



Alexander Kehm, B.Sc.

# **Methoden der Geoidberechnung und ihre Anwendung im ingenieurgeodätischen Bereich**

## **MASTERARBEIT**

zur Erlangung des akademischen Grades

Diplom-Ingenieur

Masterstudium Geomatics Science

eingereicht an der

**Technischen Universität Graz**

Betreuer

Ao.Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Norbert Kühtreiber

Institut für Navigation

## **EIDESSTATTLICHE ERKLÄRUNG**

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt, und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe. Das in TUGRAZonline hochgeladene Textdokument ist mit der vorliegenden Masterarbeit identisch.

---

Datum

---

Unterschrift

## **Kurzfassung**

### *Methoden der Geoidberechnung und ihre Anwendung im ingenieurgeodätischen Bereich*

Diese Arbeit gliedert sich in zwei Teile: Zunächst werden Methoden der Geoidberechnung verglichen, wobei der Schwerpunkt auf den Vergleich der klassischen Remove-Restore-Technik mit der Window Technique, welche auf optimale Kombination topographisch-isostatischer Reduktionen mit globalen Schwerefeldmodellen abzielt, gelegt ist. Außerdem wird untersucht, wie die Abschneideeffekte bei lokalen Anwendungen durch die Meissl-Modifikation des Stokes-Integralkerns minimiert werden können. Die verschiedenen Geoidberechnungsmethoden (gravimetrisch und astrogeodätisch) werden verglichen.

Der zweite Teil dieser Arbeit präsentiert die praktische Anwendung der Schwerefeldproblematik auf die beiden österreichischen Tunnelbauprojekte Semmering-Basistunnel und Koralmtunnel. Besonderes Augenmerk wird hier auf die Auswirkungen der Datenqualität auf Nivellement- und Lotungskorrekturen gelegt.

## **Abstract**

### *Methods of geoid determination and their application in the field of engineering geodesy*

This thesis is composed of two parts: First, we compare different methods of geoid determination, focussing on the comparison of the classical Remove-Restore Technique and the Window Technique which aims towards an optimum combination of topographic-isostatic reductions and global gravity models. Additionally, we investigate how the truncation errors in local applications can be minimized by Meissl-modification of Stokes' kernel. The different geoid determination methods (gravimetric and astro-geodetic) are compared.

In the second part, we are carrying out the application of the gravity field problem to the two Austrian tunnelling projects Semmering Base Tunnel and Koralm Tunnel. Special attention is turned towards the impact of data quality on the corrections for levelling and plumbing.

## **Danksagung**

Mein Dank gilt zunächst Herrn Professor Norbert Kühtreiber, der diese Arbeit betreut hat, stets ein offenes Ohr für meine Fragen hatte und stets die Zeit für konstruktive Diskussionen fand. Mein Dank gilt ebenfalls Herrn Professor Torsten Mayer-Gürr und Herrn Dipl.-Ing. Christian Pock für ihre Unterstützung. Danken möchte ich nicht zuletzt auch meinen Eltern, die mich während meines gesamten Studiums unterstützt haben, sowie meinen Kommilitonen für die wohlthuende Ablenkung, die sie mir während des Entstehungsprozesses dieser Arbeit verschafft haben.

# Inhalt

<b>Teil A Geoidbestimmung</b> .....	1
1 Einleitung.....	2
2 Grundlagen.....	3
2.1 Das Erdschwerefeld.....	3
2.1.1 Grundlagen .....	3
2.1.2 Darstellung in Kugelfunktionen.....	5
2.1.3 Topographisch-isostatische Reduktion .....	6
2.2 Kriging und Kollokation.....	6
2.2.1 Ursprünge des Kriging.....	6
2.2.2 Methode .....	7
2.2.3 Kovarianzfunktion und Semivariogramm .....	8
2.2.4 Erweiterung zur Kollokation.....	9
3 Geoidbestimmung.....	11
3.1 Reduktion der Schweredaten .....	11
3.1.1 Die Remove-Restore-Technik.....	11
3.1.2 Die Window Technique .....	12
3.2 Remove-Schritt.....	13
3.3 Compute-Schritt.....	16
3.4 Restore-Schritt: Ergebnisse der Geoidberechnung.....	16
3.4.1 Meissl-modifizierter Stokes-Kernel.....	16
3.4.2 Ergebnisse.....	18
3.4.3 Trend.....	21
3.4.4 Vergleich mit anderen Berechnungsmethoden.....	26
3.5 Astrogeodätische Geoidlösung.....	28
3.6 Vergleich zwischen astrogeodätischem und gravimetrischem Geoid im Projektgebiet am Semmering-Basistunnel.....	30
4 Fazit.....	32
<b>Teil B Schwereproblematik im ingenieurgeodätischen Bereich</b> .....	34
5 Einleitung.....	35

5.1	Die Baltisch-Adriatische Achse: Tunnelbauprojekte in Österreich.....	35
5.2	Die alte Semmeringbahn.....	35
5.3	Der Semmering-Basistunnel.....	36
5.4	Der Koralmtunnel.....	38
6	Grundlagen.....	40
6.1	Einführung.....	40
6.2	Höhensysteme.....	40
6.2.1	Konzepte.....	40
6.2.2	Nivellementkorrekturen.....	42
6.3	Lotabweichungen.....	43
7	Topographisch-isostatische Reduktion der Daten.....	45
8	Höhenproblematik am Semmering-Basistunnel.....	47
8.1	Untersuchungsgebiet.....	47
8.2	Vorgehen.....	47
8.2.1	Programme.....	47
8.2.2	Interpolation der Schwereanomalien.....	47
8.3	Interpolationsqualität.....	48
8.3.1	Einfluss der Rasterdichte.....	48
8.3.2	Einfluss des Variogramms auf das Kriging-Resultat.....	48
8.3.3	Beurteilung der Gesamtqualität der Kombination aus Rasterung mittels Kriging und bipolarer Interpolation.....	50
8.4	Schwere, Lotabweichungen und Nivellementreduktionen entlang der Trasse.....	51
8.4.1	Einleitung.....	51
8.4.2	Schwere und Lotabweichungen im Trassenniveau.....	51
8.4.3	Nivellementreduktionen (gesamte Trasse).....	53
8.4.4	Vergleich Mittelschwere nach Helmert – Mittelschwere mittels TC.....	53
8.4.5	Einfluss von Fehlern in den Schweredaten.....	54
8.4.6	Vergleich der Lösungen mit Standard- und angepasstem Variogramm.....	57
8.4.7	Nivellementkorrekturen entlang der Trasse in Vortriebsrichtung: Verhalten an Durchschlagpunkten.....	58

8.4.8	Korrekturen für Kreismessungen.....	59
8.5	Nivellementreduktionen im Höhennetz.....	61
8.6	Schwere, Lotabweichungen und Nivellementreduktionen in Schächten und Zugangsstollen.....	62
8.6.1	Einführung.....	62
8.6.2	Schacht Göstritz.....	62
8.6.3	Schacht Fröschnitzgraben.....	64
8.6.4	Zugangsstollen Grautschenhof.....	65
8.7	Lotungen.....	66
9	Höhenproblematik am Koralmtunnel.....	67
9.1	Untersuchungsgebiet.....	67
9.2	Variogrammanalyse.....	67
9.3	Schwere entlang der Trasse.....	67
9.3.1	Höhenprofil und Schwere.....	67
9.3.2	Nivellementreduktionen.....	68
9.3.3	Vergleich Mittelschwere nach Helmert – Mittelschwere mittels TC.....	69
9.3.4	Einfluss von Fehlern in den Schweredaten.....	70
10	Korrelation von Freiluftanomalien mit der Höhe.....	73
10.1	Semmering.....	74
10.2	Koralm.....	76
10.3	Fazit.....	78
11	Abschließende Bemerkungen.....	79
	Anhang.....	viii
	Abbildungsverzeichnis.....	xv
	Tabellenverzeichnis.....	xvii
	Literaturverzeichnis.....	xix

# **Teil A**

## Geoidbestimmung

# 1 Einleitung

Zur Geoidberechnung können unterschiedliche Messdaten verwendet werden: Für globale Anwendungen existieren globale Schwerefeldmodelle (GGM), die in der Regel aus Satellitenbeobachtungen gewonnen werden. Deren Auflösung ist für regionale und lokale Anwendungen in der Regel nicht hoch genug, sodass zur präzisen Geoidbestimmung Schwere- und Lotabweichungsmessungen herangezogen werden.

In diesem Teil der Arbeit behandeln wir die Ermittlung eines Geoids für Österreich aus einem Datensatz von 13 689 Schwereanomalien mittels klassischer Stokes-Integration. Wir untersuchen die Auswirkung unterschiedlicher Reduktionsverfahren der Daten auf das Ergebnis. Ferner implementieren wir die Meissl-Modifikation des Stokes-Integralkerns, welche Fehler der Geoidlösung durch Abschneideeffekte bei regional beschränkten Datensätzen minimieren soll.

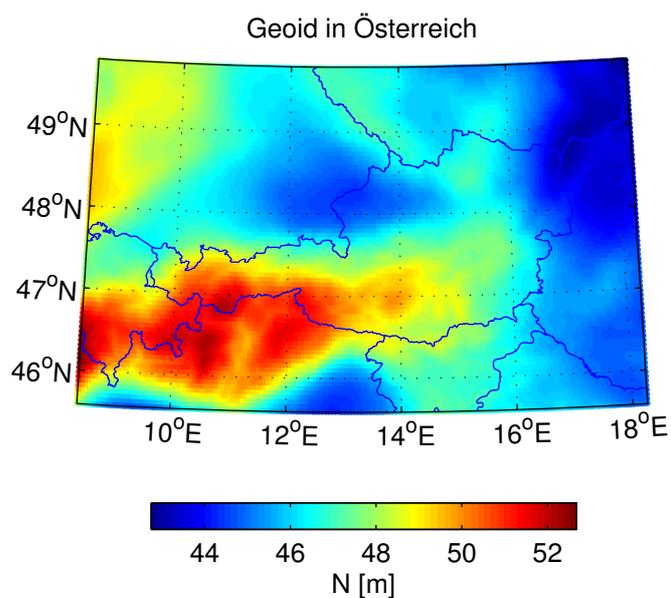


Abbildung 1: Das Geoid in Österreich

## 2 Grundlagen

### 2.1 Das Erdschwerefeld

#### 2.1.1 Grundlagen

Die Ausführungen dieses und der beiden folgenden Abschnitte basieren weitestgehend auf HOFMANN-WELLENHOF und MORITZ (2006) sowie TORGE (2003).

Gemäß dem Newton'schen Gravitationsgesetz besteht zwischen zwei Punktmassen  $m_1$  und  $m_2$  im Abstand  $l$  eine Anziehungskraft

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{l^2}, \quad (1)$$

wobei

$$G = 6,6742 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2} \quad (2)$$

die Gravitationskonstante darstellt (HOFMANN-WELLENHOF und MORITZ 2006, S. 3). Bezeichnet man die anziehende Masse mit  $m$  und setzt für die angezogene Masse die Einheitsmasse an, so vereinfacht sich die Formel ( 1 ) zu

$$F = G \cdot \frac{m}{l^2}. \quad (3)$$

Das Gravitationspotential einer anziehenden Punktmasse berechnet sich zu

$$V = G \cdot \frac{m}{l}, \quad (4)$$

wobei  $l$  der Abstand des Berechnungspunktes zur anziehenden Masse ist. Der Vektor der Gravitationskraft berechnet sich als der Gradient des Gravitationspotentials:

$$\mathbf{F} = \text{grad } V = \left( \frac{\partial V}{\partial x} \quad \frac{\partial V}{\partial y} \quad \frac{\partial V}{\partial z} \right) \quad (5)$$

Geht man von einer Punktmasse auf einen Festkörper über, so berechnet sich das Gravitationspotential als Integral über sämtliche Massenelemente  $dm$  im Volumen  $v$  des Körpers

$$V = G \iiint_v \frac{dm}{l} = G \iiint_v \frac{\rho}{l} dv \quad (6)$$

mit der Dichte

$$\rho = \frac{dm}{dv}. \quad (7)$$

Außerhalb der anziehenden Massen erfüllt das Gravitationspotential die Laplace-Gleichung

$$\Delta V = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0, \quad (8)$$

was bedeutet, dass die Funktion harmonisch ist. In der physikalischen Geodäsie ist diese Eigenschaft von großer Bedeutung, da sich harmonische Funktionen als Kugelfunktionen entwickeln lassen.

Innerhalb der anziehenden Massen ist das Gravitationspotential nicht harmonisch, es gilt die Poisson-Gleichung:

$$\Delta V = -4 \pi G \rho \quad (9)$$

Das Schwerepotential des Erdkörpers setzt sich zusammen als Summe des Gravitationspotentials des Erdkörpers und des Potentials der erdrotationsbedingten Fliehkraft. Es wird angenähert durch die Normalschwere  $U(x, y, z)$ , welche das Schwerepotential eines mit der Rotationsgeschwindigkeit der Erde rotierenden Referenzellipsoides darstellt. Die Normalschwere ist also die Summe aus dem Gravitationspotential des Ellipsoides  $V(x, y, z)$  und dem Potential der rotationsbedingten Zentrifugalkraft  $Z(x, y, z)$ :

$$U(x, y, z) = V(x, y, z) + Z(x, y, z) \quad (10)$$

Das tatsächliche Schwerepotential der rotierenden Erde  $W(x, y, z)$  wird gebildet als die Summe aus der Normalschwere  $U(x, y, z)$  und einem Störpotential  $T(x, y, z)$ , welches die Unregelmäßigkeiten in der Massenverteilung im Erdkörper widerspiegelt:

$$W(x, y, z) = U(x, y, z) + T(x, y, z) \quad (11)$$

Während das Normalschwerefeld  $U$  per Definition eindeutig bestimmt ist, lässt sich das Störpotential  $T$  nur mittels Messungen bestimmen.

Den Zusammenhang zwischen dem Störpotential  $T$  und der Geoidundulation  $N$  stellt die *Bruns'sche Formel*

$$N = \frac{T}{\gamma} \quad (12)$$

her. Um die Geoidundulation aus terrestrischen Messungen bestimmen zu können, bedient man sich gemessener Schwereanomalien  $\Delta g$ . Diese sind definiert als

$$\Delta g = g_P - \gamma_Q, \quad (13)$$

wobei  $g_P$  der gemessene Schwerewert in einem Punkt  $P$  an der Erdoberfläche ist (Schwerepotential  $W_P$ ) und  $\gamma_Q$  der Normalschwerewert des korrespondierenden Punktes  $Q$  im Normalschwerefeld, für den gilt  $U_Q = W_P$ .

Der Zusammenhang zwischen der Schwereanomalie und dem Störpotential führt zur *Fundamentalgleichung der physikalischen Geodäsie* (hier in sphärischer Approximation wiedergegeben):

$$\Delta g = -\frac{\partial T}{\partial r} - \frac{2}{r}T \quad (14)$$

Diese partielle Differentialgleichung 1. Ordnung repräsentiert die Randbedingung zur Bestimmung von  $N$  beziehungsweise  $T$ , da die Schwereanomalien  $\Delta g$  nur an der Erdoberfläche gemessen werden können. Zusammen mit der Bedingung, dass das zu bestimmende Störpotential als harmonisch angenommen wird (Laplace-Bedingung)

$$\Delta T = 0 \quad (15)$$

ergibt sich als Lösung für die Geoidundulation mit (12) die *Stokes'sche Formel*

$$N = \frac{R}{4\pi\gamma_0} \iint_{\sigma} \Delta g S(\psi) d\sigma. \quad (16)$$

Durch Ableiten der Bruns'schen Formel (12) nach den Koordinatenrichtungen erhält man zusammen mit (13) – (15) die Formeln von *Vening-Meinesz* für die Lotabweichungen:

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{1}{4\pi\gamma_0} \iint_{\sigma} \Delta g \frac{dS(\psi)}{d\psi} \cos \alpha d\sigma \\ \eta &= \frac{1}{4\pi\gamma_0} \iint_{\sigma} \Delta g \frac{dS(\psi)}{d\psi} \sin \alpha d\sigma \end{aligned} \quad (17)$$

### 2.1.2 Darstellung in Kugelfunktionen

In globalen Anwendungen erfolgt die Darstellung des Schwerepotentials in Kugelfunktionen. Für das Störpotential erfolgt die Darstellung gemäß der Formel

$$T = \frac{GM}{R} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{R}{r}\right)^{n+1} \sum_{m=-n}^n a_{nm} Y_{nm}(\lambda, \vartheta). \quad (18)$$

Nach der Bruns'schen Formel (12) (mit  $\gamma \approx \gamma_0$ ) und der Fundamentalgleichung der physikalischen Geodäsie (14) folgt für die Geoidundulation und die Schwereanomalie:

$$N = \frac{GM}{\gamma_0 R} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{R}{r}\right)^{n+1} \sum_{m=-n}^n a_{nm} Y_{nm}(\lambda, \vartheta) \quad (19)$$

$$\Delta g = \frac{GM}{R^2} \sum_{n=1}^{\infty} (n-1) \left(\frac{R}{r}\right)^{n+2} \sum_{m=-n}^n a_{nm} Y_{nm}(\lambda, \vartheta) \quad (20)$$

### 2.1.3 Topographisch-isostatische Reduktion

Für die Beseitigung kurzweiliger bekannter Anteile an den gemessenen Schwereanomalien wurden verschiedene Methoden entwickelt. Die *topographisch-isostatische Reduktion nach Airy-Heiskanen* basiert auf einer Unterteilung der Erdkruste in unterschiedlich lange Säulen konstanter Dichte  $\rho_0$ , die auf dem oberen Erdmantel der Dichte  $\rho_M$  schwimmt. Aufgrund der Isostasie folgt, dass topographische Massen durch Wurzeln kompensiert werden ( $d_{cont}$ ); Ozeane (Dichte  $\rho_W$ ) werden durch Antiwurzeln ( $d_{oc}$ ) ausgeglichen. Als mittlere Dicke der Erdkruste wird hierbei die Ausgleichstiefe  $T_0$  angesetzt. Parameter des Modells sind also

- $T_0$  ... Ausgleichstiefe (i. d. R. mit 25 000 ... 30 000 m angenommen)
- $\rho_0$  ... Dichte der Erdkruste (i. d. R. mit  $2,67 \text{ g/cm}^3$  angesetzt)
- $\Delta\rho = \rho_M - \rho_0$  ... Dichtekontrast (i. d. R. im Bereich  $0,2 \dots 0,6 \text{ g/cm}^3$  angesetzt).

Für Anwendungen im Bereich von Ozeanen kommt noch die Dichte des Wassers  $\rho_W$  hinzu.

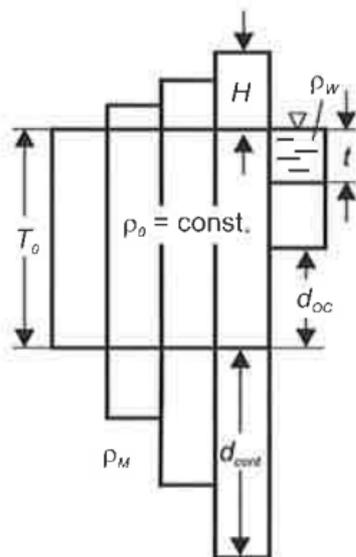


Abbildung 2: Topographisch-isostatische Reduktion nach Airy-Heiskanen (Quelle: TORGE 2003)

## 2.2 Kriging und Kollokation

### 2.2.1 Ursprünge des Kriging

*Kriging* oder *Krigen* ist ein geostatistisches Interpolationsverfahren, welches seine Ursprünge in Untersuchungen des südafrikanischen Geostatistikers Danie G. Krige im Bergbau hat. MATHERON (1963; zit. n. CRESSIE 1990, S. 240) definiert den Begriff „Kriging“ als Prädiktion des Erzgehaltes eines Abbaufeldes durch Berechnung des gewichteten Mittels verfügbarer Stichproben, wobei die Summe der Gewichte  $\sum a_i = 1$  ist und die Prädiktionsvarianz minimiert werden soll. Mitt-

lerweile hat sich das Verfahren als geostatistische Prädiktionsmethode auch in anderen Bereichen etabliert. Gemäß der an die Methode gestellten Anforderungen ist Kriging eine beste lineare erwartungstreue Vorhersage (engl. best linear unbiased predictor, Blup) einer als zufällig angenommenen geostatistischen Größe.

### 2.2.2 Methode

*Einfaches Kriging* (engl. *Simple Kriging*) ist der einfachste Fall der geostatistischen Prädiktion. LIGAS und KULCZYCKI (2010) zeigen, dass das Verfahren äquivalent ist mit der *Prädiktion nach kleinsten Quadraten*, wie sie für die Geodäsie von HEISKANEN und MORITZ (1967) vorgestellt wurde. Dem Autor dieser Arbeit liegt nur die Neuauflage dieses Werkes (HOFMANN-WELLENHOF und MORITZ 2006) vor, welche hier gleichermaßen als Referenz dienen kann.

Die Notation ist im Folgenden allgemein gehalten und an LIGAS und KULCZYCKI (2010) angelehnt. Grundlage der Prädiktion nach kleinsten Quadraten ist eine über ein bestimmtes geographisches Gebiet verteilte Stichprobe. Das Zufallsfeld  $Z(\mathbf{s})$  erfüllt die Bedingung der schwachen Stationarität, was bedeutet, dass der Erwartungswert und die Kovarianz des Prozesses  $Z(\mathbf{s})$  unabhängig vom Ort  $\mathbf{s}$  sind.

$$E[Z(\mathbf{s})] = \mu = \text{const.} \quad (21)$$

$$\text{Cov}[Z(\mathbf{s}_1), Z(\mathbf{s}_2)] = E\{[Z(\mathbf{s}_1) - \mu][Z(\mathbf{s}_2) - \mu]\} = C(\mathbf{s}_1 - \mathbf{s}_2) = C(\mathbf{h}) \quad (22)$$

Mit der Bedingung einer minimalen Prädiktionsvarianz erhält man die Prädiktionsformel

$$\hat{Z}(\mathbf{s}_0) = \mu + \mathbf{c}^T \mathbf{C}^{-1} [\mathbf{Z}(\mathbf{s}) - \mu], \quad (23)$$

wobei  $\hat{Z}(\mathbf{s}_0)$  der an der Stelle  $\mathbf{s}_0$  prädizierte Wert des Zufallsfeldes  $Z(\mathbf{s})$  ist und  $\mathbf{Z}(\mathbf{s})$  den Vektor der Werte der beobachteten Stichprobe darstellt. Der Vektor  $\mathbf{c}$  enthält die Kovarianzen zwischen den beobachteten Werten und dem zu ermittelnden Wert in  $\mathbf{s}_0$ ,  $\mathbf{C}$  ist die Kovarianzmatrix der beobachteten Werte. In der Notation von HEISKANEN und MORITZ (1967), welche sich auf die Prädiktion von Schwereanomalien bezieht, liest sich Glg. (23) als

$$\Delta \tilde{g}_P = \mu + \mathbf{c}^T \mathbf{C}^{-1} (\Delta \mathbf{g} - \mu). \quad (24)$$

Es ist wichtig anzumerken, dass der Erwartungswert  $\mu$  in den bisherigen Betrachtungen als bekannt vorausgesetzt wurde. Für einen konstanten, jedoch als unbekannt angenommenen Erwartungswert wird die Methode des einfachen Kriging zum *gewöhnlichen Kriging* (engl. *Ordinary Kriging*) erweitert. Hierbei erhält die Prädiktionsgleichung die Form

$$\hat{Z}(\mathbf{s}_0) = \boldsymbol{\lambda}^T \mathbf{Z}(\mathbf{s}), \quad (25)$$

wobei der Vektor der Gewichte  $\boldsymbol{\lambda}$  gemäß der Gleichung

$$\begin{pmatrix} \mathbf{C}_{n \times n} & \mathbf{1}_{n \times 1} \\ \mathbf{1}_{1 \times n} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_{n \times 1} \\ \kappa \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{c}_{n \times 1} \\ 1 \end{pmatrix} \quad (26)$$

berechnet wird ( $\mathbf{1}$  ist ein Vektor mit  $n$  Elementen, der nur Einsen enthält). Der Parameter  $\kappa$  ist ein Lagrange-Multiplikator aus der Minimierungsbedingung (vgl. LIGAS und KULCZYCKI 2010).

Erweitert man die Kriging-Methode zusätzlich um die Schätzung von Trendparametern und gibt damit die Forderung nach schwacher Stationarität auf, so handelt es sich um *Universal-Kriging* (engl. *Universal Kriging*). Diese Methode wird hier nicht näher betrachtet. Der interessierte Leser findet unter anderem bei EISMANN (1998) eine anschauliche Auseinandersetzung mit den Kriging-Verfahren; dieser Arbeit wurden auch die deutschsprachigen Bezeichnungen für die einzelnen Methoden entnommen.

### 2.2.3 Kovarianzfunktion und Semivariogramm

Nach HEISKANEN und MORITZ (1967) basiert die Prädiktion eines geostatistischen Zufallsfeldes allein auf der Kenntnis einer Kovarianzfunktion. LIGAS und KULCZYCKI (2010) zeigen die Äquivalenz der Kovarianzfunktion  $C(\mathbf{h})$  und des Semivariogramms  $\gamma(\mathbf{h})$  für schwach stationäre Prozesse (vgl. auch Abbildung 3):

$$\gamma(\mathbf{h}) = C(0) - C(\mathbf{h}) \quad (27)$$

Vorteil des Semivariogramms ist, dass es auch für Prozesse berechnet werden kann, deren Kovarianzfunktion nicht existiert; für diese Prozesse wird dann im Rahmen der intrinsischen Hypothese eine intrinsische Stationarität vorausgesetzt. Im Kriging wird oftmals mit dem Semivariogramm gearbeitet, so beispielsweise im für die Berechnungen in dieser Arbeit verwendeten Computerprogramm *Golden Software Surfer 12*.

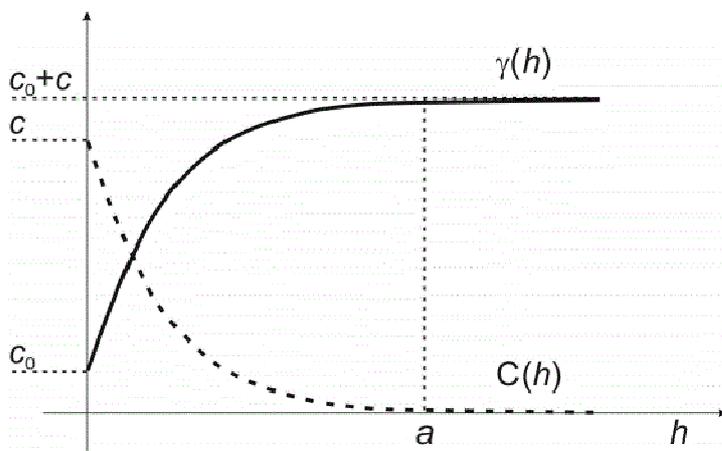


Abbildung 3: Der Zusammenhang zwischen Kovarianzfunktion und Semivariogramm (Quelle: LIGAS und KULCZYCKI 2010)

Ein Semivariogramm (bzw. eine Kovarianzfunktion) kann nur empirisch aus der vorliegenden Stichprobe abgeleitet werden (läge für jeden Punkt an der Erdoberfläche ein Wert vor, könnte zwar ein exaktes Semivariogramm ermittelt werden, jedoch hätte sich in diesem Falle die Interpolation der Daten erübrigt).

Grundsätzlich kann für das Kriging (bzw. die Prädiktion nach kleinsten Quadraten) jedes beliebige gültige Variogramm (bzw. Kovarianzfunktion) – siehe u. a. LIGAS und KULCZYCKI (2010) oder SCHABENBERGER und GOTWAY (2004, Kap. 4 u. 5) – herangezogen werden. Es obliegt dem Analysten, eine sinnvolle Parametrisierung des Variogramms auszuwählen, die das Verhalten der Daten ausreichend gut wiedergibt.

Die verwendete Software Surfer 12 erlaubt die Ableitung eines richtungsabhängigen (anisotropen) Variogramms. Unterschiedliches Verhalten der Daten in unterschiedlichen geographischen Richtungen kann also im Variogramm abgebildet werden.

#### 2.2.4 Erweiterung zur Kollokation

Für Anwendungen im Bereich der Geoidbestimmung erweitert MORITZ (1989) die Prädiktion nach kleinsten Quadraten zur *Kollokation nach kleinsten Quadraten*. Grundlage des Verfahrens ist die Annahme, dass alle Größen  $l_i$  des Schwerefeldes mittels linearer Operatoren  $L_i$  von einer fundamentalen Größe – dem Störpotential  $T$  – abgeleitet werden können:

$$l_i = L_i T \quad (28)$$

Gleiches gilt für die Kovarianzfunktion zwischen den Schwerefeldgrößen  $l_i(P)$  und  $l_i(Q)$  in den Punkten  $P$  und  $Q$ :

$$C_{ij} = M\{L_i^P T(P) L_j^Q T(Q)\} \quad (29)$$

Das Superskript  $P$  bzw.  $Q$  bedeutet jeweils die Auswertung des linearen Operators in diesem Punkt. Für den Mittelwertoperator und die linearen Operatoren gilt Kommutativität, sodass folgt:

$$C_{ij} = L_i^P L_j^Q M\{T(P) T(Q)\} = L_i^P L_j^Q K(P, Q) \quad (30)$$

Kennt man also die Kovarianzfunktion  $K(P, Q)$  des Störpotentials, so lässt sich die Kovarianz zwischen beliebigen Größen des Schwerefeldes bestimmen. Umgekehrt lässt sich auch  $K(P, Q)$  aus beliebigen beobachteten Größen des Schwerefeldes herleiten. Die Kollokationsgleichung zur Schätzung eines Vektors von Signalen  $\mathbf{s}$  aus einem Beobachtungsvektor  $\mathbf{l}$  gleicht der Gleichung der Prädiktion nach kleinsten Quadraten ( $\mathbf{l}$  als zentriert vorausgesetzt):

$$\hat{\mathbf{s}} = \mathbf{C}_{sl} \mathbf{C}_{ll}^{-1} \mathbf{l} \quad (31)$$

Aus einem beliebigen Beobachtungsdatensatz (beispielsweise Schwereanomalien und Lotabweichungen) lassen sich somit beliebige Größen prädizieren (beispielsweise Geoidundulationen).

Voraussetzung zur Anwendbarkeit der Kollokation ist die Parametrisierung der Kovarianzfunktion in einer Form, die die Anwendung der linearen Operatoren  $L_i$  auf diese Funktion zulässt. Eine mögliche Darstellungsform ist die Modellierung nach TSCHERNING und RAPP (1974).

## 3 Geoidbestimmung

### 3.1 Reduktion der Schweredaten

Die Formeln zur Geoidbestimmung erfordern eine Reduktion der vorliegenden Freiluftanomalien. Diese Reduktion erfolgt unter Zuhilfenahme vorliegender A-priori-Informationen:

- Informationen zur Topographie (kurzwellige Anteile)
- Globale Schwerefeldmodelle (langwellige Anteile)

Die topographische Information wird als topographisch-isostatische Reduktion nach Airy-Heiskanen angebracht und mittels des Programms *TCM372\_64* des Instituts für Navigation der TU Graz (ursprünglich René Forsberg, Ohio State University/Danish Geodetic Institute, 1983) berechnet. Ihr Anteil wird bei den Schwerefeldgrößen jeweils mit dem Subskript *TI* versehen. Die Topographie um einen Berechnungspunkt wurde im Nahbereich bis 15 km durch ein feines (Auflösung ca. 50 m) und im Außenbereich bis 167 km durch ein grobes digitales Höhenmodell (Auflösung ca. 3 km) repräsentiert, die genauen Kenndaten hierzu finden sich in Kapitel 7, Tabelle 16.

Als globales Schwerefeldmodell wird das Modell GOCO03s (MAYER-GÜRR et al. 2012) verwendet, welches bis Grad und Ordnung 250 entwickelt ist. Anteile aus diesem Modell werden mit dem Subskript *GM* versehen.

#### 3.1.1 Die Remove-Restore-Technik

Die klassische Remove-Restore-Technik (RRT; auch Remove-Compute-Restore-Technik genannt) basiert auf einer Reduktion der Schwereanomalien um die vollständige topographisch-isostatische Information für kurzwellige Anteile sowie um ein globales Schwerefeldmodell (GGM) für langwellige Anteile, Glg. ( 32 ), im Remove-Schritt. Anschließend erfolgt die Berechnung der Geoidhöhen aus den reduzierten Schwereanomalien (Compute-Schritt). Im Restore-Schritt werden die Modellanteile aus Topographie und globalem Schwerefeldmodell für die Geoidhöhe wieder aufaddiert, Glg. ( 33 ).

$$\Delta g_{red} = \Delta g_F - \Delta g_{TI} - \Delta g_{GM} \quad ( 32 )$$

$$N = N_{red} + N_{GM} + N_{TI} \quad ( 33 )$$

Bei der RRT stellt sich das Problem, dass im globalen Erdschwerefeld auch Anteile der kurzwelligen Topographie enthalten sind, ein gewisser Wellenlängenbereich also doppelt reduziert wird. In den reduzierten Freiluftanomalien zeigt sich das dadurch, dass die Topographie teilweise invers sichtbar wird (vgl. Abbildung 6). In Abbildung 4 wird dieser Effekt durch die doppelte Schraffur innerhalb des Bereiches der topographisch-isostatischen Reduktion (TI) symbolisiert.

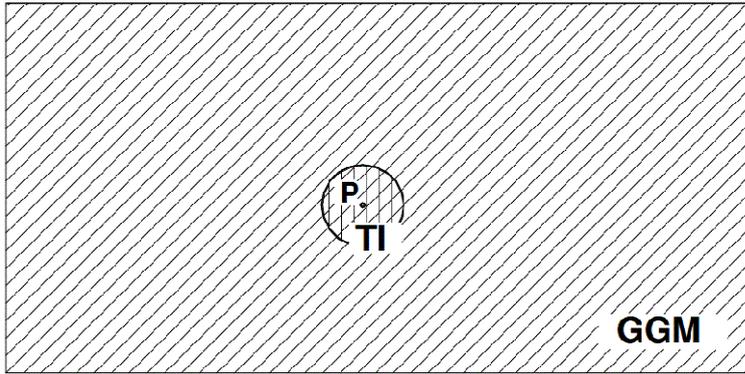


Abbildung 4: Die Remove-Restore-Technik (Quelle: ABD-ELMOTAAL und KÜHTREIBER 2006)

### 3.1.2 Die Window Technique

Die Window Technique stellt eine Modifikation der RRT dar. Das topographisch-isostatische Potential  $T_{TI}$  lässt sich in Form von Kugelfunktionen in der Form

$$T_{TI}(P) = \frac{GM}{r_P} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{R}{r_P}\right)^n \sum_{m=-n}^n \bar{T}_{nm} \bar{R}_{nm}(P) \quad (34)$$

darstellen (HANAFI 1987; SÜNKELE 1985), wobei die Kugelfunktionskoeffizienten zu

$$\begin{aligned} \bar{T}_{nm} = & \frac{R^3}{M(2n+1)(n+3)} \iint_{\sigma} \left\{ \rho_Q \left[ \left(1 + \frac{H_Q}{R}\right)^{n+3} - 1 \right] \right. \\ & \left. + \delta\rho_Q \left(1 - \frac{T_0}{R}\right)^{n+3} \left[ \left(1 - \frac{t_Q}{R-T_0}\right)^{n+3} - 1 \right] \right\} \bar{R}_{nm}(Q) d\sigma_Q \end{aligned} \quad (35)$$

mit

$T_0$  ... Ausgleichstiefe

$H$  ... topographische Höhe

$t$  ... Kompensationswurzel bzw. Antiwurzel

$M$  ... Erdmasse

$\rho$  ... Dichte; für  $H \geq 0$ :  $\rho = \rho_0$  (Dichte v. Erdkruste u. Topographie),

für  $H < 0$ :  $\rho = \rho_0 - \rho_{Ozean}$

$\Delta\rho = \rho_1 - \rho_0$  ... Dichtekontrast zwischen Erdkruste/Topographie und Erdmantel

berechnen (ABD-ELMOTAAL und KÜHTREIBER 2003; HANAFI 1987).

Durch eine leichte Modifikation von Glg. ( 34 ) lässt sich leicht zeigen, dass die Entwicklung von  $T_{TI}$  trotz unterschiedlicher Notation äquivalent zur Entwicklung des globalen Schwerefeldes in Kugelfunktionen, Glg. ( 18 ), ist:

$$\frac{GM}{r_P} \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{R}{r_P}\right)^n \dots = \frac{GM}{R} \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{R}{r_P}\right)^{n+1} \dots \quad (36)$$

Die Reduktion des GGM erfolgt also durch einfache Subtraktion der gemäß Glg. ( 35 ) bestimmten Kugelfunktionskoeffizienten. Im GGM bleibt demnach innerhalb des Fensters nur noch der nicht durch die TI-Reduktion abgedeckte Anteil enthalten. Gleichzeitig werden die zur Berechnung der TI-Reduktion berücksichtigten Massen ausschließlich auf den Bereich innerhalb des Fensters beschränkt, sodass auch außerhalb des Fensters keine doppelte Berücksichtigung topographisch-isostatischer Massen auftritt (vgl. Abbildung 5).

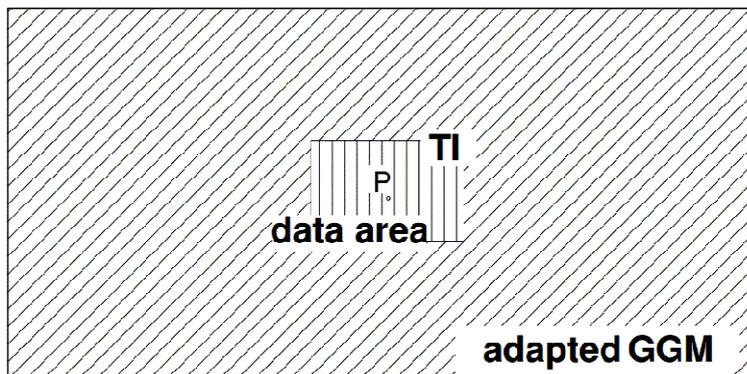


Abbildung 5: Die Window Technique (Quelle: ABD-ELMOTAAL und KÜHTREIBER 2006)

### 3.2 Remove-Schritt

Das Ergebnis der topographisch-isostatischen Reduktion hängt maßgeblich von den verwendeten Parametern  $\Delta\rho$  (Dichtekontrast) und  $T_0$  (Ausgleichstiefe) ab. Für die Reduktion der Schweredaten wurden drei verschiedene Parametersätze verglichen.

Für globale Anwendungen wird in der Literatur (z. B. HOFMANN-WELLENHOF und MORITZ 2006, S. 143 f.) ein Parametersatz von  $\Delta\rho = 0,6 \text{ g/cm}^3$  und  $T_0 = 30 \text{ km}$  angegeben (Parametersatz A). Für die Berechnung des topographisch-isostatisch bedingten Anteils der Schwereanomalien haben sich im Rahmen dieser Untersuchungen für Österreich Werte von  $\Delta\rho = 0,3 \text{ g/cm}^3$  und  $T_0 = 25 \text{ km}$  als adäquat erwiesen (Parametersatz B). ABD-ELMOTAAL und KÜHTREIBER (2003) geben mit  $\Delta\rho = 0,2 \text{ g/cm}^3$  und  $T_0 = 30 \text{ km}$  leicht abweichende Werte an (Parametersatz C).

Tabelle 1 stellt die statistischen Parameter der verschiedenen Reduktionsverfahren dar. Die verschiedenen Methoden zur Geoidberechnung verlangen allesamt möglichst glatte Daten; ein Ziel der Reduktion ist also die Minimierung der Streuung der Eingangsdaten. Außerdem ist ein niedriger Mittelwert wünschenswert, da Methoden wie die Kollokation eine Streuung der Daten um Null verlangen.

Die Streuung der Daten ist für alle Methoden unter Beteiligung der TI-Reduktion mit Parametersatz B am geringsten. Für die Window Technique ergibt sich eine Standardabweichung von  $\sigma_{\Delta g, \text{red}} = 17,08$  mgal, der Mittelwert ist mit  $\overline{\Delta g} = -5,82$  mgal auch nahe an Null. Dieser Parametersatz wird den Berechnungen im Folgenden zugrunde gelegt.

Vergleicht man die Statistik der Werte bei Durchführung der klassischen RRT mit der Window Technique, so erkennt man deutlich, dass eine Verwendung eines modifizierten GGM unbedingt angeraten ist. Das inverse Auftreten der Topographie ist in den reduzierten Anomalien deutlich zu erkennen (Abbildung 6). Eine reine topographisch-isostatische Reduktion der Daten nach Airy-Heiskanen liefert das zweitbeste Ergebnis. Die Daten weisen eine geringe Streuung auf und haben einen kleinen Mittelwert.

**Tabelle 1: Vergleich der Reduktionsverfahren**

Reduktionsverfahren		Min [mgal]	Max [mgal]	Mittelwert [mgal]	Stdabw. [mgal]
<i>Keine Reduktion</i>	$\Delta g_F$	-155.81	201.00	7.57	42.71
<i>GGM-Reduktion</i>	$\Delta g_F - \Delta g_{GM}$	-231.02	135.90	-16.90	41.50
<b>Parametersatz A</b>	<b><math>\Delta \rho = 0.6 \text{ g/cm}^3</math> <math>T_0 = 30\,000 \text{ m}</math></b>				
<i>TI-Reduktion</i>	$\Delta g_F - \Delta g_{TI}$	-55.44	138.82	5.02	21.49
<i>Klassische RRT</i>	$\Delta g_F - \Delta g_{GM} - \Delta g_{TI}$	-127.77	50.61	-19.45	27.50
<i>Window Technique</i>	$\Delta g_F - \Delta g_{GM, \text{korr}} - \Delta g_{TI, \text{Win}}$	-75.94	58.56	-4.25	19.07
<b>Parametersatz B</b>	<b><math>\Delta \rho = 0.3 \text{ g/cm}^3</math> <math>T_0 = 25\,000 \text{ m}</math></b>				
<i>TI-Reduktion</i>	$\Delta g_F - \Delta g_{TI}$	-54.49	140.12	6.03	21.58
<i>Klassische RRT</i>	$\Delta g_F - \Delta g_{GM} - \Delta g_{TI}$	-126.93	51.91	-18.44	27.48
<i>Window Technique</i>	$\Delta g_F - \Delta g_{GM, \text{korr}} - \Delta g_{TI, \text{Win}}$	-78.58	48.20	-5.82	17.08
<b>Parametersatz C</b>	<b><math>\Delta \rho = 0.2 \text{ g/cm}^3</math> <math>T_0 = 30\,000 \text{ m}</math></b>				
<i>TI-Reduktion</i>	$\Delta g_F - \Delta g_{TI}$	-62.87	53.86	1.40	21.04
<i>Klassische RRT</i>	$\Delta g_F - \Delta g_{GM} - \Delta g_{TI}$	-136.71	46.58	-24.71	31.35
<i>Window Technique</i>	$\Delta g_F - \Delta g_{GM, \text{korr}} - \Delta g_{TI, \text{Win}}$	-85.36	38.59	-10.10	17.12

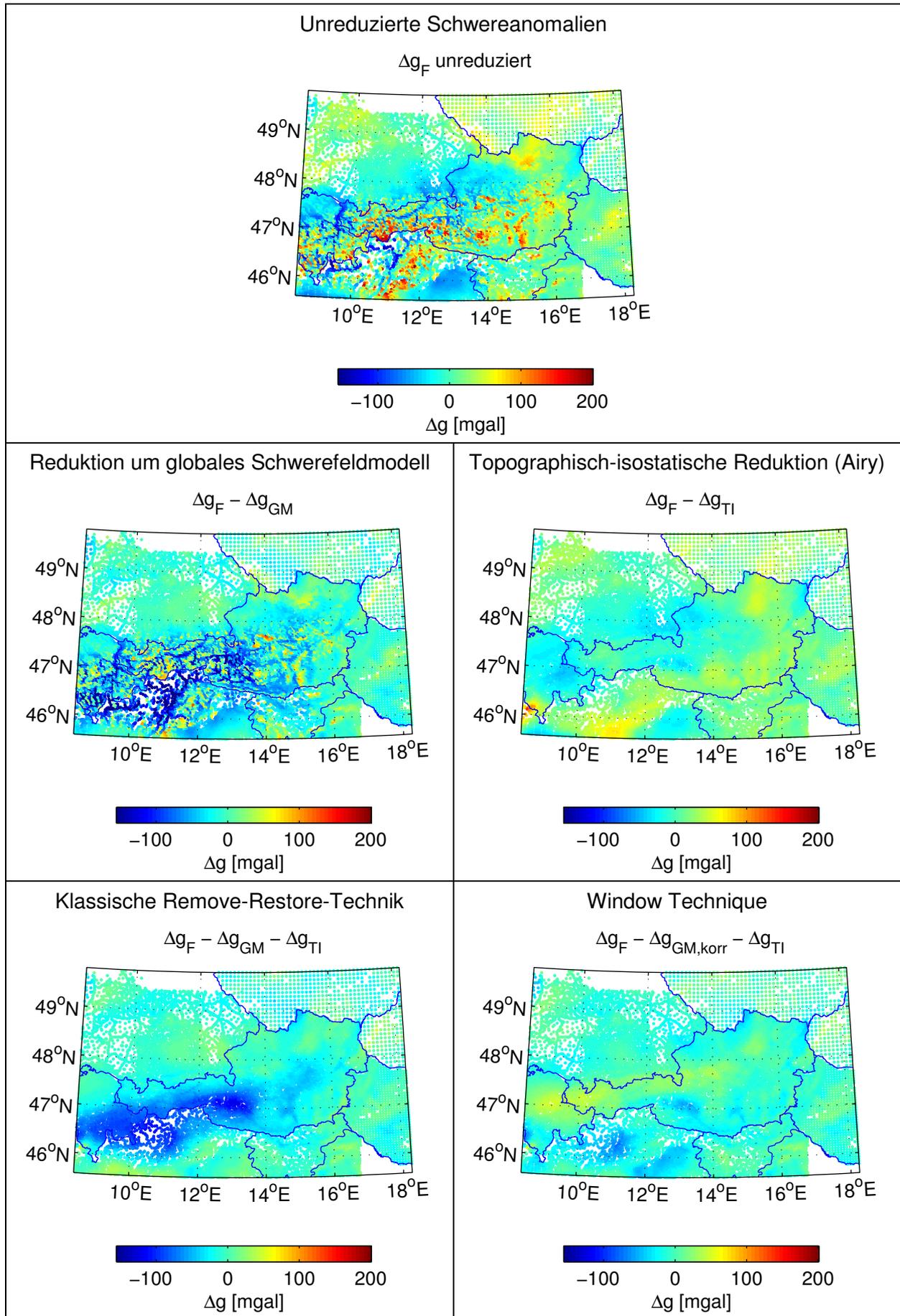


Abbildung 6: Vergleich der Reduktionsverfahren (Parametersatz B)

### 3.3 Compute-Schritt

Im Compute-Schritt erfolgt die Umrechnung der reduzierten Schwereanomalien in Geoidhöhen mittels klassischer Berechnung des Stokes-Integrals. Zur Anwendung kommt hierbei das Programm STOKES.exe des Instituts für Navigation und Satellitengeodäsie der TU Graz.

Die Eingabedaten werden zunächst mittels Kriging auf ein Gitter umgerechnet (Rasterweite  $0,055^\circ \times 0,055^\circ = 3' 18'' \times 3' 18''$ ). Das Kriging wurde jeweils mit aus den Daten empirisch abgeleiteten Variogrammen durchgeführt (vgl. Kapitel 8.3.2). Anschließend erfolgt im Programm STOKES.exe die Berechnung von Geoidhöhen für die Rasterpunkte. Im Rahmen dieser Arbeit wurde für die Implementation der Meissl-Modifikation des Stokes-Kernels eine modifizierte Version dieses Programmes STOKES\_Meissl.exe mit Wahlmöglichkeit für die Abschneidedistanz  $\psi_0$  erstellt.

Um Aussagen zur Qualität der Lösungen treffen zu können, werden die Geoidlösungen mit einer Referenzlösung aus einem GPS-Nivellement verglichen. Es liegt ein Datensatz von 192 Punkten innerhalb Österreichs vor, deren Geoidhöhen präzise bekannt sind. Zur Beurteilung werden die für die Rasterpunkte ermittelten Geoidhöhen mittels bilinearer Interpolation auf die GPS-Nivellementpunkte umgerechnet und anschließend der Restore-Schritt durchgeführt.

### 3.4 Restore-Schritt: Ergebnisse der Geoidberechnung

#### 3.4.1 Meissl-modifizierter Stokes-Kernel

Es zeigt sich, dass der optimale Wert des Abschneideradius  $\psi_0$  von der verwendeten Reduktionstechnik abhängig ist.

Die in den folgenden Tabellen wiedergegebenen Daten beziehen sich auf die Differenz zwischen der Geoidlösung und der Referenzlösung aus GPS-Nivellement. Für die klassische RRT ergibt sich ein optimaler Abschneideradius von  $\psi_0 = 2,1^\circ$  und eine Streuung der mittleren Abweichung vom Referenzgeoid von 12,8 cm. Dies ist in ungefähre Übereinstimmung mit dem in ABD-ELMOTAAL und KÜHTREIBER (2006) ermittelten Abschneideradius von  $\psi_0 = 1,7^\circ$  (bei Streuung von ca. 10 cm; die Abweichung der Resultate dürfte insbesondere auf die Verwendung anderer Reduktionsparameter – Parametersatz C in Tabelle 1 – und die Berechnungsmethode mittels 1D-FFT anstatt klassischer Summation zurückzuführen sein). Es kann also festgehalten werden, dass für die Geoidbestimmung mittels klassischer RRT in Österreich ein Abschneideradius von ca.  $2^\circ$  als sinnvoll angenommen werden kann.

**Tabelle 2: Klassische RRT mit Meissl-modifiziertem Stokes-Kernel: Zusammenhang zwischen Geoidlösung und Abschneideradius**

**Remove-Restore-Technik:  $N_{\text{RRT,Meissl}} - N_{\text{GPS-Niv.}}$**

$\psi_0$ [°]	Min [m]	Max [m]	Mittelwert [m]	Stdabw. [m]
0.1	0.951	6.691	3.400	1.541
0.3	1.066	5.786	3.081	1.296
0.5	1.098	4.906	2.766	1.068
0.7	1.092	4.075	2.458	0.862
0.9	1.071	3.359	2.159	0.680
1.1	1.052	2.782	1.873	0.519
1.3	1.027	2.340	1.602	0.382
1.5	0.961	1.970	1.350	0.268
1.7	0.873	1.644	1.118	0.181
1.9	0.676	1.358	0.903	0.130
2.1	0.378	1.110	0.704	0.128
2.3	0.101	0.891	0.518	0.161

Bei Anwendung der Window Technique ist der optimale Abschneideradius mit  $\psi_0 = 1,1^\circ$  nur etwa halb so groß. Es ergibt sich außerdem eine äußerst kleine mittlere Abweichung vom GPS-Nivellement-Geoid von circa 9 cm mit einer im Vergleich zur klassischen RRT etwas größeren Streuung von 15,8 cm.

**Tabelle 3: Window Technique mit Meissl-modifiziertem Stokes-Kernel: Zusammenhang zwischen Geoidlösung und Abschneideradius**

**Window Technique:  $N_{\text{WT,Meissl}} - N_{\text{GPS-Niv}}$**

$\psi_0$ [°]	Min [m]	Max [m]	Mittelwert [m]	Stdabw. [m]
0.1	-1.234	1.007	0.145	0.599
0.3	-0.831	0.730	0.106	0.433
0.5	-0.560	0.509	0.066	0.305
0.7	-0.423	0.379	0.021	0.221
0.9	-0.378	0.309	-0.032	0.175
1.1	-0.396	0.251	-0.093	0.158
1.3	-0.513	0.196	-0.163	0.159
1.5	-0.629	0.137	-0.238	0.169
1.7	-0.737	0.080	-0.317	0.183
1.9	-0.839	0.031	-0.397	0.199
2.1	-0.936	-0.011	-0.477	0.216
2.3	-1.030	-0.050	-0.556	0.232

Setzt man für die Daten eine reine topographisch-isostatische Reduktion an, so ergibt sich die geringste Streuung der Differenz zur GPS-Referenzlösung für  $\psi_0 = 0,5^\circ$ . Auffällig sind hier die großen Differenzen zur GPS-Nivellement-Referenzlösung mit einer Größenordnung von über

40 m, was nicht verwundert, da keine Information über die Außenzonen eingeflossen ist, siehe Abschnitt 3.4.2.

**Tabelle 4: Reine topographisch-isostatische Reduktion nach Airy-Heiskanen mit Meissl-modifiziertem Stokes-Kernel: Zusammenhang zwischen Geoidlösung und Abschneideradius**

**Reine topographisch-isostatische Reduktion:  $N_{TI,Meissl} - N_{GPS-Niv}$**

$\psi_0$ [°]	Min [m]	Max [m]	Mittelwert [m]	Stdabw. [m]
0.1	-45.910	-42.686	-44.779	0.669
0.3	-45.591	-42.893	-44.703	0.559
0.5	-45.355	-42.965	-44.628	0.515
0.7	-45.438	-42.922	-44.557	0.538
0.9	-45.658	-42.807	-44.488	0.605
1.1	-45.831	-42.648	-44.420	0.691
1.3	-45.936	-42.475	-44.351	0.776
1.5	-45.986	-42.316	-44.277	0.850
1.7	-46.003	-42.173	-44.201	0.912
1.9	-46.001	-42.042	-44.122	0.965
2.1	-45.982	-41.922	-44.044	1.009
2.3	-45.957	-41.812	-43.968	1.047

### 3.4.2 Ergebnisse

In Tabelle 5 und Tabelle 6 sind die Ergebnisse der Geoidbestimmung mit originalem und modifiziertem Stokes-Kernel wiedergegeben, Abbildung 7 visualisiert die Ergebnisse.

**Tabelle 5: Unmodifizierter Stokes-Kernel: Vergleich der Geoidlösungen mit GPS-Nivellement**

**UNMODIFIZIERTER STOKES-KERNEL**       $\Delta\rho = 0.3 \text{ g/cm}^3$        $T_0 = 25\,000 \text{ m}$

Reduktionsverfahren	Min [m]	Max [m]	Mittelwert [m]	Stdabw. [m]
<i>Klassische RRT</i>	-3.983	-2.064	-3.172	0.448
<i>Window Technique</i>	-2.975	-1.548	-2.362	0.343
<i>TI-Reduktion</i>	-44.622	-39.950	-42.143	1.179

**Tabelle 6: Meissl-modifizierter Stokes-Kernel: Vergleich der Geoidlösungen mit GPS-Nivellement**

**MEISSL-MODIFIZIERTER STOKES-KERNEL**       $\Delta\rho = 0.3 \text{ g/cm}^3$        $T_0 = 25\,000 \text{ m}$

Reduktionsverfahren	$\psi_0$ [°]	Min [m]	Max [m]	Mittelwert [m]	Stdabw. [m]
<i>Klassische RRT</i>	2.1	0.378	1.110	0.704	0.128
<i>Window Technique</i>	1.1	-0.396	0.251	-0.093	0.158
<i>TI-Reduktion</i>	0.5	-45.355	-42.965	-44.628	0.515

Die großen Differenzen von über 40 m bei der reinen topographisch-isostatischen Reduktion nach Airy-Heiskanen sind im Fehlen der GGM-Reduktion begründet: Das Stokes-Integral ignoriert den Effekt der Außenzonen, die topographisch-isostatische Reduktion berücksichtigt nur die topographischen Massen über dem Geoid und ihre Kompensation darunter. Der Effekt der Außenzonen ist bei der RRT und der Window Technique im GGM enthalten. Da hier nicht um das GGM reduziert wurde, muss nun also der langwellige Anteil gesondert berücksichtigt werden. Als erste Näherung für die Abschätzung kann die mittlere Geoidhöhe im Untersuchungsraum, im Folgenden als  $c$  bezeichnet, verwendet werden.

In Tabelle 7 ist die Auswirkung der Konstante  $c$  wiedergegeben: Es zeigt sich, dass die mittlere Geoidhöhe eines analog zur Window Technique um die in der topographisch-isostatischen Reduktion berücksichtigten Anteile korrigierten GOCO03s-Modells mit einer mittleren Abweichung von ca. 3 m bzw. 81 cm ein gutes Ergebnis liefert, während die Verwendung einer mittleren Geoidhöhe aus einem unmodifizierten Modell (GOCO03s oder GPS-Nivellement) zu einer wesentlich größeren mittleren Abweichung von ca. 5 m bzw. 3 m führt. Durch die grobe Näherung sind diese Abweichungen nach wie vor sehr groß.

**Tabelle 7: Reine topographisch-isostatische Reduktion nach Airy-Heiskanen: Mittlere Geoidhöhe  $c$  und Differenz zum GPS-Nivellement-Geoid**

	ohne Korrektur	GPS-Niv	GOCO03s	korrigiertes GOCO03s
$c$	0.000	47.691	47.599	45.439
$N_{\text{TI,Stokes}} + c$ [m]	-42.143	5.548	5.456	3.296
$N_{\text{TI,Meissl}} + c$ [m]	-44.628	3.063	2.971	0.811

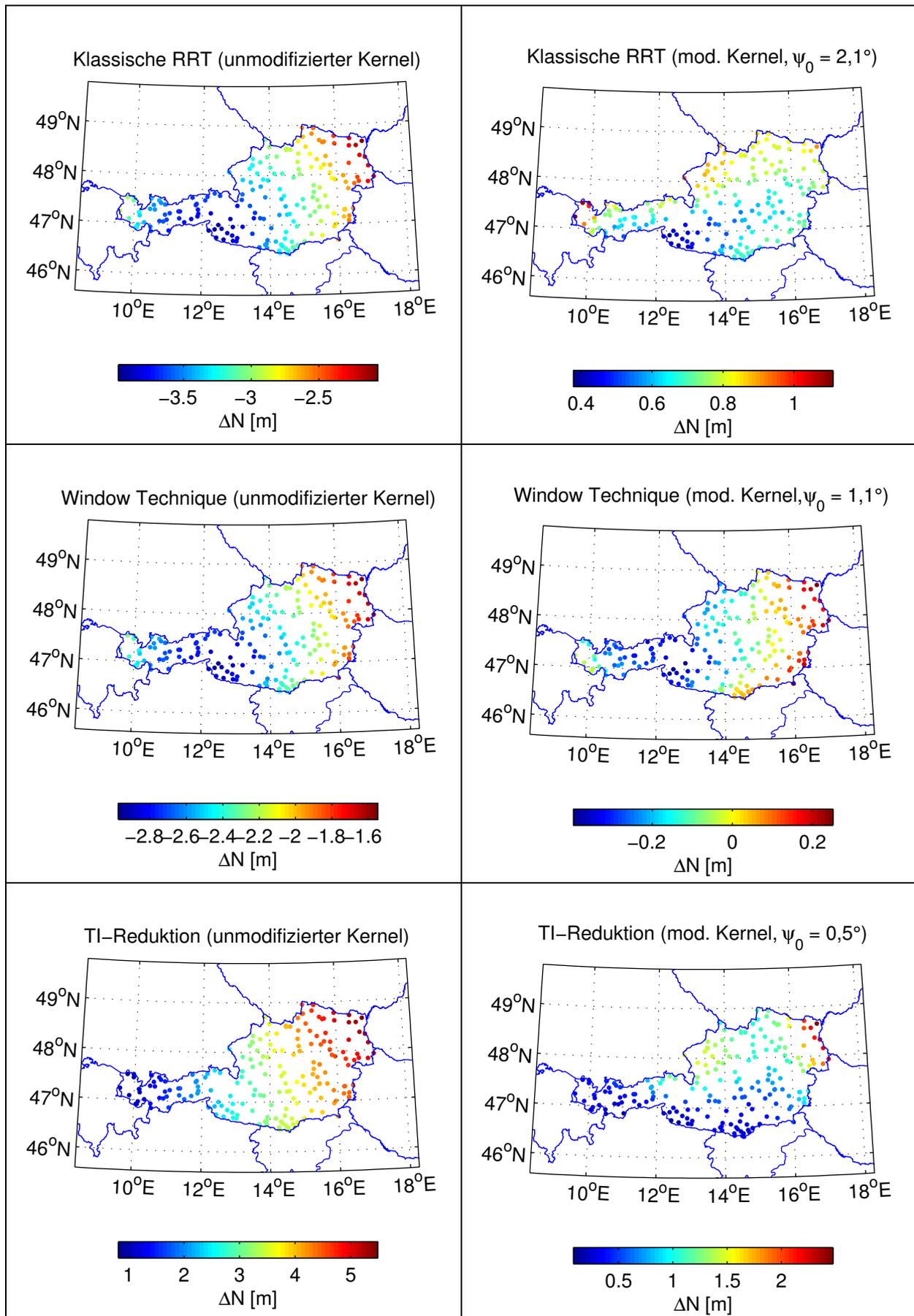


Abbildung 7: Integration nach Stokes: Vergleich der Geoidlösungen (beachte die unterschiedliche Skalierung der Farbbalken)

### 3.4.3 Trend

#### 3.4.3.1 Auswirkung

Die Differenzen der Geoidlösungen zur Referenz aus GPS-Nivellement enthalten alle einen offensichtlichen Trend in südwest-nordöstlicher Richtung. Reduziert man diesen Trend durch Ansetzen eines Polynoms zweiten Grades (siehe Abbildung 8 auf der folgenden Seite), so lassen sich die Ergebnisse noch optimieren (Tabelle 8, Tabelle 9, Abbildung 10). Bei Anwendung der Window Technique mit Meissl-modifiziertem Stokes-Kernel lässt sich bei Ansetzen eines Polynoms 2. Grades als Trendfunktion eine Übereinstimmung zwischen ermitteltem Geoid und GPS-Nivellement mit einer Standardabweichung von 5,3 cm erreichen. Setzt man eine Trendfunktion 3. Grades an, so kann die Standardabweichung auf 4,0 cm verbessert werden.

Wie Abbildung 10 verdeutlicht, sind die verbleibenden Residuen weitgehend zufällig. Einzig im Bereich Osttirol tritt in allen Lösungen ein deutlicher systematischer Effekt auf. Dieser könnte auf eine Variation der Dichte der topographischen Massen zurückzuführen sein, die in unseren Untersuchungen nicht berücksichtigt wird.

Tabelle 8: Unmodifizierter Stokes-Kernel: Residuen, bereinigt um Ausgleichsfläche

UNMODIFIZIERTER STOKES-KERNEL			
Reduktionsverfahren	Min [m]	Max [m]	Stdabw. [m]
<b>Trend: Polynom 2. Grades</b>			
Klassische RRT	-0.306	0.319	0.107
Window Technique	-0.235	0.166	0.078
TI-Reduktion	-0.193	0.139	0.058
<b>Trend: Polynom 3. Grades</b>			
Klassische RRT	-0.199	0.191	0.076
Window Technique	-0.162	0.133	0.058
TI-Reduktion	-0.192	0.144	0.058

Tabelle 9: Meissl-modifizierter Stokes-Kernel: Residuen, bereinigt um Ausgleichsfläche

MEISSL-MODIFIZIERTER STOKES-KERNEL				
Reduktionsverfahren	$\psi_0$ [°]	Min [m]	Max [m]	Stdabw. [m]
<b>Trend: Polynom 2. Grades</b>				
Klassische RRT	2.100	-0.240	0.258	0.087
Window Technique	1.100	-0.167	0.105	0.053
TI-Reduktion	0.500	-0.341	0.789	0.232
<b>Trend: Polynom 3. Grades</b>				
Klassische RRT	2.100	-0.191	0.228	0.080
Window Technique	1.100	-0.118	0.105	0.040
TI-Reduktion	0.500	-0.352	0.462	0.185

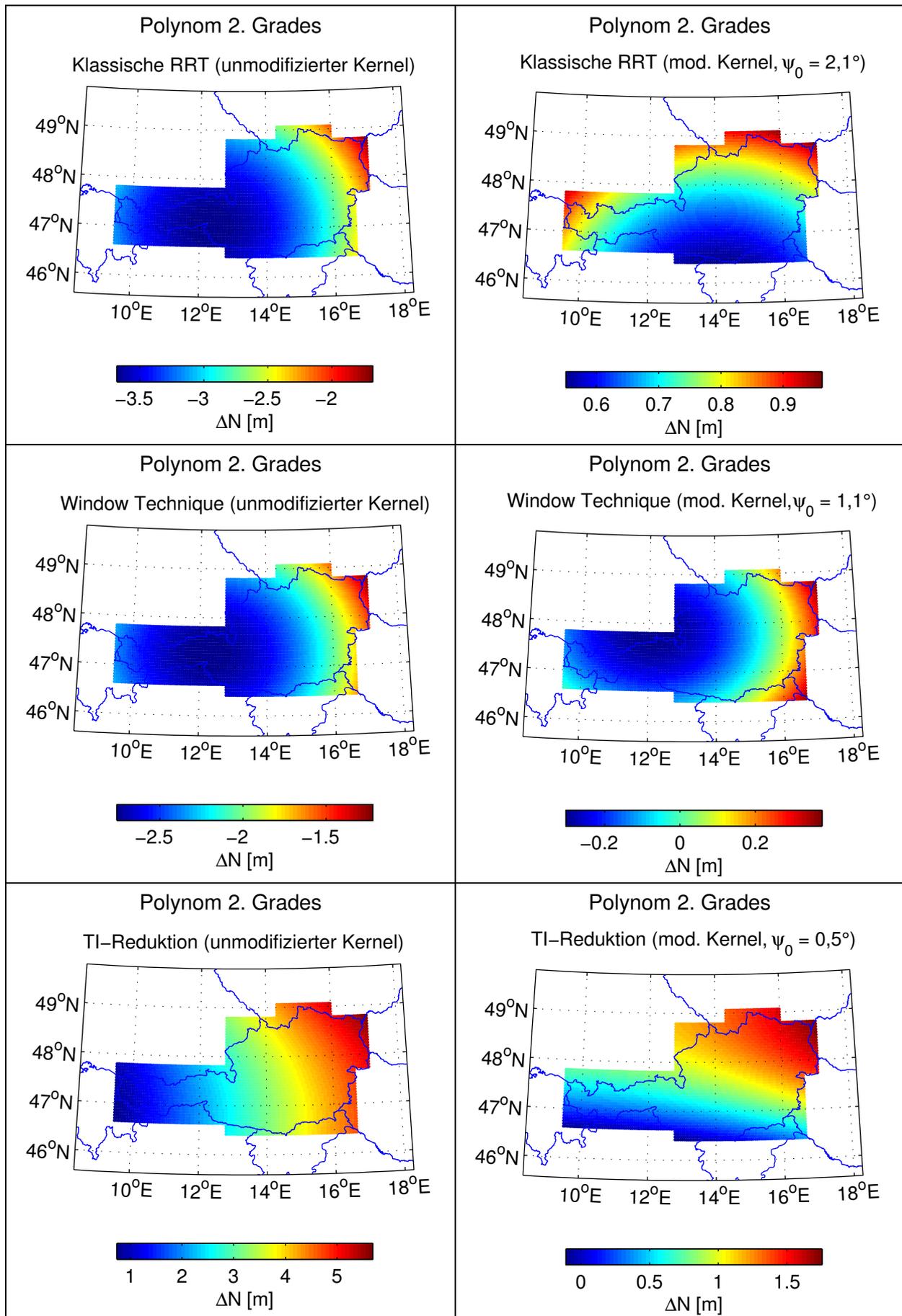


Abbildung 8: Polynom 2. Grades: Ausgleichsflächen

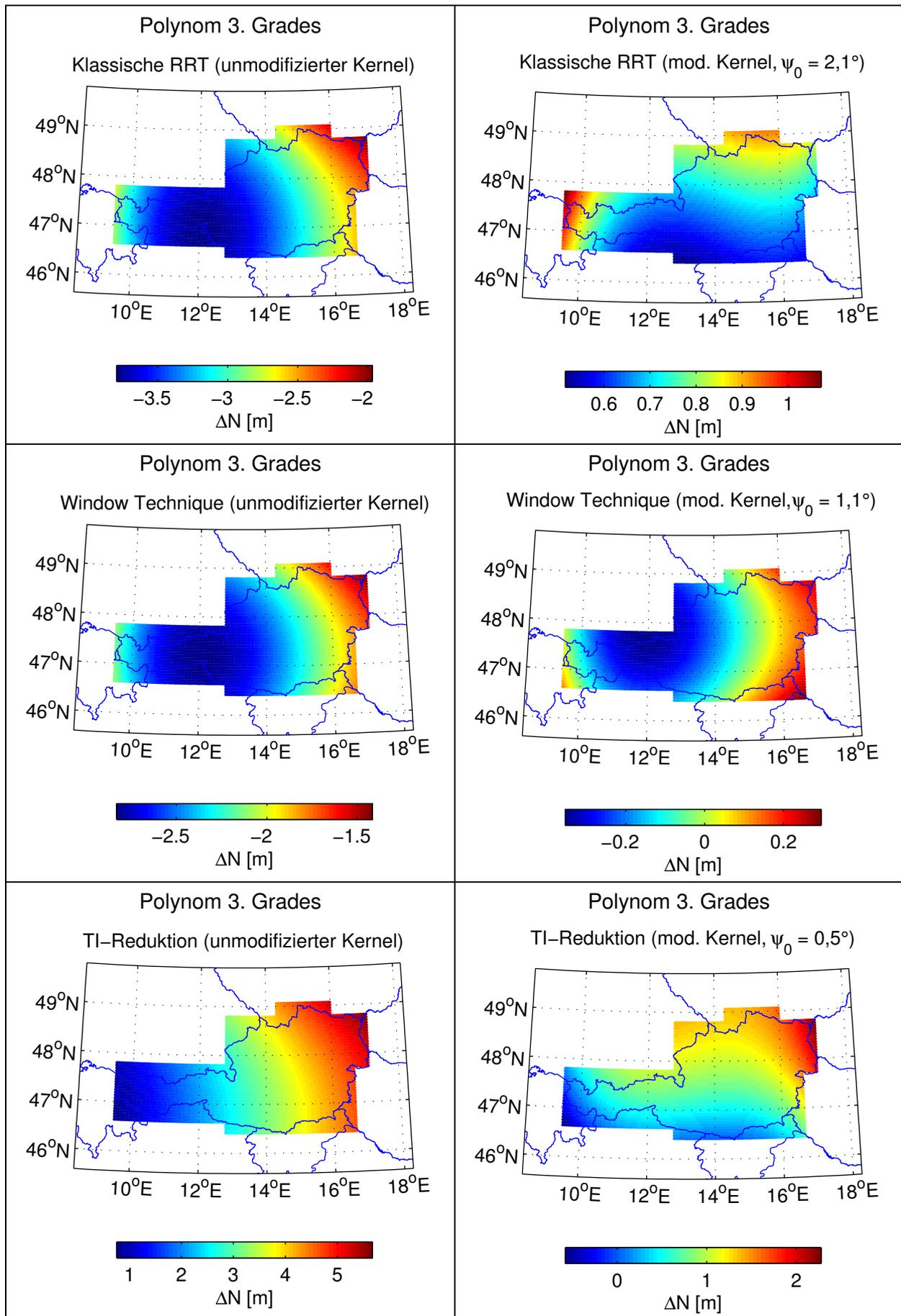


Abbildung 9: Polynom 3. Grades: Ausgleichsflächen

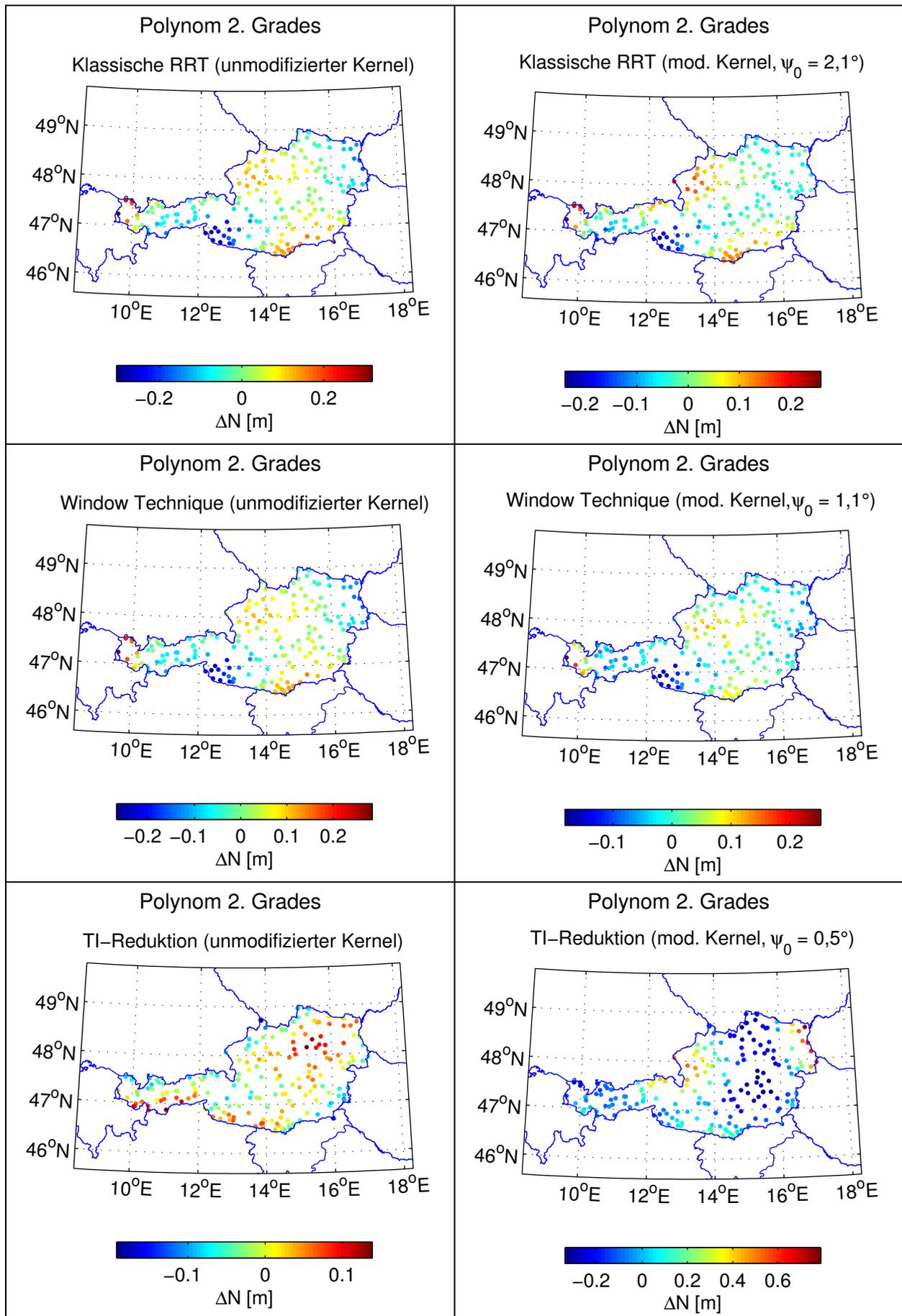


Abbildung 10: Polynom 2. Grades: Verbleibende Residuen

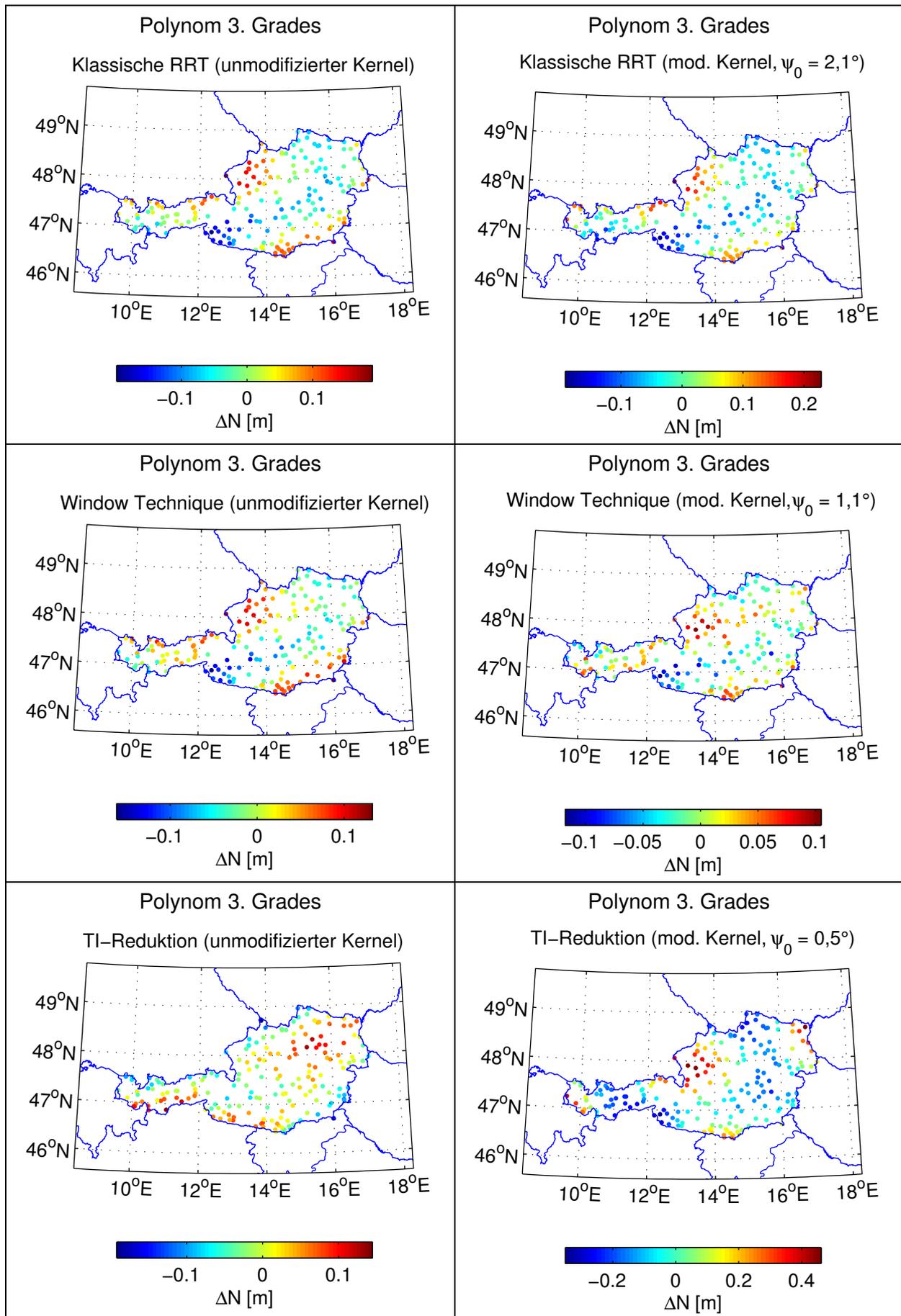


Abbildung 11: Polynom 3. Grades: Verbleibende Residuen

### **3.4.3.2 Ursachen**

Die einfache Beseitigung des Trends durch Ansetzen eines Polynoms ist für die praktische Anwendung durchaus sinnvoll, unter dem Gesichtspunkt der theoretisch korrekten Geoidbestimmung als Lösung jedoch eher unbefriedigend. Die folgenden Überlegungen sollen Ansätze liefern, welche Ursachen der Trend in den Ergebnissen haben könnte:

Zunächst könnte die *Qualität der Daten an sich* als Ursache für den Trend in Betracht gezogen werden:

- 1) Fehlerhafte Daten aus GPS-Nivellement
- 2) Fehlerhafte Schweredaten

Die Tatsache, dass die meisten Messungen zu unterschiedlichen Zeitpunkten und unabhängig voneinander durchgeführt wurden, lässt die Eingangsdaten als Grund für einen systematischen Trend eher ausschließen. Wichtig ist ebenfalls, dass sämtliche Daten in einem gemeinsamen Bezugssystem vorliegen. Dies ist formell der Fall, doch da die Daten aus unterschiedlichen Zeiten stammen, ist nicht auszuschließen, dass systematische Fehler von einer Transformation der Daten ins WGS84 herrühren könnten.

Aufgrund der Systematik des Trends drängt sich der Verdacht auf, dass seine Ursachen mit hoher Wahrscheinlichkeit ebenfalls in einer *unzureichenden Modellierung* zu finden sind: Nimmt man an, dass die Daten (im Rahmen der Messgenauigkeiten) korrekt sind, so könnte die eigentliche Datenprozessierung der Grund für die zu beobachtenden systematischen Fehler sein: Zunächst einmal liegen nur diskrete Daten vor, die im Rahmen der Prozessierung gerastert werden und dann innerhalb beschränkter Gebiete integriert werden. Die vollständigen Auswirkungen dieser Prozessierungsschritte auf den Signalgehalt in unterschiedlichen Wellenlängenbereichen – auch im Zusammenspiel mit regional begrenzten Remove- und Restore-Schritten – sollte Thema weiterer Untersuchungen werden, die allerdings den Rahmen der vorliegenden Arbeit sprengen würden.

### **3.4.4 Vergleich mit anderen Berechnungsmethoden**

Zum Vergleich der mittels klassischer Stokes-Summation ermittelten Geoidlösung wurde eine Lösung mittels 1D-FFT berechnet.

#### **3.4.4.1 1D-FFT**

In Tabelle 10 sind die statistischen Parameter der Geoidlösung mittels 1D-FFT wiedergegeben. Die Ergebnisse sind denen mittels klassischer Stokes-Summation sehr ähnlich. Es zeigt sich, dass die geringsten Abweichungen der Lösungen für die Window Technique festzustellen sind.

Tabelle 10: 1D-FFT: Geoidlösung

UNMODIFIZIERTER STOKES-KERNEL		$\Delta\rho = 0.3 \text{ g/cm}^3$	$T_0 = 25\,000 \text{ m}$	
Reduktionsverfahren	Min [m]	Max [m]	Mittelwert [m]	Stdabw. [m]
<i>Klassische RRT</i>	-3.900	-2.047	-3.139	0.428
<i>Window Technique</i>	-2.962	-1.516	-2.357	0.347
<i>TI-Reduktion</i>	-44.593	-39.928	-42.151	1.170
<b>Vergleich zur Lösung mittels Stokes-Summation</b>				
<i>Klassische RRT</i>	-0.039	0.134	0.020	0.027
<i>Window Technique</i>	-0.046	0.123	0.010	0.017
<i>TI-Reduktion</i>	-0.126	0.051	-0.010	0.021

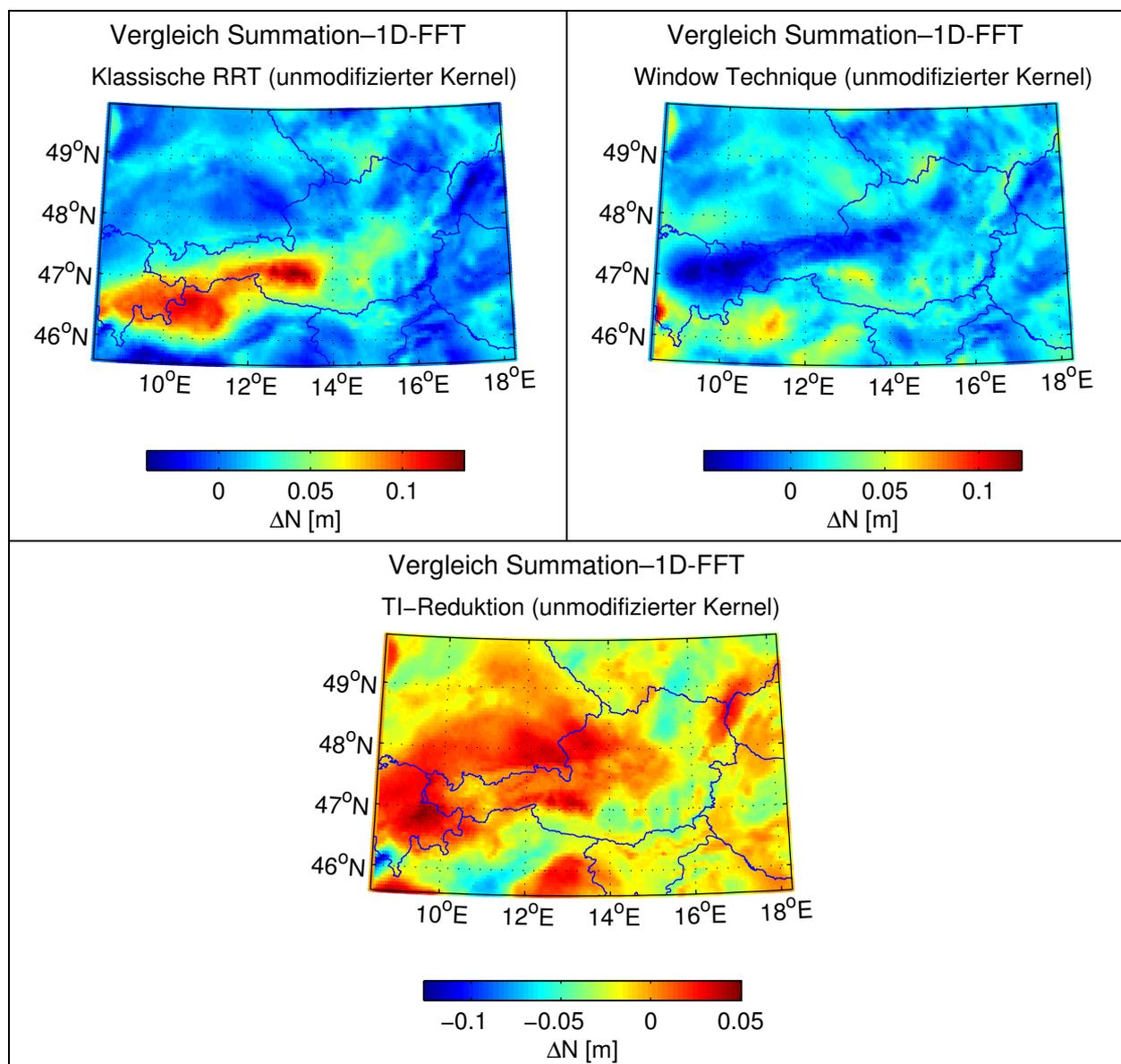


Abbildung 12: Abweichungen zwischen den Lösungen mittels 1D-FFT und Stokes-Summation

### 3.5 Astrogeodätische Geoidlösung

Zum Vergleich der in den vorangegangenen Abschnitten ermittelten Geoidlösungen aus Schweredaten wurde ein Geoid aus Lotabweichungen ermittelt. Die Prozessierung gliedert sich analog zur Remove-Restore-Technik in drei Schritte, wobei wir uns hier auf eine topographisch-isostatische Reduktion der Daten beschränken:

1. Topographisch-isostatische Reduktion der Lotabweichungen (vgl. Kap. 7)
2. Berechnung der Geoidhöhen
3. Wiederherstellen der Anteile der topographisch-isostatischen Reduktion

Die Berechnung der Geoidhöhen wird mittels des Programms `astrogeo_10000.exe` des Instituts für Navigation der TU Graz durchgeführt. Die Berechnung der Geoidhöhe eines Punktes erfolgt hierbei nach der Formel von Helmert (HOFMANN-WELLENHOF und MORITZ 2006, S. 223)

$$N_B = N_A - \int_A^B \epsilon \, ds \quad (37)$$

mit

$$\epsilon = \xi \cos \alpha + \eta \sin \alpha, \quad (38)$$

wobei  $\alpha$  das Azimut des Profils von Punkt  $A$  nach Punkt  $B$  ist. Zur Bestimmung der Geoidhöhe eines Punktes werden sämtliche Profile verwendet, die eine vorgegebene Maximaldistanz  $s_{\max}$  nicht überschreiten; die Gewichtung im vermittelnden Ausgleich erfolgt anhand der Profillänge nach  $1/s^2$ .

Die Lösung wurde mit einer maximalen Profillänge  $s_{\max} = 30$  km berechnet. Wie Tabelle 11 entnommen werden kann, ist die astrogeodätische Geoidlösung mit einer Standardabweichung von 31 cm von der Qualität her mit der Lösung aus Schwereanomalien mittels RRT und klassischem Stokes-Integralkern vergleichbar ( $\sigma = 34$  cm, vgl. Tabelle 5). Die großen Differenzen zum Geoid aus GPS-Nivellement sind durch die Datumsproblematik bedingt. Die Lösung enthält ebenfalls einen deutlichen Trend in west-östlicher Richtung; bereinigt man die Lösung um diesen Trend, lässt sich die Standardabweichung auf 7,4 cm verbessern (Trendfunktion vom Grad 3).

**Tabelle 11: Astrogeodätische Geoidlösung: Vergleich mit GPS-Nivellement**

<b>ASTROGEODÄTISCHE GEOIDBESTIMMUNG</b>		$\Delta\rho = 0.3 \text{ g/cm}^3$	$T_0 = 25\,000 \text{ m}$	
<b>Reduktionsverfahren</b>	<b>Min [m]</b>	<b>Max [m]</b>	<b>Mittelwert [m]</b>	<b>Stdabw. [m]</b>
<i>TI-Reduktion</i>	-45.588	-44.177	-45.028	0.313
<b><i>Trendbereinigung</i></b>				
<i>Polynom 2. Grades</i>	-0.177	0.252	0	0.075
<i>Polynom 3. Grades</i>	-0.182	0.251	0	0.074

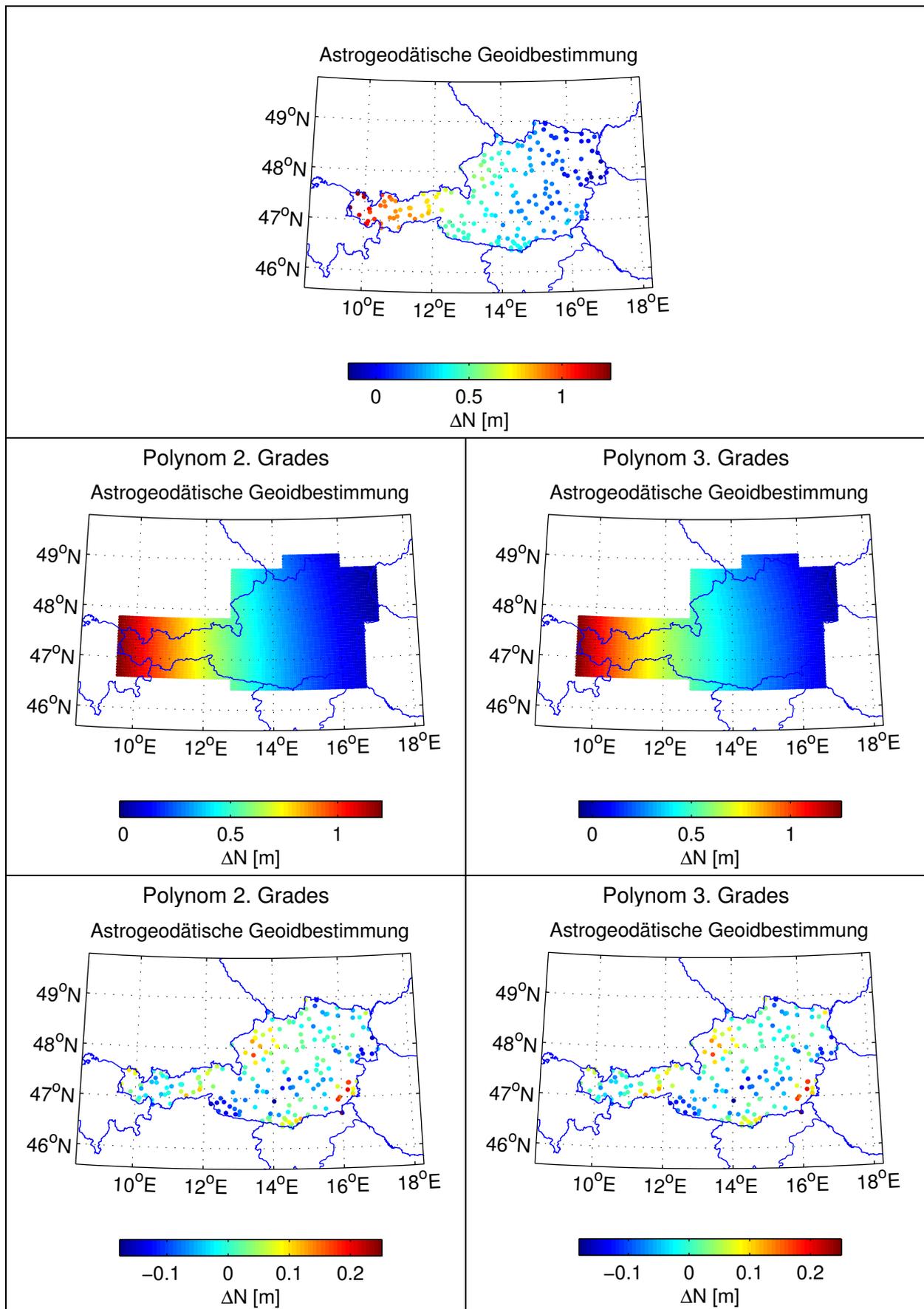


Abbildung 13: Astrogeoid: Differenzen zum GPS-Nivellement, Ausgleichsflächen und verbleibende Residuen

### 3.6 Vergleich zwischen astrogeodätischem und gravimetrischem Geoid im Projektgebiet am Semmering-Basistunnel

In diesem Abschnitt soll die Qualität der astrogeodätischen Geoidlösung im Projektgebiet am Semmering-Basistunnel beurteilt werden. Wir betrachten hierzu ein Gebiet zwischen 47° 24' und 47° 51' nördlicher Breite und zwischen 15° 33' und 16° 03' östlicher Länge.

Aufgrund der Tatsache, dass sich innerhalb unseres betrachteten Untersuchungsgebietes lediglich ein Referenzpunkt des GPS-Nivellements befindet, ist eine Validierung der in Teil A berechneten Geoidlösungen anhand der GPS-Referenz nicht sinnvoll möglich; eine Verdichtung durch Interpolation der Werte ist bei zu geringer Datendichte nur mit hoher Unsicherheit möglich.

Wie in Teil A bereits gezeigt, lässt sich für Österreich eine gravimetrische Geoidlösung berechnen, deren Residuen zum Geoid aus GPS-Nivellement über das gesamte Staatsgebiet eine Standardabweichung von 4,0 cm (Tabelle 9) aufweisen. Mit einer Abdeckung von 108 Schweredatenpunkten im Untersuchungsgebiet am Semmering kann angenommen werden, dass die Lösung im Bereich des Semmering die tatsächlichen Gegebenheiten zufriedenstellend wiedergibt. Wir ziehen diese Lösung als Referenz heran, um das astrogeodätische Geoid (Gesamtösterreichische Residuen zum GPS-Nivellement mit Standardabweichung von 7,4 cm, vgl. Tabelle 11) im Bereich Semmering zu validieren. Innerhalb unseres Untersuchungsgebietes befinden sich lediglich 9 Lotabweichungspunkte, womit zu erwarten ist, dass die resultierende Geoidlösung eine niedrigere Auflösung besitzt. Da die gravimetrische Geoidlösung prozessierungsbedingt für ein Punktgitter berechnet wurde (Maschenweite 3' 18" × 3' 18"), vergleichen wir zur Vermeidung weiterer Interpolationsfehler in dieser Referenzlösung die beiden Geoidlösungen in den 90 Gitterpunkten, die im Untersuchungsraum liegen. Die Werte des gravimetrischen Geoids wurden direkt für diese Punkte berechnet, die astrogeodätische Geoidlösung wurde mittels Kriging mit angepasstem Variogramm auf dieselben Punkte interpoliert.

Die Differenzen zwischen der gravimetrischen und der astrogeodätischen Geoidlösung in den Gitterpunkten im Untersuchungsraum betragen im Mittel 5 mm mit einer Standardabweichung von 2,3 cm. Die maximalen Fehler liegen im Bereich von ±6 cm (Tabelle 12, Abbildung 14).

**Tabelle 12: Vergleich von astrogeodätischer und gravimetrischer Geoidlösung im Semmering-Gebiet**

$N_{\text{astrogeodät.}} - N_{\text{gravimetrisch}}$	Min [m]	Max [m]	Mittelwert [m]	Stdabw. [m]
<b>Untersuchungsraum</b>	-0.060	0.064	0.005	0.023
<b>Trassengebiet</b>	-0.007	0.017	0.004	0.007

Es fällt auf, dass im unmittelbaren Nahbereich der Trasse (roter Kasten in Abbildung 14) sehr kleine Residuen auftreten. Die Residuen in den 18 Gitterpunkten innerhalb dieses Bereiches

weisen bei einem Mittel von 4 mm eine Standardabweichung von 7 mm auf (Tabelle 12). Es kann also festgehalten werden, dass die astrogeodätische Geoidlösung trotz der schlechten Abdeckung mit Messungen eine gute Schätzung für das Geoid um unmittelbaren Nahbereich der Tunneltrasse darstellt.

Astrogeodätische Geoidbestimmung

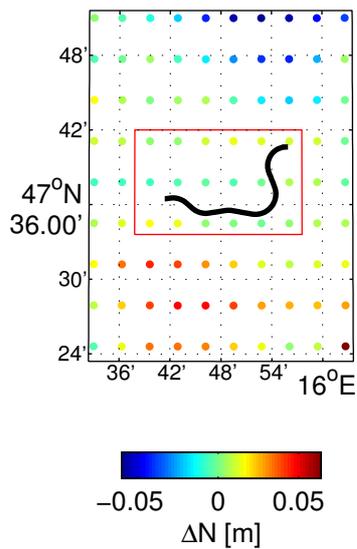


Abbildung 14: Vergleich von astrogeodätischem Geoid und gravimetrischem Geoid

## 4 Fazit

Wie wir im vorangegangenen Abschnitt zeigen konnten, ist eine sinnvolle Kombination von regionaler topographisch-isostatischer Reduktion und globalen Schwerefeldmodellen im Rahmen der Window Technique unabdingbar, um eine möglichst genaue Geoidlösung zu erreichen. Berücksichtigt man zusätzlich die Tatsache, dass die Schwereanomalien nur regional verfügbar sind und führt eine Meissl-Modifikation des Stokes-Integralkerns durch, so lässt sich die Genauigkeit der Lösung immens steigern.

Beim Vergleich der Resultate der konventionellen Anwendung der Window Technique mit einer Referenzlösung aus GPS-Nivellement treten in sämtlichen Lösungen Fehler im Bereich der großen Wellenlängen auf. Durch Einführen einer nicht physikalisch begründeten Korrekptionsfläche lässt sich die Genauigkeit der Geoidlösung nochmals auf ca. 4 cm (Standardabweichung der Residuen zum GPS-Nivellement) steigern. Zukünftiges Ziel muss es sein, die Kombination der verfügbaren Daten derart zu optimieren, dass diese Trendbereinigung nicht mehr notwendig ist. Ansätze zur Lösung dieser Problematik finden sich beispielsweise bei POCK et al (2014).

Aus den innerhalb Österreichs verfügbaren Lotabweichungen konnte mit reiner topographisch-isostatischer Reduktion eine Geoidlösung berechnet werden, deren Residuen zum GPS-Nivellement nach Trendbereinigung eine Standardabweichung von 7,4 cm aufweisen; die Lösung ist in ihrer Qualität also vergleichbar zur gravimetrischen Geoidlösung mit Window Technique und unmodifiziertem Stokes-Kernel.

Betrachtet man diese Lösung im Projektgebiet am Semmering-Basistunnel, so kann man mit einer Standardabweichung von 2,2 cm trotz schlechterer Abdeckung des Gebietes durch Lotabweichungsbeobachtungen eine relativ gute Übereinstimmung von gravimetrischer und astrogeodätischer Geoidlösung feststellen.

Qualitätssteigerungen in der astrogeodätischen Geoidlösung im Projektgebiet am Semmering wären durch eine Verdichtung der Beobachtungen im Untersuchungsgebiet möglich. Der Versuch, zusätzliche Lotabweichungspunkte aus dem gegebenen Datensatz mittels Kriging abzuleiten, hat zu keinen befriedigenden Ergebnissen geführt. Die Verdichtung der Lotabweichungen sollte in jedem Fall durch direkte Messung oder Ableitung aus einem Datensatz von Schwereanomalien mittels der Formel von Vening-Meinesz durchgeführt werden.

Bei der Beurteilung sämtlicher Genauigkeitsangaben muss man berücksichtigen, dass alle Daten (Schwereanomalien, Lotabweichungen, GPS-Nivellement) jeweils in unterschiedlichen unregelmäßig verteilten Punkten gegeben sind. Die für die Geoidberechnung eingesetzten Programme verwenden unterschiedliche Datenformate (STOKES.exe und Fftgeoid.exe: Gitterpunkte; astrogeo\_10000.exe: Berechnung der Geoidhöhen für die gegebenen Lotabweichungspunkte). Dies

führt also unweigerlich dazu, dass die Messungen im Rahmen einer Vorprozessierung und/oder die berechneten Geoidhöhen im Rahmen der Postprozessierung interpoliert werden müssen. Im für die Dateninterpolation verwendeten Programm *Golden Software Surfer 12* wird die Rasterung von Daten mittels Kriging durchgeführt (Variogrammanpassung notwendig), für die Interpolation von Punkten in einem Gitter wurde eine bilineare Interpolation eingesetzt. Zur Minimierung des Interpolationsfehlers wurde immer mit reduzierten Daten gearbeitet, wobei die Reduktion von der verwendeten Prozessierungsmethode (reine topographisch-isostatische Reduktion, Remove-Restore-Technik oder Window Technique) abhängt. Für eine weitere Verkleinerung interpolationsbedingter Fehler ist der Einsatz anderer Interpolationsmethoden (bspw. bikubische Spline-Interpolation anstatt bilinearer Interpolation) denkbar.

# **Teil B**

Schwereproblematik im ingenieurgeodätischen Bereich

## 5 Einleitung

### 5.1 Die Baltisch-Adriatische Achse: Tunnelbauprojekte in Österreich

Die österreichische Südbahn verbindet seit 1857 die Hauptstadt Wien mit der adriatischen Hafenstadt Triest. Kernstück der Verbindung ist die 1854 fertiggestellte Semmeringbahn zwischen Gloggnitz und Mürzzuschlag.

Die Transeuropäischen Verkehrsnetze (TEN-V) werden durch die Europäische Union seit Ende der 1980er-Jahre zur Förderung des europäischen Binnenmarkts sowie des sozialen Zusammenhaltes innerhalb der Union gefördert. Grundlage sind internationale Vernetzung ohne Barrieren an innereuropäischen Staatsgrenzen und Interoperabilität sowie ein freier Netzzugang für alle Unternehmen (EUROPÄISCHE KOMMISSION 2008). Ziel der TEN-V ist es, den bisherigen Flickenteppich nationaler Verkehrsnetze zu einem homogenen europäischen Verkehrsnetz zu verknüpfen. Das Kernnetz soll bis zum Jahr 2030 realisiert sein (EUROPÄISCHE KOMMISSION 2013).

Die Baltisch-Adriatische Achse ist Teil des Kernnetzes der TEN-V-Eisenbahnprojekte und verläuft in nordost-südwestlicher Richtung auf dem Weg Danzig–Warschau–Kattowitz–Wien–Graz–Villach–Bologna. Sie besteht aus verschiedenen Aus- und Neubauabschnitten. Schlüsselprojekte innerhalb Österreichs sind neben dem Ausbau bestehender Bahnstrecken die beiden Neubauvorhaben *Semmering-Basistunnel neu* (27,3 km) zwischen Gloggnitz und Mürzzuschlag sowie der Neubau der *Koralmbahn* zwischen Graz und Klagenfurt mit dem 32,9 km langen *Koralmtunnel*.

Tunnelbauvorhaben dieser Größenordnung stellen hohe Anforderungen an die Vermessungstechnik: Der Tunnelvortrieb wird im Regelfall von mehreren Zwischenangriffen aus durchgeführt. Dies stellt hohe Anforderungen an die Genauigkeit von Positions- und Richtungsübertragungen, damit die Abweichungen beim Durchstoß zwischen aneinandergrenzenden Tunnelabschnitten innerhalb vorgegebener Grenzen im Zentimeterbereich bleiben.

### 5.2 Die alte Semmeringbahn

Die 1854 eröffnete Semmeringbahn gilt als die älteste regelspurige Bergbahn Europas. Die 41 km lange Strecke umfasst 16 Viadukte (teilweise zweistöckig), 15 Tunnel und rund 100 gemauerte Brücken und Durchlässe. 1998 wurde die gesamte Strecke als „herausragende technische Lösung eines großen physikalischen Problems in der Konstruktion früherer Eisenbahnen“ (UNESCO WORLD HERITAGE CENTRE 1998) zum UNESCO-Weltkulturerbe erklärt.

Nach dem zwölften Jahrhundert entstand ein erster Pfad als Verkehrsweg über den Semmering. Der im 18. Jahrhundert unter Kaiser Karl VI. zur Straße ausgebaute Verkehrsweg war den steigenden Verkehrsbedürfnissen im 19. Jahrhundert nicht mehr gewachsen, weshalb bereits unter

Erzherzog Johann ein Bahnbau über den Semmering vorgesehen wurde. Nachdem 1841 der Auftrag erteilt worden war, eine Eisenbahnstrecke zwischen Wien und Triest zu errichten, waren im Jahre 1844 bereits die Streckenteile Wien–Gloggnitz und Mürzzuschlag–Graz fertiggestellt. Über die Frage, ob und wie es möglich ist, die Lücke über den Semmering zu schließen, entbrannte daraufhin schnell ein Expertenstreit: Erste Visionen eines Basistunnels waren aufgrund der geringen Erfahrungen im Tunnelbau nicht umsetzbar. Carl von Ghega (1802–1860) schlug deshalb eine Überquerung des Gebirges vor. Zu diesem Zeitpunkt waren allerdings noch keine Lokomotiven verfügbar, welche für die Steigungen von bis zu 28 ‰ der im reinen Adhäsionsbetrieb geplanten Strecke geeignet gewesen wären. Kritiker hielten Ghegas Projekt für unrealisierbar und bevorzugten einen Bau als Zahnradbahn oder nach dem Seilebenenprinzip, welches der Funktionsweise von Standseilbahnen nahe kommt.

Unter dem Eindruck der Revolution in Wien wurden Ghegas Pläne zum Bau der Semmeringbahn 1848 genehmigt, um die Arbeitslosigkeit zu mindern. Die Fertigstellung des Baus erfolgte innerhalb von nur sechs Jahren. Da mittlerweile im Rahmen eines Wettbewerbes auch geeignete Lokomotiven entwickelt worden waren, konnte die Freigabe der Strecke für den Personenverkehr am 17. Juli 1854 erfolgen.

Längster Tunnel war der Alte Semmering-Tunnel (1434 m) am Scheitelpunkt von 898 m ü. A.; aufgrund von Wassereinbrüchen wurde dieser ab 1949 eingleisig zurückgebaut und saniert, ergänzt um den ebenfalls eingleisigen Neuen Semmering-Tunnel (1512 m). Die schrittweise Elektrifizierung der Strecke erfolgte zwischen 1956 und 1959. Heute zeichnet sich die Semmeringbahn durch eine hohe Dichte an Personen- und Güterverkehr aus. Aufgrund der Streckenparameter wird die Anlage jedoch zunehmend zum Nadelöhr: Die engen Kurvenradien machen die Strecke zu einer der langsamsten Hauptstrecken im Netz der Österreichischen Bundesbahnen. Aufgrund der hohen Steigungen ist bei schweren Güterzügen außerdem eine Begrenzung der Zuglänge oder eine Zugförderung in Doppeltraktion notwendig, was erheblichen betrieblichen Aufwand verursacht.

Dem interessierten Leser seien als vertiefende Informationsquellen zur Semmeringbahn unter anderem das Internetlexikon Wikipedia, Stichwort „Semmeringbahn“, sowie die informative Internetseite des VEREIN FREUNDE DER SEMMERINGBAHN (o. J.) empfohlen. Die vorangegangenen Absätze basieren zum größten Teil auf diesen Quellen.

### **5.3 Der Semmering-Basistunnel**

Der Semmering-Basistunnel ist als zweiröhriger Eisenbahntunnel mit Flachbahncharakter geplant. Als Ergänzung zur 1854 eröffneten Semmeringbahn dient er der Kapazitätssteigerung und der Fahrzeitverkürzung auf der ÖBB-Hochleistungsstrecke Wien–Spielfeld-Straß (Südbahn).

Zwischen Wien und dem Knoten Graz ist die Strecke Teil der Baltisch-Adriatischen Achse der Transeuropäischen Netze (TEN), welche ab Graz in Richtung Westen über die neue Koralmbahn weitergeführt wird. Innerösterreichisch begründet sich das Projekt durch die verkehrs- und regionalpolitischen Ziele des Bundes, der Länder Niederösterreich und Steiermark sowie der betroffenen Regionen. Ein grundlegender Aspekt ist die bessere Erschließung der verkehrsgeographisch benachteiligten Regionen im Süden und Südosten Österreichs. Die Aufwertung der Verbindung zwischen Wien, Graz und Kärnten hat in den betroffenen Regionen einen signifikanten regionalwirtschaftlichen Nutzen.

Die Planungsgeschichte des Semmering-Basistunnels ist lang: Bereits 1842, also noch vor dem Bau der alten Semmeringbahn durch Carl von Ghega, gab es die erste Vision eines Basistunnels. Aufgrund der fehlenden Erfahrung im Tunnelbau war diese Vision jedoch nicht umsetzbar. In den Jahrzehnten nach dem zweiten Weltkrieg wurde die Idee wieder aufgegriffen und verschiedene Planungsansätze entwickelt. Nachdem in den Neunzigerjahren des letzten Jahrhunderts ein erster Semmering-Basistunnel projektiert worden war (heute als *Semmering-Basistunnel alt* bezeichnet), das Projekt jedoch aufgrund naturschutzrechtlicher Bedenken nicht in absehbarer Zeit realisierbar gewesen wäre, erfolgte im März 2005 der Ministerratsbeschluss zur Planung des aktuellen Projektes *Semmering-Basistunnel neu*.

Im Planungsprozess wurde eine Reihe von „Zielsetzungen für die Trassierung und den Bahnbetrieb“ formuliert. Diese enthalten unter anderem (PLANUNGSGEMEINSCHAFT SEMMERING-BASISTUNNEL 2010):

- Geologische sowie naturschutzrechtliche Aspekte wie
  - o Großräumiges Ausweichen von tektonischen Störzonen oder stark wasserführenden Gesteinsschichten
  - o Großräumiges Ausweichen von Wasserversorgungen, Natura2000- bzw. Naturschutzgebieten und Feuchtlebensräumen mit Bezug zum Grundwasserkörper
- Bahnbetriebliche Aspekte wie
  - o Eignung für den Mischverkehr mit Personen- und Güterzügen
  - o Attraktive Fahrzeiten im Personenverkehr, Optimierung der Fahrzeiten auch im Hinblick auf Taktknoten
  - o Führung schwerer Güterzüge in Einfachtraktion (Flachbahncharakter)
  - o Streckenhöchstgeschwindigkeit von 200 km/h (min. Radius 1968 m)
  - o Gleislängsneigung maximal ca. 8,5 ‰

Die Parameter der letztendlich realisierten Planung sind in Tabelle 13 zusammengefasst. Die Fertigstellung des Projektes ist für das Jahr 2024 vorgesehen (ÖBB-INFRASTRUKTUR AG 2013).

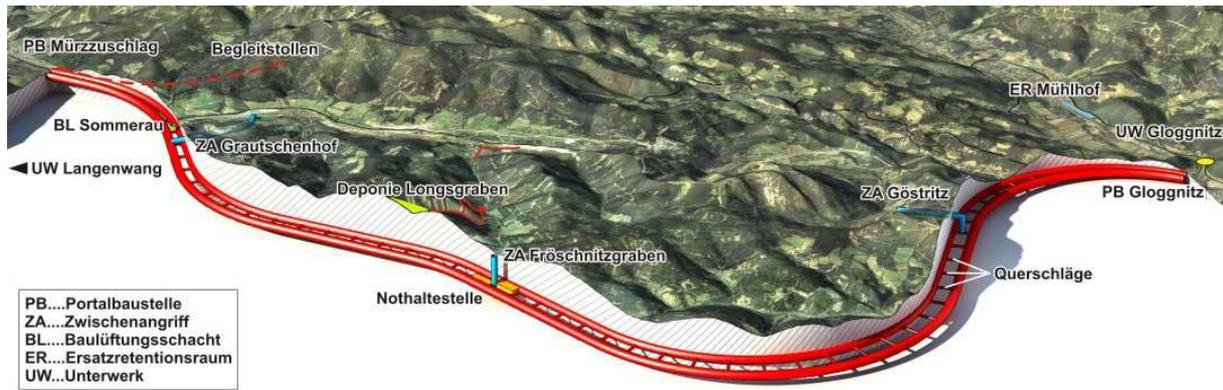


Abbildung 15: Grafik Semmering-Basistunnel neu (Quelle: ÖBB-INFRASTRUKTUR AG 2012a)

Tabelle 13: Parameter der Projektplanung *Semmering-Basistunnel neu* (Quellen: ÖBB-INFRASTRUKTUR AG 2011; ÖBB-INFRASTRUKTUR AG o. J.)

<b>Tunnellänge</b>	27,3 km
<b>Fahrgeschwindigkeit</b>	bis 230 km/h
<b>Neigung</b>	8,4 ‰
<b>Konfiguration</b>	2 parallele Tunnelröhren, Abstand ca. 10 m Querschläge im Abstand von max. 500 m Nothaltestelle in Tunnelmitte
<b>Bauweise</b>	3 Zwischenangriffe: Göstritz, Frörschnitzgraben, Grautschenhof Vortrieb teilweise konventionell (NÖT), teilweise maschinell (TBM)

## 5.4 Der Koralmtunnel

Der Koralmtunnel ist das Kernstück der Koralmbahn, welche als Teil der Baltisch-Adriatischen Achse neu errichtet wird. Die Neubaustrecke ermöglicht die Führung von Zügen der Relation Wien–Italien über die Landeshauptstädte Graz und Klagenfurt, was zu einer deutlichen Verbesserung der Vernetzung der Bundesländer Kärnten und Steiermark führt.

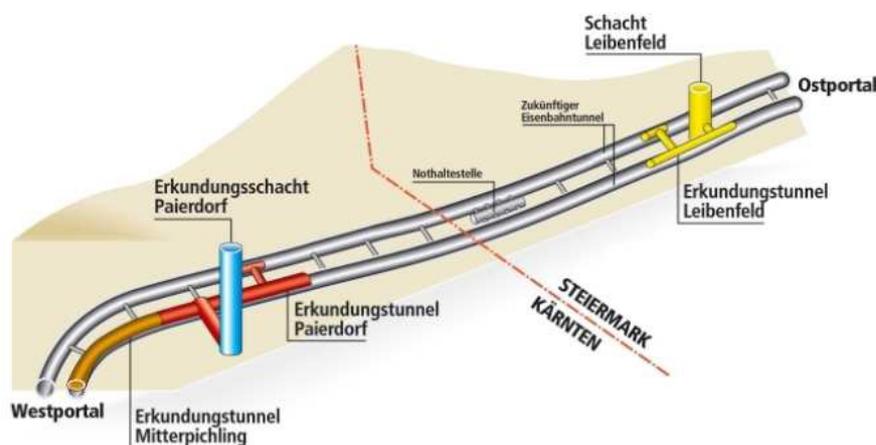


Abbildung 16: Grafik Koralmtunnel (Quelle: GEOCONSULT ZT GmbH o. J.)

**Tabelle 14: Parameter der Projektplanung *Koralmbahn* (Quellen: GEOCONSULT ZT GMBH o. J.; ÖBB-INFRASTRUKTUR AG 2012b)**

<b>Tunnellänge</b>	Koralmtunnel: 32,8 km; gesamte Koralmbahn: ca. 130 km
<b>Fahrgeschwindigkeit</b>	bis 250 km/h
<b>Neigung</b>	8 ‰
<b>Konfiguration Tunnel</b>	2 parallele Tunnelröhren Querschläge im Abstand von ca. 500 m Überleitstelle und Nothaltestelle in Tunnelmitte
<b>Bauweise Tunnel</b>	überwiegend maschineller Vortrieb

## 6 Grundlagen

### 6.1 Einführung

In der Landvermessung wird in der Regel zwischen Koordinatensystemen zur Beschreibung der Lage eines Punktes und Koordinatensystemen zur Beschreibung der Höhe eines Punktes unterschieden. Während Lagekoordinaten (geographische Breite  $\varphi$  und geographische Länge  $\lambda$ ) geometrisch durch die Projektion eines Punktes von der Erdoberfläche auf ein Referenzellipsoid ermittelt werden, beziehen sich die Gebrauchshöhen auf eine physikalisch definierte Fläche, das Geoid. Das Geoid repräsentiert eine Äquipotentialfläche des Erdschwerefeldes, und zwar jene Äquipotentialfläche, die der Wasseroberfläche der Ozeane entsprechen würde, wenn es (bei gleich bleibendem Erdschwerefeld) auf der Erde keine Landmassen und auch keine sonstigen Störeinflüsse (Gezeiten, Meeresströmungen) gäbe. Zur präzisen Bestimmung dieser *Höhen über dem Meeresspiegel* ist also eine Kenntnis des Erdschwerefeldes erforderlich.

Die Übertragung der Lagekoordinaten eines Punktes in verschiedene Höhenniveaus erfolgt mittels einer Lotung. Aufgrund der Unregelmäßigkeit des tatsächlichen Schwerefeldes ist hierbei die Lotabweichung, die Differenz zwischen der wahren Lotlinie und einer theoretischen Referenz am Ort der Lotung, zu berücksichtigen.

### 6.2 Höhensysteme

#### 6.2.1 Konzepte

Wie weiter oben bereits angeführt, sind in der Landvermessung Höhensysteme unter Einbezug des Schwerefeldes zweckmäßig. Das Schwerepotential nimmt mit zunehmender Höhe ab. Diesen Fakt macht man sich bei der Definition von Höhensystemen zu Nutze; die Ausführungen dieses und des folgenden Unterabschnittes lehnen sich an HOFMANN-WELLENHOF und KIENAST (2006) an. Die einfachste Art, eine Höhe zu definieren, ist, die Differenz des Schwerepotentials zur Referenzfläche (dem Geoid, Potential  $W_0$ ) anzugeben. Diese geopotentielle Kote

$$C = W_0 - W_P = \int_0^P g \, dn \quad (39)$$

wird im einfachsten Fall mittels eines Faktors in einen Höhenwert in Metern umgerechnet. Auf diese Weise erhält man die *dynamische Höhe*

$$H^D = \frac{C}{\gamma_0^{45}}, \quad (40)$$

wobei  $\gamma_0^{45}$  die Normalschwere in Höhe Null auf einer geographischen Breite von  $\varphi = 45^\circ$  ist. Die Normalschwere wird jedoch lediglich per Konvention als Skalierungsfaktor für die geopotentielle Kote verwendet. Da die Äquipotentialflächen im Erdschwerefeld nicht parallel sind, repräsentiert die dynamische Höhe nicht den Abstand des Punktes zu einer Bezugsfläche wie dem Geoid.

Die *orthometrische Höhe* eines Punktes  $P$  ergibt sich als der Abstand des Punktes vom Geoid entlang der Lotlinie. Sie berechnet sich zu

$$H = \frac{C}{\bar{g}} \quad (41)$$

wobei  $\bar{g}$  die mittlere Schwere entlang der Lotlinie ist. Diese kann aus den gemessenen Oberflächenwerten nicht hypothesenfrei bestimmt werden, da die Dichteverteilung im Erdinneren unbekannt ist. Die Differenz zwischen der ellipsoidischen Höhe  $h$  und der orthometrischen Höhe  $H$  eines Punktes  $P$  bezeichnet man als Geoidundulation  $N$ .

$$h = H + N \quad (42)$$

Ersetzt man  $\bar{g}$  durch die mittlere Normalschwere  $\bar{\gamma}$  entlang der Ellipsoidnormalen zwischen dem Ellipsoid und einem Punkt  $Q$ , für den gilt  $U_Q = W_P$ , so erhält man *Normalhöhen* nach Molodenski:

$$H^N = \frac{C}{\bar{\gamma}} \quad (43)$$

Diese sind hypothesenfrei bestimmbar. Die Gesamtheit aller Punkte  $Q$  bildet das Telluroid, welches als Näherung für die Erdoberfläche anzusehen ist. Die Differenz zwischen der ellipsoidischen Höhe und der Normalhöhe eines Punktes bezeichnet man als Höhenanomalie  $\zeta$ .

$$h = H^N + \zeta \quad (44)$$

In der Vergangenheit war die Messung von Schwerewerten mit einem hohen technischen und wirtschaftlichen Aufwand verbunden. Aus diesem Grund wurde auf diese Messungen teilweise ganz verzichtet und die *normalorthometrische Höhe* eingesetzt. Hierbei wird die normale geopotentielle Kote

$$\bar{C} = U_0 - U_P = \int_0^P \gamma \, dn \quad (45)$$

eingesetzt. Die normalorthometrische Höhe ergibt sich dann zu

$$H^{No} = \frac{\bar{C}}{\bar{\gamma}} \quad (46)$$

und ist vollständig hypothesenfrei bestimmbar. Da lediglich die gemessenen Höhenunterschiede  $dn$  in die Bestimmung der normalorthometrischen Höhe eingehen, ist dieses Höhensystem weder eindeutig physikalisch noch eindeutig geometrisch definiert und damit nur wegeabhängig bestimmbar (SCHNEID und MEICHLE 2005, S. 8).

### 6.2.2 Nivellementkorrekturen

Ein Nivellement dient zur Übertragung der Höhe von einem Startpunkt mit bekannter Höhe auf einen Neupunkt, dessen Höhe unbekannt ist. Da das Nivellier im Schwerfeld ausgerichtet wird, ist eine Korrektur der gemessenen Höhenunterschiede  $\Delta n_i$  entlang des Nivellementweges von Punkt  $A$  nach Punkt  $B$  aufgrund der Schwere notwendig.

Für ein Nivellement von Punkt  $A$  nach Punkt  $B$  ergibt sich bei Verwendung orthometrischer Höhen

$$H_B = H_A + \sum_A^B \Delta n_i + OR \quad (47)$$

mit der orthometrischen Reduktion (OR) als Korrekturterm:

$$OR = \frac{1}{\bar{g}_B} \cdot \left( (\bar{g}_A - \bar{g}_B) \cdot H_A + \sum_A^B (g_i - \bar{g}_B) \cdot \Delta n_i \right) \quad (48)$$

Die Parameter  $\bar{g}_A$  und  $\bar{g}_B$  stellen die mittlere Schwere entlang der Lotlinie in den Punkten  $A$  und  $B$  dar.

Die Mittelschwere kann nicht hypothesenfrei bestimmt werden, da die Dichteverteilung im Erdinneren nicht bekannt ist. Unter der Annahme einer linearen Änderung der Schwere entlang der Lotlinie kann die Mittelschwere definiert werden als die Schwere in der Mitte der Lotlinie. Man erhält also eine Schätzung für die Mittelschwere, indem man den Schwerewert im Nivellementpunkt auf halbe Höhe ins Erdinnere fortsetzt. In der vorliegenden Arbeit betrachten wir zwei Möglichkeiten:

1. *Berechnung der Mittelschwere durch Fortsetzung der Schwere auf halbes Trassenniveau:*  
Fortsetzung unter Berücksichtigung der Topographie
2. *Mittelschwere nach Helmert:* Berechnung der Mittelschwere nach der Helmert'schen Formel

Für letzteren Berechnungsweg wird das Gelände als eben angesehen. Zunächst wird eine Bouguer-Platte der Höhe  $H/2$  entfernt, dann eine Freiluftreduktion der Schwere von der Höhe  $H$  auf die Höhe  $H/2$  durchgeführt, anschließend wird die Bouguer-Platte wieder zurückgerechnet. Für die Mittelschwere nach Helmert ergibt sich die Formel (HOFMANN-WELLENHOF und KIENAST 2006, Kap. 1.4.4)

$$\bar{g} = g_P + (0.3086 - 0.08382 \sigma) \cdot \frac{H}{2}. \quad (49)$$

Für den dichteabhängigen Teil nehmen wir eine Dichte von  $\sigma = 2,67 \text{ g/cm}^3$  an.

Werden anstatt orthometrischer Höhen Normalhöhen beziehungsweise normal-orthometrische Höhen verwendet, so wird der Korrekturterm  $OR$  in Gleichung (47) durch die Normalhöhenreduktion (NR) beziehungsweise die normal-orthometrische Reduktion (NOR) ersetzt:

$$NR = \frac{1}{\bar{\gamma}_B} \cdot \left( (\bar{\gamma}_A - \bar{\gamma}_B) \cdot H_A^{NO} + \sum_A^B (g_i - \bar{\gamma}_B) \cdot \Delta n_i \right) \quad (50)$$

$$NOR = \frac{1}{\bar{\gamma}_B} \cdot \left( (\bar{\gamma}_A - \bar{\gamma}_B) \cdot H_A^{NO} + \sum_A^B (\gamma_i - \bar{\gamma}_B) \cdot \Delta n_i \right) \quad (51)$$

### 6.3 Lotabweichungen

Die Kenntnis der Lotabweichung ist von essentieller Bedeutung für die Durchführung von Lotungen. Die Lagekoordinaten eines Punktes beziehen sich auf das Ellipsoid; bei der Übertragung der Punktkoordinaten zwischen verschiedenen Höhenniveaus soll der Zielpunkt dieselben Lagekoordinaten besitzen, wie der Startpunkt – die Lotung also entlang der Ellipsoidnormalen erfolgen. Lotungsverfahren basieren auf der Ausrichtung eines Lotes im realen Erdschwerefeld. Aufgrund der Lotkrümmung (variable Abweichung der tatsächlichen Lotlinie von der Ellipsoidnormalen) ist die lokale wahre Lotrichtung in dem Punkt, in dem sich das Lotungsinstrument befindet, nicht identisch mit der Richtung der Ellipsoidnormalen.

Bei der Ablotung eines Punktes richtet sich das Lotungsinstrument in der Regel am lokalen Lot im bekannten Start- oder im zu bestimmenden Zielpunkt aus. Ersterer Fall wird im Folgenden als „Lotung von oben nach unten“, letzterer als „Lotung von unten nach oben“ bezeichnet.

Aufgrund der Krümmung der Lotlinie sind die Lotabweichungen im Start- und im Zielpunkt im Allgemeinen nicht identisch. In Abbildung 17 ist die Situation für eine Lotung zwischen einem Punkt P an der Erdoberfläche und einem Punkt P' im Erdinneren (z. B. im Trassenniveau eines Tunnels) dargestellt. Der Einfachheit halber betrachten wir hier nur eine Richtungskomponente der Lotabweichung.

Stellt man im Punkt P ein optisches Lot oder ein Laserlot auf und horizontiert dieses im lokalen Schwerefeld, so weicht die durch das Lotungsgerät definierte Lotlinie um die Lotabweichung  $\xi_{\text{oben}}$  von der Ellipsoidnormalen ab. Diese Lotung von oben nach unten ergibt somit den Punkt Q' im Trassenniveau. Der rote Pfeil stellt die Korrektur dar, die angebracht werden muss, um den Einfluss der Lotabweichung  $\xi_{\text{oben}}$  zu kompensieren.

Wird ein optisches Lot oder ein Laserlot im Punkt  $P'$  aufgestellt, so handelt es sich um eine Lotung von unten nach oben. In diesem Fall muss die Lotabweichung im Punkt  $P'$ ,  $\xi_{\text{unten}}$ , zur Korrektur der Koordinaten des fehlerbehafteten Oberflächenpunktes  $R$  herangezogen werden, um die tatsächlichen Koordinaten des Punktes  $P$  zu ermitteln (blauer Pfeil).

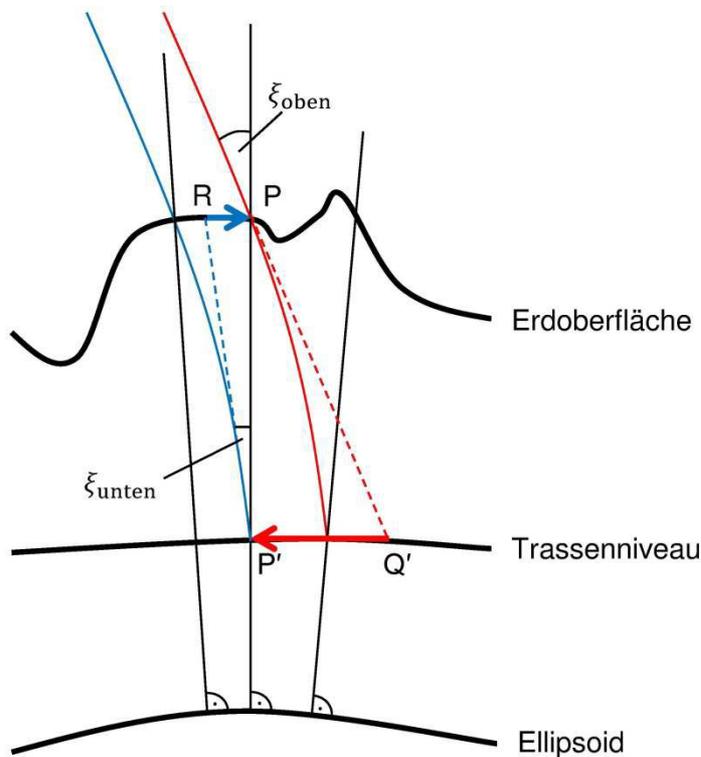


Abbildung 17: Einfluss der Lotabweichung auf die Lotung von oben nach unten (rot) und von unten nach oben (blau)

Eine Lotung mittels eines mechanischen Lotes ist ebenfalls ein Beispiel für eine Lotung von unten nach oben: Das Lotgewicht am unteren Ende des Drahtes richtet sich im Schwerfeld aus. Sieht man die Masse des Lotdrahtes als vernachlässigbar klein an, so bildet der Lotdraht eine Gerade zwischen Lotgewicht und Oberflächenpunkt. Um Punkt  $P$  also korrekt auf Punkt  $P'$  abzubilden, muss der Lotdraht am oberen Ende im Punkt  $R$  aufgehängt werden. Die notwendigen Korrekturen können in der Regel im Vorfeld durch Messung oder Prädiktion der Lotabweichungen an Orten mit Näherungskordinaten mit ausreichender Genauigkeit ermittelt werden.

## 7 Topographisch-isostatische Reduktion der Daten

Es liegen je ein Datensatz mit Schwereanomalien sowie mit Lotabweichungen an der Erdoberfläche für das österreichische Bundesgebiet und daran angrenzende Regionen vor. Zusätzlich kommen zwei unterschiedlich genaue digitale Höhenmodelle (DHM) zum Einsatz. Zur Untersuchung der Höhenproblematik in den ÖBB-Projekten *Semmering-Basistunnel neu* und *Koralmtunnel* liegen die Trassenpunkte der Tunnelgleise in Lage- und Höhenkoordinaten vor.

Die topographischen Reduktionen wurden mittels des Programms *TCM372\_64* des Instituts für Navigation der TU Graz (ursprünglich René Forsberg, Ohio State University/Danish Geodetic Institute, 1983) berechnet. Die Reduktion erfolgt unter Berücksichtigung der topographischen und isostatischen Massen. Die für Österreich angenommenen Parameter finden sich in Tabelle 15. Die Berechnungsradien definieren die Bereiche um den zu reduzierenden Schwerewert, innerhalb derer die Topographie in Form des genauen (innerer Radius) beziehungsweise des groben (äußerer Radius) DHM berücksichtigt wird.

Tabelle 17 zeigt die Ergebnisse der topographischen Reduktion der gegebenen Datensätze. Angegeben sind die Standardabweichungen der unreduzierten Schwereanomalien und Lotabweichungen, die Standardabweichungen der Anteile der topographischen Reduktion und die Standardabweichungen der topographisch reduzierten Werte. Man erkennt eine deutliche Reduktion der Streuung der Werte.

Tabelle 15: Parameter für die Schwerereduktion nach dem Airy-Heiskanen-Modell

<b>Ausgleichstiefe</b>	25 000 m
<b>Dichtekontrast</b>	0,3 g/cm <sup>3</sup>
<b>Innerer Radius (genaues DHM)</b>	15 000 m
<b>Äußerer Radius (grobes DHM)</b>	167 000 m

Tabelle 16: Kenndaten der Höhenmodelle

Höhenmodell	Auflösung in Breite $\Delta\varphi$	Auflösung in Länge $\Delta\lambda$
<b>BEV07_00</b>	$11,25''/8 = 1,40625'' \triangleq 45 \text{ m}$	$18,75''/8 = 2,34375'' \triangleq 49 \text{ m}$
<b>BEV07_04</b>	$11,25 \cdot 8'' = 90'' \triangleq 2,5 \text{ km}$	$18,75 \cdot 8'' = 150'' \triangleq 3,2 \text{ km}$

Tabelle 17: Einfluss der topographischen Reduktion auf die Daten

Parameter TI-Reduktion:	$\Delta\rho = 0.3 \text{ g/cm}^3$ $T_0 = 25 \text{ 000 m}$	Standardabweichung		
		$\Delta g$ [mgal]	$\xi$ ["]	$\eta$ ["]
<i>Unreduziert</i>	$\Delta g_F$	42.71	6.206	5.367
<i>Anteil TI-Reduktion</i>	$\Delta g_{TI}$	36.45	5.866	3.847
<i>TI-reduziert</i>	$\Delta g_F - \Delta g_{TI}$	21.58	2.563	3.192

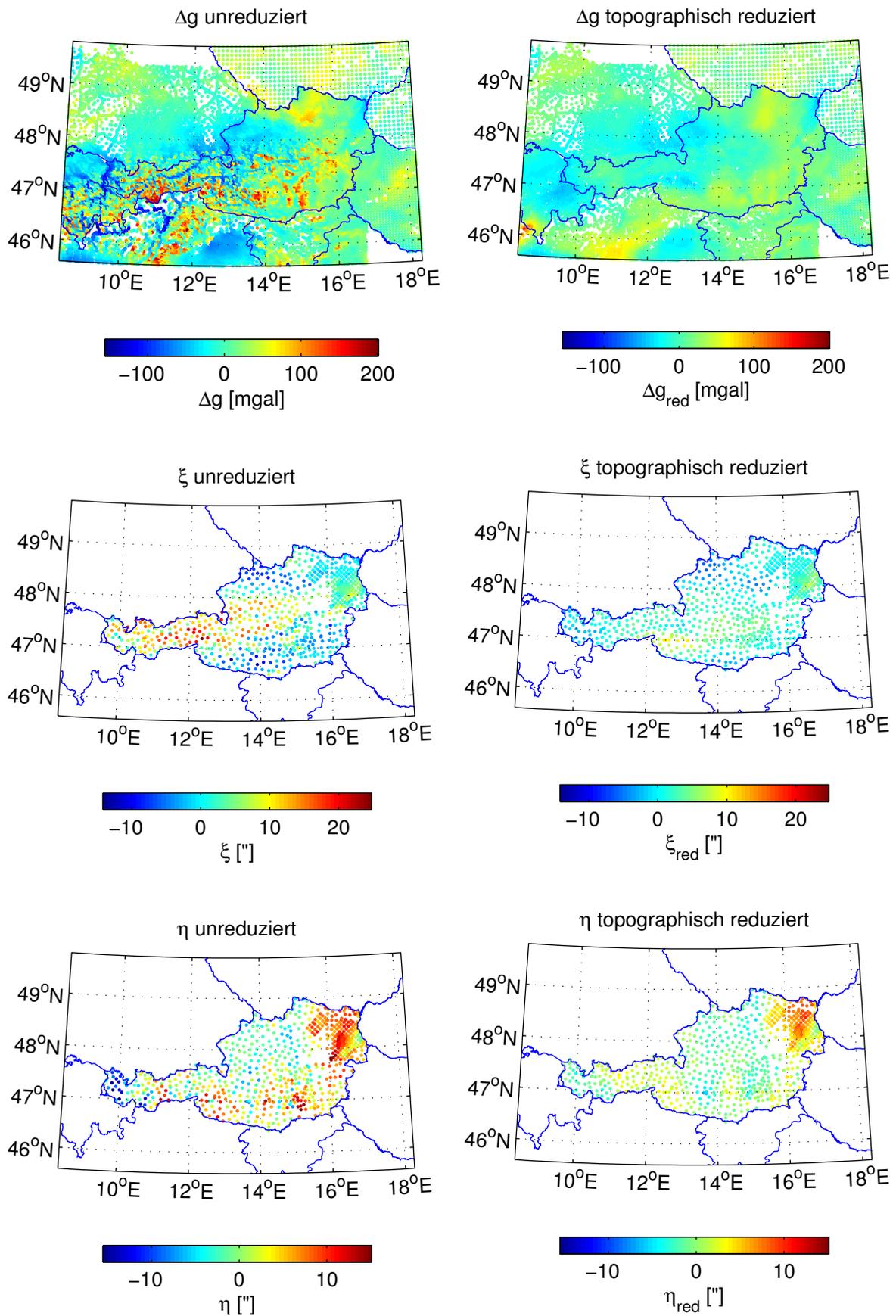


Abbildung 18: Auswirkung der topographischen Reduktion

## 8 Höhenproblematik am Semmering-Basistunnel

### 8.1 Untersuchungsgebiet

Zur Beurteilung der Einflüsse des Erdschwerefeldes auf die Höhenübertragung im Tunnelbau werden im Folgenden die Einflüsse der Schwere auf die Höhenübertragung mittels Nivellement sowie der Lotabweichungen auf Ablotungen abgeschätzt. Es soll untersucht werden, inwiefern diese Größen signifikant sind.

Da die Verarbeitung in unregelmäßig verteilten Messpunkten vorliegender Daten oftmals zunächst auf der Umrechnung dieser Daten in ein gleichmäßiges Raster basiert, werden in diesem Abschnitt die Auswirkungen von Interpolation und Rasterung auf die Gesamtqualität der Ergebnisse abgeschätzt.

Das Untersuchungsgebiet um den Semmering-Basistunnel liegt im Osten Österreichs im Bereich des Semmering zwischen  $47^{\circ} 24'$  und  $47^{\circ} 51'$  nördlicher Breite sowie zwischen  $15^{\circ} 33'$  und  $16^{\circ} 03'$  östlicher Länge. Innerhalb dieses Gebietes befinden sich 108 Schweredatenpunkte und neun Lotabweichungsdatenpunkte.

### 8.2 Vorgehen

#### 8.2.1 Programme

In der folgenden praktischen Anwendung wird für die Interpolation von Schwerewerten das Programm *Golden Software Surfer 12* eingesetzt. Topographische Reduktionen und die Fortsetzung der Schwere ins Erdinnere werden mit der Fortran-Applikation *TCM372\_64* (siehe Abschnitt 7) durchgeführt.

Die Höhen der Erdoberfläche über den gegebenen Trassenpunkten wurden aus dem Höhenmodell BEV07\_00 ermittelt.

#### 8.2.2 Interpolation der Schwereanomalien

Die Interpolation der Schwereanomalien wurde im Programm *Surfer* mittels Kriging durchgeführt. Die unregelmäßig verteilt vorliegenden Daten werden hierfür zunächst mittels Kriging in ein Raster interpoliert. Innerhalb dieses Rasters werden dann die Werte an den Zielpunkten bilinear interpoliert.

Zur Beurteilung der Qualität der Interpolation betrachten wir zunächst zwei verschiedene Komponenten:

1. *Einfluss der Rasterdichte:* Vergleich der im Raster interpolierten Werte mit Originaldaten (Abschnitt 8.3.1)
2. *Einfluss der Interpolationsmethode:* Kreuzvalidierung (Abschnitt 8.3.2)

Die Gesamtqualität der Kombination aus Rasterung der vorliegenden Daten und bipolarer Interpolation im Raster wird im Abschnitt 8.3.3 betrachtet.

## 8.3 Interpolationsqualität

### 8.3.1 Einfluss der Rasterdichte

Kriging als Interpolationsmethode hat die Eigenschaft, selbstreproduzierend zu sein. Das heißt, wenn ein Punkt, für den ein Wert interpoliert werden soll, die Position eines Datenpunktes hat, so ist das Kriging-Ergebnis für diesen Punkt identisch mit dem Wert im Datenpunkt.

In *Surfer* wird mittels Kriging zunächst ein Raster erstellt, innerhalb dessen dann die Werte an gesuchten Punkten bilinear interpoliert werden sollen. Die Punktdichte im Raster hat einen entscheidenden Einfluss darauf, wie gut die Werte in Datenpunkten reproduziert werden. Als Maß für die Reproduktionsqualität wird der RMS zwischen Originalwerten und im Raster interpolierten Werten herangezogen. Für diese Untersuchung wurden alle Berechnungen mit dem Standardvariogramm (siehe Abschnitt 8.3.2) von *Surfer* durchgeführt.

Tabelle 18: Reproduktionsqualität in Datenpunkten und Rasterweite

Rasterweite [km]	$\Delta g$ [mgal]	RMS $\xi$ ["]	$\eta$ ["]
11,1 × 7,5 ( $\triangleq 0,1^\circ \times 0,1^\circ$ )	1,96	0,46	0,45
5,5 × 3,8 ( $\triangleq 0,05^\circ \times 0,05^\circ$ )	1,34	0,32	0,25
4,1 × 4,1 ( $\triangleq$ mittlere Punktdichte im Untersuchungsgebiet)	1,22	0,27	0,20
2 × 2	0,63	0,15	0,08
1 × 1	0,38	0,07	0,05

Je dichter das Raster gewählt wird, desto kleiner wird der RMS. Die Wahl der Maschenweite ist beliebig und hängt von den Genauigkeitsanforderungen ab (eine zu niedrige Rasterdichte hat eine starke Glättung der Daten zur Folge; ein theoretisches unendlich dichtes Raster erhält die selbstreproduzierende Eigenschaft des Kriging), es ist jedoch sinnvoll, den Berechnungsaufwand und die Dateigrößen in einem vernünftigen Rahmen zu halten. Wir werden in allen folgenden Berechnungen eine Rasterweite von 2 × 2 km wählen (sowohl für die Schwereanomalien  $\Delta g$ , als auch für die Lotabweichungen  $\xi, \eta$ ). Dies entspricht der mittleren Punktdichte des Datensatzes der Schwereanomalien.

### 8.3.2 Einfluss des Variogramms auf das Kriging-Resultat

Zur Beurteilung der Qualität der Interpolationsmethode zur Erstellung des Rasters wird in *Surfer* eine *Kreuzvalidierung* durchgeführt. Hierfür wird innerhalb unseres Untersuchungsgebietes jeweils ein Datenpunkt aus dem Beobachtungsdatensatz entfernt, mittels Kriging ein Wert für diese Position interpoliert und das Residuum zum tatsächlichen Wert gebildet. Diese Berech-

nung wird für jeden Datenpunkt einmal durchgeführt, anschließend werden aus den Residuen statistische Parameter abgeleitet.

Es ist naheliegend, dass sowohl die verwendeten Koordinaten als auch die Ausdehnung des Gebietes, innerhalb dessen Daten verwendet werden, einen Einfluss auf das Variogramm und damit auf das Kriging-Ergebnis haben. Die Datenpunkte liegen in geographischen Koordinaten vor. Diese sind in Breiten- und Längenrichtung nicht gleich skaliert, weshalb zur Überprüfung des Einflusses auf das Variogramm ein Vergleich mit in Gauß-Krüger-Koordinaten (Meridianstreifen M34) transformierten Koordinaten angestellt wird. Der Bezugsmeridian dieser Abbildung  $\lambda_0 = 34^\circ$  östl. v. Ferro =  $16^\circ 20'$  E (bezogen auf Greenwich) liegt nahe am Projektgebiet, sodass die abbildungsbedingten Verzerrungen klein bleiben.

Folgende Datensätze werden betrachtet:

- Geographische Koordinaten (WGS84), gesamter Datensatz
- Geographische Koordinaten (WGS84), eingeschränkt auf ein Gebiet von  $200 \times 200$  km
- Gauß-Krüger-Koordinaten (M34), eingeschränkt auf ein Gebiet von  $200 \times 200$  km

Die vollständige Aufstellung der Ergebnisse Variogrammanalyse findet sich in Anhang A.1. Die statistischen Angaben in den dortigen Tabellen sind wie folgt zu interpretieren:

- $\sigma$ : empirische Standardabweichung der Residuen  $\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum (r_i - \bar{r})^2}$
- $RMS$ : empirischer RMS der Residuen  $RMS = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum (r_i)^2}$
- $bias$ : Mittelwert der Residuen  $bias = \bar{r} = \frac{1}{n} \cdot \sum r_i$

Die kleinsten Werte für  $\sigma$ ,  $RMS$  und  $bias$  sind in den Tabellen jeweils grün hinterlegt. Der Bias gibt Auskunft darüber, inwiefern die Residuen gleichmäßig um Null verteilt sind. Ein großer Bias lässt auf eine systematische Abweichung der gekrigten Werte im Untersuchungsraum schließen. Der RMS beschreibt die mittlere Abweichung der gekrigten Werte von den Originalwerten. Das Ergebnis mit dem jeweils kleinsten RMS ist somit das beste Ergebnis und wird in den folgenden Untersuchungen verwendet.

Es erweist sich, dass sowohl die verwendeten Koordinatensysteme als auch die räumliche Ausdehnung des Datensatzes einen Einfluss auf das Ergebnis der Kreuzvalidierung haben. Unabhängig vom Koordinatensystem zeigt sich – wie zu erwarten – eine deutliche Verkleinerung des RMS, wenn anstatt des Standardvariogramms ein an die Daten angepasstes Variogramm verwendet wird. Für die Lotabweichungskomponente  $\eta$  kann außerdem festgehalten werden, dass ein quadratischer Trend berücksichtigt werden sollte, während für die Schwereanomalien und die Lotabweichungskomponente  $\xi$  keine Trendbereinigung vonnöten ist. Die jeweils besten Er-

gebnisse und ihre erzielten RMS-Werte sind auch im folgenden Abschnitt in Tabelle 19 ( $\Delta g$ ), Tabelle 20 ( $\xi$ ) und Tabelle 21 ( $\eta$ ) wiedergegeben.

Wir halten also fest: Eine Variogrammodellierung ist in jedem Fall zu empfehlen, für die Lotabweichungskomponente  $\eta$  sollte zusätzlich eine Trendbereinigung in Betracht gezogen werden.

### 8.3.3 Beurteilung der Gesamtqualität der Kombination aus Rasterung mittels Kriging und bipolarer Interpolation

Zur Beurteilung der Gesamtqualität der prädierten Punktwerte wird für fünf Punkte im Untersuchungsraum (jeweils die fünf Punkte mit den größten Residuen in der Kreuzvalidierung) ein Vorgehen ähnlich der Kreuzvalidierung angewandt. Im Gegensatz zum Vorgehen im vorangegangenen Abschnitt (Kreuzvalidierung) wird nun nicht nur die Interpolationsmethode selbst, sondern auch der Einfluss der Rasterung der Daten mitbetrachtet. Wir bezeichnen dieses Vorgehen daher in den folgenden Tabellen als *Gesamtvalidierung*. Im Wesentlichen sind die RMS-Werte aus Kreuzvalidierung und Gesamtvalidierung ähnlich groß, womit die 2×2-km-Rasterung der Daten zu keinen wesentlichen Qualitätseinbußen führt.

Tabelle 19: Schwereanomalie  $\Delta g$  am Semmering – Gesamtqualität Interpolation

Breite [°]	Länge [°]	$\Delta g$ [mgal]	Standardvariogramm		Angepasstes Variogramm	
			$\Delta\Delta g$ Kreuzvalidierung	$\Delta\Delta g$ Gesamtvalidierung	$\Delta\Delta g$ Kreuzvalidierung	$\Delta\Delta g$ Gesamtvalidierung
47.413207	15.993587	38.07	-4.15	-4.36	-4.58	-4.67
47.513183	15.567327	15.35	-6.61	-6.51	-5.85	-5.85
47.494403	15.666020	11.70	4.36	4.34	3.67	3.70
47.534092	15.557566	5.36	6.34	6.25	5.47	5.42
47.659394	15.695596	20.94	-4.25	-4.27	-4.50	-4.48
		<b>RMS</b>	5.26	5.24	4.87	4.88

Tabelle 20: Lotabweichung  $\xi$  am Semmering – Gesamtqualität Interpolation

Breite [°]	Länge [°]	$\xi$ ["]	Standardvariogramm		Angepasstes Variogramm	
			$\Delta\xi$ Kreuzvalidierung	$\Delta\xi$ Gesamtvalidierung	$\Delta\xi$ Kreuzvalidierung	$\Delta\xi$ Gesamtvalidierung
47.655840	16.003290	3.009	-1.522	-1.522	-0.865	-0.868
47.614840	15.799220	0.676	0.728	0.732	0.766	0.767
47.403570	15.902720	4.338	-2.941	-2.937	-2.226	-2.232
47.431270	16.015300	1.586	1.291	1.293	1.309	1.315
47.451787	15.704249	2.332	1.256	1.252	1.314	1.311
		<b>RMS</b>	1.717	1.716	1.395	1.398

Tabelle 21: Lotabweichung  $\eta$  am Semmering – Gesamtqualität Interpolation

Rechtswert [m]	Hochwert [m]	$\eta$ ["]	Standardvariogramm		Angepasstes Variogramm	
			$\Delta\eta$ Kreuzvalidierung	$\Delta\eta$ Gesamtvalidierung	$\Delta\eta$ Kreuzvalidierung	$\Delta\eta$ Gesamtvalidierung
696086.801	284440.825	-0.906	0.387	0.389	0.368	0.495
697582.879	278890.735	-0.619	-0.580	-0.579	-0.448	-0.396
726393.341	254756.229	2.103	-0.474	-0.471	-0.016	0.008
728765.019	296647.177	3.995	0.410	0.399	0.159	0.151
702945.401	257180.150	-3.904	2.808	2.812	2.399	2.635
		<b>RMS</b>	1.324	1.325	1.106	1.214

## 8.4 Schwere, Lotabweichungen und Nivellementreduktionen entlang der Trasse

### 8.4.1 Einleitung

In den folgenden Unterkapiteln betrachten wir die Höhenreduktionen für Nivellements entlang der Tunnelachse sowie für die Nivellementwege zu den Zugangsschächten und -stollen. Im folgenden Abschnitt wird zunächst das Verhalten von Schwere und Lotabweichungen im Trassenniveau thematisiert.

### 8.4.2 Schwere und Lotabweichungen im Trassenniveau

Abbildung 19 zeigt das Höhenprofil entlang von Gleis 1 des Semmering-Basistunnels. In Abbildung 20 sind die Verläufe der interpolierten Schwerewerte an der Erdoberfläche sowie die präzisierten Schweren im Trassenniveau dargestellt. Die Fortsetzung der Schwere von der Erdoberfläche aufs Trassenniveau führt zu Änderungen im Bereich von bis zu 100 mgal.

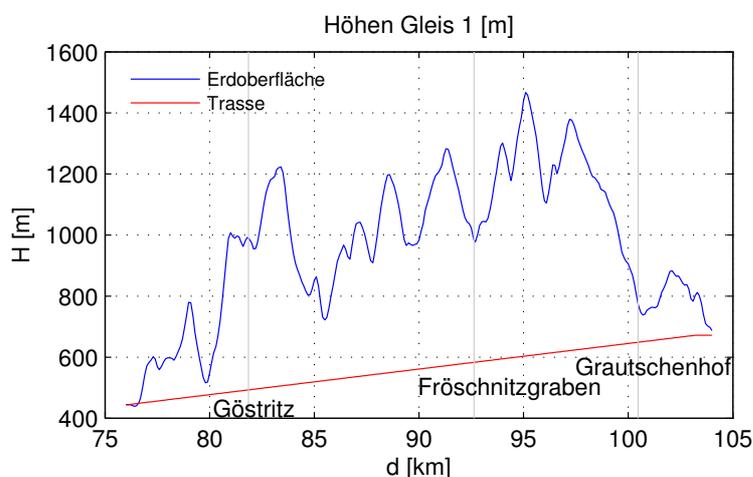


Abbildung 19: Höhenprofil entlang von Gleis 1 (Ost-West)

Abbildung 21 stellt den Verlauf der Lotabweichungen dar. Man erkennt den glatten Verlauf der ins Trassenniveau fortgesetzten Lotabweichungen.

In allen Abbildungen repräsentiert die x-Achse die Bahnkilometer (ermittelt aus den gegebenen Punktnummern). Die Schnitte verlaufen also entlang der Gleisachse von Nordost nach Südwest.

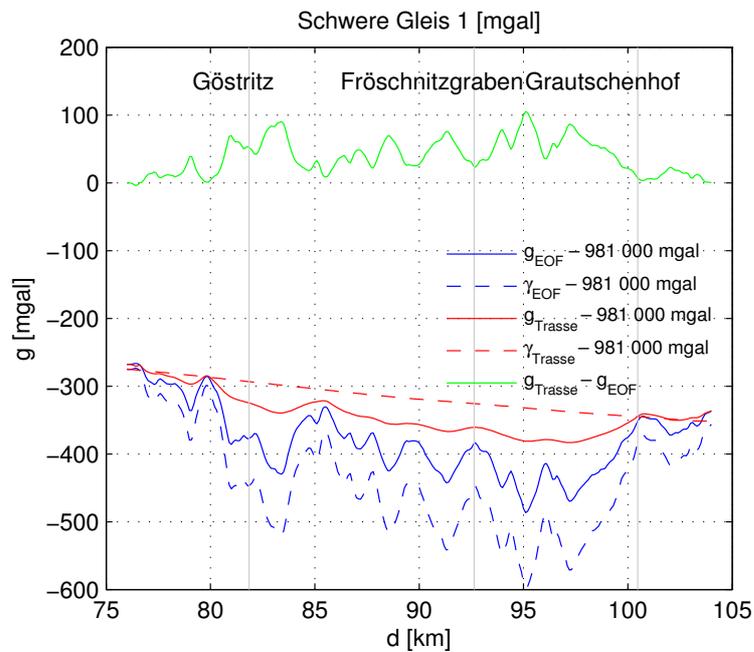


Abbildung 20: Schwere entlang von Gleis 1 (Ost-West)

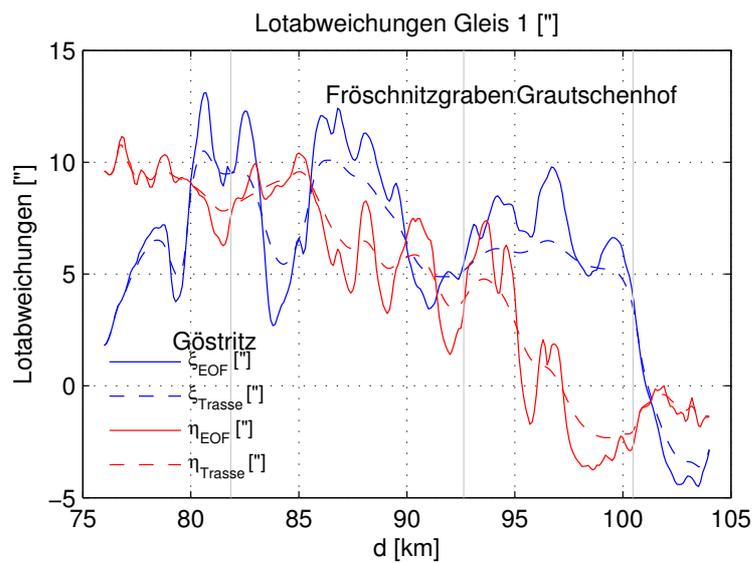


Abbildung 21: Lotabweichungen entlang von Gleis 1

### 8.4.3 Nivellementreduktionen (gesamte Trasse)

In Abbildung 22 ist der Verlauf der orthometrischen (OR), normal-orthometrischen (NOR) und der Normalhöhenreduktionen (NR) dargestellt. Die in Tabelle 22 wiedergegebenen Beträge der Nivellementreduktionen zeigen, dass bei Verwendung orthometrischer Höhen mit maximalen Korrekturen von 4,7 cm eine Berücksichtigung der OR auf jeden Fall anzuraten ist. Die NOR und die NR bleiben im Rahmen von maximal 4 mm bzw. 2 mm. Ausführliche Daten für sämtliche Trassenpunkte beider Streckengleise können dem Excel-Dokument *Trasse\_Semmering.xlsx* auf der dem Exemplar der Universitätsbibliothek der TU Graz beiliegenden CD-ROM entnommen werden.

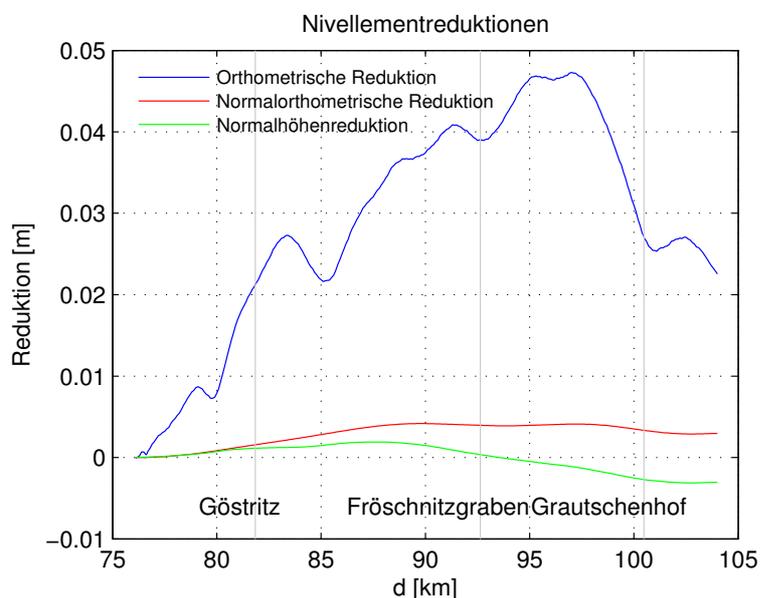


Abbildung 22: Nivellementreduktionen entlang von Gleis 1 (Ost-West)

Tabelle 22: Nivellementreduktionen: ausgewählte Werte

<b>Reduktion</b>	<b>OR [m]</b>	<b>NOR [m]</b>	<b>NR [m]</b>
<b>Max</b>	0.0473	0.0042	0.0019
<b>Min</b>	-0.0001	0.0000	-0.0031
<b>Tunnelende</b>	0.0226	0.0030	-0.0030

### 8.4.4 Vergleich Mittelschwere nach Helmert – Mittelschwere mittels TC

Im Rahmen dieser Betrachtungen wurde für die OR ein Vergleich der Berechnungsmethoden für die mittlere Schwere entlang der Lotlinien (vgl. Abschnitt 6.2.2) durchgeführt. Abbildung 23 zeigt die Differenzen zwischen den OR beider Berechnungsmethoden.

Die Differenzen zwischen den resultierenden Nivellementkorrekturen schwanken im Bereich bis maximal 5 mm. Der Unterschied zwischen beiden Methoden ist damit relativ klein.

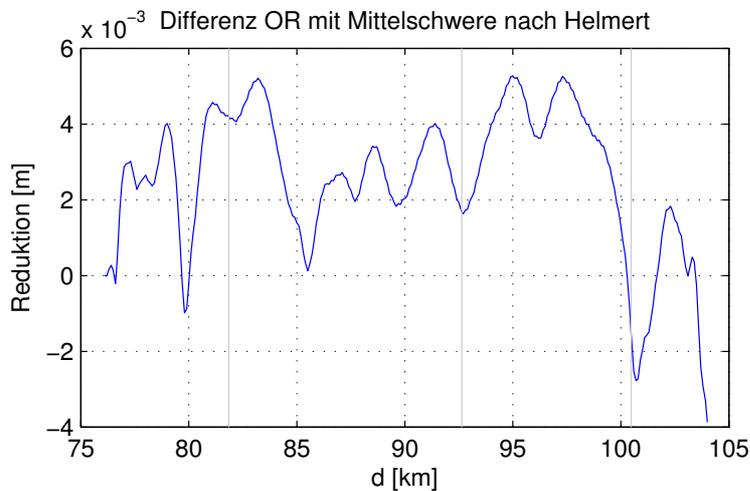


Abbildung 23: Differenz zwischen OR (Mittelschwere Helmert) und OR (Mittelschwere TC)

## 8.4.5 Einfluss von Fehlern in den Schweredaten

### 8.4.5.1 Einleitung

In die orthometrische Reduktion und die Normalhöhenreduktion gehen gemessene Schwerewerte ein. Im Folgenden soll untersucht werden, inwiefern Fehler in den gemessenen Schweren einen Einfluss auf den Betrag der Reduktionen haben.

Formel ( 48 ) für die orthometrische Reduktion ergibt nach Umformung einen **Term, der von der Anfangshöhe  $H_A$  abhängt (eher groß)** und einen **Term, der von den nivellierten Höhenunterschieden  $\Delta n_i$  abhängt (eher klein)**:

$$OR = \left( \frac{\bar{g}_A}{\bar{g}_B} - 1 \right) \cdot H_A + \sum_A^B \left( \frac{g_i}{\bar{g}_B} - 1 \right) \cdot \Delta n_i \quad (52)$$

Man sieht, dass die gemessenen fehlerbehafteten Schwerewerte mit  $g_i \approx 1/2 (g_A + g_B)$  sowohl in den ersten als auch in den zweiten Term eingehen (Basis der Mittelschweren  $\bar{g}_A$  und  $\bar{g}_B$  sind jeweils die an der Erdoberfläche gemessenen Schweren  $g_A$  und  $g_B$ , welche dann ins Erdinnere aufs halbe Trassenniveau fortgesetzt werden).

Für die Normalhöhenreduktion ( 50 ) ergibt sich nach Umformung analog

$$NR = \left( \frac{\bar{\gamma}_A}{\bar{\gamma}_B} - 1 \right) \cdot H_A + \sum_A^B \left( \frac{\gamma_i}{\bar{\gamma}_B} - 1 \right) \cdot \Delta n_i. \quad (53)$$

Hier ist der Einfluss der gemessenen fehlerbehafteten Schwerewerte also ausschließlich auf den eher kleinen Term, der von den nivellierten Höhenunterschieden  $\Delta n_i$  abhängt, beschränkt.

### 8.4.5.2 Bias

Ein Bias von 15 mgal in sämtlichen Schwerewerten zeigt keine signifikanten Auswirkungen auf die orthometrische Reduktion. Dies liegt in der Tatsache begründet, dass sämtliche Schwerewerte in Gleichung ( 30 ) gleichermaßen verfälscht sind. Da der Bias von 15 mgal klein ist im Vergleich zur Größenordnung der Schwerewerte im Bereich von 980 000 gal, sind die Änderungen in den Quotienten  $\bar{g}_A/\bar{g}_B$  und  $g_i/\bar{g}_B$  vernachlässigbar klein. Für die Normalhöhenreduktion wachsen die Fehler auf maximal 3,5 mm an.

Ein konstanter kleiner Bias in gemessenen Schwerewerten kann also bei Verwendung orthometrischer Höhen im Allgemeinen als vernachlässigbar angenommen werden. Für Normalhöhen gilt dies, sofern die Nivellementlinie nicht zu lang wird.

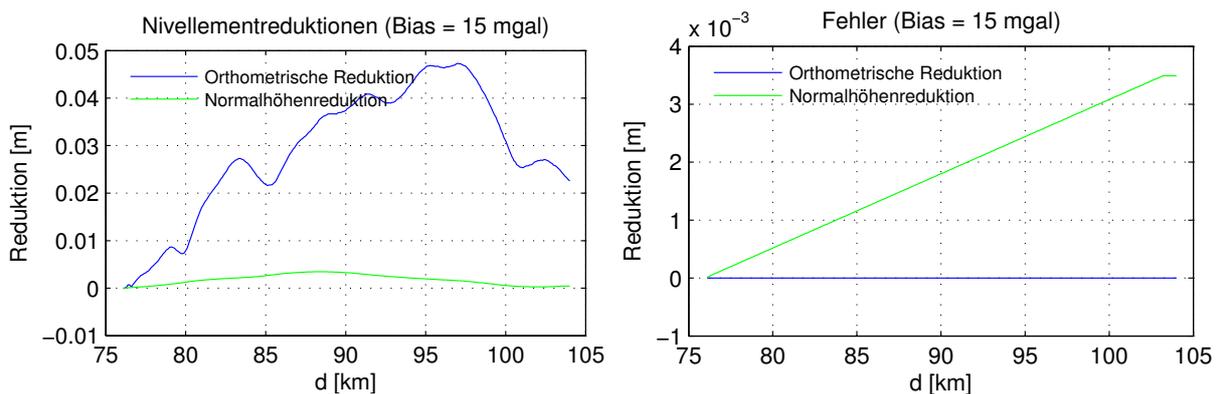


Abbildung 24: Verhalten der Reduktionen bei einem Bias von 10 mgal

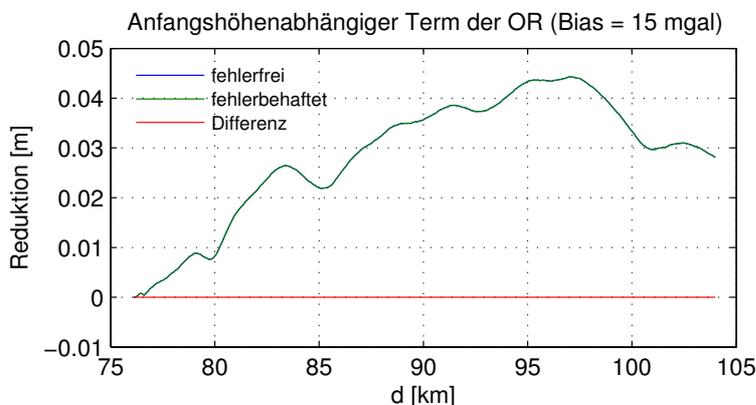


Abbildung 25: Verhalten des anfangshöhenabhängigen Terms der OR bei einem Bias von 10 mgal

### 8.4.5.3 Rauschen

Ein Rauschen ( $\sigma = 10$  mgal) hat insbesondere Einfluss auf die OR (maximaler Fehler 1,5 cm). Dies liegt daran, dass nur dort – Gleichung ( 52 ) – die gemessenen Schwerewerte in den ersten Term der Gleichung für die Reduktion (anfangshöhenabhängiger Teil) eingehen (Abbildung 27). Für die NR liegt der Fehler im Bereich von max. 0,1 mm.

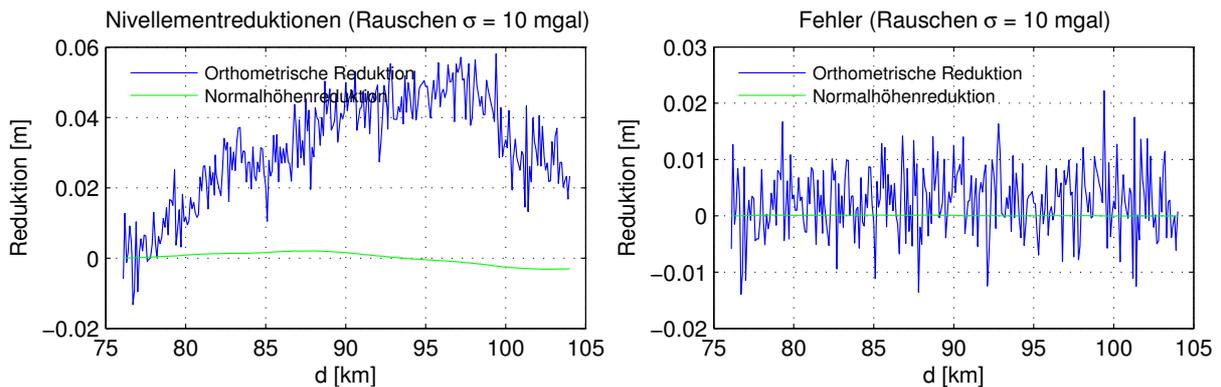


Abbildung 26: Verhalten der Reduktionen bei einem Rauschen mit  $\sigma = 10$  mgal

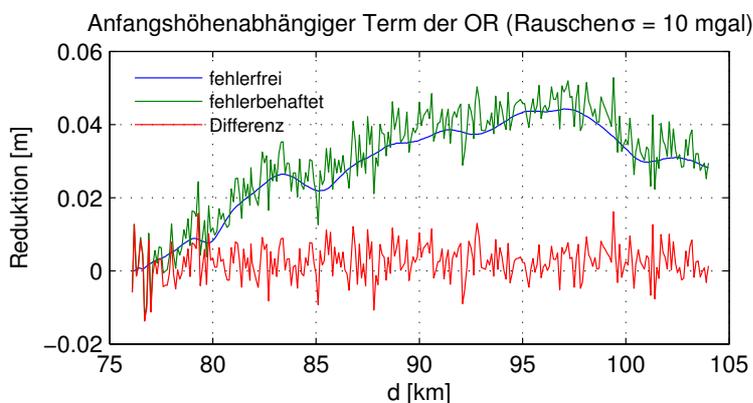


Abbildung 27: Verhalten des anfangshöhenabhängigen Terms der OR bei einem Rauschen von  $\sigma = 10$  mgal

### 8.4.5.4 Drift

Ein Drift in den Schwerewerten entlang der Trasse (von 0 mgal linear steigend auf 15 mgal) äußert sich ebenfalls in OR und NR. Für die OR ergibt sich aufgrund des anfangshöhenabhängigen Terms nahezu wieder ein Drift (max. Differenz 6 mm). In der NR wirkt sich der Fehler lediglich im zweiten Term aus, der von den nivellierten Höhenunterschieden abhängig ist (vgl. Abschnitt 8.4.5.1). Daher ist der Einfluss dort klein (max. 0,4 mm).

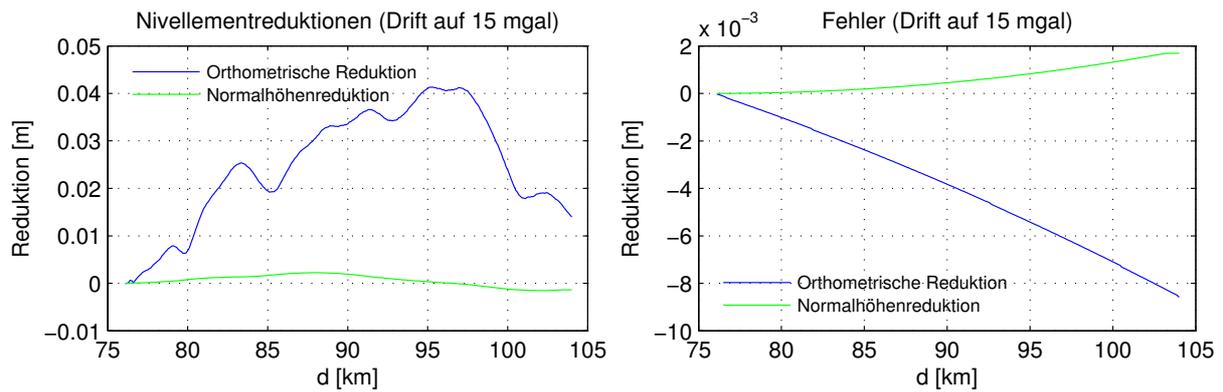


Abbildung 28: Verhalten der Reduktionen bei einer Drift von 0 mgal auf max. 15 mgal

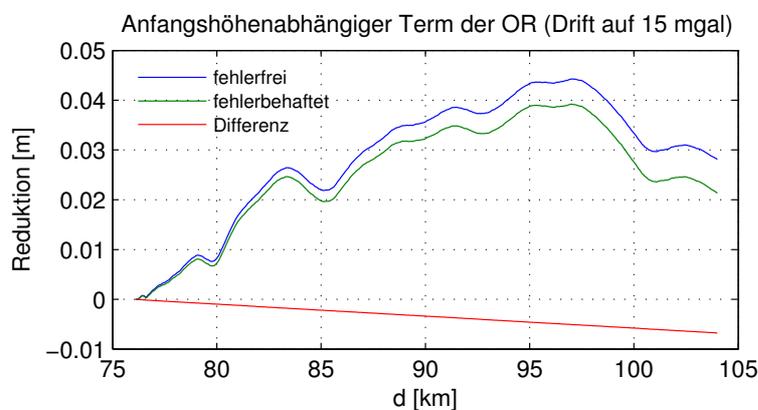


Abbildung 29: Verhalten des anfangshöhenabhängigen Terms der OR bei einer Drift von 0 mgal auf max. 15 mgal

### 8.4.6 Vergleich der Lösungen mit Standard- und angepasstem Variogramm

In Tabelle 23 sind die maximalen Differenzen zwischen den für die Trassenpunkte interpolierten Schweren bei Rasterung der topographisch-isostatischen Daten mittels Standardvariogramm und mittels angepasstem Variogramm (Abschnitt 8.3.2) wiedergegeben. Der Fehler beträgt maximal 4 mgal.

Tabelle 23: Variogrammanpassung: Maximale Differenzen in den Schwerewerten auf Trassenniveau

Maximale Differenzen	
	$g_{\text{Trasse}}$ [mgal]
<b>Max</b>	1.9797
<b>Min</b>	-4.1953
<b>Mittel</b>	-0.5840

In den Nivellementreduktionen ergibt sich ein maximaler Fehler von  $-1,7$  mm in der orthometrischen Reduktion (Tabelle 24).

**Tabelle 24: Variogrammanpassung – Schweredifferenzen: Maximale Fehler in Nivellementreduktionen**

	Maximale Differenzen		
	OR [m]	NOR [m]	NR [m]
<b>Max</b>	0.0006	0.0000	0.0002
<b>Min</b>	-0.0017	0.0000	0.0000
<b>Mittel</b>	-0.0006	0.0000	0.0001

Für die Lotabweichungen ergeben sich durch die Variogrammanpassung Änderungen im Bereich weniger Zehntel-Bogensekunden (Tabelle 26). Für Lotungen entsprechen diese Verbesserungen im größten Fall  $-1,8$  mm/km ( $\xi$ ) beziehungsweise  $-2,2$  mm/km ( $\eta$ ), siehe Tabelle 26. Bei maximalen Schachtlängen von ca. 400 m (Schacht Fröschnitzgraben) wäre also bei Vernachlässigung der Variogrammanpassung mit einem maximalen absoluten Lotungsfehler von ca. 1 mm zu rechnen.

**Tabelle 25: Variogrammanpassung: Maximale bzw. minimale Differenzen in den Lotabweichungen**

	Maximale Differenzen	
	$\xi_{\text{Trasse ["]}$	$\eta_{\text{Trasse ["]}$
<b>Max</b>	0.2591	0.1134
<b>Min</b>	-0.3622	-0.4459
<b>Mittel</b>	-0.0150	-0.2087

**Tabelle 26: Variogrammanpassung – Lotabweichungsdifferenzen: Entsprechender Fehler bei Lotung**

	Entsprechung in Meter auf 1000 m Höhenunterschied	
	$\xi_{\text{Trasse [m]}$	$\eta_{\text{Trasse [m]}$
<b>Max</b>	0.0013	0.0005
<b>Min</b>	-0.0018	-0.0022
<b>Mittel</b>	-0.0001	-0.0010

#### 8.4.7 Nivellementkorrekturen entlang der Trasse in Vortriebsrichtung: Verhalten an Durchschlagspunkten

In Abbildung 30 ist das Verhalten der Nivellementreduktionen entlang der Trasse in Vortriebsrichtung dargestellt. An den Durchschlagspunkten DS 1, DS 2 und DS 3 ergeben sich Sprünge, die im Falle der orthometrischen Reduktion im Bereich weniger Zentimeter liegen können. Abhängig von der Berechnungsart der Mittelschwere (Fortsetzung mittels TC auf halbes Trassenniveau

unter Berücksichtigung der Topographie oder Berechnung nach Helmert) variieren die ermittelten Sprünge der OR um wenige Millimeter (Tabelle 27).

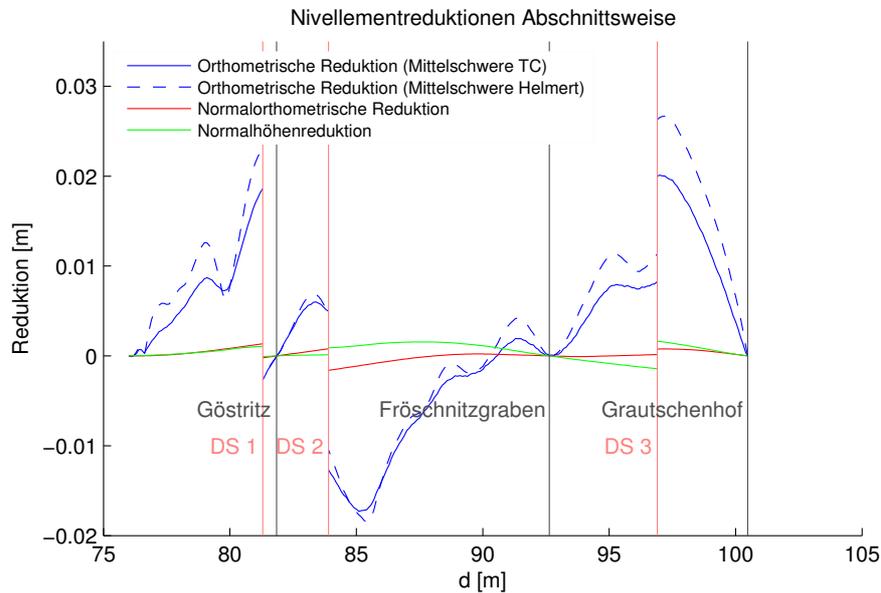


Abbildung 30: Verhalten der Nivellementkorrekturen entlang der Trasse in Vortriebsrichtung. Der Vortrieb erfolgt jeweils vom Zugangspunkt (Göstritz, Fröschnitzgraben, Grautschenhof) in Richtung der Durchschläge (DS) 1, 2 und 3

Tabelle 27: Nivellementkorrekturen: Differenzen in Durchschlagspunkten

		OR [m]	OR [m]	NOR [m]	NR [m]
		<i>MS TC</i>	<i>MS Helmert</i>		
<b>Durchschlag 1</b>	v. Gloggnitz	0.0186	0.0231	0.0014	0.0011
	v. Göstritz	-0.0027	-0.0023	-0.0002	-0.0001
	<b>Δ</b>	<b>-0.0213</b>	<b>-0.0255</b>	<b>-0.0016</b>	<b>-0.0011</b>
<b>Durchschlag 2</b>	v. Göstritz	0.0050	0.0047	0.0008	0.0001
	v. Fröschnitz	-0.0127	-0.0105	-0.0016	0.0009
	<b>Δ</b>	<b>-0.0176</b>	<b>-0.0151</b>	<b>-0.0024</b>	<b>0.0008</b>
<b>Durchschlag 3</b>	v. Fröschnitz	0.0083	0.0114	0.0001	-0.0014
	v. Grautschenhof	0.0200	0.0263	0.0008	0.0016
	<b>Δ</b>	<b>0.0117</b>	<b>0.0150</b>	<b>0.0006</b>	<b>0.0031</b>

#### 8.4.8 Korrekturen für Kreiselmessungen

Die Richtungsbestimmung ist im Tunnel mangels Fernzielen nicht ohne weiteres möglich. Um Azimute messen zu können, setzt man daher Vermessungskreisel ein:

Ein frei gelagerter rotierender Kreisel behält seine Raumrichtung bei. Dem Vermessungskreisel wird durch die horizontale Fesselung ein Freiheitsgrad genommen: Die Erddrehung führt dann zu einem Präzessionsmoment, das die Kreiselachse danach streben lässt, mit der Erdrotationsachse eine Ebene zu bilden. Der Vermessungskreisel richtet sich also in Richtung des Rotationspols der Erde aus. Um die gemessenen Kreiselazimute in konventionellen Koordinatensystemen verwenden zu können, muss an den Messwert eine Reihe von Korrekturen angebracht werden (ZANINI 1992, Kap. 5 u. 6):

- Polbewegung (variabler Rotationspol)
- Lotabweichung (Kreisel wird im tatsächlichen Schwerfeld horizontiert)
- Meridiankonvergenz
- Richtungsreduktion
- Höhenreduktion
- Instrumentenbezogene Korrekturen (Eichwert, Temperatur)

Im Folgenden beschränken wir uns auf den Einfluss der Lotabweichungen auf die gemessenen Azimute.

Das ellipsoidische Azimut  $\alpha$  berechnet sich aus dem gemessenen astronomischen Azimut  $A$  gemäß der Laplace'schen Gleichung

$$\alpha = A - \eta \tan \varphi - (\xi \sin A - \eta \cos A) \cot z, \quad (54)$$

wobei  $\xi$  und  $\eta$  die Lotabweichungskomponenten in Ost- und Nordrichtung darstellen und  $z$  der Zenitwinkel ist (ZANINI 1992, S. 50). Die Trasse des Semmering-Basistunnels weist eine maximale Steigung von 0,9 % auf. Dies entspricht einem Zenitwinkel von ca.  $89,5^\circ$ . Der entsprechende Wert für  $\cot z$  ist 0,009, womit der von der Zenitdistanz abhängige Term als vernachlässigbar klein angesehen werden kann. Für die Korrektur der Kreismessungen ist im vorliegenden Projekt also lediglich die Ostkomponente  $\eta$  der Lotabweichung relevant und die Gleichung kann vereinfacht werden zu

$$\alpha \approx A - \eta \tan \varphi. \quad (55)$$

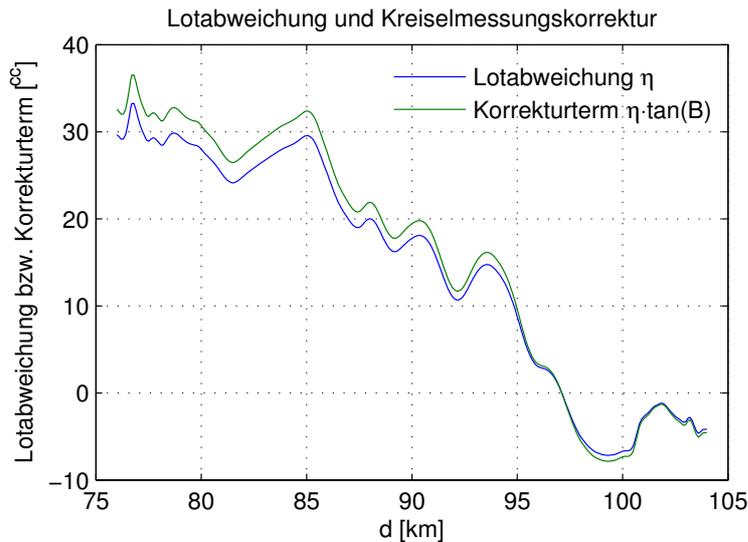


Abbildung 31: Korrektur der Kreiselmessungen aufgrund der Lotabweichung

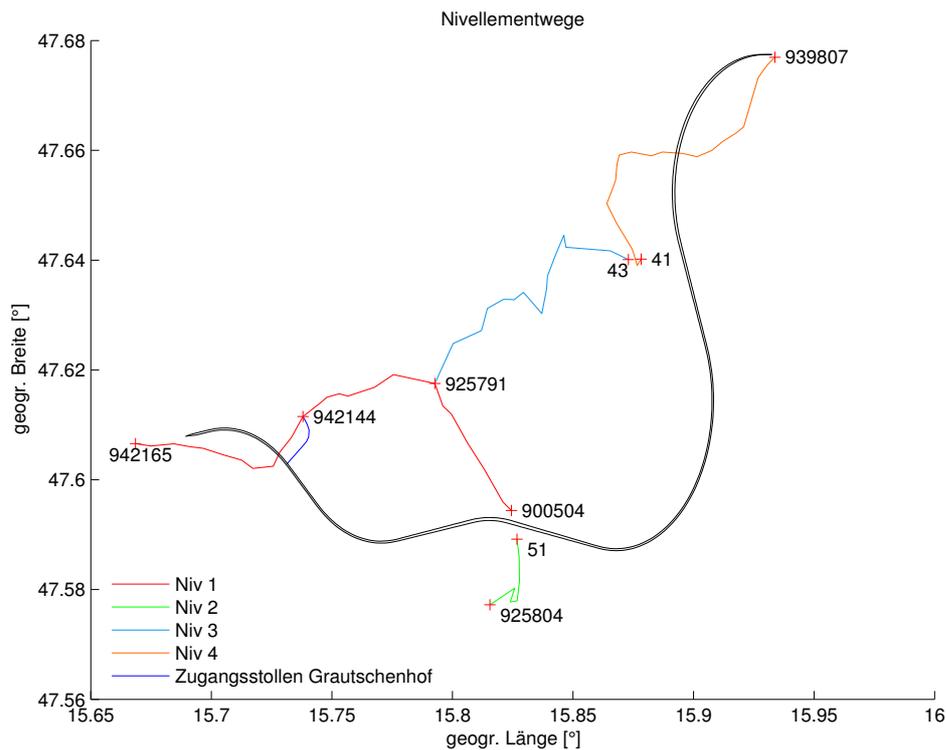
In Abbildung 31 ist die Ostkomponente  $\eta$  der Lotabweichung dem Korrekturterm  $\eta \tan \varphi$  gegenübergestellt. Aufgrund der Tatsache, dass das Projektgebiet nahezu auf einer geographischen Breite von  $\varphi = 45^\circ$  liegt, ist der Korrekturterm aufgrund von  $\tan 45^\circ = 1$  nahezu identisch mit der Lotabweichung.

## 8.5 Nivellementreduktionen im Höhennetz

Für vier der im Höhennetz vorgegebenen Nivellementwege zu den Zugangspunkten des Tunnels (Abbildung 32) wurden im Rahmen dieser Arbeit die Nivellementkorrekturen berechnet. In Tabelle 28 sind die Nivellementreduktionen über den gesamten Nivellementweg zusammengefasst. Fügt man die Wegabschnitte Niv 4 (939807–41, OR = 0,0244 m), Niv 3 (43–925791, OR = 0,0169 m) und Niv 1 (925791–942144, OR = -0,0089 m) aneinander (für die Verbindung zwischen den Punkten 41 und 43 ergibt sich eine OR von 0,0020 m), so ergibt sich bei einem Nivellement über den Berg eine Gesamtkorrektur von 3,4 cm. Dieser Wert ist größer als der für ein Nivellement durch den Tunnel ermittelte Betrag von 2,3 cm (vgl. Tabelle 22).

Tabelle 28: Nivellementreduktionen im Höhennetz

Nivellement	Startpunkt	Zielpunkt	OR [m]	NOR [m]	NR [m]
Niv 1	942165	942144	0.0090	-0.0004	0.0039
	"	925791	0.0089	-0.0008	0.0052
	"	900504	0.0251	0.0012	0.0176
Niv 2	925804	51	-0.0204	-0.0012	-0.0140
Niv 3	925791	43	-0.0169	-0.0018	-0.0057
Niv 4	939807	41	0.0244	0.0020	0.0080



**Abbildung 32: Nivellementwege am Semmering-Basistunnel**

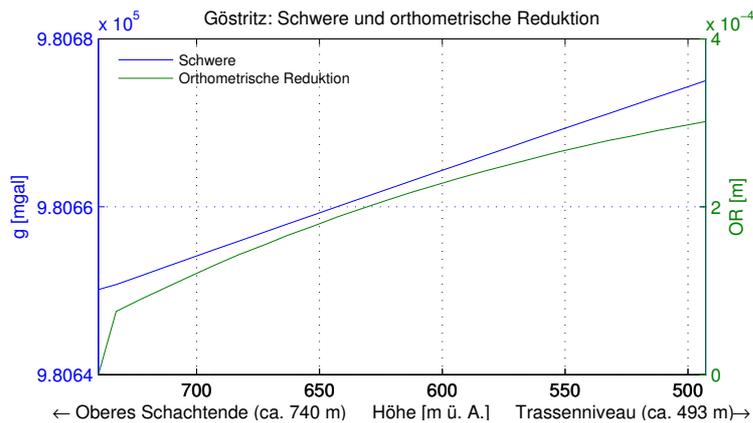
## 8.6 Schwere, Lotabweichungen und Nivellementreduktionen in Schächten und Zugangsstollen

### 8.6.1 Einführung

In den folgenden Untersektionen werden die sich für die Zugangsstellen Göstritz, Fröschnitzgraben und Grautschenhof ergebenden Korrekturen aufgrund der Schwere und der Lotabweichungen näher betrachtet. Wir analysieren den sich durch Fortsetzung ins Erdinnere ergebenden Verlauf der Schwere entlang der Stollen und Schächte sowie die daraus resultierenden Nivellementreduktionen. Für die Schächte Göstritz und Fröschnitzgraben untersuchen wir außerdem den Einfluss der Lotabweichungen auf die in diesen Schächten vorgesehenen Lotungsmessungen.

### 8.6.2 Schacht Göstritz

Abbildung 33 zeigt Schwerewerte und orthometrische Reduktion für ein gedachtes „senkrecht“ Nivellement“ im Schacht Göstritz, berechnet in 10-m-Schritten (Start des gedachten Nivellements in 740 m ü. A., oberes Schachtende).



**Abbildung 33: Schwere und orthometrische Reduktion Schacht Göstritz**

Es können folgende Feststellungen getroffen werden:

- Die Schwere verläuft annähernd linear

und

- die Gesamtreduktion ist klein (0,25 mm).

Dass die Reduktionen klein sind, überrascht nicht, bewegen wir uns doch im hier betrachteten Nivellement annähernd entlang der physikalischen Lotlinie (die Fortsetzung ins Erdinnere erfolgt entlang der Ellipsoidnormalen). Gemäß der Theorie entspricht die orthometrische Höhe der Länge der Lotlinie; es ist also zu erwarten, dass eine orthometrische Reduktion für ein gedachtes Nivellement entlang dieser Lotlinie nahe Null ist. Neben der Tatsache, dass wir uns entlang der Ellipsoidnormalen bewegen, können die ermittelten Reduktionswerte zu einem gewissen Grad auch durch Modellierungsfehler bedingt sein.

In Abbildung 34 ist der Verlauf der Lotabweichungen entlang des Schachtes dargestellt. Die Lotabweichungen verlaufen annähernd linear und ändern sich mit der Tiefe geringfügig, da der Schacht in einem Bereich liegt, in dem sich die Lotabweichung zwischen der Erdoberfläche und dem Trassenniveau nicht stark ändert (vgl. Abbildung 21).

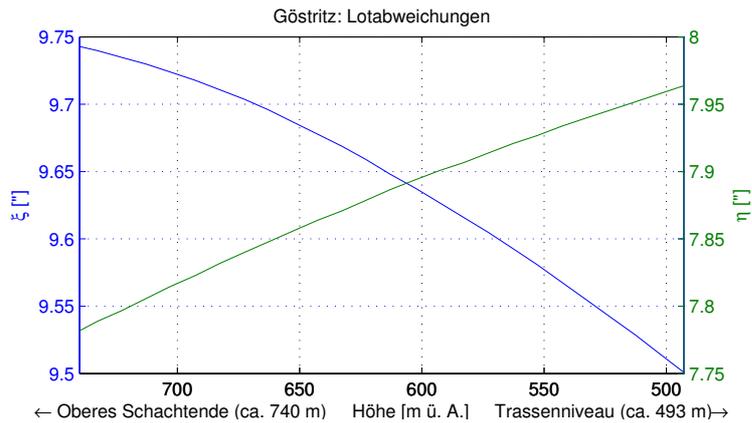


Abbildung 34: Lotabweichungen Schacht Göstritz

### 8.6.3 Schacht Fröschnitzgraben

Für diesen ca. 400 m langen Schacht erfolgte die Untersuchung des Schwereinflusses bei Berechnung in 10-m-Schritten und in 100-m-Schritten. Da auch hier die Lotung praktisch entlang der Lotlinie erfolgt, sind die resultierenden Reduktionen wieder sehr klein. Die Ergebnisse bei einer Schrittweite von 100 m unterscheiden sich nicht wesentlich von jenen bei einer Schrittweite von 10 m.

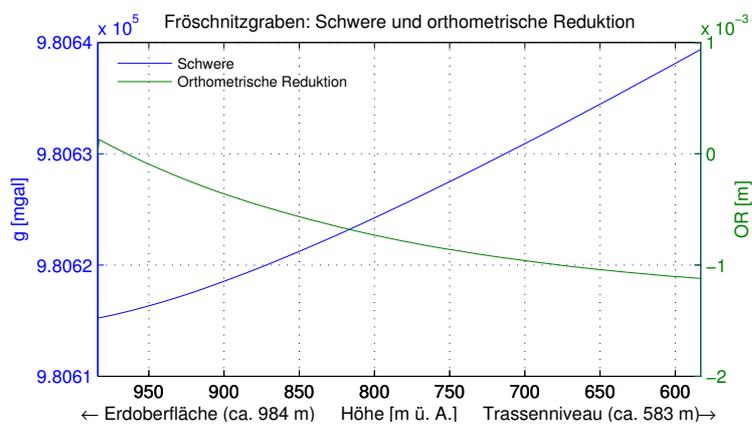
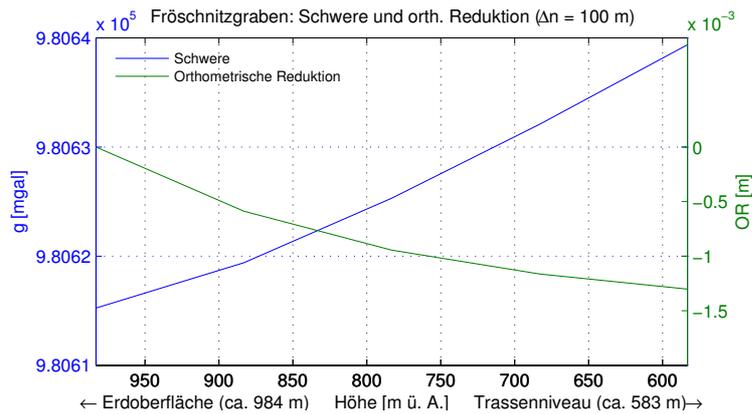
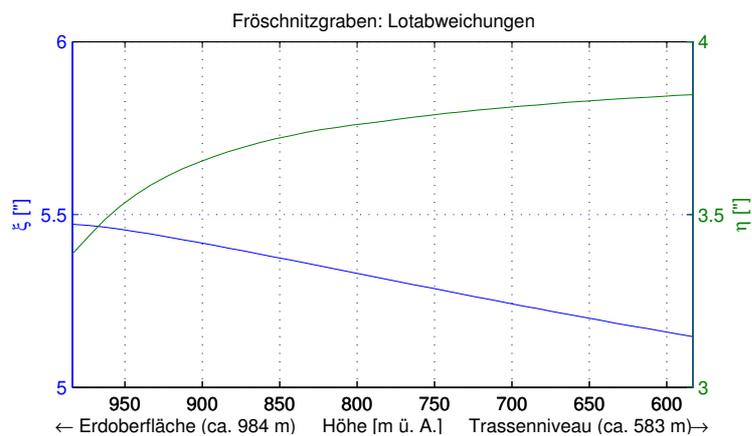


Abbildung 35: Schwere und orthometrische Reduktion Schacht Fröschnitzgraben (10-m-Schritte)



**Abbildung 36: Schwere und orthometrische Reduktion Schacht Frörschnitzgraben (100-m-Schritte)**

Auch dieser Schacht liegt an einer Stelle mit geringer Änderung der Lotabweichungen mit der Tiefe (vgl. Abbildung 21). Die Ostkomponente  $\eta$  weist allerdings einen deutlich nichtlinearen Verlauf auf (Abbildung 37).



**Abbildung 37: Lotabweichungen Schacht Frörschnitzgraben**

#### 8.6.4 Zugangstollen Grautschenhof

Entlang des Zugangstollens Grautschenhof wurden 11 Punkte digitalisiert. Das gedachte Nivellement erstreckt sich an der Erdoberfläche ausgehend vom Punkt 942144 ( $H = 811$  m) bis zum Anfangspunkt des Stollens ( $H = 762$  m). Ab hier wird ein gleichmäßiges Absinken des Stollens bis auf das Trassenniveau des Tunnels ( $H = 648$  m) angenommen.

Zwecks Vergleich, welchen Einfluss die Berücksichtigung des Nivellementweges bei vergleichsweise eher kurzen Distanzen hat, wurden die Reduktionen einmal mit und einmal ohne Zwischenpunkte berechnet. Die Ergebnisse sind weitgehend ähnlich und liegen für die orthometri-

sche Reduktion im Bereich von –2 mm, für die normalorthometrische Reduktion bei 0,7 mm und für die Normalhöhenreduktion bei –3 mm.

**Tabelle 29: Zugangsstollen Grautschenhof: Nivellementreduktionen**

<b>Method</b>	<b>OR [m]</b>	<b>NOR [m]</b>	<b>NR [m]</b>
mit Zwischenpunkten	-0.0025	0.0007	-0.0030
ohne Zwischenpunkte	-0.0022	0.0007	-0.0028

## 8.7 Lotungen

In Tabelle 30 sind die durch die Lotabweichung bedingten Koordinatenfehler am Schachtfuß (bei Lotung von oben nach unten) beziehungsweise am Schachtkopf (bei Lotung von unten nach oben, vgl. Abschnitt 6.3) wiedergegeben.

**Tabelle 30: Lotabweichungsbedingte Koordinatenfehler am Schachtfuß (bei Lotung von oben nach unten) und am Schachtkopf (bei Lotung von unten nach oben)**

<b>Schacht</b>	<b>dN (unten) [m]</b>	<b>dO (unten) [m]</b>	<b>dN (oben) [m]</b>	<b>dO (oben) [m]</b>
<b>Göstritz</b>	-0.0117	-0.0093	0.0114	0.0095
<b>Fröschnitzgraben</b>	-0.0106	-0.0066	0.0100	0.0075

Für den Schacht Göstritz ergeben sich Koordinatenfehler mit maximalen Beträgen von 1,2 cm in der Nordkomponente und 1,0 cm in der Ostkomponente, am Fröschnitzgraben erreichen die Fehler ca. 1 cm in der Nordkomponente und 7 mm in der Ostkomponente.

## 9 Höhenproblematik am Koralmtunnel

### 9.1 Untersuchungsgebiet

Das Untersuchungsgebiet erstreckt sich über einen Bereich von circa  $30 \times 50$  km zwischen  $46^\circ 39,6'$  und  $46^\circ 54'$  geographischer Breite und zwischen  $14^\circ 24'$  und  $15^\circ 36'$  geographischer Länge. In diesem Bereich befinden sich 153 Schweredatenpunkte. Für den Koralmtunnel beschränken wir uns auf die Betrachtung von Schwereanomalien und daraus resultierenden Nivelementkorrekturen entlang der Trasse.

### 9.2 Variogrammanalyse

Die Variogrammanalyse erfolgte auf die gleiche Weise wie am Semmering (vgl. Abschnitt 8.3.2). Die Ergebnistabelle und die Kenndaten der angepassten Variogramme finden sich in Anhang A.2. Als projiziertes System wird hier das UTM-System (Zone 33) verwendet. Der Bezugsmeridian  $\lambda_0 = 15^\circ$  E liegt zentral im Projektgebiet, sodass die Verzerrungen klein bleiben.

Folgende Datensätze werden betrachtet:

- Geographische Koordinaten (WGS84), gesamter Datensatz
- Geographische Koordinaten (WGS84), eingeschränkt auf ein Gebiet von  $200 \times 200$  km
- UTM-Koordinaten (Zone 33), eingeschränkt auf ein Gebiet von  $200 \times 200$  km

Für die Koralm ergeben sich die kleinsten RMS-Werte bei Verwendung geographischer Koordinaten mit dem Standardvariogramm ( $RMS = 2,4$  mgal, vgl. Anhang A.2). Im vorliegenden Fall kann also auf eine Vorprozessierung der Daten (Einschränkung auf beschränktes Gebiet, Überführung in ein projiziertes Koordinatensystem) verzichtet werden.

### 9.3 Schwere entlang der Trasse

#### 9.3.1 Höhenprofil und Schwere

Abbildung 38 zeigt das Höhenprofil entlang von Gleis 1 des Koralmtunnels. In Abbildung 39 sind die Verläufe der interpolierten Schwerewerte an der Erdoberfläche sowie die prädierten Schweren im Trassenniveau dargestellt, die maximale Änderung zwischen Erdoberfläche und Trasse liegt unter 150 mgal. In allen Abbildungen repräsentiert die x-Achse die Bahnkilometer (ermittelt aus den gegebenen Punktnummern), die Schnitte verlaufen also entlang des Gleises von Ost nach West.

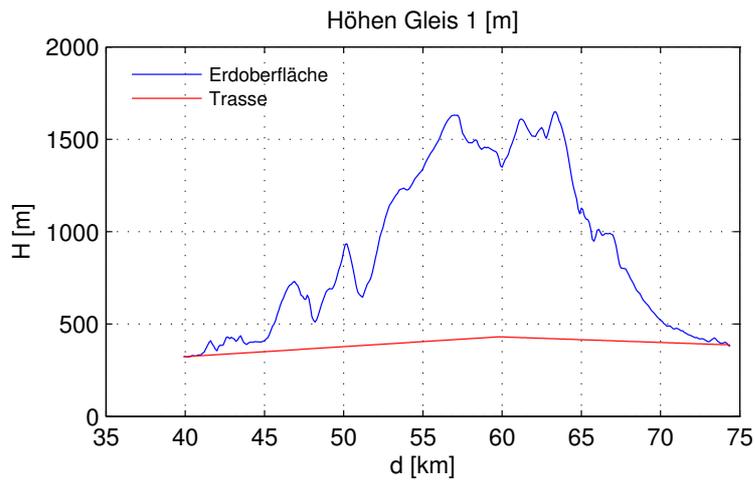


Abbildung 38: Höhenprofil entlang von Gleis 1 (Ost-West)

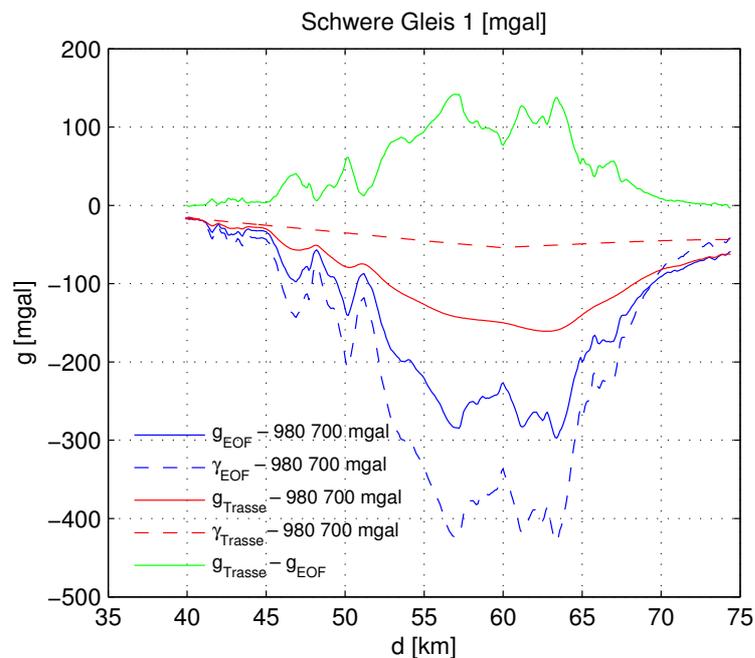


Abbildung 39: Schwere entlang von Gleis 1 (Ost-West)

### 9.3.2 Nivellementreduktionen

In Abbildung 40 ist der Verlauf der orthometrischen (OR), normal-orthometrischen (NOR) und der Normalhöhenreduktionen (NR) dargestellt. Die in Tabelle 31 wiedergegebenen Beträge der Nivellementreduktionen zeigen, dass lediglich bei Verwendung orthometrischer Höhen mit maximalen Korrekturen von 5,1 cm eine Berücksichtigung der OR auf jeden Fall anzuraten ist. Die NOR und die NR bleiben im Rahmen von maximal 3 mm. Ausführliche Daten für sämtliche Trassenpunkte können dem Excel-Dokument *Trasse\_Koralm.xlsx* entnommen werden.

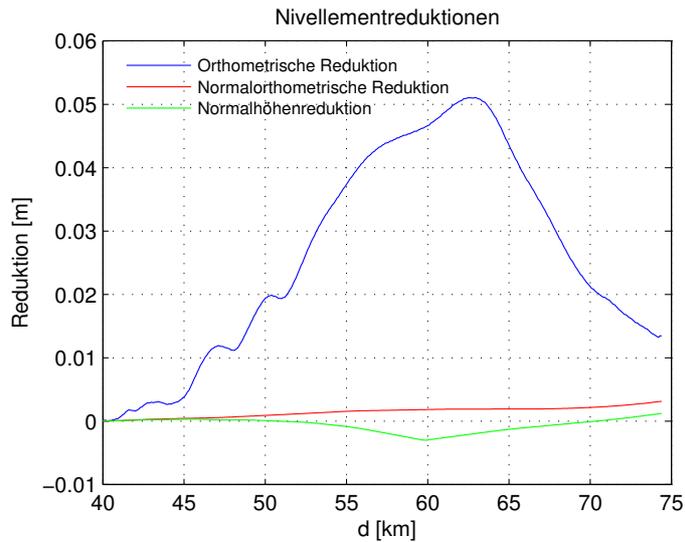


Abbildung 40: Nivellementreduktionen entlang von Gleis 1 (Ost-West)

Tabelle 31: Nivellementreduktionen: ausgewählte Werte

Reduktion	OR [m]	NOR [m]	NR [m]
Max	0.0511	0.0031	0.0012
Min	0.0000	0.0000	-0.0030
Tunnelende	0.0135	0.0031	0.0012

### 9.3.3 Vergleich Mittelschwere nach Helmert – Mittelschwere mittels TC

Abbildung 41 zeigt die Differenzen zwischen den OR unter Verwendung der Mittelschwere nach Helmert, Glg. ( 49 ), und unter Verwendung der Mittelschwere aus TC (vgl. hierzu Abschnitt 8.4.4). Die Differenzen liegen im Bereich bis maximal 2 mm, sodass der Unterschied zwischen beiden Methoden i. d. R. nicht signifikant ist.

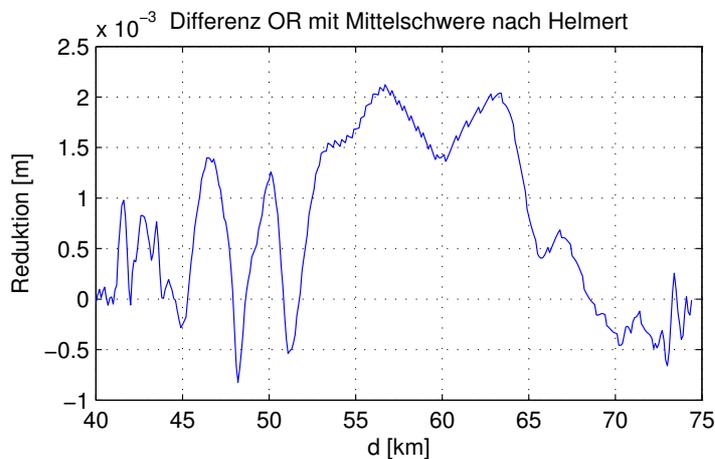


Abbildung 41: Differenz zwischen OR (Mittelschwere Helmert) und OR (Mittelschwere TC)

### 9.3.4 Einfluss von Fehlern in den Schweredaten

#### 9.3.4.1 Einleitung

Die Untersuchungen zum Einfluss von Fehlern in den Schweredaten auf das Ergebnis der Nivellementreduktionen erfolgen nach der gleichen Vorgehensweise wie am Semmering. Für tiefergehende Betrachtungen zum Thema sei der Leser auf Abschnitt 8.4.5.1 verwiesen. Die Ergebnisse, welche in den folgenden drei Unterabschnitten zusammengefasst werden, sind qualitativ gleichwertig zu den am Semmering erzielten.

#### 9.3.4.2 Bias

Ein Bias von 15 mgal in sämtlichen Schwerewerten zeigt keine Auswirkungen auf die OR (vgl. Abschnitt 8.4.5.2). Für die NR liegen die Fehler im Bereich von maximal 1,6 mm.

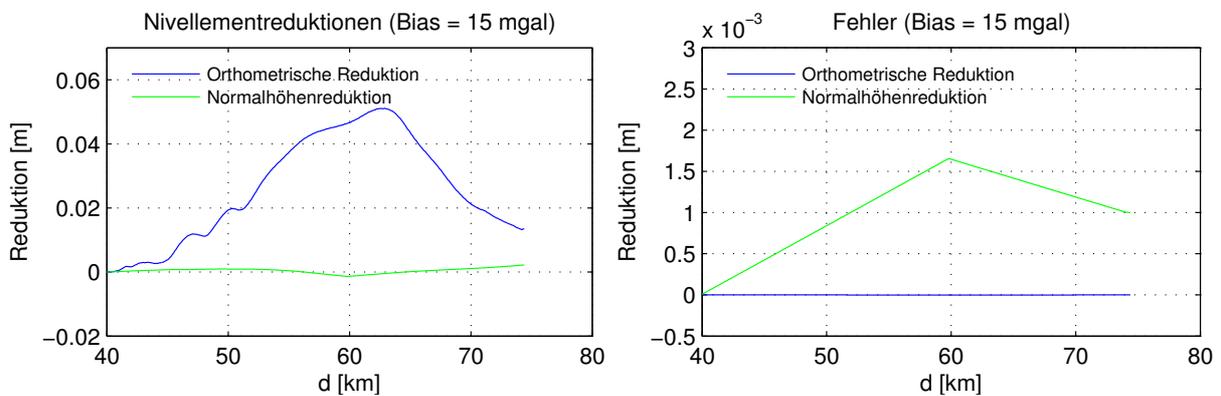


Abbildung 42: Verhalten der Reduktionen bei einem Bias von 10 mgal

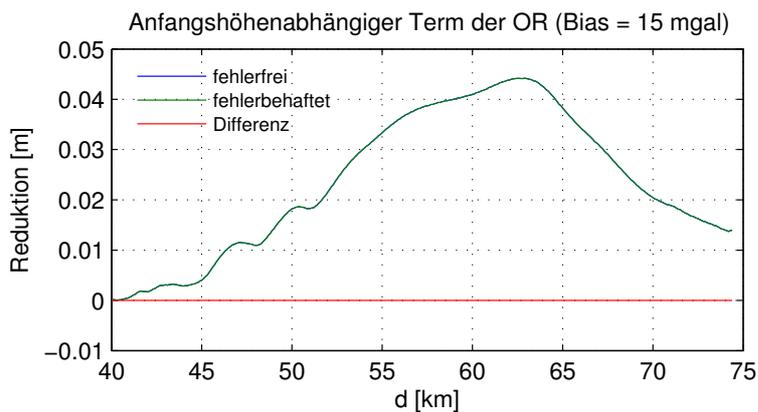


Abbildung 43: Verhalten des anfangshöhenabhängigen Terms der OR bei einem Bias von 10 mgal

### 9.3.4.3 Rauschen

Ein Rauschen ( $\sigma = 10$  mgal) hat insbesondere Einfluss auf die OR (max. Fehler 1,5 cm). Dies liegt daran, dass nur dort die gemessenen Schwerewerte in den ersten Term der Gleichung für die Reduktion (anfangshöhenabhängiger Teil) eingehen (Abbildung 45). Für die NR liegt der Fehler im Bereich von max. 0,1 mm.

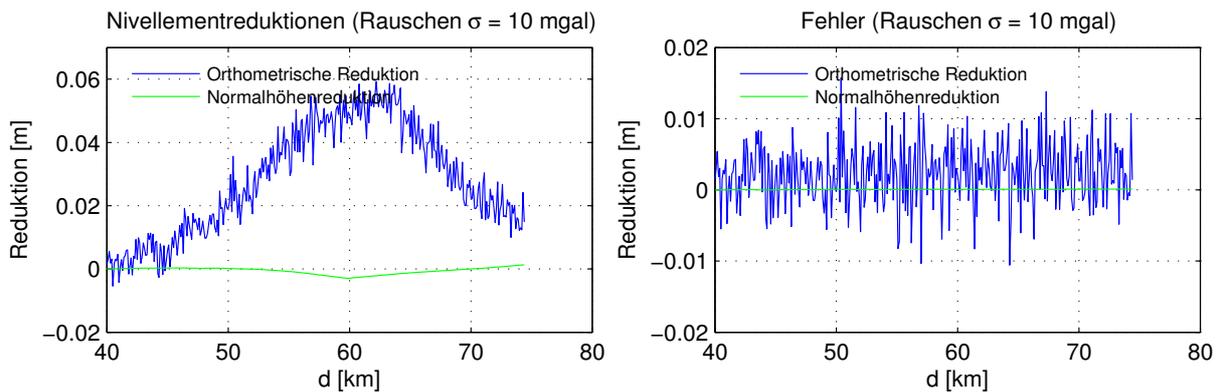


Abbildung 44: Verhalten der Reduktionen bei einem Rauschen mit  $\sigma = 15$  mgal

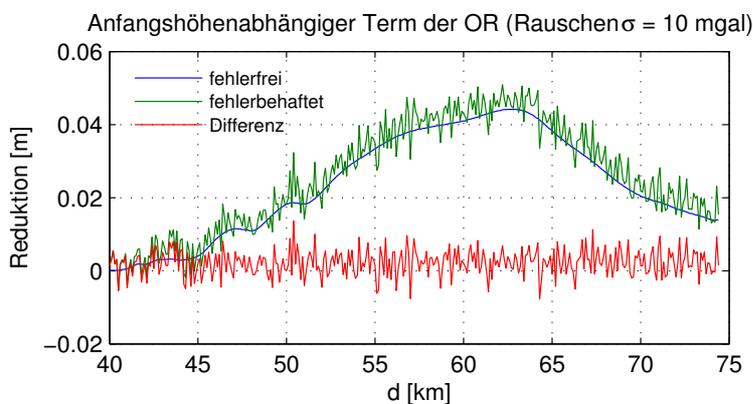


Abbildung 45: Verhalten des anfangshöhenabhängigen Terms der OR bei einem Rauschen von  $\sigma = 15$  mgal

### 9.3.4.4 Drift

Für die OR ergibt sich aufgrund des anfangshöhenabhängigen Terms aus dem Drift auch hier nahezu wieder ein Drift (max. Fehler 6 mm). In der NR wirkt sich der Fehler lediglich im zweiten Term aus, der von den nivellierten Höhenunterschieden abhängig ist. Daher ist der Einfluss dort klein (max. 0,4 mm).

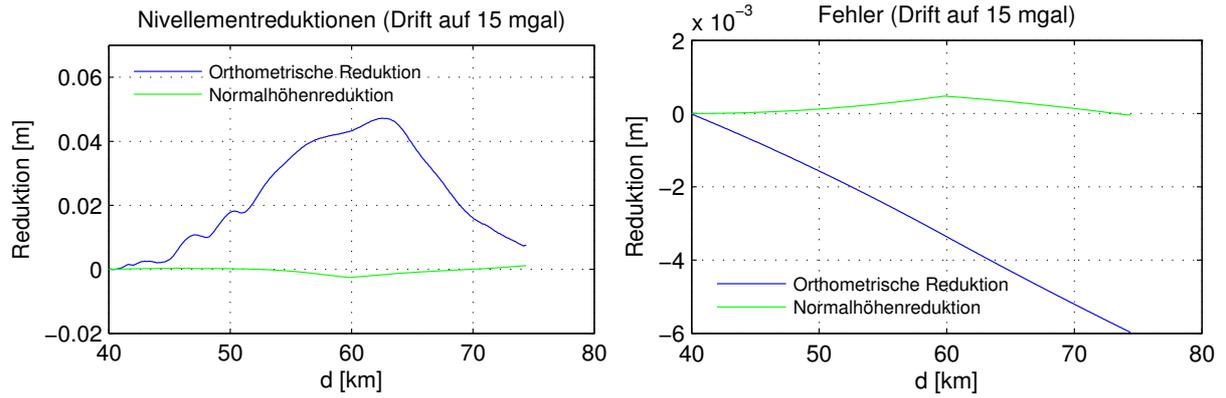


Abbildung 46: Verhalten der Reduktionen bei einer Drift von 0 mgal auf max. 15 mgal

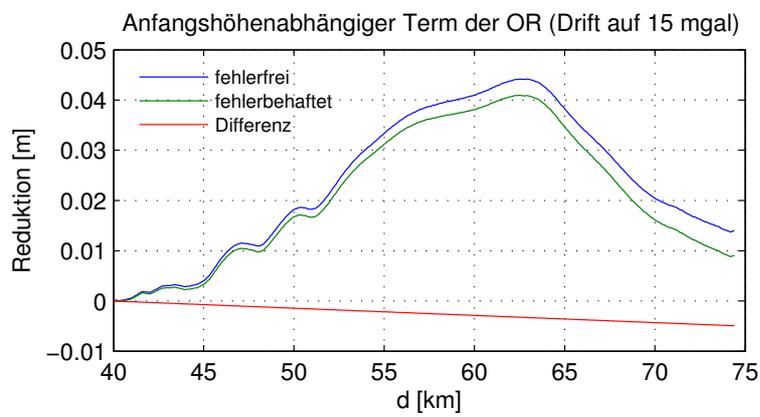


Abbildung 47: Verhalten des anfangshöhenabhängigen Terms der OR bei einer Drift von 0 mgal auf max. 15 mgal

## 10 Korrelation von Freiluftanomalien mit der Höhe

Nicht topographisch reduzierte Freiluftanomalien weisen in bergigen Regionen eine Abhängigkeit von der Topographie auf (HOFMANN-WELLENHOF und MORITZ 2006 Kap. 9.7). Ist die Korrelation der Freiluftanomalien mit der Höhe ausreichend groß, so kann ein linearer Zusammenhang

$$\widetilde{\Delta g}(H) = a + b \cdot H \quad (56)$$

als einfaches näherungsweise Prädiktionsverfahren für die Schwereanomalien herangezogen werden. Auskunft über die Korrelation zweier Größen gibt der Korrelationskoeffizient:

$$\rho_{1,2} = \frac{\sigma_{1,2}}{\sigma_1 \cdot \sigma_2} \quad (57)$$

Sind die Freiluftanomalien stark mit der Höhe korreliert, liegt es nahe, eine Regressionsgerade gemäß Glg. (56) zur Abschätzung von  $\Delta g$  durch die Punkte zu legen. Diese berechnet sich nach dem Gauß-Markov-Modell

$$\mathbf{A} \mathbf{x} = \mathbf{l} + \mathbf{v}, \quad (58)$$

mit dem Parametervektor

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \quad (59)$$

und der Designmatrix

$$\mathbf{A} = (\mathbf{1}_{n \times 1} \quad \mathbf{H}_{n \times 1}). \quad (60)$$

Der Beobachtungsvektor  $\mathbf{l}$  enthält die gemessenen Schwereanomalien,  $\mathbf{v}$  ist der Vektor der Verbesserungen.  $\mathbf{H}$  enthält die Höhen der Punkte, in denen die Schwereanomalien beobachtet wurden. Unter Annahme gleich genauer Beobachtungen berechnet sich die Schätzung für die Parameter der Gerade zu

$$\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{l} \quad (61)$$

Eine Genauigkeitsabschätzung für die Ausgleichsergebnisse lässt sich aus den Verbesserungen  $\mathbf{v}$  über den A-posteriori-Varianzfaktor  $\hat{\sigma}_0^2$  bestimmen. Dieser berechnet sich gemäß

$$\mathbf{v} = \mathbf{A} \hat{\mathbf{x}} - \mathbf{l} \quad (62)$$

und

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{\mathbf{v}^T \mathbf{v}}{n - u}, \quad (63)$$

wobei für  $n$  die Anzahl der Beobachtungen und für  $u$  die Anzahl der geschätzten Parameter ( $u = 2$ ) einzusetzen sind.

## 10.1 Semmering

Es ergibt sich ein Korrelationskoeffizient von  $\rho_{H,\Delta g} = 0,9442$ , was bedeutet, dass die Schwereanomalien im Untersuchungsgebiet stark mit der Höhe korreliert sind.

Für das Untersuchungsgebiet am Semmering ergeben sich für die Regressionsgerade folgende Parameter:

$$a = -35,3281 \text{ mgal}$$

$$b = 0,0974 \frac{\text{mgal}}{\text{m}}$$

$$\hat{\sigma}_0 = 11,0641 \text{ mgal}$$

Wie der Quadratwurzel des A-Posteriori-Varianzfaktors,  $\hat{\sigma}_0$ , entnommen werden kann, lässt sich die Schwere im Bereich des Semmering mit diesem Ansatz auf ca. 10–15 mgal genau präzisieren.

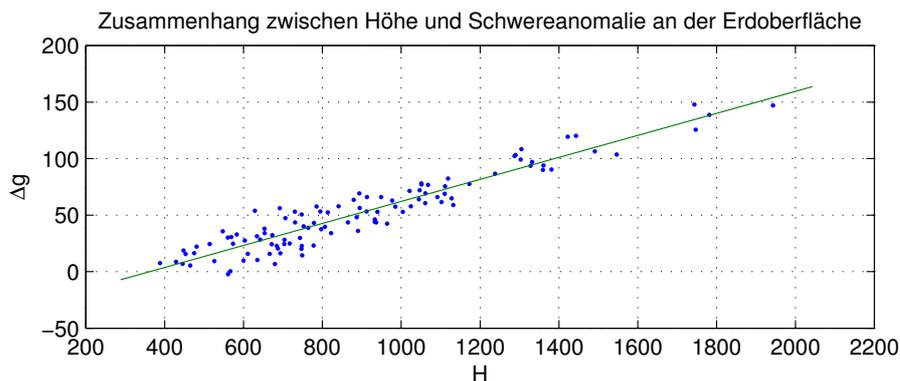


Abbildung 48: Semmering - Zusammenhang zwischen Höhe und Schwereanomalie an der Erdoberfläche

Abbildung 49 zeigt die Elemente des Verbesserungsvektors,  $v_i$ , die sich aus dem Ausgleich ergeben. Es zeigt sich, dass die Schwereanomalien in Tälern tendenziell zu hoch, auf Bergkuppen tendenziell zu niedrig geschätzt werden.

In Abbildung 50 sind die Differenzen zwischen den hier mittels linearer Regression ermittelten Schwereanomalien und den in Abschnitt 8.4 verwendeten Werten wiedergegeben, Tabelle 32 gibt ihre statistischen Parameter an. Die Fehler bei Schätzung mittels linearer Regression bleiben weitgehend unter 10 mgal. Die daraus resultierenden Fehler in den Nivellementreduktionen bewegen sich im Bereich von maximal 9 mm für die OR. Wendet man neben der linearen Regression für die Schwereanomalien noch die Mittelschwere nach Helmert an, so wächst der maximale Fehler auf 1,3 cm. Die Fehler in der NR bleiben unter einem Millimeter, sind also praktisch nicht relevant.

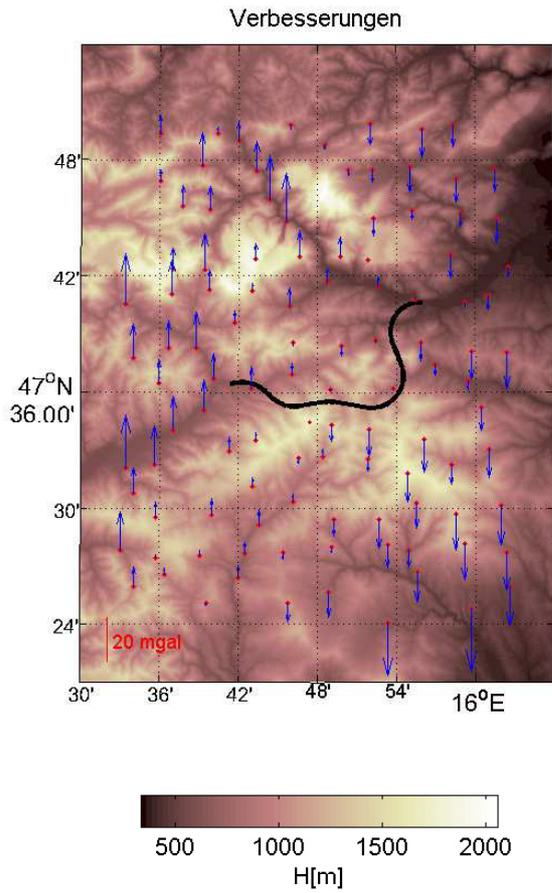


Abbildung 49: Semmering - Verbesserungen aus Ausgleich

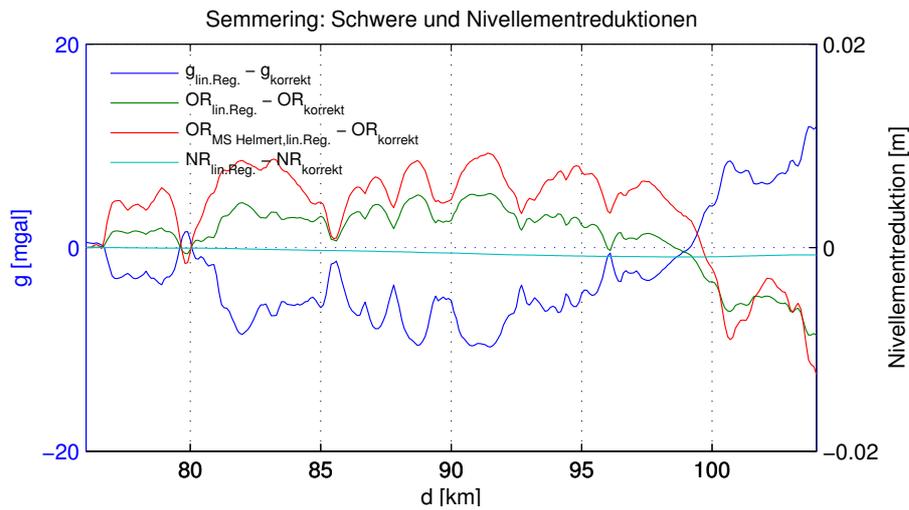


Abbildung 50: Semmering: Auswirkung der Näherung auf die Nivellementreduktion

Tabelle 32: Semmering: Statistische Parameter der Differenzen

	Min	Max	Mittelwert	Stdabw.
$\Delta g_{\text{lin.Reg.}} - \Delta g_{\text{korrekt}}$ [mgal]	-9.77	11.89	-2.58	5.21
$OR_{\text{lin.Reg.}} - OR_{\text{korrekt}}$ [m]	-0.0086	0.0053	0.0010	0.0033
$OR_{\text{MS Helmert, lin.Reg.}} - OR_{\text{korrekt}}$ [m]	-0.0125	0.0093	0.0036	0.0048
$NR_{\text{lin.Reg.}} - NR_{\text{korrekt}}$ [m]	-0.0009	0.0000	-0.0005	0.0003

## 10.2 Koralm

Der Korrelationskoeffizient beträgt hier  $\rho_{H,\Delta g} = 0,8975$ . Das heißt, die Schwereanomalien sind weniger stark mit der Höhe korreliert als im Semmering-Gebiet.

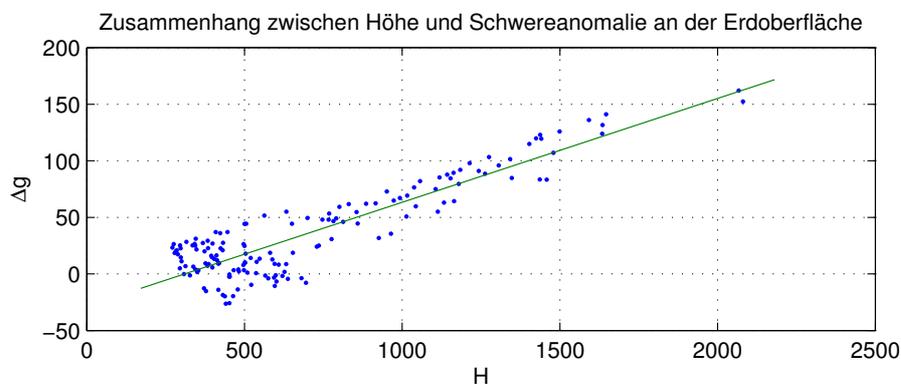


Abbildung 51: Koralm – Zusammenhang zwischen Höhe und Schwereanomalie an der Erdoberfläche

Die Parameter für die Regressionsgerade ergeben sich zu

$$a = -28,5191 \text{ mgal}$$

$$b = 0,0918 \frac{\text{mgal}}{\text{m}}$$

$$\hat{\sigma}_0 = 18,1412 \text{ mgal}$$

Die Parameter weichen von den am Semmering ermittelten ab. Die Schwere wird mit diesem einfachen Ansatz nur auf ca. 15–20 mgal genau bestimmt. Die Qualität dieser einfachen Prädiktionmethode ist an der Koralm also schlechter als im Semmering-Gebiet.

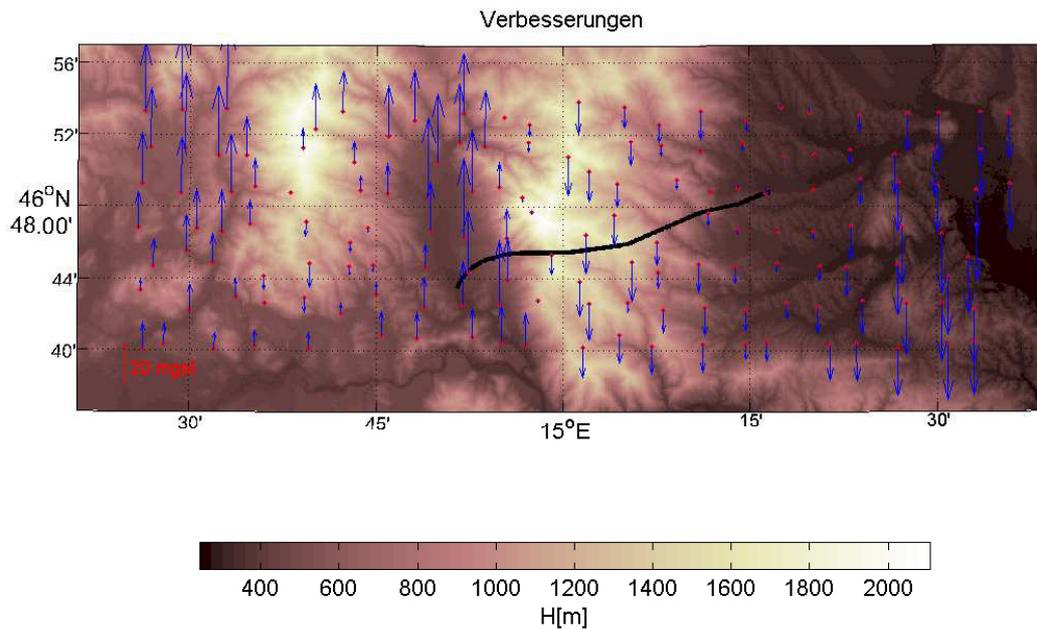


Abbildung 52: Koralm - Verbesserungen aus Ausgleich

Die in Abbildung 52 dargestellten Elemente des Verbesserungsvektors  $v_i$  zeigen einen Trend in West-Ost-Richtung. Während die Schwereanomalien mittels der linearen Regression im Westen tendenziell zu groß prädiert werden (insbesondere in den in Nord-Süd-Richtung verlaufenden Tälern), werden sie im östlichen Bereich des Untersuchungsraumes tendenziell zu niedrig geschätzt (auch im Tal). Große Abweichungen sind insbesondere im Lavanttal im Bereich des Westportals des Koralmtunnels festzustellen.

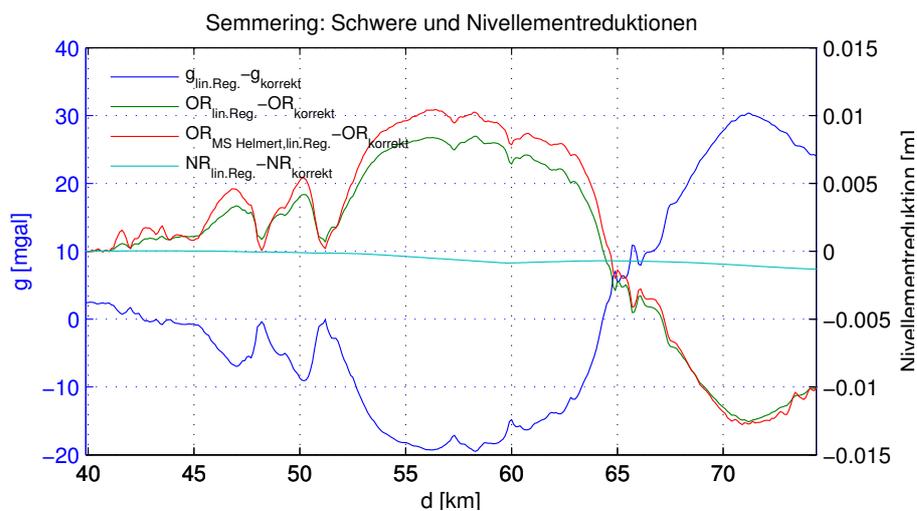


Abbildung 53: Koralm: Auswirkung der Näherung auf die Nivellementreduktion

Betrachtet man die Fehler der Schwereanomalien, die durch die lineare Regression entstehen, so stellt man fest, dass der maximale Fehler hier mit  $-19,51$  mgal weitaus größer ist als am Semmering (Abbildung 53, Tabelle 33). Dementsprechend erreichen die Fehler der OR einen Wert von  $1,2$  cm, die NR ist um maximal  $1,3$  mm verfälscht.

**Tabelle 33: Koralm: Statistische Parameter der Differenzen**

	Min	Max	Mittelwert	Stdabw.
$\Delta g_{\text{lin.Reg.}} - \Delta g_{\text{korrekt}}$ [mgal]	-19.51	30.37	-0.20	15.45
$OR_{\text{lin.Reg.}} - OR_{\text{korrekt}}$ [m]	-0.0126	0.0085	0.0005	0.0066
$OR_{\text{MS Helmert, lin.Reg.}} - OR_{\text{korrekt}}$ [m]	-0.0128	0.0104	0.0012	0.0072
$NR_{\text{lin.Reg.}} - NR_{\text{korrekt}}$ [m]	-0.0013	0.0000	-0.0005	0.0004

### 10.3 Fazit

Die einfache Methode, Schwereanomalien allein durch Schätzung eines linearen Zusammenhangs zwischen der Höhe und einer Stichprobe gemessener Schwereanomalien zu präzisieren, ist für lokale Anwendungen geeignet, wenn keine hohen Anforderungen an die Genauigkeit der prädierten Schwereanomalien gestellt werden. In den betrachteten Gebieten konnte mit dieser Methode eine Prädiktionsgenauigkeit zwischen  $10$  und  $20$  mgal erreicht werden.

Die aus den so prädierten Schwerewerten ermittelten Nivellementkorrekturen unterscheiden sich im Bereich von maximal einem Zentimeter von jenen, die mittels exakterer Berechnungsmethoden gewonnen wurden. Insbesondere kann festgestellt werden, dass dies – bei geringfügig verminderter Genauigkeit – auch gilt, wenn die beiden einfachen Verfahren der linearen Regression zur Schätzung der Oberflächenschwere und der Berechnung der Mittelschwere nach Helmert im Rahmen der Bestimmung der Nivellementreduktionen kombiniert werden.

## 11 Abschließende Bemerkungen

Zur Beurteilung der Erfüllbarkeit von Genauigkeitsanforderungen im ingenieurgeodätischen Bereich ist eine Kenntnis der Schwerefeldparameter unerlässlich.

Messergebnisse werden nicht nur durch die Daten selbst, sondern auch durch die auf sie angewandten Prozessierungsschritte beeinflusst. Für Interpolationsmethoden wie das Kriging ist eine möglichst gute Modellierung der stochastischen Eigenschaften der Daten unerlässlich, damit das Ergebnis das tatsächliche Verhalten der Daten möglichst exakt wiedergibt.

Es konnte gezeigt werden, dass die Nivellementkorrekturen für orthometrische Höhen am Semmering wie an der Koralm Werte von mehreren Zentimetern erreichen können; eine Berücksichtigung ist also, abhängig von den für die Projekte definierten Genauigkeitsanforderungen, in jedem Fall zu prüfen. Die Berechnung der Mittelschwere ist als problematisch einzuschätzen, da sie nicht hypothesenfrei möglich ist. Eine Berechnung von Nivellementkorrekturen mittels der Mittelschwere nach Helmert unterscheidet sich im Ergebnis jedoch nur minimal von Berechnungen, bei denen die Mittelschwere durch Fortsetzen der Schwere ins Erdinnere mit Berücksichtigung der Topographie berechnet wurde. Die Nivellementreduktionen für Normalhöhen und normalorthometrische Höhen bleiben weit unter einem Zentimeter, können also in der Regel als vernachlässigbar angesehen werden.

Fehler in den Schweredaten wirken sich im Wesentlichen auf die Ergebnisse für die orthometrische Reduktion aus, wobei sich die Fehler im Bereich von unter 2 cm bewegen, wenn man für die Fehler ein Rauschen von  $\sigma = 10$  mgal annimmt.

Die simple Methode der Prädiktion von Schwereanomalien nach der Höhe mittels linearer Regression kann – abhängig von den definierten Genauigkeitsanforderungen – durchaus als praktikabel angesehen werden. Für die Projektgebiete am Semmering und an der Koralm ergeben sich für die Schwereanomalien an der Erdoberfläche RMS-Werte im Bereich von 10–15 mgal.

# Anhang

## A.1 Variogrammanalyse Semmering

Tabelle 34: Variogrammanalyse Semmering: Schwereanomalie  $\Delta g$  [mgal] – Ergebnisse

	GK-Koordinaten (M34)			WGS 84 (M34)		WGS 84 (gesamt)	
	Standardvario- gramm	Anisotropes. Variogr. <i>Keine Trendberein.</i>	Isotropes Variogr. <i>Keine Trendberein.</i>	Standardvario- gramm	Anisotropes Variogr. <i>Keine Trendberein.</i>	Standardvario- gramm	Anisotropes Variogr. <i>Keine Trendberein.</i>
Min	-6.325	-6.108	-6.325	-6.612	-6.092	-6.612	-5.851
Max	5.883	5.638	5.883	6.345	5.547	6.345	5.465
$\sigma$	1.853	1.811	1.853	1.943	1.821	1.943	1.768
RMS	1.853	1.811	1.853	1.943	1.822	1.943	1.769
Bias	-0.037	-0.044	-0.037	-0.014	-0.068	-0.014	-0.061

Tabelle 35: Variogrammanalyse Semmering: Schwereanomalie  $\Delta g$  [mgal] – Komponenten der Semivariogramme

GK-Koordinaten (M34)		WGS84-Koordinaten (M34)		WGS84-Koordinaten (gesamt)	
<b>Anisotropes Variogramm</b> <i>Keine Trendbereinigung</i>		<b>Anisotropes Variogramm</b> <i>Keine Trendbereinigung</i>		<b>Anisotropes Variogramm</b> <i>Keine Trendbereinigung</i>	
Component Type:	Quadratic	Component Type:	Exponential	Component Type:	Quadratic
Anisotropy Angle:	12.55	Anisotropy Angle:	0	Anisotropy Angle:	9.354
Anisotropy Length:	119700	Anisotropy Length:	0.847	Anisotropy Length:	4.58
Anisotropy Ratio:	1.196	Anisotropy Ratio:	1.86	Anisotropy Ratio:	2
Variogram Scale:	215.5	Variogram Scale:	257.3	Variogram Scale:	528
<b>Isotropes Variogramm</b> <i>Keine Trendbereinigung</i>					
Component Type:	Quadratic				
Anisotropy Angle:	12.55				
Anisotropy Length:	119700				
Anisotropy Ratio:	1				
Variogram Scale:	223.5				

Tabelle 36: Variogrammanalyse Semmering: Lotabweichung  $\xi$  ["] – Ergebnisse

	GK-Koordinaten (M34)				WGS 84 (M34)				WGS 84 (gesamt)			
	Anisotropes Variogramm				Anisotropes Variogramm				Anisotropes Variogramm			
	Stan- dardvario- gramm	Keine Trend- bereini- gung	Lin. Trend	Quad. Trend	Stan- dardvario- gramm	Keine Trend- bereini- gung	Lin. Trend	Quad. Trend	Stan- dardvario- gramm	Keine Trend- bereini- gung	Lin. Trend	Quad. Trend
<b>Min</b>	-2.640	-2.293	-2.227	-2.093	-2.941	-2.226	-2.204	-2.269	-2.941	-2.267	-2.226	-2.374
<b>Max</b>	1.507	1.328	1.506	1.681	1.291	1.314	1.445	1.470	1.291	1.653	1.640	1.623
<b><math>\sigma</math></b>	1.365	1.167	1.199	1.265	1.366	1.128	1.173	1.196	1.366	1.314	1.286	1.346
<b>RMS</b>	1.366	1.173	1.203	1.268	1.370	1.133	1.178	1.200	1.370	1.314	1.288	1.346
<b>Bias</b>	-0.052	0.111	0.089	0.080	-0.098	0.095	0.104	0.089	-0.098	0.044	0.067	0.007

Tabelle 37: Variogrammanalyse Semmering: Lotabweichung  $\eta$  ["] – Ergebnisse

	GK-Koordinaten (M34)				WGS 84 (M34)				WGS 84 (gesamt)			
	Anisotropes Variogramm				Anisotropes Variogramm				Anisotropes Variogramm			
	Stan- dardvario- gramm	Keine Trend- bereini- gung	Lin. Trend	Quad. Trend	Stan- dardvario- gramm	Keine Trend- bereini- gung	Lin. Trend	Quad. Trend	Stan- dardvario- gramm	Keine Trend- bereini- gung	Lin. Trend	Quad. Trend
<b>Min</b>	-0.580	-0.845	-0.449	-0.448	-0.703	-0.525	-0.562	-0.437	-0.703	-0.880	-0.855	-0.679
<b>Max</b>	2.808	2.893	2.722	2.399	2.685	2.619	2.548	2.640	2.685	3.068	2.751	2.626
<b><math>\sigma</math></b>	0.992	1.063	0.939	0.850	0.958	0.915	0.930	0.955	0.958	1.142	1.049	0.988
<b>RMS</b>	1.059	1.170	1.021	0.889	1.036	0.978	0.996	1.056	1.036	1.269	1.175	1.085
<b>Bias</b>	0.348	0.462	0.378	0.248	0.371	0.324	0.336	0.425	0.371	0.521	0.500	0.424

Tabelle 38: Variogrammanalyse Semmering: Lotabweichung  $\xi$  [°] – Komponenten der Semivariogramme

<b>GK-Koordinaten (M34)</b>	<b>WGS 84 (M34)</b>	<b>WGS 84 (gesamt)</b>
<b>Anisotropes Variogramm</b> <i>Keine Trendbereinigung</i>	<b>Anisotropes Variogramm</b> <i>Keine Trendbereinigung</i>	<b>Anisotropes Variogramm</b> <i>Keine Trendbereinigung</i>
Component Type: Linear	Component Type: Linear	Component Type: Quadratic
Anisotropy Angle: 58.2	Anisotropy Angle: 37.82	Anisotropy Angle: 12.39
Anisotropy Ratio: 2	Anisotropy Ratio: 2	Anisotropy Length: 2.5
Variogram Slope: 3.94E-05	Variogram Slope: 2.39	Anisotropy Ratio: 2
		Variogram Scale: 8.32
Component Type: Exponential	Component Type: Exponential	
Anisotropy Angle: 30	Anisotropy Angle: 36.2	
Anisotropy Length: 10240	Anisotropy Length: 0.6979	
Anisotropy Ratio: 2	Anisotropy Ratio: 2	
Variogram Scale: 0.6221	Variogram Scale: 2.308	
<b>Anisotropes Variogramm</b> <i>Linearer Tend</i>	<b>Anisotropes Variogramm</b> <i>Linearer Tend</i>	<b>Anisotropes Variogramm</b> <i>Linearer Tend</i>
Component Type: Linear	Component Type: Linear	Component Type: Quadratic
Anisotropy Angle: 55	Anisotropy Angle: 28.71	Anisotropy Angle: 16.99
Anisotropy Ratio: 1.5	Anisotropy Ratio: 2	Anisotropy Length: 2.2
Variogram Slope: 2.69E-05	Variogram Slope: 1.92	Anisotropy Ratio: 2
		Variogram Scale: 6.67
Component Type: Exponential	Component Type: Exponential	
Anisotropy Angle: 42.4	Anisotropy Angle: 30.08	
Anisotropy Length: 40000	Anisotropy Length: 0.3651	
Anisotropy Ratio: 2	Anisotropy Ratio: 2	
Variogram Scale: 1.83	Variogram Scale: 1.778	
<b>Anisotropes Variogramm</b> <i>Quadratischer Trend</i>	<b>Anisotropes Variogramm</b> <i>Quadratischer Trend</i>	<b>Anisotropes Variogramm</b> <i>Quadratischer Trend</i>
Component Type: Exponential	Component Type: Linear	Component Type: Quadratic
Anisotropy Angle: 25.37	Anisotropy Angle: 11.6	Anisotropy Angle: 4.014
Anisotropy Length: 30690	Anisotropy Ratio: 2	Anisotropy Length: 1.4
Anisotropy Ratio: 1.954	Variogram Slope: 0.703	Anisotropy Ratio: 2
Variogram Scale: 2.53		Variogram Scale: 4.84
	Component Type: Exponential	
	Anisotropy Angle: 20.45	
	Anisotropy Length: 0.1854	
	Anisotropy Ratio: 2	
	Variogram Scale: 1.658	

Tabelle 39: Variogrammanalyse Semmering: Lotabweichung  $\eta$  [°] – Komponenten der Semivariogramme

<b>GK-Koordinaten (M34)</b>	<b>WGS 84 (M34)</b>	<b>WGS 84 (gesamt)</b>
<b>Anisotropes Variogramm</b> <i>Keine Trendbereinigung</i>	<b>Anisotropes Variogramm</b> <i>Keine Trendbereinigung</i>	<b>Anisotropes Variogramm</b> <i>Keine Trendbereinigung</i>
Component Type: Linear	Component Type: Quadratic	Component Type: Quadratic
Anisotropy Angle: 108.9	Anisotropy Angle: 44.35	Anisotropy Angle: 126.7
Anisotropy Ratio: 2	Anisotropy Length: 1.067	Anisotropy Length: 6.579
Variogram Slope: 7.42E-05	Anisotropy Ratio: 1.475	Anisotropy Ratio: 2
	Variogram Scale: 7.371	Variogram Scale: 17.17
<b>Anisotropes Variogramm</b> <i>Linearer Trend</i>	<b>Anisotropes Variogramm</b> <i>Linearer Trend</i>	<b>Anisotropes Variogramm</b> <i>Linearer Trend</i>
Component Type: Exponential	Component Type: Quadratic	Component Type: Quadratic
Anisotropy Angle: 69.59	Anisotropy Angle: 58.47	Anisotropy Angle: 99.36
Anisotropy Length: 37950	Anisotropy Length: 1.117	Anisotropy Length: 3.597
Anisotropy Ratio: 2	Anisotropy Ratio: 2	Anisotropy Ratio: 2
Variogram Scale: 6.564	Variogram Scale: 6.239	Variogram Scale: 10.2
<b>Anisotropes Variogramm</b> <i>Quadratischer Trend</i>	<b>Anisotropes Variogramm</b> <i>Quadratischer Trend</i>	<b>Anisotropes Variogramm</b> <i>Quadratischer Trend</i>
Component Type: Quadratic	Component Type: Quadratic	Component Type: Quadratic
Anisotropy Angle: 77.13	Anisotropy Angle: 67.39	Anisotropy Angle: 77.13
Anisotropy Length: 1.681	Anisotropy Length: 0.8	Anisotropy Length: 1.681
Anisotropy Ratio: 2	Anisotropy Ratio: 2	Anisotropy Ratio: 2
Variogram Scale: 5.841	Variogram Scale: 3.2	Variogram Scale: 5.841

## A.2 Variogrammanalyse Koralm

Tabelle 40: Variogrammanalyse Koralm: Schwereanomalie  $\Delta g$  [mgal] – Ergebnisse

	<i>UTM-Koordinaten (Zone 33)</i>			<i>WGS 84 (UTM-Zone 33)</i>		<i>WGS 84 (gesamt)</i>	
	<b>Standardvario- gramm</b>	<b>Anisotropes Variogramm</b>		<b>Standardvario- gramm</b>	<b>Anisotropes Variogr.</b>	<b>Standardvario- gramm</b>	<b>Anisotropes Variogr.</b>
		<i>Keine Trendberein.</i>	<i>Quadratischer Trend</i>		<i>Keine Trendberein.</i>		<i>Keine Trendberein.</i>
<b>Min</b>	-7.797	-27.277	-10.776	-7.438	-10.374	-7.438	-9.534
<b>Max</b>	11.723	41.508	15.857	10.053	15.416	10.053	14.845
<b><math>\sigma</math></b>	2.520	3.255	3.000	2.418	3.633	2.418	2.848
<b>RMS</b>	2.520	3.255	3.000	2.419	3.633	2.419	2.848
<b>Bias</b>	-0.054	-0.016	-0.051	-0.063	0.008	-0.063	-0.047

Tabelle 41: Variogrammanalyse Koralm: Schwereanomalie  $\Delta g$  [mgal] – Komponenten der Semivariogramme

<i>UTM-Koordinaten (Zone 33)</i>	<i>WGS 84 (UTM-Zone 33)</i>	<i>WGS 84 (gesamt)</i>
<b>Anisotropes Variogramm</b>	<b>Anisotropes Variogramm</b>	<b>Anisotropes Variogramm</b>
<i>Keine Trendbereinigung</i>	<i>Keine Trendbereinigung</i>	<i>Keine Trendbereinigung</i>
Component Type: Quadratic	Component Type: Quadratic	Component Type: Quadratic
Anisotropy Angle: 19.27	Anisotropy Angle: 16.9	Anisotropy Angle: 9.354
Anisotropy Length: 399600	Anisotropy Length: 2	Anisotropy Length: 4
Anisotropy Ratio: 2	Anisotropy Ratio: 2	Anisotropy Ratio: 2
Variogram Scale: 176	Variogram Scale: 238	Variogram Scale: 528
Component Type: Quadratic		
Anisotropy Angle: 19.1		
Anisotropy Length: 338500		
Anisotropy Ratio: 2		
Variogram Scale: 190.6		
<b>Anisotropes Variogramm</b>		
<i>Quadratischer Trend</i>		
Component Type: Quadratic		
Anisotropy Angle: 53.02		
Anisotropy Length: 60040		
Anisotropy Ratio: 1.903		
Variogram Scale: 54.33		
Component Type: Quadratic		
Anisotropy Angle: 13.79		
Anisotropy Length: 159900		
Anisotropy Ratio: 2		
Variogram Scale: 80.1		

## Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: Das Geoid in Österreich.....	2
Abbildung 2: Topographisch-isostatische Reduktion nach Airy-Heiskanen.....	6
Abbildung 3: Der Zusammenhang zwischen Kovarianzfunktion und Semivariogramm.....	8
Abbildung 4: Die Remove-Restore-Technik.....	12
Abbildung 5: Die Window Technique.....	13
Abbildung 6: Vergleich der Reduktionsverfahren (Parametersatz B).....	15
Abbildung 7: Integration nach Stokes: Vergleich der Geoidlösungen.....	20
Abbildung 8: Polynom 2. Grades: Ausgleichsflächen.....	22
Abbildung 9: Polynom 3. Grades: Ausgleichsflächen.....	23
Abbildung 10: Polynom 2. Grades: Verbleibende Residuen.....	24
Abbildung 11: Polynom 3. Grades: Verbleibende Residuen.....	25
Abbildung 12: Abweichungen zwischen den Lösungen mittels 1D-FFT und Stokes-Summation.....	27
Abbildung 13: Astrogeoid: Differenzen zum GPS-Nivellement, Ausgleichsflächen und verbleibende Residuen.....	29
Abbildung 14: Vergleich von Astrogeodäischem Geoid und gravimetrischem Geoid.....	31
Abbildung 15: Grafik Semmering-Basistunnel neu.....	38
Abbildung 16: Grafik Koralmntunnel.....	38
Abbildung 17: Einfluss der Lotabweichung auf die Lotung von oben nach unten und von unten nach oben.....	44
Abbildung 18: Auswirkung der topographischen Reduktion.....	46
Abbildung 19: Höhenprofil entlang von Gleis 1 (Ost-West).....	51
Abbildung 20: Schwere entlang von Gleis 1 (Ost-West).....	52
Abbildung 21: Lotabweichungen entlang von Gleis 1.....	52
Abbildung 22: Nivellementreduktionen entlang von Gleis 1 (Ost-West).....	53
Abbildung 23: Differenz zwischen OR (Mittelschwere Helmert) und OR (Mittelschwere TC).....	54
Abbildung 24: Verhalten der Reduktionen bei einem Bias von 10 mgal.....	55
Abbildung 25: Verhalten des anfangshöhenabhängigen Terms der OR bei einem Bias von 10 mgal.....	55
Abbildung 26: Verhalten der Reduktionen bei einem Rauschen mit $\sigma = 10$ mgal.....	56
Abbildung 27: Verhalten des anfangshöhenabhängigen Terms der OR bei einem Rauschen von $\sigma = 10$ mgal.....	56
Abbildung 28: Verhalten der Reduktionen bei einer Drift von 0 mgal auf max. 15 mgal.....	57
Abbildung 29: Verhalten des anfangshöhenabhängigen Terms der OR bei einer Drift von 0 mgal auf max. 15 mgal.....	57

Abbildung 30: Verhalten der Nivellementkorrekturen entlang der Trasse in Vortriebsrichtung.....	59
Abbildung 31: Korrektur der Kreiselmessungen aufgrund der Lotabweichung.....	61
Abbildung 32: Nivellementwege am Semmering-Basistunnel.....	62
Abbildung 33: Schwere und orthometrische Reduktion Schacht Göstritz.....	63
Abbildung 34: Lotabweichungen Schacht Göstritz.....	64
Abbildung 35: Schwere und orthometrische Reduktion Schacht Fröschnitzgraben (10-m-Schritte).....	64
Abbildung 36: Schwere und orthometrische Reduktion Schacht Fröschnitzgraben (100-m-Schritte).....	65
Abbildung 37: Lotabweichungen Schacht Fröschnitzgraben .....	65
Abbildung 38: Höhenprofil entlang von Gleis 1 (Ost-West).....	68
Abbildung 39: Schwere entlang von Gleis 1 (Ost-West).....	68
Abbildung 40: Nivellementreduktionen entlang von Gleis 1 (Ost-West).....	69
Abbildung 41: Differenz zwischen OR (Mittelschwere Helmert) und OR (Mittelschwere TC) .....	69
Abbildung 42: Verhalten der Reduktionen bei einem Bias von 10 mgal .....	70
Abbildung 43: Verhalten des anfangshöhenabhängigen Terms der OR bei einem Bias von 10 mgal .....	70
Abbildung 44: Verhalten der Reduktionen bei einem Rauschen mit $\sigma = 15$ mgal .....	71
Abbildung 45: Verhalten des anfangshöhenabhängigen Terms der OR bei einem Rauschen von $\sigma = 15$ mgal.....	71
Abbildung 46: Verhalten der Reduktionen bei einer Drift von 0 mgal auf max. 15 mgal .....	72
Abbildung 47: Verhalten des anfangshöhenabhängigen Terms der OR bei einer Drift von 0 mgal auf max. 15 mgal.....	72
Abbildung 48: Semmering – Zusammenhang zwischen Höhe und Schwereanomalie an der Erdoberfläche.....	74
Abbildung 49: Semmering – Verbesserungen aus Ausgleich.....	75
Abbildung 50: Semmering: Auswirkung der Näherung auf die Nivellementreduktion .....	75
Abbildung 51: Koralm – Zusammenhang zwischen Höhe und Schwereanomalie an der Erdoberfläche.....	76
Abbildung 52: Koralm – Verbesserungen aus Ausgleich.....	77
Abbildung 53: Koralm: Auswirkung der Näherung auf die Nivellementreduktion.....	77

## Tabellenverzeichnis

Tabelle 1: Vergleich der Reduktionsverfahren.....	14
Tabelle 2: Klassische RRT mit Meissl-modifiziertem Stokes-Kernel: Zusammenhang zwischen Geoidlösung und Abschneideradius.....	17
Tabelle 3: Window Technique mit Meissl-modifiziertem Stokes-Kernel: Zusammenhang zwischen Geoidlösung und Abschneideradius.....	17
Tabelle 4: Reine topographisch-isostatische Reduktion nach Airy-Heiskanen mit Meissl-modifiziertem Stokes-Kernel: Zusammenhang zwischen Geoidlösung und Abschneideradius.....	18
Tabelle 5: Unmodifizierter Stokes-Kernel: Vergleich der Geoidlösungen mit GPS-Nivellement... 18	18
Tabelle 6: Meissl-modifizierter Stokes-Kernel: Vergleich der Geoidlösungen mit GPS-Nivellement.....	18
Tabelle 7: Reine topographisch-isostatische Reduktion nach Airy-Heiskanen: Mittlere Geoidhöhe $c$ und Differenz zum GPS-Nivellement-Geoid.....	19
Tabelle 8: Unmodifizierter Stokes-Kernel: Residuen, bereinigt um Ausgleichsfläche.....	21
Tabelle 9: Meissl-modifizierter Stokes-Kernel: Residuen, bereinigt um Ausgleichsfläche.....	21
Tabelle 10: 1D-FFT: Geoidlösung.....	27
Tabelle 11: Astrogeodätische Geoidlösung: Vergleich mit GPS-Nivellement.....	28
Tabelle 12: Vergleich von astrogeodätischer und gravimetrischer Geoidlösung im Semmering-Gebiet.....	30
Tabelle 13: Parameter der Projektplanung <i>Semmering-Basistunnel neu</i> .....	38
Tabelle 14: Parameter der Projektplanung <i>Koralmbahn</i> .....	39
Tabelle 15: Parameter für die Schwerereduktion nach dem Airy-Heiskanen-Modell.....	45
Tabelle 16: Kenndaten der Höhenmodelle.....	45
Tabelle 17: Einfluss der topographischen Reduktion auf die Daten.....	45
Tabelle 18: Reproduktionsqualität in Datenpunkten und Rasterweite.....	48
Tabelle 19: Schwereanomalie $\Delta g$ am Semmering – Gesamtqualität Interpolation.....	50
Tabelle 20: Lotabweichung $\xi$ am Semmering – Gesamtqualität Interpolation.....	50
Tabelle 21: Lotabweichung $\eta$ am Semmering – Gesamtqualität Interpolation.....	51
Tabelle 22: Nivellementreduktionen: ausgewählte Werte.....	53
Tabelle 23: Variogrammanpassung: Maximale Differenzen in den Schwerewerten auf Trassen-niveau.....	57
Tabelle 24: Variogrammanpassung – Schweredifferenzen: Maximale Fehler in Nivellementreduktionen.....	58

Tabelle 25: Variogrammanpassung: Maximale bzw. minimale Differenzen in den Lotabweichungen.....	58
Tabelle 26: Variogrammanpassung – Lotabweichungsdifferenzen: Entsprechender Fehler bei Lotung.....	58
Tabelle 27: Nivellementkorrekturen: Differenzen in Durchschlagspunkten.....	59
Tabelle 28: Nivellementreduktionen im Höhennetz.....	61
Tabelle 29: Zugangsstollen Grautschenhof: Nivellementreduktionen.....	66
Tabelle 30: Lotabweichungsbedingte Koordinatenfehler am Schachtfuß (bei Lotung von oben nach unten) und am Schachtkopf (bei Lotung von unten nach oben).....	66
Tabelle 31: Nivellementreduktionen: ausgewählte Werte.....	69
Tabelle 32: Semmering: Statistische Parameter der Differenzen.....	76
Tabelle 33: Koralm: Statistische Parameter der Differenzen.....	78
Tabelle 34: Variogrammanalyse Semmering: Schwereanomalie $\Delta g$ [mgal] – Ergebnisse.....	ix
Tabelle 35: Variogrammanalyse Semmering: Schwereanomalie $\Delta g$ [mgal] – Komponenten der Semivariogramme.....	ix
Tabelle 36: Variogrammanalyse Semmering: Lotabweichung $\xi$ ["] – Ergebnisse.....	x
Tabelle 37: Variogrammanalyse Semmering: Lotabweichung $\eta$ ["] – Ergebnisse.....	x
Tabelle 38: Variogrammanalyse Semmering: Lotabweichung $\xi$ ["] – Komponenten der Semivariogramme.....	xi
Tabelle 39: Variogrammanalyse Semmering: Lotabweichung $\eta$ ["] – Komponenten der Semivariogramme.....	xii
Tabelle 40: Variogrammanalyse Koralm: Schwereanomalie $\Delta g$ [mgal] – Ergebnisse.....	xiii
Tabelle 41: Variogrammanalyse Koralm: Schwereanomalie $\Delta g$ [mgal] – Komponenten der Semivariogramme.....	xiv

## Literaturverzeichnis

- CRESSIE, N. (1990): The origins of kriging. In: *Mathematical geology* 22 (3): 239–252.
- EISMANN, A. (1998): Numerische Rekonstruktion bodenphysikalischer Parameter mit Hilfe des Kriging-Verfahrens. Uni Erlangen.
- ABD-ELMOTAAL, H. A. und N. KÜHTREIBER (2006): Modified Stokes' Kernel versus Window Technique: Comparison of Optimum Combination of Gravity Field Wavelengths in Geoid Computation. Internet:  
[http://www.hgk.msb.gov.tr/dergi/makaleler/ozel18/ozel18\\_18.pdf](http://www.hgk.msb.gov.tr/dergi/makaleler/ozel18/ozel18_18.pdf) (03.10.2014).
- ABD-ELMOTAAL, H. A. und N. KÜHTREIBER (2003): Geoid determination using adapted reference field, seismic Moho depths and variable density contrast. In: *Journal of Geodesy* 77 (1-2): 77–85.
- EUROPÄISCHE KOMMISSION (2008): Trans-European Networks. Internet:  
[http://ec.europa.eu/ten/index\\_en.html](http://ec.europa.eu/ten/index_en.html) (03.03.2014).
- EUROPÄISCHE KOMMISSION (2013): Infrastructure – TEN-T. Internet:  
[http://ec.europa.eu/transport/themes/infrastructure/index\\_en.htm](http://ec.europa.eu/transport/themes/infrastructure/index_en.htm) (03.03.2014).
- GEOCONSULT ZT GMBH (o. J.): Koralmbahn Graz–Klagenfurt. Wettmannstätten–St. Andrä/Teilabschnitt Koralmtunnel. Internet:  
[http://www.koralmtunnel.eu/pb\\_koralmtunnel.pdf](http://www.koralmtunnel.eu/pb_koralmtunnel.pdf) (12.12.2014).
- HANAFI, M. (1987): Gravity field data reduction using height, density, and Moho information. TU Graz.
- HEISKANEN, W. A. und H. MORITZ (1967): *Physical Geodesy*. W. H. Freeman and Company, San Francisco.
- HOFMANN-WELLENHOF, B. und G. KIENAST (2006): *Bezugssysteme*. Vorlesungsskript. TU Graz.
- HOFMANN-WELLENHOF, B. und H. MORITZ (<sup>2</sup>2006): *Physical Geodesy*. Springer-Verlag, Wien.
- LIGAS, M. und M. KULCZYCKI (2010): Simple spatial prediction - least squares prediction, simple kriging, and conditional expectation of normal vector. In: *Geodesy and Cartography* 59 (2). Internet:  
<http://www.degruyter.com/view/j/geocart.2010.59.issue-2/v10277-012-0002-0/v10277-012-0002-0.xml> (07.10.2014).
- MATHERON, G. (1963): Principles of geostatistics. In: *Economic geology* 58 (8): 1246–1266.
- MAYER-GÜRR, T., D. RIESER, E. HÖCK, J. M. BROCKMANN, W.-D. SCHUH, I. KRASBUTTER, J. KUSCHE, A. MAIER, S. KRAUSS, W. HAUSLEITNER, O. BAUR, A. JÄGGI, U. MEYER, L. PRANGE, R. PAIL, T. FECHER und T. GRUBER (2012): The new combined satellite only model GOCO03s. Venedig.

- MORITZ, H. (<sup>2</sup>1989): Advanced Physical Geodesy. Herbert Wichmann Verlag, Karlsruhe. Nachdruck 2008: Ohio State University, Columbus, Ohio.
- ÖBB-INFRASTRUKTUR AG (2013): Semmering-Basistunnel neu. Internet: [http://www.oebb.at/infrastruktur/\\_\\_resources/llShowDoc.jsp?nodeId=41071154](http://www.oebb.at/infrastruktur/__resources/llShowDoc.jsp?nodeId=41071154) (17.03.2014).
- ÖBB-INFRASTRUKTUR AG (2012a): Grafik Semmering-Basistunnel neu. Internet: [http://www.oebb.at/infrastruktur/\\_\\_resources/llShowDoc.jsp?nodeId=30241210](http://www.oebb.at/infrastruktur/__resources/llShowDoc.jsp?nodeId=30241210) (03.10.2014).
- ÖBB-INFRASTRUKTUR AG (2011): Projekt-Information Semmering-Basistunnel neu. Juni 2011. Internet: [http://www.oebb.at/infrastruktur/\\_\\_resources/llShowDoc.jsp?nodeId=22846543](http://www.oebb.at/infrastruktur/__resources/llShowDoc.jsp?nodeId=22846543) (17.03.2014).
- ÖBB-INFRASTRUKTUR AG (o. J.): Südstrecke: Der Semmering-Basistunnel neu. Internet: [www.oebb.at/semmering](http://www.oebb.at/semmering) (17.03.2014).
- ÖBB-INFRASTRUKTUR AG (2012b): Vermessungsarbeiten bei den Hauptvortrieben am Koralmtunnel. Internet: [http://www.oebb.at/infrastruktur/\\_\\_resources/llShowDoc.jsp?nodeId=35577885](http://www.oebb.at/infrastruktur/__resources/llShowDoc.jsp?nodeId=35577885) (02.10.2014).
- PLANUNGSGEMEINSCHAFT SEMMERING-BASISTUNNEL (2010): Semmering-Basistunnel neu: Zusammenfassung Umweltverträglichkeitserklärung.
- POCK, C., T. MAYER-GÜRR und N. KÜHTREIBER (2014): Consistent combination of satellite and terrestrial field observations in regional geoid modeling – a case study for Austria. In: MARTI, U. (Hrsg.) (2014): Gravity, Geoid and Height Systems. Proceedings of the IAG Symposium GGHS2012, 9 - 12 October 2012, Venice, Italy, International Association of Geodesy Symposia, Band 141.
- SCHABENBERGER, O. und C. A. GOTWAY (2004): Statistical methods for spatial data analysis. CRC Press.
- SCHNEID, S. und H. MEICHLE (2005): Normalhöhen in Baden-Württemberg, Arbeiten zur Einführung von Höhen im System des Deutschen Haupthöhennetzes 1992. Internet: [http://www.lv-bw.de/lvshop2/produktinfo/wir-ueberuns/links/vortraege/DVW\\_Artikel\\_Normalhoehen\\_in\\_BW.pdf](http://www.lv-bw.de/lvshop2/produktinfo/wir-ueberuns/links/vortraege/DVW_Artikel_Normalhoehen_in_BW.pdf) (08.03.2014).
- SÜNKEL, H. (1985): An Isostatic Earth Model. Internet: <http://oai.dtic.mil/oai/oai?verb=getRecord&metadataPrefix=html&identifier=ADA164608> (22.10.2014).
- TORGE, W. (2003): Geodäsie. 2. vollst. überarbeitete und erweiterte Auflage. Walter de Gruyter, Berlin-New York.
- TSCHERNING, C. C. und R. H. RAPP (1974): Closed covariance expressions for gravity anomalies, geoid undulations, and deflections of the vertical implied by anomaly degree variance models. In: Scientific Interim Report Ohio State Univ., Columbus. Dept. of Geodetic Science. Band 1.

UNESCO WORLD HERITAGE CENTRE (1998): Semmering Railway. Internet:  
<http://whc.unesco.org/en/list/785> (14.03.2014).

VEREIN FREUNDE DER SEMMERINGBAHN (o. J.): Die Semmeringbahn – Geschichte. Internet:  
<http://www.semmeringbahn.at/geschichte.php> (14.03.2014).

ZANINI, M. (1992): Hochpräzise Azimutbestimmung mit Vermessungskreiseln. Institut für  
Geodäsie und Photogrammetrie, ETH Zürich.