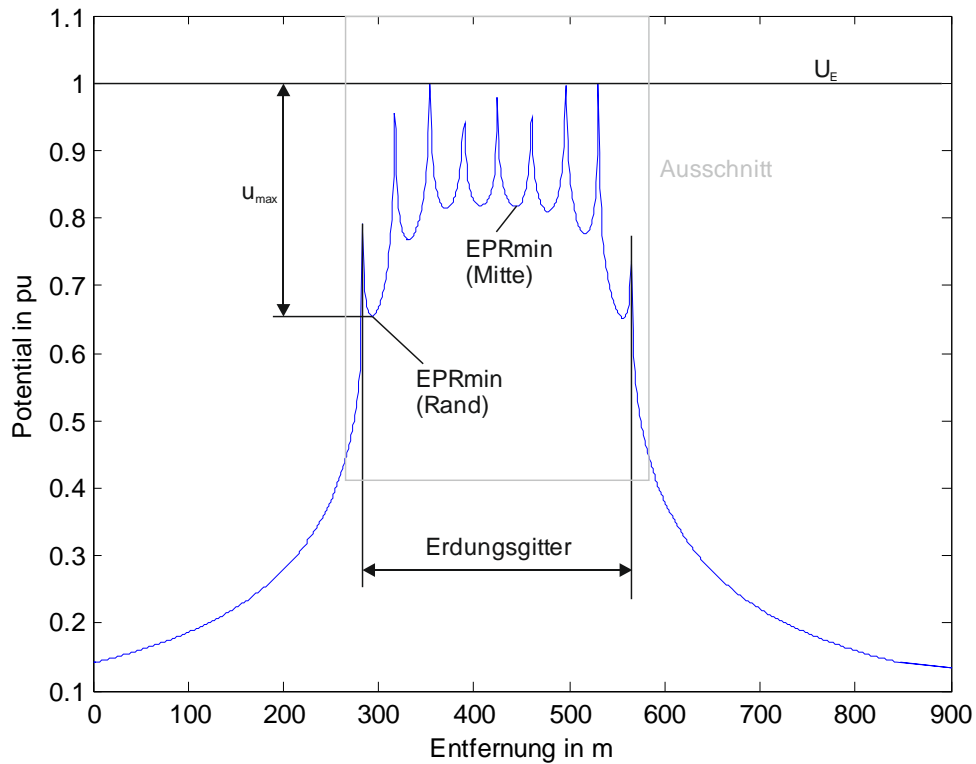


Abbildung 4-8: Darstellung des Potentialverlaufs entlang der Berechnungsgeraden für das Erdungsgitter in Abbildung 4-7

Die unterschiedlichen Werte der Spitzen des Potentialverlaufs sind auf die Diskretisierung der Berechnung zurückzuführen (die Diskretisierung der Potentialberechnung ist mit einer Auflösung von 1 m festgelegt).

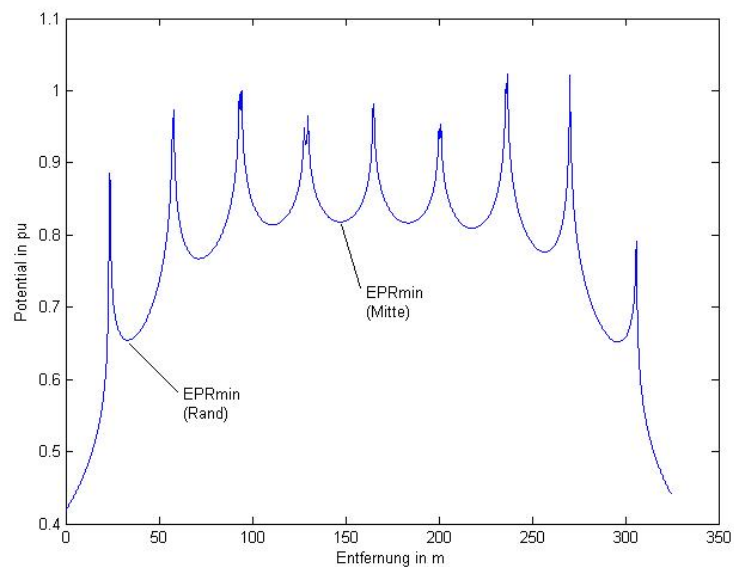


Abbildung 4-9: Darstellung des Potentialverlaufs entlang der Berechnungsgeraden (Ausschnitt aus Abbildung 4-8)

Um den Einfluss der verschiedenen Parameter zu verifizieren, wurden Erdungsgitter mit unterschiedlicher Größe und mit unterschiedlichen spezifischen Bodenwiderständen berechnet. Dabei wurden folgende Parameter untersucht:

- Größe des gesamten Erdungsgitters (Seitenlänge $a = 100/200/500/1000$ m):
- Vermaschungsgrad (Anzahl der Maschen des Erdungsgitters $n \times n = 1...1024$)
- Spezifischer Bodenwiderstand bei einem homogenen Bodenaufbau ($\rho = 100 \Omega\text{m}$)
- Verhältnis der spezifischen Bodenwiderstände (Oberschicht zu Unterschicht) bei einem Zweischichtboden $\rho_1/\rho_2 = 0,01...10$ (Unterschicht hat bei allen Berechnung $\rho_2 = 100 \Omega\text{m}$)
- Schichtdicke der oberen Bodenschicht BSD = 1/5/10 m.

Durch die Größe des Erdungsgitters und den Vermaschungsgrad ergeben sich für die Simulation mittlere Abstände der Ersatzerder von 3 m bis 1000 m (Maschenweite).

4.2.3 Berechnungsergebnisse

Einfluss der Größe des Erdungssystems und des Vermaschungsgrads

In der Abbildung 4-10 ist die Abhängigkeit des Ausbreitungswiderstandes des Gesamterdungssystems dargestellt. Man kann erkennen, dass der Ausbreitungswiderstand R_A mit steigendem Vermaschungsgrad abnimmt.

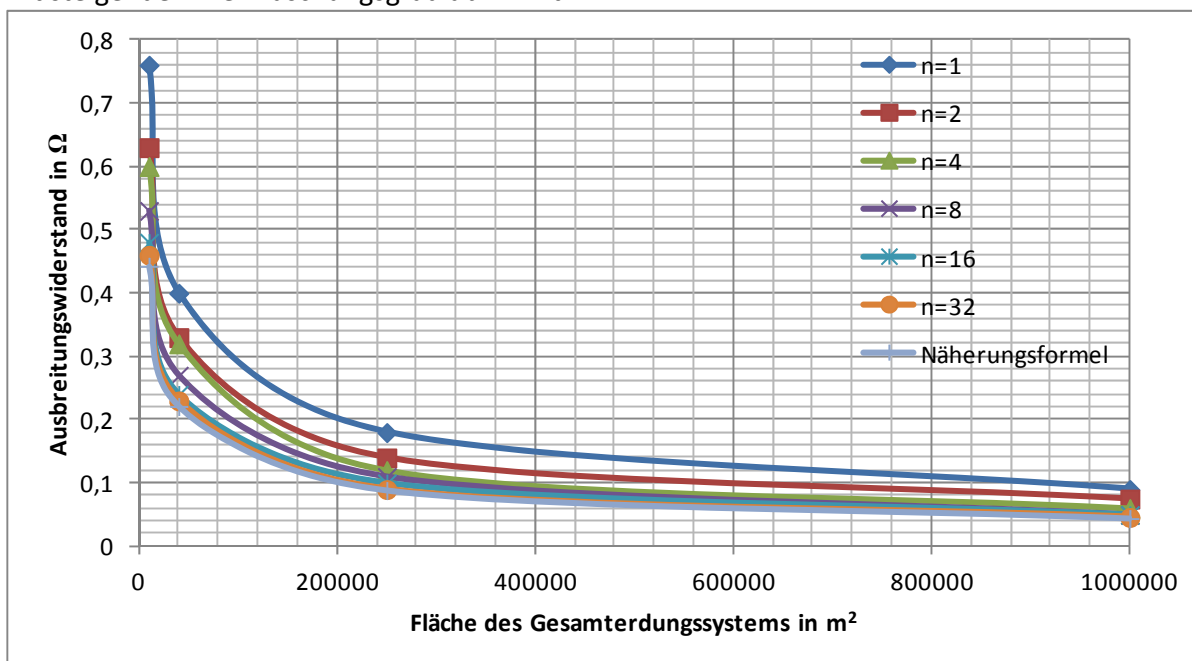


Abbildung 4-10: Einfluss des Vermaschungsgrades (Anzahl der Maschen n^2) auf den Ausbreitungswiderstand des Erdungssystems für verschieden große Erdungssysteme für $\rho = 100 \Omega\text{m}$

Zum Vergleich wurden die Simulationen wieder mit der Näherungsformel nach Kapitel 2.5.2 verglichen. Die Näherungsformel liefert dabei wieder niedrigere Werte für den Ausbreitungswiderstand als die Simulation mit OBEIN. Bei $n=32$ (1024 Maschen) liefert die Simulation mit OBEIN nahezu idente Werte wie die Näherungsformel.

In der Abbildung 4-11 ist die Abhängigkeit der maximalen Potentialdifferenzen an der Erdoberfläche innerhalb des Erdungssystems dargestellt. Man kann erkennen, dass die Potentialdifferenzen mit steigendem Vermaschungsgrad deutlich abnehmen. Der Einfluss der Fläche des Erdungssystems (Kantenlänge a) hat dabei weniger Einfluss als der Vermaschungsgrad.

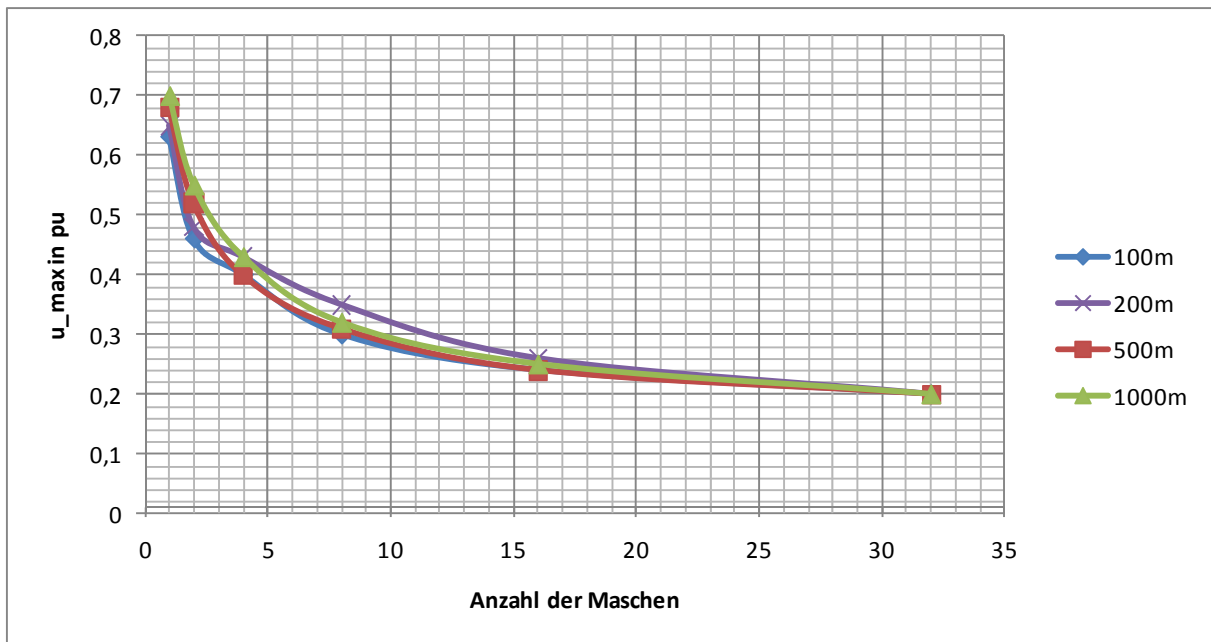


Abbildung 4-11: Einfluss des Vermaschungsgrades (Anzahl der Maschen) auf die maximalen Spannungen in pu innerhalb des Erdungsgitters für verschieden große Erdungssysteme (Seitenlänge $a=100\text{m}$, 200m , 500m , 1000m) für $\rho = 100 \Omega\text{m}$

Dies gilt allerdings nur für die Darstellung in bezogenen Größen, da die Fläche des Erdungssystems maßgebend für den Erdausbreitungswiderstand des Erdungssystems und damit auch für die Berührungsspannung ist (siehe auch Kapitel 3.4 bzw. Abbildung 3-11).

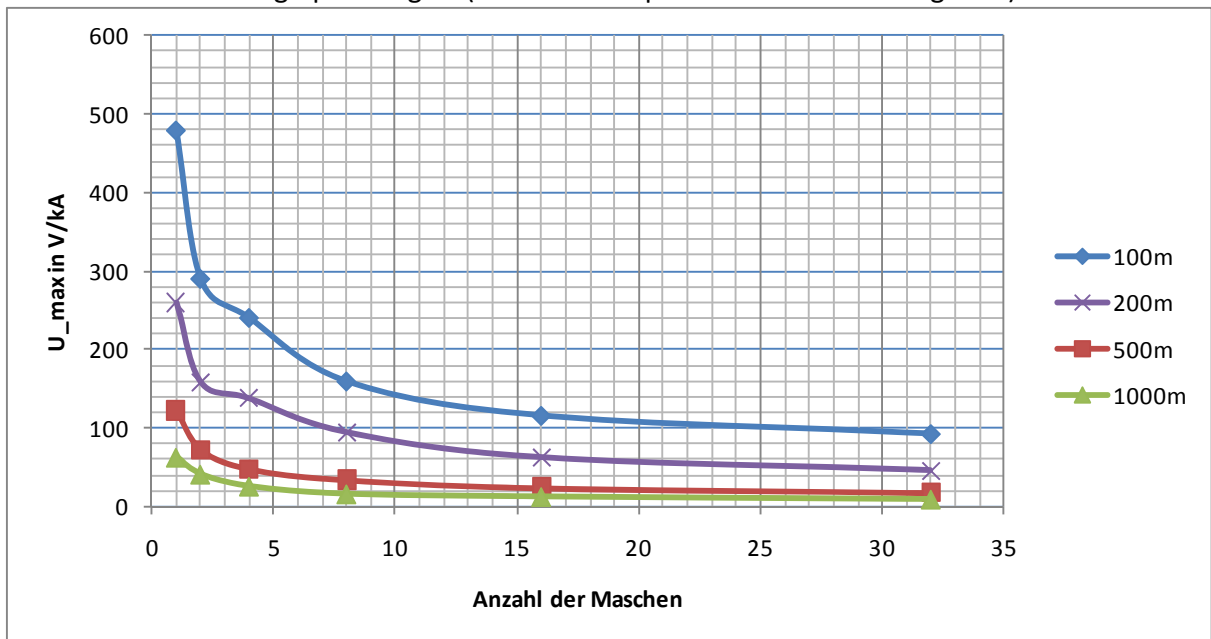


Abbildung 4-12: Einfluss des Vermaschungsgrades (Anzahl der Maschen) auf die maximalen Spannungen in V/kA innerhalb des Erdungsgitters für verschieden große Erdungssysteme (Seitenlänge $a=100\text{m}$, 200m , 500m , 1000m) für $\rho = 100 \Omega\text{m}$

Man kann erkennen, dass vor allem bei kleineren Erdungssystemen (kleinere Seitenlängen a in Abbildung 4-12) der Vermaschungsgrad einen deutlichen Einfluss auf die maximalen Potentialunterschiede innerhalb des Erdungssystems hat. Bei größeren Erdungssystemen hat der Vermaschungsgrad weniger Einfluss auf die maximalen Potentialunterschiede. Mit steigendem Vermaschungsgrad (Anzahl der Maschen n^2) bei gleichbleibender Fläche des Erdungssystems steigt auch die Gesamtlänge der horizontalen Erder in der Berechnung. Dies ist in Abbildung 4-13 dargestellt. In dieser Abbildung kann man erkennen, dass bei gleichmäßiger Verteilung der Erder

(z.B. bei einem Gitter) die maximalen Potentialdifferenzen innerhalb des Erdungssystems mit der Gesamtlänge der Erder abnehmen.

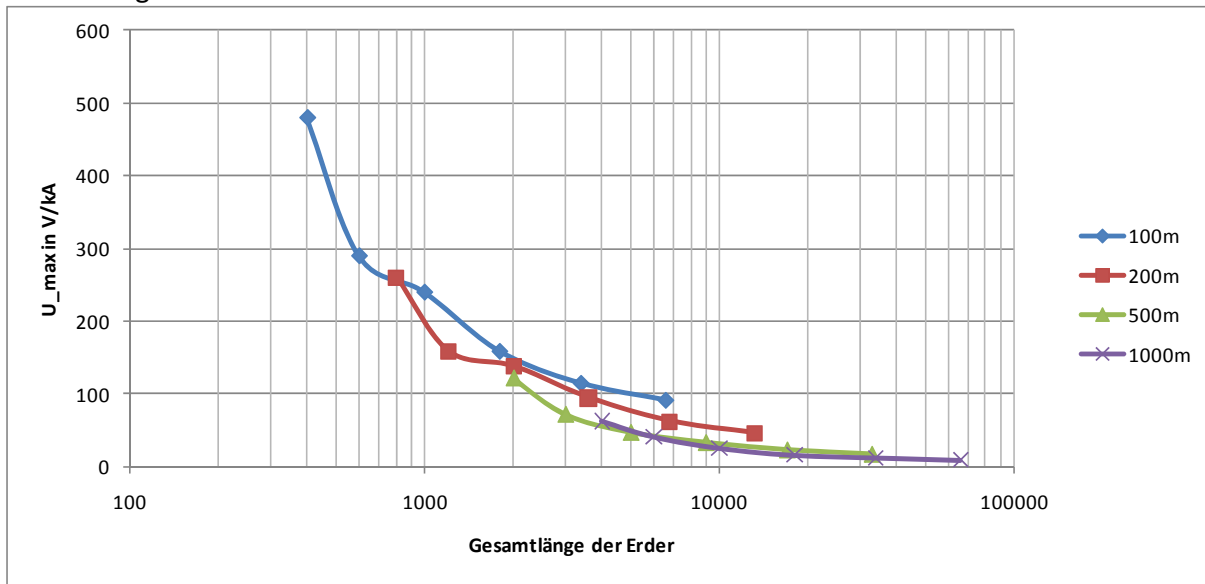


Abbildung 4-13: Einfluss der Gesamtlänge der Erder auf die maximalen Spannungen in V/kA innerhalb des Erdungsgitters für verschieden große Erdungssysteme (Seitenlänge a=100m, 200m, 500m, 1000m) für $\rho = 100 \Omega\text{m}$

In realen Netzen werden die Horizontalerder in der Simulation durch mehrfach punktuell geerdete PE(N)-Leiter und kontinuierliche Begleiterder gebildet. Ist die Länge dieser Einbauten mit Erderwirkung im Niederspannungsnetz bekannt, kann man bei gleichmäßiger Verteilung auf die maximalen Potentialdifferenzen im Bereich des Niederspannungsnetzes zurückrechnen. Zusätzlich muss noch der spezifische Bodenwiderstand und die Bodenschichtung berücksichtigt werden. Für die Berechnungen der Abbildungen Abbildung 4-11 bis Abbildung 4-13 wurde ein homogener Boden mit $\rho=100 \Omega\text{m}$ angenommen.

Einfluss des Bodenaufbaus und des spezifischen Bodenwiderstandes

Bei der Rechnung in bezogenen Größen (pu) hat der spezifische Bodenwiderstand bei der Annahme eines homogenen Bodenaufbaus keinen Einfluss auf u_{max} .

Die Bodenschichtung hat hingegen einen erheblichen Einfluss auf den Potentialverlauf an der Oberfläche. Je besser die Oberschicht im Vergleich zur Unterschicht bei einem Zweischichtboden leitet, desto geringer sind die Potentialeinbrüche an der Erdoberfläche. Leitet die Oberschicht im Vergleich zur Unterschicht des Bodens sehr gut, nähert sich der Potentialverlauf innerhalb des Erdungsgitters immer mehr einer Äquipotentialfläche an. Bei der Rechnung in bezogenen Größen ist dabei nur das Verhältnis der spezifischen Bodenwiderstände (Oberschicht ρ_1 zu Unterschicht ρ_2) für den Potentialverlauf ausschlaggebend.

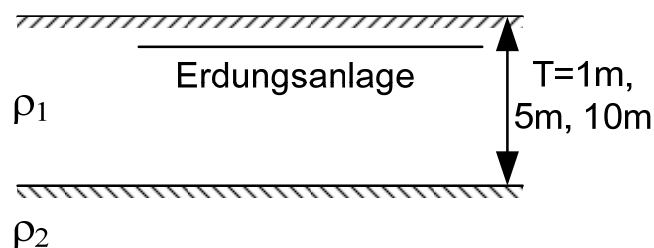


Abbildung 4-14: Nachbildung des Zweischichtbodens in der Simulation

Der Einfluss der Schichtdicke der oberen Bodenschicht wurde für ein Erdungssystem mit $a = 500 \text{ m}$ Seitenlänge und einer Maschenaufteilung von $n = 8$ berechnet.

In Abbildung 4-15 ist der Verlauf der maximalen Potentialdifferenzen für verschiedene Schichtdicken der oberen Bodenschicht bei einem Zweischichtboden dargestellt. Das Verhältnis der spezifischen Bodenwiderstände wurde über einen Bereich von $\rho_1/\rho_2 = 0,01 \dots 10$ variiert.

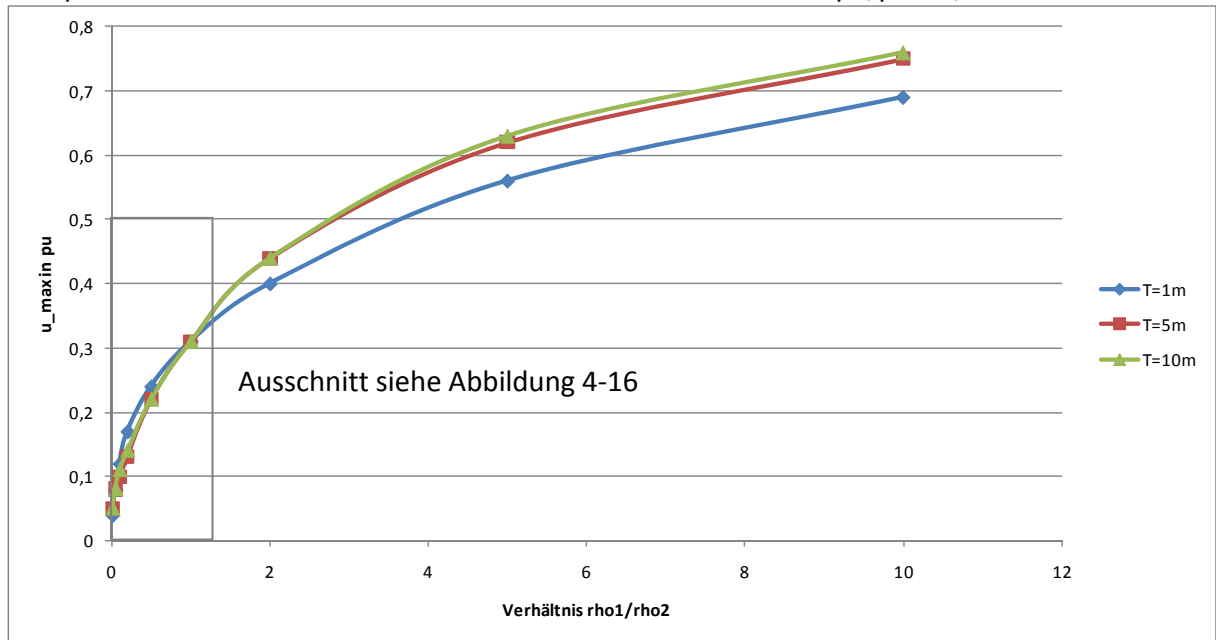


Abbildung 4-15: Einfluss des Verhältnisses der spezifischen Bodenwiderstände auf die maximalen Spannungen in pu innerhalb des Erdungsgitters für verschieden tiefe obere Bodenschichten ($T=1\text{m}$, 5m , 10m)

Für den Fall eines globalen Erdungssystems kann davon ausgegangen werden, dass die Oberschicht durch die fremden metallischen Einbauten besser leitet als die Unterschicht. In der Norm DIN VDE 0845-6-1 [53] wird für dicht besiedelte Gebiete ein spezifischer Bodenwiderstand von $0,1\ \Omega\text{m}$ bis $1\ \Omega\text{m}$ angegeben, beziehungsweise die Verwendung eines Umweltreduktionsfaktors vorgeschlagen. Für diesen Umweltreduktionsfaktor wird ein Wert Faktor von 0,05 (Bereich von U-Bahnen im Stadtkern) bis 0,6 (Stadttrand) für dicht besiedelte Gebiete angegeben [53]. Dieser Umweltreduktionsfaktor kann ebenso durch das Verhältnis der spezifischen Bodenwiderstände nachgebildet werden. In Abbildung 4-16 ist der für ein Stadtgebiet relevante Ausschnitt aus Abbildung 4-15 dargestellt.

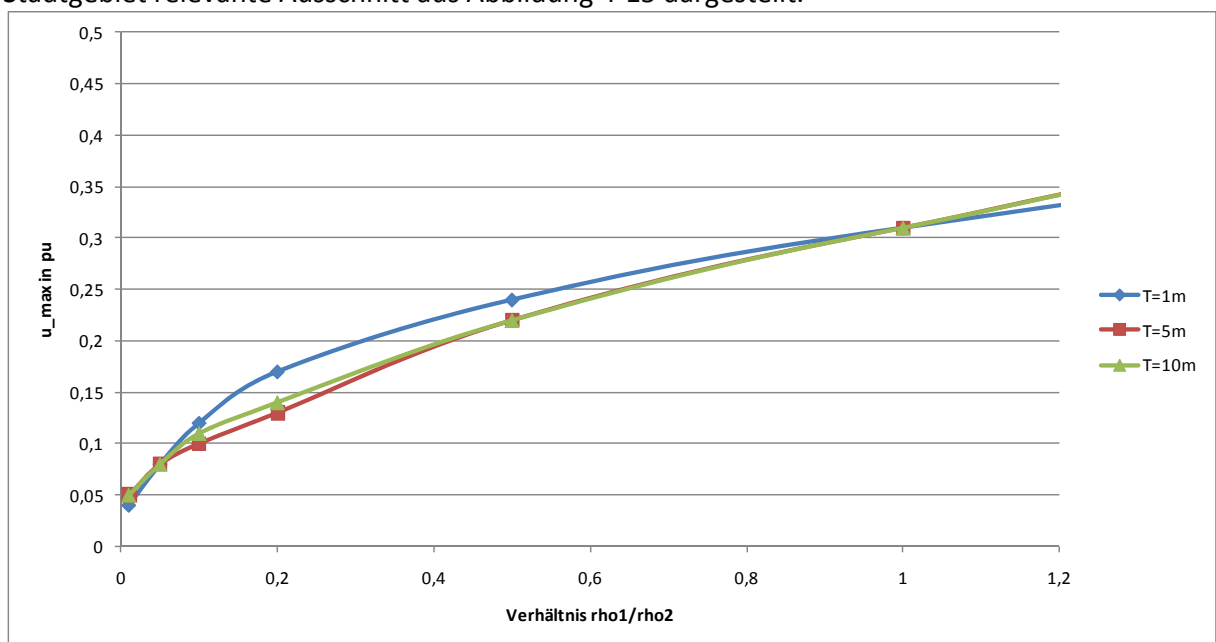


Abbildung 4-16: Einfluss des Verhältnisses der spezifischen Bodenwiderstände auf die maximalen Spannungen in pu innerhalb des Erdungsgitters für verschieden tiefe obere Bodenschichten (Ausschnitt)

Der Einfluss der Schichtdicke der Oberschicht ist deutlich geringer als der Einfluss des Verhältnisses der spezifischen Bodenwiderstände zueinander. Der absolute Wert des spezifischen Bodenwiderstandes hat wie auch bei einem homogenen Boden keinen Einfluss auf u_{\max} (bei Berechnung mit bezogenen Größen).

In den folgenden Abbildungen (Abbildung 4-17 und Abbildung 4-18) ist U_{\max} in V/kA angegeben, und damit der Ausbreitungswiderstand, der sich mit durch die Variation der Oberschicht ändert, berücksichtigt. Die untere Bodenschicht beträgt bei allen Berechnungen $100 \Omega\text{m}$.

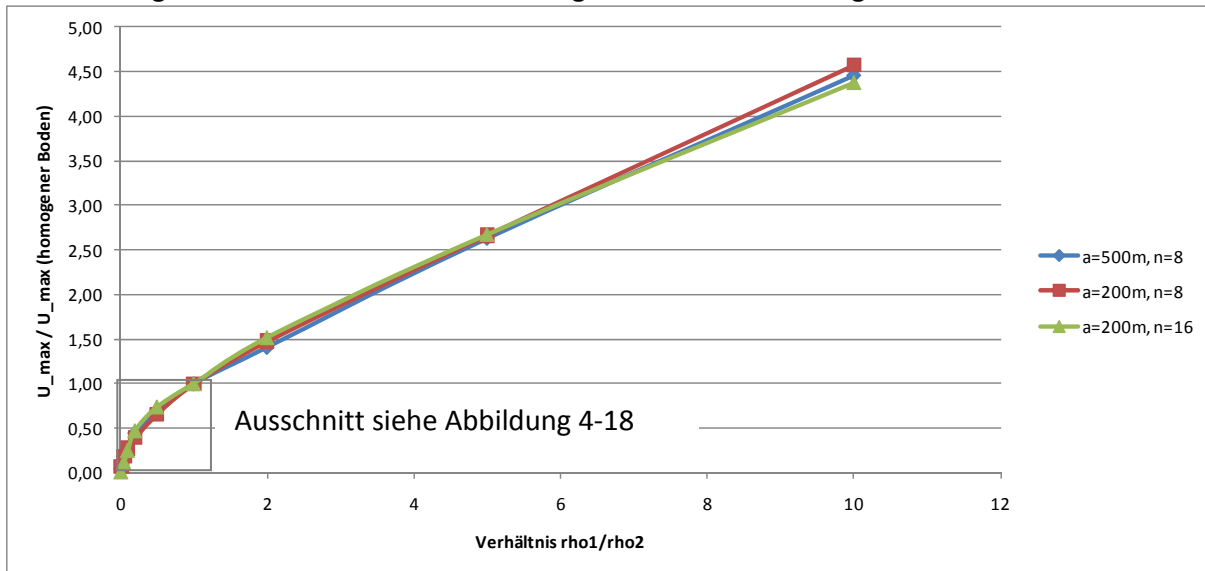


Abbildung 4-17: Verhältnis der maximalen Potentialdifferenzen in V/kA zur Situation mit homogenem Boden in Abhängigkeit der spezifischen Bodenwiderstände für verschiedene Erdungssysteme

In der Abbildung 4-17 und Abbildung 4-18 sind die Werte von U_{\max} auf $U_{\max}(\text{homogener Boden})$ (bei homogenem Boden mit $\rho = 100 \Omega\text{m}$) bezogen. Der für globale Erdungssysteme relevante Teil aus Abbildung 4-17 mit besser leitender Oberschicht ist in Abbildung 4-18 dargestellt.

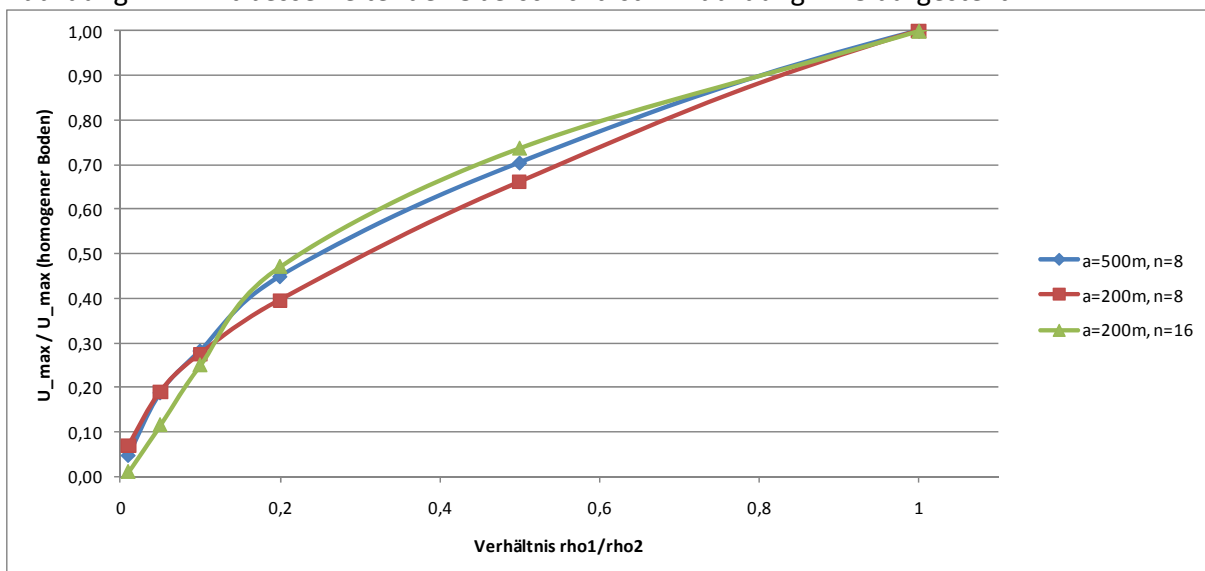


Abbildung 4-18: Verhältnis der maximalen Potentialdifferenzen in V/kA zur Situation mit homogenem Boden in Abhängigkeit der spezifischen Bodenwiderstände für verschiedene Erdungssysteme (Ausschnitt)

Je kleiner das Verhältnis von ρ_1/ρ_2 wird, desto kleiner werden die Potentialdifferenzen innerhalb des Gebietes des Erdungssystems (Potentialtrichter wird flacher).

4.2.4 Vergleich der Simulationsergebnisse

Die erste Simulation in diesem Kapitel berücksichtigt nur die Einzelerdungsanlagen, die als Halbkugelerder nachgebildet werden, innerhalb eines globalen Erdungssystems.

Die Formel für die Berechnung für mehrere gleichverteilte Halbkugelerder zeigt, dass der Gesamtausbreitungswiderstand proportional mit der Flächenzunahme des Erdungssystems sinkt:

$$R_A \sim \frac{1}{\sqrt{A}}$$

Die maximalen Potentialdifferenzen (U_{\max}) sinken mit:

$$U_{\max} \sim \frac{1}{A}$$

Die zweite Simulation in diesem Kapitel, die auf dem Modell eines gleichmäßig verteilten Maschenerders beruht, stellt nur eine Näherung der wirklichen Verhältnisse in einem globalen Erdungssystem dar. Im Gegensatz zu Erdungsanlagen von Umspannwerken, die maschenförmig aufgebaut sind, können die Einbauten mit Erderwirkung in einem bebauten Gebiet ungleichmäßig verteilt sein. Unter der Annahme, dass sich die meisten metallenen Einbauten im Bereich der öffentlichen Straßen befinden, kann allerdings in einem dicht bebauten Gebieten davon ausgegangen werden, dass die metallenen Einbauten annähernd gleichmäßig verteilt sind. Den größten Einfluss auf die maximalen Potentialdifferenzen innerhalb des globalen Erdungssystems haben die Bodenschichtung und der Vermaschungsgrad, was gleichbedeutend mit dem Abstand der einzelnen verbundenen Erdungsanlagen ist.

Eine im Vergleich zur Unterschicht gut leitende Oberschicht des Bodens bedingt an der Erdoberfläche kleinere Potentialunterschiede als bei der Annahme eines homogenen Bodenaufbaus. Die Potentialtrichter werden flacher und dadurch auch die maximalen Potentialdifferenzen kleiner. Die metallischen Einbauten mit Erderwirkung innerhalb eines globalen Erdungssystems können als Verbesserung der Leitfähigkeit der oberen Bodenschicht interpretiert werden. In der Norm DIN VDE 0845-6-1 wird vorgeschlagen, für dicht besiedelte Gebiete einen spezifischen Bodenwiderstand von $0,1 \Omega\text{m}$ bis $1 \Omega\text{m}$ für die Berechnung anzunehmen, beziehungsweise die Verwendung eines Umweltreduktionsfaktors vorgeschlagen. Für diesen Umweltreduktionsfaktor wird ein Wert Faktor von 0,05 (Bereich von U-Bahnen im Stadtkern) bis 0,6 (Stadtrand) für dicht besiedelte Gebiete angegeben [53].

Die Ergebnisse der beiden Simulationen (quadratisch angeordnete Halbkugelerder und Maschengitter) können nur bedingt miteinander verglichen werden. Auf Grund der Vereinfachungen durch die Halbkugelerder und die Annahme einer gleichmäßigen Stromaufteilung in allen Halbkugelerdern ist davon auszugehen, dass die Simulation mit einem Maschengitter realitätsnähere Werte liefert. Zusätzlich wurde U_{\max} bei der Berechnung mit Halbkugelerdern in der Mitte des Erdungssystems berechnet, während im Gegensatz dazu bei der Simulation mit Maschenerder die Potentialdifferenzen am Rand des Erdungssystems, welche durch die Form des Potentialtrichters immer höher sind als in der Mitte des Erdungssystems, berechnet wurde. Deutlich zeigt sich in allerdings in beiden Simulation, dass die maximalen Potentialdifferenzen innerhalb eines globalen Erdungssystems vor allem von der Fläche des Erdungssystems und dem Abstand der Einzelerdungsanlagen abhängig ist. Ein Nachteil der

Berechnung mit Hilfe der Halbkugelerde ist, dass in den beschriebenen Formeln nur ein homogener Bodenaufbau berücksichtigt werden kann, aber die Simulationen mit Hilfe des Maschenerders zeigen, dass ein inhomogen geschichteter Bodenaufbau einen großen Einfluss auf die Potentialdifferenz hat (siehe Abbildung 4-13 bzw. Abbildung 4-15).

4.3 Messtechnische Überprüfung von globalen Erdungssystemen

Messtechnische Untersuchungen von Erdungsanlagen in globalen Erdungssystemen unterscheiden sich von der Messung abgegrenzter Einzelerdungsanlagen. Für die Untersuchung von globalen Erdungssystemen müssen somit neue Zielsetzungen und Messverfahren definiert werden.

Ziele einer Messung des globalen Erdungssystems

Bei Erdungsmessungen von alleinstehenden, abgeschlossenen Erdungsanlagen sind die Bestimmung des Ausbreitungswiderstands der Erdungsanlage und die Höhe der Berührungs- und Schrittspannungen von Interesse.

Bei globalen Erdungssystemen hat die Bestimmung des Ausbreitungswiderstandes einer einzelnen Erdungsanlage im Gebiet des globalen Erdungssystems eine geringere Bedeutung. Daher müssen für die Beurteilung von Messungen in globalen Erdungssystemen andere Kennwerte ermittelt werden. Neben den Gefährdungspotentialen durch Berührungs- und Schrittspannungen sind vor allem elektromagnetische Beeinflussungen von anderen technischen Systemen und Einrichtungen von Interesse. Bei Fehlern mit Erdberührung in Starkstromnetzen ist mit induktiven und ohmschen Beeinflussungen von Telekommunikationsleitungen und anderen leitfähigen, ausgedehnten Infrastruktureinrichtungen zu rechnen, da die räumlichen Abstände zwischen den einzelnen Infrastruktureinrichtungen in dicht bebauten Gebieten geringer sind. Diese Beeinflussungen müssen bei Messungen in globalen Erdungssystemen berücksichtigt werden. Die Erdungsmessung in globalen Erdungssystemen sollte daher um eine Messung der Beeinflussungen erweitert werden.

Im Folgenden werden eigene Messungen in verschiedenen Erdungssystemen (MS/NS-Stationen in globalen Erdungssystemen bzw. in erdungsmäßig zusammenhängenden NS-Netzgebieten) dargestellt. Die Messungen beinhalten sowohl Messungen im innerstädtischen Bereich als auch am Stadtrand einer Großstadt und in kleinen Ortsgebieten. Die Erdungsmessungen wurden mit Ersatzstromgeneratoren und mit Hilfe der Schwebungsmethode bzw. der in Kapitel 2.2 beschriebenen Methode durchgeführt. Zur Verifikation wurden einige Erdungsmessungen als reale Netzversuche mit Nennspannung und Fehlerströmen im Bereich einiger kA wiederholt (staged earth fault).

Zusätzlich zu den eigenen Messungen werden auch Messungen anderer Energieversorgungsunternehmen und aus wissenschaftlichen Veröffentlichungen angeführt und miteinander verglichen.

4.3.1 Messungsergebnisse/Literaturauswertung

Alle Messergebnisse der nachfolgenden Teilkapitel wurden nach der Strom-Spannungs-Methode gemessen.

Für das Verhältnis der Erdungsspannung zur Berührungsspannung ist in ÖVE/ÖNORM E 8383 der Faktor X ($X > 1$) definiert [17]:

$$U_E = X \cdot U_{TP}$$

Zusätzlich wurde bei der Auswertung der Messergebnisse noch der Berührungsspannungsfaktor r als Kehrwert von X definiert mit einem Wertebereich $r=0...1$.

$$r = \frac{1}{X}$$

$$U_{TP} = r \cdot U_E$$

Messungen der Stadtwerke Helsinki

In Helsinki wurde für Messungen im globalen Erdungssystem ein einpoliger Erdschluss mit Nennspannung im 110-kV-Netz erzeugt [54]. Es wurde dabei ein Strom an der Fehlerstelle von 2,1 kA gemessen (110-kV-Netz ist mehrfach direkt geerdet). Der Reduktionsfaktor betrug 0,785. Als ferne Erde (Bezugserde) wurde eine Elektrode im Meer verwendet. Für die Messungen der Potentialdifferenzen innerhalb des Stadtgebietes wurden Telekommunikationskabel mit Bleimänteln verwendet.

Anzumerken ist bei dieser Messung, dass sich Helsinki auf einem Granitstock befindet und der spezifische Bodenwiderstand sehr hoch ist.

Table. Voltage differences measured by the staged earth-fault test. A1 – earthing voltage between the fault point and sea, A2 and A3 – measurements between the fault point and ist ambient soil, B – city, C – measuring stretches situated in the suburban area, D – measurements from the centre oft he city beyond the city periphery

| Measuring object | Measuring length in km | Voltage difference in V | Interference voltage in V |
|------------------|------------------------|-------------------------|---------------------------|
| A1 | 6,0 | 21,6 | 1,0 |
| A2 | 0,55 | 8,0 | - |
| A3 | 2,2 | 5,5 | 1,0 |
| B1 | 0,62 | 0,2 | - |
| B2 | 0,54 | 0,2 | - |
| B3 | 1,3 | 0,2 | - |
| C1 | 1,6 | 0,35 | 0,03 |
| C2 | 3,0 | 0,8 | 0,20 |
| C3 | 1,7 | 0,95 | 0,25 |
| D1 | 13,5 | 28,1 | 1,0 |
| D2 | 19,3 | 33,0 | 1,0 |

Tabelle 4-4: Messwerte der Erdungsmessung in Helsinki [54]

| Messpunkt | spezifische Potentialdifferenzen in V/kA |
|------------|--|
| A1 | 13,09 |
| A2 | 4,85 |
| A3 | 3,33 |
| B1 | 0,12 |
| B2 | 0,12 |
| B3 | 0,12 |
| C1 | 0,21 |
| C2 | 0,48 |
| C3 | 0,58 |
| D1 | 17,03 |
| D2 | 20,00 |
| Mittelwert | 5,45 |
| Median | 0,58 |
| Max | 20,00 |
| Min | 0,12 |

Tabelle 4-5: Messwerte der Erdungsmessung in Helsinki (bezogen auf 1kA)

Ergebnisse einer Erdungsmessung der Stadtwerke Erlangen

In einer Veröffentlichung der Erlanger Stadtwerke wurden Erd- und Berührungsspannungen während eines einpoligen Fehlers in einem niederohmig geerdeten städtischen Mittelspannungsnetz gemessen [55]. Dabei wurden Erdungs- und Berührungsspannungen unter 14V/kA bei einem Kurzschlussstrom von 1,43 kA gemessen.

Messungen der TU Brno

In einem tschechischen Mittelspannungsnetz wurden Versuche durchgeführt, bei denen unter anderem das Stationspotential und die Berührungsspannungen bei Erdfehlern im gelöschten Mittelspannungsnetz untersucht wurden [56]. Bei diesen Versuchen wurden einerseits ein Parallelwiderstand zur Petersenspule geschaltet und andererseits die Auswirkungen der Erdung der fehlerbehafteten Phase im Umspannwerk untersucht.

| Nr. | Z_E in $m\Omega$ | z_{STV} in V/kA (=m Ω) | X in pu | r in pu |
|-----|--------------------|----------------------------------|---------|---------|
| A1 | 34.9 | 9.6 | 3.6 | 0.276 |
| A2 | 21.8 | 5.7 | 3.8 | 0.263 |
| A3 | 46.7 | 12.8 | 3.6 | 0.275 |
| A4 | 39.1 | 9.6 | 4.1 | 0.246 |
| A5 | 48.6 | 17.5 | 2.8 | 0.361 |
| A6 | 51.6 | 18.8 | 2.7 | 0.364 |
| A7 | 30.2 | 12.5 | 2.4 | 0.413 |
| A8 | 56.7 | 22.4 | 2.5 | 0.395 |
| A9 | 30.3 | 11.3 | 2.7 | 0.372 |
| A10 | 19.6 | 6.6 | 3.0 | 0.338 |
| B1 | 13.3 | 4.5 | 2.9 | 0.341 |
| B2 | 15.8 | 5.0 | 3.1 | 0.318 |

| | | | | |
|------------|------|------|------|-------|
| B3 | 17.3 | 5.6 | 3.1 | 0.321 |
| B4 | 15.9 | 5.0 | 3.2 | 0.314 |
| B5 | k.M. | k.M. | k.M. | k.M. |
| B6 | 40.7 | 13.8 | 3.0 | 0.339 |
| B7 | 15.2 | 5.5 | 2.8 | 0.363 |
| B8 | 15.3 | 5.2 | 2.9 | 0.342 |
| B9 | 15.5 | 5.1 | 3.0 | 0.329 |
| B10 | 16.2 | 5.3 | 3.0 | 0.328 |
| C1 | 34.7 | 10.5 | 3.3 | 0.304 |
| C2 | 21.5 | 5.6 | 3.9 | 0.260 |
| C3 | 23.1 | 5.9 | 3.9 | 0.255 |
| C4 | 35.2 | 7.4 | 4.8 | 0.210 |
| C5 | k.M. | k.M. | k.M. | k.M. |
| C6 | 19.0 | 6.9 | 2.7 | 0.365 |
| C7 | 27.2 | 11.1 | 2.5 | 0.406 |
| C8 | 48.1 | 19.4 | 2.5 | 0.403 |
| C9 | 30.9 | 11.6 | 2.7 | 0.375 |
| C10 | 19.6 | 6.7 | 2.9 | 0.340 |
| Mittelwert | 28.7 | 9.1 | 3.1 | 0.33 |
| Median | 25.2 | 7.1 | 3.0 | 0.30 |
| Max | 56.7 | 22.4 | 4.8 | 0.41 |
| Min | 13.3 | 4.5 | 2.4 | 0.21 |

Tabelle 4-6: Ergebnisse bei 1-poligem Erdschluss im Netz in Tschechien [56]

R_p ...Widerstand im Sekundärkreis der Petersenspule (ca. 400kW)

A...Fault

B...Fault + R_p

C... Fault - R_p

Ergebnisse eines österreichischen Netzbetreibers

In den Jahren 1996 bis 1999 wurden umfangreiche Messungen von einem österreichischen Netzbetreiber durchgeführt; diese Daten stammen aus einer persönlichen Diskussion eines Mitarbeiters eines österreichischen Netzbetreibers mit dem Verfasser dieser Arbeit.

1: Kleinstadt:

Granit, 12 TST 20/0,4kV (vermaschtes MS-Netz), 90% Kabel, 1/3 des NS mit Begleiterder

$Z_E = 60 \text{ m}\Omega$

2: Ort / Streusiedlungsbereich:

Kalkstein, 5 TST 20/0,4kV (vermaschtes MS-Netz), 80% Kabel, 1/4 des NS mit Begleiterder

$Z_E = 330 \text{ m}\Omega$

3: Streusiedlung:

Granit

Ortsteil mit:

1 TST mit ca. 10 Verbrauchern, 2 Abzweige NS mit ca. 900m, 90% Freileitung, 9 verteilte Erdungsanlagen

$$Z_E = 900 \text{ m}\Omega$$

$$X = 12,8 \dots 17 \text{ (zw. N und PE am HAK; vor Nullung)}$$

$$r = 0,059 \dots 0,078$$

4: Siedlung:

1 TST mit ca. 18 Verbrauchern, 3 Abzweige NS mit ca. 900m, NS-Netz verkabelt mit ca. 90% Bandeisen, 1 FLT-Abgang mit ca. 1,2 km Länge

$$X = 6,89 \dots 15,4 \text{ (zw. N und PE am HAK; vor Nullung)}$$

$$r = 0,065 \dots 0,145$$

5: Streusiedlung:

1 FLT-TST mit ca. 10 Verbrauchern, 3 Abzweige NS, NS-Netz 60% verkabelt mit 10 verteilten Erdungsanlagen

$$Z_E = 950 \text{ m}\Omega$$

$$X = 37,6 \dots 79,4 \text{ (zw. N und PE am HAK; vor Nullung)}$$

$$r = 0,013 \dots 0,027$$

4.3.2 Messung im verbauten Stadtgebiet

Die Messung im Stadtgebiet wurde in einer Wohngegend mit großteils Einfamilienhäusern in einer Großstadt durchgeführt [57]. Als Fehlerort wurde eine 10/0,4-kV-Station gewählt. Der Fehlerort war ca. 7 km vom speisenden Umspannwerk, das bei der Erdungsmessung als Gegenerde fungierte, entfernt. Das 10-kV-Kabel zum speisenden Umspannwerk wurde für die Erdungsmessung freigeschaltet und die Station von einem anderen Umspannwerk aus während der Messung weiter versorgt. Das Niederspannungsnetz der Trafostation ist als TN-Netz ausgeführt, wobei die PEN-Leiter in allen Schleifenkästen und in den Verbraucheranlagen mehrfach geerdet sind. Die erdfühlig Kabelschirme der 10-kV-Kabel sind beidseitig geerdet. Bei dieser Messung wurden der Potentialtrichter entlang verschiedener Messtrassen, die Stromaufteilung an der Fehlerstelle sowie die Berührungs- und Schrittspannungen gemessen.

Die Erdungsmessung mit Ersatzstromquelle ist vor allem wichtig, weil der Versuchsstrom über lange Zeit eingespeist werden kann, und daher Berührungsspannungen an mehreren Stellen im Netz gefahrlos gemessen werden können.

Zusätzlich zu der Erdungsmessung mit Ersatzstromaggregat wurden bei dieser Station reale Netzversuche mit Nennspannung (10 kV) durchgeführt. Dabei wurden ein Erdschluss (gelöschtes Netz) und ein Doppelerdschluss hergestellt (ohne Übergangswiderstand am Fehlerort) und mit den Ergebnissen der Erdungsmessungen mit Ersatzstromaggregat verglichen.

Stromaufteilung in der MS/NS-Station mit Erdfehler

In der fehlerbehafteten MS/NS-Station wurde der Strom in allen ausgehenden metallenen Leitern mittels Rogowskispulen gemessen (Kabelschirme der Mittelspannungskabel, Erder, PEN-Leiter). Der Versuch wurde mit geöffnetem und angeschlossenem Kabelschirm des speisenden Mittelspannungskabels durchgeführt.

| Erdungsmessung mit beidseitig geerdetem MS-Schirm des speisenden Kabels | Strom in A |
|---|-------------|
| I_F | 71 A |
| I_{Schirm} | 55 A (77 %) |

Tabelle 4-7: Stromaufteilung in der fehlerbehafteten Station bei der Erdungsmessung mit beidseitig geerdetem MS-Schirm des speisenden Kabels, Versuch mit Generator

| Erdungsmessung mit geöffnetem MS-Schirm des speisenden Kabels | Strom in A |
|---|---------------|
| I_F | 71 A |
| $I_{\text{MS-Schirme}}$ | 11,2 A (16 %) |
| I_{PEN} | 10,7 A (15 %) |
| I_E | 57,3 A (80 %) |

Tabelle 4-8: Stromaufteilung in der fehlerbehafteten Station bei der Erdungsmessung mit geöffnetem MS-Schirm des speisenden Kabels, Versuch mit Generator

Bei beiden Messungen wurde der gleiche Gesamtstrom I_F gemessen. Das bedeutet, dass die Schleifenimpedanz bei beiden Messungen gleich ist, obwohl der Kabelschirm des speisenden MS-Kabels bei einer Messung geöffnet wurde.

Dies kann damit erklärt werden, dass der erdfühige Schirm des Mittelspannungskabels über einen Begleiterder, der in der gleichen Trasse mit dem MS-Kabel verlegt ist, mit der fehlerbehafteten Station verbunden war. Dadurch erklärt sich auch der hohe Fehlerstromanteil in die lokale Erdungsanlage während der Messung mit geöffnetem Schirm (80%).

Bei den Versuchen mit Netzspannung wurde im speisenden Umspannwerk ein zusätzlicher Widerstand zur Strombegrenzung des Fehlerstromes verwendet. Dieser Fehlerwiderstand wurde kurzzeitig von einer gesunden Phase zur Umspannwerkserde geschaltet (Doppelerdschluss mit Zusatzwiderstand). Dieses Verfahren wird als KNOPE (kurzzeitige niederohmige Erdung einer gesunden Phase) bezeichnet. Im Gegensatz zur KNOSPE (kurzzeitige niederohmige Erdung des Sternpunkts) ist bei der KNOPE die den Fehlerstrom treibende Spannung um den Faktor $\sqrt{3}$ höher.

Die Versuche wurden mit einem Widerstandswert des strombegrenzenden Widerstandes von 8 bzw. 4 Ω durchgeführt.

| | Strom in A | |
|-------------------------|------------|-------|
| I_F | 948 | 100 % |
| I_{Schirm} | 762 | 80 % |
| $I_{\text{MS-Schirme}}$ | 52 | 5 % |
| I_{PEN} | 142 | 14 % |
| I_E | 25 | 2 % |

Tabelle 4-9: Stromverteilung an der Fehlerstelle bei realem Netzversuch mit Nennspannung und einem Zusatzwiderstand von 8 Ω

| | Strom in A | |
|-------------------------|------------|-------|
| I_F | 1409 | 100 % |
| I_{Schirm} | 1043 | 74 % |
| $I_{\text{MS-Schirme}}$ | 88 | 6 % |
| I_{PEN} | 282 | 20 % |
| I_E | 53 | 3 % |

Tabelle 4-10: Stromverteilung an der Fehlerstelle bei realem Netzversuch mit Nennspannung und einem Zusatzwiderstand von 4Ω

Da die Ströme an unterschiedlichen Orten gemessen wurden, konnte der Phasenwinkel zwischen den Strömen nicht bestimmt werden, wodurch die Summe der Teilströme größer ist als der Gesamtstrom bei den jeweiligen Versuchen.

In beiden Fällen war der Stromanteil, der in die lokale Erdungsanlage floss, der geringste. Der größte Teil des Stromes floss über den Kabelschirm des speisenden Kabels zum Umspannwerk zurück, wobei dieser Anteil tendenziell nichtlinear ist. Diese Nichtlinearität lässt sich unter anderem auf die Sättigung des Kabelschirms (Bleimantelkabel mit Stahlbewehrung) zurückführen (siehe Abbildung 4-19).

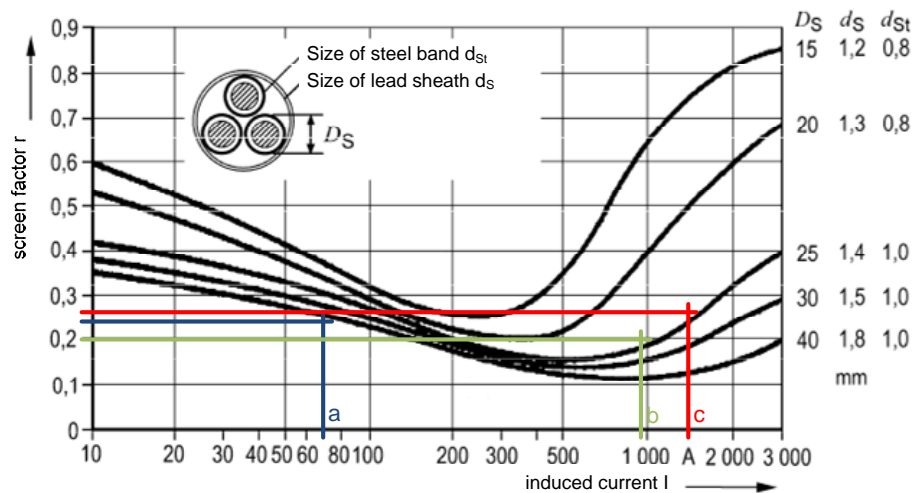


Abbildung 4-19: Reduktionsfaktoren verschiedener Bleimantelkabel mit eingezeichneten Messwerten der Versuche [58] (überarbeitet); a: Versuch mit Ersatzstromgenerator; b: realer Netzversuch mit Zusatzwiderstand $R=8\Omega$; c: realer Netzversuch mit Zusatzwiderstand $R=4\Omega$

Potentialverlauf an der Erdoberfläche

Der Potentialverlauf an der Erdoberfläche wurde in der Umgebung der Fehlerstelle entlang von zwei Messtrassen gemessen. Die Ausreißer in Abbildung 4-20 sind auf eine induktive Beeinflussung der Messleitung durch eine Bahnstrecke in der unmittelbaren Nähe der Messtrasse zurückzuführen.

Die Messtrassen haben entlang der ersten 1300 m denselben Verlauf.

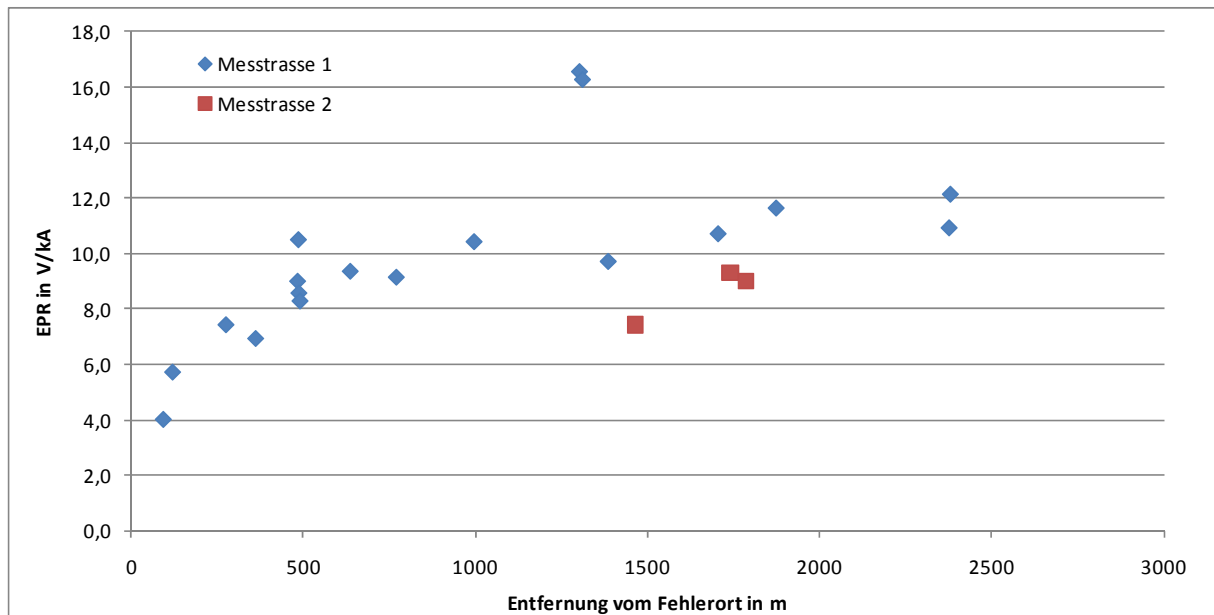


Abbildung 4-20: Potentialverlauf an der Erdoberfläche bei der Erdungsmessung im Stadtgebiet in V/kA

Das Potential wurde in entgegengesetzter Richtung zur Gegenerde bis zum nächsten Umspannwerk gemessen. Am Ende des Trichters wurden ca. 12 V/kA gemessen, was zu einer Erdungsimpedanz der Station im globalen Erdungssystem von 12 mΩ führt.

Berührungs- und Schrittspannungen

Berührungs- und Schrittspannungen wurden an über 20 Punkten in der Umgebung der Fehlerstelle und im angeschlossenen Niederspannungsnetz gemessen. Die Messungen haben gezeigt, dass die meisten Berührungsspannungen unter 5 V/kA liegen (95 % aller Messwerte). Ein Messwert bei einem Baustellencontainer, der vermutlich über eine unzureichende Erdungsanbindung verfügte, lag mit 20 V/kA über diesem Wert [59].

| Versuchaufbau | Spezifische Berührungsspannung | Kommentar |
|-----------------------------|--------------------------------|-------------------|
| Versuch mit Ersatzgenerator | 2,5 V/kA (mΩ) | Mittelwert |
| Versuch mit Ersatzgenerator | <5 V/kA (mΩ) | 95% Quantil |
| Versuch mit Ersatzgenerator | 20 V/kA (mΩ) | Maximum |
| realer Netzversuch | <2,4 V/kA (mΩ) | 400-V-Netz |
| realer Netzversuch | 1 V/kA (mΩ) | 10/0,4-kV-Station |

Tabelle 4-11: Spezifische Berührungs- und Schrittspannungen in der Umgebung der Fehlerstelle und im angeschlossenen Niederspannungsnetz

Induktive Beeinflussungen

Über Telekommunikationsleitungen wurden zusätzlich zu ohmschen Beeinflussungen auch induktive Beeinflussungen gemessen.

Bei den Versuchen mit Nennspannung wurden die induzierten Spannungen $U_{ind,1,2}$ in Telekommunikationsleitungen im speisenden Umspannwerk gemessen. Eine Telekommunikationsleitung ($U_{ind,1}$) wurde in der fehlerbehafteten Station geerdet. Diese

Telekommunikationsleitung verlief über 5 km im Abstand von einigen Metern parallel zum Fehlerstrom führenden Mittelspannungskabel. Die andere Telekommunikationsleitung (U_{ind2}) verläuft vom speisenden Umspannwerk in entgegengesetzter Richtung zu einem anderen Umspannwerk und wurde durch den Fehlerstrom nicht induktiv beeinflusst. Die Spannungen in den Telekommunikationsleitungen wurden hauptsächlich durch induktive Beeinflussungen hervorgerufen. Der Wert U_{ind2} ergibt sich aus der Potentialanhebung des speisenden Umspannwerkes durch den Fehlerstrom (1,4 kA) in der Erdungsanlage.

| | |
|--------------------|-------|
| $I_F - I_{Schirm}$ | 283 A |
| U_{ind1} | 204 V |
| U_{ind2} | 2 V |

Tabelle 4-12: Induzierender Fehlerstrom und induzierte Spannungen in den Adern der Telekommunikationsleitungen bei den Versuchen mit Nennspannung

Berechnungen der induktiven Beeinflussung mit den Formeln nach Carson und Pollaczek (siehe Kapitel 2.4.2) ergeben induzierte Spannungen von 200 bis 300 V in der induktiv beeinflussten Telekommunikationsleitung [60]. Die Ungenauigkeit der Berechnung ist auf die Abschätzung Lage der Telekommunikationsleitung zurückzuführen.

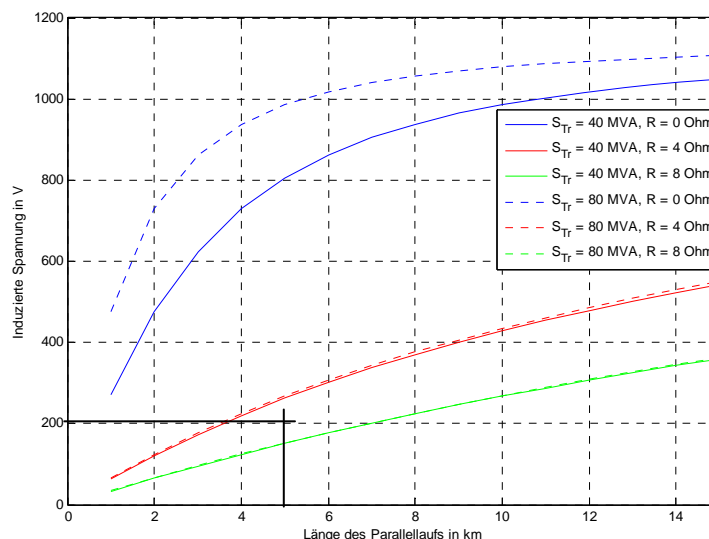


Abbildung 4-21: Induzierte Spannung in einer Telekommunikationsleitung in Abhängigkeit vom Fehlerort mit eingetragenen Messpunkt

In Abbildung 4-21 ist ein Verlauf bei verschiedenen Zusatzwiderständen zur Strombegrenzung und für verschiedene Transformatorleistungen (Kurzschlussleistungen) für induzierte Spannungen U_{ind1} in der Telekommunikationsleitung dargestellt. Zusätzlich wurde der gemessene Wert von U_{ind1} aus der Messung eingetragen.

Die induzierten Spannungen sind in diesem Beispiel viel höher als die Beeinflussungen durch ohmsche Kopplungen.

4.3.3 Messung im Überlandgebiet

Bei dieser Messung wurden zwei MS/NS-Stationen gemessen. Die eine Station versorgte eine Firma in einem Ortsgebiet, wobei das Niederspannungsnetz der Firma keine für die Erdung

wirksamen Verbindungen zum Niederspannungsnetz des Ortes hatte. Die andere Station versorgte einzelstehende Gebäude, die kein zusammenhängendes Erdungssystem bildeten. Die gemessenen Stationen sind über Mittelspannungsleitungen verbunden, die teilweise als Kabel mit erdfühligem und beidseitig geerdetem Schirm und teilweise als Freileitung (ohne Erdseil) ausgeführt sind. Die Niederspannungsnetze sind bei beiden Stationen als TN-Netz mit mehrfach geerdetem PEN-Leiter ausgeführt.

Bei diesen Messungen wurde der Potentialrichter entlang verschiedener Messtrassen, die Stromaufteilung in einer MS/NS-Station sowie Berührungs- und Schrittspannungen gemessen. Zusätzlich wurden zwei Kabelaufführungsmaste entlang der Leitung, die den Messstrom führte, gemessen.

Stromaufteilung in einer MS/NS-Station:

In der fehlerbehafteten MS/NS-Station wurde der Strom in allen ausgehenden metallenen Leitern mittels Rogowskispulen gemessen (Kabelschirme der Mittelspannungskabel, Erder, PEN-Leiter).

| Messort | Strom in A |
|-----------------------------------|-------------------|
| Mittelspannung | |
| Versuchsstrom | 33 (100%) |
| Kabelschirm (speisendes MS-Kabel) | 12,2 (37%) |
| Niederspannung (PEN) | |
| Trafo 1 | 5,5 |
| Abgang 1 | 2,6 |
| Abgang 2 | 3,25 |
| Abgang 3 | 1,45 |
| Abgang 4 | 0 |
| Abgang 5 | 0 |
| Abgang 6 | 3,35 |
| Abgang 7 | 3,55 |
| Summe Niederspannung | 19,7 (60%) |
| Erdungsverbindungen | |
| Fundamenterder | 0,95 (3%) |

Tabelle 4-13: Stromaufteilung in der MS/NS-Station mit Erdschluss

Der im Vergleich zu anderen Messungen relative geringe Fehlerstromanteil im Kabelschirm des MS-Kabels ist darauf zurückzuführen, dass die MS-Leitung zur Gegenstation teilweise über Kabel mit beidseitig geerdeten Kabelschirmen und teilweise über eine Freileitung ohne Erdseil geführt wurde. Der hohe Fehlerstromanteil im PEN-Leiter des Niederspannungsnetzes ist auf eine Firma mit einer großen Erdungsanlage neben der Station zurückzuführen.

Potential an der Erdoberfläche

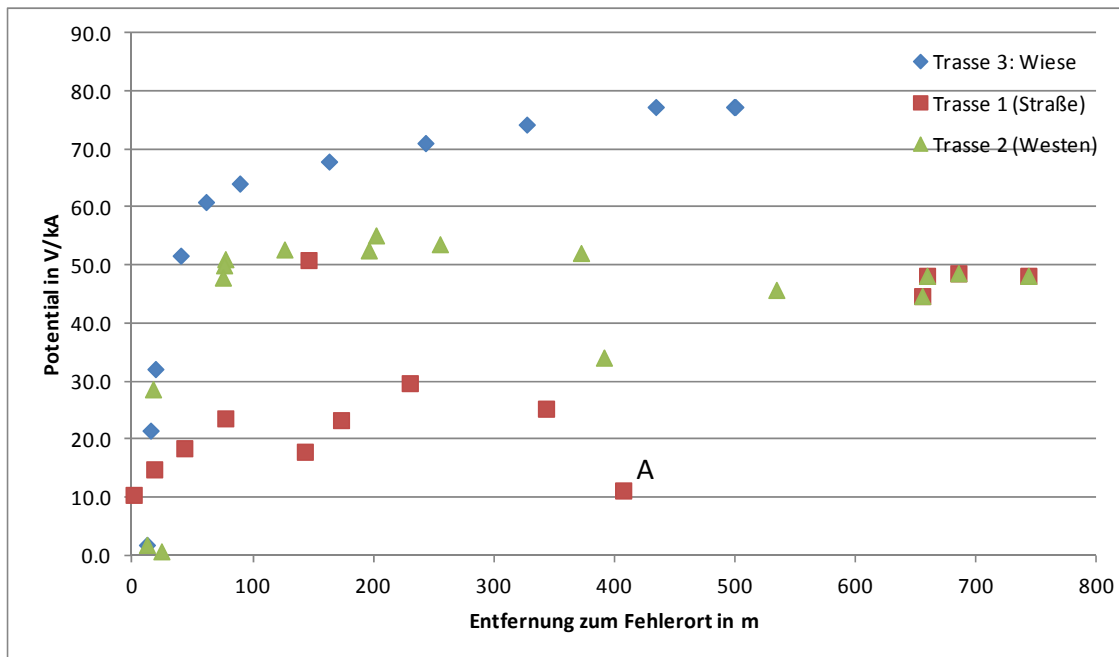


Abbildung 4-22: Potentialverlauf an der Erdoberfläche im Bereich der fehlerbehafteten Station

Bei der Messtrasse 1 kann man den Einfluss des Begleiterders entlang der Messtrasse erkennen, wodurch das Stationspotential verschleppt wird (siehe Punkt A in Abbildung 4-22). Die Messtrasse 2 verlief parallel zur Messtrasse 1 auf der gegenüberliegenden Straßenseite – der Einfluss des Begleiterders ist dort geringer als bei Messtrasse 1. Die Messtrasse 3 verlief in nordöstlicher Richtung über ein Feld. Am Verlauf des Potentialtrichters kann man erkennen, dass in dieser Richtung im Gegensatz zu den Messtrassen 1 und 2 keine metallischen Einbauten im Erdreich das Stationspotential verschleppen.

Für die Station wurde eine maximale spezifische Erdungsspannung von ca. 80 V/kA ermittelt ($R_A=80\text{ m}\Omega$).

Berührungs- und Schrittspannungen

An leitfähigen Teilen in der Umgebung der Station wurden Berührungsspannungen und Schrittspannungen. In diesem Bereich wurden - trotz der geringeren Dichte an Erdungsanlagen im Vergleich zu Gebieten geschlossener Bebauung - Berührungsspannungen in derselben Größenordnung wie bei anderen Messungen festgestellt. Die maximal auftretenden Berührungsspannungen lagen bei dieser Messung bei 13,5 V/kA (unbelastete Messung). Die Berührungsspannungen bei der Messung mit einem Zusatzwiderstand von 1 k Ω lagen unter 8 V/kA.

Mittelspannungs-Kabelaufführungsmaste

Die MS-Leitung zur Gegenerde, die den Fehlerstrom führte, wurde teilweise über Kabel mit beidseitig geerdeten Kabelschirmen und teilweise über eine Freileitung ohne Erdseil realisiert. An den Kabelaufführungsmasten sind die MS-Kabelschirme mit der Erdungsanlage des Mastes

verbunden. Durch die Kabelschirme wird das Stationspotential der fehlerbehafteten Station verschleppt und fällt an der Masterdung ab. Liegt der Kabelaufführungsmast außerhalb des Spannungstrichters der fehlerbehafteten Station kann unter Umständen das gesamte Stationspotential am Mast abgegriffen werden.

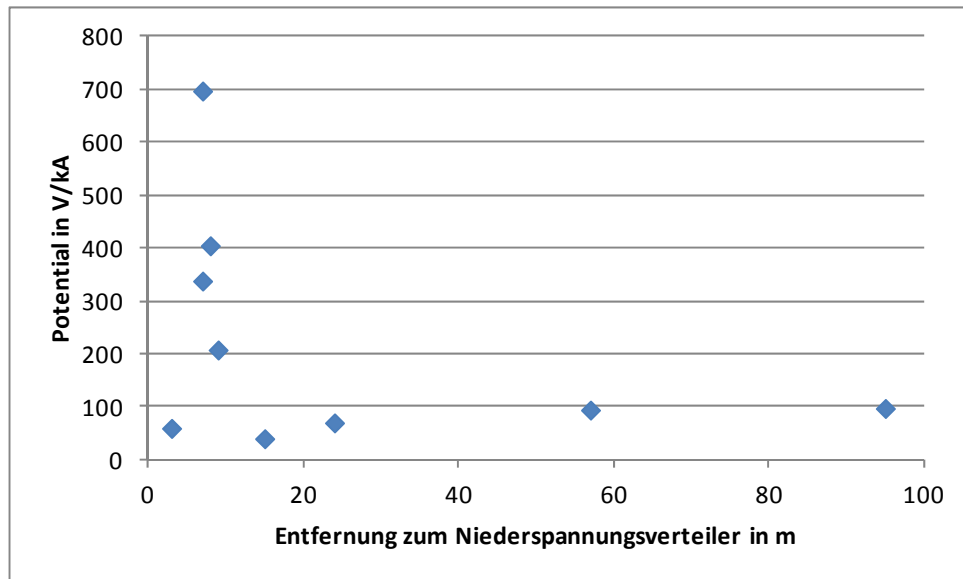


Abbildung 4-23: Potentialverlauf entlang einer Messtrasse im Bereich des Kabelaufführungsmastes

Im konkreten Fall hatte der Mast eine Potentialdifferenz gegenüber seiner Umgebung von 700 V/kA. Auf Grund der geringen Ausdehnung der Masterdungsanlage fällt das Potential um den Mast sehr schnell ab. Dies führte in diesem Fall zu Berührungsspannungen von maximal 520 V/kA.

Aus diesem Beispiel kann man erkennen, dass auch in einem globalen Erdungssystem, in dem laut EN 50522 [1] sonst keine gefährlichen Berührungsspannungen auftreten können, sehr wohl in ungünstigen Fällen hohe Berührungsspannungen auftreten können. Mögliche Gefährdungspotentiale können sich vor allem durch Spannungverschleppungen in isolierten Leitern und durch induktive Beeinflussungen ergeben. Diese Fälle müssen getrennt untersucht und bewertet werden und nicht in die Bewertung einfließen ob ein Gebiet als globales Erdungssystem gesehen werden.

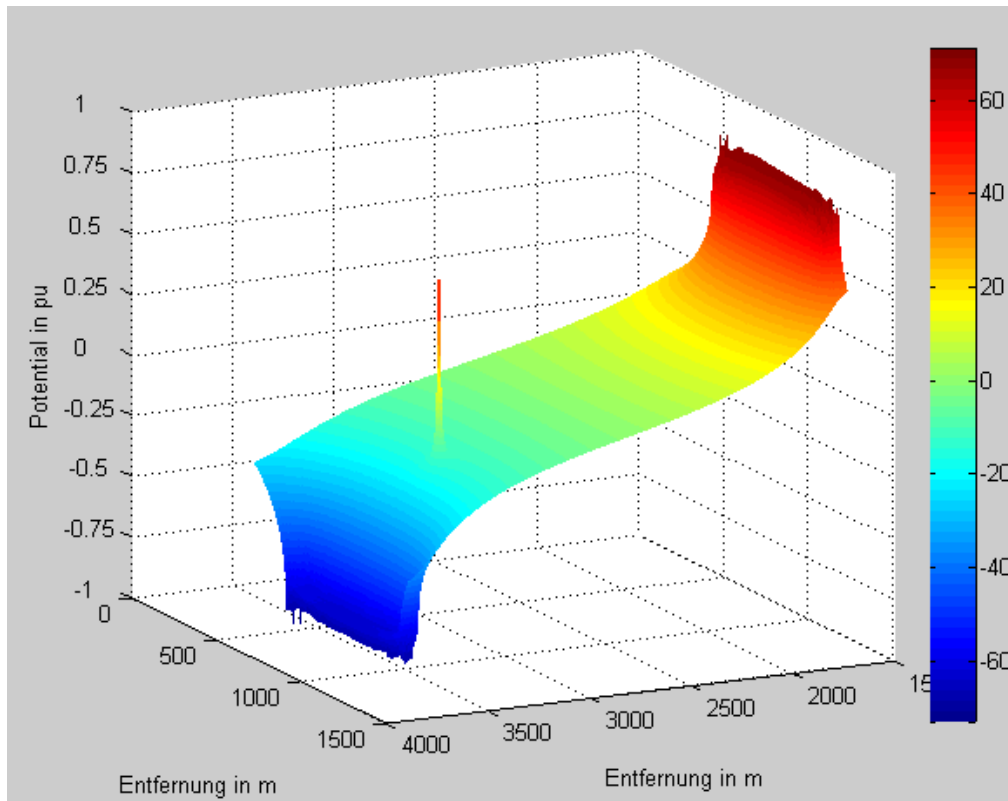


Abbildung 4-24: Ausschnitt des simulierten Potentialtrichters mit Kabelaufführungsmast in pu

In Abbildung 4-24 ist ein Ausschnitt des simulierten Potentialtrichters zwischen den gemessenen Stationen dargestellt. Die Spitze im Potentialtrichter wird durch den Kabelaufführungsmast verursacht. Der Mast befindet sich am Rand des Ortsgebietes, in der sich eine Station mit Erdfehler befindet. Die Erdungsanlage des Kabelaufführungsmastes ist über den Schirm des MS-Kabels mit der Erdungsanlage der anderen Station verbunden. Dies führt zu hohen Potentialdifferenzen im Bereich des Kabelaufführungsmastes (siehe auch Kapitel 4.4).

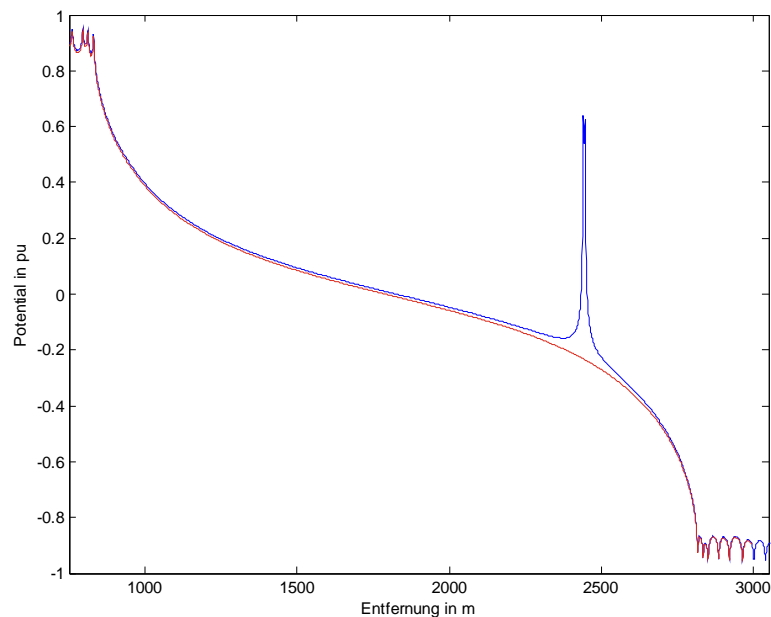


Abbildung 4-25: Querschnitt (Potential an der Erdoberfläche) durch den Spannungstrichter aus Abbildung 4-24 durch den Kabelaufführungsmast (rot: ohne Kabelaufführungsmast; blau: mit Kabelaufführungsmast)

In Abbildung 4-25 ist ein Schnitt durch den 3D-Potentialtrichter aus Abbildung 4-24 dargestellt. Die Strecke für die Berechnung wurde so gewählt, dass die Berechnungsgerade durch die Masterdungsanlage des Kabelauführungsmasts geht. In Abbildung 4-25 ist der Potentialverlauf mit (blau) und ohne (rot) Kabelauführungsmast mit angeschlossenen Kabelschirm dargestellt. Das Potential wird von der Erdungsanlage (linker Bildrand) durch den Kabelschirm zum Kabelauführungsmast verschleppt. Die Differenz des Potentials des Kabelauführungsmasts und der Station ergibt sich durch den Spannungsabfall entlang des Schirms und die Erderwirkung des MS-Kabels. In der Umgebung des Kabelauführungsmasts ist der Potentialtrichter ausgeprägt und deutlich steiler als an den Rändern der Gebiete mit geschlossener Bebauung. Der Einfluss des Kabelauführungsmasts auf den Potentialverlauf an der Erdoberfläche hat nur einen räumlich sehr begrenzten Einfluss (die Differenz zwischen roter und blauer Linie in Abbildung 4-25 ist nur im unmittelbaren Umgebungsbereich des Masts groß und tritt in einem Radius von ca. 1,5 m merklich auf).

4.3.4 Messung Siedlung

Die Messung wurde in einer Siedlung mit ca. 50 Häusern und einem Durchmesser von ca. 700 m durchgeführt. Als Fehlerort wurde eine 20/0,4-kV-Station in der Mitte der Siedlung ausgewählt. Die Gegenerde war ca. 1200 m entfernt und wurde über eine MS-Freileitung ohne Erdseil mit der untersuchten Station verbunden. Der Messstrom wurde mit Hilfe eines Ersatzstromgenerators in die untersuchte Erdungsanlage eingespeist. Das Niederspannungsnetz ist als TT-System ausgeführt. Bei dieser Messung wurden der Potentialverlauf an der Erdoberfläche entlang dreier Messtrassen sowie Berührungs- und Schrittspannungen gemessen.

Potentialverlauf an der Erdoberfläche

Für die Station wurde eine maximale spezifische Erdungsspannung von ca. 350 V/kA ermittelt ($R_A=0,35 \Omega$).

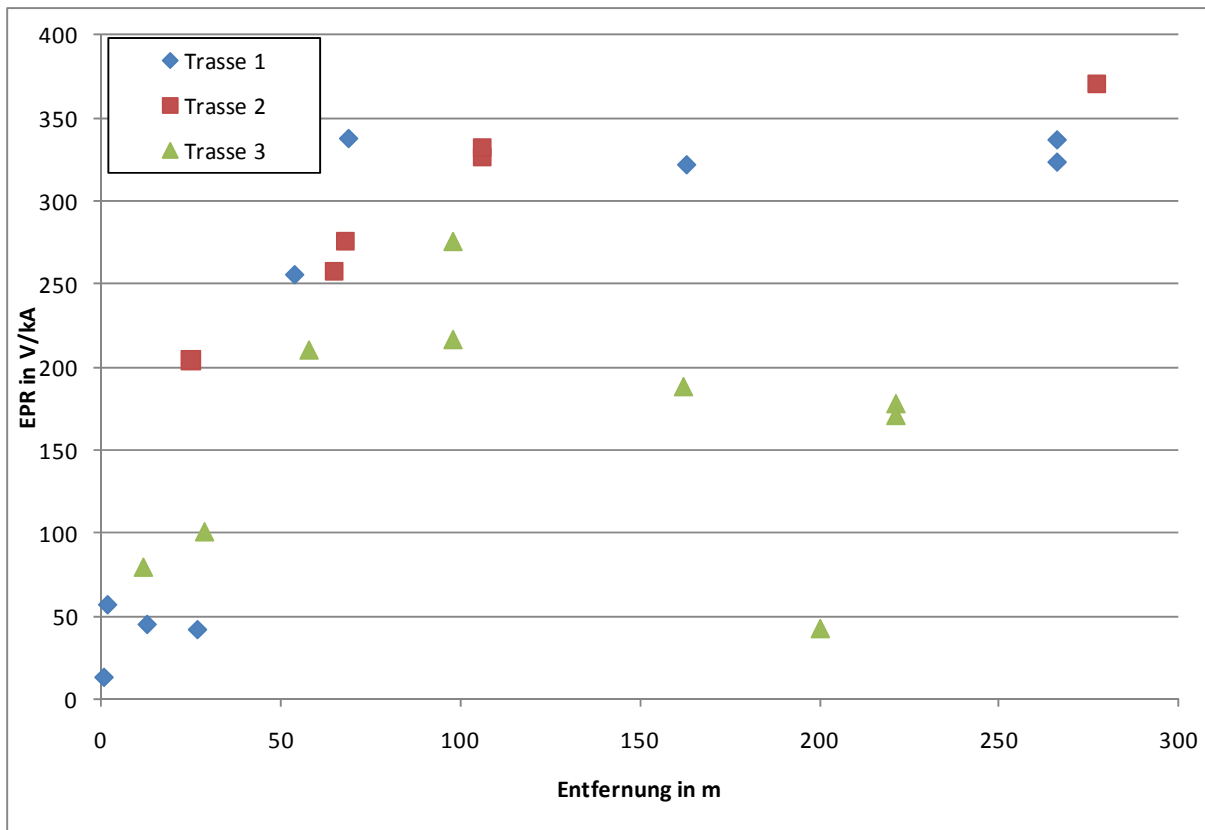


Abbildung 4-26: Spezifisches Potential an der Erdoberfläche entlang verschiedener Messtrasse bei der Messung in einer Siedlung

Die Messtrassen 1 und 2 führt aus dem Siedlungsgebiet hinaus. Messtrasse 3 verlief innerhalb des bebauten Gebietes. Man kann erkennen, dass die gemessenen Potentialdifferenzen innerhalb des bebauten Gebietes in dieser Siedlung niedrigere Werte aufweisen als bei den Messtrassen 1 und 2. Der Wert von ca. 40 V/kA bei Messtrasse 3 wurde an einer Hauserdungsanlage gemessen, die genullt betrieben wurde.

Berührungs- und Schrittspannungen

Berührungs- und Schrittspannungen wurden innerhalb und außerhalb des Siedlungsgebietes an ca. zehn fremden metallischen Einbauten gemessen.

| Ort | spezifische Berührungs- und Schrittspannung in V/kA |
|--------------------|---|
| innerhalb Siedlung | <10 V/kA |
| außerhalb Siedlung | 65 – 90 V/kA |

Tabelle 4-14: Spezifische Berührungs- und Schrittspannungen bei einer Erdungsmessung in einer Siedlung

Es konnte gezeigt werden, dass die Berührungs- und Schrittspannungen innerhalb des bebauten Gebietes circa um den Faktor sieben kleiner sind als außerhalb des bebauten Gebietes. Die gemessenen Berührungsspannungen innerhalb des bebauten Gebiets sind ca. doppelt so groß wie bei der Messung im Stadtgebiet.

4.3.5 Messung einer weilerartigen Siedlungsstruktur

Die Messung wurde an einer vereinzelt stehenden MS/NS-Turmstation durchgeführt. Als Fehlerort wurde eine 20/0,4-kV-Turmstation gewählt. Die Gegenerde war bei dieser Messung ca. 500 m vom Fehlerort entfernt. Der Messstrom wurde mit Hilfe eines Ersatzstromgenerators in die untersuchte Erdungsanlage eingespeist. Aus der Turmstation werden zwei Niederspannungsverbraucher versorgt (TN-Netz). Bei dieser Messung wurden der Potentialverlauf an der Erdoberfläche entlang dreier Messtrassen sowie Berührungs- und Schrittspannungen gemessen.

Potentialverlauf an der Erdoberfläche

Für die Station wurde eine maximale spezifische Erdungsspannung von ca. 1200 V/kA ermittelt ($R_A=1,2 \Omega$).

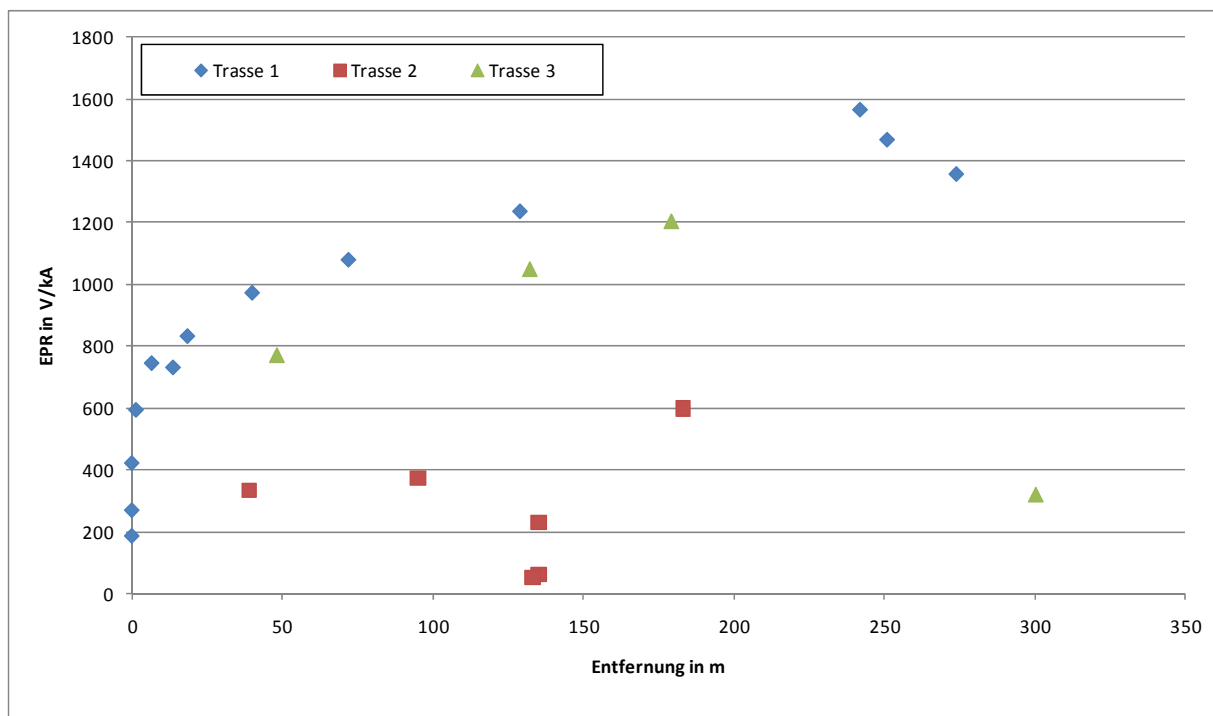


Abbildung 4-27: Spezifisches Potential an der Erdoberfläche entlang verschiedener Messtrasse bei der Messung bei einer Einzelstation

Entlang der Messtrasse 1 wurden die höchsten Werte für den Potentialtrichter gemessen. Dies hängt damit zusammen, dass die Messtrasse 1 in Richtung der Gegenerde führt, was generell zu höheren Messwerten führt.

Bei der Messtrasse 2 sind die Potentialdifferenzen zwischen der fehlerbehafteten Station und den Messpunkten bei einem Abstand von ca. 135 m deutlich geringer. Diese Messwerte wurden an bzw. in der unmittelbaren Umgebung der Erdungsanlage einer Niederspannungsanlage gemessen. Die geringen Potentialdifferenzen bei diesen Messorten können daher durch die Verbindung der Erdungsanlagen mit der Station über den PEN-Leiter erklärt werden.

Die Messtrasse 3 führte durch freies Gelände bis zu einer Rohrleitung. Der Messwert an der Rohrleitung erwies sich als sehr gering, was in diesem Fall auf Kontaktprobleme am Marker zurückzuführen ist.

Berührungs- und Schrittspannungen

Die Berührungs- und Schrittspannungen wurden in Umgebung der Fehlerstelle gegen Telekommunikationserden und gegen Einbauten der Wasserversorgung gemessen. Dabei ergaben sich spezifische Berührungs- und Schrittspannungen von 20 V/kA bis 30 V/kA.

4.3.6 Gegenüberstellung der Messergebnisse

Da bei Messungen von Erdungssystemen vor allem in dicht bebauten Gebieten die Bestimmung der Erdungsimpedanz sehr schwierig ist, werden für den Vergleich der Messungen die spezifischen Berührungsspannungen (U_{VT} in V/kA) bzw. der gleichbedeutende spezifische Transferfaktor (z_{STV} – siehe Kapitel 3.4.2) herangezogen.

Für die Beurteilung der Messungen wurden im Sinne einer worst-case Beurteilung die unbelasteten Berührungsspannungen verwendet, da diese immer größer sind als Schrittspannungen oder belastete Berührungs- oder Schrittspannungen. Für viele Messungen lagen keine Messwerte mit der Ersatzimpedanz vor und darüber hinaus ist die Messung mit Ersatzwiderstand auch von den verwendeten Messsonden abhängig ist. Alle gemessenen Berührungsspannungen werden auf 1 kA bezogen um die Werte direkt miteinander vergleichen zu können.

Neben den Messungen von Berührungsspannungen in Mittelspannungs- und Niederspannungsnetzen werden auch die Messwerte von Erdungsmessungen in Umspannwerken der Höchstspannungsebene (380/220 kV) und von Großkraftwerken (> 300 MW) dargestellt. Dies ermöglicht einen Vergleich zwischen verteilten Erdungssystemen in bebauten Gebieten und Erdungssystemen von großtechnischen elektrischen Anlagen.

| Nr. | Messort | Maximalwert in V/kA | Minimalwert in V/kA | Mittelwert in V/kA | Median in V/kA |
|-----|------------------------------------|---------------------|---------------------|--------------------|----------------|
| 1 | Stadtrand | 20 | 1 | 2,5 | |
| 2 | Ortsgebiet | 13,5 | 5,2 | 9,6 | 10,5 |
| 3 | Kabelaufführungsmast im Feld | 520 | 16 | 182 | 141 |
| 4 | Ortsgebiet | 10 | k.A. | k.A. | k.A. |
| 5 | Außerhalb Ortsgebiet | 90 | 65 | 63 | 75 |
| 6 | Vereinzelte Häuser | 30 | 20 | | |
| 7 | Bebautes Gebiet | 22,4 | 4,5 | 5,5 | 0,6 |
| 8 | Innenstadt | 20 | 0,12 | 5,25 | 0,58 |
| 9 | Stadtgebiet | k.A. | k.A. | 14 | k.A. |
| 10 | 380/220-kV-UW | 22 | 0,18 | 3,5 | 1,3 |
| 11 | Kraftwerk >300 MW (Thermisches KW) | 53,3 | 0,1 | 8,7 | 3,3 |
| 12 | Kraftwerk >300 MW (Wasser-KW) | 62,2 | <0,1 | 6 | 0,97 |

Tabelle 4-15: Spezifische Berührungsspannungen in V/kA bei verschiedenen Messungen

Der Vergleich der Messungen zeigt, dass die in dicht bebauten Gebieten (globale Erdungssysteme) gemessenen Berührungsspannungen in der Größenordnung von großen

Umspannwerken oder darunter liegen. Hohe Messwerte konnten nur außerhalb bebauter Gebiete festgestellt werden (Messung Nr. 3, 5 in Tabelle 4-15). Diese Berührungsspannungen sind in allen Fällen auf Spannungsverschleppungen durch isolierte Leitungen (Telekommunikationsleitungen, Kabelschirme mit hochohmiger Erdung) zurückzuführen und betreffen einzelne Messpunkte. Die Mittelwerte und Medianwerte aller Messungen liegen deutlich unter den Maximalwerten.

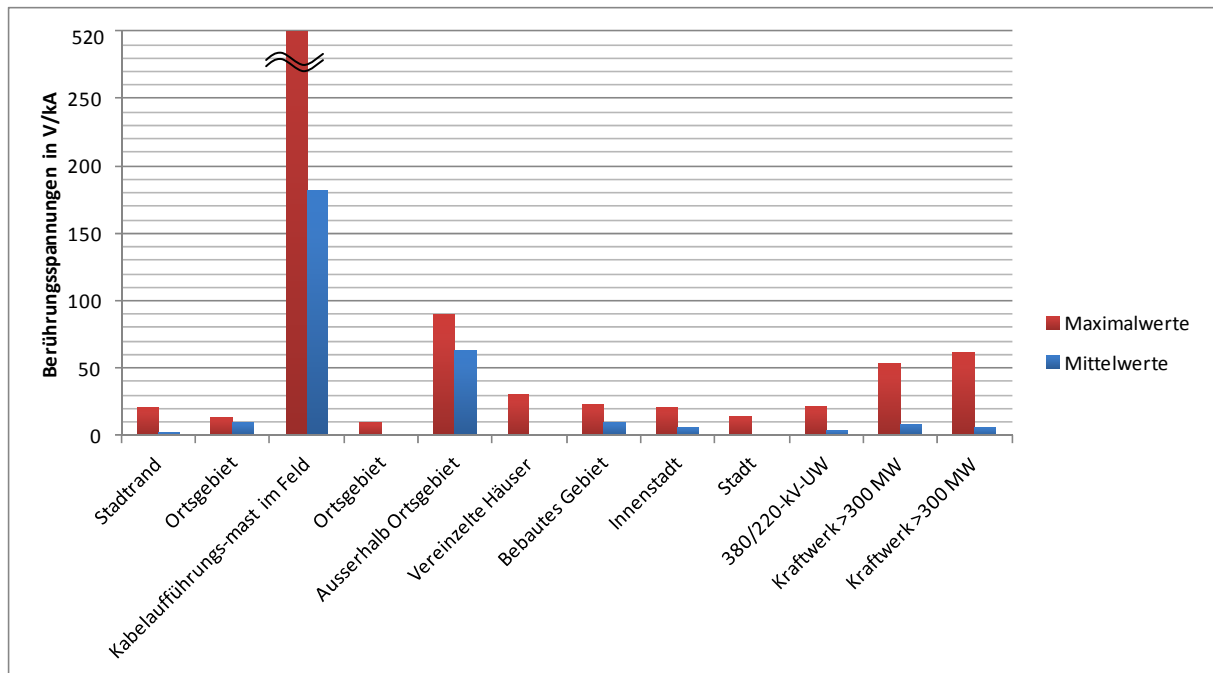


Abbildung 4-28 Gegenüberstellung der Messwerte verschiedener Berührungsspannungen bei Erdungsmessungen aus Tabelle 4-15

4.4 Modell für die Berechnung eines teilweise geerdeten Leiters im globalen Erdungssystem

Für die Berechnung von langgestreckten, teilweise geerdeten Leitern sind in der Literatur viele Berechnungsmodelle zu finden. Die meisten Modelle zur Berechnung langgestreckter und teilweise geerdeter Leiter beruhen auf dem Prinzip des Kettenleiters. Vor allem für die Berechnung der Impedanz von Erdseil-Mast-Erde-Anordnungen (Freileitungen) sind Modelle in der Literatur zu finden [12], [33]. Auch für langgestreckte Erder, bei denen der Längsspannungsabfall nicht mehr vernachlässigt werden kann, sind ähnliche Modelle zu finden, um die Erdungsimpedanz von z.B. Mantelschirmen zu berechnen [11], [61], [62], [63].

Durch die Berücksichtigung des Längsspannungsabfalls entlang des Erders können für langgestreckte Erder, die sich nicht im Spannungstrichter anderer Erdungsanlagen befinden, Grenzlängen für die wirksame Länge der Erder berechnet werden. Die Grenzlänge ist dabei hauptsächlich von der Höhe der Querimpedanzen des Kettenleiters und damit vom spezifischen Bodenwiderstand abhängig.

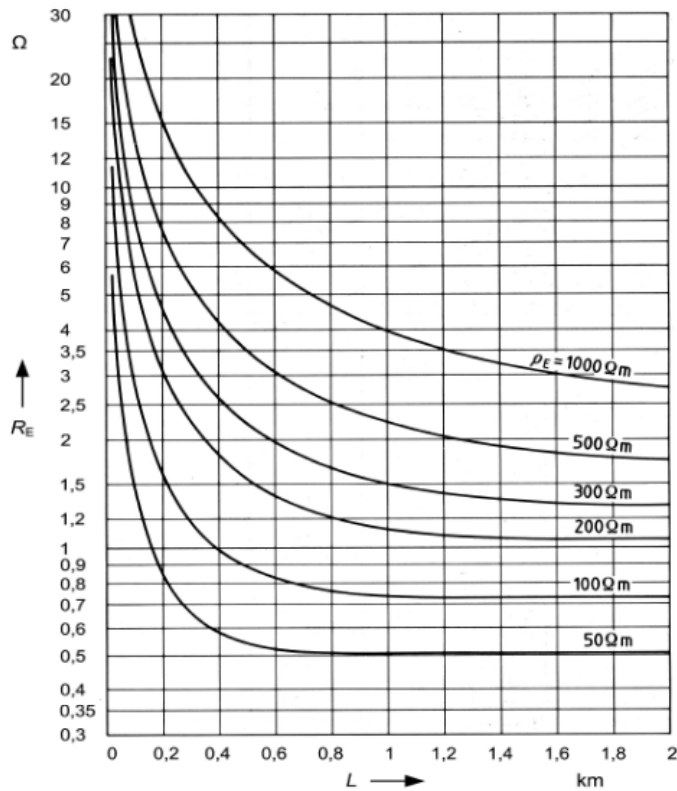


Abbildung 4-29: Typische Werte für den Ausbreitungswiderstand eines Kabels mit Erderwirkung, abhängig von der Kabellänge und dem spezifischen Erdwiderstand mit einem Abschlusswiderstand $z=\infty$ [1]

Die oben angeführten Modelle gelten jedoch nur, wenn die Erder nicht im Spannungstrichter einer ausgedehnten Erdungsanlage sind, das heißt das Potential in der Umgebung des Erders wird nicht durch andere Erdungsanlagen beeinflusst. Dies kann für ländliche Gebiete und Freileitungen sehr gut angewendet werden.

Im Gegensatz dazu kann in Gebieten mit globalem Erdungssystem oder in der Umgebung von sehr großen zusammenhängenden Erdungsanlagen (z.B. von großen Umspannwerken oder Kraftwerken) der Einfluss des Spannungstrichters der ausgedehnten Anlage in der Umgebung des langgestreckten Erders nicht mehr vernachlässigt werden.

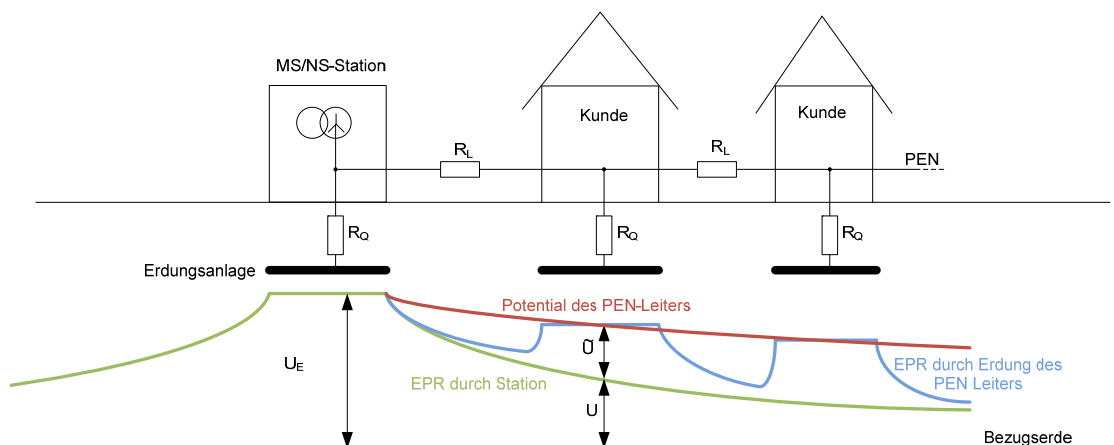


Abbildung 4-30: Spannungsverschleppung durch PEN Leiter mit örtlicher Anhebung des Oberflächenpotentials

In Abbildung 4-30 ist die Situation einer Spannungsverschleppung dargestellt. In diesem Fall wird das Potential der Station mit 1-poligem Fehler U_E durch den PEN-Leiter, der in der fehlerbehafteten Station geerdet ist, zu den Kundenanlagen verschleppt. Da der PEN-Leiter bei

den Kundenanlagen ebenfalls geerdet ist, fließt ein Teil des Fehlerstromes durch den PEN-Leiter über die Erdungsanlagen der Kundenanlagen ins Erdreich. Dadurch wird das Oberflächenpotential verzerrt und es entsteht ein zusätzlicher lokaler Potentialtrichter im Bereich der Kundenanlagen (blaue Linie in Abbildung 4-30). In Gebieten mit globalen Erdungssystemen oder bei sehr ausgedehnten, fehlerbehafteten Station liegen die Kundenanlagen im Potentialtrichter der fehlerbehafteten Station. Dadurch fällt der Potentialtrichter an den Kundenanlagen nicht bis zum Bezugspotential ab. Der Potentialtrichter der fehlerbehafteten Station (grüne Linie in Abbildung 4-30) wird als ideale Spannungsquelle im Querschnitt des Kettenleitermodells nachgebildet (siehe Abbildung 4-31). An der Kundenanlage fällt damit $\tilde{U} = U_E - U$ ab.

Eine Variante zur Lösung dieses Problems ist die Nachbildung des Spannungstrichters als ideale Spannungsquelle im Querschnitt des Kettenleiters. Dieser Lösungsansatz wurde auch im Zusammenhang mit Untersuchungen von induktiven und ohmschen Beeinflussungen von Rohrleitungen in der Literatur gezeigt [64], [65].

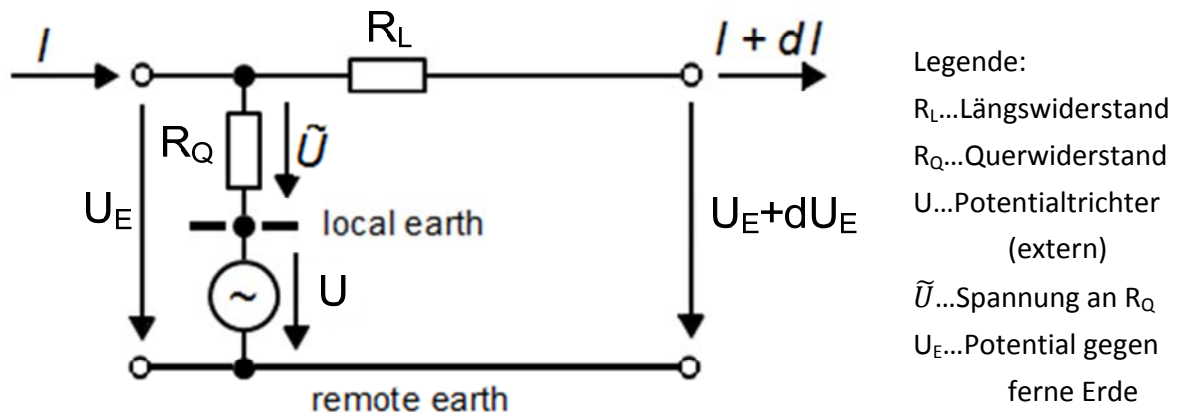


Abbildung 4-31: Kettenleitermodell für einen Erder im Spannungstrichter einer großen Erdungsanlage

Mit Hilfe des in Abbildung 4-31 dargestellten Modells können verschiedene ohmsche Beeinflussungen von leitfähigen Bauteilen im Spannungstrichter einer Erdungsanlage berechnet werden. Es können damit beispielweise Kabelschirme mit Erdkontakt, Rohrleitungen mit Fehlstellen oder mehrfach geerdete PEN-Leiter in einem TN-Niederspannungsnetz nachgebildet werden. Die Rückwirkung der einzelnen Erder (Querzweige) auf die Erdungsanlage, die den Spannungstrichter erzeugt, wird in diesem Modell nicht berücksichtigt. Daher kann dieses Modell nur angewandt werden, wenn die einzelnen lokalen Erdungen eine deutlich kleinere Ausdehnung haben als die den Spannungstrichter erzeugende Erdungsanlage.

Beispiel eines mehrfach geerdeten PEN-Leiters

In diesem Beispiel wird ein mehrfach geerdeter PEN-Leiter nachgebildet, um dessen Erderwirkung zu berechnen. Es wird dabei angenommen, dass der PEN-Leiter in regelmäßigen Abständen in den Schleifenkästen oder in den Verbraucheranlagen mit einem im Verhältnis zur

MS/NS-Station hohen Erdausbreitungswiderstand geerdet ist. Der Fehlerort wird in der MS/NS-Station angenommen (Erdschluss auf der MS-Seite).

Der Leiter wird als Kettenleiter wie in Abbildung 4-31 dargestellt nachgebildet. Wird der Spannungstrichter der fehlerbehafteten Station berücksichtigt, kann keine Grenzlänge des Erders berechnet werden (wie in Abbildung 4-29 für einen nichtbeeinflussten Längserder dargestellt). Die Erderwirkung ist umso besser, je weiter die Einzelerdungen des PEN-Leiters von der fehlerbehafteten Station entfernt sind.

In diesem Modell zeigt sich, dass die größten Ströme in den Querzweigen und damit die höchsten Beeinflussungsspannungen an den Enden des PEN-Leiters auftreten.

Modellannahmen:

Für das Modell wurde ein Stationspotential der fehlerbehafteten Station von 1000 V angenommen. Für den Spannungstrichter wurde ein sehr flacher Potentialtrichter angenommen, wie er bei großen Umspannwerken oder in dicht bebauten Gebieten auftritt (Messwerte aus Kapitel 4.3.1, bezogen auf $U_{E, Station}=1000\text{ V}$).

PEN-Leiter ist annahmegemäß alle 50 m geerdet (10 Einzelerdungsanlagen).

$R_{Station}=0,01\ \Omega$

$R_{Einzelerder}=10\ \Omega$ (R_Q in Abbildung 4-31)

$R_{PEN, Längs}=2\ \Omega/km$ (R_L in Abbildung 4-31)

| Entfernung vom Fehlerort in m | U in V (EPR) | U_E in V | \tilde{U} in V (lokale Erdung) |
|----------------------------------|--------------|------------|-------------------------------------|
| 0 | 1000 | | |
| 50 | 815 | 953 | 148 |
| 100 | 675 | 931 | 256 |
| 150 | 585 | 902 | 317 |
| 200 | 527 | 875 | 348 |
| 250 | 491 | 853 | 362 |
| 300 | 464 | 833 | 369 |
| 350 | 442 | 818 | 376 |
| 400 | 424 | 806 | 382 |
| 450 | 408 | 798 | 390 |
| 500 | 395 | 794 | 399 |

Tabelle 4-16: EPR der fehlerbehafteten Station an den Stellen der Einzelerdungsanlagen

Die Berechnung ergibt eine PEN-Erde-Kettenleiterimpedanz von $Z=2,98\Omega$.

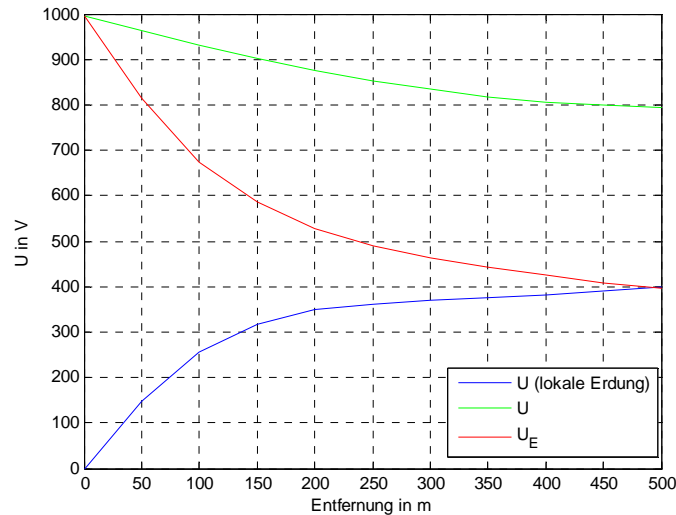


Abbildung 4-32: Spannungen und Potentiale entlang des PEN-Leiters (ohne Einfluss der Einzelerdungen des PEN-Leiters)

In Abbildung 4-32 sind die Spannungen entlang des in gewissen Abständen geerdeten PEN-Leiters dargestellt. Die rote Kurve beschreibt den Potentialverlauf entlang des PEN-Leiters gegen ferne Erde (Potentialverschleppung durch den PEN-Leiter). Die grüne Kurve beschreibt den Potentialtrichter im umgebenden Erdreich (EPR), verursacht durch den Fehlerstromanteil, der durch die Erdungsanlage der MS/NS-Station ins Erdreich abgegeben wird. An den lokalen Erdungsanlagen entlang des PEN-Leiters muss die Differenz der beiden Kurven abfallen (blaue Kurve). Man kann erkennen, dass die Potentialdifferenz an den lokalen Erdungsanlagen entlang des PEN-Leiters mit steigendem Abstand zur fehlerbehafteten Station zunimmt. Sind die Erdausbreitungswiderstände der lokalen Erdungsanlagen gleich groß, so nimmt auch der Strom in den Erdungsanlagen mit dem Abstand zum Fehlerort zu.

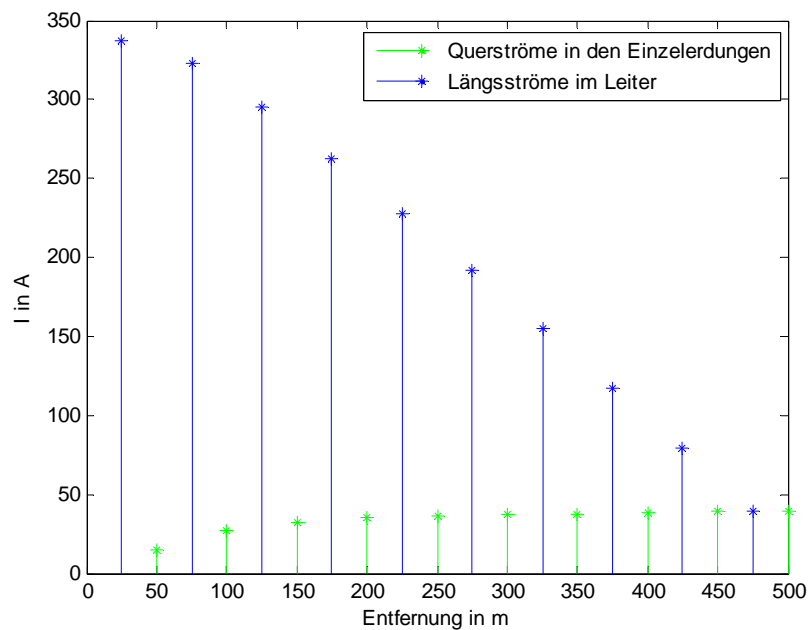


Abbildung 4-33: Ströme in der Längs- und Querzweigen des Kettenleitermodells

In diesem Beispiel fließen durch die Erdungsanlagen der Kunden, die am weitesten von der fehlerbehafteten Station entfernt sind, der größte Teilfehlerstrom (siehe Abbildung 4-33).

5 Zusammenfassung

5.1 Allgemeines

Diese Arbeit beschäftigt sich mit der Messung und Berechnung von ausgedehnten oder verteilten Erdungsanlagen um einen Nachweis globaler Erdungssysteme zu ermöglichen. Dazu wurde diese Arbeit in zwei Schwerpunkte unterteilt. Während sich der erste Teil mit der Messung ausgedehnter Erdungsanlagen beschäftigt, behandelt der zweite Teil die Berechnung von ausgedehnten Erdungsanlagen.

Im ersten Teil dieser Arbeit wurde eine neue Messmethode zur Untersuchung von ausgedehnten Erdungsanlagen bei gleichzeitig hohen elektromagnetischen Störungen in der Umgebung untersucht (Kapitel 2.2 ff). Durch die neu entwickelte Messmethode ist es möglich auch in Umgebungen mit hohen Beeinflussungen (kleinen Signal-Störabständen) Erdungsimpedanzen genau zu bestimmen. Die Ergebnisse dieser Kapitel werden in Abschnitt 5.2 zusammengefasst.

Der zweite Teil dieser Arbeit behandelt globale Erdungssysteme. Es wird in diesem Kapitel messtechnisch und rechnerisch untersucht, wie sich globale Erdungssysteme verhalten und welchen Einfluss verschiedene Parameter wie z.B. spezifischer Bodenwiderstand oder Fläche des globalen Erdungssystems auf Erdungsspannung, Berührungs- und Schrittspannungen haben. Dazu werden Simulationen verschiedener Modelle und eigene, sowie veröffentlichte Messergebnisse miteinander verglichen. Die selbst durchgeführten Messungen wurden dabei mit Hilfe des in dieser Arbeit entwickelten Messsystems durchgeführt, da speziell in dicht bebauten Gebieten mit einer hohen Dichte an Infrastruktur (elektrifizierte Bahnen, Hochspannungsleitungen/-kabeln) Beeinflussungen, welche die Messung stören, oft nicht ausgeschlossen werden können.

Die Ergebnisse der Messungen und Simulationen von globalen Erdungssystemen anhand verteilter, ausgedehnter Erdungssysteme werden in Kapitel 5.3 zusammengefasst.

5.2 Erdungsmessung mittels Schwebungsmethode mit DFT Auswertung

Das Messsystem zur Erdungsmessung mittels Schwebungsmethode mit DFT Auswertung entstand durch die Notwendigkeit auch in Umgebungen mit hohen elektromagnetischen Beeinflussungen (niederfrequent) des Messaufbaus genauere und reproduzierbare

Messergebnisse zu erhalten. Insbesondere bei stark schwankenden Beeinflussungen und Oberschwingungen liefern einige bekannte Auswerteverfahren nicht die gewünschten Genauigkeiten. Es konnte durch theoretische Betrachtungen und praktische Versuche gezeigt werden, dass das entwickelte Messsystem vor allem bei hohen Beeinflussungen genauere Ergebnisse liefert als bekannte Messmethoden. Bei Messungen ohne externe Beeinflussungen lieferte das entwickelte Messsystem vergleichbare Ergebnisse als andere Messverfahren. Damit sind unter anderem bei Messungen in globalen Erdungssystemen, bei denen oft hohe Beeinflussungen auftreten und daher der Signal-Störpegelabstand während der Messung sehr schlecht ist, präzisere Messungen möglich.

5.3 Globale Erdungssysteme

Globale Erdungssysteme werden in diversen Normen nur sehr unklar entweder als „Gebiete mit geschlossener Bebauung“ [47] oder als „Erdungssystem, das sicherstellt, dass ... keine gefährlichen Berührungsspannungen auftreten“ [1] beschrieben. In der Literatur sind Angaben zu Kriterien globaler Erdungssysteme zu finden, die durch Messungen [9] oder Simulationen [11] entstanden sind.

In dieser Arbeit wird versucht, eine Grenze globaler Erdungssysteme zu finden. Durch Messungen und Berechnungen konnte gezeigt werden, dass auch kleine Gebiete mit geschlossener Bebauung (Ortschaften mit ca. 50 Häusern) globale Erdungssysteme bilden, in denen keine unzulässigen Berührungsspannungen gemessen werden konnten. Allgemein ist es auf Grund der vielen Einflussparameter (spez. Erdbodenwiderstand, jahreszeitliche Schwankungen, Stromhöhe im Erdfehlerfall, etc.) nicht möglich, eine genaue Grenze zu bestimmen, ab der ein Gebiet als globales Erdungssystem betrachtet werden kann. Auf der anderen Seite können einzelne Netzstationen, Kabelaufführungsmaste oder einzeln stehende Kundenanlagen im Niederspannungsnetz (Gebäude mit Erdungsanlagen) eindeutig nicht als globales Erdungssystem deklariert werden.

In dieser Arbeit wurden als Kriterium für die Definition von globalen Erdungssystemen die Berührungsspannungen verwendet. Ein Vergleich von eigenen Messergebnissen und Messungen in der Literatur hat gezeigt, dass in Gebieten mit geschlossener Bebauung maximale spezifische Berührungsspannungen von 20 bis 30 V/kA messbar sind.

Diese Werte, die bei den meisten angeführten Messungen ermittelt wurden, liegen unter oder im Bereich von Berührungsspannungen in der Umgebung großer Umspannwerke oder großer Kraftwerksanlagen, die im Bereich von ca. 20 bis 60 V/kA lagen. Es kann festgehalten werden, dass sich globale Erdungssysteme im Bezug und Stromaufteilung ähnlich verhalten wie elektrische Anlagen mit ausgedehnten Erdungsanlagen.

Prinzipiell kann in keinem Gebiet, das als globales Erdungssystem beschrieben werden kann, das Auftreten unzulässig hoher Berührungsspannungen ausgeschlossen werden.

Dies liegt aber nicht an der Erderwirksamkeit der metallischen Einbauten im Erdreich oder an der Netzstruktur bzw. der Höhe der Fehlerströme, sondern das Problem stellt sich hier durch Spannungsverschleppung durch isolierte Leitungen, die fremdes Potential in den Bereich oder aus dem Bereich des globalen Erdungssystems verschleppen können.

Auch induktive Beeinflussungen von isolierten Leitungen können innerhalb globaler Erdungssysteme zu hohen Berührungsspannungen führen. Diese Berührungsspannungen, die bei Messungen bis zu 520 V/kA erreicht haben, können nur durch eine adäquate Behandlung dieser Leitungen (z.B. Überspannungsableiter) verhindert werden und haben primär nicht direkt mit dem globalen Erdungssystem zu tun. Für die Überprüfung und Beurteilung globaler Erdungssysteme ist daher eine Kombination aus Erdungsmessungen (ohmsche Beeinflussung) und einer Abschätzung/Berechnung oder Messung möglicher induktiver Beeinflussungen erforderlich.

6 Verzeichnisse

Literatur- und Quellenverzeichnis

- [1] CENELEC EN 50522, *Erdung von Starkstromanlagen mit Nennwechselspannungen über 1 kV*. 2011-12-01.
- [2] M. Mathis, B. Bachmann, W. F. C. Gerhardt, H. E. Remde, and B. Sander, "Potential profile calculation in earthing systems, using the charge simulation method," *etz-Archiv*, vol. 9, 1987.
- [3] J. Zou, et al., "Numerical Green's Function of a Point Current Source in Horizontal Multilayer Soils by Utilizing the Vector Matrix Pencil Technique," *IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS*, vol. 40, no. 2, pp. 730-733, Mar. 2004.
- [4] A. J. Heppe, "Computation of Potential at Surface above an Energized Grid or other Electrode, allowing for Non-Uniform Current Distribution," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-98, no. 6, pp. 1978-1989, Nov. 1979.
- [5] E. Schmutzler, R. Iskra, and W. Schöffler, "Programm OBEIN2S," TU Graz, Institut für Elektrische Anlagen, 1995.
- [6] R. Iskra and E. Schmutzler, *Programm OBEIN2S*. TU Graz, Institut für Elektrische Anlagen, 1994.
- [7] R. Iskra and E. Schmutzler, "Digitale Berechnung niederfrequenter ohmscher Beeinflussungen von Erdungsanlagen bei geschichtetem Boden," *ÖZE*, vol. 4, pp. 125-129, Apr. 1991.
- [8] M. Kuussaari and A. J. Pesonen, *Earthing impedance measurements of substations*. Paris: Cigre, 1978.
- [9] M. Feydt, "Unterlagen zum Seminar Erdungsanlagen," in *Haus der Technik*, Berlin, 1999.
- [10] J. Scheffler, "Betrieb und Kenngrößen des Niederspannungsnetzes der Stadtwerke Leipzig," *Energiewirtschaft*, vol. 100, no. 8, pp. 50-56, 2001.
- [11] A. Campoccia and G. Zizzo, "Simple Circuit Models for Studying Global Earthing Systems," in *IEEE Powertech*, 2007.
- [12] R. Muckenhuber, *Vorlesungsskriptum Elektrische Anlagen 1 Teil 2*. Graz: TU Graz, Institut für Elektrische Anlagen, 1984.
- [13] IEEE Std 81.2, *IEEE Guide for Measurement of Impedance and Safety Characteristics of Large, Extended or Interconnected Grounding Systems*. 1991.
- [14] R. Bräunlich, "Die messtechnische Überprüfung von grossen Erdungsanlagen," *SEV/VSE Bulletin*, vol. 23, p. 31, 1995.

- [15] R. Hoffmann, "Neues Meßverfahren zur Eliminierung von Fremd- und Störspannungen bei Beeinflussungs- und Erdungsmessungen," *Elektrizitätswirtschaft*, vol. Heft 22, pp. 1455-1462, 1992.
- [16] W. Renner, "Kompensationsverfahren zur Meßfehlerkorrektur bei der Ermittlung des Ausbreitungswiderstandes ausgedehnter Erdungsanlagen," *Elektrische Bahnen*, vol. Jhg. 35, no. Heft 9, pp. 265-267, 1964.
- [17] ÖVE/ÖNORM E 8383 (HD 637 S1:1999), *Starkstromanlagen mit Nennwechselspannungen über 1 kV*. 2000.
- [18] ÖVE/ÖNORM E 8384, *Erdungen in Wechselstromanlagen mit Nennspannungen > 1 kV*. 2007.
- [19] Omicron, *Brochure CPC 100*, www.omicron.at, Ed. 2012.
- [20] E. O. Brigham, *FFT - Schnelle Fourier-Transformation*, 4th ed. R. Oldenburg Verlag München Wien, 1989.
- [21] M. Meyer, *Signalverarbeitung - Analoge und digitale Signale, Systeme und Filter*, 5th ed. Wiesbaden, Deutschland: Vieweg+Teubner, GWV Fachverlag GmbH, 2009.
- [22] H. Renner, *Beitrag zur Problematik der Oberschwingungsimpedanz- und Oberschwingungsemissionsermittlung in elektrischen Energieversorgungsnetzen*. Graz, Österreich: dbv-Verlag für die Technische Universität Graz, 1995.
- [23] A. V. Oppenheim, R. W. Schaffer, and J. R. Buck, *Zeitdiskrete Signalverarbeitung*, 2nd ed. München: Pearson Studium, 2004.
- [24] T. Butz, *Fouriertransformation für Fußgänger*, 5th ed. Wiesbaden, Deutschland: B.G. Teubner Verlag, 2007.
- [25] IEEE Std. 80, *IEEE Guide for Safety in AC Substation Grounding*. 2000.
- [26] J. Ma and F. P. Dawalibi, "Extended Analysis of Ground Impedance Measurement Using the Fall-of-Potential Methode," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 17, no. 4, pp. 881-885, 2002.
- [27] E. B. Curdts, "Some of the Fundamental Aspects of Ground Resistance Measurements," *AIEE Transactions*, vol. 77, no. 1, p. 760, 1958.
- [28] ANSI/IEEE Std 81, *IEEE Guide for Measuring Earth Resistivity, Ground Impedance, and Earth Surface Potentials of a Ground System*. 1993.
- [29] F. P. Dawalibi and D. Mukhedkar, "Ground electrode resistance measurement in nonuniform soils," *IEEE Trans. Power App. Syst.*, vol. PAS-93, pp. 109-116, Jan. 1974.
- [30] F. P. Dawalibi and D. Mukhedkar, "Resistance measurement of large grounding systems," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-98, no. 6, pp. 2348-2354, Nov. 1979.
- [31] J. R. Carson, "Wave propagation in overhead wires with ground return," *Bell System Techn. Journal*, no. 5, pp. 539-554, 1926.
- [32] F. Pollaczek, "Über die Induktionswirkung einer Wechselstromeinfachleitung," *Elektr. Nachr.*

Technik, no. 4, pp. 18-30, 1927.

- [33] D. Oeding and B. R. Oswald, *Elektrische Kraftwerke und Netze*, 6th ed. Springer-Verlag, 2004.
- [34] K. Friedl, *Power Frequency Electric and Magnetic Fields: Worst-Case Calculation and Optimisation Through Optimal Conductor Arrangement*. TU Graz, Institut für Elektrische Anlagen, Dissertation, 2012.
- [35] E.-P. Meyer, *Stromrückleitung über das Erdreich, Impedanzen und induktive Beeinflussung bei Leitern endlicher Länge*. Dissertation TH Darmstadt, 1982.
- [36] W. Koch, *Erdungen in Wechselstromanlagen über 1 kV*, 3rd ed. Berlin/Göttingen/Heidelberg: Springer-Verlag, 1961.
- [37] R. Braunstein, *Technical and economical evaluation of measures decreasing inductive interference of metallic pipelines*. TU Graz, Institut für Elektrische Anlagen, Dissertation, 2012.
- [38] S. Pack, E. Schmutzger, M. Lerchbacher, and M. Lindinger, "Erdung, Potenzialausgleich, Blitzschutz - Richtlinie für Hochspannungsanlagen," Versuchsanstalt für Hochspannungstechnik Graz GmbH Technischer Bericht, 2009.
- [39] H. Schmolke and D. Vogt, *Potenzialausgleich, Fundamenterde, Korrosionsgefährdung*, 6th ed. VDE Verlag GmbH, 2004.
- [40] Chauvin-Arnoux, *Bedienungsanleitung C.A. 6472/C.A. 6474*. 2007.
- [41] Wikimedia Foundation Inc. (2011, Feb.) Wikipedia.org. [Online]. http://de.wikipedia.org/wiki/Elliptische_Koordinaten
- [42] G. Junker, "Die Anforderungen an Erdungsanlagen gemäß österreichischer Bestimmungen für die Elektrotechnik und CENELEC-Dokumenten unter besonderer Berücksichtigung der Erdungsverhältnisse in Stadtgebieten," TU Graz, Institut für Elektrische Anlagen, Dissertation, 2001.
- [43] G. Kukovic, "Digitale Berechnung des Ausbreitungswiderstandes und der Potentialverhältnisse von Erdungsanlagen im Zweischichtboden," TU Graz, Institut für Elektrische Anlagen, Diplomarbeit, 1983.
- [44] P.J.Lagace, J. Fortin, and E. D. Crainic, "Interpretation of Resistivity Sounding Measurements in N-Layer Soil using Electrostatic Images," *IEEE Transactions on Power Delivery*, 1996.
- [45] B. Peer, *Der Einfluss der Erderdiskretisierung beim Programmsystem Erder - Erdplot*. TU Graz, Institut für Elektrische Anlagen, Diplomarbeit, 1981.
- [46] H. B. Dwight, "Calculation of Resistances to Ground," *AIEE Transactions*, vol. 55, no. 12, pp. 1319-1328, Dec. 1936.
- [47] ÖVE/ÖNORM E 8001-1, *Errichtung von elektrischen Anlagen mit Nennspannungen bis AC 1000 V und DC 1500 V Teil 1: Begriffe und Schutz gegen elektrischen Schlag (Schutzmaßnahmen)*. 2000.

- [48] IEC 60479-1, *Effects of current on human beings and livestock - Part 1: General aspects*. Ed 4.0:2005-07.
- [49] M. Feydt, "Erdung und Potentialausgleich in Hoch-, Mittel- und Niederspannungsanlagen der öffentlichen und industriellen Stromversorgung," Haus der Technik E.V. Seminarunterlagen, 1999.
- [50] *Verordnung des Bundesministers für wirt. Angelegenheiten über die Anforderungen an öffentliche Verteilungsnetze mit der Nennspannung 400/230 V und an diese angeschlossene Verbraucheranlagen zur grundsätzlichen Anwendung der Schutzmaßnahme Nullung*. 1998.
- [51] G. Kerber, *Aufnahmefähigkeit von Niederspannungsverteilnetzen*. Dissertation TU München, 2011.
- [52] Wikimedia Foundation Inc. (2011, Nov.) wikipedia.org. [Online]. http://de.wikipedia.org/wiki/Harmonische_Reihe
- [53] DIN VDE 0845-6-1 (Entwurf), *Maßnahmen bei Beeinflussung von Telekommunikationsanlagen durch Starkstromleitungen - Teil 1: Grundlagen, Grenzwerte, Berechnungs- und Messverfahren*. Berlin: VDE Verlag GmbH, 2010.
- [54] J. Valjus and R. Särmentö, "Practical earthing measurements of large rural and urban substations," CIGRE Session, 1984.
- [55] W. Castor, R. Finkl, and H. Grünert, "Umstellung der Sternpunktterdung im 20-kV Kabelnetz," *EW*, vol. 4, Jg. 108 (2009).
- [56] P. Toman, "Experiences with measuring of touch voltage during earth fault in large MV networks," in *Methods and techniques for earth fault detection, indication and location*, Espoo, Finland, 2011.
- [57] M. Lindinger, L. Fickert, E. Schmutzner, and C. Raunig, "Grounding Measurements in Urban Areas - Comparison of Low and High Voltage Measurements in Common Grounding Systems," in *PES IEEE Power Tech 2011*, Trondheim, 2011.
- [58] L. Heinhold and R. Strubbe, *Kabel und Leitungen für Starkstrom*, 5th ed. Erlangen, Deutschland: MCD Verlag, 1999.
- [59] L. Fickert, E. Schautzer, M. Lindinger, and C. Raunig, "Messungen und Analyse der Gefährdungsspannungen bei Erdschluss-strömen in globalen Erdungssystemen," in *VDE Sternpunktstagung*, Erfurt, 2011.
- [60] E. Schmutzner, *Ein Beitrag zur Berechnung der induktiven Beeinflussung von Rohrleitungsnetzen*. TU Graz, Institut für Elektrische Anlagen, Dissertation, 1990.
- [61] A. Campoccia, L. Mineo, and G. Zizzo, "A method to evaluate voltages to earth during an earth fault in a HV network in a system of interconnected earth electrodes of MV/LV substations," *IEEE Transactions on power delivery*, no. 23, pp. 1763-1772, Oct. 2008.
- [62] M. Desmedt, J. Hoeffelman, and D. Halkin, "Use of a global earthing system to implement the safety requirements for protecting against indirect contacts in HV systems," 2001.

- [63] H. J. Haubrich and W. Machczyński, "On simulation of the cathodic protection of extended buried conductor networks," *IEE Proceedings-B*, vol. 140, no. 5, pp. 337-340, Sep. 1993.
- [64] H. J. Haubrich and W. Machczyński, "Ohmsche Beeinflussung erdverlegter Leitungen durch quasistationäre Strömungsfelder von Erdungsanlagen," *etz Archiv*, vol. 9, no. 5, pp. 149-152, 1987.
- [65] H. J. Haubrich, B. A. Flechner, and W. Machczyński, "A universal model for the computation of the electromagnetic interference on earth return circuits," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 9, no. 3, pp. 1593-1599, Jun. 1994.
- [66] CENELEC EN 60909-3, *Kurzschlussströme in Drehstromnetzen - Teil 3: Ströme bei Doppelerdkurzschluss und Teilkurzschlussströme über Erde*. 2003.
- [67] M. Lindinger, H. Renner, and E. Schmutzger, "New Optimized Analysis Method For Measuring Extended Grounding Systems," in *CIREC*, Frankfurt, 2011.

6.1 Abbildungsverzeichnis

| | |
|--|----|
| Abbildung 2-1: Prinzipskizze einer idealen Strom-Spannungs-Messung bei einer Erdungsanlage (nach [14]) | 17 |
| Abbildung 2-2: Prinzipskizze einer realen Strom-Spannungs-Messung bei einer Erdungsanlage. | 18 |
| Abbildung 2-3: Messschaltung und Spannungsdreieck bei Umpolmethode | 20 |
| Abbildung 2-4: Vereinfachtes Schaltbild des Kompensators aus [16] | 21 |
| Abbildung 2-5: Prinzip der Schwebungsmethode (aus [14])..... | 24 |
| Abbildung 2-6: Einfluss von Störgrößen auf das Messergebnis der Schwebungsmethode (strichpunktiert: Sollwert; kontinuierlich: Messwert)..... | 25 |
| Abbildung 2-7: Prinzip der Signalauswertung | 26 |
| Abbildung 2-8: Aliasing Effekt (aus [21], Seite 159) Oben: Spektrum eines kontinuierlichen Signals Mitte: Abtastung bei Einhaltung des Abtasttheorems Unten: Abtastung bei Verletzung des Abtasttheorems (Aliasing-Effekt)..... | 27 |
| Abbildung 2-9: Prinzip der Periodendetektion | 30 |
| Abbildung 2-10: FIR-Filter 3. Ordnung (Normalform 1) | 30 |
| Abbildung 2-11: Darstellung des fouriertransformierten Rechteckfensters (halbes, normiertes Spektrum)..... | 33 |
| Abbildung 2-12: Relativer Fehler bei verschiedenen Messfrequenzen mit netzfrequenten Störungen (maximale Störungen mit 50 Hz: gelb: $10 \cdot U_m$; schwarz: $20 \cdot U_m$; rot: $30 \cdot U_m$; grün: $40 \cdot U_m$; magenta: $50 \cdot U_m$; blau: $60 \cdot U_m$) | 34 |
| Abbildung 2-13: Relativer Fehler bei verschiedenen Messfrequenzen mit Störungen ungleich Netzfrequenz (rechts: Ausschnitt)..... | 35 |

Abbildung 2-14: Zeitlicher Verlauf des Testsignals (rechte Abbildung zeigt einen Ausschnitt von 1s bis 3,2s des gesamten Signals)..... 37

Abbildung 2-15: Gefiltertes Testsignal (nach der Bandpassfilterung – nach der ersten Filterung)37

Abbildung 2-16: Maxima des Testsignals (der einzelnen Schwingungen) 38

Abbildung 2-17: Maxima des Testsignals (nach der Tiefpassfilterung – nach der zweiten Filterung) 38

Abbildung 2-18: Detektierte Schwebungsmaxima mit Amplitudenwerten des originalen Testsignals 39

Abbildung 2-19: Testsignal mit Schwebungsmaxima (blau: Testsignal; rot: berechnete Schwebungsmaxima)..... 39

Abbildung 2-20: Frequenzspektrum (Ausschnitt - berechnet über eine Schwebungsperiode).... 40

Abbildung 2-21: Frequenzspektren bei verschiedenen Fensterlängen 41

Abbildung 2-22: Frequenzspektren bei verschiedenen Fensterlängen (Ausschnitt aus Abbildung 2-21) 42

Abbildung 2-23: Grundriss der Erdungsmessung aus [26] 46

Abbildung 2-24: Messprinzip und Potentialtrichter bei einer Strom-Spannungs-Messung einer Erdungsanlage 49

Abbildung 2-25: Leiteranordnung für die Berechnung der Koppelimpedanzen aus [13]..... 51

Abbildung 2-26: Verlauf der Koppelimpedanz zwischen parallelen Leitungen auf der Erdoberfläche mit Rückleitung über das Erdreich in Abhängigkeit der Länge und des spezifischen Bodenwiderstandes (Abstand der Leiter: 20 m, $f=50\text{Hz}$) 52

Abbildung 2-27: Aufsicht der Anordnung für die Berechnung der induktiven Kopplung zwischen 2 Leitern..... 53

Abbildung 2-28: Verlauf der Koppelimpedanz zwischen Leitungen auf der Erdoberfläche mit Rückleitung über das Erdreich in Abhängigkeit vom Winkel zwischen den Leitungen und vom spezifischen Bodenwiderstandes (Länge beider Leiter: 1 km, $f=50\text{Hz}$)..... 54

Abbildung 2-29: Hochspannungsmast mit System 1 (links) in Normalbetrieb und System 2 (rechts) als Messleitung zur Gegenerde..... 55

Abbildung 2-30: Darstellung des Magnetfeldes der speisenden Leitung - am Beispiel einer zweisystemigen 110-kV-Freileitung (linkes Drehstromsystem in Betrieb; 1kA) 56

Abbildung 2-31: Darstellung des Magnetfeldes der speisenden Leitung - am Beispiel einer zweisystemigen 110-kV-Freileitung (rechtes System mit Messstrom; 3x100 A gleichphasig) 56

Abbildung 2-32: Aufpunktsgerade quer zur Leitungstrasse auf der Bodenoberfläche 57

Abbildung 2-33: Potenzialgebirge (schematische Darstellung) einer 2-gleisigen Bahnstrecke mit Tragmast links und Schallschutzwand rechts, Potenzialverlauf an der Erdoberfläche mittig, Erderlänge 400 m, homogener Boden mit $\rho = 100 \Omega\text{m}$, $I_E = 1000 \text{ A}$ 58

Abbildung 2-34: Ersatzschaltbild des Erdbodens aus [25] 59

Abbildung 2-35: Verlauf des spezifischer Bodenwiderstand ρ_E für 2 Tiefenangaben in Abhängigkeit von der Jahreszeit ohne Beeinflussung durch Niederschläge aus [39] (überarbeitet) 60

| | |
|---|----|
| Abbildung 2-36: Spezifischer Bodenwiderstand ρ_E in Abhängigkeit von der Jahreszeit (Daten aus [37]) | 60 |
| Abbildung 2-37: Einfluss der Bodenfeuchtigkeit auf den spezifischen Bodenwiderstand nach [39] | 61 |
| Abbildung 2-38: Nachbildung der Erdungsanlage im Berechnungsprogramm (ohne Berücksichtigung der Gegenerde)..... | 64 |
| Abbildung 2-39: Berechneter Potentialverlauf (EPR) an der Erdoberfläche..... | 64 |
| Abbildung 2-40: Nachbildung der Erdungsanlage im Berechnungsprogramm (mit Gegenerde).. | 65 |
| Abbildung 2-41: Darstellung des berechneten Potentialverlaufs an der Oberfläche in Richtung Gegenerde mit Berücksichtigung der Gegenerde..... | 66 |
| Abbildung 2-42: Ersatzschaltung für einen Erdfehler in einer Station [33] (überarbeitet) | 66 |
| Abbildung 2-43: Parallelschaltung von Erdausbreitungswiderstand und Kettenleiterimpedanzen; Richtwerte für Kettenleiterimpedanzen Mast-Erdseil-Mast Z_∞ [12] (überarbeitet)..... | 67 |
| Abbildung 2-44: Potentialverlauf entlang der Messtrasse 1 bezogen auf 1 kA an der Erdoberfläche | 69 |
| Abbildung 2-45: Potentialverlauf entlang der Messtrasse 2 bezogen auf 1 kA an der Erdoberfläche | 70 |
| Abbildung 2-46: Potentialverlauf bezogen auf 1 kA an der Erdoberfläche entlang der Messtrasse 1;..... | 71 |
| Abbildung 3-1: Modell eines Kugelerders im leitenden Vollraum | 74 |
| Abbildung 3-2: Elliptisches Koordinatensystem (Zweidimensionale Darstellung) [41] | 76 |
| Abbildung 3-3: Geometrische Nachbildung eines Staberders als Ellipsoid [42] | 77 |
| Abbildung 3-4: Reale Anordnung und Ersatzanordnung für die Berechnung eines Zweischichtbodens [7] | 78 |
| Abbildung 3-5: Berechnung der Erderanordnung..... | 81 |
| Abbildung 3-6: Ausbreitungswiderstand R_A von Maschenerdern in verschiedenen Verlegetiefen und Halbkugelerder..... | 87 |
| Abbildung 3-7: Transferfaktor für die Berechnung der Berührungsspannung an der Grenze der Erdungsanlage | 88 |
| Abbildung 3-8: Schrittspannungen an der Grenze der Maschenerder in Abhängigkeit der Verlegetiefe und der Erderfläche..... | 89 |
| Abbildung 3-9: Ausbreitungswiderstand von Horizontalerdern verschiedener Länge nach unterschiedlichen Berechnungsmethoden; rot: Potentialmethode, blau: Dwight, grün: Heppe . | 90 |
| Abbildung 3-10: Abhängigkeit des Ausbreitungswiderstandes bei der Berechnung mittels Potentialkoeffizienten von der Anzahl der Teilerder; links: 1000 m Horizontalerder, rechts: 100 m Horizontalerder; grün: Ausbreitungswiderstand bei der Berechnung nach Heppe/Dwight | 91 |
| Abbildung 3-11: Ausbreitungswiderstand eines Maschenerders bei verschiedenen Maschenteilungen und Gesamtflächen | 92 |
| Abbildung 4-1: Schematische Darstellung der Stromaufteilung bei einem eingespeisten Versuchsstrom I_F aus [42] (überarbeitet)..... | 95 |

| | |
|---|-----|
| Abbildung 4-2: Histogramme und zugehörige Verteilung des mittleren Hausabstandes für Land, Dorf und Vorstadt [51] | 100 |
| Abbildung 4-3: Halbkugelerder entlang einer Linie mit schematischem Potentialverlauf an der Erdoberfläche | 102 |
| Abbildung 4-4: Halbkugelerder gleichmäßig auf einer Fläche verteilt (Aufsicht) | 103 |
| Abbildung 4-5: Gesamtausbreitungswiderstand in Abhängigkeit der Anzahl der Erdungsanlagen und der Fläche des globalen Erdungssystems..... | 104 |
| Abbildung 4-6: Größtmögliche Potentialdifferenz U_{\max} innerhalb des globalen Erdungssystems in Abhängigkeit der Anzahl der Erdungsanlagen und der Fläche des globalen Erdungssystems | 105 |
| Abbildung 4-7: Nachbildung des Erdungssystems (blau) im Programm OBEIN mit Darstellung der Berechnungsgeraden (rot) für das Oberflächenpotential (in diesem Fall mit $n=8$, d.h. 64 Maschen) | 106 |
| Abbildung 4-8: Darstellung des Potentialverlaufs entlang der Berechnungsgeraden für das Erdungsgitter in Abbildung 4-7..... | 107 |
| Abbildung 4-9: Darstellung des Potentialverlaufs entlang der Berechnungsgeraden (Ausschnitt aus Abbildung 4-8)..... | 107 |
| Abbildung 4-10: Einfluss des Vermaschungsgrades (Anzahl der Maschen n^2) auf den Ausbreitungswiderstand des Erdungssystems für verschieden große Erdungssysteme für $\rho = 100 \Omega\text{m}$ | 108 |
| Abbildung 4-11: Einfluss des Vermaschungsgrades (Anzahl der Maschen) auf die maximalen Spannungen in pu innerhalb des Erdungsgitters für verschieden große Erdungssysteme (Seitenlänge $a=100\text{m}, 200\text{m}, 500\text{m}, 1000\text{m}$) für $\rho = 100 \Omega\text{m}$ | 109 |
| Abbildung 4-12: Einfluss des Vermaschungsgrades (Anzahl der Maschen) auf die maximalen Spannungen in V/kA innerhalb des Erdungsgitters für verschieden große Erdungssysteme (Seitenlänge $a=100\text{m}, 200\text{m}, 500\text{m}, 1000\text{m}$) für $\rho = 100 \Omega\text{m}$ | 109 |
| Abbildung 4-13: Einfluss der Gesamtlänge der Erder auf die maximalen Spannungen in V/kA innerhalb des Erdungsgitters für verschieden große Erdungssysteme (Seitenlänge $a=100\text{m}, 200\text{m}, 500\text{m}, 1000\text{m}$) für $\rho = 100 \Omega\text{m}$ | 110 |
| Abbildung 4-14: Nachbildung des Zweischichtbodens in der Simulation | 110 |
| Abbildung 4-15: Einfluss des Verhältnis der spezifischen Bodenwiderstände auf die maximalen Spannungen in pu innerhalb des Erdungsgitters für verschieden tiefe obere Bodenschichten ($T=1\text{m}, 5\text{m}, 10\text{m}$) | 111 |
| Abbildung 4-16: Einfluss des Verhältnis der spezifischen Bodenwiderstände auf die maximalen Spannungen in pu innerhalb des Erdungsgitters für verschieden tiefe obere Bodenschichten (Ausschnitt)..... | 111 |
| Abbildung 4-17: Verhältnis der maximalen Potentialdifferenzen in V/kA zur Situation mit homogenem Boden in Abhängigkeit der spezifischen Bodenwiderstände für verschiedene Erdungssysteme | 112 |

| | |
|---|-----|
| Abbildung 4-18: Verhältnis der maximalen Potentialdifferenzen in V/kA zur Situation mit homogenem Boden in Abhängigkeit der spezifischen Bodenwiderstände für verschiedene Erdungssysteme (Ausschnitt) | 112 |
| Abbildung 4-19: Reduktionsfaktoren verschiedener Bleimantelkabel mit eingezeichneten Messwerten der Versuche [58] (überarbeitet); a: Versuch mit Ersatzstromgenerator; b: realer Netzversuch mit Zusatzwiderstand $R=8\Omega$; c: realer Netzversuch mit Zusatzwiderstand $R=4\Omega$.. | 120 |
| Abbildung 4-20: Potentialverlauf an der Erdoberfläche bei der Erdungsmessung im Stadtgebiet in V/kA..... | 121 |
| Abbildung 4-21: Induzierte Spannung in einer Telekommunikationsleitung in Abhängigkeit vom Fehlerort mit eingetragenem Messpunkt | 122 |
| Abbildung 4-22: Potentialverlauf an der Erdoberfläche im Bereich der fehlerbehafteten Station | 124 |
| Abbildung 4-23: Potentialverlauf entlang einer Messtrasse im Bereich des Kabelaufführungsmastes..... | 125 |
| Abbildung 4-24: Ausschnitt des simulierten Potentialtrichters mit Kabelaufführungsmast in pu | 126 |
| Abbildung 4-25: Querschnitt (Potential an der Erdoberfläche) durch den Spannungstrichter aus Abbildung 4-24 durch den Kabelaufführungsmast (rot: ohne Kabelaufführungsmast; blau: mit Kabelaufführungsmast)..... | 126 |
| Abbildung 4-26: Spezifisches Potential an der Erdoberfläche entlang verschiedener Messtrasse bei der Messung in einer Siedlung | 128 |
| Abbildung 4-27: Spezifisches Potential an der Erdoberfläche entlang verschiedener Messtrasse bei der Messung bei einer Einzelstation | 129 |
| Abbildung 4-28 Gegenüberstellung der Messwerte verschiedener Berührungsspannungen bei Erdungsmessungen aus Tabelle 4-15 | 131 |
| Abbildung 4-29: Typische Werte für den Ausbreitungswiderstand eines Kabels mit Erderwirkung, abhängig von der Kabellänge und dem spezifischen Erdwiderstand mit einem Abschlusswiderstand $z=\infty$ [1]..... | 132 |
| Abbildung 4-30: Spannungsverschleppung durch PEN Leiter mit örtlicher Anhebung des Oberflächenpotentials..... | 132 |
| Abbildung 4-31: Kettenleitermodell für einen Erder im Spannungstrichter einer großen Erdungsanlage | 133 |
| Abbildung 4-32: Spannungen und Potentiale entlang des PEN-Leiters (ohne Einfluss der Einzelerdungen des PEN-Leiters) | 135 |
| Abbildung 4-33: Ströme in der Längs- und Querzweigen des Kettenleitermodells..... | 135 |

6.2 Tabellenverzeichnis

| | |
|---|-----|
| Tabelle 2-1: Gegenüberstellung der FIR- und IIR-Filter (aus [21])..... | 31 |
| Tabelle 2-2: Bestandteile des Testsignals..... | 36 |
| Tabelle 2-3: Wahre Werte S_W und mittels DFT ermittelte Bestandteile des Testsignals S_m (gerundet auf 2 Nachkommastellen) | 40 |
| Tabelle 2-4: Frequenzanteile bei verschiedenen Fensterlängen der DFT im Bereich von 48 Hz bis 52 Hz | 42 |
| Tabelle 2-5: Übersicht über die verschiedenen Messmethoden (+...besser, -...schlechter)..... | 43 |
| Tabelle 2-6: Übersicht über die verschiedenen Messmethoden und Genauigkeiten aus [13]..... | 44 |
| Tabelle 2-7: Typische Werte für spezifische Bodenwiderstände aus [39] (überarbeitet) | 61 |
| Tabelle 2-8: Durchschnittswerte des spezifischen Bodenwiderstandes für verschiedene Bodenarten [25] (überarbeitet)..... | 62 |
| Tabelle 2-9: Relevante Kenndaten der eingebundenen Erdseile für die Untersuchung der Erdungsanlage | 63 |
| Tabelle 2-10: Spezifischer Bodenwiderstand der oberen Bodenschichten in der Umgebung der Erdungsanlage | 68 |
| Tabelle 2-11: Berührungs- (U_T) und Schrittspannungen (U_{SS}) an ausgewählten Punkten bezogen auf 1kA (Stichproben)..... | 70 |
| Tabelle 2-12: Zusammenfassung der Messergebnisse für die Erdungsimpedanz | 71 |
| Tabelle 4-1: Kriterien für ein globales Erdungssystem nach [42], [49] (überarbeitet) | 96 |
| Tabelle 4-2: Stromaufteilung bei einem Erdschluss [9]..... | 100 |
| Tabelle 4-3: Vergleich der mittleren Häuserabstände für verschiedene Besiedlungsgebiete nach [51], [10] | 101 |
| Tabelle 4-4: Messwerte der Erdungsmessung in Helsinki [54] | 115 |
| Tabelle 4-5: Messwerte der Erdungsmessung in Helsinki (bezogen auf 1kA)..... | 116 |
| Tabelle 4-6: Ergebnisse bei 1-poligem Erdschluss im Netz in Tschechien [56] | 117 |
| Tabelle 4-7: Stromaufteilung in der fehlerbehafteten Station bei der Erdungsmessung mit beidseitig geerdetem MS-Schirm des speisenden Kabels, Versuch mit Generator | 119 |
| Tabelle 4-8: Stromaufteilung in der fehlerbehafteten Station bei der Erdungsmessung mit geöffnetem MS-Schirm des speisenden Kabels, Versuch mit Generator | 119 |
| Tabelle 4-9: Stromverteilung an der Fehlerstelle bei realem Netzversuch mit Nennspannung und einem Zusatzwiderstand von 8Ω | 119 |
| Tabelle 4-10: Stromverteilung an der Fehlerstelle bei realem Netzversuch mit Nennspannung und einem Zusatzwiderstand von 4Ω | 120 |
| Tabelle 4-11: Spezifische Berührungs- und Schrittspannungen in der Umgebung der Fehlerstelle und im angeschlossenen Niederspannungsnetz | 121 |
| Tabelle 4-12: Induzierender Fehlerstrom und induzierte Spannungen in den Adern der Telekommunikationsleitungen bei den Versuchen mit Nennspannung..... | 122 |

| | |
|--|-----|
| Tabelle 4-13: Stromaufteilung in der MS/NS-Station mit Erdschluss | 123 |
| Tabelle 4-14: Spezifische Berührungs- und Schrittspannungen bei einer Erdungsmessung in einer Siedlung | 128 |
| Tabelle 4-15: Spezifische Berührungsspannungen in V/kA bei verschiedenen Messungen..... | 130 |
| Tabelle 4-16: EPR der fehlerbehafteten Station an den Stellen der Einzelerdungsanlagen..... | 134 |

7 Anhang

Formel für den Ausbreitungswiderstand von Halbkugelerdern entlang einer Linie (siehe Abbildung 4-3):

Als Basismodell wird der Ausbreitungswiderstand eines Halbkugelerders mit dem Radius r berechnet:

$$R_{A0} = \frac{\rho}{2\pi r}$$

Dieser Halbkugelerder beeinflusst durch seinen Potentialtrichter den Erder i . Das beeinflussende Potential wird in der Mitte des Erders i berechnet, das bedeutet, dass für die Beeinflussung der Abstand der Mittelpunkte der Halbkugelerder herangezogen wird. Ausgehend von einer ungeraden Erderanzahl wird der mittlere Erder als Bezugserder (R_{A0}) herangezogen:

Potential im Bereich des Erder i durch den Erder 0 im Abstand a :

$$\varphi_{i0} = \frac{\rho I_0}{2\pi} \cdot \frac{1}{a}$$

Da der Bezugserder in der Mitte angenommen wurde, werden die Erder an der Stelle $\pm a$ gleich beeinflusst.

$$\varphi_{\pm a0} = \frac{\rho I_0}{2\pi} \cdot \frac{2}{a}$$

Unter der Annahme einer gleichmäßigen Stromaufteilung des Gesamtstromes I_E über die einzelnen Erdungsanlagen (N Erdungsanlagen) und gleichen Abständen a zwischen den Erdern ergibt sich:

$$I_i = \frac{I_E}{N}$$
$$R_A = \frac{\rho}{2\pi N} \left(\frac{1}{r} + \frac{2}{a} \sum_{n=1}^{\frac{N-1}{2}} \frac{1}{n} \right)$$

Der Ausbreitungswiderstand errechnet sich damit aus der Summe eines Einzelerders und der Beeinflussungen durch die anderen Erder.

Formel für das Potential in der Mitte von Halbkugelerdern entlang einer Linie

(siehe Abbildung 4-3):

Das minimale Potential zwischen den Erdern befindet sich aus Gründen der Symmetrie in der Mitte zweier Halbkugelerder ($a/2$). Für die Berechnung des Potentials wird eine gerade Anzahl von Halbkugelerdern vorausgesetzt (Symmetrie).

Das Teilpotential, das durch einen Halbkugelerder im Abstand x zum gesuchten Punkt verursacht wird, kann in einem Punkt an der Erdoberfläche im Allgemeinen wieder aus der Formel des Halbkugelerders berechnet werden:

$$\varphi_i = \frac{\rho I_i}{2\pi} \cdot \frac{1}{x}$$

Liegt der zu berechnende Punkt in der Mitte der Erderanordnung ergeben sich die Abstände zu den einzelnen Mittelpunkten der Halbkugelerder zu $x = \{\pm a/2; \pm 3a/2; \pm 5a/2; \dots\}$

Für eine gleichmäßige Stromaufteilung in den Einzelerdungsanlagen ergibt sich damit:

$$\begin{aligned} \varphi_m = \sum \varphi_i &= \frac{I\rho}{2\pi N} \cdot \left(2 \cdot \frac{2}{a} + 2 \cdot \frac{2}{3a} + 2 \cdot \frac{2}{5a} + \dots \right) = \frac{2I\rho}{\pi Na} \sum_{n=1}^{\frac{N}{2}} \frac{1}{2n-1} \\ &= \frac{2I\rho}{\pi Na} \left(0,5 \cdot \ln\left(\frac{N}{2}\right) + 0,9818 \right) \end{aligned}$$

Formel für den Ausbreitungswiderstand von Halbkugelerdern in quadratischer Anordnung (siehe Abbildung 4-4):

Die Herleitung für die quadratische Anordnung erfolgt prinzipiell gleich wie für die Anordnung entlang einer Linie. Für dieses Modell wurden N Halbkugelerder gleichmäßig mit dem Abstand a auf einer quadratischen Grundfläche angeordnet. Es wird wieder von einer gleichmäßigen Stromverteilung auf die einzelnen Erdungsanlagen ausgegangen.

Für die Berechnung des Ausbreitungswiderstandes wird wiederum der mittlere Halbkugelerder als Referenzerder verwendet. Um eine symmetrische Anordnung um diesen Referenzerder zu erhalten, wird eine ungerade Anzahl von Reihen/Spalten (m) vorausgesetzt.

$$m = \sqrt{N}, m[-K, K] \in \mathbb{N}$$

$$K = \sqrt{\frac{N-1}{2}}, K \in \mathbb{Z}$$

Um den Abstand zwischen zwei Halbkugelerdern berechnen zu können, wird ein Koordinatensystem (x,y) eingeführt.

Damit ergibt sich im Allgemeinen für den Abstand d zwischen zwei Erdern mit der Hilfsgröße K :

$$d = \sqrt{(K \cdot a)^2 + (K \cdot a)^2}$$

Der Ausbreitungswiderstand errechnet sich damit sinngemäß wie bei der Anordnung entlang einer Linie zu (für $2K+1$ Reihen):

$$R_A = \frac{\rho}{2\pi(2K+1)^2} \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{a} \sum_{x=-K}^K \sum_{y=-K}^K \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} \right)$$

Formel für das Potential in der Mitte von Halbkugelerdern in quadratischer Anordnung (siehe Abbildung 4-4):

Das minimale Potential zwischen den Erdern befindet sich aus Gründen der Symmetrie in der Mitte von vier Halbkugelerder ($a/\sqrt{2}$). Für die Berechnung des Potentials wird eine gerade Anzahl von Halbkugelerdern vorausgesetzt (Symmetrie).

Das Teilpotential, das durch einen Halbkugelerder im Abstand d zum gesuchten Punkt verursacht wird, kann in einem Punkt an der Erdoberfläche im Allgemeinen wieder aus der Formel des Halbkugelerders berechnet werden:

$$\varphi_i = \frac{\rho I_i}{2\pi} \cdot \frac{1}{d}$$

Liegt der zu berechnende Punkt in der Mitte von vier Halbkugelerdern ergeben sich die Abstände zu den einzelnen Mittelpunkten der Halbkugelerder zu:

$$d = \sqrt{\left(\frac{a}{2} + aK\right)^2 + \left(\frac{a}{2} + aK\right)^2}$$

Für eine gleichmäßige Stromaufteilung in den Einzelerdungsanlagen ergibt sich damit:

$$\varphi_m = \sum \varphi_i = \frac{I\rho}{2\pi(2K+1)^2} \sum_{x=-K}^K \sum_{y=-K}^K \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{a}{2} + ax\right)^2 + \left(\frac{a}{2} + ay\right)^2}}$$

mit der Randbedingung:

$$x = y \neq 0$$