



Markus Goldgruber

---

**Numerische Untersuchung der Felskeilstabilität im  
Widerlager der Luzzone Staumauer bei  
Erdbebenbelastung**

---

**MASTERARBEIT**

zur Erlangung des akademischen Grades einer/s  
Diplom-Ingenieurin/Diplom-Ingenieurs

der Studienrichtung  
Bauingenieurwissenschaften – Geotechnik und Wasserbau  
eingereicht an der

Technischen Universität Graz

Graz, im August 2011

*Betreuer:* Univ. Prof. Dipl. Ing. Dr. techn. Gerald Zenz  
Dipl. Ing. Rupert Feldbacher

Institut für Wasserbau und Wasserwirtschaft  
Technische Universität Graz

## **Eidesstattliche Erklärung**

Ich erkläre an Eides Statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig und ohne fremde Hilfe verfasst, andere als die angegebenen Quellen nicht benutzt und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe.

Ich versichere, dass ich dieses Masterarbeitsthema bisher weder im In- noch im Ausland (einer Beurteilerin oder einem Beurteiler) in irgendeiner Form als Prüfungsarbeit vorgelegt habe.

Graz, im August 2011

.....

## Danksagung

Um ein Studium diesen Grades abzuschließen, bedarf es meist mehr als stures Lernen. Viele Leute, die mit mir diesen Weg gegangen sind, werden mir Recht geben, ohne die Hilfe von Professoren, Assistenten, Studienkollegen, Freunden und Anderen, wäre ein Abschluss schier unmöglich. Darum möchte ich mich als Erstes bei jenen Personen bedanken, denen ich im Laufe meines Studiums begegnet bin und die mir immer wieder weitergeholfen haben auch wenn es nur ein Denkanstoß war.

Im Besonderen möchte ich jedoch Univ. Prof. Dipl. Ing. Dr. techn. Gerald Zenz danken, der mich überhaupt erst für den Wasserbau begeisterte und somit die Motivation für diese Arbeit geschaffen hat.

Ebenfalls einen großen Dank an meinen betreuenden Assistenten, Dipl. Ing. Rupert Feldbacher. Wann auch immer ich ein Problem hatte, nahm er sich die Zeit mir zu helfen, allein dadurch war es mir erst möglich meine Masterarbeit in diesem Zeitraum und dieser Form abzuschließen.

Der letzte und vor allem größte Dank gebührt meinen Eltern, die mich durch meine gesamte Ausbildung hinweg immer unterstützt haben und mir somit erst die Möglichkeit gaben mein Studium abzuschließen.

Vielen herzlichen Dank, dass ihr immer an mich geglaubt habt, ohne euch wäre ich bestimmt nicht soweit gekommen.

## Kurzfassung

Aufbauend auf das von mir verfasste Masterprojekt, „Diskretisierung und numerische Stabilitätsprüfung eines Felskeils im Widerlager am Beispiel der Luzzone Staumauer“ wird in dieser Masterarbeit zusätzlich die Stabilität bei Erdbebenbelastung und Porenwasserdrücken in den Trennflächen untersucht. Dabei werden vor allem die Unterschiede von 3 verschiedenen Berechnungsverfahren aufgezeigt. Bei den ersten beiden Verfahren wird der Felskeil für sich selbst im Finite Elemente Programm modelliert, lediglich bei der Diskretisierung der mitschwingenden Wassermassen wurde zwischen den in dieser Arbeit entwickelten „User Elements“ und den „Acoustic Elements“ differenziert. Bei den „User Elements“ wurde der Ansatz der mitschwingenden Massen nach Westergaard angewandt. Im Gegensatz dazu wurde bei der Variante mit den im Programmsystem implementierten „Acoustic Elements“ das Wasser zusätzlich als Volumen modelliert.

Beim dritten Verfahren wurde der Felskeil nicht separat modelliert, sondern die Interaktionskräfte zwischen Keil und Staumauer summiert und mithilfe der Londe – Methode auf seine Stabilität untersucht.

Als Ergebnis lässt sich zusammenfassen, dass der erhöhte Aufwand der Berechnung in einer Erhöhung der berechneten Standsicherheit resultiert.

## **Abstract**

Based on the master project “Discretization and numerical investigation of the stability of a wedge in the abutment of the Luzzone Dam”, the stability under seismic loading and pore water pressure in the joints is investigated. For this, the variation between three different methods is compared. For the first two methods the wedge was discretized separately in the finite element program, just the discretization of the water mass varied. At first, the water mass was modeled with the so called “User Elements”, which is developed in the course of this thesis, for this, the added mass technique by Westergaard was used. In contrary to the “User Elements”, the water was also discretized with “Acoustic Elements”, implemented in the finite element program. The third method, which was used for comparison, is called “Londe – Method”, for this method the wedge wasn’t discretized separately, but the contact forces between wedge and dam were summarized and the stability was investigated. The conclusion is, that the increased effort of the analysis results in a higher calculated stability against collapse.

## Inhaltsverzeichnis

Eidesstattliche Erklärung .....	ii
Danksagung.....	iii
Kurzfassung.....	iv
Abstract.....	v
Inhaltsverzeichnis .....	vi
1. Einführung .....	9
2. Aufgabenstellung .....	11
2.1 Luzzone Staumauer [29].....	11
2.2 Felskeildefinition.....	12
2.3 Ziele .....	13
2.3.1 Untersuchung der Stabilität mit den mitschwingenden Wassermassen nach Westergaard.....	13
2.3.2 Untersuchung der Stabilität mit den mitschwingenden Wassermassen als Acoustic Elements .....	13
2.3.3 Untersuchung der Stabilität mittels der Methode nach Londe.....	13
3. Grundlagen .....	14
3.1 Dynamische Grundlagen [10].....	14
3.1.1 Dynamische Lasten .....	14
3.1.2 Der Einmassenschwinger.....	15
3.1.3 Der Mehrmassenschwinger.....	19
3.1.4 Berechnungsverfahren .....	23
3.2 Hydromechanische Grundlagen [5].....	25
3.2.1 Mitschwingende Massen nach Westergaard [6].....	25
3.3 Geotechnische Grundlagen [33] .....	26
3.3.1 Porenwasserdrücke.....	26
3.3.2 Scherfestigkeit am Fels [34] .....	27
3.3.3 Londe Methode [24].....	28

---

3.4	Finite Elemente Methode [36] .....	31
4.	User Element Subroutine .....	36
4.1	Aufruf im Input – File .....	36
4.2	UEL Interface [7] .....	39
4.3	Algorithmus zur Umsetzung der mitschwingenden Wassermassen nach Westergaard.....	40
5.	Umsetzung in ABAQUS .....	43
5.1	Modellierung in ABAQUS .....	43
5.2	Materialeigenschaften .....	43
5.3	Belastungen .....	45
5.3.1	Statische Lasten .....	46
5.3.2	Dynamische Lasten .....	47
5.4	Diskretisierung in ABAQUS 6.9 EF1 .....	49
5.4.1	Ursprüngliches Gebirge.....	49
5.4.2	Staumauer .....	49
5.4.3	Restgebirge und Felskeil .....	49
5.4.4	Wasser .....	50
5.4.5	Kontaktbedingungen.....	51
5.4.6	Randbedingungen .....	52
6.	User Element Verifizierung .....	53
7.	Talsperre Schlegeis [9] .....	55
7.1	Eigenfrequenzen und Eigenformen.....	56
7.2	Ergebnisse der Talsperre Schlegeis .....	58
7.2.1	Vergleich der Bogenspannungen zwischen verschiedenen Randbedingungen der Acoustic Elements an der Dammkrone .....	59
7.2.2	Vergleich der Bogenspannungen zwischen Massenmatrix, User Elements und den Acoustic Elements .....	61
7.2.3	Bogenspannungsverlauf über die Sperrhöhe zwischen Massenmatrix, User Elements und Acoustic Elements .....	62

---

7.2.4 Vertikalspannungsverlauf über die Sperrenhöhe zwischen Massenmatrix, User Elements und Acoustic Elements .....	63
8. Talsperre Luzzone .....	64
8.1 Eigenfrequenzen und Eigenformen für das Modell mit Dichtschirm und Porenwasserdrücken .....	65
8.2 Ergebnisse der Talsperre Luzzone .....	67
8.2.1 Vergleich der Bogenspannungen über die Sperrenhöhe zwischen User Elements und Acoustic Elements für die 3 Modelle. ....	68
8.2.2 Vergleich der Vertikalspannungen über die Sperrenhöhe zwischen User Elements und Acoustic Elements für die 3 Modelle. ....	69
8.2.3 Bewegung der vorderen Keilspitze für verschiedene Reibungskoeffizienten .....	70
8.2.4 Trennflächenklaffung .....	72
8.2.5 Porenwasserdruckverteilung im Gebirge.....	76
8.2.6 Vergleich der resultierenden Kräfte am Felskeil mit denen aus der Londe – Methode .....	77
9. Zusammenfassung .....	81
Abbildungsverzeichnis .....	83
Tabellenverzeichnis .....	86
Literaturverzeichnis.....	87
A ANHANG – Hydromechanische Grundlagen [5] .....	A-1
B ANHANG – Modellierung in ABAQUS.....	B-1
C ANHANG – Ergebnisse.....	C-1
D ANHANG – User Elements Subroutine.....	D-1

## 1. Einführung

Die Prüfung des anliegenden Gebirges auf seine Standsicherheit bei der Projektierung einer Staumauer, wie für die Festlegung des Talsperrentypen selbst, stellt eine der wichtigsten Untersuchungen dar. Dabei ist es vor allem wichtig die verschiedenen Szenarien zu berücksichtigen. Dazu gehören zum Ersten die statischen Belastungen wie Bauzustände, Eigengewicht, Temperatur und die hydrostatische Wasserlast. Zum Zweiten die dynamischen Lasten wie Erdbeben. Zusätzlich kann es aufgrund von den geologischen Gegebenheiten zu besonderen Tragzuständen im Gebirge kommen. Am Beispiel der Luzzone Staumauer im Kanton Tessin in der Schweiz wird anhand geologisch – geotechnischer Aufschlüsse solch ein Szenario untersucht. Am linken Widerlager, luftseitig gesehen, treffen 3 Trennflächen aufeinander und schneiden so einen gedachten Felskeil aus dem Gebirge.

Aufbauend auf den Ergebnissen des „**Tenth Benchmark Workshop on Numerical Analysis of Dams – Theme C im September 2009 der ICOLD**“ und den Ergebnissen des Master Projektes „**Diskretisierung und numerische Stabilitätsprüfung eines Felskeils im Widerlager am Beispiel der Luzzone Staumauer**“ [13] wird die Stabilität des im Gebirge liegenden Felskeils auf Erdbebenbelastung und Porenwasserdrücken in den Trennflächen untersucht. Dabei werden die Ergebnisse des **Instituts für Wasserbau und Wasserwirtschaft** an der technischen Universität Graz mit den Ergebnissen aus diesen Berechnungen verglichen. Dabei handelt es sich um insgesamt 3 verschiedene Verfahren zur Untersuchung der Mauerbeanspruchung und der Stabilität des Felskeils. Bei den am **Institut für Wasserbau und Wasserwirtschaft** durchgeführten Berechnungen wurde der Keil selbst jedoch nicht modelliert, sondern lediglich die Kräfte in den Kontaktflächen zwischen Keil und Staumauer summiert und mit Hilfe der Londe – Methode auf seine Stabilität untersucht.

Im Gegensatz dazu wurde im genannten Master Projekt das Modell modifiziert, der Keil von dem Gebirge getrennt und die Stabilitätsuntersuchung am statischen Lastfall durchgeführt. Basierend auf diesem Modell wird nun die Stabilität des Felskeils aufgrund einer gegebenen Erdbebenbelastung und den auftretenden Porenwasserdrücken in den Trennflächen untersucht. Dazu wurde das Modell modifiziert. Hinzu kommt die Modellierung des Dichtschirms im anstehenden Gebirge. Zusätzlich musste das Netz des Finite Elemente Modells bezüglich Rechenzeit optimiert werden, da Erdbebenberechnungen in der Regel aufgrund des Zeitverlaufs

der Beanspruchung und des zusätzlich in diesem Modell berücksichtigtem nichtlinearen Verhaltens sehr zeitintensiv sind. Die beiden Berechnungen unterscheiden sich hinsichtlich der Berücksichtigung der mitschwingenden Wassermassen. Als erstes wurde hier der Ansatz der mitschwingenden Massen nach Westergaard als „User Element“ im Programm entwickelt, als zweites das Wasser selbst modelliert.

Die Entwicklung der „User Elements“ stellt einen großen Anteil dieser Masterarbeit dar, dafür wurde ein Programmcode geschrieben, der die mitschwingenden Massen nach Westergaard berechnet und diese an der Wasserseite der Mauer pro Elementknoten berücksichtigt. Die Implementierung als „User Elements“ wurde deshalb gewählt, da sie eine relativ einfache Möglichkeit darstellen, die Massen als zusätzliche lineare Belastung am Dammkörper in Rechnung zu stellen. Zur Verifizierung der „User Element“ Subroutine wurde die Schlegeissperre berechnet, da für dieses Modell bereits Ergebnisse zur Berücksichtigung der mitschwingenden Wassermassen vorlagen. Im Gegensatz zum Schegeis – Modell kommt bei der Luzzonesperre die Nichtlinearität durch den im Gebirge liegenden Felskeil hinzu. Normalerweise wird bei dynamischen Talsperrenberechnungen der Untergrund als masselos gewählt. In dieser Arbeit wird aber sowohl die Masse des Felskeils als auch die dynamische Interaktion der Talsperre mit dem Felskeil berücksichtigt.

Insgesamt werden 3 verschiedene Ergebnisse aus 3 unterschiedlichen Diskretisierungen des Problems berechnet, die Londe – Method, das Verfahren nach Westergaard und die Modellierung des Wassers selbst, welche abschließend miteinander verglichen werden.

## 2. Aufgabenstellung

### 2.1 Luzzone Staumauer [29]

Die Staumauer befindet sich in der südlichen Schweiz im Kanton Tessin. Sie wurde 1963 fertig gestellt und in den Jahren 1997 – 1998 um weitere 17 Meter erhöht. Die Mauerkrone befindet sich in einer Höhe von 1609 Metern über dem Meer. Die Höhe der Mauer beträgt 224 Meter bei einer Kronenlänge von 600 Meter. Die Stauwurzel erstreckt sich bis zu 3,1 Kilometer bei einem Stauvolumen von 108 Mio. m<sup>3</sup>.

Neben der Energiegewinnung dient die Staumauer mittlerweile auch als künstliche Kletterroute und ist mit 164 Metern die längste der Welt.



Abbildung 2-1: Standort der Luzzone Staumauer [29]



Abbildung 2-2: Luzzone Staumauer [2]

## 2.2 Felskeildefinition

Ein Felskeil entsteht durch die im Gebirge auftretenden Trennflächen. Der betrachtete Keil bei der Luzzone Staumauer befindet sich an der linken Flanke des Gebirges, flussabwärts gesehen und ist durch 3 sich schneidende Trennflächen definiert (Abbildung 2-3). Aufgrund dessen ist der Keil somit kinematisch frei und muss auf seine Stabilität überprüft werden. Der Keil hat ein Volumen von etwa  $1,4 \cdot 10^6 \text{ m}^3$  und besitzt daher eine Masse von  $3,5 \cdot 10^6 \text{ t}$ , bei einer Dichte von  $2,5 \text{ t/m}^3$ .

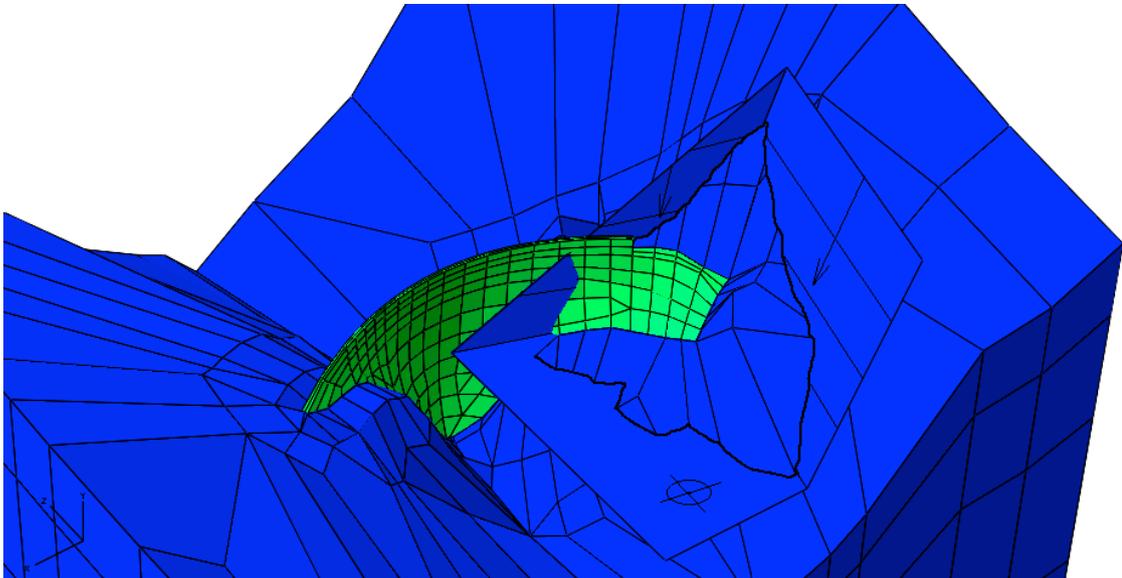


Abbildung 2-3: Trennflächendefinition

## 2.3 Ziele

Ziel dieser Arbeit ist es, die Ergebnisse dreier unterschiedlicher Methoden, zur Untersuchung der Staumauer und der Stabilität eines Felskeils im Widerlager aufgrund Erdbebenbelastung, gegenüberzustellen. Insbesondere wird die dynamische Interaktion der Talsperre mit dem Reservoir untersucht.

Die 3 Methoden werden folgendermaßen gegliedert:

### 2.3.1 Untersuchung der Stabilität mit den mitschwingenden Wassermassen nach Westergaard

Hierbei wird der Ansatz nach Westergaard herangezogen. Ziel ist es eine Subroutine zu schreiben, die knotenweise eine mitschwingende Masse des Wassers an der Mauer simuliert. Zudem werden im Modell auch die Porenwasserdrücke in den Trennflächen bei eingebautem Dichtschirm berücksichtigt.

### 2.3.2 Untersuchung der Stabilität mit den mitschwingenden Wassermassen als Acoustic Elements

Im Gegensatz zur 1. Methode wird hier das Wasser als akustisches Volumen, das an der Mauer angebracht ist, mit sogenannten „Acoustic Elements“ diskretisiert. Somit wird die mitschwingende Wassermasse, als zusätzlicher Druck wirkend, berücksichtigt. Wie schon in Methode 1 werden auch hier die Porenwasserdrücke in den Trennflächen bei eingebautem Dichtschirm in Rechnung gestellt.

### 2.3.3 Untersuchung der Stabilität mittels der Methode nach Londe

Der Nachweis der Stabilität nach dieser Methode wurde bereits am **Institut für Wasserbau und Wasserwirtschaft [27]** an der technischen Universität Graz durchgeführt. Dabei wurde, im Gegensatz zu Methode 1 und 2, auf die Trennung zwischen dem Gebirge und dem Felskeil verzichtet, die auftretenden Kräfte in der Kontaktfläche zwischen Keil und Staumauer aufsummiert und zur Stabilitätsprüfung herangezogen. Zur Berücksichtigung der Dichtschirmwirkung wurden hierbei die auftretenden Auftriebe an der Wirkungslinie des Dichtschirms prozentuell abgemindert.

## 3. Grundlagen

Die komplexen Zusammenhänge werden in diesem Kapitel dargestellt. Sie dienen vor allem auch zur Kontrolle der Plausibilität der Ergebnisse. Solche Kontrollen sind unerlässlich und sollen, wenn möglich, durchgeführt werden, da man den Ergebnissen numerischer Simulationen nicht blind vertrauen kann. Das größte Fehlerpotential liegt meist beim Anwender selbst, diesem Umstand sollte man sich immer im Klaren sein. Man soll nicht scheuen, auch bei noch so großem Aufwand, die Ergebnisse zu verifizieren, ob mit einer kurzen Handrechnung um die Größenordnung abschätzen zu können oder mit bereits vorhanden Ergebnissen aus vergleichbaren, abgeschlossenen Projekten.

### 3.1 Dynamische Grundlagen [31]

Da es sich bei dieser Masterarbeit um die Auswirkungen einer Erdbebenbelastung handelt wird in diesem Kapitel speziell auf die Schwingungslehre eingegangen und kurz erläutert.

#### 3.1.1 Dynamische Lasten

Die Art der dynamischen Belastung lässt sich folgendermaßen gliedern:

1. Harmonische Lasten:  
Sinus- oder Kosinusförmiger Verlauf, tritt vor allem bei rotierenden Massen auf.
2. Periodische Lasten:  
sich wiederholender Schwingungsverlauf, der während der Periodendauer beliebiger Natur sein kann und sich in mehrere harmonische Schwingungen zerlegen lässt, tritt zum Beispiel bei mehreren rotierenden Massen auf.
3. Transiente Lasten:  
beliebiger, sich nicht wiederholender Zeitverlauf, tritt beispielsweise bei Wind- und Erdbebenbelastung auf.
4. Impulsartige Lasten:  
kurze, stoßartige Belastung des Bauteils, die Einwirkungsdauer ist begrenzt, tritt zum Beispiel beim Anprall eines Fahrzeugs oder bei Bauarbeiten auf.

### 3.1.2 Der Einmassenschwinger

Eine Schwingung ist durch die folgenden 3 physikalischen Eigenschaften definiert:

1. Masse
2. Dämpfung
3. Steifigkeit

Auch die Dynamik folgt dem Newton'schen Gesetz

$$m\ddot{u} = f_{(t)} \quad (1)$$

jedoch muss dieser Ausdruck um die in der Dynamik auftretenden Eigenschaften, Dämpfung und Steifigkeit, erweitert werden, somit gilt

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = p_{(t)} \quad (2)$$

mit

$m$	...Masse
$c$	...Dämpfung
$k$	...Steifigkeit
$p_{(t)}, f_{(t)}$	...äußere Kraft, Erregerfunktion

Formel (2) wird auch „Bewegungsdifferentialgleichung des Einmassenschwingers“ genannt.

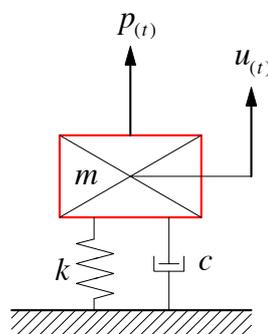


Abbildung 3-1: Einmassenschwinger

### 3.1.2.1 Der ungedämpfte Einmassenschwinger

Der einfachste Fall der Schwingungsgleichung liegt vor, wenn wir von einer ungedämpften Schwingung ausgehen und keine Erregerkraft wirkt. Die Gleichung kann dann folgendermaßen geschrieben werden:

$$\ddot{u} + \omega_0^2 u = 0 \quad (3)$$

mit der sogenannten Eigenkreisfrequenz

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad [\text{rad/s}] \quad (4)$$

somit gilt für die Eigenfrequenz

$$f = \frac{\omega_0}{2\pi} \quad [\text{Hz}] \quad (5)$$

und der Schwingungsdauer

$$T = \frac{1}{f} \quad [\text{s}] \quad (6)$$

Als Ansatz für die Lösung der homogenen Differentialgleichung 2. Ordnung wählen wir:

$$u_{(t)} = A \cdot e^{\lambda t} \quad (7)$$

Durch lösen der Differentialgleichung des ungedämpften Massenschwingers (Formel (3)) erhält man

$$\lambda = \pm i \cdot \omega_0 \quad (8)$$

und damit als Lösung

$$u_{(t)} = A \cdot e^{i\omega_0 t} + B \cdot e^{-i\omega_0 t} \quad (9)$$

Weiters durch das Umwandeln mittels der Euler'schen Gleichung

$$u_{(t)} = C \cdot \sin(\omega_0 t) + D \cdot \cos(\omega_0 t) \quad (10)$$

Die beiden Integrationskonstanten C und D lassen sich durch einsetzen bestimmter Anfangsbedingungen lösen.

Für die Lösung der inhomogenen Differentialgleichung 2. Ordnung muss für den partikulären Teil, wie auch zuvor für den homogenen Teil, ein Ansatz gewählt werden. Schlussendlich ergibt sich die Lösung der Differentialgleichung zu

$$u_{(t)} = u_{h(t)} + u_{p(t)} \quad (11)$$

### 3.1.2.2 Der gedämpfte Einmassenschwinger

Bei dem gedämpften Einmassenschwinger wird auch die Dämpfung in Rechnung gestellt und wir erhalten somit folgende Schwingungsgleichung bei nicht vorhandener Erregerkraft:

$$\ddot{u} + \frac{c}{m}\dot{u} + \omega_0^2 u = 0 \quad (12)$$

Wählen wir denselben Ansatz wie für die ungedämpfte Schwingung aus Formel (7) und lösen die homogene Differentialgleichung 2. Ordnung ergibt sich folgender Ausdruck:

$$\lambda = -\frac{c}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \omega_0^2} \quad (13)$$

Betrachtet man den Ausdruck unter Wurzel können folgende 3 Fälle eintreten:

- $\frac{c}{2m} < \omega_0$  unterkritische Dämpfung
- $\frac{c}{2m} > \omega_0$  überkritische Dämpfung
- $\frac{c}{2m} = \omega_0$  kritische Dämpfung

Das Verhältnis dieser beiden Seiten wird auch als Dämpfungskoeffizient

$$\xi = \frac{c}{2m\omega_0} = \frac{c}{c_{cr}} \quad (13)$$

bezeichnet.

Für die Lösung der inhomogenen Differentialgleichung 2. Ordnung gilt dasselbe wie in Kapitel 3.1.2.1 siehe Formel (11).

### 3.1.3 Der Mehrmassenschwinger

Spricht man von einem Mehrmassenschwinger, dann bedeutet das, dass das System aus mehreren miteinander interagierenden Massen besteht, die Differentialgleichung muss somit für jede Masse aufgestellt werden.

$$m_n \ddot{u}_n + \sum_{j=1}^n c_{nj} \dot{u}_j + \sum_{j=1}^n k_{nj} u_j = p_{n(t)} \quad (14)$$

In Matrizenschreibweise ergibt sich folgender Ausdruck:

$$[M]\{\ddot{U}\} + [C]\{\dot{U}\} + [K]\{U\} = \{P_{(t)}\} \quad (15)$$

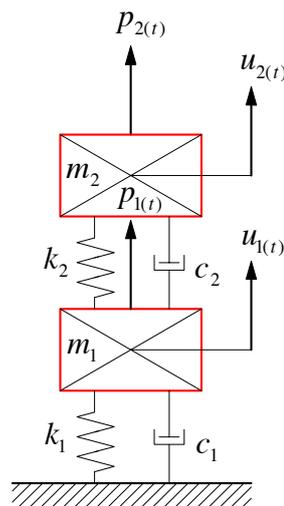


Abbildung 3-2: Mehrmassenschwinger

#### 3.1.3.1 Der ungedämpfter Mehrmassenschwinger

Betrachtet man hier, wie in Kapitel 3.1.2.1, wiederum die einfachste Form des Differentialgleichungssystems, also ohne Dämpfung und Erregerfunktion, erhält man:

$$[M]\{\ddot{U}\} + [K]\{U\} = \{0\} \quad (16)$$

Als Lösungsansatz für die homogene Differentialgleichung 2. Ordnung wählen wir

$$\{U\} = \{\phi\} \sin(\omega t + \varphi) . \quad (17)$$

Löst man die Differentialgleichung mit Hilfe dieses Ansatzes folgt

$$([K] - \omega^2[M])\{\phi\} = \{0\} \quad (18)$$

als Lösung des homogenen Differentialgleichungssystems.

Man erhält ein homogenes Gleichungssystem, das nur dann lösbar ist, wenn seine Determinante verschwindet. Das bedeutet, dass

$$\| [K] - \omega^2[M] \| = 0 \quad (19)$$

ein Polynom n-ten Grades (charakteristisches Polynom), mit n Eigenwerten ( $\omega^2$ ), ergibt.

Daraus folgen n Lösungen des Gleichungssystems, welche man nur als Verhältnswerte darstellen kann, da es sich um ein homogenes Gleichungssystem handelt.

Diese Lösungen werden Eigenformen genannt und zeigen die relative Auslenkung.

Fasst man alle Eigenformen der n Eigenfrequenzen zusammen, spricht man von der Modalmatrix (Formel (20)). Diese kann auch als Transformationsmatrix angesehen werden.

$$[\psi] = [\{\psi_1\}, \{\psi_2\}, \dots, \{\psi_n\}] \quad (20)$$

Dabei werden die Eigenformen nach der Größe der Eigenkreisfrequenz geordnet, begonnen bei der kleinste, die Grundswingungsform genannt wird.

Für diese Eigenformen gelten die Orthogonalitätsbeziehungen

$$\{\psi_i\}^T [M] \{\psi_j\} = 0 \quad (21)$$

$$\{\psi_i\}^T [K] \{\psi_j\} = 0 \quad (22)$$

für  $i \neq j$ . Was bedeutet, dass es sich um Diagonalmatrizen handelt. Diese Beziehung gilt jedoch nur für die Massen- und Steifigkeitsmatrizen.

Beschreibt man die Gesamtverformung als Linearkombination der Eigenformen, so ist

$$\{u_{(t)}\} = \sum_{i=1}^n \psi_i Y_{i(t)} = [\psi] \{Y_{(t)}\} \quad (24)$$

und setzt diesen Ausdruck in die Formel (16) ein und linksmultipliziert mit dem Ausdruck  $\{\psi_i\}^T$ , so lässt sich die Differentialgleichung des ungedämpften Mehrmassenschwingers mit

$$\{\psi_i\}^T [M] [\psi] \{\ddot{Y}_{(t)}\} + \{\psi_i\}^T [K] [\psi] \{Y_{(t)}\} = \{0\} \quad (25)$$

schreiben. Berücksichtigt man die Orthogonalitätsbeziehungen, vereinfacht sich der Ausdruck zu

$$\{\psi_i\}^T [M] \{\psi_i\} \{\ddot{Y}_{(t)}\} + \{\psi_i\}^T [K] \{\psi_i\} \{Y_{(t)}\} = \{0\} . \quad (26)$$

Der Vorteil dieser schreibweise der Differentialgleichung besteht darin, dass man nun ein entkoppeltes System vor sich hat, welches sich aus mehreren Einmassenschwingern zusammensetzt. Die mit den Eigenformen transformierten Steifigkeiten und Massen werden auch als generalisiert bezeichnet.

### 3.1.3.2 Der gedämpfte Mehrmassenschwinger

Wie auch bei der Massen- und Steifigkeitsmatrix soll auch bei der Dämpfungsmatrix die Orthogonalitätsbedingung gelten:

$$\{\psi_i\}^T [C] \{\psi_j\} = 0 \quad (24)$$

Dies ist nur eine Näherung, da im Grunde die Dämpfungsmatrix voll besetzt ist.

Schreibt man die Differentialgleichung mit dazugehöriger Dämpfung an und wählt einen Ansatz wie zuvor für den ungedämpften Fall, erhalten wir komplexe Eigenvektoren und Eigenwerte. Um diesen Umstand zu umgehen, wird die

Differentialgleichung zuerst für den ungedämpften Fall gelöst und die Dämpfung danach eingeführt.

$$\{\psi_i\}^T [M] \{\psi_i\} \{\ddot{Y}_{(t)}\} + \{\psi_i\}^T [C] \{\psi_i\} \{\dot{Y}_{(t)}\} + \{\psi_i\}^T [K] \{\psi_i\} \{Y_{(t)}\} = \{0\} \quad (25)$$

In der Praxis kommt oft die sogenannte **Rayleigh – Dämpfung** zur Anwendung. Sie erfüllt die Orthogonalitätsbedingung und wird als Linearkombination der Steifigkeit und der Masse ausgedrückt.

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (26)$$

Die Dämpfungsfunktion setzt sich aus der Eigenkreisfrequenz, der Dämpfungszahl und den Rayleigh Dämpfungsparametern  $\alpha$  und  $\beta$  zusammen.

$$\xi_i = \frac{1}{2} \left( \frac{\alpha}{\omega_i} + \beta \omega_i \right) \quad (27)$$

Folgendes Diagramm zeigt die Rayleigh – Dämpfung in Abhängigkeit der Dämpfungszahl und der Eigenkreisfrequenz. (Abbildung 3-3)

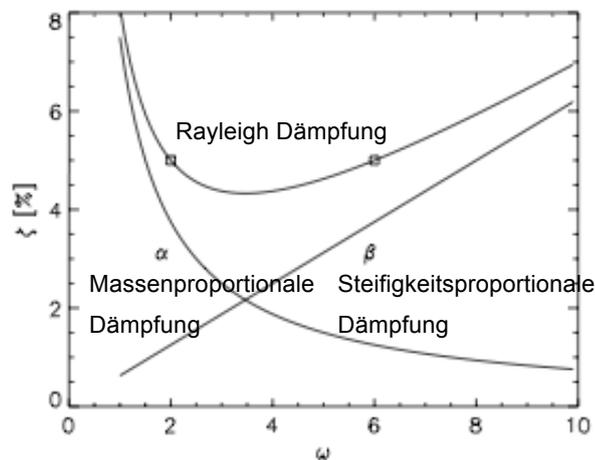


Abbildung 3-3: Rayleigh - Dämpfung<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Beispiel der Rayleigh Dämpfung für zwei Eigenkreisfrequenzen [31]

### 3.1.4 Berechnungsverfahren

In diesem Kapitel seien kurz die zur Verfügung stehenden Berechnungsverfahren erklärt.

#### 3.1.4.1 Quasistatisches Verfahren

Bei dieser Methode wird die dynamische Last als statische Ersatzlast angesetzt. Dabei kann der Verlauf der Beschleunigung auf 3 verschiedene Arten in Rechnung gestellt werden:

- Konstante Beschleunigung über die gesamte Höhe des Bauwerks
- Beschleunigungsverteilung unter Berücksichtigung der ersten Eigenform, aber ohne Eigenfrequenz
- Beschleunigungsverteilung unter Berücksichtigung der ersten Eigenform und der Eigenfrequenz

#### 3.1.4.2 Antwortspektrenverfahren

Dieses Verfahren besteht aus 2 Schritten. Im ersten Schritt werden die sogenannten Antwortspektren erstellt. Hierfür wird ein Einmassenschwinger mit verschiedenen Eigenfrequenzen und Dämpfungszahlen mit der am System auftretenden Last angeregt. Die dabei entstehenden größten Beschleunigungen, Geschwindigkeiten und Bewegungen werden dann über die Eigenschwingzeit in einem Diagramm aufgetragen. Somit erhält man das Antwortspektrum für einen speziellen Lastfall (Zeitverlauf). Hat man genug Zeitverläufe, z. B. für ein Erdbeben in einer bestimmten Region, bildet diese in einem Diagramm ab und erzeugt eine Einhüllende aller Kurven, besitzt man ein Antwortspektrum, das alle Einmassenschwinger abdeckt. Zusätzlich bildet diese Einhüllende die ungünstigsten Lastfälle ab und ist für alle Bauwerke gleichermaßen anwendbar.

Im zweiten Schritt werden die aus Schritt 1 erhaltenen Daten auf das Gesamtsystem angewandt. Mithilfe der Formel (26) werden die generalisierten Größen, die aus dem Antwortspektrum entnommen werden können, aufsummiert. Um zum tatsächlichen Maximalwert zu gelangen müssen diese Größen überlagert werden. Dabei wird meist

die SRSS – Regel angewandt (Square Root of Sum of Squares), siehe Formel (28).

$$N = \sqrt{\sum_{i=1}^n N_i^2} \quad (28)$$

### 3.1.4.3 Zeitverlaufsverfahren

Dieses Verfahren kommt dann zur Anwendung wenn ein Zeitverlauf der Beschleunigung vorliegt. Damit kann die Differentialgleichung aus Formel (15) gelöst werden, was bedeutet, dass man nun alle Bewegungsgrößen und deren Verläufe kennt. Zur Lösung der Differentialgleichung stehen 2 verschiedene Verfahren zur Verfügung:

1. Modale Superposition
2. Direkte Integration

Bei der modalen Superposition werden, ähnlich zu der Antwortspektrenmethode, die verschiedenen Eigenformen miteinander überlagert. Die verwendete Anzahl der Eigenformen zur Berechnung kann dabei gewählt werden. Allgemein gilt, dass für Spannungen eine höhere Anzahl an Eigenformen benötigt wird als für die Verschiebungen, da diese nicht so schnell konvergieren. Die modale Superposition lässt sich nur auf lineare Probleme anwenden.

Bei der direkten Integration wird die Differentialgleichung mittels numerischer Integrationsverfahren gelöst, hierfür gibt es implizite- (z. B. Newmark) und explizite Verfahren (z. B. zentrale Differenzen). Es ist auf lineare als auch nichtlineare Probleme anwendbar.

### 3.1.4.4 Verfahren im Frequenzbereich

Bei dieser Methode wird das Differentialgleichungssystem aus Formel (15) mittels Fouriertransformation in den Frequenzbereich übertragen. Dadurch erhält man eine Gleichung die nun von der Kreisfrequenz abhängig ist und keine Ableitungen der Bewegungsgröße mehr beinhaltet. Nach dem Lösen des Gleichungssystems kann wieder in den Zeitbereich rücktransformiert werden. Dieses Verfahren ist nur für lineares Systemverhalten geeignet.

### 3.2 Hydromechanische Grundlagen [5]

Weitere hydromechanische Grundlagen befinden sich in ANHANG A.

#### 3.2.1 Mitschwingende Massen nach Westergaard [1]

Der Ansatz nach Westergaard beschreibt ein quasistatisches Verfahren zur Berücksichtigung der mitschwingenden Wassermassen bei einer Erdbebenbelastung. Westergaard fand dabei einen Zusammenhang zwischen der Höhe des Wasserspiegels und der mitschwingenden Masse.

Mit folgenden Annahmen

- Vertikale, starre Sperrenoberfläche
- Unendlich langes Reservoir
- Inkompressible Flüssigkeit
- Kleine Verschiebungen
- Keine Oberflächenwellen
- Nur horizontale Bewegungen

lässt sich die mitschwingende Masse nach Westergaard schreiben als:

$$m_w = \frac{7}{8} \cdot \rho \cdot \sqrt{H \cdot z} \cdot A_w \quad (29)$$

$H$  ...Tiefe des Reservoirs

$z$  ...variable Höhe, von der Wasserspiegeloberfläche gerechnet

$A_w$  ...wasserseitige Oberfläche des Damms

$\rho$  ...Dichte des Wassers

Die Größe der Masse steigt dabei parabelförmig an und ist eine Funktion der Tiefe des Reservoirs.

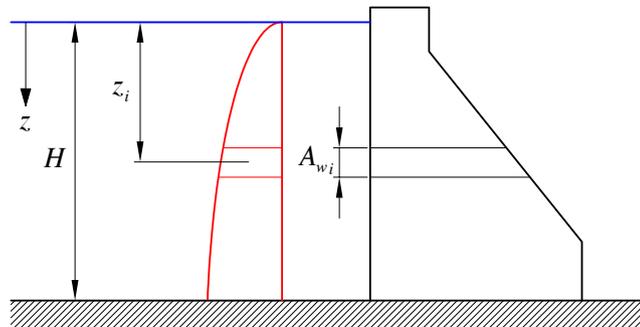


Abbildung 3-4: Westergaard

### 3.3 Geotechnische Grundlagen [33]

#### 3.3.1 Porenwasserdrücke

Porenwasser wird jenes Wasser genannt, das sich in den Poren oder Klüften von Fels oder dem Boden befindet. Der Porenwasserdruck

$$U = \rho_w \cdot g \cdot h_w \quad (30)$$

ist definiert als Produkt zwischen der Dichte des Wassers, der Erdbeschleunigung und der Mächtigkeit.

In der Bodenmechanik spricht man oft von totalen und effektiven Spannungen, die sich durch den auftretenden Porenwasserdruck unterscheiden.

$$\text{Totale Spannungen} \quad \sigma = \sigma' + U \quad (31)$$

$$\text{Effektive Spannungen} \quad \sigma' = \sigma - U \quad (32)$$

Betrachtet man eine Bodenschicht mit darüberliegendem Wasserspiegel, so kann man aufgrund dieser Beziehungen erkennen, dass die Höhe des Wasserspiegels keinen Einfluss auf die Effektiven im Boden auftretenden Spannungen hat. Da keine Schubkräfte im Wasser mobilisiert werden können entspricht der Spannungstensor einer Diagonalmatrix und ist nur in den Hauptspannungsrichtungen besetzt.

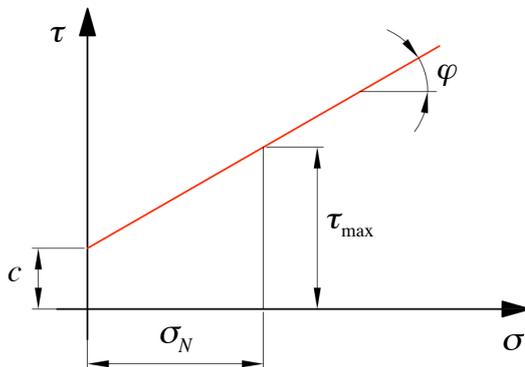
$$[U] = \begin{bmatrix} U & 0 & 0 \\ 0 & U & 0 \\ 0 & 0 & U \end{bmatrix} \quad (33)$$

### 3.3.2 Scherfestigkeit am Fels [34]

Hier soll kurz das Prinzip des Blockgleitens und der damit zusammenhängenden Scherfestigkeit am Fels beschrieben werden.

Felsblöcke im Gebirge entstehen durch die geologischen Gegebenheiten. Aufgrund von Trennflächen werden so Blöcke aus dem intakten Gebirge geschnitten. Die Stabilitätsüberprüfung solcher stellt eine wichtige Untersuchung dar. Dabei ist der Reibungswiderstand über die beiden Trennflächeneigenschaften, Reibungswinkel  $\varphi$  und Kohäsion  $c$ , definiert.

Die Scherfestigkeit nach Mohr – Coloumb ist definiert als



$$\tau_{\max} = c + \sigma_N \cdot \tan \varphi \geq \tau_{\text{vorh}} \quad (34)$$

Abbildung 3-5: Diagramm Mohr – Coloumb

Ist der Felsblock von Wasser umgeben, so tritt auch hier der zuvor beschriebene Porenwasserdruck auf (Kapitel 3.2.1).

Im Fels können Porenwasserdrücke nur in den Klüften auftreten. So kommt es in geklüftetem Fels zu dem Problem das sich aufgrund der Porenwasserdrücke die Normalspannungen verringern und somit auch die Reibungskraft abgemindert wird.

$$\tau = (\sigma - U) \cdot \tan \varphi \quad (35)$$

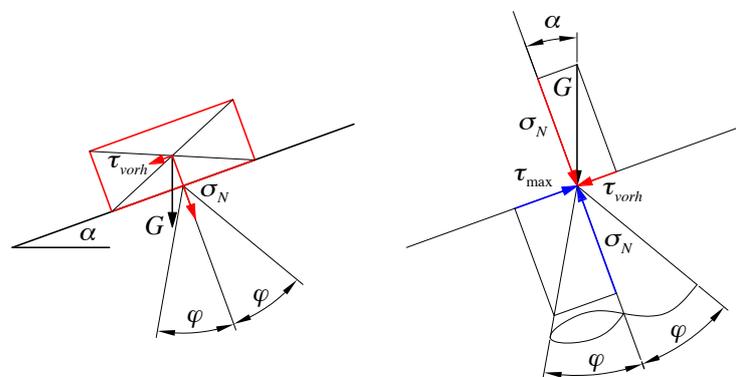


Abbildung 3-6: Spannungen

### 3.3.3 Londe Methode [24]

Diese Methode zur Überprüfung der Felskeilstabilität wurde von **Pierre Londe** im Jahr 1965 erarbeitet. Es ist eine Starrkörpermethode, mit der sich die Stabilität eines Felskörpers im dreidimensionalen Raum überprüfen lässt. Einflüsse aus der Kohäsion oder Zugfestigkeiten werden dabei vernachlässigt. Der Widerstand des Gleitwiderstandes ist somit nur vom Reibungswinkel in den Trennflächen abhängig. Zusätzlich wird von ebenen Gleitflächen ausgegangen was in der Natur nie der Fall ist, somit liegt das Verfahren aufgrund dessen auf der sicheren Seite. Der Einfluss der Momente, die aus den einwirkenden Kräften resultiert, wird ebenfalls vernachlässigt. Eine Verformung des Felskeils selbst ist nicht zulässig.

Die in Rechnung gestellten Kräfte sind folgende:

- Gewicht des Felskeils
- Resultierende Kraft aus den auf den Keil wirkenden Kräfte von Außen
- Kräfte aus Porenwasserdrücken
- Kräfte aus Erdbebenbelastungen
- Reaktionskräfte an den 3 Trennflächen

Zur Stabilitätsüberprüfung werden zuerst die 3 Reaktionskräfte an den Trennflächen mittels Gleichgewichtsbedingungen ermittelt. Insgesamt können 8 verschiedene Zustände eintreten (Tabelle 3-1).

Flächendefinitionen:

- Fläche 1: OBC
- Fläche 2: OAC
- Fläche 3: OAB

1. *Zustand:*

Alle Kontaktflächen sind in Kontakt, Felskeil ist stabil.

2. *Zustand:*

Es tritt gleiten auf den Flächen 2 & 3 ein und somit entlang der Richtung OA. Für diesen Fall müssen die beiden Normalkräfte  $N_1$ ,  $N_2$  und die treibende Kraft  $S_{OA}$  ermittelt werden. Die Sicherheit gegen gleiten ergibt sich somit zu

$$SF = \frac{S_{OA}}{N_2 \tan \varphi + N_3 \tan \varphi} \quad (36)$$

## 3. Zustand:

Dieser Zustand ist ähnlich dem Zweiten, nur gleitet der Felskeil diesmal entlang den Flächen 1 & 3 und die treibende Kraft ist  $S_{OB}$ .

$$SF = \frac{S_{OB}}{N_1 \tan \varphi + N_3 \tan \varphi} \quad (37)$$

## 4. Zustand:

Dieser Zustand ist ähnlich dem Zweiten und Dritten, nur gleitet der Felskeil diesmal entlang den Flächen 1 & 2 und die treibende Kraft ist  $S_{OC}$ .

$$SF = \frac{S_{OB}}{N_1 \tan \varphi + N_2 \tan \varphi} \quad (38)$$

## 5. Zustand:

In diesem Zustand gleitet der Felskeil nur mehr auf einer Fläche, nämlich der Dritten. Die treibende Kraft  $S_3$  setzt sich nun aus den beiden Richtungen  $\overline{OA}$  &  $\overline{OB}$  zusammen.

$$SF = \frac{S_3}{N_3 \tan \varphi} \quad (39)$$

## 6. Zustand:

Gleich wie Zustand 5 nur gleitet der Felskeil nun auf der ersten Fläche. Die treibende Kraft  $S_1$  setzt sich aus den beiden Richtungen  $\overline{OB}$  &  $\overline{OC}$  zusammen.

$$SF = \frac{S_1}{N_1 \tan \varphi} \quad (40)$$

## 7. Zustand:

Wie Zustand 5 und 6 nur gleitet der Felskeil nun auf der zweiten Fläche. Die treibende Kraft  $S_2$  setzt sich aus den beiden Richtungen  $\overline{OA}$  &  $\overline{OC}$  zusammen.

$$SF = \frac{S_2}{N_2 \tan \varphi} \quad (41)$$

## 8. Zustand:

In diesem Zustand besteht kein Kontakt mehr mit den Gleitflächen. Der Felskeil hebt ab.

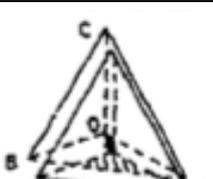
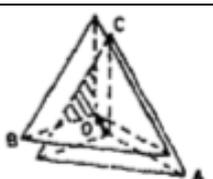
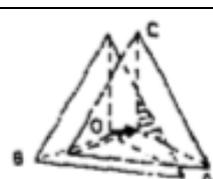
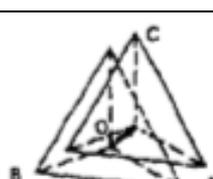
Zustand	Gleitrichtung	Kontaktflächen	Offene Flächen	Abbildung
1	0	Alle	0	
2	OA	2 & 3	1	
3	OB	1 & 3	2	
4	OC	1 & 2	3	
5	OA & OB	OAB	1 & 2	
6	OB & OC	OBC	2 & 3	
7	OA & OC	OAC	1 & 3	
8	Alle	0	Alle	

Tabelle 3-1: Londe Methode: Gleitzuständen [24]

### 3.4 Finite Elemente Methode [36]

Bei Berechnungen von komplizierten Geometrien stößt man mit den analytischen Verfahren schnell an seine Grenzen, deshalb muss man oft auf eine Näherungslösung zurückgreifen. Eine Möglichkeit bietet die Methode der Finiten Elemente. Mit diesem Verfahren lassen sich die komplexesten Probleme in den verschiedensten Bereichen der Natur- und Ingenieurwissenschaften berechnen. Dem Umstand, dass die Lösungen mit diesem Berechnungsverfahren bis zu einem gewissen Grad approximiert werden, sollte man sich jedoch immer im Klaren sein.

Den ersten Ansatz für die Finiten Elemente lieferte **Walter Ritz** (1878 – 1909). Seine Idee war es die Differentialgleichung der Durchbiegung nach **Bernoulli** mit einem Verformungsansatz anzunähern. Die Ansatzfunktion mit ihren unbekanntem Parametern sollte nur den geometrischen Bedingungen genügen. Das Gleichgewicht am System wird nach dem Prinzip des Minimums der potentiellen Energie berechnet. Dies besagt, dass die Summe aus Innerer und Äußerer Energie ein Minimum ergeben muss. Somit erhält man die Lösung für die unbekanntem Parameter und man kann sich die Schnittgrößen berechnen.

Für einfache Probleme ist das Verfahren nach Ritz durchaus anwendbar, bei komplexeren ist es jedoch nicht mehr so einfach, wenn nicht unmöglich, eine Ansatzfunktion zu finden. Die Idee bestand dann darin, die Geometrie in Teilbereiche zu teilen. Die Ansätze mussten also nicht nur den Rand- sondern auch den Übergangsbedingungen genügen. Aufgrund der vielen Teilbereiche reicht es aus eine einfache Ansatzfunktion zu wählen. Somit wird das zu berechnende Modell in eine endliche Anzahl von Elementen geteilt, für die bestimmte Formfunktionen gelten. Daher stammt auch der Name, **Finite Elemente Methode**. Die Aufteilung der Geometrie in Elemente wird auch als Diskretisierung bezeichnet.

Nun soll kurz die Vorgehensweise bei der Finiten Elemente Methode im zweidimensionalen Fall erläutert werden. Für die genauere Behandlung dieses Kapitels wird auf die einschlägige Fachliteratur, wie zum Beispiel „**The Finite Element Methode: Its Basis and Fundamentals**“ von Zienkiewicz, verwiesen, da hier aufgrund des Umfangs und der Komplexität dieser Thematik darauf nicht genauer eingegangen werden kann.

1. *Teilung der Geometrie in Elemente und überführen in ein lokales Koordinatensystem*

$$\left\{ x_{(\xi,n)} \right\}^e = \sum_n N_{n(\xi,n)} \left\{ x \right\}_n^e \quad (42)$$

$N_{n(\xi,n)}$	...Formfunktionen
$x_{(\xi,n)}$	...Koordinaten im lokalen Koordinatensystem
$x$	...Koordinaten im globalen Koordinatensystem
$n$	...Anzahl der Knoten pro Element

2. *Ansatz für die Verformung*

Für die Verformung werden dieselben Funktionen verwendet wie für die Beschreibung der Geometrie, somit spricht man von isoparametrischen Elementen.

$$\left\{ u_{(\xi,n)} \right\}^e = \sum_n N_{n(\xi,n)} \left\{ u \right\}_n^e \quad (43)$$

$N_{n(\xi,n)}$	...Formfunktionen
$u_{(\xi,n)}$	...Verformungen im lokalen Koordinatensystem
$u$	...Verformungen im globalen Koordinatensystem
$n$	...Anzahl der Knoten pro Element

3. *Berechnung der Dehnungen*

Für die Dehnungen und Verzerrungen gilt:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u_x}{\partial x} = \frac{\sum_n N_{n(\xi,n)} u_{xn}^e}{\partial x} \quad (44)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial u_y}{\partial y} = \frac{\sum_n N_{n(\xi,\eta)} u_{y_n}^e}{\partial y} \quad (45)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} = \frac{\sum_n N_{n(\xi,\eta)} u_{x_n}^e}{\partial y} + \frac{\sum_n N_{n(\xi,\eta)} u_{y_n}^e}{\partial x} \quad (46)$$

Die Ableitung der Formfunktionen wird auch B – Matrix genannt.

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_n}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial y} \dots 0 & \frac{\partial N_n}{\partial y} \\ \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_n}{\partial x} & \frac{\partial N_n}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (47)$$

So ergibt sich für die Dehnungen

$$\{\varepsilon\}^e = [B] \{u\}^e \quad (48)$$

#### 4. Hooke'sches Gesetz

Für das Hooke'sche Gesetz im 2 Dimensionalen und ideal elastischem Zustand lassen sich die 3 Spannungskomponenten folgend ausdrücken:

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_x + \nu \cdot \varepsilon_y) \quad (49)$$

$$\sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_y + \nu \cdot \varepsilon_x) \quad (50)$$

$$\tau_x = \frac{E}{2(1-\nu)} \gamma_{xy} \quad (51)$$

Trennt man die Materialabhängigenparameter von den Dehnungen und Verzerrungen erhält man die sogenannte D – Matrix zu

$$[D] = \begin{bmatrix} \frac{E}{1-\nu^2} & \nu & 0 \\ \nu & \frac{E}{1-\nu^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{E}{2(1-\nu)} \end{bmatrix} \quad (52)$$

In Matrizenschreibweise ergibt sich somit für den Spannungsvektor

$$\{\sigma\}^e = [D]^e \{\varepsilon\}^e \quad (53)$$

### 5. Bildung der Inneren und Äußeren potentiellen Energie

Die gesamte potentielle Energie ergibt sich zu

$$\Pi = \Pi_i + \Pi_e = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \{\varepsilon\}^{eT} \{\sigma\}^e |J| d\xi d\eta + \{P\}^e \{u\}^e \quad (54)$$

mit der Jacobi Matrix

$$[J] = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} \quad (55)$$

Der Jacobian  $|J|$  dient prinzipiell dazu die B – Matrix zu transformieren da die darin enthaltenen Formfunktionen nicht nach globalen Koordinaten abgeleitet werden können.

Bildet man das Minimum der potentielle Energie indem man die Gleichung partiell nach den Verformungen ableitet und Null setzt stellt sich im System das Gleichgewicht ein und das Gleichungssystem lässt sich lösen.

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \{u\}^e} = \frac{\Pi_i}{\partial \{u\}^e} + \frac{\Pi_e}{\partial \{u\}^e} = 0 \quad (56)$$

Leitet man die beiden Terme ab lässt sich das Gleichungssystem anschreiben als

$$[K]^e \{u\}^e - \{P\}^e = 0 \quad (57)$$

mit der Steifigkeitsmatrix  $K$  und dem Lastvektor  $P$  pro Element.

Abschließend werden die einzelnen Elementsteifigkeitsmatrizen zu einer Gesamtsteifigkeitsmatrix assembliert.

Löst man dieses Gleichungssystem erhält man die Verformungen mit denen man sich abschließend durch sogenanntes Post Processing die Schnittkräfte ermitteln kann.

## 4. User Element Subroutine

Zur Berücksichtigung der mitschwingenden Wassermassen wird hier die Methode nach Westergaard angewandt. Um die Wirkungsweise dieser Methode im Programm richtig umzusetzen, wird eine sogenannte **User Subroutine** geschrieben. ABAQUS beinhaltet viele solcher Schnittstellen, die es ermöglichen selbst eine Funktion für bestimmte Anwendungen zu implementieren. Die hier verwendete Subroutine nennt sich **UEL (User-defined elements)**. Sie wird zur Erstellung von Anwender generierten Elementen benötigt. Diese Elemente werden in der Benutzeroberfläche von ABAQUS erst bei der Visualisierung der Ergebnisse angezeigt und dort lediglich als Kreuz an dem Knoten des jeweiligen Elements an dem sie definiert wurden. Alle benötigten Informationen für diese Elemente sind vom Benutzer in der Subroutine zu definieren.

### 4.1 Aufruf im Input – File

Zur Verwendung der UEL Subroutine muss sie im „Input – File“ erst aufgerufen werden.

Der Befehl für den Aufruf der Subroutine im „Input – File“ sieht folgendermaßen aus:

```
*USER ELEMENT, NODES=9, TYPE=U1, PROP=2, COORD=3  
1, 2, 3
```

#### Erste Zeile:

*USER ELEMENT	...Befehl für den Aufruf der User Subroutine UEL,
NODES=9	...vom Benutzer definierte Anzahl der Knoten des User Elements,
TYPE=U1	...Benennung des User Elements, muss U plus einer fortlaufenden Nummer sein,
PROP=2	...Anzahl der Eigenschaften/Variablen die in die Subroutine weitergegeben werden,
COORD=3	...Anzahl der Koordinaten des User Elements.

#### Zweite Zeile:

1, 2, 3	...Anzahl der Freiheitsgrade, 1,2 und 3 bedeutet, dass die Verschiebungen in x, y und z frei sind und alle anderen gesperrt.
---------	--

Danach werden die User Elemente mit dem Befehl

```
*ELEMENT, TYPE =U1
```

```
10001, 11654, 11655, 10870, 10869, 12423, 12422, 12421, 12420, 10812
```

```
.  
.   
.
```

anhand ihrer „connectivities“ definiert. In der zweiten Zeile steht als erster Wert die Nummer des Elements und nachfolgend dessen Knoten in der vordefinierten Reihenfolge (Abbildung 4-1). Der letzte Knoten dient nur der Definition des Abstandes von der Elementmitte zur Dammaufstandsfläche und wird nicht mit einer Masse behaftet.

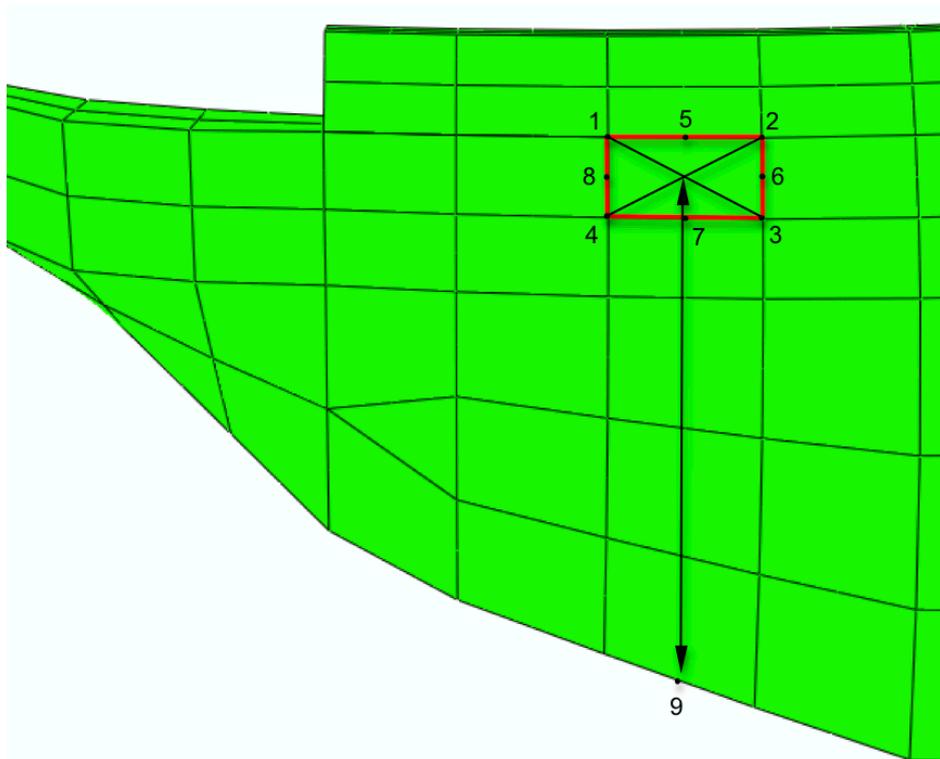


Abbildung 4-1: User Element mit Nummerierung

Danach werden die Elemente noch zu einem Set von Elementen zusammengefasst:

```
*ELSET, ELSET=ADDED_MASS_8Node  
10001, 10002, 10003,...
```

Zuletzt werden noch die Eigenschaften/Variable definiert, die jedem Element in die Subroutine mitgegeben werden:

```
*UEL PROPERTY, ELSET= ADDED_MASS_8Node  
1609, 0.001
```

In der zweiten Zeile stehen die Eigenschaften/Variablen die als PROPS in die Subroutine übergeben werden. Dabei definiert der erste Wert die Höhe des Wasserspiegels und der zweite Wert die Dichte des Wassers.

## 4.2 UEL Interface [7]

Das Interface zur Nutzung der UEL sieht folgend aus:

```
SUBROUTINE UEL(RHS, AMATRIX, SVARS, ENERGY, NDOFEL, NRHS, NSVARS,
1 PROPS, NPROPS, COORDS, MCRD, NNODE, U, DU, V, A, JTYPE, TIME,
2 DTIME, KSTEP, KINC, JELEM, PARAMS, NDLOAD, JDLTYPE, ADLMAG,
3 PREDEF, NPREDF, LFLAGS, MLVARX, DDLMAG, MDLOAD, PNEWDT, JPROPS,
4 NJPRO, PERIOD)
```

```
INCLUDE 'ABA_PARAM.INC'
```

```
  DIMENSION RHS(MLVARX,*), AMATRIX(NDOFEL, NDOFEL), PROPS(*),
1 SVARS(*), ENERGY(*), COORDS(MCRD, NNODE), U(NDOFEL),
2 DU(MLVARX,*), V(NDOFEL), A(NDOFEL), TIME(2), PARAMS(*),
3 JDLTYP(MDLOAD, *), ADLMAG(MDLOAD, *), DDLMAG(MDLOAD, *),
4 PREDEF(2, NPREDF, NNODE), LFLAGS(*), JPROPS(*)
```

-----  
**VOM BENUTZER ERSTELLTER ALGORITHMUS ZUR DEFINITION VON  
RHS, AMATRIX, SVARS, ENERGIE, PNEWDT**  
-----

```
RETURN
```

```
END
```

Folgende Variablen müssen vom Benutzer bereitgestellt werden:

RHS	...right-hand-side vector, Lastvektor
AMATRIX	...Steifigkeitsmatrix, Massenmatrix
SVARS	...Werte die von einem Inkrement ins nächste weitergegeben werden
ENERGIE	...Energie des User Elements (kinetische Energie, potentielle Energie,..)
PNEWDT	...Faktor zur Verkleinerung des verwendeten Zeit Inkrements, muss nicht, aber kann neu festgelegt werden.

Alle anderen Variablen werden als Information in die Subroutine übergeben und können nicht geändert werden.

### 4.3 Algorithmus zur Umsetzung der mitschwingenden Wassermassen nach Westergaard

In diesem Kapitel wird der Algorithmus zur Berücksichtigung der mitschwingenden Wassermassen nach Westergaard erläutert. Auf die Darstellung des Programmiercodes wird hier verzichtet, da es zu unübersichtlich wäre. Der gesamte Code befindet sich im ANHANG D.

#### 1. Berechnung der Massen pro Element

Zu Beginn des Algorithmus wird die Masse des jeweiligen User Elements berechnet. Dazu wird zuerst die Differenz zwischen dem Mittelpunkt des User Elements und der geodätischen Höhe des Wasserspiegels ermittelt um in späterer Folge mittels der Formel

$$m_w = \frac{7}{8} \cdot \rho \cdot \sqrt{H \cdot z} \cdot A_w \quad (58)$$

die addierte Masse zu berechnen. Diese Masse gilt für ein User Element, das aus 8 oder 6 Knoten besteht und muss aufgrund dessen auf die Knoten aufgeteilt werden. Bei der Aufteilung wurde die Konvention getroffen, dass jeder Knoten die gleiche Masse erhält, somit ein Achtel oder ein Sechstel der Gesamtmasse, das bedeutet, dass die darunterliegenden Elementoberflächen der Sperre, quadratisch sein müssen.

#### 2. Bestimmung der Normalen auf die Dammoberfläche

Da das Wasser keinen Schub übertragen kann und somit jegliche aus dem Wasser resultierende Kraft nur normal auf den Dammkörper wirkt, wird hier eine Prozedur eingeführt, welche die Wirkungsrichtung der mitschwingenden Massen auf die Richtung Normal zur Oberfläche umrechnet. Dieses Problem wird dadurch gelöst, dass man pro Knoten 2 Vektoren  $vec_{A_i}$  und  $vec_{B_i}$  bestimmt, welche die Oberfläche tangieren. Die Nachbarknoten zur Bestimmung der Vektoren werden so gewählt, dass die Beiden in etwa einen Winkel von  $90^\circ$  einschließen (Abbildung 4-2). Sind diese nun definiert lässt sich mit dem Kreuzprodukt der Normalvektor  $norm_i$  auf die ausgespannte Fläche bestimmen. Um mit diesem Normalvektor operieren zu können musste er schließlich noch normiert werden.

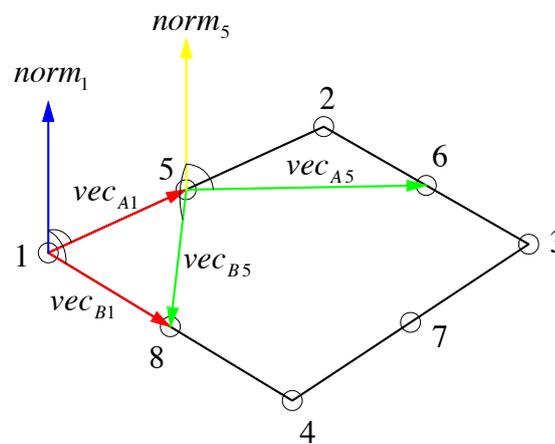


Abbildung 4-2: User Element Nummerierung und Vektordefinitionen

### 3. Aufstellen der konsistenten Massenmatrix

Um nur die Massen in Richtung der Normalen zu berücksichtigen wird auch diese umgewandelt. Man spricht von einer „konsistenten Massenmatrix“ wenn man die gegenseitigen Einflüsse der Massen berücksichtigt und diese voll besetzt ist. Also wird die zuvor ermittelte Masse mit einer Matrix multipliziert, die den Anteil nur in Normalrichtung berücksichtigt und zusätzlich diesen in die 3 Hauptrichtungen aufteilt. Die Transformationsmatrix ergibt sich zu

$$[T] = \begin{bmatrix} xx & xy & xz \\ yx & yy & yz \\ zx & zy & zz \end{bmatrix} \quad (59)$$

wobei  $x$ ,  $y$ ,  $z$  die globalen Koordinaten des lokalen Normalvektors sind.

### 4. Transformation der Geschwindigkeitsvektoren

Bei den Geschwindigkeiten funktioniert die Transformation gleich, nur handelt es sich bei den zu transformierenden Größen um einen Vektor. Zum leichteren Verständnis wird hier die Transformation in die einzelnen Schritte zerlegt. Zuerst werden die Geschwindigkeitsanteile aus den drei globalen Raumrichtungen in die lokale  $z$  – Richtungen transformiert und aufsummiert. Anschließend wird die Größe des Vektors wiederum mit dem Normierten in die 3 globalen Richtungen zerlegt.

## 5. Definieren von AMATRIX, RHS und ENERGY

Die Festlegung dieser 3 Terme ist zugleich der wichtigste Teil der Subroutine da dies die Variablen sind die dem Programm zur Berechnung des Problems zurückgegeben werden. Je nachdem, welche Prozedur zur Lösung der Gleichungssysteme herangezogen wird, kann sich die Definition ändern. Zur Unterscheidung eben dieser wird der Subroutine ein Vektor namens LFLAGS mitgegeben, den es zu prüfen gilt. Dabei wird in der Subroutine eine „if“ Bedingung gesetzt, die bedeutet, dass wenn der Vektor LFLAGS in einer gewissen Zeile einem bestimmten Wert entspricht, die AMATRIX eine spezielle Definition erhält.

Handelt es sich so wie bei dieser Subroutine um eine dynamische Berechnung, so fließen die Werte aus PARAMS mit ein. Diese 3 Werte  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ , die der Vektor enthält sind die Integrationsoperatoren für die **Hilbert-Hughes-Taylor** Formel. Für den dynamischen Fall (LFLAGS(3)=1 und LFLAGS(1)=11, 12) ist AMATRIX und RHS als Lastvektor zu definieren. Die Massenmatrix multipliziert mit der Ableitung der Beschleunigung nach dem Weg ergibt diese Matrix. Für die **Hilbert-Hughes-Taylor** Formel gilt

$$\frac{da}{du} = \frac{1}{\beta \cdot \Delta t^2} \quad (60)$$

Der Lastvektor ergibt sich aus der Multiplikation der konsistenten Massenmatrix mit dem Beschleunigungsvektor und die Energie im dynamischen Lastfall erhält man zu

$$E_{kin} = \frac{m \cdot \vec{v}^2}{2} \quad (61)$$

Für die weiteren Berechnungsprozederen werden die selben Matrizen und Vektoren wie schon beschrieben verwendet. Die AMATRIX, RHS und ENERGY müssen für jede vorkommende Variante definiert sein, sonst kann es zu Problemen in der Berechnung und den Ergebnissen kommen. Anzumerken ist, dass bei der Definition der Matrix AMATRIX und des „residual vectors“ RHS beim dynamischen Lastfall die selben Massenmatrizen verwendet werden müssen, da das Gleichungssystem sonst nicht lösbar ist.

## 5. Umsetzung in ABAQUS

### 5.1 Modellierung in ABAQUS

Auf die Darstellung der gesamten Modellierung wird hier verzichtet, sie befindet sich im ANHANG B.

### 5.2 Materialeigenschaften

Die für die Berechnung benötigten Materialeigenschaften der Bauteile werden für linear elastische und isotrope Verhältnisse wie folgt für die statische und dynamische Berechnung definiert:

Material	Dichte $\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	Elastizitäts- Modul E [MN/m <sup>2</sup> ]	Kompressions- modul K [MN/m <sup>2</sup> ]	Poisson- zahl v [-]	Durchlässig- keit k [m/s]
Beton (Staumauer)	2500	27000	-	0,167	-
Dichtschirm	2600	25000	-	0,2	1*10 <sup>-8</sup>
Gebirge neu (Fels)	2600	25000	-	0,2	1*10 <sup>-5</sup>
Gebirge alt (Fels)	2600	25000	-	0,2	-
Wasser	1000	-	2200	-	-

Tabelle 5-1: Materialeigenschaften

Der Trennflächenreibungswinkel für Fels wurde mit 35° definiert.

Die Rayleigh Dämpfungskoeffizienten für den Fels und den Beton sind:

$$\alpha = 0.6$$

$$\beta = 0.001$$

Diese Kennwerte wurden aus der Veröffentlichung *Tenth Benchmark Workshop on Numerical Analysis of Dams: Theme C "Stability of a dam abutment including seismic loading"* [18] übernommen.

Da der Dichtschirm im Grunde nicht die selben Festigkeiten wie der Fels besitzt, kommt es aufgrund dessen zu Spannungserhöhungen am Übergang welche Einfluss auf das Gesamtergebnis haben können, darum wurden dem Dichtschirm und dem anliegenden Gebirge dieselben Festigkeitseigenschaften zugewiesen.

### 5.3 Belastungen

Folgende Belastungen werden am Modell berücksichtigt und in dieser Reihenfolge am System aufgebracht:

- Eigengewicht des Keils und der Staumauer
- Gravitation an der Staumauer
- Hydrostatische Wasserlast
- Porenwasserdrücke
- Erdbeben

Auf den Einfluss der Temperaturänderungen wird verzichtet. Das anstehende Gebirge wird als „masselos“ angesehen. Im Gegensatz zum Keil, dessen Eigengewicht am neuen Modell mit diskretisierten Keil positiv zur Stabilität des Systems beiträgt. Am Modell der Londe – Methode wird das Gewicht des Keils erst bei der Stabilitätsberechnung nach Londe eingeführt und im Finite Elemente Modell nicht berücksichtigt.

### 5.3.1 Statische Lasten

Von den genannten Lasten werden folgende als statische Einwirkung in dieser Reihenfolge am System berücksichtigt:

1. *Eigengewicht des Keils und der Staumauer*

Zur Berücksichtigung des Eigengewichts und der damit verbundenen Standsicherheit und den Verformungen.

2. *Hydrostatische Wasserlast*

Maßgebliche Einwirkung bei einer Staumauer die dauerhaft in Abhängigkeit des Wasserstandes im Reservoir wirkt.

3. *Porenwasserdrücke*

Die Porenwasserdrücke werden aufgrund des Modells nur auf dem neu modellierten Restgebirge simuliert, da das alte Gebirge aus einem Input – File importiert wurde und somit die Änderung der Elemente von 3D Solid Brick Elementen zu 3D Pore Fluid/Stress Elementen nicht möglich war (Abbildung 5-1). Aufgebracht werden sie nach dem hydrostatischen Lastfall als Funktion der Höhe des Wasserspiegels, die dabei verwendete Subroutine befindet sich in der der Westergaard – Massen im ANHANG D. An der restlichen Gebirgsoberfläche wurden die Porenwasserdrücke 0 gesetzt.

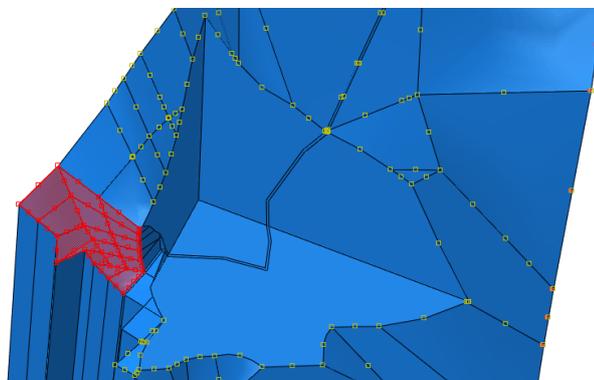


Abbildung 5-1: Porenwasserdrücke am Restgebirge

### 5.3.2 Dynamische Lasten

Als dynamische Lasten treten am System die Beschleunigungen aus der Erdbebenbelastung auf. Alle Erdbebenbelastungen sind in der Regel transiente Belastungen. Die hier dargestellten, wurden auf probabilistischer Basis künstlich erstellt. Die Belastungen werden an den Modellrändern in allen 3 Raumrichtungen angebracht.

#### 5.3.2.1 Beschleunigungs - Zeitverlauf in x – Richtung

Die x – Richtung ist im Modell horizontal und normal zur Dammachse.

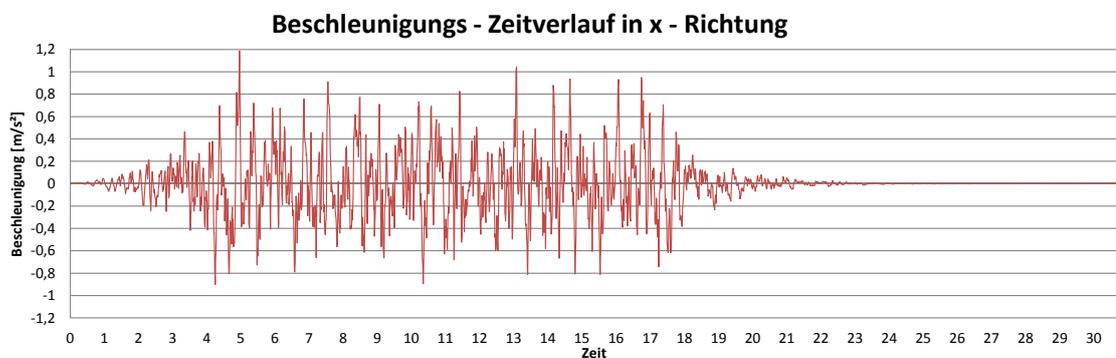


Abbildung 5-2: Beschleunigungs - Zeitverlauf in x - Richtung

#### 5.3.2.2 Beschleunigungs - Zeitverlauf in y – Richtung

Die y – Richtung ist im Modell die horizontale Dammachse.

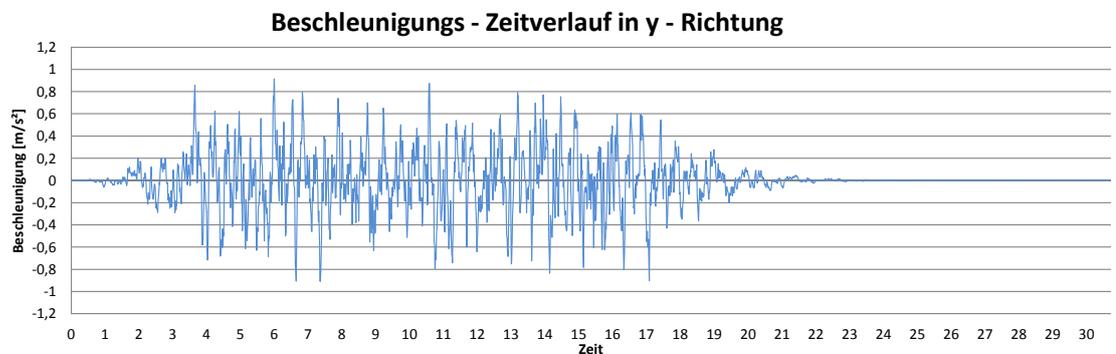


Abbildung 5-3: Beschleunigungs - Zeitverlauf in y - Richtung

### 5.3.2.3 Beschleunigungs - Zeitverlauf in z – Richtung

Die z – Richtung ist im Modell die Vertikale.

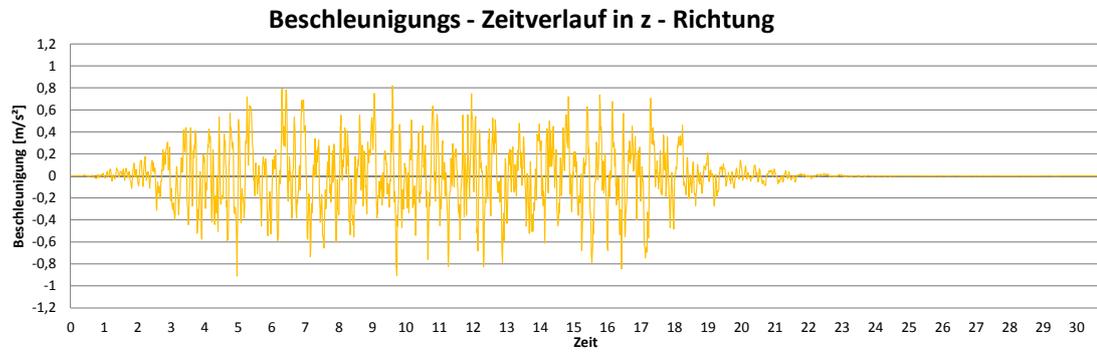


Abbildung 5-4: Beschleunigungs - Zeitverlauf in z - Richtung

## 5.4 Diskretisierung in ABAQUS 6.9 EF1

Sämtliche Berechnungen werden in ABAQUS 6.9 EF1 durchgeführt. Alle nachfolgenden Angaben zur Element- und Knotenanzahl gelten für das endgültige Modell mit Dichtschirm und Porenwasserdrücken.

### 5.4.1 Ursprüngliches Gebirge

Die Elemente des ursprünglichen Gebirges werden als dreidimensionale, lineare Brick Solid Elemente mit 8 Knoten diskretisiert (C3D8).

Anzahl der Knoten: 8021  
Anzahl der Elemente: 824

### 5.4.2 Staumauer

Diese Elemente werden, abweichend vom ursprünglichen Modell (C3D8), in quadratische Brick Solid Elemente mit 20 Knoten und reduzierter Integration umgewandelt (C3D20R). Diese Änderung hat den Grund, dass die Elemente an der Dammkrone relativ dünn werden und dadurch das sogenannte „shear locking“<sup>2</sup> vermieden werden soll.

Anzahl der Knoten: 12421  
Anzahl der Elemente: 316

### 5.4.3 Restgebirge und Felskeil

Aufgrund der komplizierten Geometrie, speziell am Übergang zwischen dem Keil und dem Gebirge wird nur mit Tetrahedra Elementen vernetzt. Dazu kommt, dass aufgrund der Berücksichtigung des Porenwasserdruckes die Elemente vom Typ Pore Fluid/Stress gewählt werden und diese nur eine quadratische Vernetzung ohne „Reduced Integration“ ermöglichen (Bezeichnung in ABAQUS: C3D10MP). Das Problem daran ist, dass damit die Rechenzeit um ein vielfaches erhöht wird. Darum wird ein Kompromiss zwischen Anzahl an Elementen und der Genauigkeit der Ergebnisse eingegangen. Speziell an den Kontaktflächen zwischen Restgebirge und

---

<sup>2</sup> Lineare Elemente können die auftretenden Biegeverformungen nicht wiedergeben, quadratische Elemente können dies jedoch zumindest näherungsweise. Da die Verformung aus der Schubverzerrung resultiert, würde die Diskretisierung mit linearen Elementen ein viel zu steifes Verhalten simulieren. Mit linearen Elementen und „reduced integration“ könnte dieses Problem auch behoben werden.

Keil wird das Netz so fein wie möglich gewählt. Problematisch ist es, den Dichtschirm zu vernetzen, da es sich dabei um lange und schlanke Geometrien handelt und die Elemente wegen der Integration über das Gebiet auch proportionale Abmessungen braucht. Eine feine Vernetzung dieser ist daher nicht möglich, es hätte in einer exzessiven Erhöhung der Rechenzeit resultiert.

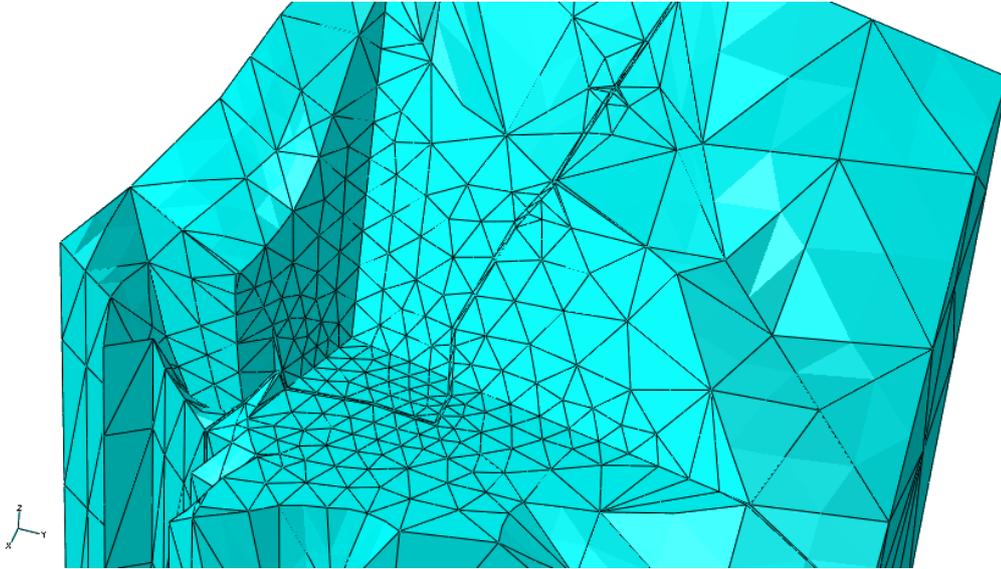


Abbildung 5-5: Restgebirge Netz

Anzahl der Knoten des Felskeils:	2529
Anzahl der Elemente des Felskeils:	1350
Anzahl der Knoten des Restgebirges:	5685
Anzahl der Elemente des Restgebirges:	3393

#### 5.4.4 Wasser

Das modellierte Wasser stammt, wie das alte Gebirge und die Staumauer, aus dem ursprünglichen „Input – File“, somit musste die Geometrie so belassen werden wie sie war. Die Geometrie wurde als 3D Acoustic Elements mit 20 Knoten diskretisiert (AC3D20). Der einzige Freiheitsgrad dieser Elemente ist der Druck.

Anzahl der Knoten:	6064
Anzahl der Elemente:	945

### 5.4.5 Kontaktbedingungen

Aufgrund der Modellierung des Felskeils werden verschiedene Kontaktbedingungen definiert.

Die Kontakte zwischen dem alten und dem neuen Gebirge, sowie alle Kontakte mit der Staumauer (auch die zwischen Mauer und Wasser) sind als feste Verbindung modelliert (Tie Constraint).

Für die Reibung in den Trennflächen wird der Kontakt als „Surface to surface“, mit einer „Interaction Property“ für „tangential behavior = penalty“ mit dem Reibungskoeffizienten von 0,7 und für „normal behavior = Hard contact“ diskretisiert. Für den „elastic slip“ wird der „default“ – Wert von 0,5 % der in Kontakt befindlichen Fläche gewählt.

Die folgenden Abbildungen zeigen die Definitionen der verwendeten Kontaktbedingungen:

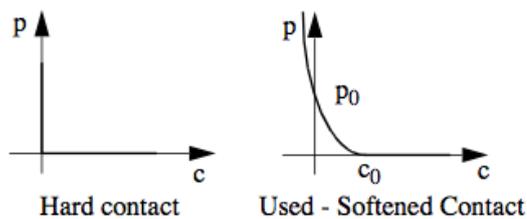


Abbildung 5-6: Definition: „Hard contact“ – „Soft contact“ [35]

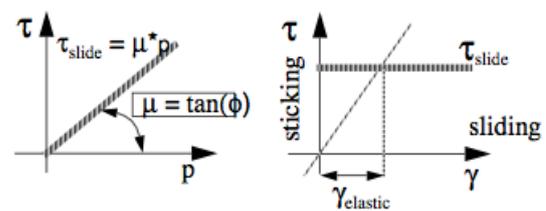


Abbildung 5-7: Definition: „Elastic slip“ [35]

In Abbildung 5-6 sieht man, dass für „Hard contact“ die Kontaktkraft nur bei 0 Abstand der Kontaktflächen mobilisiert wird, im Gegensatz dazu wird beim „Soft contact“ eine minimale Durchdringung der Kontaktflächen zur Kontaktkraftmobilisierung zugelassen. Zudem wird beim „Soft contact“ bereits bei offenen Kontaktflächen eine Kraft mobilisiert.

Die beiden in Abbildung 5-7 dargestellten Diagramme zeigen die Definition des „Elastic slip“. Dabei sieht man, dass bis zu einem gewissen Punkt, den voreingestellten Wert von 0,5 %, ein elastisches und erst danach plastisches Rutschen eintritt.

### 5.4.6 Randbedingungen

#### 1. *Statische Randbedingungen*

Die statischen Randbedingungen sind jene, die bei den statischen Lastfällen am System angebracht werden.

Dazu werden die Ränder des Modells nach den Symmetriebedingungen gesperrt, zusätzlich werden die Porenwasserdrücke an der Oberfläche des Gebirges an dem ein Druck wirken kann (Pore Fluid/Stress Elements) zu Null gesetzt.

#### 2. *Dynamische Randbedingungen*

Zur Berücksichtigung des Erdbebens wird in der Berechnung im letzten Schritt die Sperrung der Freiheitsgrade an den Rändern des Modells aufgehoben und durch die Beschleunigungen ersetzt.

Für die Berechnung der Acoustic Elements die für das modellierte Wasser verwendet wurden, werden noch spezielle Randbedingungen bezüglich des Porenwasserdruckes am Wasser gewählt. Die Auswirkung verschiedener Randbedingungen werden in Kapitel 7.2 dargestellt und kurz beschrieben.

## 6. User Element Verifizierung

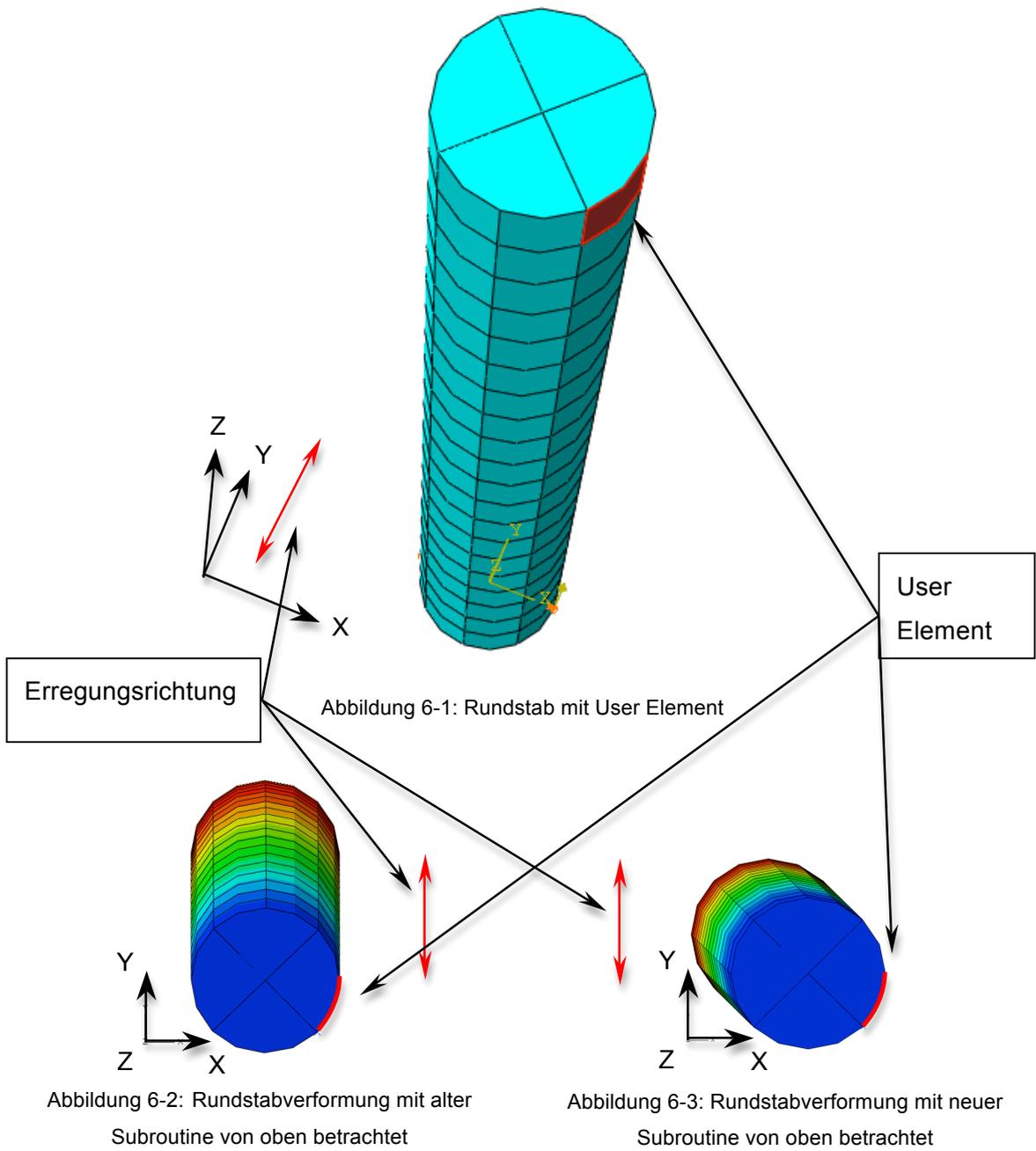
Zur Kontrolle und dem Verständnis der Wirkungsweise der entwickelten Subroutine wird ein idealisiertes Beispiel herangezogen. Dabei handelt es sich um einen runden Stab mit einfachen Abmessungen, der an einem der beiden Enden in eine Richtung quer zu seiner Längsachse mit einer fiktiven Beschleunigung angeregt wird. Nach dem Wirkprinzip der alten Subroutine darf sich der Stab nur in die erregte Richtung verbiegen, egal an welchem Kreissegment sich das User Element befindet.

Für die neue Subroutine wird die Wirkungsrichtung des User Elements dahingehend angepasst, dass dieses nur normal auf die Oberfläche wirken kann. Also darf sich aufgrund dessen der Stab nur in die Richtung normal zur Oberfläche verformen. Dies wird mit diesem einfachen Beispiel überprüft.

Die nachfolgenden Abbildungen zeigen wo das User Element definiert wird und die Auswirkung der unterschiedlichen Subroutinen.

In Abbildung 6-1 sieht man, dass das User Element an der Seite angebracht wird also schief zur Erregungsrichtung, welche an den Fußpunkten in positiver  $y$  – Richtung wirkt. Der Stab verformt sich in Abbildung 6-2 wie für die alte Subroutine üblich nur in die Erregerrichtung, im Gegensatz dazu sieht man in Abbildung 6-3 die wahre Wirkungsweise für ein User Element, das keinen Schub übertragen soll und nur normal auf die Oberfläche wirkt.

Auf die Darstellung der Größe der Verformungen wird hier verzichtet da es sich nur um ein idealisiertes Modell handelt und die Größenordnung nicht relevant ist sondern nur die Tendenz der Ergebnisse.



## 7. Talsperre Schlegeis [9]

Dieses Modell kommt hauptsächlich deswegen zur Anwendung um die entwickelte Subroutine und die Acoustic Elements zu verifizieren. Ein weiterer Vorteil liegt auch darin, dass die Rechenzeit erheblich kürzer ist als beim Luzzone – Modell und somit verschiedene Variationen durchgeführt werden können.

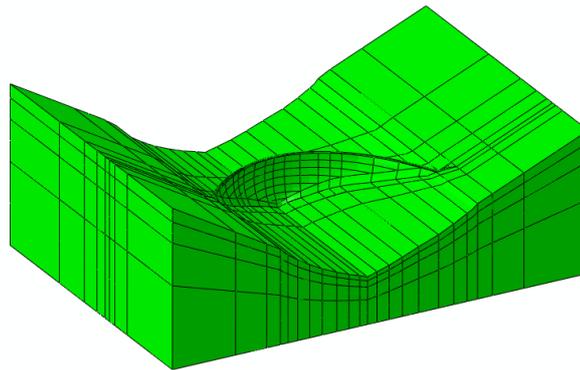


Abbildung 7-1: Modell Schlegeis

### 1. *Massenmatrix nach Westergaard bei Vollstau und rein dynamischer Belastung*

Bei diesem Modell wird die mitschwingende Masse vorab berechnet und direkt als Matrix in das „Input – File“ eingebunden, somit ist keine Subroutine zur Nachvollziehbarkeit der Wirkungsweise vorhanden, jedoch stellen die damit erzielten Ergebnisse eine Referenz dar.

### 2. *User Element Subroutine nach Westergaard bei Vollstau und rein dynamischer Belastung*

Berechnung mit der entwickelten Subroutine.

### 3. *Acoustic Elements bei Vollstau und rein dynamischer Belastung*

In diesem Fall wird das Wasser mit Hilfe von Acoustic Elements modelliert, somit resultiert an der Maueroberfläche aufgrund der Mauerbewegung durch die Erdbebeneinwirkung ein zusätzlicher Druck. Dabei werden verschiedene Randbedingungen am Wasser berücksichtigt und deren Auswirkungen untersucht.

## 7.1 Eigenfrequenzen und Eigenformen

Die Berechnung der Eigenfrequenzen und der Eigenformen für den leeren Speicher und die Massenmatrix/User Elements wird in Abaqus für insgesamt 50 Moden durchgeführt, von denen werden aufgrund der Übersichtlichkeit jedoch nur die ersten 10 angeführt. Für die Ermittlung der Eigenfrequenzen beim Modell mit den Acoustic Elements wird wegen der Wasser – Bauwerks – Interaktion ein „Frequency Sweep“ durchgeführt.

Eigenfrequenzen [Hz]				
Mode	Leerer Speicher	Massenmatrix/ User Elements	Messungen <sup>3</sup>	Acoustic Elements
1	2,53	1,79	1,79	1,79
2	2,64	1,84	1,91	1,96
3	3,79	2,76	2,30	2,25
4	3,89	2,87	2,73	3,03
5	4,33	3,24	3,30	3,28
6	5,18	3,83	-	3,65
7	5,62	4,10	-	4,25
8	6,60	4,60	-	4,65
9	6,82	4,78	-	4,80
10	7,28	5,15	-	5,20

Tabelle 7-1: Eigenfrequenzen der Schlegeis Staumauer

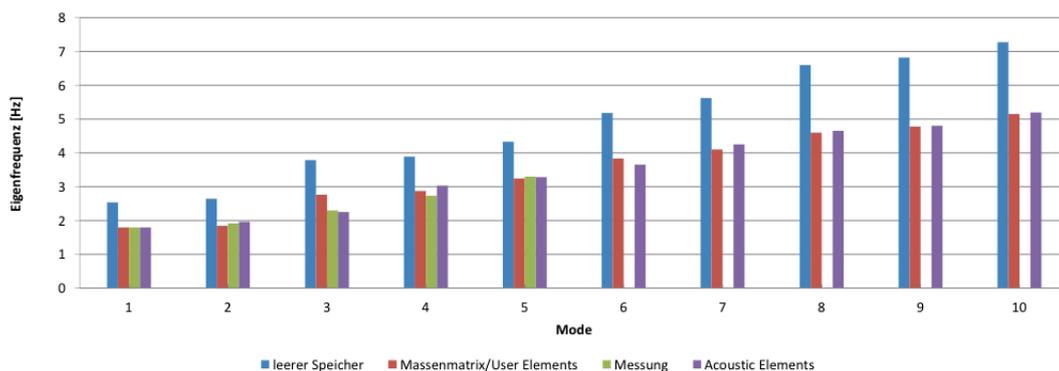


Abbildung 7-2: Diagramm der Eigenfrequenzen der Schlegeis Staumauer

<sup>3</sup> Diese Messungen der Eigenfrequenzen wurden von der TU – Wien, Arsenal 1995/1996 durchgeführt und sind auf den Werte von 1,79, der Berechnung mit der Massenmatrix, skaliert worden. [9]

Folgende Tabelle zeigt die Eigenformen bei leerem Speicher und vollem Speicher unter Berücksichtigung der Wassermassen mittels Massenmatrix/User Elements und Acoustic Elements.

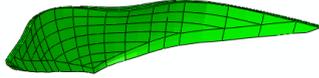
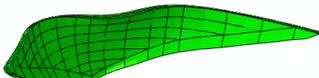
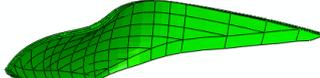
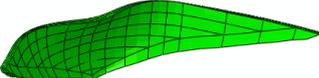
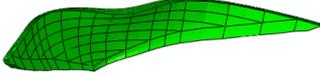
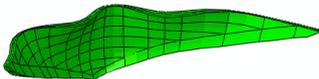
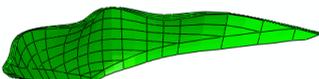
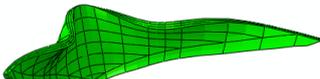
Mode	Leerer Speicher	Massenmatrix/ User Elements (Vollstau)	Acoustic Elements (Vollstau)
1	 f = 2,53	 f = 1,79	 f = 1,79
2	 f = 2,64	 f = 1,84	 f = 1,96
3	 f = 3,79	 f = 2,76	 f = 2,25

Tabelle 7-2: Eigenformen bei leerem und vollem Speicher

## 7.2 Ergebnisse der Talsperre Schlegeis

Alle Ergebnisse sind nur unter Erdbebenlast ( $a_{\max} \approx 0.07g$ ) in **MPa** dargestellt und werden am mittleren Querschnitt der Mauer für die Wasser- und Luftseite ermittelt. (Abbildung 7-3)

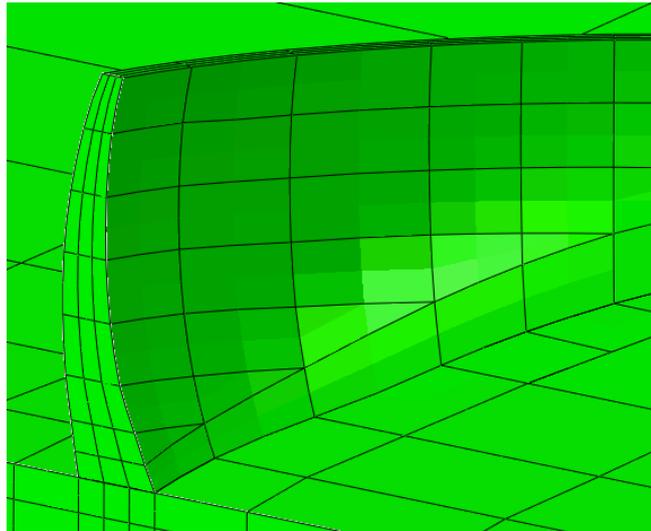


Abbildung 7-3: Querschnitt der Spannungsauswertung

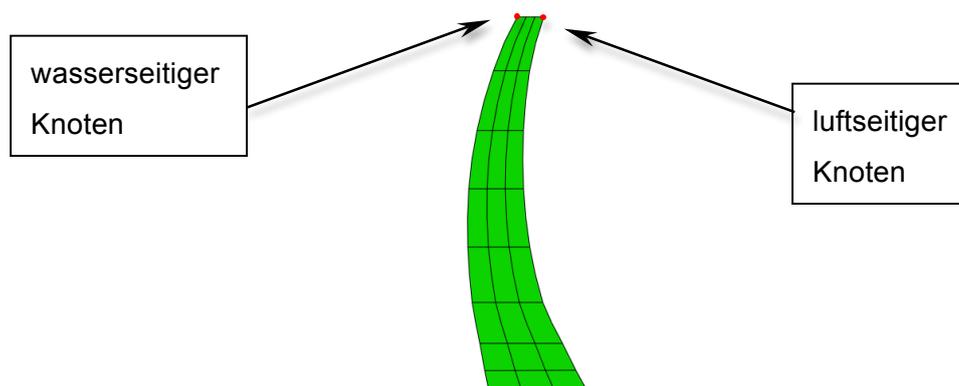


Abbildung 7-4: Ort der Spannungsauswertung

### **7.2.1 Vergleich der Bogenspannungen zwischen verschiedenen Randbedingungen der Acoustic Elements an der Dammkrone**

Für alle Varianten an Randbedingungen wird zwischen Mauer und Wasser eine feste Verbindung (Tie condition) gewählt. Variiert wird lediglich am seitlichen Rand und an Rückseite des Wassers.

Folgende Varianten werden untersucht:

1. Null Porenwasserdruck an allen Seiten
2. Null Porenwasserdruck an der Oberfläche und nicht reflektierend an der Rückseite
3. Null Porenwasserdruck an der Oberfläche, nicht reflektierend an der Rückseite aber mit Reflexion am anstehenden Gebirge an der Unterseite
4. Null Porenwasserdruck an der Oberfläche, nicht reflektierend an der Rückseite aber mit halber Reflexion am anstehenden Gebirge an der Unterseite

Anhand der Diagramme ist zu erkennen, dass die maximalen Spannungen bei der Variante 2 auftreten und die minimalen bei Variante 1.

Die erste Variante dient hier rein dem Vergleich.

Die Variante 2 besitzt zwar die größten Amplituden aber es wurden keine Reflexionen berücksichtigt, was der Natur nicht wirklich nahe kommt da mit Sicherheit welche auftreten werden.

Bei den Varianten 3 und 4 werden diese berücksichtigt und man erkennt das dadurch die Spannungen ein wenig abgemindert werden.

Für das endgültige Modell mit Porenwasserdrücken und Dichtschirm (Kapitel 8.1) wird zur Berechnung die Variante 4 mit der halben Reflexionsenergie herangezogen, weil diese den tatsächlich auftretenden Verhältnissen am nächsten kommt.

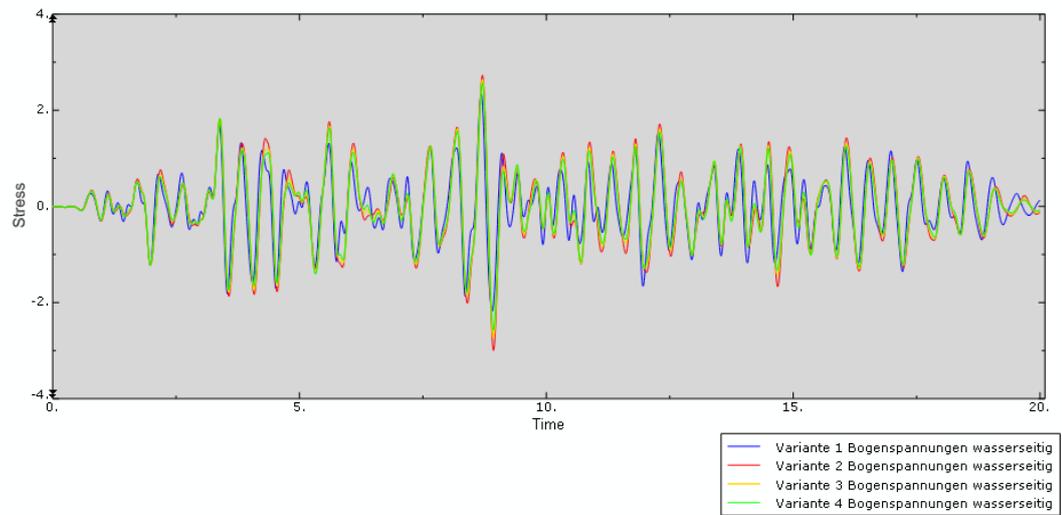


Abbildung 7-5: Bogenspannungsvergleich an der Dammkrone mit Acoustic Elements und verschiedenen Randbedingung auf der Wasserseite

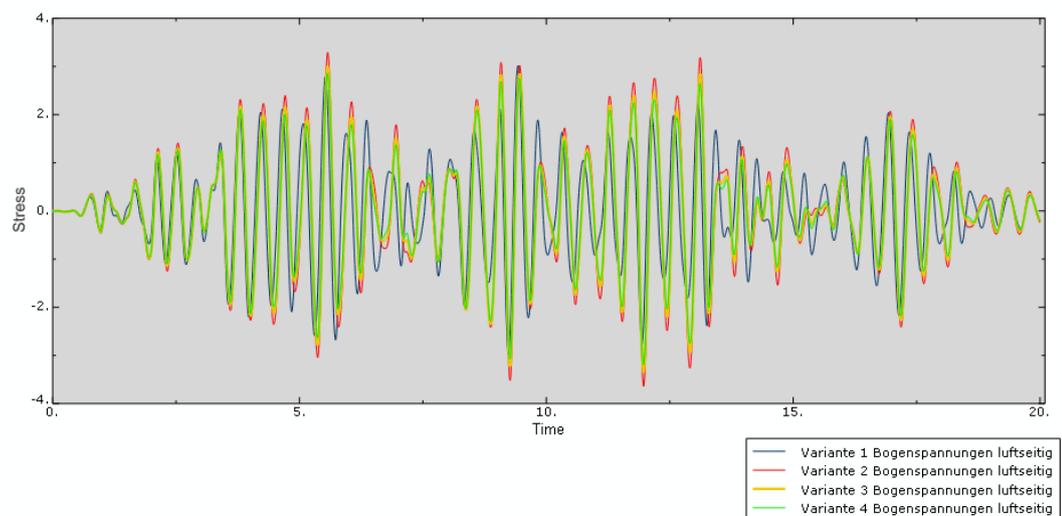


Abbildung 7-6: Bogenspannungsvergleich an der Dammkrone mit Acoustic Elements und verschiedenen Randbedingungen auf der Luftseite

## 7.2.2 Vergleich der Bogenspannungen zwischen Massenmatrix, User Elements und den Acoustic Elements

Der Verlauf der Spannungen für das Modell mit den Acoustic Elements wurde hier für die Randbedingungen der 4. Variante dargestellt.

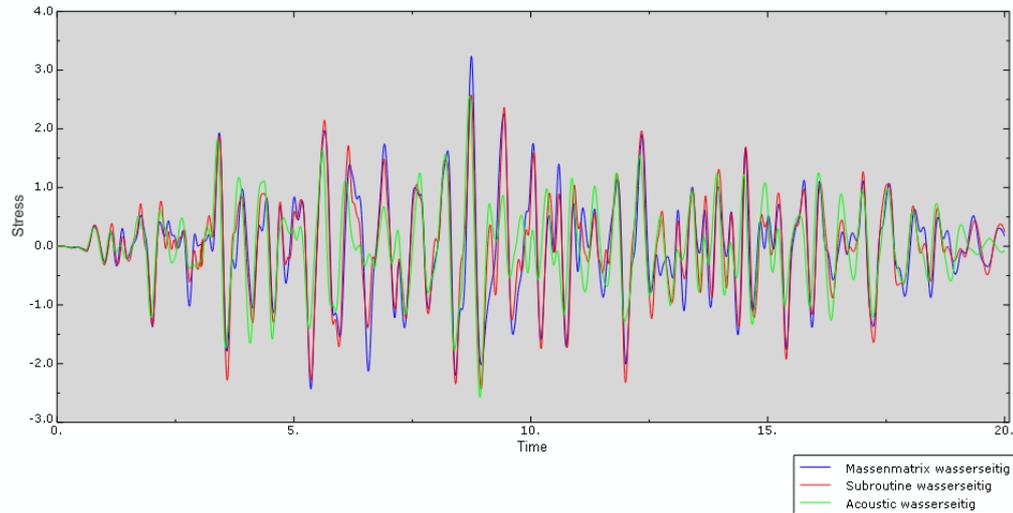


Abbildung 7-7: Vergleich der Bogenspannungen an der Dammkrone zwischen der Subroutine und den Acoustic Elements am Schlegeis - Modell auf der Wasserseite

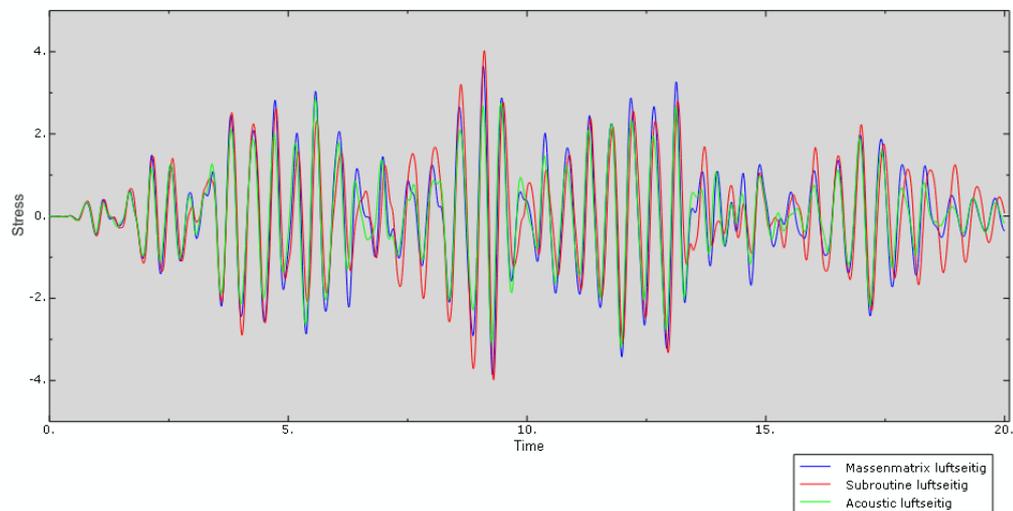


Abbildung 7-8: Vergleich der Bogenspannungen an der Dammkrone zwischen der Subroutine und den Acoustic Elements am Schlegeis - Modell auf der Luftseite

### 7.2.3 Bogenspannungsverlauf über die Sperrenhöhe zwischen Massenmatrix, User Elements und Acoustic Elements

Folgende Diagramme zeigen den Bogenspannungsverlauf über die Sperrenhöhe im mittleren Querschnitt der Mauer.

#### Bogenspannungsverlauf über die Sperrenhöhe auf der Wasserseite

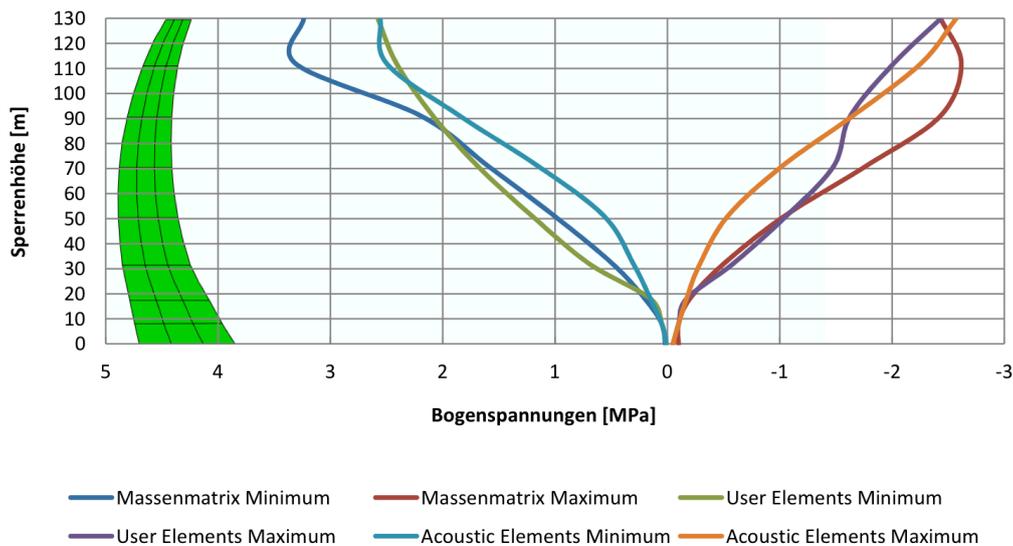


Abbildung 7-9: Bogenspannungsverlauf über die Sperrenhöhe auf der Wasserseite

#### Bogenspannungsverlauf über die Sperrenhöhe auf der Luftseite

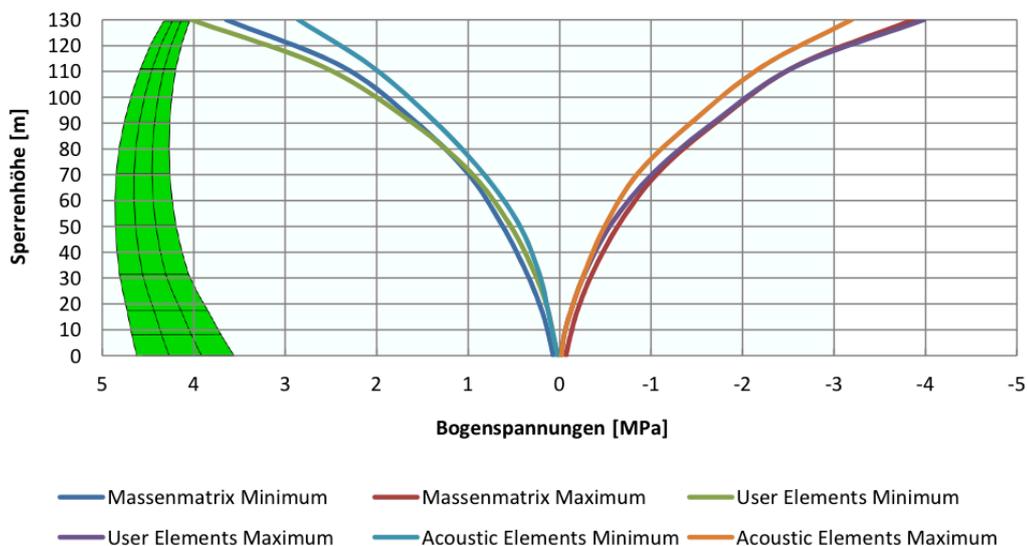


Abbildung 7-10: Bogenspannungsverlauf über die Sperrenhöhe auf der Luftseite

### 7.2.4 Vertikalspannungsverlauf über die Sperrenhöhe zwischen Massenmatrix, User Elements und Acoustic Elements

Folgende Diagramme zeigen den Vertikalspannungsverlauf über die Sperrenhöhe im mittleren Querschnitt der Mauer.

#### Vertikalspannungsverlauf über die Sperrenhöhe auf der Wasserseite

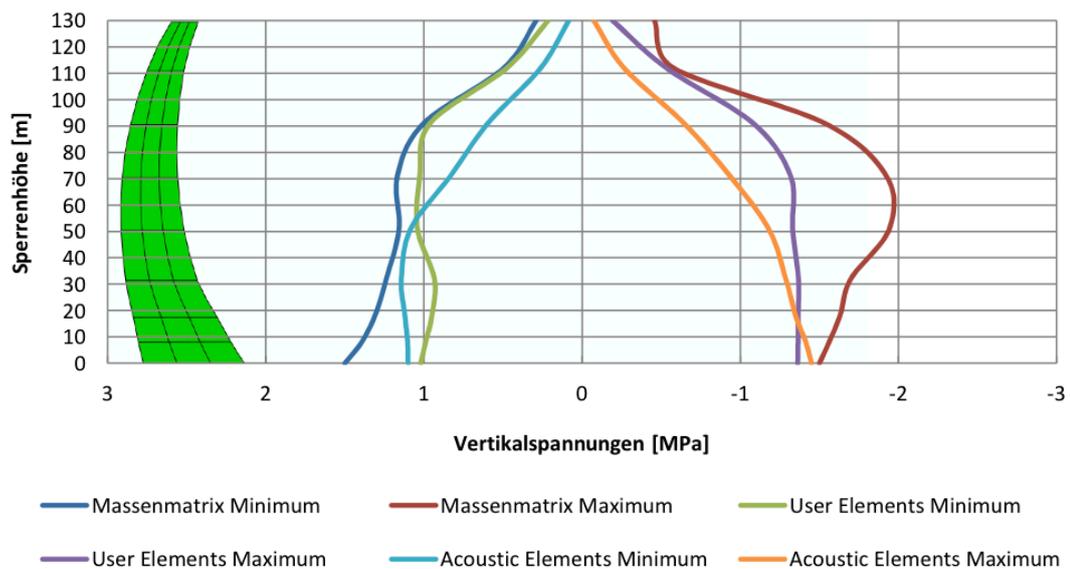


Abbildung 7-11: Vertikalspannungsverlauf über die Sperrenhöhe auf der Wasserseite

#### Vertikalspannungsverlauf über die Sperrenhöhe auf der Luftseite

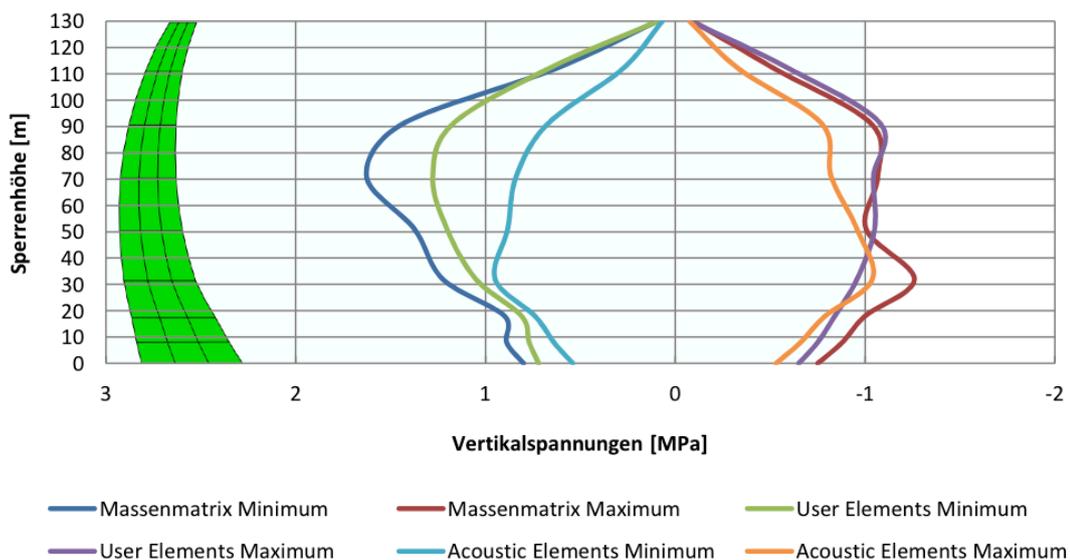


Abbildung 7-12: Vertikalspannungsverlauf über die Sperrenhöhe auf der Luftseite

## 8. Talsperre Luzzone

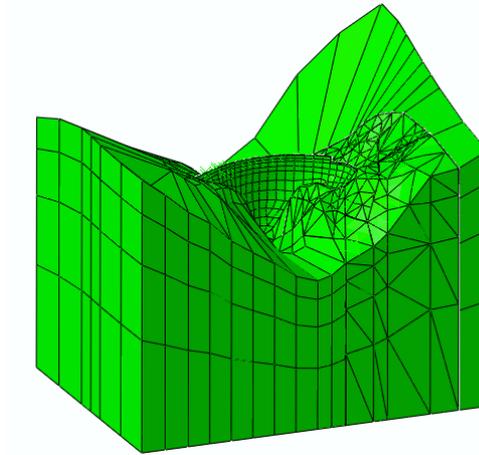


Abbildung 8-1: Modell Luzzone

Hier werden 3 verschiedene Varianten untersucht:

### 1. *Neue User Element Subroutine nach Westergaard bei Vollstau*

Bei dieser Variante werden die Bogen­spannungen und Verformungen an der Dammkronenmitte für die beiden Modelle ohne und mit Dichtschirm und Porenwasserdrücken ausgewertet. (ANHANG C-1 – C-2)

Weiters werden speziell die Auswirkungen verschiedener Reibungskoeffizienten in den Trennflächen untersucht. Dabei kommt nur das Modell mit dem Felskeil und dem Dichtschirm zur Anwendung.

### 2. *Acoustic Elements bei Vollstau*

Hier kommt die Variante 4 der Randbedingung aus dem Schlegeis – Modell zur Anwendung und es werden, wie bei den User Elements, die Bogen­spannungen und Verformungen an der Dammkronenmitte für die beiden Modelle ohne und mit Dichtschirm und Porenwasserdrücken ausgewertet. (ANHANG C-1 – C-2)

### 3. *Leerer Speicher*

Weiters werden noch die Spannungen an der Dammkronenmitte für den leeren Speicher mit Dichtschirm und Porenwasserdrücken ausgewertet. (ANHANG C-2)

## 8.1 Eigenfrequenzen und Eigenformen für das Modell mit Dichtschirm und Porenwasserdrücken

Die Berechnung der Eigenfrequenzen und der Eigenformen für den leeren Speicher und die User Elements wird in Abaqus für insgesamt 50 Moden durchgeführt, von denen werden aufgrund der Übersichtlichkeit jedoch nur die ersten 10 angeführt. Für die Ermittlung der Eigenfrequenzen beim Modell mit den Acoustic Elements wird wegen der Wasser – Bauwerks – Interaktion ein „Frequency Sweep“ durchgeführt.

Mode	Eigenfrequenzen [Hz]		
	Leerer Speicher	User Elements	Acoustic Elements
1	2,12	1,26	1,10
2	2,24	1,31	1,53
3	3,13	1,94	1,75
4	4,02	2,35	2,35
5	4,11	2,53	2,60
6	4,72	2,92	2,95
7	5,14	3,24	3,25
8	5,32	3,55	3,40
9	5,62	3,84	3,75
10	5,83	3,98	3,95

Tabelle 8-1: Eigenfrequenzen der Luzzone Staumauer

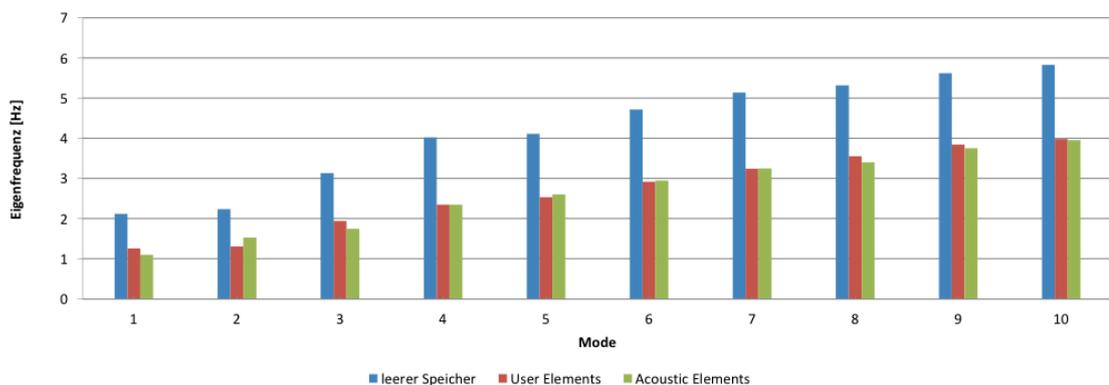


Abbildung 8-2: Diagramm der Eigenfrequenzen der Luzzone Staumauer

Folgende Tabelle zeigt die Eigenformen bei leerem Speicher und vollem Speicher unter Berücksichtigung der Wassermassen mittels User Elements und Acoustic Elements.

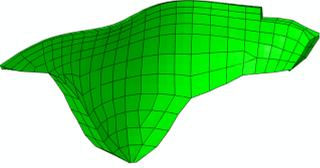
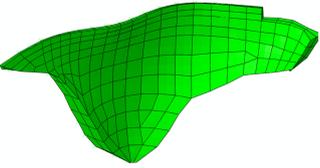
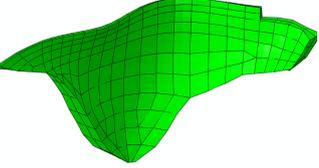
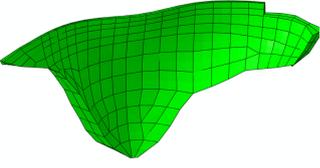
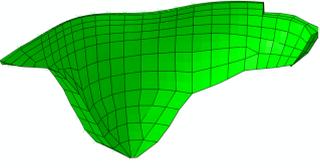
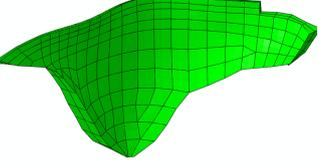
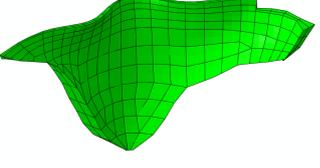
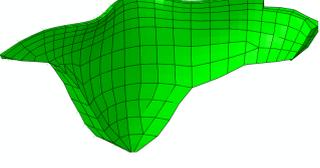
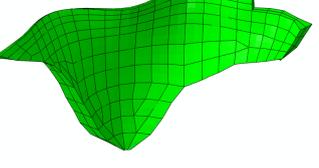
Mode	Leerer Speicher	User Elements (Vollstau)	Acoustic Elements (Vollstau)
1	 <p><math>f = 2,12</math></p>	 <p><math>f = 1,26</math></p>	 <p><math>f = 1,10</math></p>
2	 <p><math>f = 2,24</math></p>	 <p><math>f = 1,31</math></p>	 <p><math>f = 1,53</math></p>
3	 <p><math>f = 3,13</math></p>	 <p><math>f = 1,94</math></p>	 <p><math>f = 1,75</math></p>

Tabelle 8-2: Eigenformen bei leerem und vollem Speicher

## 8.2 Ergebnisse der Talsperre Luzzone

Alle Ergebnisse sind für die statische und dynamische Belastung in **Meter** und **MPa** dargestellt und werden am mittleren Querschnitt der Mauer für die Wasser – und Luftseite ermittelt. (Abbildung 8-2)

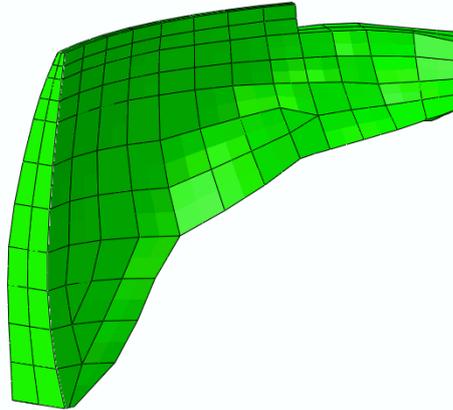


Abbildung 8-3: Querschnitt der Spannungsauswertung

Am Luzzone – Modell fallen die Unterschiede zwischen den beiden Diskretisierungsmethoden etwas größer aus. Im Gegensatz zum Schlegeis – Modell treten hier die größeren Spannungen an der Wasserseite der Mauer auf. An der Krone stellen sich nach Westergaard maximale Bogendruckspannungen von -15 MPa auf der Wasserseite und -11.5 MPa auf der Luftseite ein. Mit den Acoustic Elements sind diese etwas kleiner und liegen wasserseitig bei -10 MPa und luftseitig bei -8.0 MPa. Das Maximum der Differenz beträgt somit 5 MPa, also 50 Prozent auf der Wasserseite der Mauer. Die Abweichung zur Spannung aus der statischen Belastung (5 MPa) beträgt bei der Subroutine 10 MPa und bei den Acoustic Elements 5 MPa, d. h. dass der Unterschied zwischen den beiden Methoden bei einem Maximum von 50 Prozent liegt. Diese hohe Differenz ist hauptsächlich an der Dammkrone zu erkennen und verringert sich mit der Höhe der Spannungsauswertung. Im Mittel liegt sie bei etwa 25 Prozent. Detaillierte Ergebnisse und Auswertungen befinden sich im ANHANG C.

### 8.2.1 Vergleich der Bogenspannungen über die Sperrenhöhe zwischen User Elements und Acoustic Elements für die 3 Modelle.

Folgende Diagramme zeigen den Bogenspannungsverlauf über die Sperrenhöhe im mittleren Querschnitt der Mauer zwischen User Elements und Acoustic Elements für die 2 Modelle mit und ohne Dichtschirm.

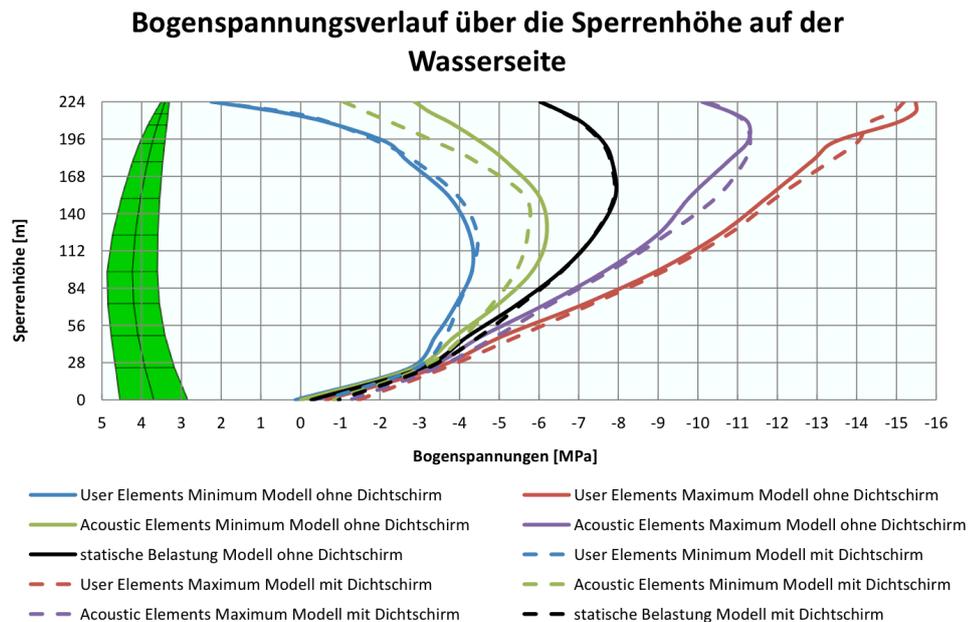


Abbildung 8-4: Vergleich der Bogenspannungen an der Wasserseite zwischen User Elements und Acoustic Elements für die 3 Modelle

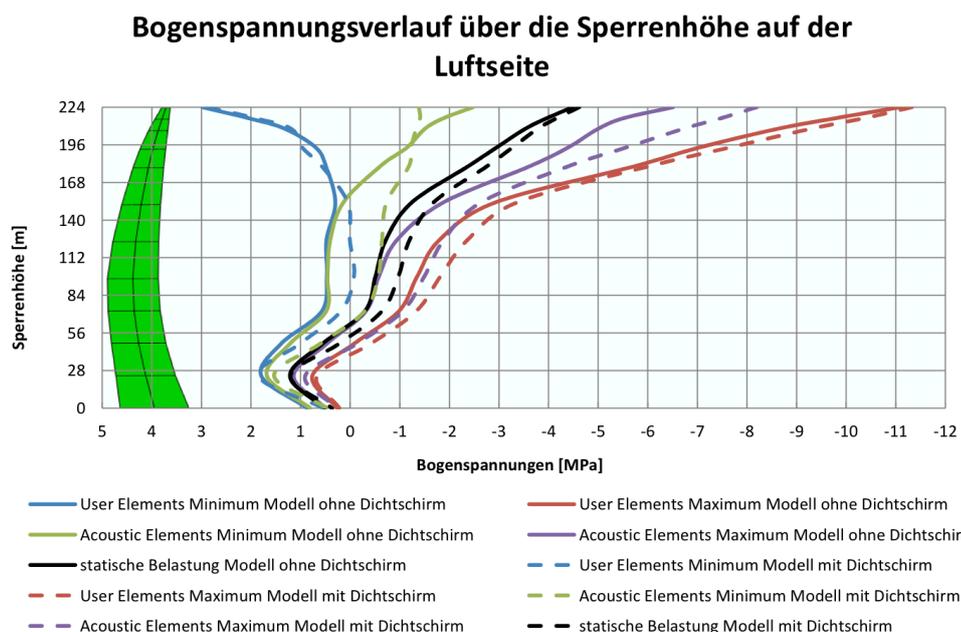


Abbildung 8-5: Vergleich der Bogenspannungen an der Luftseite zwischen User Elements und Acoustic Elements für die 3 Modelle

## 8.2.2 Vergleich der Vertikalspannungen über die Sperrenhöhe zwischen User Elements und Acoustic Elements für die 3 Modelle.

Folgende Diagramme zeigen den Vertikalspannungsverlauf über die Sperrenhöhe im mittleren Querschnitt der Mauer zwischen User Elements und Acoustic Elements für die 2 Modelle mit und ohne Dichtschild.

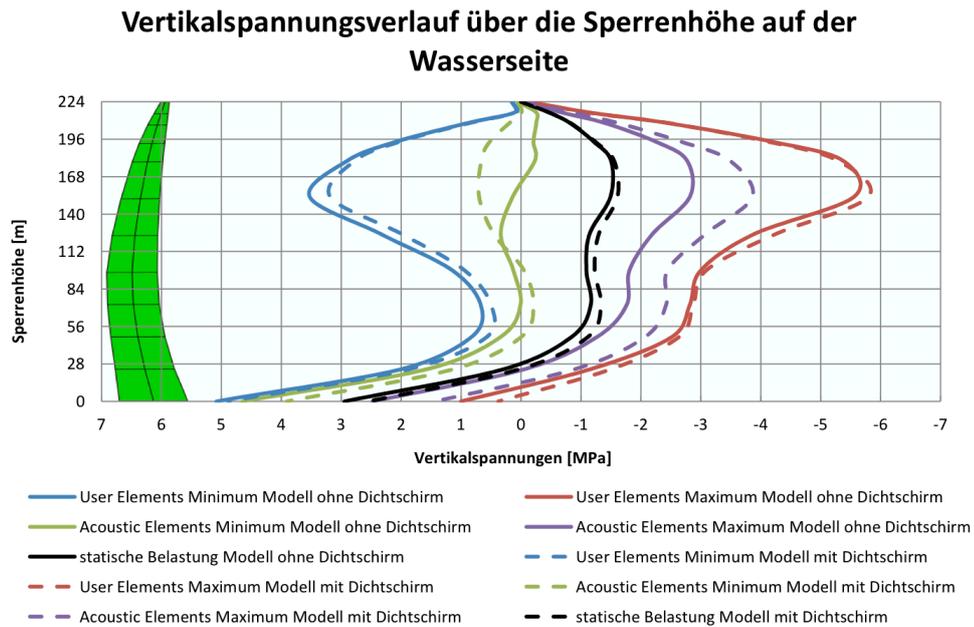


Abbildung 8-6: Vergleich der Bogenstressungen an der Wasserseite zwischen User Elements und Acoustic Elements für die 3 Modelle

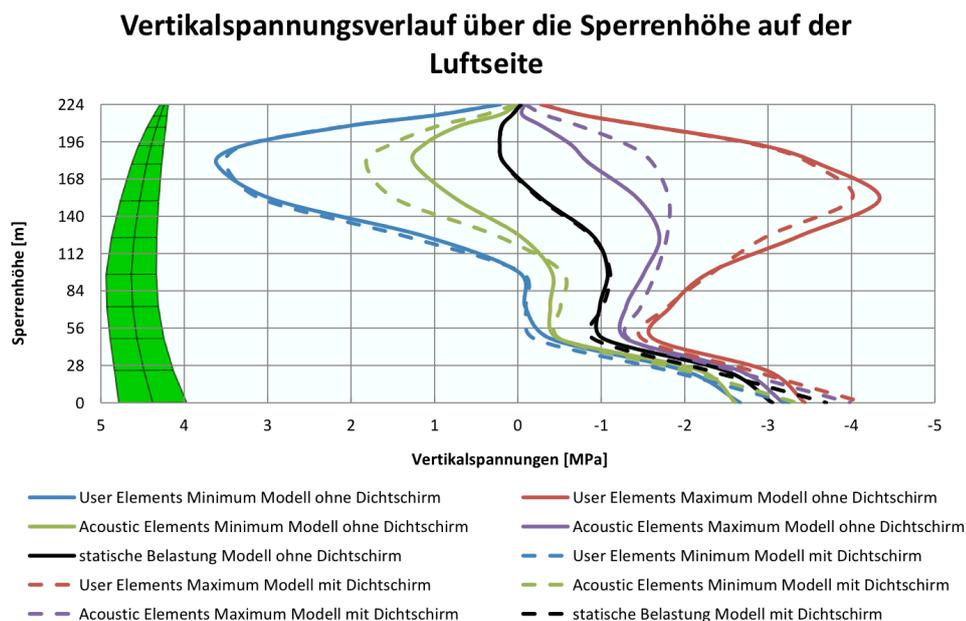
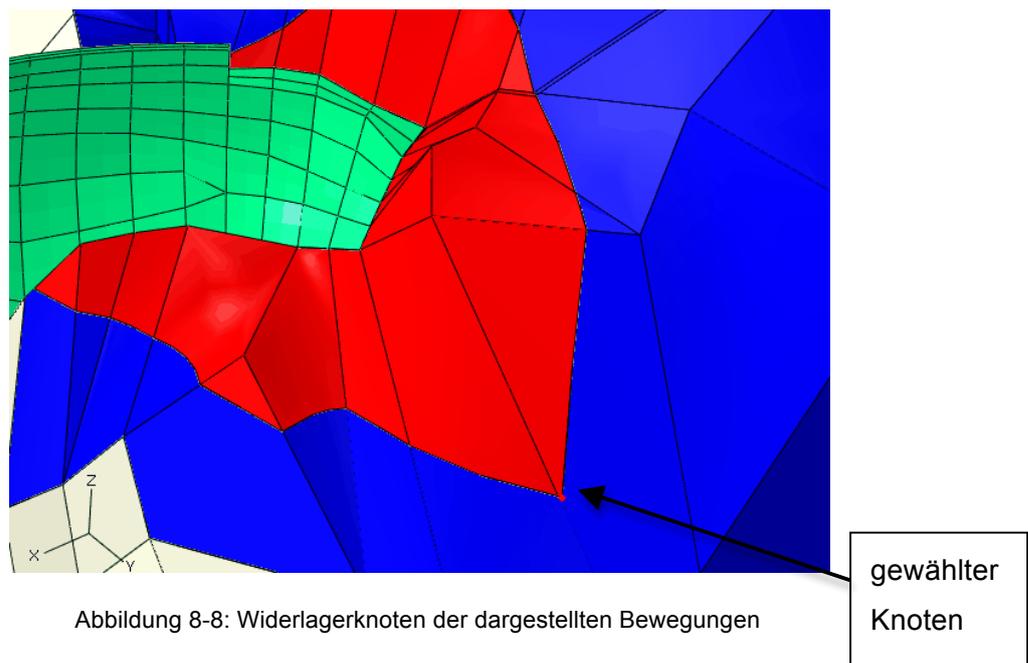


Abbildung 8-7: Vergleich der Bogenstressungen an der Luftseite zwischen User Elements und Acoustic Elements für die 3 Modelle

### 8.2.3 Bewegung der vorderen Keilspitze für verschiedene Reibungskoeffizienten

Die Bewegung des Keils wird am vordersten Punkt gemessen (Abbildung 8-8). Auf die Variation der Reibungskoeffizienten mit dem Modell der Acoustic Elements wird verzichtet, da man davon ausgehen gehen kann, dass die Bewegungen durch das Erdbeben hauptsächlich durch das Eigengewicht des Keils beeinflusst sind und somit die Ergebnisse der beiden Diskretisierungen kaum variieren.

Der Reibungswinkel für die Trennflächen wird mit  $35^\circ$  gewählt, dies entspricht einem Reibungskoeffizienten von etwa 0,7. Um zu untersuchen wann ein Versagen des Keils eintritt und ABAQUS kein Gleichgewicht mehr findet, wird der Reibungskoeffizient für jede weitere Berechnung um 0,2 verkleinert. Für die Berechnungen mit 0,5 und 0,3 lieferte das Programm noch Ergebnisse jedoch bei einem Koeffizienten von 0,2 wird kein konvergierendes Ergebnis erreicht, was bedeutet, dass das Versagen in etwa bei 0,25 eintritt. Der Sicherheitsfaktor liegt somit bei 2,8 bezogen auf den Reibungskoeffizienten. Im Gegensatz dazu lag die Stabilitätsprüfung nach der Londe – Methode [27] im statischen Fall bei einem Sicherheitsfaktor von 2,95 und für den Dynamischen bei 1,56. Somit lässt sich erkennen, dass die Sicherheit im Modell mit diskretisierten Keil und Porenwasserdrücken höher liegt als beim Londe – Modell. Alle Diagramme und Abbildungen zeigen die maximale Magnitude der Bewegung der vorderen Keilspitze relativ zum darunter liegenden Gebirge.



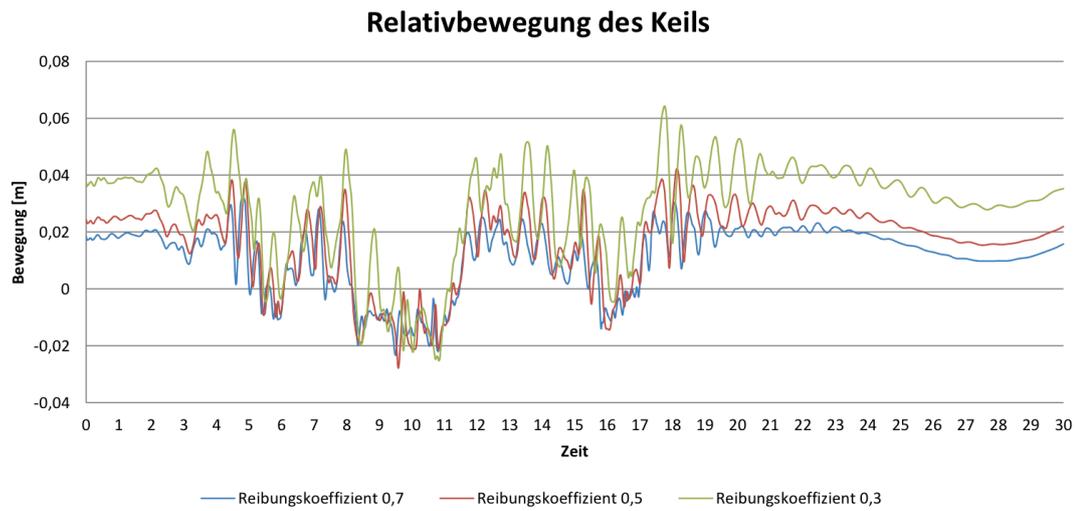


Abbildung 8-9: Relativbewegung des Keils bei verschiedenen Reibungskoeffizienten

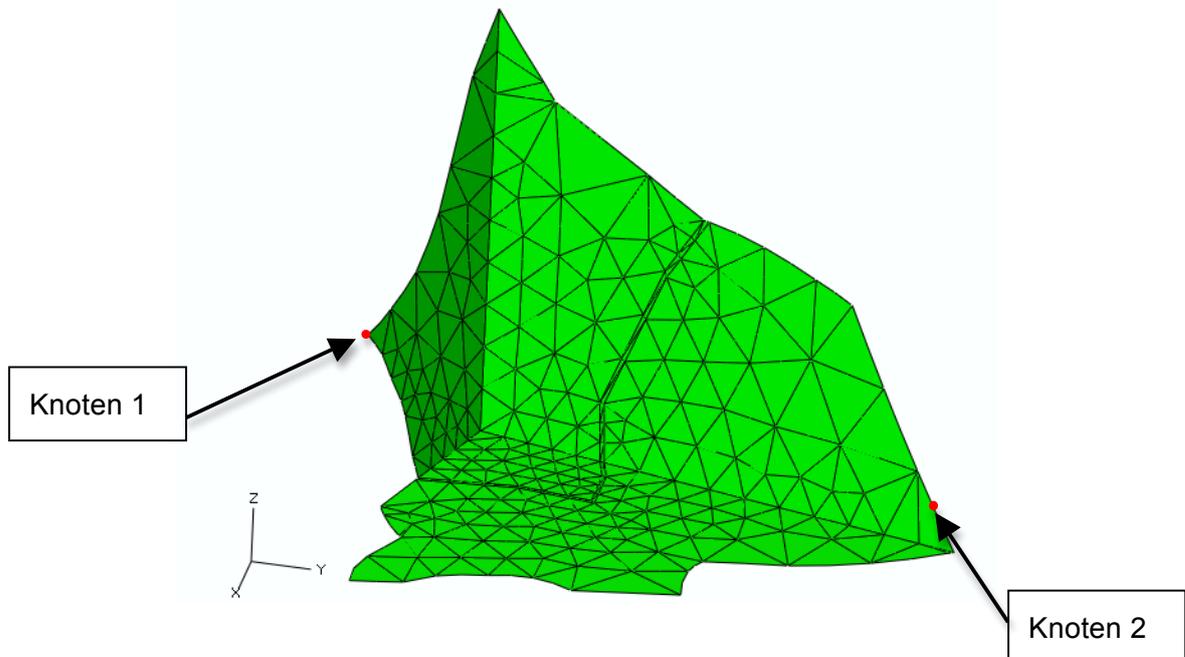
	Relativbewegung [m]		
	$\mu = 0.7$	$\mu = 0.5$	$\mu = 0.3$
Max.	0.03	0.04	0.06
bleibende Verschiebung	0.015	0.020	0.035

Tabelle 8-3: Keilbewegung bei verschiedenen Reibungskoeffizienten

### 8.2.4 Trennflächenklaffung

Hier wird die Öffnung der Trennfläche zwischen Felskeil und Gebirge bei unterschiedlichen Reibungswinkeln betrachtet.

Die Öffnung der Trennfläche wird dabei für 2 verschiedene Knoten am Modell ausgewertet.



Diese beiden Knoten werden deshalb herangezogen, weil dort die größten Keilbewegungen und Klaffungen auftreten.

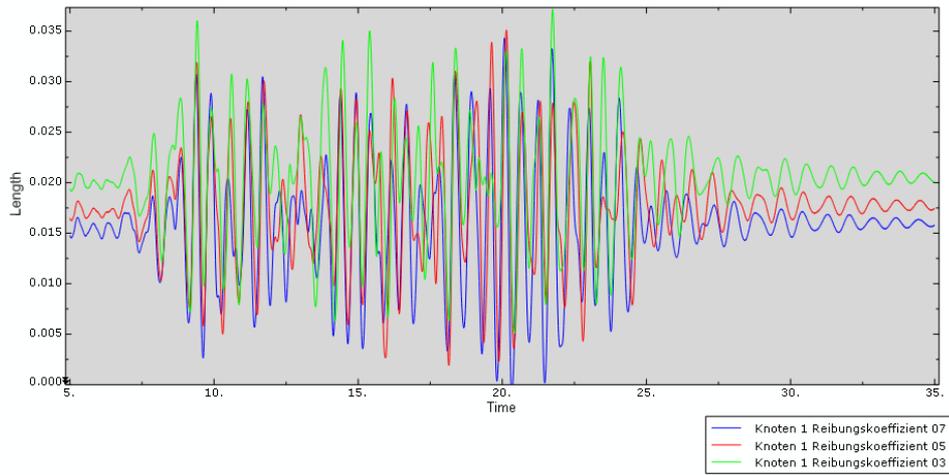


Abbildung 8-10: Trennflächenklaffung für verschiedene Reibungskoeffizienten am Knoten 1

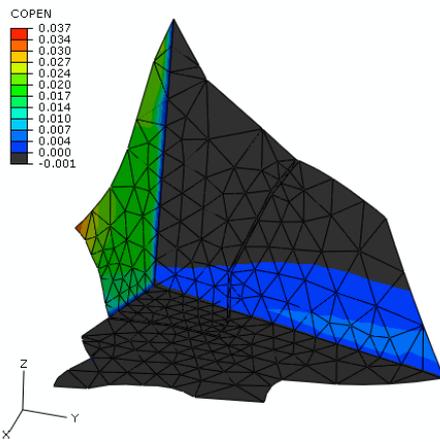


Abbildung 8-11: maximale Trennflächenklaffung am Knoten 1, Reibungskoeffizient 0,7  
(t=15,08sec)

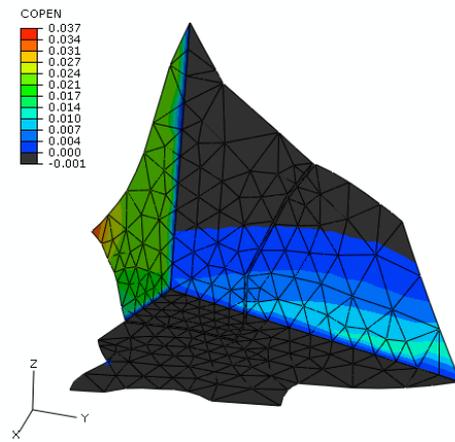


Abbildung 8-12: maximale Trennflächenklaffung am Knoten 1, Reibungskoeffizient 0,5  
(t=15,15sec)

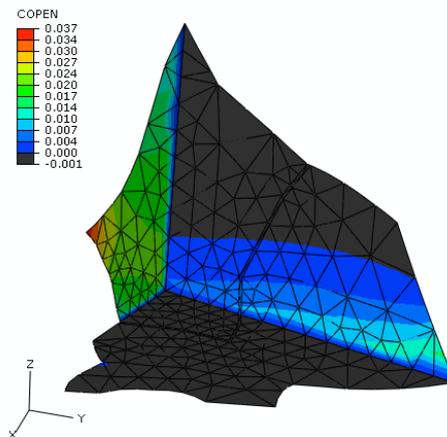


Abbildung 8-13: maximale Trennflächenklaffung am Knoten 1, Reibungskoeffizient 0,3  
(t=16,75sec)

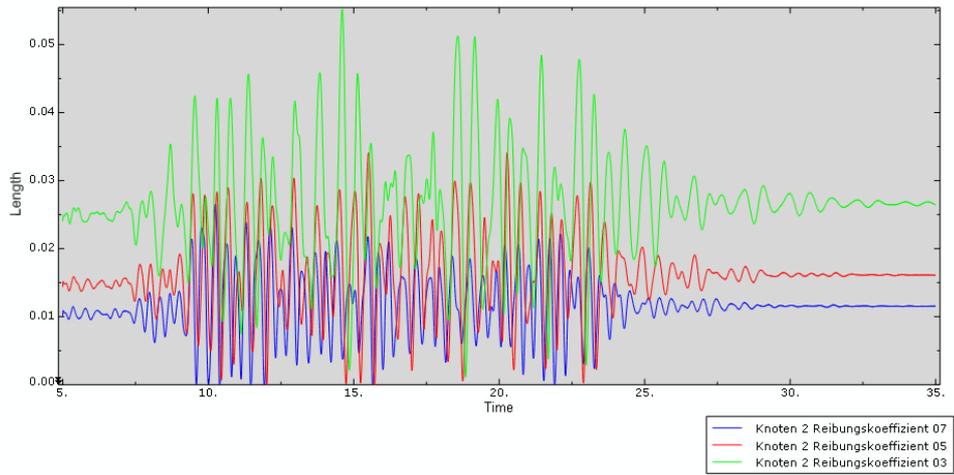


Abbildung 8-14: Trennflächenklaffung für verschiedene Reibungskoeffizienten am Knoten 2

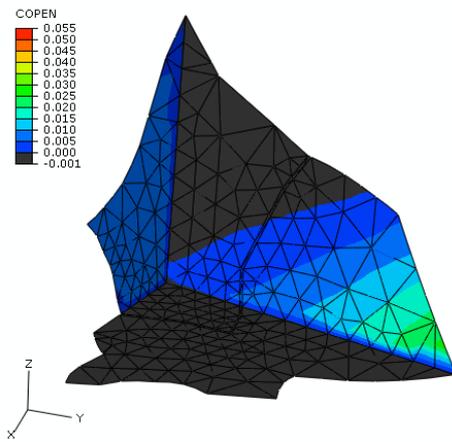


Abbildung 8-15: maximale Trennflächenklaffung am Knoten 2, Reibungskoeffizient 0,7  
(t=5,25sec)

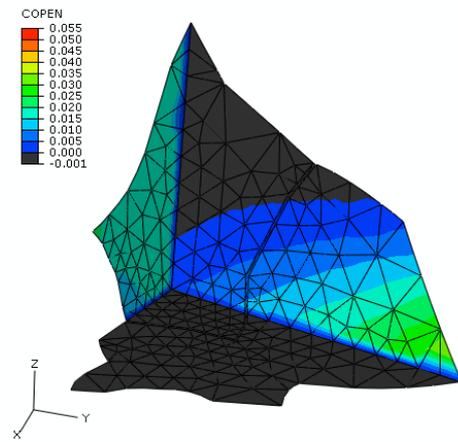


Abbildung 8-16: maximale Trennflächenklaffung am Knoten 2, Reibungskoeffizient 0,5  
(t=10,50)sec

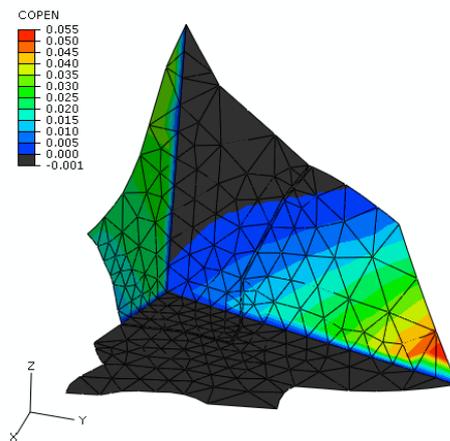


Abbildung 8-17: maximale Trennflächenklaffung am Knoten 2, Reibungskoeffizient 0,3  
(t=9,60sec)

		Trennflächenklaffung					
		[m]					
		Knoten 1			Knoten 2		
		$\mu = 0.7$	$\mu = 0.5$	$\mu = 0.3$	$\mu = 0.7$	$\mu = 0.5$	$\mu = 0.3$
Max.		0.034	0.035	0.037	0.026	0.034	0.055
bleibende Klaffung		0.016	0.018	0.020	0.012	0.016	0.026

Tabelle 8-4: Trennflächenklaffung an 2 unterschiedlichen Knoten bei verschiedenen Reibungskoeffizienten

Ab einem Wert größer 0 gilt die Trennfläche als offen. An den Abbildungen sieht man, dass die schwarzen Bereiche geschlossen bleiben und erst in den farbigen eine Öffnung eintritt. Diese Öffnung gilt für das numerische Modell. Das bedeutet, dass man in der Natur nicht bereits bei wenigen Millimetern von einer Öffnung sprechen kann, sondern erst bei etwa 1 Zentimeter eine Klaffung eintritt.

### 8.2.5 Porenwasserdruckverteilung im Gebirge

In den folgenden Abbildungen werden die entstehenden Porenwasserdrücke und die Auswirkungen des Dichtschirms aufgezeigt. Bei der Darstellung der Porenwasserdrücke im Schnitt wird auf das Elementnetz zur besseren Veranschaulichung verzichtet.

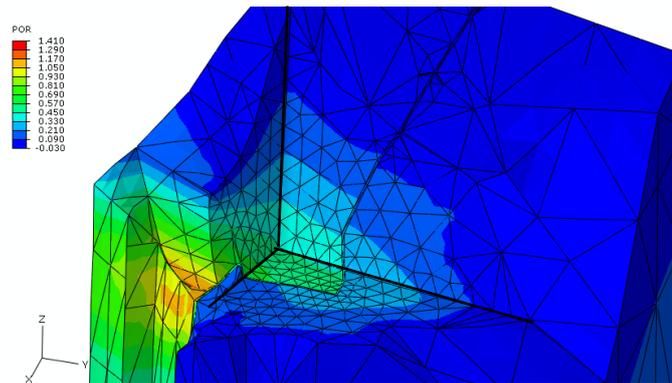


Abbildung 8-18: Porenwasserdrücke am gesamten Restgebirge mit Netz

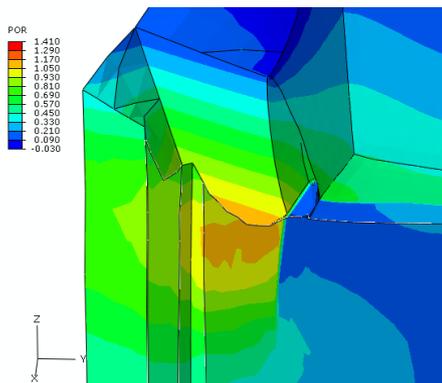


Abbildung 8-19: Schnitt durch den Dichtschirm in der yz – Ebene ohne Netz

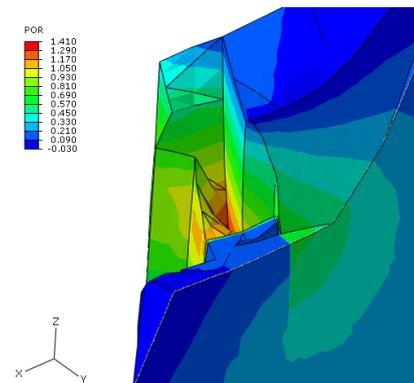


Abbildung 8-20: Schnitt durch den Dichtschirm in der xz – Ebene ohne Netz

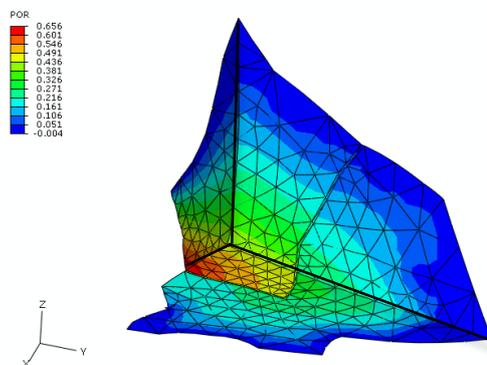


Abbildung 8-21: Porenwasserdruckverteilung in den Trennflächen

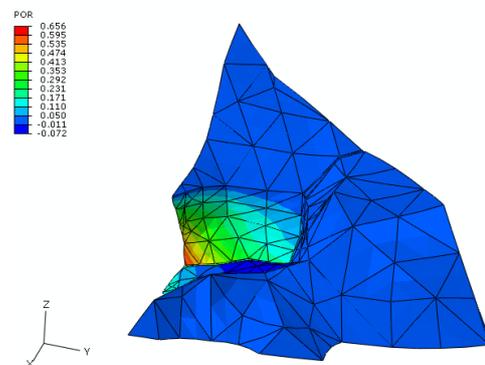


Abbildung 8-22: Porenwasserdruckverteilung am Felskeil

### 8.2.6 Vergleich der resultierenden Kräfte am Felskeil mit denen aus der Londe – Methode

In diesem Kapitel werden nun die Kräfte am Keil aus den beiden Methoden miteinander verglichen. Bei der Londe – Methode wurde das Gewicht des Keils über die Geometrie des Gebirges und der Trennflächen ermittelt, dadurch ergibt sich hier ein großer Unterschied zwischen den Vertikalkräften des Keils, denn bei dem neuen Modell in ABAQUS, wie in Kapitel 4.1 beschrieben, wird der Felskeil vom Gebirge getrennt und dadurch die Vertikalkraft bestimmt.

Methode	Volumen [m <sup>3</sup> ]	Gewicht [kg]	Vertikalkraft aufgrund Gravitation [MN]
Finite Elemente Methode	1,39 * 10 <sup>6</sup>	3,62 * 10 <sup>9</sup>	35512
Londe - Methode	1,92 * 10 <sup>6</sup>	4,99 * 10 <sup>9</sup>	48970

Tabelle 8-5: Volumen-, Massen- und Kräftevergleich

Die beiden Vertikalkomponenten des Keils unterscheiden sich um den Faktor 0,725. Um die beiden Ergebnisse vergleichbar zu machen muss in späterer Folge das Gewicht des Keils der Londe – Methode um eben diesen Faktor berichtigt werden.

### 8.2.6.1 Umrechnung der Ergebnisse in das globale Koordinatensystem

Da die Ergebnisse aus der Londe – Methode [27] in globalen Koordinaten vorliegen müssen zuerst die Kräfte aus dem Modell mit dem diskretisierten Keil in das globale Koordinatensystem transformiert werden um sie vergleichen zu können. Dabei ist das Koordinatensystem lediglich um die vertikale Achse z verdreht, somit müssen nur die x – und y – Komponenten transformiert werden. (Abbildung 8-30)

Die Transformationsmatrix im Zweidimensionalen für eine Drehung gegen den Uhrzeigersinn lautet dabei wie folgt:

$$T = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \quad (99)$$

Die Koordinatentransformation ergibt sich somit zu:

$$\begin{Bmatrix} X \\ Y \end{Bmatrix} = [T] \begin{Bmatrix} U \\ V \end{Bmatrix} \quad (100)$$

Das Koordinatensystem ist dabei um  $241,4132^\circ$  gegen den Uhrzeigersinn verdreht.

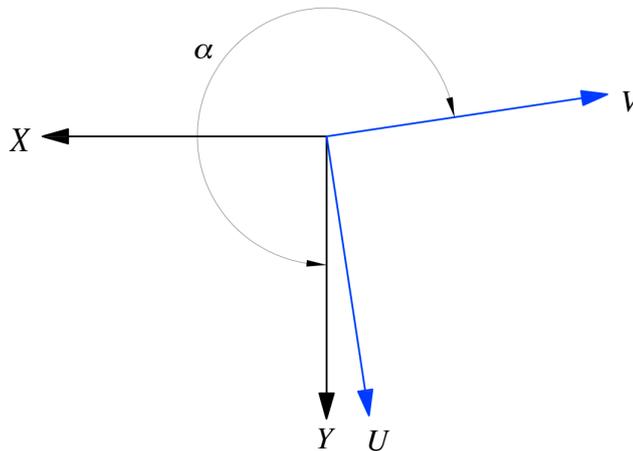


Abbildung 8-23: globales und lokales Koordinatensystem

Im lokalen Koordinatensystem zeigt V in die Dammachsenrichtung.

### 8.2.6.2 Vergleich der resultierenden Kräfte am Felskeil

Alle Zeitverläufe für den diskretisierten Keil werden mit den mitschwingenden Massen nach Westergaard ermittelt. Die resultierenden Kräfte am Keil für das neue Modell werden in ABAQUS mit dem History Output „CFT“ berechnet. Dabei werden die auftretenden Kräfte, wie der Anpressdruck und die Reibungskräfte, an den Kontaktflächen aufsummiert und als Totale Kräfte in die 3 Koordinatenrichtungen ausgegeben.

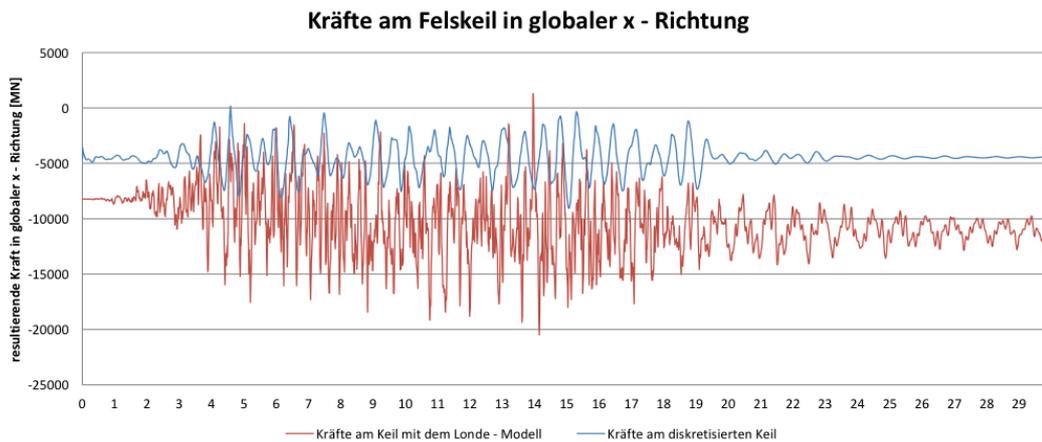


Abbildung 8-24: resultierende Kräfte am Felskeil in globaler x – Richtung

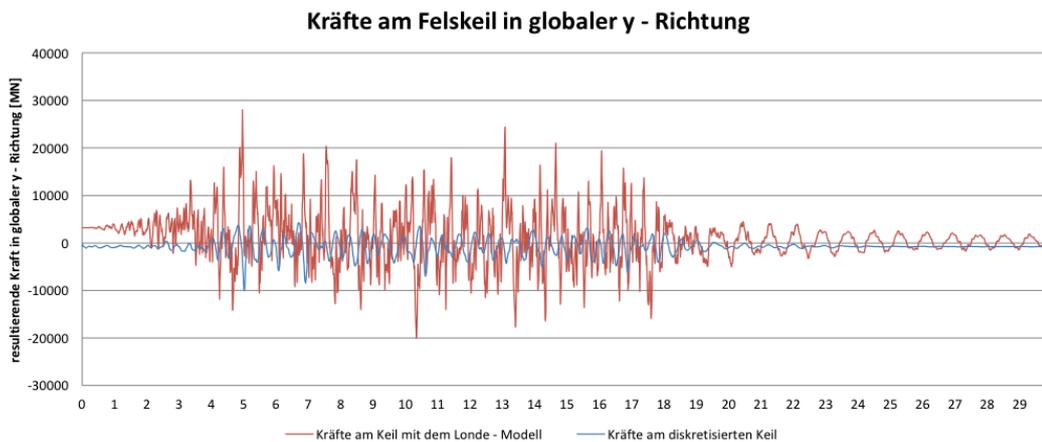


Abbildung 8-25: resultierende Kräfte am Felskeil in globaler y – Richtung

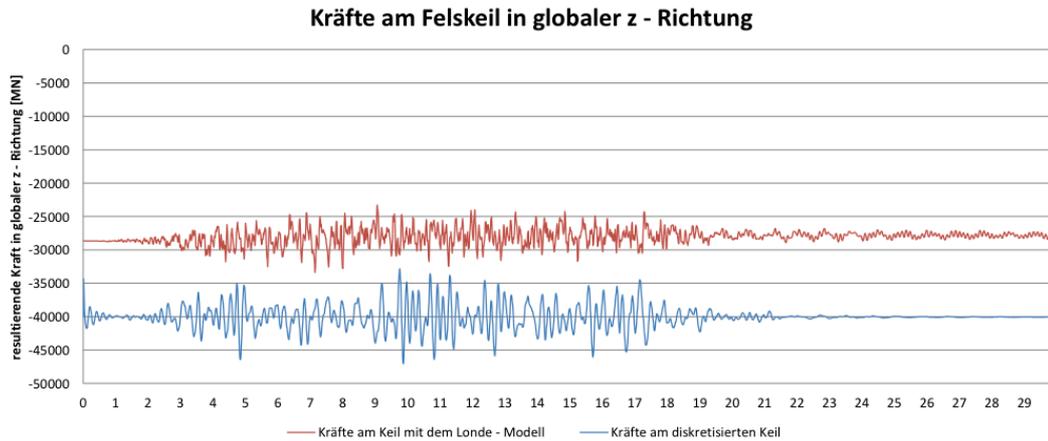


Abbildung 8-26: resultierende Kräfte am Felskeil in globaler z – Richtung

Zu erkennen ist, dass die Ergebnisse in allen 3 Richtungen stark abweichen. Vor allem am Anfang der Erdbebenberechnung sieht man große Unterschiede. Dies kommt daher, dass sich wie schon vorhin beschrieben, die beiden Modelle stark unterscheiden.

Es wurde zwar in beiden Modellen die statische Wasserlast und das Eigenwicht der Mauer miteinbezogen, jedoch fehlt beim Londe – Modell die direkte Berücksichtigung der Masse des Keils und die Wirkung des Porenwasserdruckes und des Dichtschirms. Beides wurde zwar auch im Verfahren nach Londe in Rechnung gestellt jedoch wurde es nicht direkt in das Modell integriert sondern erst später nachdem die Kräfte am Keil bestimmt wurden miteinbezogen.

Ein weiterer großer Unterschied ist dadurch begründet, dass bei den damaligen Berechnungen eine andere Subroutine zur Berechnung der Westergaard – Massen herangezogen wurde, welche bei diesen Modellen modifiziert und optimiert wurde. Ein markanter Unterschied war vor allem, dass die Massen bei der alten Subroutine nicht normal auf die Mauer wirkten, sondern nur horizontal in Dammachsenrichtung, was zu einer zusätzlichen Schubbeanspruchung führte. Somit sind die beiden Methoden so nicht miteinander vergleichbar.

## 9. Zusammenfassung

Bei Untersuchungen von Talsperren auf ihre Standsicherheit bei Erdbebenbelastung ist es notwendig die Auswirkungen der mitschwingenden Wassermasse auf das Bauwerk zu berücksichtigen. Die Modellierung der Wasser – Bauwerk – Interaktion wurde dabei auf 2 Arten durchgeführt, mittels User – Elements und Acoustic Elements. Die User – Element Subroutine erforderte dabei die Programmierung eines Codes zur Ermittlung und Berücksichtigung der mitschwingenden Wassermasse nach Westergaard. Bei den Acoustic Elements hingegen war es nötig das Wasser selbst als Volumen zu diskretisieren. Die Entwicklung der User Element Subroutine wurde wegen der rascheren Analyse im Gegensatz zu den Acoustic Elements durchgeführt. Außerdem lassen sich damit die Eigenformen und Eigenfrequenzen ermitteln, um das dynamische Tragverhalten der Struktur mit Hilfe der modalen Superposition zu analysieren.

Bei der Verifizierung der User Element Subroutine anhand des Schlegeis – Modells lässt sich gut erkennen, dass die beiden Berechnungen mit der Massenmatrix und User Element Subroutine gut vergleichbare Ergebnisse über den gesamten Zeitverlauf für die Bogenspannungen an der Dammkrone liefern. Ein Unterschied ist jedoch beim Verlauf der Spannungen über die Sperrhöhe festzustellen. Hier unterscheiden sich alle 3 Verläufe vor allem an der Wasserseite nahe der Dammkrone. Im Gegensatz dazu sind an der Luftseite kaum Unterschiede zu erkennen. Anhand der Ähnlichkeit der Zeitverläufe bezüglich Frequenz und Amplituden der Massenmatrix und der User Subroutine ist die richtige Funktionsweise der Subroutine sichergestellt. Im Allgemeinen lässt sich feststellen, dass die Berechnungen mit den mitschwingenden Massen nach Westergaard immer höhere Bogenspannungen ergeben als die mit den Acoustic Elements. Somit kann man sagen, dass man sich in diesem Fall der Methode nach Westergaard auf der konservativen Seite befindet.

Die Sicherheit einer Talsperre ist sehr vom Tragverhalten der Widerlager bestimmt. Bei den Berechnungen nach der Londe – Methode [27] wurde der Felskeil für die gesamte numerische Berechnung als masselos angesehen und erst später bei der Stabilitätsprüfung miteinbezogen. Daraus resultierte ein Sicherheitsfaktor von 2,95 für die statische- und 1,56 für die dynamische Berechnung. Bei der Berechnung der Stabilität mit dem diskretisierten Keil hingegen wurde die Masse des Felskeils direkt im Modell berücksichtigt. Hier bleibt das System für den statischen Lastfall stabil und versagt beim Dynamischen bei einem Reibungskoeffizienten in den Trennflächen von 0,25. Der Sicherheitsfaktor für die dynamische Belastung liegt also bei 2,8. Der

Unterschied der beiden besteht auch darin, dass im Traggustand das Versagen für das Londe – Modell durch eine Lasterhöhung und beim Modell mit dem diskretisierten Keil durch eine Abminderung der Kennwerte bewerkstelligt wird.

Der Vergleich der Londe – Methode mit den Ergebnissen des Modells mit dem diskretisierten Keil gestaltet sich über den Zeitverlauf als schwierig. Die resultierenden Kräfte in allen 3 Richtungen unterscheiden sich stark, was auf die unterschiedlichen Modelle und die Art der Berücksichtigung des Keilgewichts und der Porenwasserdrücke zurückzuführen ist. Ein weiterer Grund ist die unterschiedliche Modellvorstellung, die Londe – Methode ist eine Starrkörpermethode, im Gegensatz zum Finite Elemente Modell in dem der Keil als verformbar diskretisiert wurde.

Abschließend ist zu sagen, dass den Berechnungen zufolge der Keil bis zu einem Reibungskoeffizienten von 0,25 stabil bleibt und sich seine Bewegungen durchaus positiv zur Beanspruchung der Mauer bezüglich der Bogenspannungen auswirken. Der daraus resultierende Sicherheitsfaktor von 2,8 liegt somit über dem der Berechnungen der Londe – Methode. Das heißt, dass die Stabilität des diskretisierten, masse-behafteten Felskeils sicherer ist als die ohne Masse und nicht diskretisierten Keil, welche im dynamischen Fall einen Faktor von 1,56 ergab. Die Auswirkung dieser Betrachtung auf das Bogentragverhalten wird dabei nicht berücksichtigt. Die Talsperre verhält sich in der Berechnung linear.

Die Abweichung zwischen User – und Acoustic – Elements fallen am Luzzone – Modell höher aus als beim Schlegeis – Modell. Dies ist mit den Geometrien der Talsperre zusammenhängend und sollte mittels verschiedener Modelle genauer untersucht werden. Die addierten Massen nach Westergaard stellen im Allgemeinen eine Näherung dar wobei die Ergebnisse der Acoustic Elements wegen der geeigneteren Modellbildung die besseren Ergebnisse liefern. Die berechneten Spannungswerte im Bauwerk sind dabei durchwegs niedriger als sie sich mit der Methode der addierten Masse ergeben. Der Vorteil der Methode nach Westergaard liegt dafür in der höheren Geschwindigkeit der Analyse.

## Abbildungsverzeichnis

Abbildung 2-1: Standort der Luzzone Staumauer [29] .....	11
Abbildung 2-2: Luzzone Staumauer [2] .....	11
Abbildung 2-3: Trennflächendefinition .....	12
Abbildung 3-1: Einmassenschwinger.....	15
Abbildung 3-2: Mehrmassenschwinger.....	19
Abbildung 3-3: Rayleigh - Dämpfung.....	22
Abbildung 3-4: Westergaard .....	25
Abbildung 3-5: Diagramm Mohr – Coloumb .....	27
Abbildung 3-6: Spannungen .....	27
Abbildung 4-1: User Element mit Nummerierung .....	37
Abbildung 4-2: User Element Nummerierung und Vektordefinitionen .....	41
Abbildung 5-1: Porenwasserdrücke am Restgebirge .....	46
Abbildung 5-2: Beschleunigungs - Zeitverlauf in x - Richtung .....	47
Abbildung 5-3: Beschleunigungs - Zeitverlauf in y - Richtung .....	47
Abbildung 5-4: Beschleunigungs - Zeitverlauf in z - Richtung .....	48
Abbildung 5-5: Restgebirge Netz.....	50
Abbildung 5-6: Definition: „Hard contact“ – „Soft contact“ [35] .....	51
Abbildung 5-7: Definiton: „Elastic slip“ [35].....	51
Abbildung 6-1: Rundstab mit User Element.....	54
Abbildung 6-2: Rundstabverformung mit alter Subroutine von oben betrachtet.....	54
Abbildung 6-3: Rundstabverformung mit neuer Subroutine von oben betrachtet.....	54
Abbildung 7-1: Modell Schlegeis .....	55
Abbildung 7-2: Diagramm der Eigenfrequenzen der Schlegeis Staumauer .....	56
Abbildung 7-3: Querschnitt der Spannungsauswertung .....	58
Abbildung 7-4: Ort der Spannungsauswertung.....	58
Abbildung 7-5: Bogenspannungsvergleich an der Dammkrone mit Acoustic Elements und verschiedenen Randbedingung auf der Wasserseite .....	60
Abbildung 7-6: Bogenspannungsvergleich an der Dammkrone mit Acoustic Elements und verschiedenen Randbedingungen auf der Luftseite .....	60
Abbildung 7-7: Vergleich der Bogenspannungen an der Dammkrone zwischen der Subroutine und den Acoustic Elements am Schlegeis - Modell auf der Wasserseite ..	61

Abbildung 7-8: Vergleich der Bogenspannungen an der Dammkrone zwischen der Subroutine und den Acoustic Elements am Schlegeis - Modell auf der Luftseite .....	61
Abbildung 7-9: Bogenspannungsverlauf über die Sperrenhöhe auf der Wasserseite ..	62
Abbildung 7-10: Bogenspannungsverlauf über die Sperrenhöhe auf der Luftseite .....	62
Abbildung 7-11: Vertikalspannungsverlauf über die Sperrenhöhe auf der Wasserseite .....	63
Abbildung 7-12: Vertikalspannungsverlauf über die Sperrenhöhe auf der Luftseite ....	63
Abbildung 8-1: Modell Luzzone .....	64
Abbildung 8-2: Diagramm der Eigenfrequenzen der Luzzone Staumauer .....	65
Abbildung 8-3: Querschnitt der Spannungsauswertung .....	67
Abbildung 8-4: Vergleich der Bogenspannungen an der Wasserseite zwischen User Elements und Acoustic Elements für die 3 Modelle.....	68
Abbildung 8-5: Vergleich der Bogenspannungen an der Luftseite zwischen User Elements und Acoustic Elements für die 3 Modelle.....	68
Abbildung 8-6: Vergleich der Bogenspannungen an der Wasserseite zwischen User Elements und Acoustic Elements für die 3 Modelle.....	69
Abbildung 8-7: Vergleich der Bogenspannungen an der Luftseite zwischen User Elements und Acoustic Elements für die 3 Modelle.....	69
Abbildung 8-8: Widerlagerknoten der dargestellten Bewegungen .....	70
Abbildung 8-9: Relativbewegung des Keils bei verschiedenen Reibungskoeffizienten	71
Abbildung 8-10: Trennflächenklaffung für verschiedene Reibungskoeffizienten am Knoten 1 .....	73
Abbildung 8-11: maximale Trennflächenklaffung am Knoten 1, Reibungskoeffizient 0,7 (t=15,08sec).....	73
Abbildung 8-12: maximale Trennflächenklaffung am Knoten 1, Reibungskoeffizient 0,5 (t=15,15)sec.....	73
Abbildung 8-13: maximale Trennflächenklaffung am Knoten 1, Reibungskoeffizient 0,3 (t=16,75sec).....	73
Abbildung 8-14: Trennflächenklaffung für verschiedene Reibungskoeffizienten am Knoten 2 .....	74
Abbildung 8-15: maximale Trennflächenklaffung am Knoten 2, Reibungskoeffizient 0,7 (t=5,25sec).....	74
Abbildung 8-16: maximale Trennflächenklaffung am Knoten 2, Reibungskoeffizient 0,5 (t=10,50)sec.....	74
Abbildung 8-17: maximale Trennflächenklaffung am Knoten 2, Reibungskoeffizient 0,3 (t=9,60sec).....	74
Abbildung 8-18: Porenwasserdrücke am gesamten Restgebirge mit Netz .....	76

---

Abbildung 8-19: Schnitt durch den Dichtschirm in der yz – Ebene ohne Netz .....	76
Abbildung 8-20: Schnitt durch den Dichtschirm in der xz – Ebene ohne Netz .....	76
Abbildung 8-21: Porenwasserdruckverteilung in den Trennflächen .....	76
Abbildung 8-22: Porenwasserdruckverteilung am Felskeil .....	76
Abbildung 8-23: globales und lokales Koordinatensystem .....	78
Abbildung 8-24: resultierende Kräfte am Felskeil in globaler x – Richtung .....	79
Abbildung 8-25: resultierende Kräfte am Felskeil in globaler y – Richtung .....	79
Abbildung 8-26: resultierende Kräfte am Felskeil in globaler z – Richtung .....	80

## Tabellenverzeichnis

Tabelle 3-1: Londe Methode: Gleitzuständen [24].....	30
Tabelle 5-1: Materialeigenschaften.....	43
Tabelle 7-1: Eigenfrequenzen der Schlegeis Staumauer .....	56
Tabelle 7-2: Eigenformen bei leerem und vollem Speicher.....	57
Tabelle 8-1: Eigenfrequenzen der Luzzone Staumauer .....	65
Tabelle 8-2: Eigenformen bei leerem und vollem Speicher.....	66
Tabelle 8-3: Keilbewegung bei verschiedenen Reibungskoeffizienten .....	71
Tabelle 8-4: Trennflächenklaffung an 2 unterschiedlichen Knoten bei verschiedenen Reibungskoeffizienten .....	75
Tabelle 8-5: Volumen-, Massen- und Kräftevergleich.....	77

## Literaturverzeichnis

- [1] Österreichische Staubeckenkommission im Bundesministerium für Land- und Forstwirtschaft. (2001). *Erdbebenberechnung von Talsperren Band 1*.
- [2] Aterraciolo. (2008). *Klettern München*. <http://klettern-muenchen.de/luzzone-staudamm>.
- [3] Bathe, K. J. (2001). *Finite Elemente Methoden*. Berlin Heidelberg: Springer.
- [4] Bergamin, S. (2009). *Die Stabilität der Felsfundamente von Staumauern*. Zürich: ETH Zürich.
- [5] Bollrich, G. (2007). *Technische Hydromechanik 1: Grundlagen*. Berlin: HUSS-MEDIEN GmbH.
- [6] Bundesamt für Wasser und Geologie. (2003). *Sicherheit der Stauanlagen, Basisdokument zu dem Nachweis der Erdbebensicherheit*. Zürich: Bundesamt für Wasser und Geologie.
- [7] Dassault Systemes. (2009). *Abaqus 6.9-EF Documentation*. Dassault Systemes.
- [8] Feih, S. (2005). *Development of a user element in ABAQUS for modelling of cohesive laws in composite structures*. Roskilde, Denmark: Risø National Laboratory.
- [9] Feldbacher, R., & Zenz, G. (2009). *Naturmessungen an Talsperren im Zusammenspiel mit numerischen Berechnungen*. Graz: Institut für Wasserbau und Wasserwirtschaft, TU Graz.
- [10] Flesch, R. (1993). *Baudynamik, praxisgerecht, Band 1: Berechnungsgrundlagen*. Berlin: Bauverlag GmbH.
- [11] Flesch, R. (1997). *Baudynamik, praxisgerecht, Band 2: Anwendungen und Beispiele*. Berlin: Bauverlag GmbH.

- 
- [12] Giesecke, J., & Mosonyi, E. (2009). *Wasserkraftanlagen, Planung, Bau und Betrieb*. Berlin Heidelberg: Springer.
- [13] Goldgruber, M. (2011). *Diskretisierung und numerische Stabilitätsprüfung eines Felskeils im Widerlager am Beispiel der Luzzone Staumauer*. Graz: TU Graz Institut für Wasserbau und Wasserwirtschaft.
- [14] Gross, D., Hauger, W., & Wriggers, P. (2009). *Technische Mechanik Band 4: Hydromechanik, Elemente der Höheren Mechanik, Numerische Methoden*. Berlin Heidelberg: Springer.
- [15] Gross, D., Hauger, W., Schröder, J., & Wall, W. (2006). *Technische Mechanik Band 1: Statik*. Berlin Heidelberg: Springer.
- [16] Gross, D., Hauger, W., Schröder, J., & Wall, W. (2007). *Technische Mechanik Band 2: Elastostatik*. Berlin Heidelberg: Springer.
- [17] Gross, D., Hauger, W., Schröder, J., & Wall, W. (2008). *Technische Mechanik Band 3: Kinetik*. Berlin Heidelberg: Springer.
- [18] Gunn, R. M. (2009). *Computational aspects of analysis and design of dams: Tenth Benchmark Workshop on Numerical Analysis of Dams*.
- [19] Häußler-Combe, U. (2003). *Praktische Baudynamik*. Karlsruhe: Institut für Massivbau und Baustofftechnologie.
- [20] Hoffmann, D. (2003). *Das Augmented-Lagrange\_Verfahren bei Reibkontaktproblemen unter transienter Beanspruchung*. Kiel: Universität Fridericana zu Karlsruhe.
- [21] Holmes, J. (2003). *Structural dynamics - Lecture 11*. Louisiana State University.
- [22] Kolymbas, D. (2007). *Geotechnik Bodenmechanik, Grundbau und Tunnelbau*. Berlin Heidelberg: Springer.
- [23] Kramer, H. (2007). *Angewandte Baudynamik*. Berlin: Ernst & Sohn.
- [24] Londe, P. (1973). *Analysis of the stability of rock slopes*. published in "Quarterly Journal of Engineering Geology and Hydrogeology", vol. 6, issue 1, p. 93-124.
- [25] Merkel. (2010). *Eindimensionale Finite Elemente*. Berlin Heidelberg: Springer Verlag.

- [26] Scheulen, F. (2010). *Numerical model validation for large concrete gravity dams*. United States Society on Dams Conference.
- [27] Sohrabi Gilani, M., Feldbacher, R., & Zenz, G. (2009). *Stability of dam abutment including seismic loading*. Graz: TU Graz Institut für Wasserbau und Wasserwirtschaft.
- [28] Strobl, T., & Zunic, F. (2006). *Wasserbau - Aktuelle Grundlagen, Neue Entwicklungen*. Berlin Heidelberg: Springer.
- [29] Tschubby. (2005). <http://de.wikipedia.org/wiki/Luzzone>. Wikipedia.
- [30] Weber, B. (1994). *Rational Transmuting Boundaries for Time-Domain Analysis of Dam-Reservoir Interaction*. Zürich: Institut für Baustatik und Konstruktion ETH Zürich.
- [31] Weber, B. (1998). *Vorlesung Tragwerksdynamik*. Zürich: Institut für Baustatik und Konstruktion.
- [32] Werkle, H. (2008). *Finite Elemente in der Baustatik*. Wiesbaden: Vieweg & Sohn.
- [33] Witt, K. (2008). *Grundbau Taschenbuch Teil1: Geotechnische Grundlagen*. Berlin: Ernst & Sohn.
- [34] Wittke, W. (1984). *Felsmechanik. Grundlagen für wirtschaftliches Bauen im Fels*. Berlin Heidelberg: Springer.
- [35] Zenz, G., & Aigner, E. (1997). *Earthquake induced joint opening in arch dams*. Proceedings of Numog VI; p. 575-581.
- [36] Zienkiewicz, O. C., Taylor, R. L., & Zhu, J. Z. (2005). *The Finite Element Method. Its Basis and Fundamentals*. Butterworth Heinemann.
- [37] Zilch, K., Diederichs, C. J., & Katzenbach, R. (2001). *Handbuch für Bauingenieure: Technik, Organisation und Wirtschaftlichkeit - Fachwissen in einer Hand*. Berlin Heidelberg: Springer.

## A ANHANG – Hydromechanische Grundlagen [5]

Um die Wirkungsweise des Wassers auf die Staumauer zu verstehen, soll hier kurz der Begriff der Hydrostatik und der Fluidodynamik erklärt werden.

*„Die Hydrostatik ist die Lehre von den ruhenden Flüssigkeiten und den sich in ihnen ausbildenden Kräften unter der Wirkung äußerer Kräfte“<sup>4</sup>*

### A.1 Grundbegriffe der Hydrostatik

Der Druck ist eine essentielle Größe in der Hydromechanik und ist definiert als

$$p = \frac{F}{A} \quad (\text{A-1})$$

Die Einheit des Drucks wird in **Pascal** ( $\text{N/m}^2$ ) angegeben, eine alte aber immer noch gängige Einheit für den Druck ist **bar** ( $1\text{bar} = 10^5\text{Pascal}$ ). Diese Bezeichnung rührt daher, dass **1 bar** dem Atmosphärendruck bei  $0^\circ\text{C}$  und  $45^\circ$  geographischer Breite entspricht.

Der hydrostatische Druck wird in der Praxis oft als Druckhöhe angegeben. Die Druckhöhe

$$h_d = \frac{p}{\rho g} \quad (\text{A-2})$$

wird in **Meter** angegeben, so entspricht eine 10 Meter hohe Wassersäule dem Atmosphärendruck von 1 bar.

Der Atmosphärendruck wird auch als Bezugsdruck bezeichnet, somit spricht man von Überdruck wenn der Druck über dem Atmosphärendruck liegt und von Unterdruck wenn er darunter liegt.

---

<sup>4</sup> Quelle: Gerhard Bollrich, Technische Hydromechanik Band 1: Grundlagen, 2007, Seite 35

## A.2 Der Pascal'sche Satz

Der Satz nach Pascal sagt aus, dass die Orientierung eines Flächenelementes des Fluids keine Auswirkung auf den Druck hat. Das bedeutet, dass der Druck in einem Fluid richtungsunabhängig ist und nur von seinem Ort abhängt. Egal wie das Koordinatensystem aussieht, der Druck bleibt für alle Richtungen derselbe.

$$p_x = p_y = p_z = p \quad (\text{A-3})$$

## A.3 Die Euler – Gleichung für ein Fluid

Die Euler – Gleichung wird auch Gleichgewichtsbedingung genannt. Folgendes Bild zeigt ein unendlich kleines Flüssigkeitsteilchen und die darauf wirkenden Kräfte in  $x$  – Richtung. (Abbildung A-1)

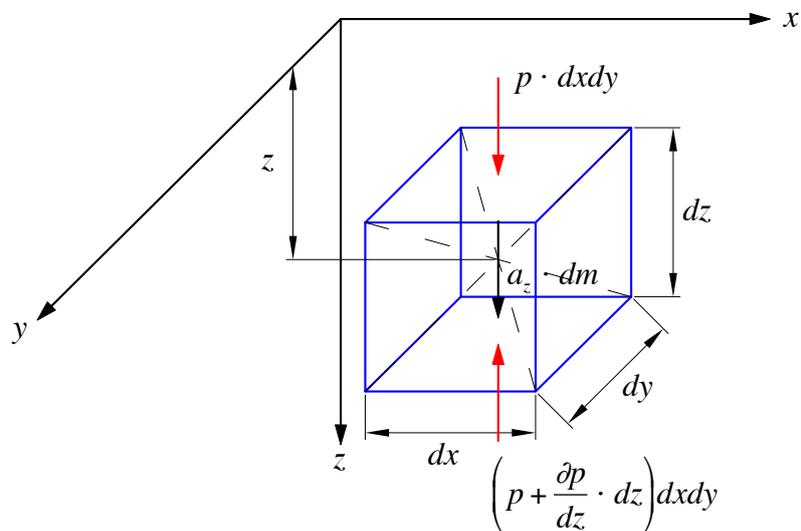


Abbildung A-1: Flüssigkeitsteilchen

Für das dargestellte Teilchen muss gelten:

$$\sum F = 0 \quad (\text{A-4})$$

Damit erhält man 3 Gleichungen für das Gleichgewicht eines ruhenden Fluids:

$$p \cdot dx dy + dm \cdot a_z = \left( p + \frac{\partial p}{\partial z} \cdot dz \right) \cdot dx dy \quad (\text{A-5})$$

$$p \cdot dx dz + dm \cdot a_y = \left( p + \frac{\partial p}{\partial y} \cdot dy \right) \cdot dx dz \quad (\text{A-6})$$

$$p \cdot dy dz + dm \cdot a_x = \left( p + \frac{\partial p}{\partial x} \cdot dx \right) \cdot dy dz \quad (\text{A-7})$$

mit

$$dm = \rho \cdot dx dy dz \quad (\text{A-8})$$

Setzt man Formel (A-6) in die 3 Gleichgewichtsbedingungen ein, vereinfachen sich die Ausdrücke zu

$$\rho \cdot a_z = \frac{\partial p}{\partial z} \quad \rho \cdot a_y = \frac{\partial p}{\partial y} \quad \rho \cdot a_x = \frac{\partial p}{\partial x} \quad (\text{A-9})$$

Bildet man das totale Differential

$$dp = \frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy + \frac{\partial p}{\partial z} dz \quad (\text{A-10})$$

erhält man die sogenannte Euler – Gleichung.

#### A.4 Hydrostatische Druckverteilung

Nimmt man die zuvor hergeleitete Euler – Gleichung her und geht davon aus, dass die Flüssigkeit keine Beschleunigung in horizontaler Richtung erfährt, sondern lediglich in vertikaler Richtung (Erdbeschleunigung), so ergibt sich

$$dp = \rho \cdot g \cdot dz \quad (\text{A-11})$$

Man erkennt, dass der Wasserdruck lediglich eine Funktion der Höhe  $z$  ist und linear über die Tiefe ansteigt. (Abbildung A-2)

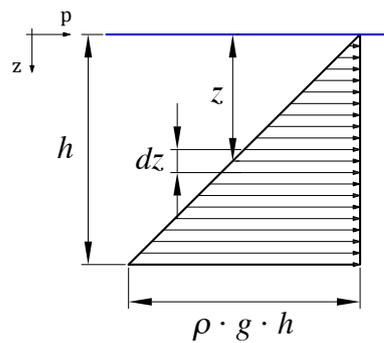


Abbildung A-2: Hydrostatische Druckverteilung

## A.5 Druckkraft auf ebene Flächen

Betrachtet man den Druck auf eine ebene Fläche, so lässt sich die Druckkraft als Produkt des Druckes und der Fläche auf die er wirkt ausdrücken.

$$dF = \rho \cdot g \cdot z \cdot dA \quad (\text{A-12})$$

Führt man hier die Formel für den Schwerpunkt

$$z_s = \frac{1}{A} \cdot \int z dA \quad (\text{A-13})$$

ein, so lässt sich hydrostatische Druckkraft folgend schreiben:

$$F = \rho \cdot g \cdot z_s \cdot A \quad (\text{A-14})$$

Somit ist die Größe der Druckkraft  $F$  definiert als Produkt des Druckes im Schwerpunkt der Fläche und der Fläche selbst. Dabei sei gesagt, dass die Druckkraft immer Senkrecht auf die Fläche wirkt, da in ruhendem Wasser keine Schubkräfte übertragen werden können.

Nun, da die Druckkraft ermittelt wurde, muss noch der Punkt an der Oberfläche wo sie angreift ermittelt werden. Dazu stellt man das Momentengleichgewicht des Wasserdruckes und der Reaktionskraft auf:

$$F \cdot y_D = \int y \cdot dF \quad (\text{A-15})$$

Formt man die Formel (A-13) um und setzt die vorangegangenen Formeln ein, dann ergibt sich für den Druckmittelpunkt

$$y_D = \frac{I_x}{y_s \cdot A} \quad (\text{A-16})$$

mit

$$I_x = \int y^2 \cdot dA \quad (\text{A-17})$$

Mit dem Satz von Steiner gilt für das Flächenträgheitsmoment 2. Grades

$$I_x = I_1 + y_s^2 \cdot A \quad (\text{A-18})$$

Setzt man diesen Ausdruck in die Formel (A-14) ein lässt sich der Abstand zwischen Angriffspunkt und Flächenschwerpunkt als

$$e_y = y_D - y_s = \frac{I_1}{y_s \cdot A} \quad (\text{A-19})$$

schreiben.

Die Herleitung des Angriffspunktabstandes in x – Richtung funktioniert analog und ergibt

$$e_x = x_D - x_s = \frac{I_{12}}{y_s \cdot A} \quad (\text{A-20})$$

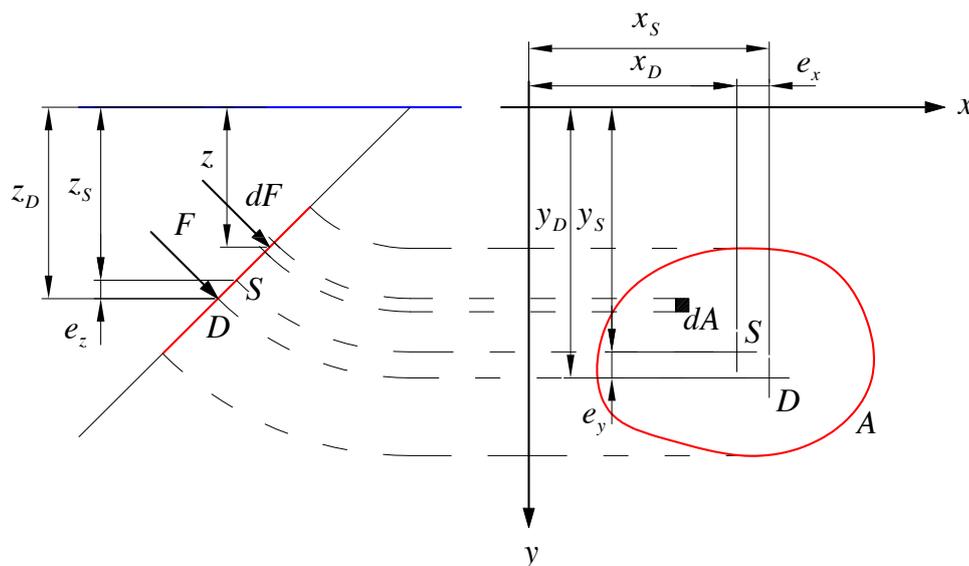


Abbildung A-3: Druck auf ebene Flächen

## A.6 Druckkraft auf gekrümmte Flächen

Bei einer beliebigen Fläche auf die der Druck des Wassers wirkt, lässt sich die Druckkraft über die projizierten Flächen ermitteln. Die 3 Flächen lassen sich, wenn die Winkel zwischen der Normalen auf die Fläche und den 3 Hauptachsen bekannt sind mit

$$dA_x = dA \cdot \cos \alpha_x \quad (\text{A-21})$$

$$dA_y = dA \cdot \cos \alpha_y \quad (\text{A-22})$$

$$dA_z = dA \cdot \cos \alpha_z \quad (\text{A-23})$$

ermitteln.

Überträgt man diese 3 Formeln in die zuvor hergeleitete Formel (A-12), ergeben sich die 3 Kraftkomponenten zu

$$F_x = \rho \cdot g \cdot z_{sx} \cdot A_x \quad (\text{A-24})$$

$$F_y = \rho \cdot g \cdot z_{sy} \cdot A_y \quad (\text{A-25})$$

$$F_z = \rho \cdot g \cdot \underbrace{z}_{\bar{z}} \cdot A_z \quad (\text{A-26})$$

Auf die Herleitung der Druckkraftangriffspunkte wird hier verzichtet, da sie gleich funktioniert wie bei den ebenen Flächen. Sie ergeben sich zu:

$$\bar{z}_{Dx} = \frac{I_x}{z_{sx} \cdot A_x} \quad (\text{A-27})$$

$$y_{Dx} = \frac{I_{xy}}{z_{sx} \cdot A_x} \quad (\text{A-28})$$

$$\bar{z}_{Dy} = \frac{I_x}{z_{sy} \cdot A_y} \quad (\text{A-29})$$

$$x_{Dy} = \frac{I_{xz}}{z_{sy} \cdot A_y} \quad (\text{A-30})$$

Der Angriffspunkt der Kraftkomponente in z – Richtung liegt im Schwerpunkt der gekrümmten Fläche und Größe der angreifenden Kraft entspricht dem darüberliegenden Volumen.

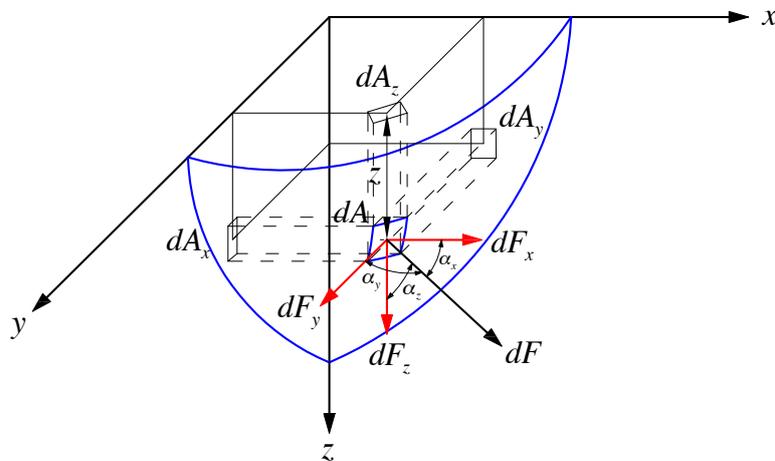


Abbildung A-4: Druck auf gekrümmte Flächen

## A.7 Hydrostatischer Auftrieb

Die Auftriebskraft die auf einen unter Wasser liegenden Körpers wirkt entspricht der Gewichtskraft, der vom Körper verdrängten Wassermasse.

$$dF_1 = \rho \cdot g \cdot z_1 \cdot dA \quad (\text{A-31})$$

$$dF_2 = \rho \cdot g \cdot z_2 \cdot dA \quad (\text{A-32})$$

$$dF_A = dF_2 - dF_1 \quad (\text{A-33})$$

$$dF_A = \rho \cdot g \cdot \underbrace{(z_2 - z_1)}_V \cdot dA \quad (\text{A-34})$$

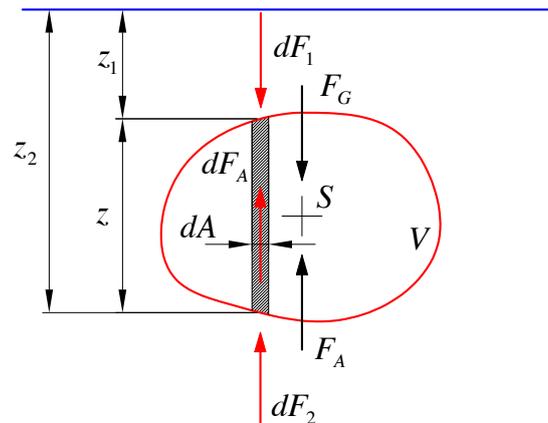


Abbildung A-5: Kräfte auf einen Körper unter Wasser

## A.8 Fluiddynamik

Erweitert man die Formeln (A-5, A-6, A-7) um die Trägheitskräfte so ergibt sich

$$p \cdot dx dy + a_x \cdot dm = \left( p + \frac{\partial p}{\partial x} \cdot dx \right) \cdot dx dy + \frac{dv_x}{dt} \cdot dm \quad (\text{A-35})$$

und in gleicher Weise dazu die Beiden anderen Richtungen.

Dividiert man diesen Ausdruck durch Formel (A-35) vereinfacht sich die Formel zu

$$\frac{dv_x}{dt} = a_x - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} \quad (\text{A-36})$$

Dabei lässt sich die totale Ableitung  $\frac{dv_x}{dt}$  schreiben als

$$\frac{dv_x}{dt} = \frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} \quad (\text{A-37})$$

und ist somit aufgeteilt in einen lokalen und einen konvektiven Teil.

Fasst man die Formeln für alle 3 Raumrichtungen zusammen so ergibt sich in Vektorschreibweise folgend

$$\frac{d\vec{v}}{dt} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} + \frac{1}{\rho} \cdot \nabla p = \vec{a} \quad (\text{A-38})$$

und damit die sogenannte **Bewegungsgleichung für eine inkompressible und reibungsfreie Flüssigkeit nach Euler**.

Anzumerken ist, dass es noch eine erweiterte Form dieser Gleichung nach **Navier – Stokes** gibt, die die Reibung in einer Flüssigkeit mitberücksichtigt, auf diese wird in dieser Arbeit jedoch nicht eingegangen.

## B ANHANG – Modellierung in ABAQUS

Als Erstes musste der Keil vom Gebirge getrennt werden. Das Problem dabei bestand darin, dass die bereitgestellte Modelldatei eine Eingabedatei des Programmsystems war. Das heißt, dass keine Geomtriedaten (Volumen, Flächen, etc.) zur Verfügung standen. Dieses Problem wurde im Zuge des Masterprojektes „**Diskretisierung und numerische Stabilitätsprüfung eines Felskeils im Widerlager am Beispiel der Luzzone Staumauer**“ [13] bereits gelöst. Zum weiteren Verständnis, warum das Modell nun so aussieht, werden die durchgeführten Schritte hier noch mal zusammengefasst.

Ein essentieller Teil dieser Arbeit ist es zusätzlich den Dichtschirm im Bereich des Felskeils zu modellieren, sowie den mit ihm zusammenhängenden Porenwasserdrücken in den Trennflächen. Aufgrund der Unkenntnis der Bauausführungen, werden hier bestimmte Annahmen getroffen.

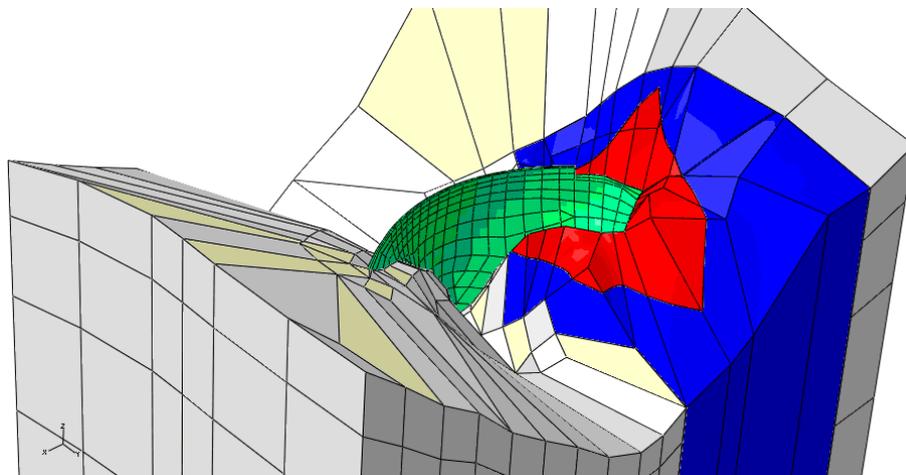


Abbildung B-1: ABAQUS – MODELL

## B.1 Modellierung des Felskeils

Die Modellierung des Felskeils und des anstehenden Gebirges wurde in einem Master Projekt durchgeführt. Zum Verständnis, warum das Modell nun so aussieht, wird hier nochmals die Vorgehensweise erklärt.

### 1. Auslesen der Oberflächenpunkte des betroffenen Gebirges

Zuerst wurden die Oberflächenpunkte im Bereich des von den Trennflächen betroffenen Gebirges notiert, aus dem „Input – File“ samt Koordinaten kopiert und abgespeichert.

### 2. Importierung des Oberflächennetzes in AUTOCAD

Die abgespeicherten Oberflächenpunkte mit ihren Koordinaten wurden mit Hilfe des Programms „CoOrdinator“ in AUTOCAD eingelesen und mit Linien verbunden. So wurde ein dreidimensionales Netz der ursprünglichen Gebirgsoberfläche erstellt. Aufgrund der beschränkten Funktion in der Bearbeitung und Erstellung dreidimensionaler Körper im Programm AUTOCAD wurde die Erstellung des Volumskörper in SOLID WORKS durchgeführt (Abbildung B-2).

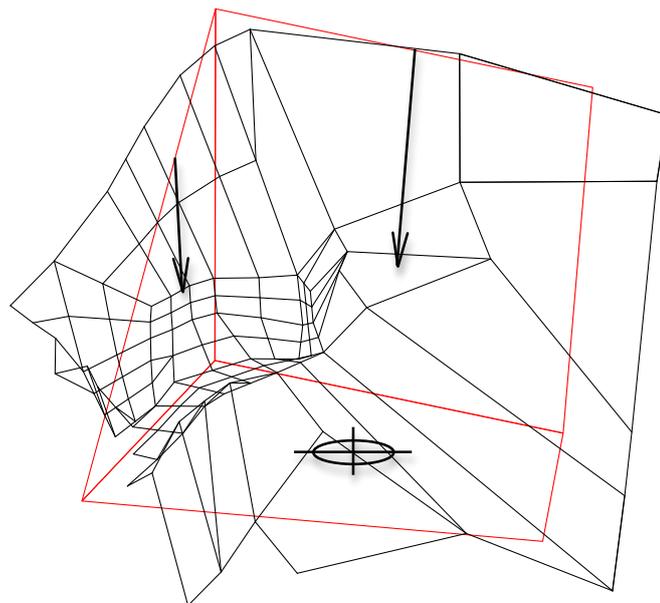


Abbildung B-2: Oberflächennetz und Trennflächen in AUTOCAD

### 3. 3-D Modellierung des Gebirges in SOLID WORKS

Nachdem das Netz der AUTOCAD – Datei in SOLID WORKS importiert war, wurden die einzelnen Linien zu einer dreidimensionalen Oberfläche umgewandelt, die in späterer Folge zur Erstellung des Gebirges dienen. So wurde mittels der Oberflächen jeweils eigenständige Volumskörper erstellt, die daraufhin miteinander vereinigt wurden. Dieser Körper entsprach nun exakt dem des ursprünglichen Gebirges und ist zur Gänze bearbeitbar. Abschließend wurde der Keil über die Geometrie der Trennflächen vom Gebirge getrennt. Somit erhielt man 2 voneinander unabhängige Volumskörper, das Restgebirge und den Keil.

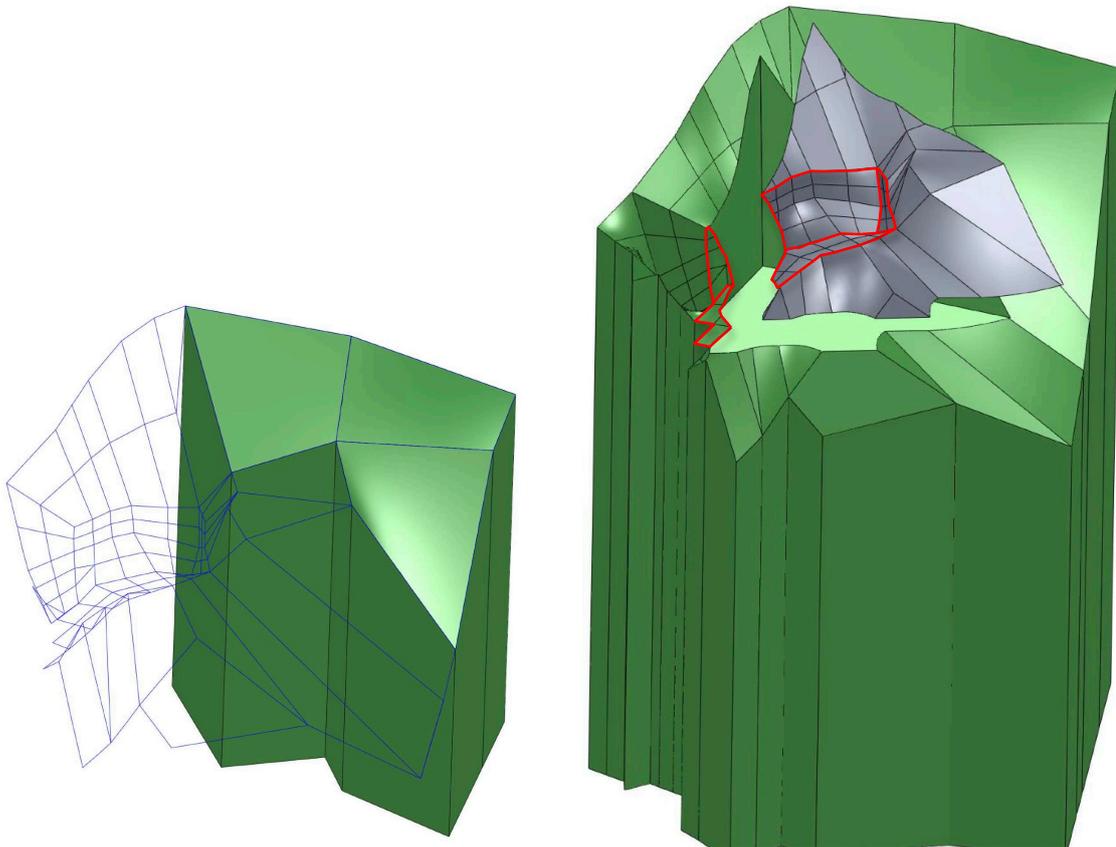


Abbildung B-3: schrittweises erstellen des  
Volumenkörpers

Abbildung B-4: Trennung des Felskeils vom  
Restgebirge

#### 4. Importieren der Datei in ABAQUS

Für das Importieren der beiden Körper wurde das Iges – Format gewählt. Nun wurde im ursprünglichen Modell der Teil des Gebirges, der ausgetauscht werden sollte, gelöscht und durch den Neuen, das sogenannte Restgebirge, ersetzt. Dabei sei anzumerken, dass die beiden Teile nicht als solche in ABAQUS importiert wurden, sondern die Trennung zwischen Keil und Gebirge erst in ABAQUS durchgeführt wurde. Dies hatte den Vorteil, dass die 3 Trennflächen auch tatsächlich planparallel sind<sup>5</sup>. Ist das nicht der Fall kann es zu numerischen Problemen und Fehlern bei der Berechnung der Stabilität kommen.

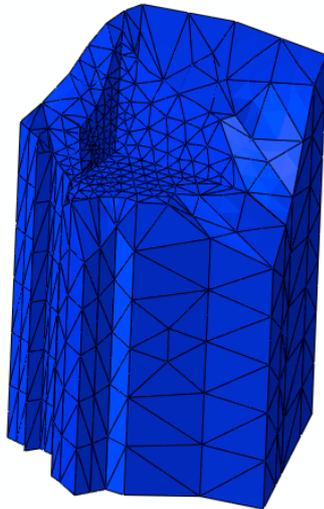


Abbildung B-5: vernetztes Restgebirge ohne Dichtschirm

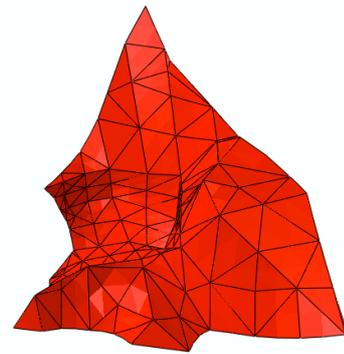


Abbildung B-6: vernetzter Felskeil ohne Dichtschirm

---

<sup>5</sup> **Anmerkung:** Die Trennung des Keils vom Restgebirge wurde zuerst in SOLID WORKS durchgeführt und anschließend in ABAQUS importiert. Dadurch entstand das Problem, dass die Trennflächen NICHT planparallel generiert wurden und bei der Berechnung zu nicht plausiblen Ergebnissen führten. Der Grund dafür liegt im Genauigkeitsverlust beim Exportieren und Importieren des Iges – Files und der damit einhergehenden Durchdringung der Schnittflächen.

## **B.2 Modellierung des Dichtschirms**

Im Gegensatz zur Modellierung des Felskeils selbst wurde die Modellierung des Dichtschirms in ABAQUS durchgeführt. Da man keine Daten der Bauausführung des Dichtschirms zur Verfügung hat, müssen gewisse Annahmen getroffen werden.

### **B.2.1 Dichtschirmmodellierung am Keil**

Der Dichtschirm im Keil wird durchgehend senkrecht von der Gebirgsoberfläche bis zu den Trennflächen konstruiert. Dabei schließt er wasserseitig mit der Staumauer ab und ist 2 Meter dick. Da man wie vorhin erwähnt keine genauen Daten hat, sind das getroffene Annahmen. (Abbildung B-7)

Um dem Keil und dem Dichtschirm in späterer Folge verschiedene Materialeigenschaften zuweisen zu können, muss der Keil in 3 Partitionen geteilt werden. Deshalb wird er vorerst im „Part – Modul“ in 3 Teile geschnitten, in einen Linken-, einen Rechten Teil und den Dichtschirm. (Abbildung B-8 – B-10)

Anschließend werden die 3 Teile im Assembly – Modul wieder vereinigt. Somit bleiben die Kanten und die Information, dass es sich zwar um einen Teil jedoch aus 3 Partitionen bestehend handelt, erhalten. Dadurch ist es möglich dem Dichtschirm andere Materialeigenschaften zuzuweisen als dem Gebirge.

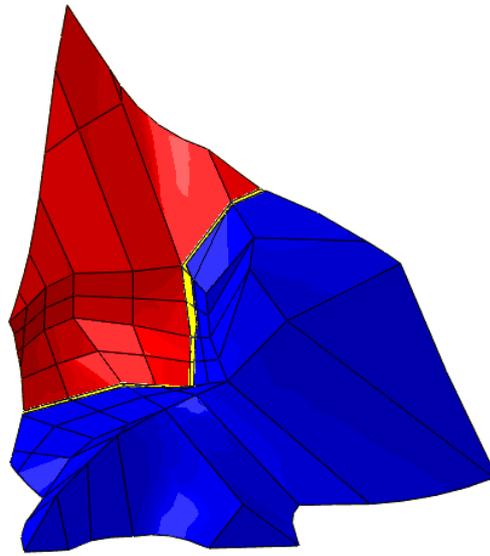


Abbildung B-7: Felskeil mit Dichtschirm

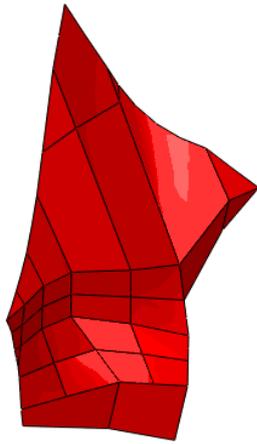


Abbildung B-8: linker Teil

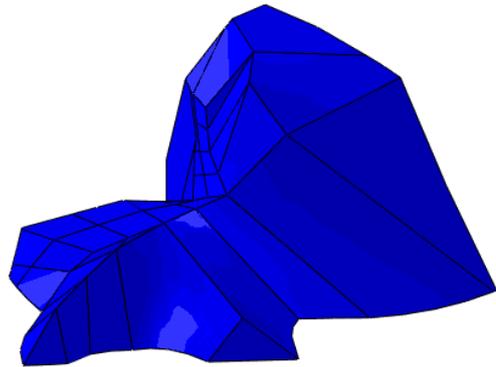


Abbildung B-9: rechter Teil

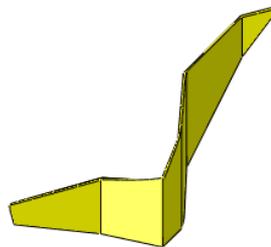


Abbildung B-10: Dichtschirm

## **B.2.2 Dichtschirmmodellierung am Restgebirge**

Bei der Modellierung des Dichtschirms im Restgebirge hat man nicht die Möglichkeit wie beim Felskeil den Dichtschirm von der Oberfläche bis zum Ende des Körpers senkrecht durchzuziehen, da dieser in einer gewissen Tiefe endet. Hier wird die Annahme getroffen, dass der Dichtschirm in etwa  $2/3$  der darüberliegenden Staumauerhöhe in das Gebirge ragt. Wie auch beim Keil schließt der Dichtschirm hier mit der Wasserseite der Staumauer ab und ist 2 Meter dick.

Um dem Restgebirge und dem Dichtschirm verschiedene Materialeigenschaften zuweisen zu können muss hier dieselbe Prozedur durchgeführt werden wie schon beim Keil. Einziger Unterschied ist es, dass hier 4 Teile zu erstellen sind, ein linker- und rechter Teil, sowie 2 Teile für den Dichtschirm, ein Oberer und ein Unterer. Die Begrenzung des oberen Teils des Dichtschirms wird als Kreissegment approximiert. Der Anfang des Kreissegmentes beginnt, wie vorhin beschrieben, in einer Tiefe die in etwa  $2/3$  der darüberliegenden Mauerhöhe entspricht.

In der nachfolgenden Explosionszeichnung sieht man das Restgebirge geteilt in seine 4 Teile. (Abbildung B-12 – B-15)

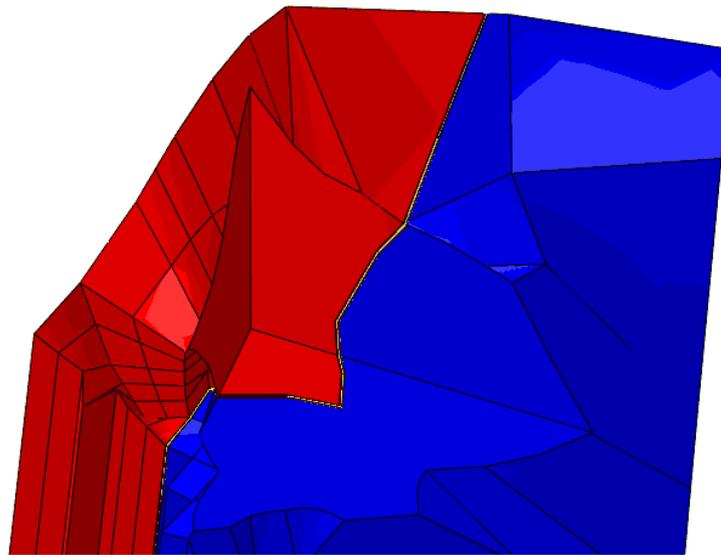


Abbildung B-11: Restgebirge mit Dichtschirm

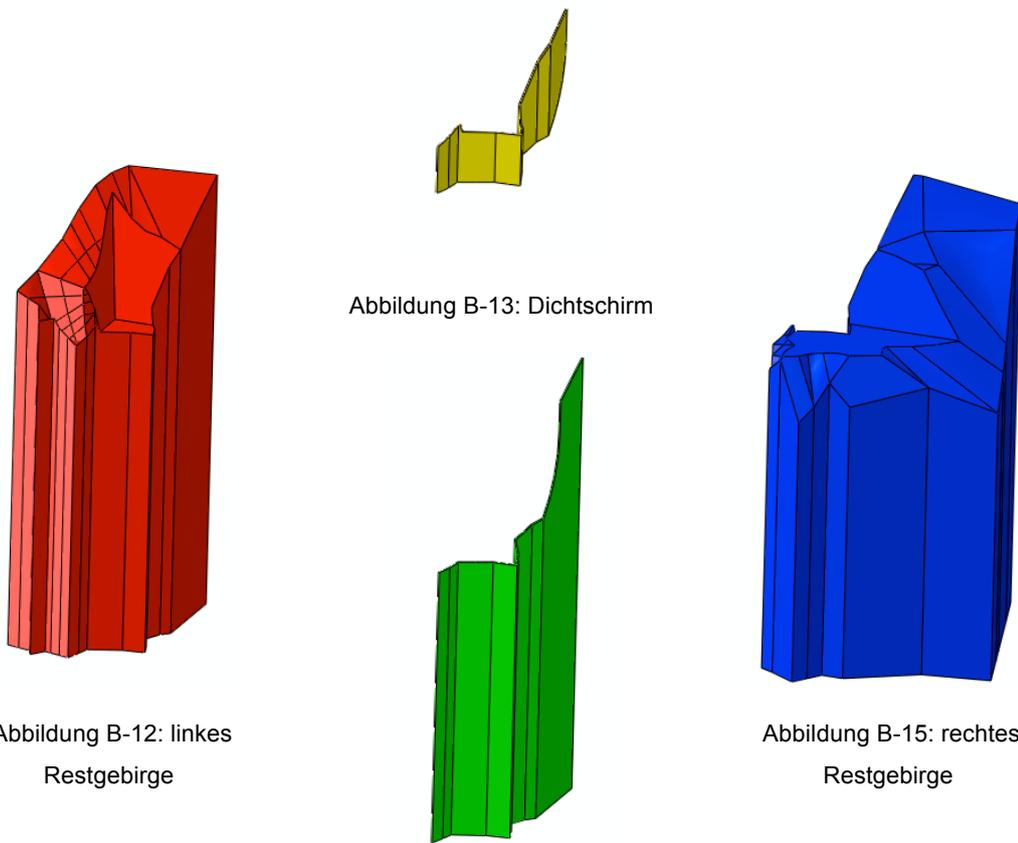


Abbildung B-12: linkes  
Restgebirge

Abbildung B-13: Dichtschirm

Abbildung B-15: rechtes  
Restgebirge

Abbildung B-14: unterer Teil des  
Gebirges

### B.3 Modellierung der mitschwingenden Wassermassen mit Acoustic Elements

Eine andere Methode die mitschwingenden Massen zu berücksichtigen ist es das Wasser als eigenständigen Körper zu modellieren. Dazu stehen sogenannte Acoustic Elements zu Verfügung, deren einziger Freiheitsgrad der Druck ist, welcher sich über die Geschwindigkeit der Mauerbewegung im Wasser ausbreitet. Dieser Körper wird an der Wasserseite der Mauer angebracht. Der Druck im Kontinuum und somit auf die Mauer entsteht durch die schwingende Masse bei der Erdbebenbelastung.

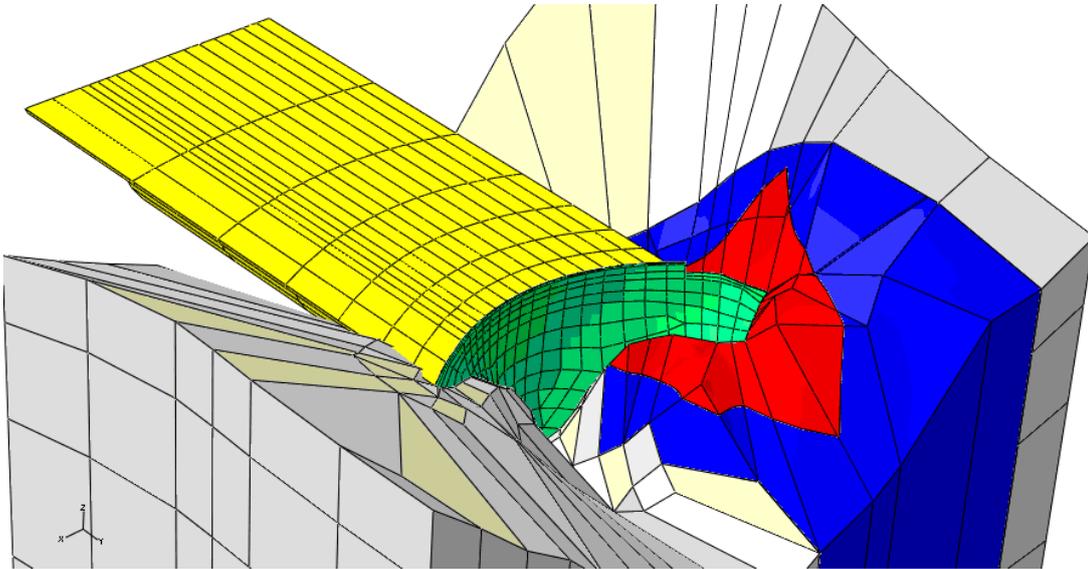


Abbildung B-16: Acoustic Elements Modell

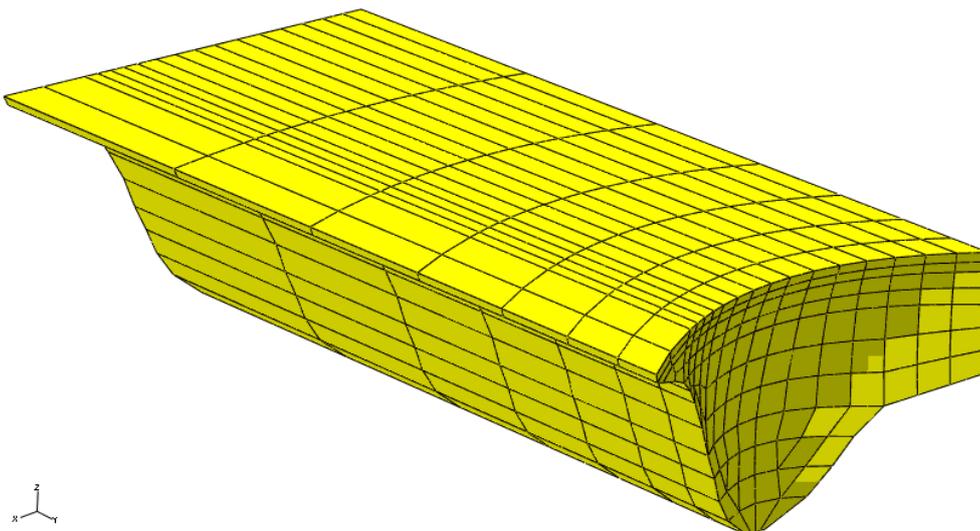


Abbildung B-17: Wassermodell

#### B.4 Modell der Londe – Methode [27]

Bei der Berechnung nach der Londe – Methode wurde die mitschwingende Masse zwar auch mit Westergaard<sup>6</sup> und den Acoustic Elements berücksichtigt jedoch wurde auf die Modellierung des Keils und des Dichtschirms verzichtet (Abbildung B-18). Die auftretenden Kräfte am Keil wurden über die Aufstandfläche der Mauer aufsummiert und als resultierende Einwirkung berücksichtigt (Abbildung B-19). Die Masse des Keils wurde erst später in der Stabilitätsüberprüfung miteinbezogen.

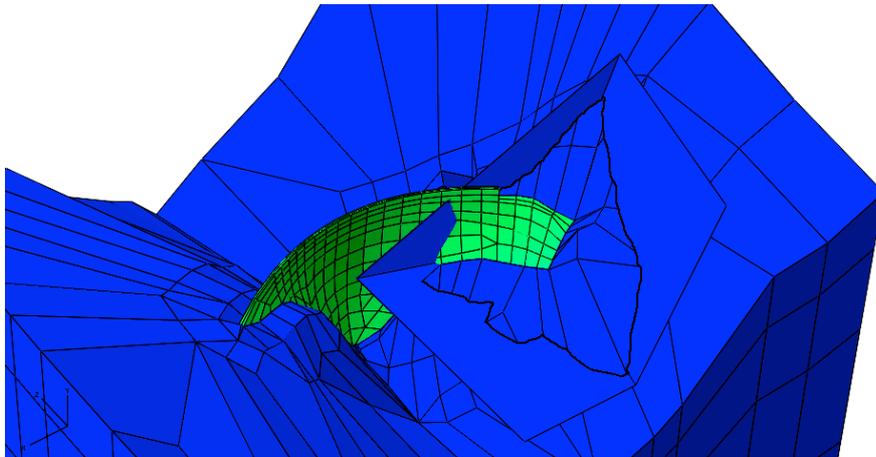


Abbildung B-18: Londe – Modell mit Definition der Trennflächen

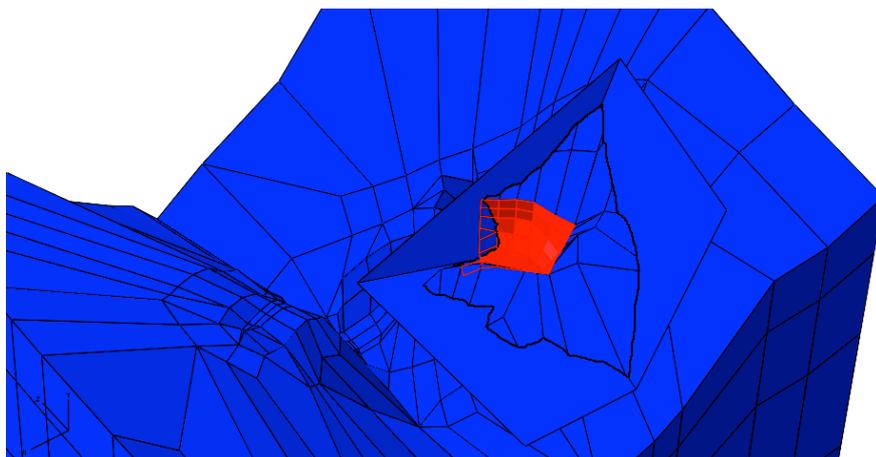


Abbildung B-19: Kontaktfläche der Mauer über welche die Kräfte aufintegriert wurden

---

<sup>6</sup> Die hier verwendete Subroutine unterscheidet sich zu der neu erstellten dahingehend, dass die mitschwingenden Wassermassen nicht normal auf die Maueroberfläche wirken sondern in globaler y – Richtung, somit ergibt sich eine Schubeinwirkung.

## C ANHANG – Ergebnisse

### C.1 Modell ohne Dichtschirm und Porenwasserdrücke

Folgende Abbildungen zeigen die Bogenspannungen der Luzzone – Staumauer an der Dammkronenmitte mit der User Element Subroutine für das Modell ohne Dichtschirm und Porenwasserdrücke.

#### C.1.1 Zeitverlauf der Bogenspannungen mit der User Element Subroutine

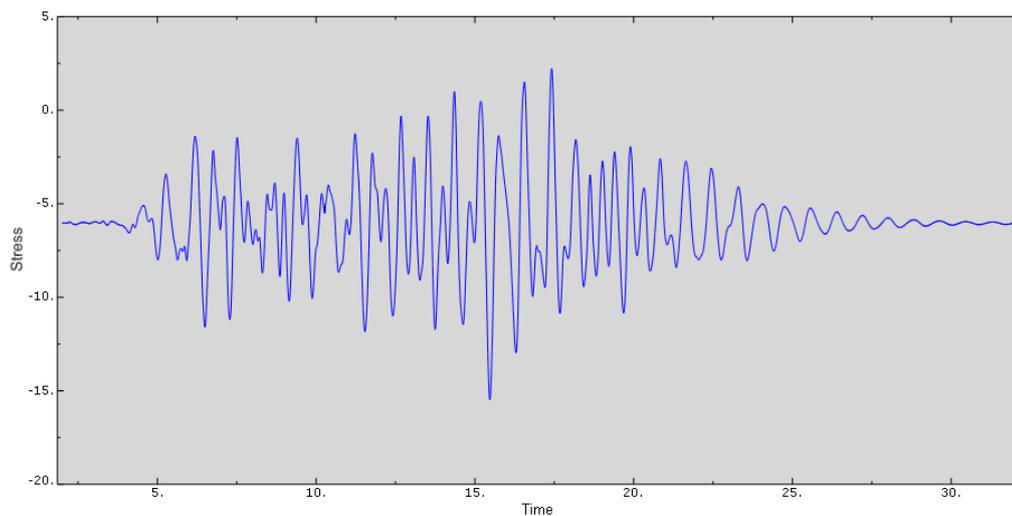


Abbildung C-1: Bogenspannungen an der Dammkrone mit der Subroutine auf der Wasserseite am Modell ohne Dichtschirm

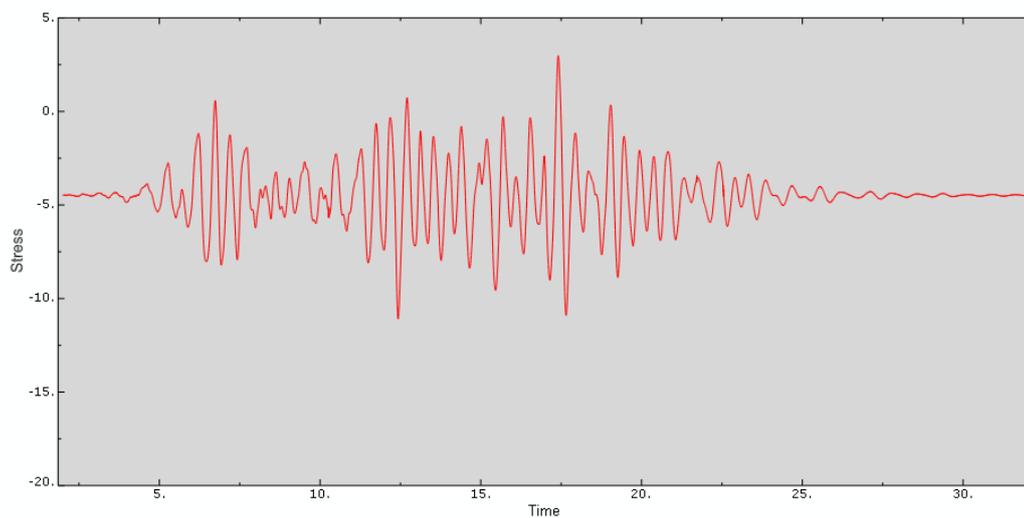


Abbildung C-2: Bogenspannungen an der Dammkrone mit der Subroutine auf der Luftseite am Modell ohne Dichtschirm

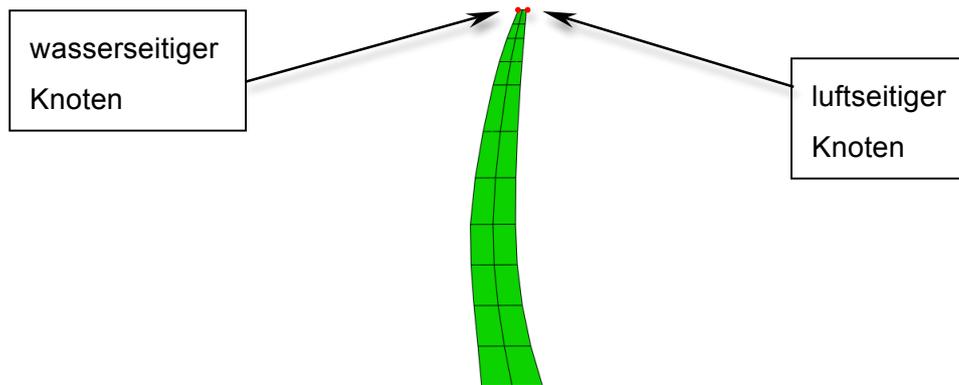


Abbildung C-3: Ort der Spannungsauswertung

	Bogenspannungen [MPa]	
	Wasserseite	Luftseite
Maximum	2.5	3.0
statisch	-6.0	-4.5
Minimum	-15.5	-11.0

Tabelle C-1: Bogenspannungen an der Dammkrone mit der Subroutine am Modell ohne Dichtschirm

### C.1.2 Zeitverlauf der Verformungen in Dammachsenrichtung mit der User Element Subroutine

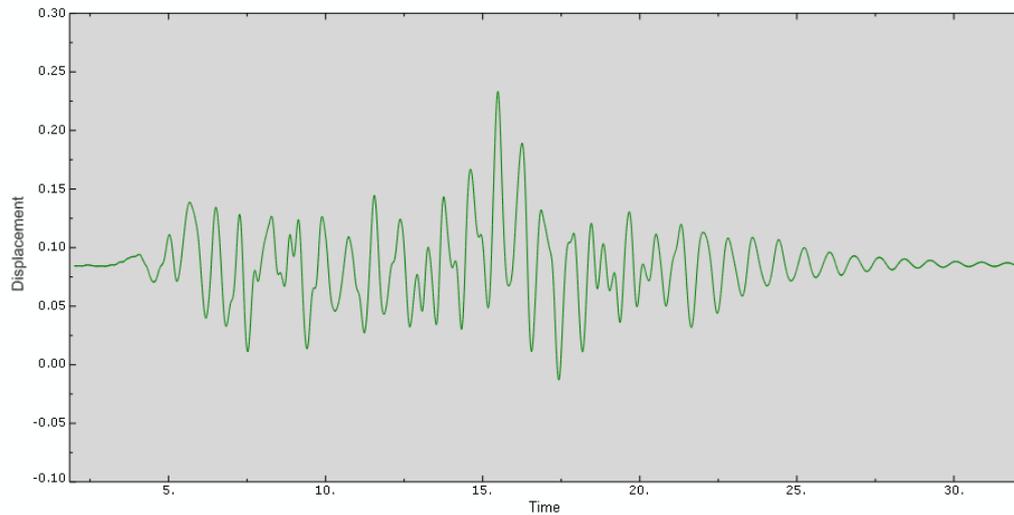


Abbildung C-4: Verformungen in Dammachsenrichtung an der Dammkrone mit der Subroutine am Modell ohne Dichtschirm

	Verformungen [m]
Maximum	0.23
statisch	0.08
Minimum	-0.02

Tabelle C-2: Verformungen in Dammachsenrichtung an der Dammkrone mit der Subroutine am Modell ohne Dichtschirm

### C.1.3 Bogenspannungsverlauf über die Sperrenhöhe zwischen User Elements und Acoustic Elements

Folgende Diagramme zeigen den Bogenspannungsverlauf über die Sperrenhöhe im mittleren Querschnitt der Mauer zwischen User Elements und Acoustic Elements für das Modell ohne Dichtschirm und Porenwasserdrücke.

#### Bogenspannungsverlauf über die Sperrenhöhe auf der Wasserseite

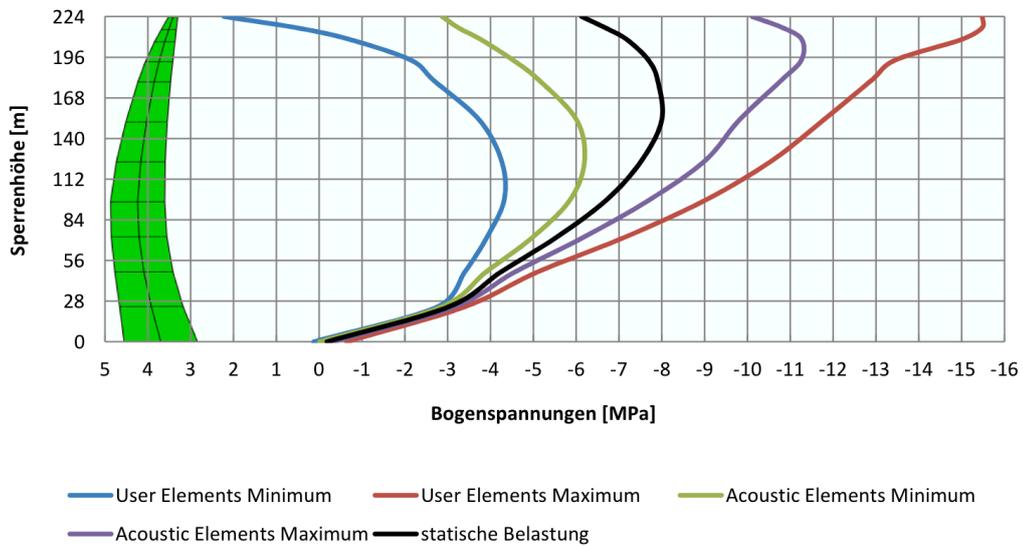


Abbildung C-5: Bogenspannungsverlauf über die Sperrenhöhe auf der Wasserseite

#### Bogenspannungsverlauf über die Sperrenhöhe auf der Luftseite

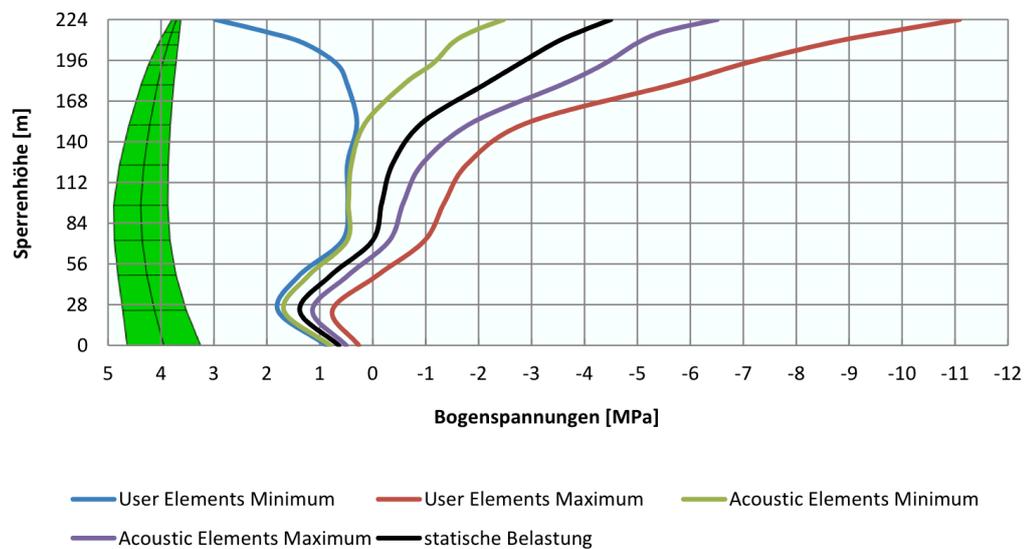


Abbildung C-6: Bogenspannungsverlauf über die Sperrenhöhe auf der Luftseite

### C.1.4 Vertikalspannungsverlauf über die Sperrenhöhe zwischen User Elements und Acoustic Elements

Folgende Diagramme zeigen den Vertikalspannungsverlauf über die Sperrenhöhe im mittleren Querschnitt der Mauer zwischen User Elements und Acoustic Elements für das Modell ohne Dichtschirm und Porenwasserdrücke.

#### Vertikalspannungsverlauf über die Sperrenhöhe auf der Wasserseite

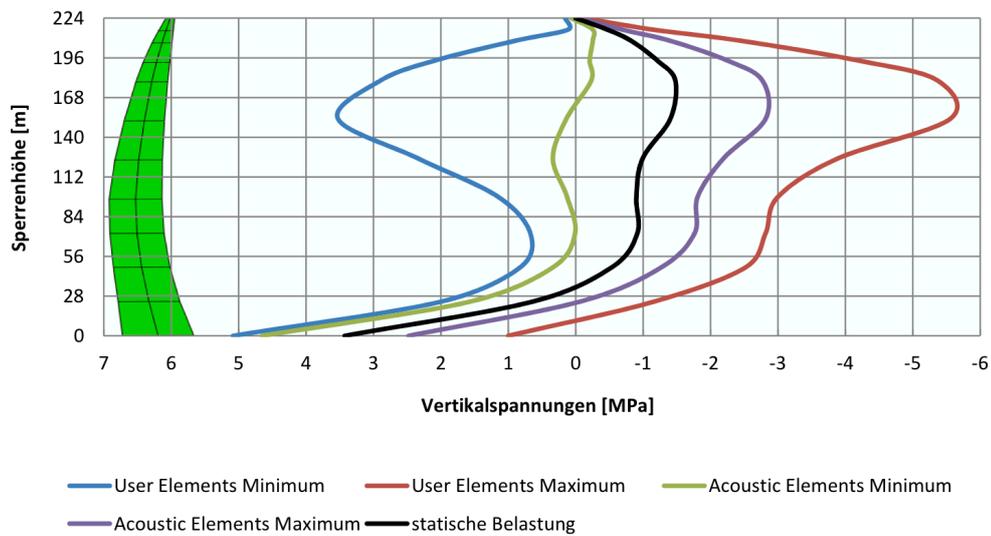


Abbildung C-7: Vertikalspannungsverlauf über die Sperrenhöhe auf der Wasserseite

#### Vertikalspannungsverlauf über die Sperrenhöhe auf der Luftseite

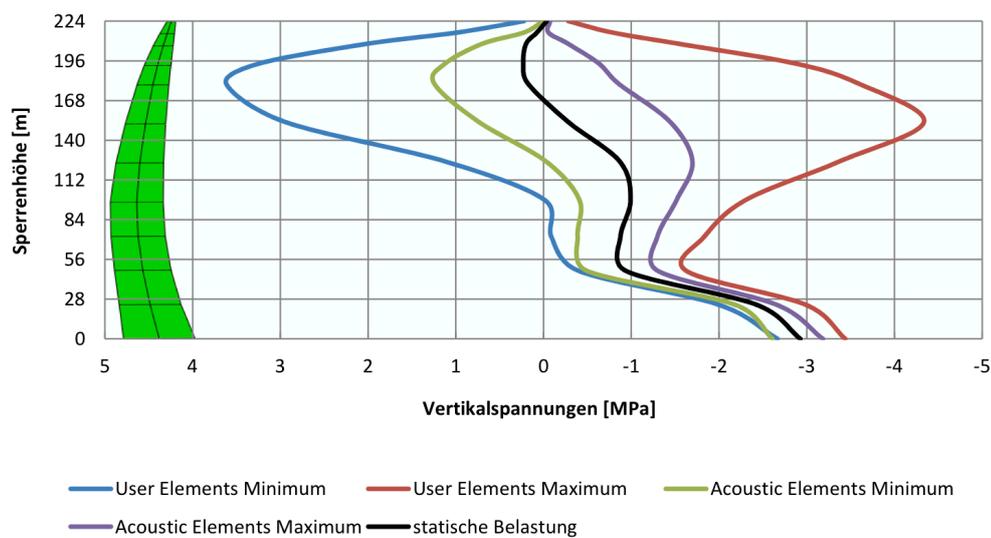


Abbildung C-8: Vertikalspannungsverlauf über die Sperrenhöhe auf der Luftseite

## C.2 Modell mit Dichtschirm und Porenwasserdrücke

### C.2.1 Zeitverlauf der Bogenspannungen mit der User Element Subroutine

Folgende Abbildungen zeigen den zeitlichen Verlauf der Bogenspannungen an der Dammkronenmitte mit der User Element Subroutine.

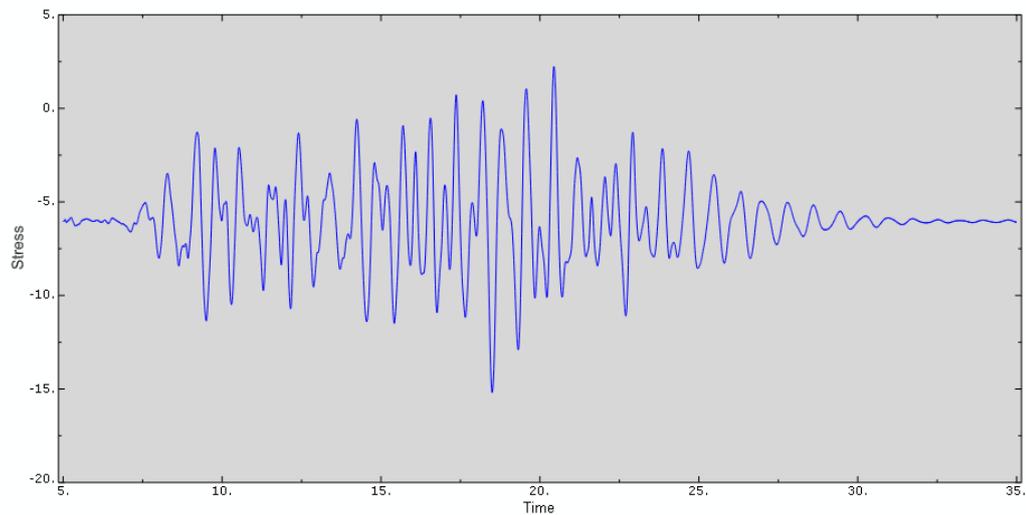


Abbildung C-9: Bogenspannungen an der Dammkrone mit der Subroutine auf der Wasserseite am Modell mit Dichtschirm

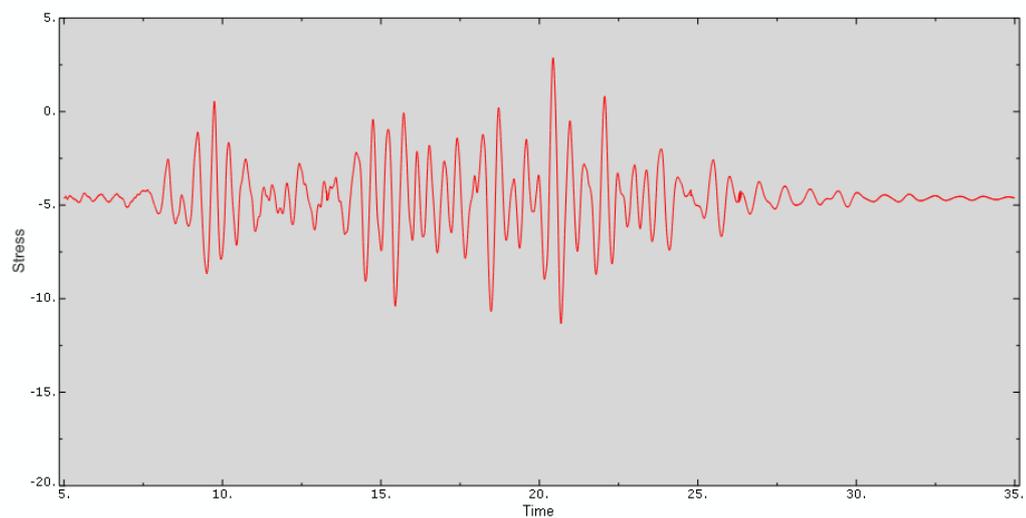


Abbildung C-10: Bogenspannungen an der Dammkrone mit der Subroutine auf der Luftseite am Modell mit Dichtschirm

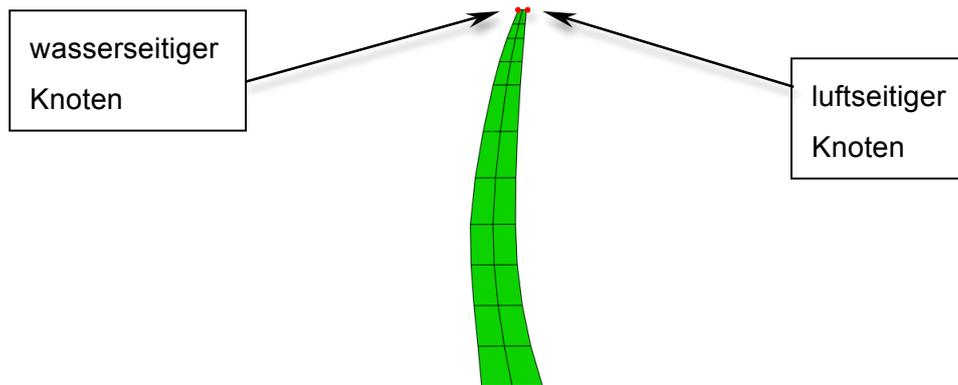


Abbildung C-11: Ort der Spannungsauswertung

	Bogenspannungen [MPa]	
	Wasserseite	Luftseite
Maximum	2.0	3.0
statisch	-6.0	-4.5
Minimum	-15.0	-11.5

Tabelle C-3: Bogenspannungen an der Dammkrone mit der Subroutine am Modell mit Dichtschirm

## C.2.2 Zeitverlauf der Verformungen in Dammachsenrichtung mit der User Element Subroutine

Folgende Abbildungen zeigen den zeitlichen Verlauf der Verformungen an der Dammkronenmitte mit der User Element Subroutine.

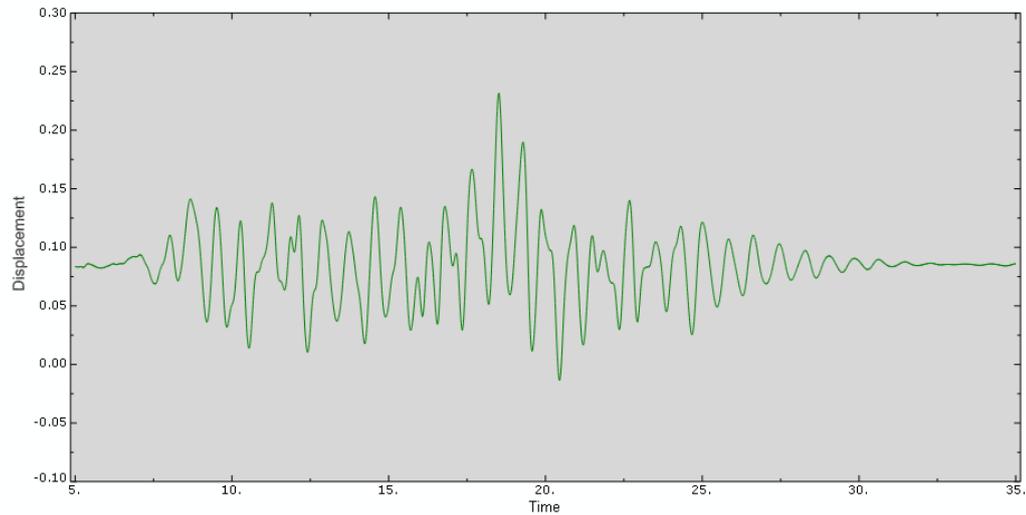


Abbildung C-12: Verformungen in Dammachsenrichtung an der Dammkrone mit der Subroutine am Modell mit Dichtschirm

Verformungen [m]	
Maximum	0.23
statisch	0.08
Minimum	-0.01

Tabelle C-4: Verformungen in Dammachsenrichtung an der Dammkrone mit der Subroutine am Modell mit Dichtschirm

### C.2.3 Zeitverlauf der Bogenstressungen mit Acoustic Elements

Folgende Abbildungen zeigen den zeitlichen Verlauf der Bogenstressungen an der Dammkronenmitte mit Acoustic Elements.

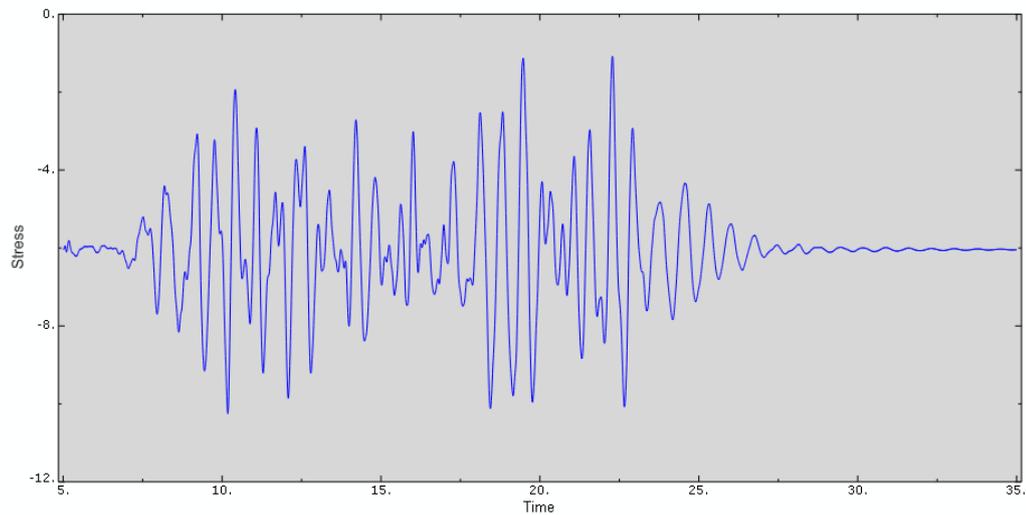


Abbildung C-13: Bogenstressungen an der Dammkrone mit Acoustic Elements auf der Wasserseite am Modell mit Dichtschirm

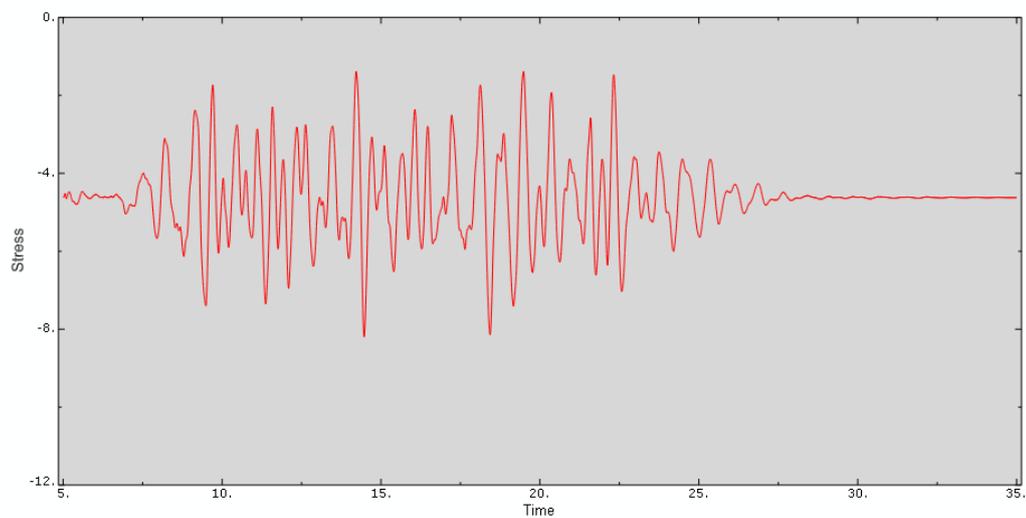


Abbildung C-14: Bogenstressungen an der Dammkrone mit Acoustic Elements auf der Luftseite am Modell mit Dichtschirm

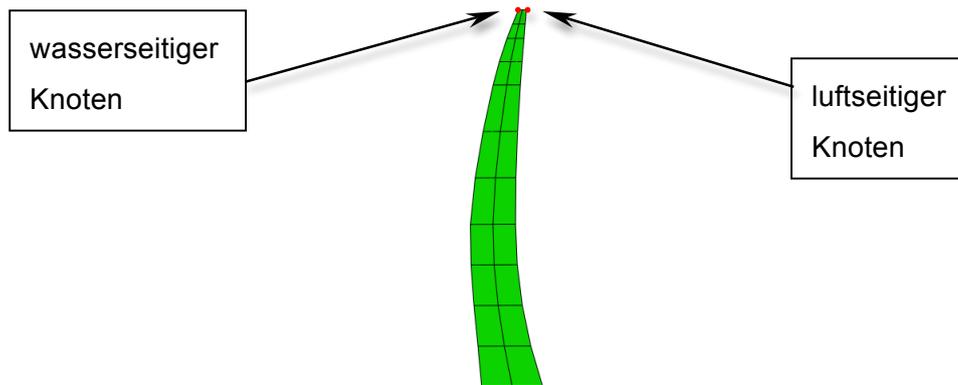


Abbildung C-15: Ort der Spannungsauswertung

	Bogenspannungen [MPa]	
	Wasserseite	Luftseite
Maximum	-1.0	-1.5
statisch	-6.0	-4.5
Minimum	-10.0	-8.0

Tabelle C-5: Bogenspannungen an der Dammkrone mit Acoustic Elements am Modell mit Dichtschirm

### C.2.4 Zeitverlauf der Verformungen in Dammachsenrichtung mit Acoustic Elements

Folgende Abbildungen zeigen den zeitlichen Verlauf der Verformungen an der Dammkronenmitte mit Acoustic Elements.

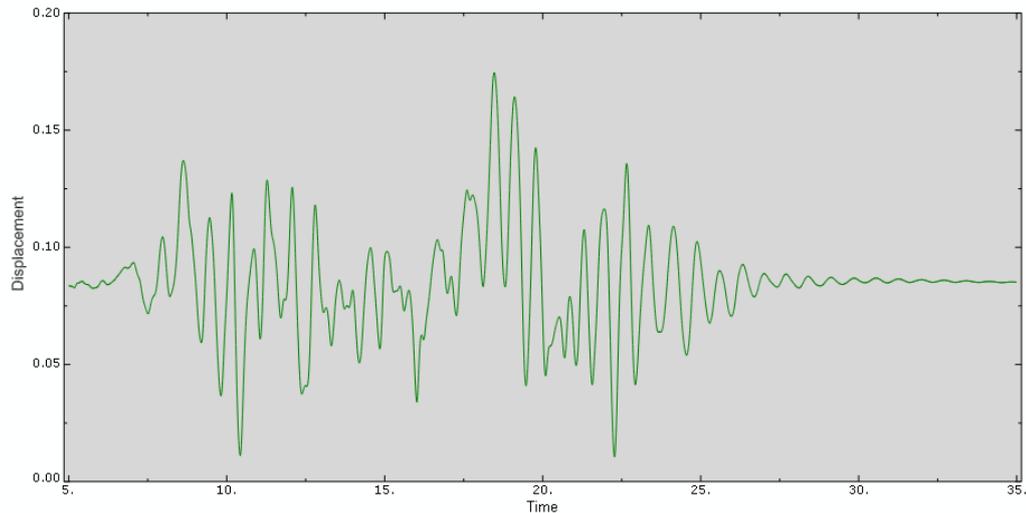


Abbildung C-16: Verformung in Dammachsenrichtung an der Dammkrone mit Acoustic Elements am Modell mit Dichtschirm

	Verformungen [m]
Maximum	0.17
statisch	0.08
Minimum	0.01

Tabelle C-6: Verformungen in Dammachsenrichtung an der Dammkrone mit Acoustic Elements am Modell mit Dichtschirm

### C.2.5 Zeitverlauf der Bogenstressungen an der Dammkrone bei leerem Speicher

Folgende Abbildungen zeigen den zeitlichen Verlauf der Bogenstressungen an der Dammkronenmitte bei leerem Speicher.

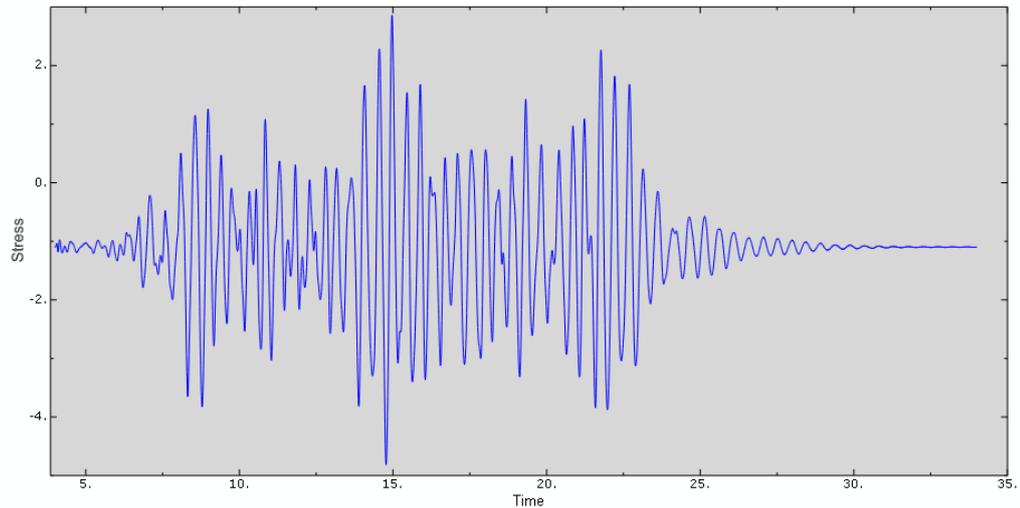


Abbildung C-17: Bogenstressungen an der Dammkrone bei leerem Speicher auf der Wasserseite am Modell mit Dichtschirm

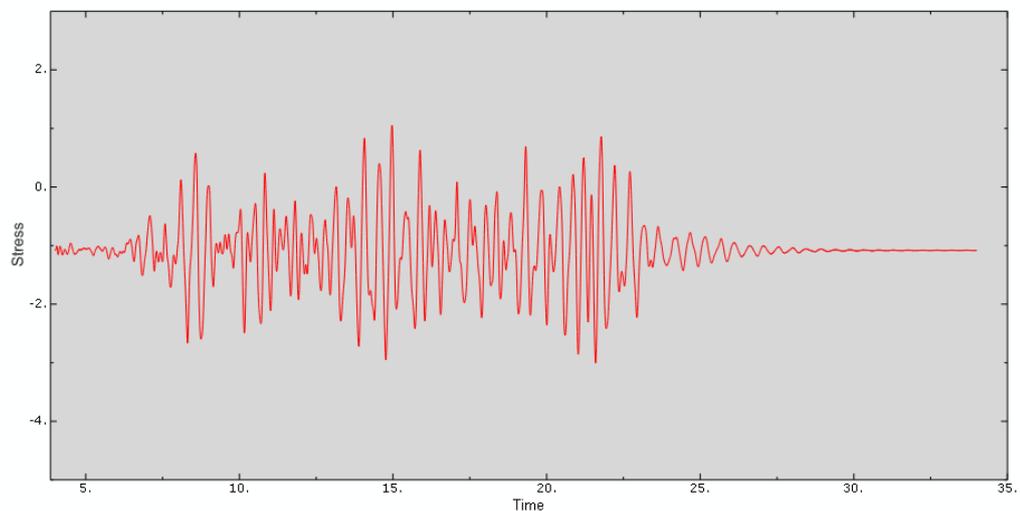


Abbildung C-18: Bogenstressungen an der Dammkrone bei leerem Speicher auf der Luftseite am Modell mit Dichtschirm

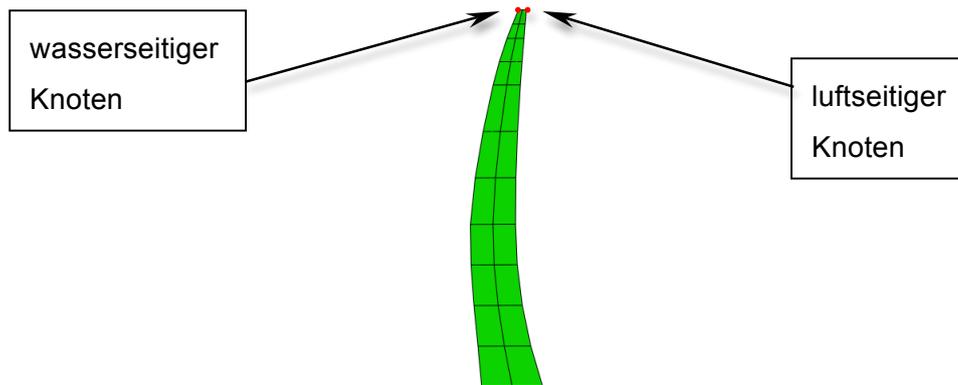


Abbildung C-19: Ort der Spannungsauswertung

	Bogenspannungen [MPa]	
	Wasserseite	Luftseite
Maximum	3.0	1.0
statisch	-1.0	-1.0
Minimum	-5.0	-3.0

Tabelle C-7: Bogenspannungen an der Dammkrone bei leerem Speicher am Modell mit Dichtschirm

### C.2.6 Zeitverlauf der Verformungen in Dammachsenrichtung bei leerem Speicher

Folgende Abbildungen zeigen den zeitlichen Verlauf der Verformungen an der Dammkronenmitte bei leerem Speicher.

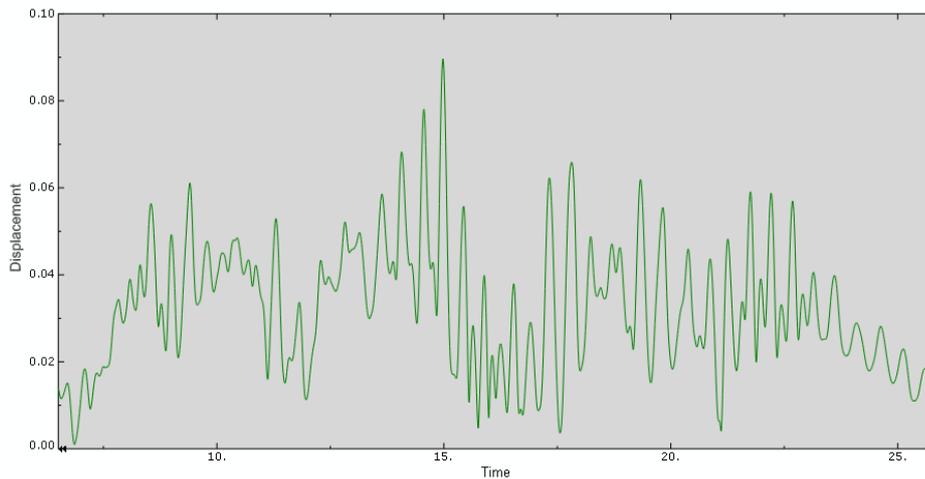


Abbildung C-20: Verformung in Dammachsenrichtung an der Dammkrone bei leerem Speicher am Modell mit Dichtschirm

	Verformungen [m]
Maximum	0.09
statisch	0.01
Minimum	0.00

Tabelle C-8: Verformungen in Dammachsenrichtung an der Dammkrone bei leerem Speicher am Modell mit Dichtschirm

## C.2.7 Vergleich der Bogenspannungen zwischen der neuen Subroutine und den Acoustic Elements

### C.2.7.1 Zeitverlauf der Bogenspannungen an der Dammkrone

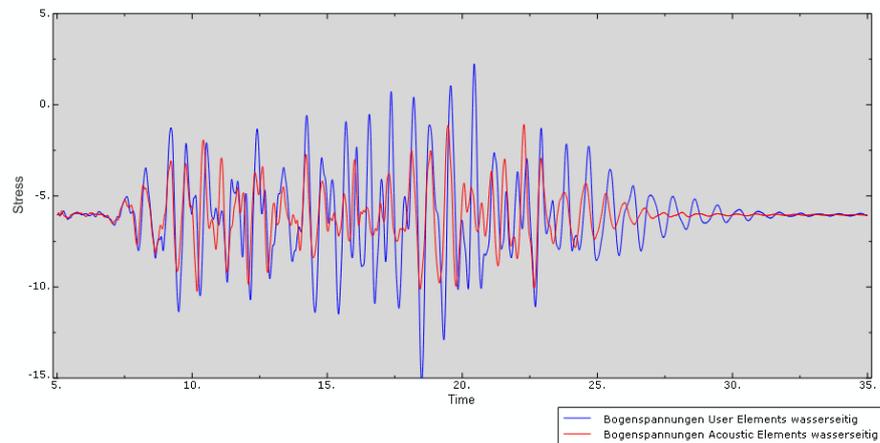


Abbildung C-21: Vergleich der Bogenspannungen an der Dammkrone zwischen der neuen Subroutine und den Acoustic Elements auf der Wasserseite am Modell mit Dichtschirm

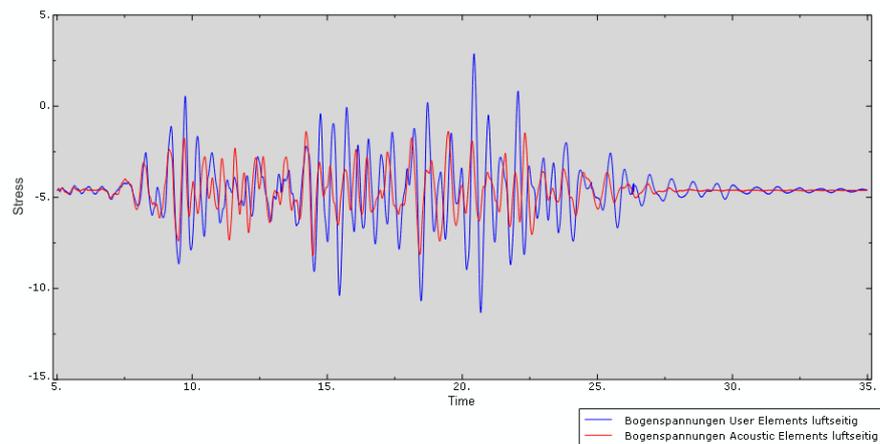


Abbildung C-22: Vergleich der Bogenspannungen an der Dammkrone zwischen der neuen Subroutine und den Acoustic Elements auf der Luftseite am Modell mit Dichtschirm

**C.2.7.2 Bogenspannungsverlauf über die Sperrenhöhe zwischen User Elements und Acoustic Elements**

Folgende Diagramme zeigen den Bogenspannungsverlauf über die Sperrenhöhe im mittleren Querschnitt der Mauer zwischen User Elements und Acoustic Elements.

**Bogenspannungsverlauf über die Sperrenhöhe auf der Wasserseite**

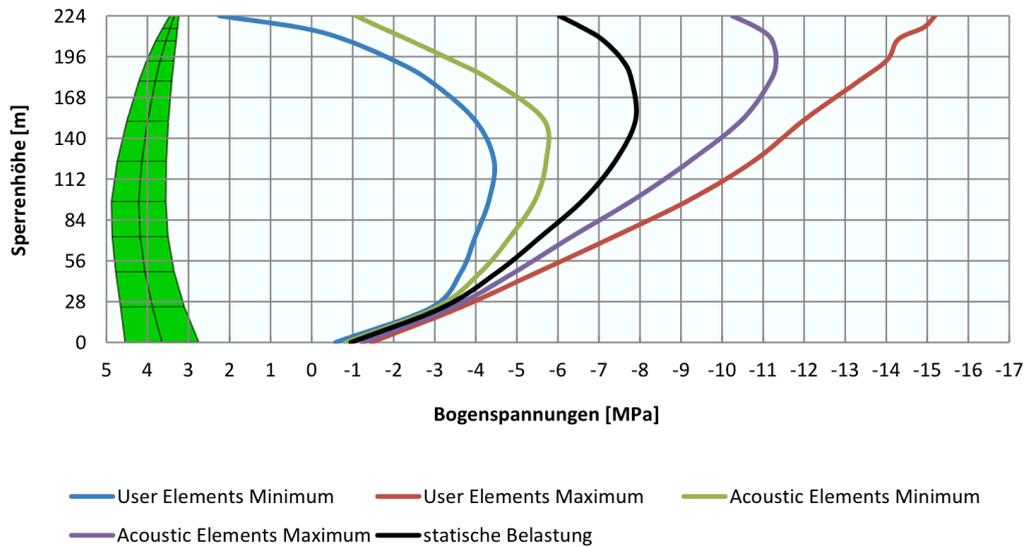


Abbildung C-23: Bogenspannungsverlauf über die Sperrenhöhe auf der Wasserseite

**Bogenspannungsverlauf über die Sperrenhöhe auf der Luftseite**

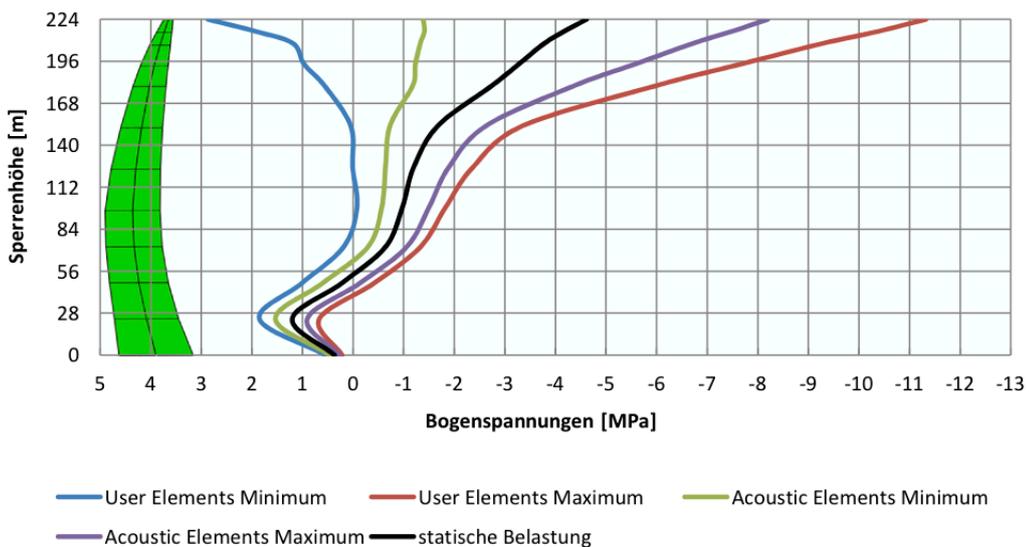


Abbildung C-24: Bogenspannungsverlauf über die Sperrenhöhe auf der Luftseite

## C.2.8 Vergleich der Vertikalspannungen zwischen der neuen Subroutine und den Acoustic Elements

### C.2.8.1 Zeitverlauf der Vertikalspannungen an der Aufstandsfläche

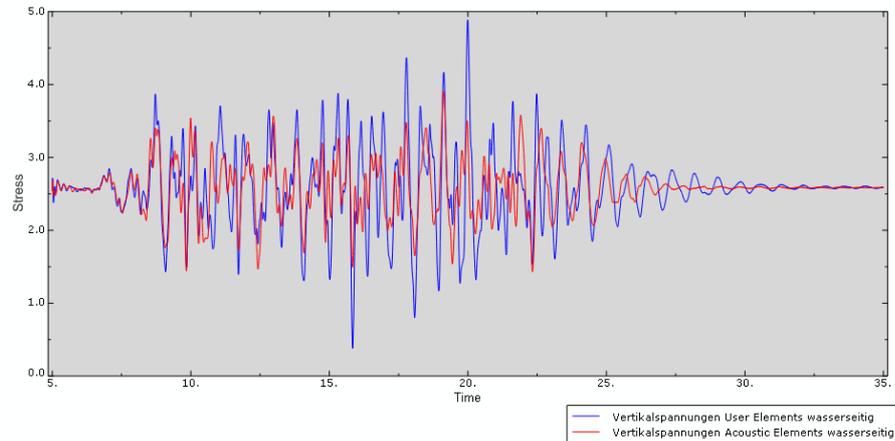


Abbildung C-25: Vergleich der Vertikalspannungen an der Aufstandsfläche zwischen der neuen Subroutine und den Acoustic Elements auf der Wasserseite am Modell mit Dichtschirm

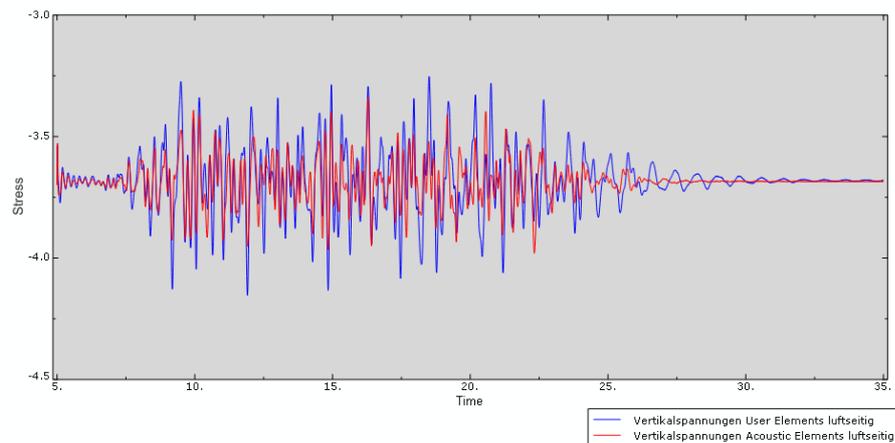


Abbildung C-26: Vergleich der Vertikalspannungen an der Aufstandsfläche zwischen der neuen Subroutine und den Acoustic Elements auf der Luftseite am Modell mit Dichtschirm

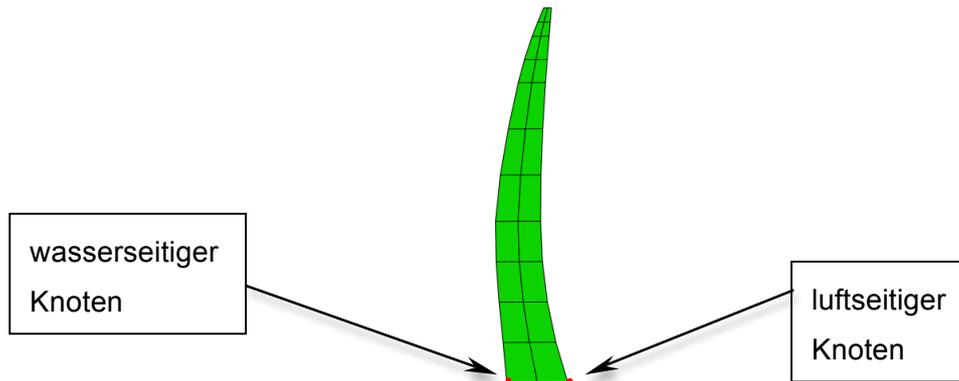


Abbildung C-27: Ort der Spannungsauswertung

Vertikalspannungen mit User Elements [MPa]		
	Wasserseite	Luftseite
Maximum	4.9	-3.3
statisch	2.6	-3.7
Minimum	0.4	-4.2

Tabelle C-9: Vertikalspannungen an der Dammaufstandsfläche am Modell mit Dichtschirm

Vertikalspannungen mit Acoustic Elements [MPa]		
	Wasserseite	Luftseite
Maximum	4.0	-3.4
statisch	2.6	-3.7
Minimum	1.5	-3.9

Tabelle C-10: Vertikalspannungen an der Dammaufstandsfläche am Modell mit Dichtschirm

**C.2.8.2 Vertikalspannungsverlauf an der Aufstandsfläche zwischen User Elements und Acoustic Elements**

Folgendes Diagramm zeigt den Vertikalspannungsverlauf an der Aufstandsfläche im mittleren Querschnitt der Mauer zwischen User Elements und Acoustic Elements.

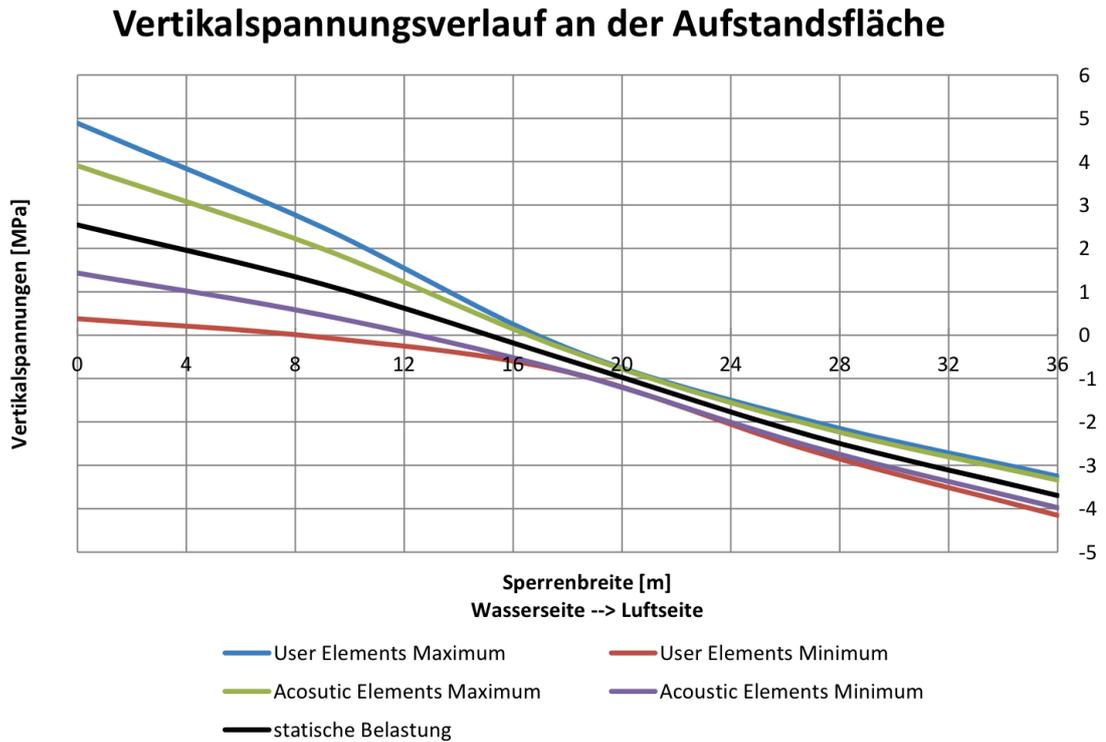


Abbildung C-28: Vertikalspannungsverlauf an der Aufstandsfläche

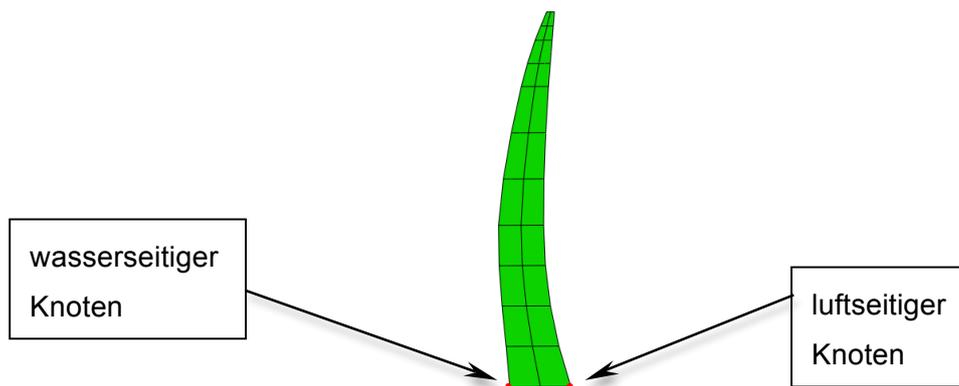


Abbildung C-29: Ort der Spannungsauswertung

**C.2.8.3 Vertikalspannungsverlauf über die Sperrenhöhe zwischen User Elements und Acoustic Elements**

Folgende Diagramme zeigen den Vertikalspannungsverlauf über die Sperrenhöhe im mittleren Querschnitt der Mauer zwischen User Elements und Acoustic Elements.

**Vertikalspannungsverlauf über die Sperrenhöhe auf der Wasserseite**

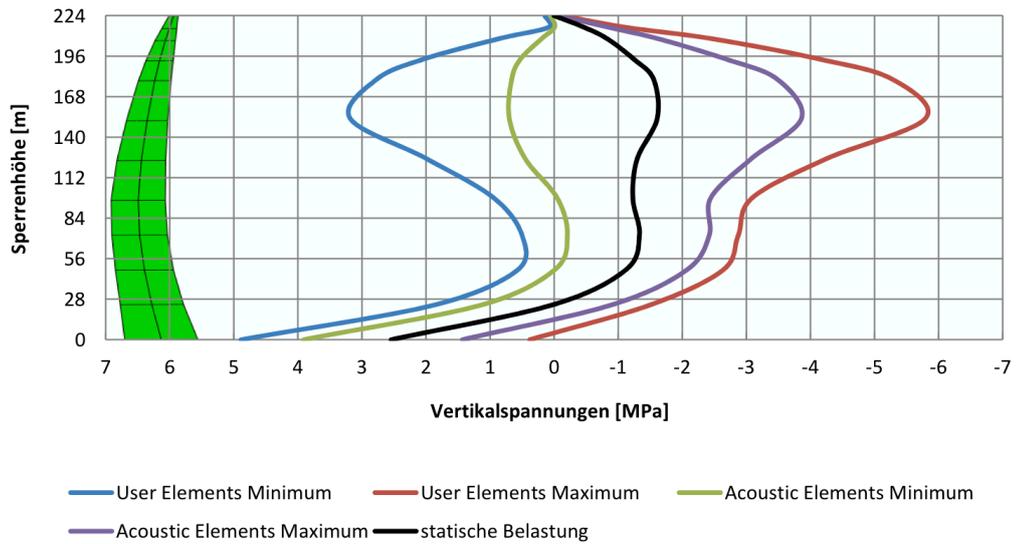


Abbildung C-30: Vertikalspannungsverlauf über die Sperrenhöhe auf der Wasserseite

**Vertikalspannungsverlauf über die Sperrenhöhe auf der Luftseite**

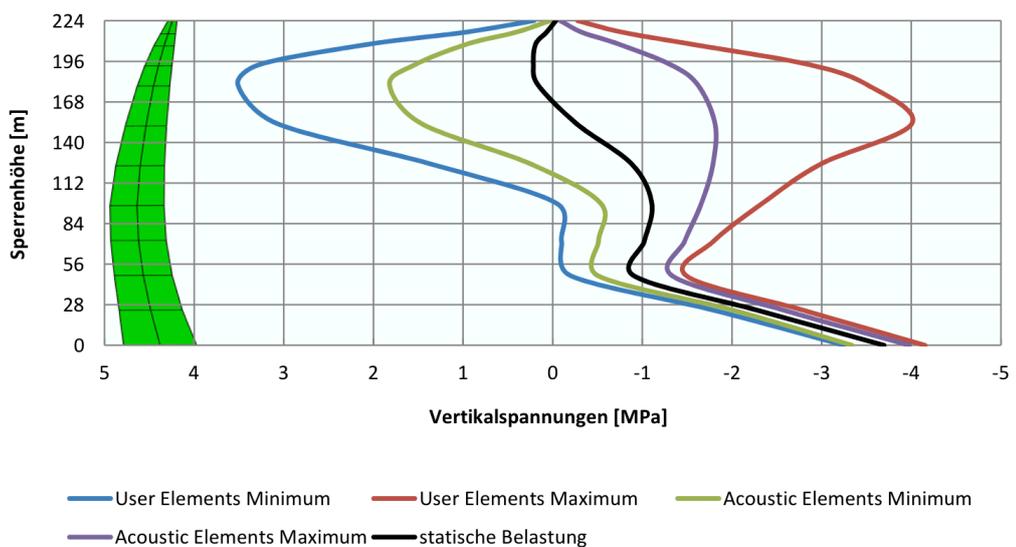


Abbildung C-31: Vertikalspannungsverlauf über die Sperrenhöhe auf der Luftseite

### C.2.9 Vergleich der Verformungen in Dammachsenrichtung zwischen User Elements und Acoustic Elements

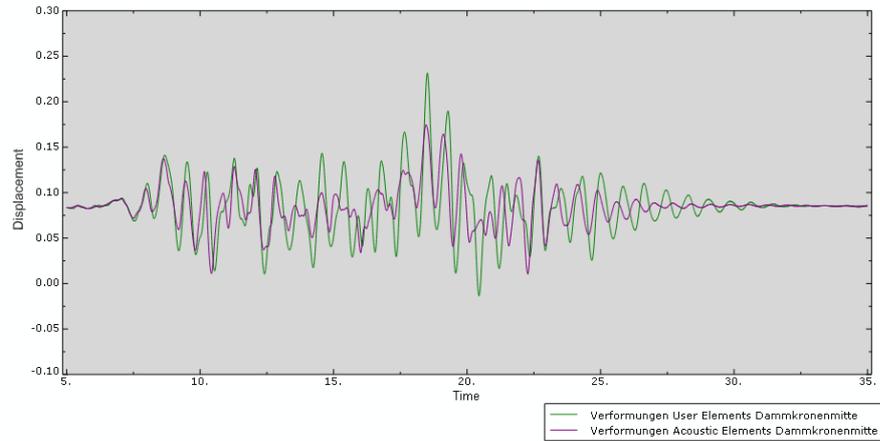


Abbildung C-32: Vergleich der Verformungen zwischen der neuen Subroutine und den Acoustic Elements an der Dammkrone am Modell mit Dichtschirm

Verformungen		
[m]		
	Subroutine	Acoustic
Max.	0.23	0.17
statisch	0.08	0.08
Min.	-0.01	0.01

Tabelle C-11: Vergleich der Verformungen zwischen der Subroutine und den Acoustic Elements an der Dammkrone am Modell mit Dichtschirm

## D ANHANG – User Elements Subroutine

```

SUBROUTINE UEL(RHS,AMATRX,SVARS,ENERGY,
1   NDOFEL,NRHS,NSVARS,PROPS,NPROPS,COORDS,
2   MCRD,NNODE,U,DU,V,A,JTYPE,TIME,DTIME,
3   KSTEP,KINC,JELEM,PARAMS,NDLOAD,JDLTYP,
4   ADLMAG,PREDEF,NPREDF,LFLAGS,MLVARX,
5   DDLMAG,MDLOAD,PNEWDT,JPROPS,NJPROP,
6   PERIOD)
C
  INCLUDE 'ABA_PARAM.INC'
  PARAMETER ( ZERO = 0.0D0, HALF = 0.5D0, FORTH = 0.25D0,
1   ONE = 1.0D0, SEVEN=7.0D0, EIGHT=8.0D0, THIRD=0.333333333333D0,
2   SIXTH=0.1666666666667D0, TWO=2.0D0)
C
  DIMENSION RHS(MLVARX,*),
1   AMATRX(NDOFEL,NDOFEL),SVARS(NSVARS),ENERGY(8),
2   PROPS(*),COORDS(MCRD,NNODE),U(NDOFEL),DU(MLVARX,*),
3   V(NDOFEL),A(NDOFEL),TIME(2),PARAMS(3),JDLTYP(MDLOAD,*),
4   ADLMAG(MDLOAD,*),DDLTMAG(MDLOAD,*),PREDEF(2,NPREDF,NNODE),
5   LFLAGS(*),JPROPS(*),CON(8,2),VECA(3,8),VECB(3,8),
6   ABN(3,8),ABNORM(24),ALOCAL(8),ANGLOBAL(24),VLOCAL(8),
7   VNGLOBAL(24),CON6(6,2),VECA6(3,6),VECB6(3,6),ABN6(3,6),
8   ABNORM6(18),ALOCAL6(6),ANGLOBAL6(18),VLOCAL6(6),
9   VNGLOBAL6(18),AMM(27,27),RHSAMM(27),AMM6(21,21),RHSAMM6(21)

C
C   USER ELEMENT TO MODEL THE HYDRODYNAMIC
C   PRESSURE OF RESERVOIR ON DAM USING
C   WESTERGAARD ADDED MASS TECHNIQUE.
C
C   PROPERTIES:
C     PROPS(1) = Y coordinate of water level
C     PROPS(2) = Density of water
C
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!! 8 NODES !!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!! 8 NODES !!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!! 8 NODES !!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!! 8 NODES !!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!

  if (NNODE.EQ.9) then

    ZCOORD_WATER = PROPS(1)
    WATER_DENSITY = PROPS(2)
C-----3D
    ZCOORD_ELCELTROID =
+   FORTH * (COORDS(3,1)+COORDS(3,2)+COORDS(3,3)+COORDS(3,4))
    ELCELTROID_DEPTH =
+   ZCOORD_WATER - ZCOORD_ELCELTROID
    RHO = (SEVEN/EIGHT) * WATER_DENSITY *
+   SQRT((ZCOORD_WATER - COORDS(3,9)) * ELCELTROID_DEPTH)

    SLENG1 = SQRT((COORDS(1,2)-COORDS(1,1))**2+

```

```

+          (COORDS(2,2)-COORDS(2,1))**2+
+          (COORDS(3,2)-COORDS(3,1))**2)
  SLENG2 = SQRT((COORDS(1,3)-COORDS(1,2))**2+
+          (COORDS(2,3)-COORDS(2,2))**2+
+          (COORDS(3,3)-COORDS(3,2))**2)
  SLENG3 = SQRT((COORDS(1,4)-COORDS(1,3))**2+
+          (COORDS(2,4)-COORDS(2,3))**2+
+          (COORDS(3,4)-COORDS(3,3))**2)
  SLENG4 = SQRT((COORDS(1,1)-COORDS(1,4))**2+
+          (COORDS(2,1)-COORDS(2,4))**2+
+          (COORDS(3,1)-COORDS(3,4))**2)
  SLENG5 = SQRT((COORDS(1,3)-COORDS(1,1))**2+
+          (COORDS(2,3)-COORDS(2,1))**2+
+          (COORDS(3,3)-COORDS(3,1))**2)

AREA1= FORTH*SQRT((SLENG1**2+SLENG2**2+SLENG5**2)**2-
+2*(SLENG1**4+SLENG2**4+SLENG5**4))

AREA2=FORTH*SQRT((SLENG3**2+SLENG4**2+SLENG5**2)**2-
+2*(SLENG3**4+SLENG4**4+SLENG5**4))

AREA=AREA1+AREA2

AM=(ONE/EIGHT)*RHO*AREA

```

!!!!!!!!!!!!!! LOCAL VECTOR CALCULATION, PERPENDICULAR TO THE SURFACE !!!!!!!!!!!!!!!

```

DO N1 = 1, NNODE-1
  DO N2 = 1, TWO
    CON(N1,N2) = ZERO
  END DO
END DO

!   vectors connectivities to define the normal vector
CON(1,1) = 5
CON(2,1) = 6
CON(3,1) = 7
CON(4,1) = 8
CON(5,1) = 6
CON(6,1) = 7
CON(7,1) = 8
CON(8,1) = 5
CON(1,2) = 8
CON(2,2) = 5
CON(3,2) = 6
CON(4,2) = 7
CON(5,2) = 8
CON(6,2) = 5
CON(7,2) = 6
CON(8,2) = 7

DO i1 = 1, 3
  DO i2 = 1, 8
    VECA(i1,i2) = ZERO
    VECB(i1,i2) = ZERO
  
```

```

        END DO
    END DO

!   Vector A and B per node, which are used to calculate
!   the vector perpendicular to both of them
    DO i = 1, NNODE-1

        VECA(1,i) = COORDS(1,CON(i,1)) - COORDS(1,i)
        VECA(2,i) = COORDS(2,CON(i,1)) - COORDS(2,i)
        VECA(3,i) = COORDS(3,CON(i,1)) - COORDS(3,i)

        VECB(1,i) = COORDS(1,CON(i,2)) - COORDS(1,i)
        VECB(2,i) = COORDS(2,CON(i,2)) - COORDS(2,i)
        VECB(3,i) = COORDS(3,CON(i,2)) - COORDS(3,i)

    END DO

    DO e1 = 1, 3
        DO e2 = 1, 8
            ABN(e1,e2) = ZERO
        END DO
    END DO

!   vector perpendicular to Vector A and B

    DO n = 1, NNODE-1

        ABN(1,n) = VECA(2,n)*VECB(3,n) - VECA(3,n)*VECB(2,n)
        ABN(2,n) = VECA(3,n)*VECB(1,n) - VECA(1,n)*VECB(3,n)
        ABN(3,n) = VECA(1,n)*VECB(2,n) - VECA(2,n)*VECB(1,n)

    END DO

    DO f1 = 1, 24
        ABNORM(f1) = ZERO
    END DO

!   unit vector perpendicular to Vector A and B

    DO m = 1, NNODE-1

        ABNORM(3*m-2) = ABN(1,m)/sqrt(ABN(1,m)**2+ABN(2,m)**2+ABN(3,m)**2)
        ABNORM(3*m-1) = ABN(2,m)/sqrt(ABN(1,m)**2+ABN(2,m)**2+ABN(3,m)**2)
        ABNORM(3*m-0) = ABN(3,m)/sqrt(ABN(1,m)**2+ABN(2,m)**2+ABN(3,m)**2)

    END DO

!!!!!!! consistent massmatrix !!!!!

    DO K1 = 1, 27
        DO K2 = 1, 27
            AMM(K2,K1) = ZERO
        END DO
    END DO

```

```

!      jacobian(stiffness) = Massmatrix * dū/du

      DO a1=1, NNODE-1

      AMM(3*a1-2,3*a1-2) = AM * ABNORM(3*a1-2)**2
      AMM(3*a1-2,3*a1-1) = AM * ABNORM(3*a1-2) * ABNORM(3*a1-1)
      AMM(3*a1-2,3*a1-0) = AM * ABNORM(3*a1-2) * ABNORM(3*a1-0)
C
      AMM(3*a1-1,3*a1-2) = AMM(3*a1-2,3*a1-1)
      AMM(3*a1-1,3*a1-1) = AM * ABNORM(3*a1-1)**2
      AMM(3*a1-1,3*a1-0) = AM * ABNORM(3*a1-1) * ABNORM(3*a1-0)
C
      AMM(3*a1-0,3*a1-2) = AMM(3*a1-2,3*a1-0)
      AMM(3*a1-0,3*a1-1) = AMM(3*a1-1,3*a1-0)
      AMM(3*a1-0,3*a1-0) = AM * ABNORM(3*a1-0)**2

      end do

!!!!!!!!!!!!!! LOCAL VELOCITY CALCULATION, PERPENDICULAR TO THE SURFACE !!!!!!!!!!!!!!!

      DO g1 = 1, 8
        VLOCAL(g1) = ZERO
      END DO

!      magnitude(local z-direction) of the velocity perpendicular to the surface

      DO o = 1, NNODE-1

      VLOCAL(o) = V(3*o-2)*ABNORM(3*o-2) + V(3*o-1)*ABNORM(3*o-1) +
+V(3*o-0)*ABNORM(3*o-0)

      END DO

      DO h1 = 1, 24
        VNGLOBAL(h1) = ZERO
      END DO

!      Local magnitude (in local z-direction) of the velocity in global coordinates

      DO p = 1, NNODE-1

      VNGLOBAL(3*p-2) = VLOCAL(p) * ABNORM(3*p-2)
      VNGLOBAL(3*p-1) = VLOCAL(p) * ABNORM(3*p-1)
      VNGLOBAL(3*p-0) = VLOCAL(p) * ABNORM(3*p-0)

      END DO

      DO K1 = 1, NDOFEL
        DO KRHS = 1, NRHS
          RHS(K1,KRHS) = ZERO
        END DO
        DO K2 = 1, NDOFEL
          AMATRX(K2,K1) = ZERO
        END DO
      END DO

```

```

      END DO
    END DO

    do k1 = 1, nsvars
      svars(k1) = zero
    end do

    IF (LFLAGS(3).EQ.1) THEN
      !!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!Normal incrementation!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
      IF (LFLAGS(1).EQ.11
        .OR.LFLAGS(1).EQ.12) THEN
        !!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!DYNAMIC!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
        BETA = PARAMS(2)
        DADU = ONE/(BETA*DTIME**2)

        AMATRX = AMM * DADU

        !!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!Force Vector = Massmatrix * ü(acceleration)

        A(25) = 0
        A(26) = 0
        A(27) = 0

        RHSAMM = MATMUL(AMM,A)

        DO r = 1, 27

          RHS(r,1) = RHS(r,1) - RHSAMM(r)

        END DO

        ENERGY(1) = HALF*AM*(VNGLOBAL(1)*VNGLOBAL(1)+VNGLOBAL(2)*
+ VNGLOBAL(2)+VNGLOBAL(3)*VNGLOBAL(3)+VNGLOBAL(4)*VNGLOBAL(4)+
+ VNGLOBAL(5)*VNGLOBAL(5)+VNGLOBAL(6)*VNGLOBAL(6)+VNGLOBAL(7)*
+ VNGLOBAL(7)+VNGLOBAL(8)*VNGLOBAL(8)+VNGLOBAL(9)*VNGLOBAL(9)+
+ VNGLOBAL(10)*VNGLOBAL(10)+VNGLOBAL(11)*VNGLOBAL(11)+
+ VNGLOBAL(12)*VNGLOBAL(12)+VNGLOBAL(13)*VNGLOBAL(13)+
+ VNGLOBAL(14)*VNGLOBAL(14)+VNGLOBAL(15)*VNGLOBAL(15)+
+ VNGLOBAL(16)*VNGLOBAL(16)+VNGLOBAL(17)*VNGLOBAL(17)+
+ VNGLOBAL(18)*VNGLOBAL(18)+VNGLOBAL(19)*VNGLOBAL(19)+
+ VNGLOBAL(20)*VNGLOBAL(20)+VNGLOBAL(21)*VNGLOBAL(21)+
+ VNGLOBAL(22)*VNGLOBAL(22)+VNGLOBAL(23)*VNGLOBAL(23)+
+ VNGLOBAL(24)*VNGLOBAL(24))

      END IF

    ELSE IF (LFLAGS(3).EQ.4) THEN
      !!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!Mass matrix!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!

```



```

ZCOORD_WATER = PROPS(1)
WATER_DENSITY = PROPS(2)
C-----3D
ZCOORD_ELCENTROID =
+   THIRD * (COORDS(3,1) + COORDS(3,2)+COORDS(3,3))
ELCENTROID_DEPTH =
+   ZCOORD_WATER - ZCOORD_ELCENTROID
RHO = (SEVEN/EIGHT) * WATER_DENSITY *
+   SQRT((ZCOORD_WATER - COORDS(3,7)) * ELCENTROID_DEPTH)

SLENG1 = SQRT((COORDS(1,2)-COORDS(1,1))**2+
+           (COORDS(2,2)-COORDS(2,1))**2+
+           (COORDS(3,2)-COORDS(3,1))**2)
SLENG2 = SQRT((COORDS(1,3)-COORDS(1,2))**2+
+           (COORDS(2,3)-COORDS(2,2))**2+
+           (COORDS(3,3)-COORDS(3,2))**2)
SLENG3 = SQRT((COORDS(1,1)-COORDS(1,3))**2+
+           (COORDS(2,1)-COORDS(2,3))**2+
+           (COORDS(3,1)-COORDS(3,3))**2)

AREA= FORTH*SQRT((SLENG1**2+SLENG2**2+SLENG3**2)**2-
+2*(SLENG1**4+SLENG2**4+SLENG3**4))

AM=SIXTH*RHO*AREA

!!!!!!!!!!!!!! LOCAL VECTOR CALCULATION, PERPENDICULAR TO THE SURFACE !!!!!!!!!!!!!!!

DO N1 = 1, NNODE-1
DO N2 = 1, TWO
CON6(N1,N2) = ZERO
END DO
END DO

!   vectors connectivities to define the normal vector
CON6(1,1) = 4
CON6(2,1) = 5
CON6(3,1) = 6
CON6(4,1) = 5
CON6(5,1) = 6
CON6(6,1) = 4
CON6(1,2) = 6
CON6(2,2) = 4
CON6(3,2) = 5
CON6(4,2) = 6
CON6(5,2) = 4
CON6(6,2) = 5

DO i1 = 1, 3
DO i2 = 1, 6
VECA6(i1,i2) = ZERO
VECB6(i1,i2) = ZERO

```

```

      END DO
    END DO

!   Vector A and B per node, which are used to calculate
!   the vector perpendicular to both of them
    DO i = 1, NNODE-1

      VECA6(1,i) = COORDS(1,CON6(i,1)) - COORDS(1,i)
      VECA6(2,i) = COORDS(2,CON6(i,1)) - COORDS(2,i)
      VECA6(3,i) = COORDS(3,CON6(i,1)) - COORDS(3,i)

      VECB6(1,i) = COORDS(1,CON6(i,2)) - COORDS(1,i)
      VECB6(2,i) = COORDS(2,CON6(i,2)) - COORDS(2,i)
      VECB6(3,i) = COORDS(3,CON6(i,2)) - COORDS(3,i)

    END DO

    DO e1 = 1, 3
      DO e2 = 1, 6
        ABN6(e1,e2) = ZERO
      END DO
    END DO

!   vector perpendicular to Vector A and B

    DO n = 1, NNODE-1

      ABN6(1,n) = VECA6(2,n)*VECB6(3,n) - VECA6(3,n)*VECB6(2,n)
      ABN6(2,n) = VECA6(3,n)*VECB6(1,n) - VECA6(1,n)*VECB6(3,n)
      ABN6(3,n) = VECA6(1,n)*VECB6(2,n) - VECA6(2,n)*VECB6(1,n)

    END DO

    DO f1 = 1, 18
      ABNORM6(f1) = ZERO
    END DO

!   unit vector perpendicular to Vector A and B

    DO m = 1, NNODE-1

      ABNORM6(3*m-2) = ABN6(1,m)/sqrt(ABN6(1,m)**2+ABN6(2,m)**2+
+ABN6(3,m)**2)
      ABNORM6(3*m-1) = ABN6(2,m)/sqrt(ABN6(1,m)**2+ABN6(2,m)**2+
+ABN6(3,m)**2)
      ABNORM6(3*m-0) = ABN6(3,m)/sqrt(ABN6(1,m)**2+ABN6(2,m)**2+
+ABN6(3,m)**2)

    END DO

!!!!!!! consistent massmatrix !!!!!

    DO K1 = 1, 21
      DO K2 = 1, 21

```

```

        AMM6(K2,K1) = ZERO
    END DO
END DO

!   jacobian(stiffness) = Massmatrix * dū/du

DO a1=1, NNODE-1

    AMM6(3*a1-2,3*a1-2) = AM * ABNORM6(3*a1-2)**2
    AMM6(3*a1-2,3*a1-1) = AM * ABNORM6(3*a1-2) * ABNORM6(3*a1-1)
    AMM6(3*a1-2,3*a1-0) = AM * ABNORM6(3*a1-2) * ABNORM6(3*a1-0)
C
    AMM6(3*a1-1,3*a1-2) = AMM6(3*a1-2,3*a1-1)
    AMM6(3*a1-1,3*a1-1) = AM * ABNORM6(3*a1-1)**2
    AMM6(3*a1-1,3*a1-0) = AM * ABNORM6(3*a1-1) * ABNORM6(3*a1-0)
C
    AMM6(3*a1-0,3*a1-2) = AMM6(3*a1-2,3*a1-0)
    AMM6(3*a1-0,3*a1-1) = AMM6(3*a1-1,3*a1-0)
    AMM6(3*a1-0,3*a1-0) = AM * ABNORM6(3*a1-0)**2

    end do

!!!!!!!!!!!!!! LOCAL VELOCITY CALCULATION, PERPENDICULAR TO THE SURFACE !!!!!!!!!!!!!!!

DO g1 = 1, 6
    VLOCAL6(g1) = ZERO
END DO

!   magnitude(local z-direction) of the velocity perpendicular to the surface

DO o = 1, NNODE-1

    VLOCAL6(o) = V(3*o-2)*ABNORM6(3*o-2) + V(3*o-1)*ABNORM6(3*o-1) +
+V(3*o-0)*ABNORM6(3*o-0)

    END DO

DO h1 = 1, 18
    VNGLOBAL6(h1) = ZERO
END DO

!   Local magnitude (in local z-direction) of the velocity in global coordinates

DO p = 1, NNODE-1

    VNGLOBAL6(3*p-2) = VLOCAL6(p) * ABNORM6(3*p-2)
    VNGLOBAL6(3*p-1) = VLOCAL6(p) * ABNORM6(3*p-1)
    VNGLOBAL6(3*p-0) = VLOCAL6(p) * ABNORM6(3*p-0)

    END DO

DO K1 = 1, NDOFEL
    DO KRHS = 1, NRHS
        RHS(K1,KRHS) = ZERO
    
```

```

        END DO
        DO K2 = 1, NDOFEL
            AMATRX(K2,K1) = ZERO
        END DO
    END DO

    do k1 = 1, nsvars
        svars(k1) = zero
    end do

C

        IF (LFLAGS(3).EQ.1) THEN
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!Normal incrementation!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
            IF (LFLAGS(1).EQ.11
*                .OR.LFLAGS(1).EQ.12) THEN
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!DYNAMIC!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
                BETA = PARAMS(2)
                DADU = ONE/(BETA*DTIME**2)

!!!!!!!!      Jacobian = Massmatrix * dū/du

                AMATRX = AMM6 * DADU

!!!!!!!!Force Vector = Massmatrix * ü(acceleration)

                A(19) = 0
                A(20) = 0
                A(21) = 0

                RHSAMM6 = MATMUL(AMM6,A)

                DO r = 1, 21

                    RHS(r,1) = RHS(r,1) - RHSAMM6(r)

                END DO

                ENERGY(1)= HALF*AM*(VNGLOBAL6(1)*VNGLOBAL6(1)+VNGLOBAL6(2)*
+ VNGLOBAL6(2)+VNGLOBAL6(3)*VNGLOBAL6(3)+VNGLOBAL6(4)*VNGLOBAL6(4)+
+ VNGLOBAL6(5)*VNGLOBAL6(5)+VNGLOBAL6(6)*VNGLOBAL6(6)+VNGLOBAL6(7)*
+ VNGLOBAL6(7)+VNGLOBAL6(8)*VNGLOBAL6(8)+VNGLOBAL6(9)*VNGLOBAL6(9)+
+ VNGLOBAL6(10)*VNGLOBAL6(10)+VNGLOBAL6(11)*VNGLOBAL6(11)+
+ VNGLOBAL6(12)*VNGLOBAL6(12)+VNGLOBAL6(13)*VNGLOBAL6(13)+
+ VNGLOBAL6(14)*VNGLOBAL6(14)+VNGLOBAL6(15)*VNGLOBAL6(15)+
+ VNGLOBAL6(16)*VNGLOBAL6(16)+VNGLOBAL6(17)*VNGLOBAL6(17)+
+ VNGLOBAL6(18)*VNGLOBAL6(18))

                END IF

            ELSE IF (LFLAGS(3).EQ.4) THEN
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!Mass matrix!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!

                AMATRX = AMM6

```

