



Fabian Gottfried Heinzle, BSc

3D-numerische Berechnung der Wehrförderfähigkeit für ein Flusskraftwerk

MASTERARBEIT

zur Erlangung des akademischen Grades

Diplom-Ingenieur

Masterstudium Bauingenieurwissenschaften - Geotechnik und Wasserbau

eingereicht an der

Technischen Universität Graz

Betreuer

Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Gerald ZENZ

Institut für Wasserbau und Wasserwirtschaft

Dipl.-Ing. Clemens DORFMANN

EIDESSTATTLICHE ERKLÄRUNG

AFFIDAVIT

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt, und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe. Das in TUGRAZonline hochgeladene Textdokument ist mit der vorliegenden Masterarbeit identisch.

I declare that I have authored this thesis independently, that I have not used other than the declared sources/resources, and that I have explicitly indicated all material which has been quoted either literally or by content from the sources used. The text document uploaded to TUGRAZonline is identical to the present master's thesis.

Datum / Date

Unterschrift / Signature

Danksagung

Mein besonderer Dank gilt meinen Eltern, die mir diese Ausbildung ermöglichten, mich unterstützten und dabei immer großes Verständnis für alle meine Entscheidungen zeigten.

Weiteres möchte ich mich sehr bei Herrn Dipl.-Ing. Clemens Dorfmann bedanken für die großartige, unkomplizierte Betreuung und Unterstützung während des Verfassens dieser Masterarbeit.

Ebenfalls möchte ich Herrn Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Gerald Zenz danken, der bei mir das Interesse an der Vertiefung im Wasserbau geweckt hat und es mir ermöglicht hat, meine Masterarbeit am Institut für Wasserbau und Wasserwirtschaft zu verfassen.

Danken möchte ich auch der Energie-Steiermark AG, die freundlicherweise die Daten einer 1D-Berechnung sowie die Pläne der Kraftwerksanlage zur Verfügung stellte und die Zustimmung zur Verwendung dieser Daten erteilte.

Kurzfassung

Diese Arbeit beschäftigt sich mit der 3D-numerischen Strömungsberechnung über die Wehranlage eines Flusskraftwerks mit Telemac-3D. Ziel der Arbeit ist es die Wehrförderfähigkeit zu berechnen und Aussagen zu treffen über die diesbezügliche Anwendbarkeit der verwendeten Software.

Zu Beginn werden die grundlegenden Bewegungsgleichungen der Fluidodynamik sowie theoretische Aspekte zur Turbulenzmodellierung in der numerischen Fluidodynamik erläutert.

Das in einem Modellversuch am Institut für Wasserbau und Wasserwirtschaft an der TU-Graz untersuchte Kraftwerk wird anhand von Lageplänen und Querprofilen sowie eines dreidimensionalen CAD-Modells diskretisiert und dient als Referenzmodell. Die Kalibrierung des numerischen Modells erfolgt am Modell für den Lastfall HQ100. Anschließend werden Simulationen für sieben weitere Lastfälle durchgeführt. Die Wasserspiegelhöhen werden an den Querprofilen ausgewertet und mit den Ergebnissen des Modellversuchs verglichen. Dabei kann eine sehr gute Übereinstimmung zwischen den gemittelten Werten festgestellt werden.

In einer Variantenstudie werden die Einflüsse der Rauheit der Sohle sowie anderer hydraulischer und numerischer Parameter auf die Ergebnisse untersucht.

Es kann gezeigt werden, dass durch die Verwendung der nicht-hydrostatischen Version von Telemac-3D die Ergebnisse der Wehrförderfähigkeit entscheidend verbessert und zudem numerische Instabilitäten im Bereich des Wechselsprungs beseitigt werden können.

Abstract

This master thesis is about a 3D-numerical computation of the flow over the weir of a river power station with Telemac-3D. The aim of the computation was to obtain the capacity of the station's weir and make conclusions on the applicability of the software in this regard.

In the beginning the governing equations in fluid dynamics are laid down and some theoretical aspects concerning turbulence models in computational fluid dynamics are explained.

The domain examined in a physical model test carried out at the Institute of Hydraulic Engineering and Water Resources Management at TU-Graz is discretised, based on position plans, river cross sections and a three dimensional CAD model of the power station. The numerical model is calibrated with respect to the model test for the hundred-year flood HQ100. After that simulations are carried out for seven other flood conditions. The free surface level is evaluated at the cross sections. The obtained averaged values are in good agreement with the results of the physical model test.

In the course of a variant study the influence of the bottom friction as well as other hydraulic and numerical parameters is examined.

The utilisation of the non-hydrostatic version of Telemac-3D has proven crucial to improve the results for the weir's capacity and effects the simulation of the flow of the hydraulic jump by eliminating numerical instabilities.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung.....	7
1.1	Aufgabenstellung und Motivation	8
1.2	Zielsetzung	8
2	Theoretische Grundlagen	9
2.1	Wichtige physikalische Eigenschaften von Fluiden	9
2.1.1	Teilchenkräfte.....	9
2.1.2	Dichte	10
2.1.3	Viskosität.....	10
2.1.4	Wärmekapazität.....	11
2.1.5	Wärmeleitung	11
2.2	Betrachtungsweisen und Erscheinungsformen strömender Fluide	11
2.2.1	Lagrangesche Betrachtungsweise.....	11
2.2.2	Eulersche Betrachtungsweise	12
2.2.3	Laminare und turbulente Strömung.....	12
2.2.4	Laminar-turbulenter Umschlag	12
2.2.5	Prandtlsche Grenzschichttheorie	13
2.2.6	Strömende und schießende Flüssigkeitsbewegung.....	14
2.3	Grundlegende Gleichungen.....	14
2.3.1	Navier-Stokes Gleichungen.....	14
2.3.2	Reynolds-Gemittelten-Navier-Stokes Gleichungen (RANS-Equations).....	19
2.3.3	Boussinesq-Approximation	21
2.3.4	Modellierung der Turbulenz.....	21
2.4	Numerische Fluidodynamik	25
2.4.1	Präprozessor	25
2.4.2	Solver.....	25
2.4.3	Postprozessor.....	25
3	Modellversuch Murkraftwerk Graz	26
3.1	Aufbau und Durchführung des Modellversuchs	27
3.2	Messergebnisse für die Wehrförderfähigkeit	29
4	Semi-empirische Berechnungen	30
5	Numerische Berechnung	34
5.1	Berechnungssoftware	34
5.1.1	Vertikale Diskretisierung.....	34
5.1.2	Berechnung mit der Hypothese der hydrostatischen Druckverteilung	35

5.1.3	Nicht-hydrostatische Berechnung.....	37
5.1.4	Sohl- und Wandreibung.....	37
5.2	Diskretisierung und Erstellung der Geometrie.....	39
5.3	Definition der Randbedingungen.....	42
5.4	Kalibrierung mit Lastfall HQ100.....	44
5.4.1	Hydrostatische Berechnungen.....	44
5.4.2	Nicht-hydrostatische Berechnungen.....	46
5.5	Ergebnisse für die Lastfälle HQ1 bis HQ 1000.....	52
5.5.1	Simulationen im Überblick.....	52
5.5.2	Lastfall HQ1.....	54
5.5.3	Lastfall HQ5.....	56
5.5.4	Lastfall HQ 30.....	58
5.5.5	Lastfall HQ 100.....	60
5.5.6	Lastfall HQ1000.....	62
5.5.7	Lastfall HQ100 (n-1).....	64
6	Vergleich der numerischen Ergebnisse mit dem Modellversuch.....	67
6.1	Wehrförderfähigkeit im Querprofil PN143.....	67
6.2	Wasserspiegellängsschnitte.....	68
7	Variantenstudie.....	76
7.1	Wasserspiegelhöhen.....	79
7.2	Geschwindigkeitsverteilung und Sekundärströmungen.....	80
7.3	Dynamischer Druckanteil.....	84
8	Zusammenfassung und Ausblick.....	86
9	Verzeichnisse.....	89
9.1	Literaturverzeichnis.....	89
9.2	Abbildungsverzeichnis.....	90
9.3	Tabellenverzeichnis.....	94
	ANHANG.....	95

1 Einleitung

Die numerische Fluidodynamik entstand aus den Disziplinen der Mathematik, Strömungsmechanik und Informatik. Die Fluidodynamik beschäftigt sich mit den Bewegungen von Fluiden und deren Einflüssen auf Wärmeübertragung sowie chemische Prozesse. Diese Bewegungen können grundsätzlich durch mathematische Gleichungen in partieller differentieller Form beschrieben werden. Da diese Gleichungen auf analytischem Wege nicht gelöst werden können, ist die Implementierung numerischer Näherungsmethoden in Computerprogramme notwendig.

Fand die numerische Fluidmechanik während der ersten Jahre ihrer Entwicklung hauptsächlich in den hochtechnologischen Ingenieurdisziplinen der Luft- und Raumfahrttechnik Anwendung, so hat sie sich mittlerweile in vielen Bereichen der Ingenieurwissenschaften etabliert. Traditionell kamen in der Fluidodynamik experimentelle und analytische Methoden zur Untersuchung von Strömungen zur Anwendung. Durch die rasche Weiterentwicklung leistungsfähiger Computertechnik in den letzten Jahren hat sich die numerisch Fluidodynamik neben den experimentellen und analytischen Ansätzen zu einer dritten Methode entwickelt.

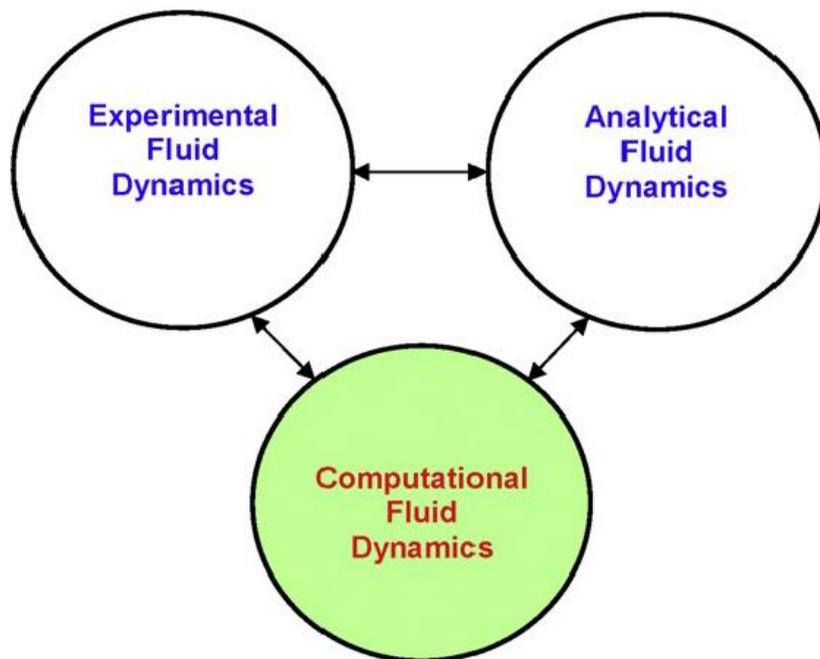


Abbildung 1.1: Die drei grundlegenden Ansätze zur Lösung fluiddynamischer Problemstellungen (Jiyuan, Guan-Heng, & Chaoqun, 2013)

Obwohl die drei grundlegenden Herangehensweisen in der Fluidodynamik (Abbildung 1.1) alle eng miteinander verbunden sind und einander auch in Zukunft nicht Ersetzen sondern Ergänzen werden, stellen numerische Simulationen gerade im Wasserbau eine kostengünstige Alternative zu experimentellen Untersuchungen während der Planungsphase dar. Die Möglichkeit einer detaillierten Visualisierung komplexer Strömungen erlaubt zudem eine genauere Untersuchung des Einflusses der einzelnen Terme in den grundlegenden numerischen Gleichungen (Jiyuan, Guan-Heng, & Chaoqun, 2013).

1.1 Aufgabenstellung und Motivation

Die Wehrförderfähigkeit von wasserbaulichen Anlagen ist ein wesentliches Kriterium für die Sicherheit. Hochwasserereignisse stellen die maßgebenden Lastfälle für die Berechnung der Wehrförderfähigkeit dar. Dabei muss ein entsprechender Höchstabfluss über die Hochwasserentlastungsanlagen abgeführt werden ohne, dass ein gewisser Wasserspiegel im Oberwasserbereich überschritten wird.

Für das geplante Murkraftwerk Graz wurde die Wehrförderfähigkeit im Zuge eines Modellversuchs an der TU-Graz ermittelt. Zusätzlich zu den Modellversuchsergebnissen liegen Ergebnisse einer numerischen 1D-Berechnung, die freundlicher Weise von der Energie-Steiermark für den Vergleich zur Verfügung gestellt wurde, vor. In dieser Masterarbeit soll die Geometrie des Flusslaufs und der Kraftwerksanlage in ein digitales Modell übertragen und anschließend die Wehrförderfähigkeit durch 3D-hydrodynamische numerische Berechnung ermittelt werden.

1.2 Zielsetzung

Ziel dieser Arbeit ist es, mittels numerischer Strömungssimulationen die Wehrförderfähigkeit des Murkraftwerks Graz zu ermitteln und Aussagen über die Anwendbarkeit der verwendeten Software zu treffen. Die numerischen Berechnungen werden dabei mit der Open-Source Software Telemac-3D durchgeführt. Durch den Vergleich der ermittelten Wasserspiegellinien mit den Ergebnissen eines entsprechenden Modellversuchs soll festgestellt werden, inwieweit sich die Software für die Berechnung der Wehrförderfähigkeit eines Flusskraftwerks eignet und wie groß der Aufwand dafür in Bezug auf die Diskretisierung und Auswahl der numerischen Parameter ist.

Die Berechnung der Fließgeschwindigkeiten erfolgt in 3D. Der Vergleich mit einer 1D-Berechnung soll dabei zeigen, welchen Einfluss der räumliche Charakter der Kraftwerksgeometrie auf die Wasserspiegelhöhe und die Strömungssituation hat.

In einer Sensitivitätsanalyse soll der Einfluss der numerischen und hydrodynamischen Parameter in Telemac-3D erfasst werden.

2 Theoretische Grundlagen

2.1 Wichtige physikalische Eigenschaften von Fluiden

In diesem Kapitel werden die grundlegenden fluiddynamischen Gleichungen hergeleitet, die für die Durchführung und das Verständnis der durchgeführten numerischen 3D-Berechnung wesentlich sind. Zu Beginn wird dabei kurz auf einige physikalische Eigenschaften von Fluiden insbesondere von Wasser eingegangen. Dies geschieht allerdings nur in jenem Umfang als es für die weiteren Ausführungen notwendig ist.

Unter Fluiden versteht man je nach ihrem Aggregatzustand Flüssigkeiten, Dämpfe oder Gase. Die in den folgenden Kapiteln hergeleiteten Grundgleichungen der Fluiddynamik sind im Allgemeinen für jede Art von Fluiden gültig. Da sich diese Arbeit mit der Flüssigkeit Wasser beschäftigt, werden diesbezüglich nach und nach spezifische Annahmen und Vereinfachungen getroffen.

Fluide zeichnen sich durch die leichte Verschiebbarkeit ihrer Elemente gegeneinander aus. Sofern die Formänderung hinreichend langsam erfolgt, sind nur sehr kleine Kräfte notwendig, um die Anordnung der Fluidteilchen grundlegend zu ändern.

Während sich Gase in einem geschlossenen Behälter immer vollständig verteilen und kein festes Volumen annehmen, wird eine Flüssigkeit durch intermolekulare Kräfte eng zusammengehalten, sodass sich ein festes Volumen mit freien Oberflächen bildet.

Flüssigkeiten unterliegen im Gegensatz zu Gasen weit mehr dem Einfluss der Schwere, während für Gase Temperatureinflüsse von großer Bedeutung sind (Truckenbrodt, 1996).

2.1.1 Teilchenkräfte

Die Massenanziehungskräfte, durch welche die Fluidteilchen (Atome bzw. Moleküle) in ihrem Verbund zusammengehalten werden, sind bei Fluiden wesentlich kleiner als bei Feststoffen, weshalb sich Fluidelemente, wie bereits erwähnt, leicht gegeneinander verschieben lassen.

Diese Kräfte bestimmen die Form der freien Fluidoberfläche und treten an den Trennflächen zwischen Stoffen verschiedener Aggregatzustände als sogenannte Grenzflächenkräfte deutlich in Erscheinung. Es wird unterschieden zwischen:

Kohäsionskräfte: Sie wirken zwischen gleichen Teilchen. Bei Grenzfläche zwischen Flüssigkeiten und Gasen überwiegen die Kohäsionskräfte der Flüssigkeit, was zur Kapillar- oder Oberflächenspannung derselben führt.

Adhäsions-, Adsorptions- und Absorptionskräfte: Diese Kräfte wirken zwischen Teilchen unterschiedlicher Aggregatzustände.

Die Adhäsionskräfte spielen bei der Grenzfläche zwischen Festkörper und Flüssigkeit eine wesentliche Rolle. Ist dabei die Kohäsion größer als die Adhäsion bildet die Flüssigkeit eine kugelförmige Oberfläche und wird als nicht benetzend bezeichnet. Überwiegt dagegen die Adhäsion über die Kohäsion spricht man von einer benetzenden Flüssigkeit, da sich diese auf der Oberfläche des Festkörpers ausbreitet.

Die Adsorptions- und Absorptionskräfte bestimmen die Anlagerung von Gasen an Flüssigkeiten oder Festkörpern bzw. die Aufnahme von Gasen durch Flüssigkeiten und Festkörper (Sigloch, 2012).

2.1.2 Dichte

Flüssigkeiten zeichnen sich dadurch aus, dass sich ihr Volumen selbst unter hohem Druck kaum ändert. Die Raumverminderung von Wasser beträgt bei einer Druckerhöhung von 1 bar lediglich 0,05 %. Daher werden Flüssigkeiten insbesondere Wasser oft vereinfacht als dichtebeständig oder inkompressibel angesehen.

Gase hingegen sind nicht volumenkonstant. Ihre Ausdehnung ist neben dem Druck auch noch von der Temperatur abhängig.

Aufgrund der sehr kleinen Wärmeausdehnungskoeffizienten von Wasser, kann bei den im Wasserbau auftretenden Drücken und Temperaturen mit einer konstanten Dichte von 1000 kg/m^3 gerechnet werden (Truckenbrodt, 1996).

2.1.3 Viskosität

Durch die Verschiebung der einzelnen Fluidelemente gegeneinander entstehen molekulare Schubspannungen. Die Stoffgröße dieses inneren Reibungswiderstands heißt Viskosität.

Für Newtonsche Fluide wie Wasser gilt bei laminaren Strömungsverhältnissen: Die Schubspannungen aus der inneren Reibung sind unabhängig von der herrschenden Normalspannung und proportional zur Geschwindigkeitsänderung zwischen den Elementen. Es besteht somit nach Gleichung (2.1) ein linearer Zusammenhang zwischen Schergeschwindigkeit und Scherspannung.

$$\tau = \frac{\text{Schubkraft}}{\text{Fläche}} = \mu \frac{\partial u}{\partial y} = \rho \nu \frac{\partial u}{\partial y} \quad (2.1)$$

(Truckenbrodt, 1996)

Die dynamische Viskosität μ hängt stark von der Temperatur und schwach vom Druck ab. Die Viskosität kann auch unabhängig von der Masse als kinematische Größe angegeben werden. Sie wird dann kinematische Viskosität genannt und mit ν [m^2/s] bezeichnet. Die Gleichung (2.1) wird auch Newtonsches Gesetz des molekularen Impulstransports genannt (Truckenbrodt, 1996).

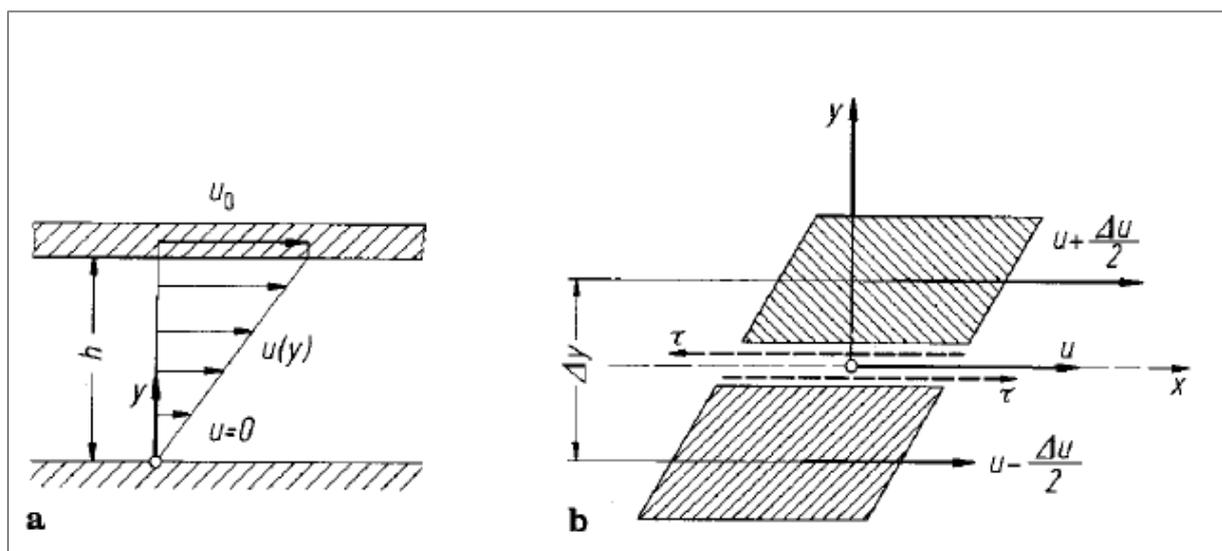


Abbildung 2.1: Definition der Schubspannung bei laminarer Scherströmung (Truckenbrodt, 1996)

2.1.4 Wärmekapazität

Das Verhältnis, das zwischen der von einem Fluidelement aufgenommene Wärmeenergie $\delta(\Delta Q)$ in J und der Temperaturänderung δT besteht, nennt man Wärmekapazität C_f . Bei einem mit Wärme verbundenen Prozess unter konstantem Druck spricht man auch von der isobaren Wärmekapazität C_p . Sie beträgt für Wasser 4,228 kJ/kg K bei einem Druck von 1 bar und einer Temperatur von 0 °C (Truckenbrodt, 1996).

2.1.5 Wärmeleitung

Der Wärmetransport zwischen zwei aneinandergrenzenden Fluidelementen (molekularer Wärmetransport) kann durch das Fouriersche Wärmeleitungsgesetz beschrieben werden. Der Wärmestrom φ ergibt sich danach zu:

$$\varphi = \frac{\text{Wärmetausch}}{\text{Fläche} \times \text{Zeit}} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \quad (2.2)$$

Wobei λ den temperaturabhängigen Wärmeleitkoeffizienten beschreibt und y die Richtung normal zur Berührungsfläche. Für Wasser bei 1 bar Druck und 0 °C beträgt $\lambda = 0,561 \text{ W/(mK)}$.

Das Temperaturfeld in einem Fluid kann auch mit dem Temperaturleitkoeffizienten α beschrieben werden. Dieser hat die Dimension $[\text{m}^2/\text{s}]$ und ergibt sich aus der Kombination der Dichte, des Wärmeleitkoeffizienten und der Spezifischen Wärmekapazität zu:

$$\alpha = \frac{\lambda}{\rho C_p} \quad (2.3)$$

(Truckenbrodt, 1996)

2.2 Betrachtungsweisen und Erscheinungsformen strömender Fluide

Es gibt grundsätzlich zwei verschiedene Arten die Bewegung eines strömenden Fluids kinematisch zu beschreiben.

2.2.1 Lagrangesche Betrachtungsweise

Die Betrachtungsweise nach Lagrange entspricht dem Sinn der üblichen Methode in der allgemeinen Mechanik der Systeme. Dabei wird die Lage jedes einzelnen Fluidteilchens durch einen Raumvektor \mathbf{r} abhängig von der Ausgangslage \mathbf{r}_L und der Zeit t beschrieben. Die Bewegungsbeschränkungen der einzelnen Teilchen sind dabei durch den Zusammenhang des Fluids bedingt. Der Lagevektor \mathbf{r} ist daher die abhängige Variable, während \mathbf{r}_L und t unabhängige Veränderliche sind.

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(t, \mathbf{r}_L), \quad E = E(t, \mathbf{r}_L) \quad (2.4)$$

Dies gilt auch für die übrigen physikalischen Größen wie Geschwindigkeit, Druck oder Temperatur, die hier als E bezeichnet werden. Die Darstellung nach Lagrange eignet sich besonders für die Beschreibung von Wirbelbewegungen.

Die zeitliche Änderung einer beliebigen Größe E ist dabei durch die substantielle Ableitung dE/dt gegeben. Diese ergibt sich nach der Kettenregel zu:

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial \mathbf{r}} \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t} \quad (2.5)$$

Der Term $\partial E/\partial t$ wird in der Gleichung (2.5) als lokaler Anteil bezeichnet und $\partial E/\partial \mathbf{r}$ als konvektiver Anteil.

Die Bewegung der Teilchen wird hierbei analytisch beschrieben, woraus sich teilchenbezogene Substanzgrößen ergeben. Da die Lagrangeschen Bewegungsgleichungen häufig sehr kompliziert sind, wird diese Betrachtungsweise nur in Sonderfällen angewandt (Sigloch, 2012).

2.2.2 Eulersche Betrachtungsweise

Die zweite Betrachtungsweise stammt von Euler und ist wesentlich vorteilhafter für die Fluidmechanik. Anstatt den zeitlichen Bewegungsverlauf jedes einzelnen Fluidelements zu beschreiben, werden hier die physikalischen Größen als Funktion des Ortes und der Zeit definiert:

$$E = E(t, \mathbf{r}) \quad (2.6)$$

Nach Euler werden die Strömungsgrößen als ortsabhängige Feldgrößen analytisch dargestellt und zueinander in Beziehung gesetzt. Sie beziehen sich dabei nicht auf einzelne Teilchen, sondern auf einen bestimmten Ort und damit für alle Teilchen, die diesen Ort durchströmen. Die Bewegungsgleichungen nach Euler sind einfach und bilden meist die Grundlage für strömungsmechanische Probleme (Sigloch, 2012).

2.2.3 Laminare und turbulente Strömung

Bei einer Laminarströmung bewegen sich die Flüssigkeitsteilchen in parallelen Schichten entlang der Hauptströmungsrichtung. Es kommt dabei zu keiner Vermischung zwischen den Schichten. Der Geschwindigkeitsverlauf einer solchen Strömung ist in Abbildung 2.2 zu sehen.

Bei einer turbulenten Strömung hingegen kommt es zusätzlich zur Bewegung in Hauptströmungsrichtung zu Schwankungsbewegungen quer und längs zu dieser. Es kommt dabei zum Austausch von Masse, Impuls und Wärmeenergie quer zur Hauptströmungsrichtung. Diese Vorgänge resultieren in einem gleichmäßiger verteilten Geschwindigkeitsprofil, wie es in Abbildung 2.2 zu sehen ist (Truckenbrodt, 1996).

2.2.4 Laminar-turbulenter Umschlag

Der Umschlag einer Strömung vom laminaren in den turbulenten Zustand erfolgt bei der kritischen Reynoldszahl. Die Reynoldszahl Re ist eine dimensionslose Maßzahl zur Beschreibung des Reibungseinflusses von Strömungen. Sie bezeichnet das Verhältnis der Trägheitskräfte zu den Kräften aus der inneren Reibung beschrieben durch die Viskosität des Fluids. Die Größe L in der Gleichung (2.7) bezeichnet eine charakteristische Länge wie z.B. den Rohrdurchmesser oder die Gegenstandsgröße des Fluidkörpers (Truckenbrodt, 1996).

$$Re = \frac{\text{Trägheitskraft}}{\text{innere Reibung}} = \frac{\rho \cdot u \cdot L}{\mu} \quad (2.7)$$

(Jiyuan, Guan-Heng, & Chaoqun, 2013)

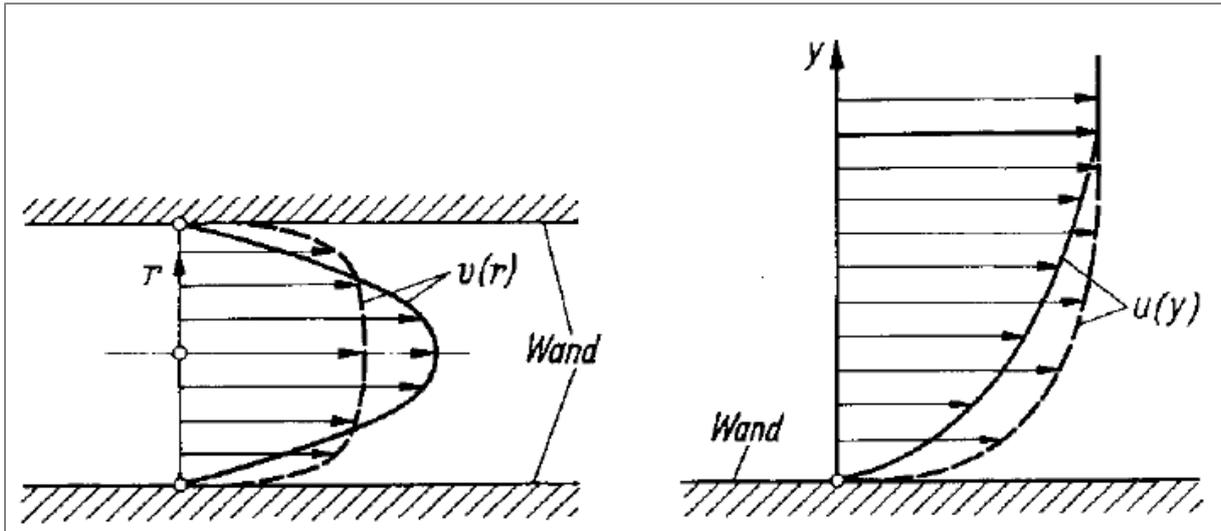


Abbildung 2.2: Geschwindigkeitsprofile laminarer (durchgezogene Linie) und turbulenter (gestrichelte Linie) Rohr- bzw. Freisiegelströmungen (Truckenbrodt, 1996)

Die kritische Reynoldszahl ist dabei abhängig von der Strömungsgeschwindigkeit, den Fluideigenschaften (Dichte, dynamische Viskosität), den geometrischen Abmessungen des Strömungsfeldes und von Störungen der Strömung durch Unregelmäßigkeiten (Sigloch, 2012).

2.2.5 Prandtl'sche Grenzschichttheorie

Berühren die Flüssigkeitsteilchen eine die Strömung begrenzende Wand, nehmen sie aufgrund der Adhäsionskräfte deren Geschwindigkeit an. Dabei bildet sich nach der Prandtl'schen Grenzschichttheorie im Randbereich der Strömung in unmittelbarer Nähe zur Wand eine dünne Grenzschicht in der die Geschwindigkeit in Richtung der freien Strömung hin stark ansteigt. Durch die hohen Geschwindigkeitsgradienten überwiegt in dieser Grenzschicht der Einfluss der inneren Reibung.

Es treten sowohl laminare als auch turbulente Grenzschichtströmungen auf. Bei turbulenten Grenzschichtströmungen bildet sich dabei eine zusätzliche viskose Unterschicht aus, in der ein laminarer Strömungszustand herrscht. Das Geschwindigkeitsprofil einer turbulenten Grenzschichtströmung ist in Abbildung 2.3 dargestellt. Die Kurve (1) beschreibt für die Unterschicht einen linearen Geschwindigkeitsverlauf, während die Kurve (3) die Geschwindigkeit mit dem turbulenten Wandgesetz durch einen logarithmischen Verlauf dargestellt wird. Dieses Wandgesetz basiert auf dem Prandtl'schen Mischungswegansatz, auf welchen

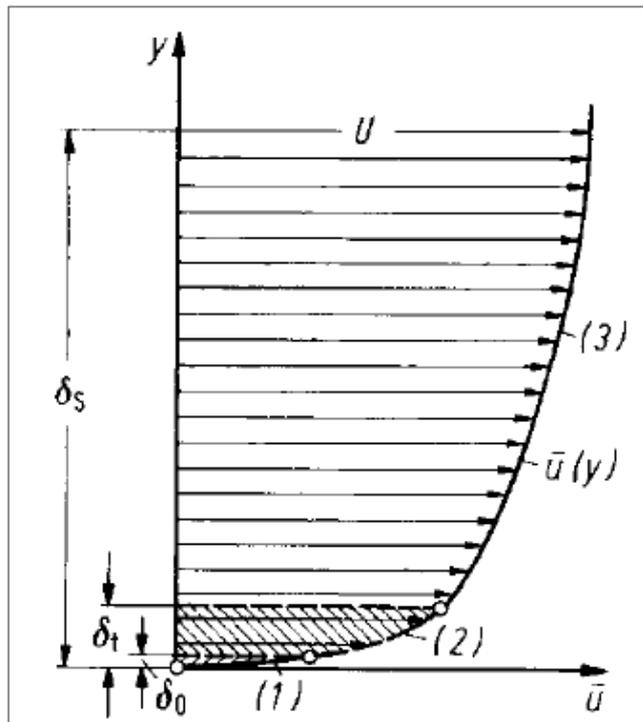


Abbildung 2.3: Geschwindigkeitsverlauf einer turbulenten Grenzschichtströmung: (1) viskose Unterschicht; (2) Übergangsschicht; (3) turbulente Schicht (Truckenbrodt, 1996)

im Abschnitt 2.3.4.2 noch näher eingegangen wird. Dazwischen befindet sich mit Kurve (2) ein Übergangsbereich (Truckenbrodt, 1996).

2.2.6 Strömende und schießende Flüssigkeitsbewegung

Strömungszustände in offenen Gerinnen stehen unter großem Einfluss der Gravitationskraft. Ein Freispiegelabfluss kann unabhängig von turbulenter oder laminarer Strömung entweder schießend oder strömend erfolgen. Die bestimmende Kennzahl für die Abflussart ist die Froudezahl Fr . Sie ist durch das Verhältnis der Fließgeschwindigkeit zur Ausbreitungsgeschwindigkeit einer Flachwasserwelle definiert:

$$Fr = \frac{v}{\sqrt{g \cdot h}} \quad (2.8)$$

Für $Fr > 1$ stellt sich ein schießender Abfluss ein, während sich für $Fr < 1$ ein strömender Abfluss einstellt. Die Wassertiefe bei $Fr = 1$ bezeichnet man als Grenztiefe.

Druckstörungen in einem Freispiegelabfluss äußern sich stets als Wellenbewegungen an der Oberfläche. Schießende Strömungszustände kennzeichnen sich dadurch, dass sich die Wellen einer Druckstörung nur stromabwärts ausbreiten, während sich diese bei strömendem Abfluss auch gegen den Strom ausbreiten (Truckenbrodt, 1996).

2.3 Grundlegende Gleichungen

Die physikalischen Grundgesetze der Fluidodynamik sind der Massenerhaltungssatz (Kontinuitätsgleichung), der Impulserhaltungssatz (zweites Newtonsches Gesetz) und der Energieerhaltungssatz (erster Hauptsatz der Thermodynamik). Die Kombination dieser Grundgesetze führen auf die grundlegenden Gleichungen mit denen Strömungen berechnet werden können. Für laminare Fließvorgänge sind dies die Navier-Stokes Gleichungen, deren Gültigkeit dann durch bestimmte Vereinfachungen und Approximationen auf turbulente Strömungen erweitert wird. Die folgenden Ausführungen stammen, soweit nicht anders angegeben aus Jiyuan, Guan-Heng & Chaoqun, 2013.

2.3.1 Navier-Stokes Gleichungen.

2.3.1.1 Kontinuitätsgleichung

Der Massenerhaltungssatz sagt aus, dass die Masse in einem fix definierten Kontrollvolumen, das von einer Flüssigkeit durchflossen wird, über die Zeit konstant bleibt. Demnach muss die Änderung der Masse innerhalb des Kontrollvolumens Ω dem Fluss durch dessen Oberfläche S entsprechen. Somit kann die Kontinuitätsgleichung für das Kontrollvolumen Ω in Abhängigkeit der Dichte ρ nach der Gleichung (2.9) angeschrieben werden. Der Geschwindigkeitsvektor \mathbf{U} hat hierbei die Komponenten (u, v, w) in den drei Raumrichtungen (x, y, z) und \mathbf{n} ist der Normalvektor der Oberfläche S

$$\frac{d}{dt} \left(\int_{\Omega} \rho \, d\Omega \right) = - \int_S \rho \mathbf{U} \cdot \mathbf{n} \, dS \quad (2.9)$$

Nach dem Gaußschen Integralsatz kann das Obeflächenintegral $\int \rho \mathbf{U} \cdot \mathbf{n} dS$ in ein Volumenintegral der Form $\int \text{div}(\rho \mathbf{U}) d\Omega$ umgewandelt werden:

$$\int_{\Omega} \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{U}) \right] d\Omega = 0 \quad (2.10)$$

Da die Gleichung (2.10) für jedes beliebige Kontrollvolumen gilt, lässt sich die Kontinuitätsgleichung in ihrer differentiellen Form darstellen als:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{U}) = 0 \quad (2.11)$$

In kartesischen Koordinaten geschrieben:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial y} + w \frac{\partial \rho}{\partial z} + \rho \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) = 0 \quad (2.12)$$

2.3.1.2 Impulserhaltungssatz

Für Festkörper ist das zweite Newtonsche Gesetz in der Form $F = m \cdot a$ bekannt. Für Fluide kann es als $\mathbf{f} = m \cdot D\mathbf{U}/Dt$ angeschrieben werden. Die zeitliche Änderung des Geschwindigkeitsfeldes des fließenden Kontrollvolumens ist dabei durch die totale Ableitung desselben definiert:

$$\frac{D\mathbf{U}}{Dt} = \left(\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + u \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x} + v \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial y} + w \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial z} \right) \quad (2.13)$$

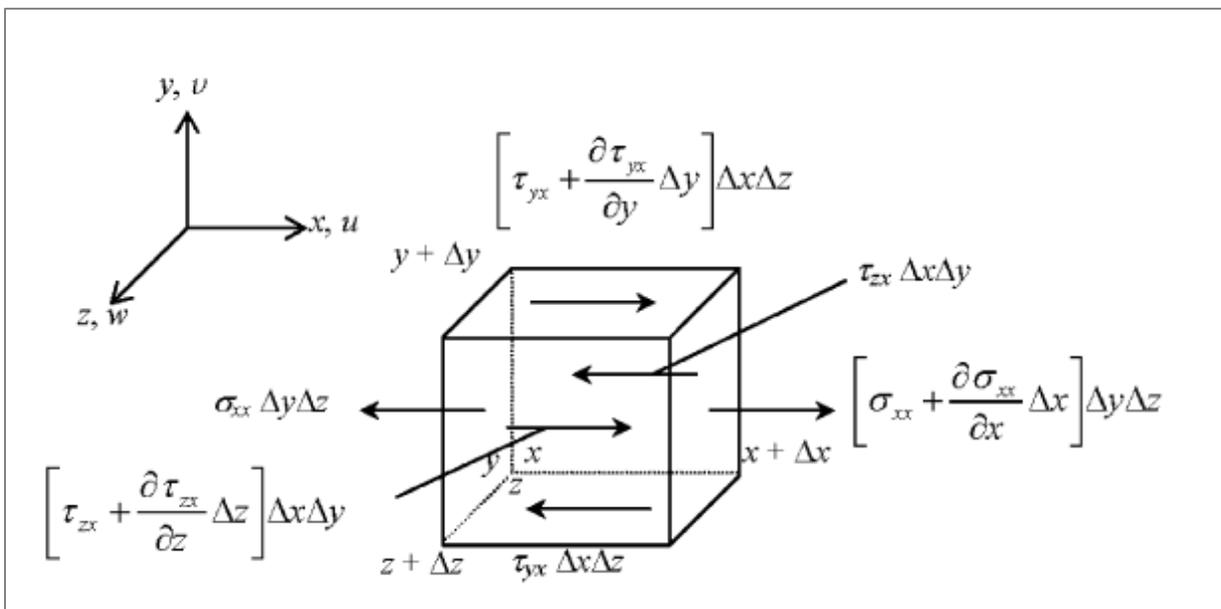


Abbildung 2.4: Oberflächenkräfte am finiten Element (Jiyuan, Guan-Heng, & Chaoqun, 2013)

$$\mathbf{f} = \frac{d}{dt} \left(\int_{\Omega} \rho \mathbf{U} d\Omega \right) \quad (2.14)$$

In der Gleichung (2.14) repräsentiert der Vektor \mathbf{f} die Summe aller äußeren Kräfte. Es sind dies die Körper- oder Volumenkräfte F^K , die direkt im Kontrollvolumen wirken (Gravitationskraft, Coriolis- und Zentrifugalkraft sowie elektromagnetische Kräfte) und die Kontaktkräfte an der Oberfläche S . Die Impulsgleichung ergibt sich in x-Richtung zu:

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + F_x^K \quad (2.15)$$

Und analog dazu in y- bzw. z-Richtung:

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + F_y^K \quad (2.16)$$

$$\rho \frac{Dw}{Dt} = \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial x} + F_z^K \quad (2.17)$$

Die viskosen Spannungskomponenten τ_{ij} sind abhängig von der Formänderungsgeschwindigkeit und werden meist über ein Turbulenzmodell als Funktion der Geschwindigkeitsgradienten beschrieben (siehe auch Kapitel 2.3.3).

Für inkompressible Newtonsche Fluide können die Normalspannungen σ_{xx} , σ_{yy} , σ_{zz} als Summe des Drucks p und den normal auf die Elementoberflächen wirkenden Spannungsanteile aus der Viskosität ausgedrückt werden. Nach dem Newtonschen Gesetz für den molekularen Impulsaustausch, beschrieben in Kapitel 2.1.3, ergeben sich die Spannungskomponenten mit der dynamischen Viskosität μ und der ersten Lamé-Konstante λ zu:

$$\sigma_{xx} = -p + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} + \lambda \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \quad (2.18)$$

$$\sigma_{yy} = -p + 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} + \lambda \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \quad (2.19)$$

$$\sigma_{zz} = -p + 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} + \lambda \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \quad (2.20)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (2.21) \quad \tau_{xz} = \tau_{zx} = \mu \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (2.22)$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy} = \mu \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \quad (2.23)$$

Einsetzen der Gleichungen (2.18) bis (2.23) in die Gleichungen (2.15) bis (2.17) liefert letztendlich die Impulsgleichungen (2.24) bis (2.26). Für den Fall, dass die Dichte konstant ist, kann man durch dieselbe dividieren. Dann können die Impulsgleichungen auch mit der kinematischen Viskosität $\nu = \mu/\rho$ in konservativer Form angegeben werden.

$$\rho \frac{Du}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[2\mu \frac{\partial u}{\partial x} + \lambda \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] + F_x^K \quad (2.24)$$

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left[2\mu \frac{\partial v}{\partial y} + \lambda \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right] + F_y^K \quad (2.25)$$

$$\rho \frac{Dw}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left[2\mu \frac{\partial w}{\partial z} + \lambda \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right] + F_z^K \quad (2.26)$$

2.3.1.3 Energieerhaltung:

Die Erhaltung der Energie wird sichergestellt durch Einhaltung des ersten Hauptsatzes der Thermodynamik. Er besagt, dass die Energie in einem abgeschlossenen Kontrollvolumen konstant bleibt. Diese setzt sich zusammen aus der Wärmeenergie Q innerhalb des Kontrollvolumens und der durch die Kontaktkräfte verrichteten Arbeit W .

Die zeitliche Energieänderung ist wiederum gegeben durch die totale Ableitung der Energiefunktion E und kann für ein fließendes finites Flüssigkeitsteilchen, wie es in Abbildung 2.5 zu sehen ist, als

$$\rho \left(\frac{DE}{Dt} \right) \Delta x \Delta y \Delta z \quad (2.27)$$

angeschrieben werden.

Der Anteil der verrichteten Arbeit ergibt sich aus dem Produkt der Kontaktkräfte, die aus den Spannungen an der Oberfläche resultieren, und der Geschwindigkeitsvektoren in der jeweiligen Raumrichtung (Abbildung 2.4)

$$\rho \frac{DE}{Dt} = \left(\frac{\partial U}{\partial t} + u \frac{\partial U}{\partial x} + v \frac{\partial U}{\partial y} + w \frac{\partial U}{\partial z} \right) \quad (2.28)$$

Der Wärmetransport \mathbf{q} kann mit dem Fourierschen Wärmeleitungsgesetz in Abhängigkeit des Temperaturgradienten T angegeben werden. Dabei bezeichnet λ die Wärmeleitfähigkeit in der Gleichung (2.29).

$$\mathbf{q} = -\lambda \nabla T \quad (2.29)$$

Drückt man nun die Normalspannungskomponenten σ_{xx} , σ_{yy} , σ_{zz} wiederum als Summe des Drucks p und der viskosen Spannungskomponenten τ_{xx} , τ_{yy} , τ_{zz} aus, erhält man die Energieerhaltungsgleichung in der Form:

$$\rho \frac{DE}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) - \frac{\partial(\rho u p)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v p)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w p)}{\partial z} + \Phi \quad (2.30)$$

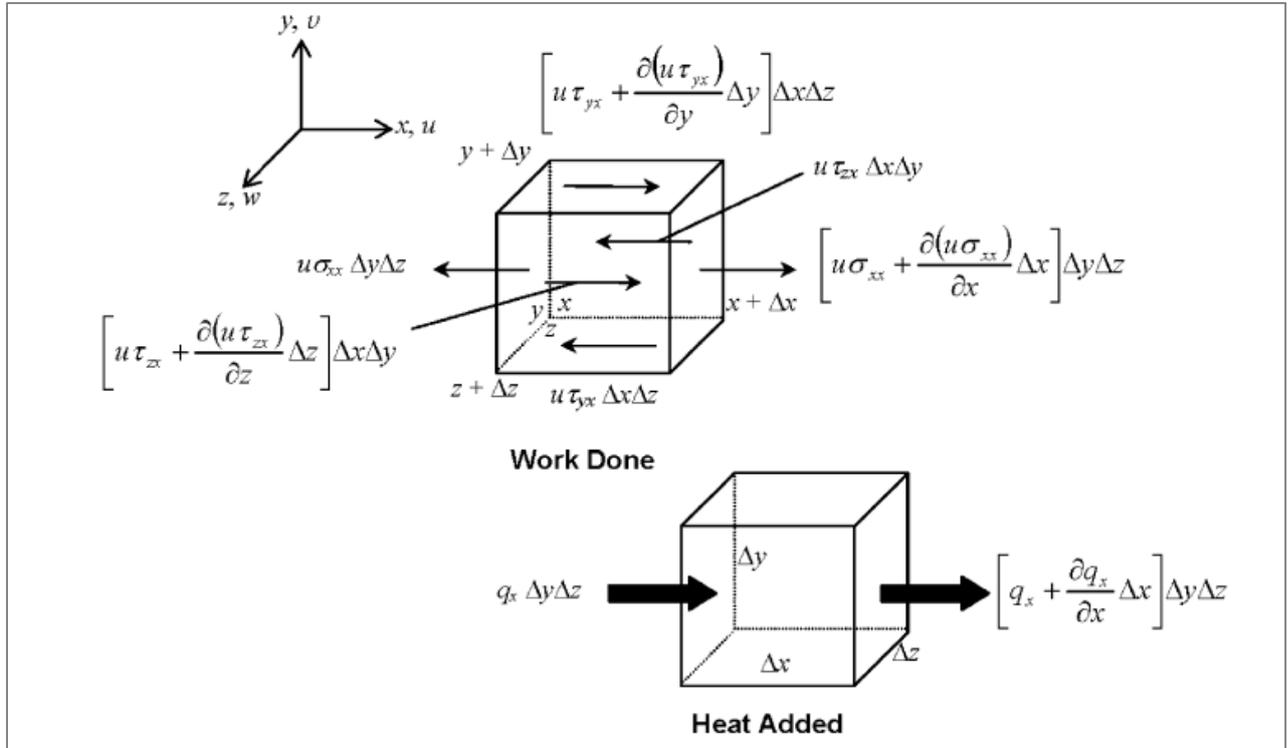


Abbildung 2.5: Energieerhaltung am finiten Element in x-Richtung (Jiyuan, Guan-Heng, & Chaoqun, 2013)

Der Anteil der Wärmeenergie der von inneren Scherspannungen herrührt, ist dabei durch die Dissipationsfunktion Φ gegeben:

$$\begin{aligned} \Phi = & \frac{\partial(u\tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial(u\tau_{yx})}{\partial y} + \frac{\partial(u\tau_{zx})}{\partial z} \\ & + \frac{\partial(v\tau_{xy})}{\partial x} + \frac{\partial(v\tau_{yy})}{\partial y} + \frac{\partial(v\tau_{zy})}{\partial z} + \frac{\partial(w\tau_{xz})}{\partial x} + \frac{\partial(w\tau_{yz})}{\partial y} + \frac{\partial(w\tau_{zz})}{\partial z} \end{aligned} \quad (2.31)$$

Die spezifische Energie E eines Fluids kann als Summe der inneren Energie, der kinetischen Energie und der potentiellen Energie ausgedrückt werden. Die Gravitationskraft kann als Körperkraft berücksichtigt werden und die Änderung der potentiellen Energie als zusätzlicher Quellterm. Für kompressible Fluide wird die spezifische Energie oft mit der Enthalpie ausgedrückt.

Betrachtet man die Dichte eines inkompressiblen Fluids als konstant – was für die meisten praktischen fluiddynamischen Probleme zulässig ist – und vernachlässigt zudem die Dissipationsfunktion, reduziert sich die Enthalpie zu ρC_p , wobei C_p die konstante spezifische Wärme repräsentiert. Damit lässt sich die Energiegleichung folgendermaßen anschreiben:

$$\rho c_p \frac{DT}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad (2.32)$$

2.3.1.4 Zusammenfassung

Unter Berücksichtigung der Kontinuitätsgleichung vereinfachen sich die Gleichungen (2.24) bis (2.26) und man erhält die Navier-Stokes Gleichungen für ein inkompressibles Newtonsches Fluid, angeschrieben in nicht konservativer Form:

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + F_x^K \quad (2.33)$$

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) + F_y^K \quad (2.34)$$

$$\rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) + F_z^K \quad (2.35)$$

lokale Beschleunigung

advective Beschleunigung

Druckgradient

Diffusionsterm

Die Annahme einer konstanten Wärmeleitfähigkeit λ für die Energiegleichung führt auf:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\lambda}{\rho c_p} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\lambda}{\rho c_p} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\lambda}{\rho c_p} \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \quad (2.36)$$

(Jiyuan, Guan-Heng, & Chaoqun, 2013)

2.3.2 Reynolds-Gemittelten-Navier-Stokes Gleichungen (RANS-Equations)

Während laminare Strömungsvorgänge durch die oben erwähnten Gleichungen komplett beschrieben werden können, müssen bei der Berechnung turbulenter Strömungen zusätzlich die Effekte der Turbulenz berücksichtigt werden. Da die meisten Strömungen in der Realität turbulent sind, stellt die Berechnung von Turbulenzeffekten, besonders für Ingenieure, die mit der Lösung von alltäglichen Strömungsproblemen betraut sind, einen nicht zu vernachlässigenden Aspekt bei der Modellbildung dar.

Bei geringer Reynoldszahl ist der Widerstand der inneren Reibung einer Strömung höher als die auftretenden Trägheitskräfte, wodurch kleine Turbulenzen dissipieren und die Strömung laminar bleibt. Für höhere Reynoldszahlen hingegen werden die Trägheitskräfte so groß, dass Störungen der Stromlinien durch diese verstärkt werden und somit zu einem turbulenten Strömungszustand führen. Über die Reynoldszahl kann außerdem die dynamische Ähnlichkeit zweier Strömungen festgestellt werden. Die Gleichung (2.7) zeigt, dass sich für unterschiedliche Kombinationen der Dichte, der Geschwindigkeit und der dynamischen Viskosität der gleiche Strömungszustand ergibt.

Turbulente Strömungen entstehen durch kleine Störungen der Stromlinien, die in weiterer Folge zu einem chaotischen, turbulenten Strömungszustand führen können. Diese Störungen entstehen zufällig durch natürliche Fluktuation des Fluids bei freier Strömung oder werden durch die Rauheit der überströmten Oberflächen, im Allgemeinen durch geometrische Unregelmäßigkeiten, induziert. Die bereits erwähnten natürlichen Fluktuationen treten zufällig auf und resultieren in einer instationären Geschwindigkeitsverteilung. Die turbulenten Fluktuationen breiten sich dabei immer in alle drei Raumrichtungen aus. Ihre Visualisierung hat gezeigt, dass sich dabei Wirbel, sogenannte Eddies, bilden. Größere Wirbel, deren Strömungszustand überwiegend von Trägheitskräften beeinflusst wird, dehnen sich dabei aus und zerfallen nach und nach in kleinere Wirbel. Die Bewegungsenergie wird dabei an immer kleiner werdende Eddies abgegeben und soweit verteilt, bis die Effekte der Viskosität für den Strömungszustand dominieren, die Energie dissipiert und in Wärme umgewandelt wird. Dieser Vorgang wird auch Energiekaskade genannt.

Die Turbulenz bewirkt dadurch einen zusätzlichen Strömungswiderstand, der auch als zusätzliche Scheinreibung aufgefasst werden kann und turbulente Viskosität oder Wirbelviskosität genannt wird. (Sigloch, 2012)

Die Beschreibung einer vollturbulenten Strömung unter Berücksichtigung aller Wirbelbewegungen mithilfe numerischer Methoden erforderte eine direkte numerische Simulation (DNS). Dazu wären eine extrem engmaschige Diskretisierung und Zeitschritte im Bereich von Mikrosekunden notwendig. Da der Rechenaufwand dafür in unermessliche stiege und für die meisten ingenieurtechnischen Probleme ohnehin zeitlich gemittelte Ergebnisse ausreichen, liegt es nahe auch die instationären Fluktuationen in Form geeigneter Modelle vereinfacht zu berücksichtigen. Dazu werden die Reynolds-gemittelten – engl. Reynolds-Averaged – Navier-Stokes Gleichungen (RANS) verwendet. Sie werden aus den zeitlich gemittelten Impuls- und Energieerhaltungsgleichungen abgeleitet. Die Variablen der Strömung werden in konstante gemittelte Anteile (\bar{u} , \bar{v} , \bar{w} , \bar{p} , *etc*) und statistische Anteile (u' , v' , w' , p' , *etc*), die die Turbulenz repräsentieren, zerlegt. Die Impulsgleichungen können somit in konservativer Form wie folgt angeschrieben werden:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{u}\bar{u})}{\partial x} + \frac{\partial(\bar{v}\bar{u})}{\partial y} + \frac{\partial(\bar{w}\bar{u})}{\partial z} = & -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + 2\nu \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} \\ & + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right) - \left[\frac{\partial(\overline{u'u'})}{\partial x} + \frac{\partial(\overline{u'v'})}{\partial y} + \frac{\partial(\overline{u'w'})}{\partial z} \right] + F_x \end{aligned} \quad (2.37)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{u}\bar{v})}{\partial x} + \frac{\partial(\bar{v}\bar{v})}{\partial y} + \frac{\partial(\bar{w}\bar{v})}{\partial z} = & -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + \nu \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^2} + 2\nu \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial z^2} \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} \right) - \left[\frac{\partial(\overline{u'v'})}{\partial x} + \frac{\partial(\overline{v'v'})}{\partial y} + \frac{\partial(\overline{v'w'})}{\partial z} \right] + F_y \end{aligned} \quad (2.38)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{w}}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{u}\bar{w})}{\partial x} + \frac{\partial(\bar{v}\bar{w})}{\partial y} + \frac{\partial(\bar{w}\bar{w})}{\partial z} = & -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} + \nu \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial y^2} + 2\nu \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial z^2} \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \right) - \left[\frac{\partial(\overline{u'w'})}{\partial x} + \frac{\partial(\overline{v'w'})}{\partial y} + \frac{\partial(\overline{w'w'})}{\partial z} \right] + F_z \end{aligned} \quad (2.39)$$

Die Energiegleichung ergibt sich mit dem Wert der Wärmeleitfähigkeit, angeschrieben als $k / \rho C_p$ zu:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{u}\bar{T})}{\partial x} + \frac{\partial(\bar{v}\bar{T})}{\partial y} + \frac{\partial(\bar{w}\bar{T})}{\partial z} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{k}{\rho C_p} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{k}{\rho C_p} \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{k}{\rho C_p} \frac{\partial \bar{T}}{\partial z} \right) \\ &- \left[\frac{\partial(\bar{u}'T')}{\partial x} + \frac{\partial(\bar{v}'T')}{\partial y} + \frac{\partial(\bar{w}'T')}{\partial z} \right] \end{aligned} \quad (2.40)$$

(Jiyuan, Guan-Heng, & Chaoqun, 2013)

2.3.3 Boussinesq-Approximation

Die Terme der Form $\overline{a'b'}$ in den Impulsgleichungen (2.37) bis (2.39) bezeichnen die Reynolds-spannungen und stellen mit den Temperaturtransporttermen $\overline{a'T'}$ in der Energiegleichung (2.40) zusätzliche Unbekannte dar. Der Boussinesq-Approximation (2.41) zufolge sind die Reynolds-spannungen proportional zu den Geschwindigkeitsgradienten. Darin bezeichnet ν_T die kinematische Wirbelviskosität.

$$-\overline{u'_i u'_j} = \nu_T \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.41)$$

In Analogie dazu erhält man die Transportterme für die Energie aus den Temperaturgradienten mit dem turbulenten Wärmediffusionskoeffizienten Γ_T , Gleichung (2.43). Dafür wird häufig ein Wert nahe der Wirbelviskosität ν_T verwendet, was einer turbulenten Prandtl-Zahl Pr_T von ungefähr 1 entspricht. Die Prandtl-Zahl beschreibt das Verhältnis der kinematischen Viskosität und der Wärmeleitfähigkeit λ .

$$Pr_T = \frac{\mu_T}{\Gamma_T} \quad (2.42)$$

$$-\overline{u'_i T'} = \Gamma_T \bar{T}_{,i} = \frac{\nu_T}{Pr_T} \bar{T}_{,i} \quad (2.43)$$

(Jiyuan, Guan-Heng, & Chaoqun, 2013)

Die Boussinesq-Approximation wird bei den meisten Turbulenzmodellen angewendet (Hervouet, 2007).

2.3.4 Modellierung der Turbulenz

Im Folgenden werden einige Turbulenzmodelle, die in der numerischen Fluidodynamik im Speziellen bei der Software TELEMAC-3D zur Anwendung kommen, vorgestellt.

2.3.4.1 Konstante Viskosität

Die einfachsten Modelle zur Berücksichtigung von Turbulenzeffekten gehen von der Annahme einer konstanten turbulenten Viskosität aus. Für Strömungen deren Verhalten vom Druckgradienten sowie der Advektion dominiert wird, wie z.B. ozeanischen Strömungen, gilt diese Annahme als zulässig. Dabei kommen Werte im Bereich von 0,12 m²/s bis 1500 m²/s zur Anwendung (Hervouet, 2007).

2.3.4.2 Prandtlscher Mischungswegansatz (Standard Mixing-Length Model)

Dieses Modell beruht auf dem Prandtlschen Mischungswegansatz. Nach Prandtl lässt sich die Wirbelviskosität durch eine für die turbulente Schwankungsbreite charakteristische Länge l bzw. Geschwindigkeit v ausdrücken. Die charakteristische Länge l wird auch als Mischungsweg bezeichnet. Die Reynoldsche Schubspannung $\bar{\tau}'$ ist demnach definiert als:

$$\bar{\tau}' = -\rho \overline{u'v'} = \rho l^2 \left| \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right| \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \quad (2.44)$$

(Truckenbrodt, 1996)

Die Wirbelviskosität ergibt sich nach Prandtl zu:

$$v_T = l \cdot \sqrt{(D_{ij} D_{ij})} \quad (2.45)$$

Wobei D_{ij} der mittlere Verformungsgeschwindigkeitstensor ist:

$$D_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.46)$$

(Hervouet, 2007)

Um nun den Mischungswegansatz anzuwenden ist es notwendig l als ortsabhängige Funktion aus strömungstypischen Versuchsergebnissen zu erhalten. Für Strömungen die beispielsweise durch eine vertikale Wand begrenzt sind kann der Mischungsweg als Produkt der Karman-Konstante κ und dem Abstand z zur Sohle angegeben werden. (Truckenbrodt, 1996).

Zur Modellierung der vertikalen Viskosität wird der Mischungswegansatz entlang der Vertikalen Koordinate z angewandt. Dazu ist eine Ergänzung der Gleichung (2.45) notwendig:

$$v_T = f(Ri) l \cdot \sqrt{\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \right)^2} \quad (2.47)$$

Wobei $f(Ri)$ eine Dämpfungsfunktion abhängig von der Richardson-Zahl ist. Der Mischungsweg ergibt sich hierbei analog zu: $l = \kappa \cdot z$ (Hervouet, 2007).

2.3.4.3 Nezu und Nakagawa-Modell

Dieses Modell eignet sich besonders zur Beschreibung der Diffusivität der turbulenten Viskosität entlang der Vertikalen z und beschreibt einen quadratischen Verlauf derselben, in Abhängigkeit der Schergeschwindigkeit u^* nach folgender Formel:

$$v_T = \kappa u^* z \left(1 - \frac{z}{h} \right) \quad (2.48)$$

Die Gleichung (2.48) impliziert, dass an der freien Oberfläche ($z = h$) keine Turbulenz, wie sie etwa durch den Einfluss der Windkraft entstehen könnte, auftritt (Hervouet, 2007).

Das Nezu und Nakagawa Modell kann in der Vertikalen genauso wie das Modell nach Prandtl und andere Modelle die hier nicht erläutert werden mit dem Prandtlischen Mischungsansatz kombiniert werden. In diesem Fall ergibt sich der Mischungsweg zu:

$$L_m = \kappa z \cdot \sqrt{1 - \frac{z}{h}} \quad (2.49)$$

(Hervouet, 2007)

2.3.4.4 k-ε Modell:

Ein oft angewendetes Modell zur Berücksichtigung der Turbulenz ist das k-ε Modell. Es ist ein Zweigleichungssystem, das sich vor allem bei der Berechnung von Druckströmungen bewährt hat. Über die Boussinesq-Approximation können die Reynoldsspannungen durch Gleichung (2.50) angenähert werden. Der Term k repräsentiert dabei die turbulente kinetische Energie und der Term ν_T die Wirbelviskosität.

$$-\overline{u'_i u'_j} = \nu_T \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (2.50)$$

Das k-ε Modell ist ein Zweigleichungsmodell, das die turbulente kinetische Energie k und deren Dissipationsrate ε durch folgende Gleichungen definiert:

$$k = \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i} \quad (2.51)$$

$$\varepsilon = \nu_T \overline{\left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \right) \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \right)} \quad (2.52)$$

Da die Fluktuationen (u', v', w') nach wie vor unbekannt sind, werden die Transportgleichungen (2.53) und (2.54) nach k und ε aufgelöst, wobei der Term P für die Neubildung von turbulenter Energie steht. Physikalisch bedeuten diese Gleichungen, dass die Summe der zeitlichen Änderung und des advektiven Transport von k bzw. ε dem diffusen Transport plus Neubildung und Zerstörung entsprechen.

$$\frac{\partial k}{\partial t} + u \frac{\partial k}{\partial x} + v \frac{\partial k}{\partial y} + w \frac{\partial k}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\nu_T}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\nu_T}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\nu_T}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial z} \right) + P - D \quad (2.53)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + u \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + v \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} + w \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} = & \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\nu_T}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\nu_T}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\nu_T}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right) \\ & + \frac{\varepsilon}{k} (C_{\varepsilon 1} P - C_{\varepsilon 2} D) \end{aligned} \quad (2.54)$$

$$P = 2\nu_T \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \quad (2.55)$$

Sind k und ε bekannt, lässt sich daraus die Wirbelviskosität berechnen:

$$\nu_T = \frac{C_\mu k^2}{\varepsilon} \quad (2.56)$$

Die Gleichungen des k - ε Modells enthalten fünf Konstanten, mit denen das Modell bei Bedarf kalibriert werden kann. Folgende Werte liefern für einen großen Bereich turbulenter Strömungen gute Ergebnisse.

$$C_\mu = 0,09 \quad \sigma_k = 1,0 \quad \sigma_\varepsilon = 1,3 \quad C_{\varepsilon 1} = 1,44 \quad C_{\varepsilon 2} = 1,92$$

Setzt man die angenäherten Reynoldsspannungen ausgedrückt durch ν_T in die Gleichungen (2.37) bis (2.40) ein, erhält man die Impulsgleichungen zu:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial(uu)}{\partial x} + \frac{\partial(vu)}{\partial y} + \frac{\partial(wu)}{\partial z} \\ = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + 2 \frac{\partial}{\partial x} \left[(\nu + \nu_T) \frac{\partial u}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[(\nu + \nu_T) \frac{\partial u}{\partial y} \right] \\ + \frac{\partial}{\partial z} \left[(\nu + \nu_T) \frac{\partial u}{\partial z} \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[(\nu + \nu_T) \frac{\partial v}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[(\nu + \nu_T) \frac{\partial w}{\partial x} \right] \end{aligned} \quad (2.57)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial(uv)}{\partial x} + \frac{\partial(vv)}{\partial y} + \frac{\partial(wv)}{\partial z} \\ = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left[(\nu + \nu_T) \frac{\partial v}{\partial x} \right] + 2 \frac{\partial}{\partial y} \left[(\nu + \nu_T) \frac{\partial v}{\partial y} \right] \\ + \frac{\partial}{\partial z} \left[(\nu + \nu_T) \frac{\partial v}{\partial z} \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[(\nu + \nu_T) \frac{\partial u}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[(\nu + \nu_T) \frac{\partial w}{\partial y} \right] \end{aligned} \quad (2.58)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial(uw)}{\partial x} + \frac{\partial(vw)}{\partial y} + \frac{\partial(ww)}{\partial z} \\ = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left[(\nu + \nu_T) \frac{\partial w}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[(\nu + \nu_T) \frac{\partial w}{\partial y} \right] \\ + 2 \frac{\partial}{\partial z} \left[(\nu + \nu_T) \frac{\partial w}{\partial z} \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[(\nu + \nu_T) \frac{\partial u}{\partial z} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[(\nu + \nu_T) \frac{\partial v}{\partial z} \right] \end{aligned} \quad (2.59)$$

Und die Energiegleichung:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial(uT)}{\partial x} + \frac{\partial(vT)}{\partial y} + \frac{\partial(wT)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(\frac{\nu}{Pr} + \frac{\nu_T}{Pr_T} \right) \frac{\partial T}{\partial x} \right] \\ + \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\frac{\nu}{Pr} + \frac{\nu_T}{Pr_T} \right) \frac{\partial T}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\left(\frac{\nu}{Pr} + \frac{\nu_T}{Pr_T} \right) \frac{\partial T}{\partial z} \right] \end{aligned} \quad (2.60)$$

Obwohl das k - ε Modell in der numerischen Fluidodynamik als sehr robustes Modell gilt, weist es Schwächen bei der Modellierung von Turbulenzen schwerkraftdominierter Strömungen auf. Diese Schwächen können teilweise durch individuelle Anpassungen der Modellkonstanten kompensiert werden. Ein weiteres Defizit ist die Annahme einer isotropen Wirbelviskosität (Jiyuan, Guan-Heng, & Chaoqun, 2013).

2.4 Numerische Fluidodynamik

Im Bereich der theoretischen Fluidodynamik werden möglichst exakte mathematische Darstellungen fluidmechanischer Phänomene ohne Rücksicht auf deren Lösbarkeit, Praktikabilität oder Anwendung angestrebt. Da analytische Verfahren nur in Sonderfällen zu einer Lösung der daraus entstehenden Differentialgleichungen führen, bedient man sich zunehmend numerischer Methoden (Sigloch, 2012).

In der numerischen Fluidodynamik (englisch: Computational Fluid Dynamics, kurz CFD) stehen unterschiedlichste Computerprogramme und Codes zur näherungsweise Lösung der Grundgleichungen zur Verfügung. Sie können grundsätzlich in drei Teile eingeteilt werden (Jiyuan, Guan-Heng, & Chaoqun, 2013).

2.4.1 Präprozessor

Hier wird die Geometrie des Gebiets definiert, innerhalb dessen die numerische Berechnung durchgeführt wird. Dazu ist es zunächst notwendig das Gebiet in ein Netz aus einer endlichen (finiten) Anzahl von Elementen zu unterteilen. Die Strömung wird dann für jedes dieser Elemente, numerisch berechnet sodass diskrete Lösungen für die Strömungsvariablen, wie Fließgeschwindigkeit, Druck oder Temperatur bestimmt werden können. Die Genauigkeit der Lösung ist dabei stark von der Feinheit und der Art des Netzes abhängig. Dichte Netze mit vielen Elementen liefern im Allgemeinen genauere Lösungen, erhöhen aber gleichzeitig den Rechenaufwand.

Nach der Definition des Berechnungsgebiets müssen im Preprocessing passende Randbedingungen definiert werden, wie beispielsweise die Fließgeschwindigkeiten oder der Durchfluss am Einlass (Jiyuan, Guan-Heng, & Chaoqun, 2013).

2.4.2 Solver

In diesem Teil der CFD-Programme werden die Strömungsgleichungen numerisch gelöst. Zu Beginn steht die Diskretisierungsphase. Hierbei werden die partiellen Differentialgleichungen in ein System diskreter algebraischer Gleichungen konvertiert. In der Fluidodynamik kommen dabei vor allem die Finite-Differenzen-Methode, die Finite-Volumen-Methode und die Finite-Elemente-Methode zur Anwendung.

Die Lösung dieses algebraischen Gleichungssystems erfolgt in einer zweiten Phase durch einen iterativen Prozess, weshalb es notwendig ist alle diskreten Strömungsvariablen vor der Berechnung zu erfassen. Bei der Definition dieser Anfangssituation, die auch Initialisierung genannt wird, ist es empfehlenswert diese möglichst nahe der erwarteten Lösung zu definieren. Dadurch wird einerseits die Anzahl der Iterationen und somit der Rechenaufwand gering gehalten und andererseits die Wahrscheinlichkeit für ein Divergieren des iterativen Prozesses vermieden (Jiyuan, Guan-Heng, & Chaoqun, 2013).

2.4.3 Postprozessor

Zur Visualisierung und Auswertung der Ergebnisse einer CFD-Berechnung wird ein sogenannter Postprozessor benötigt. Die Strömungsvariablen können je nach verwendeter Software auf unterschiedlichste Weise dargestellt werden. (Jiyuan, Guan-Heng, & Chaoqun, 2013)

3 Modellversuch Murkraftwerk Graz

Das Murkraftwerk Graz ist ein Projekt der Energie Steiermark und wird zusammen mit dem Verbund entwickelt. Der geplante Standort für das Flusskraftwerk liegt im Grazer Stadtgebiet etwa 600 m flussaufwärts von der Puntigamer Brücke. Mit einem jährlichen Regelarbeitsvermögen von 74 GWh soll die Anlage rund 20.000 Haushalte mit Ökoenergie versorgen.

Das Kraftwerk besteht aus drei Wehrfeldern mit einer Breite von jeweils 15,50 m, die durch drei Segmente mit aufgesetzten Klappen geschlossen werden und einem Krafthaus, das zwei Kaplan Rohrturbinen beherbergt.



Abbildung 3.1: Visualisierung Murkraftwerk Graz (© Energie-Steiermark AG)

Daten zum Murkraftwerk:

Lage Mur	175,2 km
Ausbaudurchfluss	200 m ³ /s
Rohfallhöhe	9,6 m
Engpassleistung	16,3 MW
Regelarbeitsvermögen	74 GWh
Stauraumlänge	3,6 km

(Quelle und Referenz: Energie-Steiermark AG)

3.1 Aufbau und Durchführung des Modellversuchs

Der Modellversuch wurde am Institut für Wasserbau und Wasserwirtschaft an der Technischen Universität Graz im Maßstab 1:40 durchgeführt. Der untersuchte Bereich des Flusslaufs der Mur erstreckte sich über 1,1 km vom Querprofil PN150 ca. 400 m stromaufwärts der Kraftwerksanlage bis zum Querprofil PN130 ca. 60 m unterhalb der Puntigamer Brücke. Das untersuchte Gebiet ist im Lageplan in Abbildung 3.4 dargestellt. Die Wasserspiegelhöhen wurden mittels Stechpegel am orographisch rechten und linken Ufer sowie in der Mitte des Gerinnes gemessen. In Abbildung 3.2 bis Abbildung 3.3 ist der Aufbau des Modellversuchs im Wasserbaulabor der Technischen Universität Graz zu sehen.



Abbildung 3.2: Blick auf die Wehranlage des Modellversuchs von der Unterwasserseite



Abbildung 3.3: Blick auf die Wehranlage des Modellversuchs von der Oberwasserseite

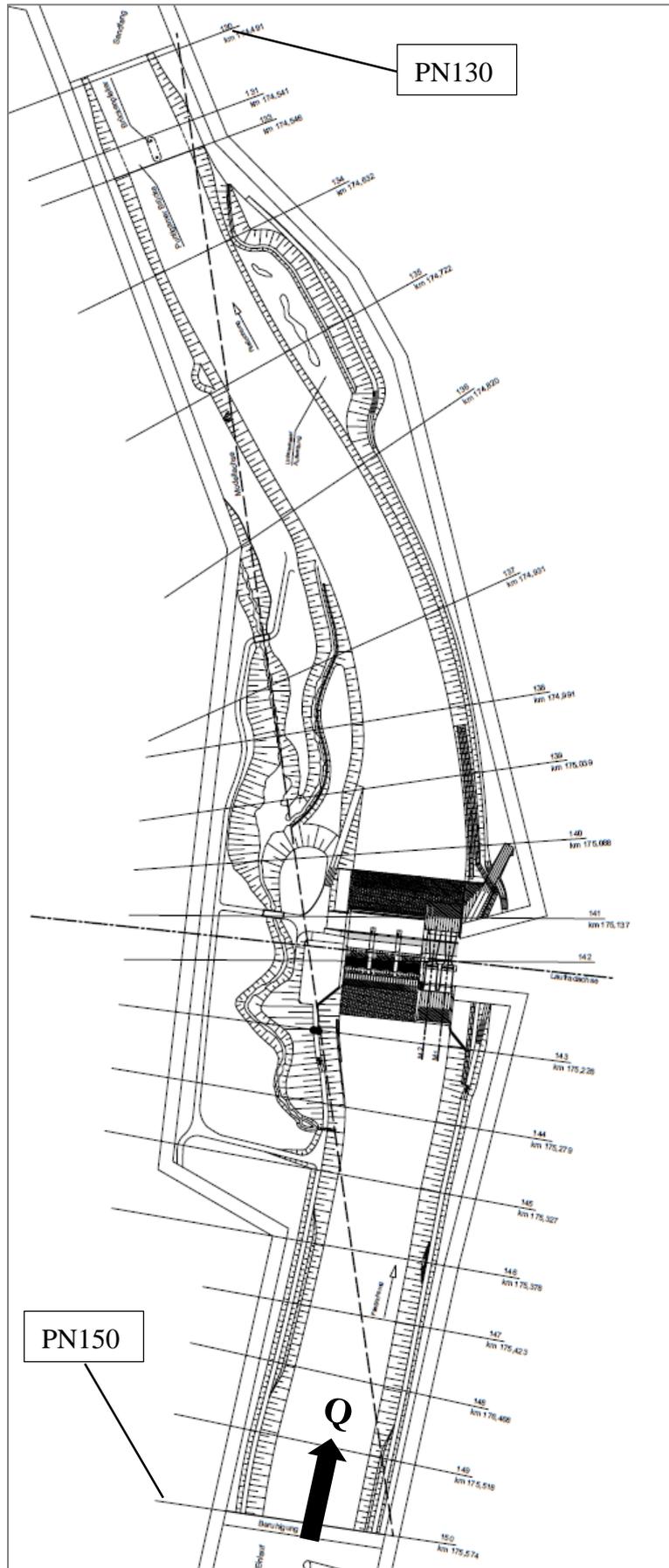


Abbildung 3.4: Grundriss Modellversuch (Quelle: Institut für Wasserbau und Wasserwirtschaft, TU-Graz)

3.2 Messergebnisse für die Wehrförderfähigkeit

Die Wasserspiegelhöhen wurden sowohl für den Ausbaulastfall wie auch für die Hochwasserlastfälle an allen Profilen gemessen. In Tabelle 3.1 sind die Ergebnisse jener Lastfälle zu sehen, die numerisch nachgerechnet wurden. Zur Ermittlung der Wehrförderfähigkeit wurden die am Profil PN143 gemessenen Wasserspiegelhöhen verglichen. Die relevanten Hochwasserlastfälle wurden bei freiem Durchfluss (alle Segmente geöffnet) durchgeführt, wobei der Lastfall HQ100 zusätzlich unter der (n-1)-Bedingung mit jeweils einem geschlossenen Wehrfeld untersucht wurde. Im Vergleich zu der 1D-Berechnung ergaben sich deutlich geringere Wasserspiegelhöhen (Abbildung 3.5).

Lastfall	Durchfluss [m³/s]	Wasserspiegelhöhen [müA]	
		Modellversuch	1D-Berechnung
HQ1	435	335,71	336,80
HQ5	705	336,69	337,51
HQ30	985	337,63	338,27
HQ100	1310	338,66	339,18
HQ1000	1900	340,44	340,88
HQ100(n-1)(1)	1310	341,10	341,45
HQ100(n-1)(1)	1310	341,19	341,45
HQ100(n-1)(1)	1310	341,15	341,45

Tabelle 3.1: Ergebnisse der Wasserspiegelhöhen im Vergleich mit dem Modellversuch

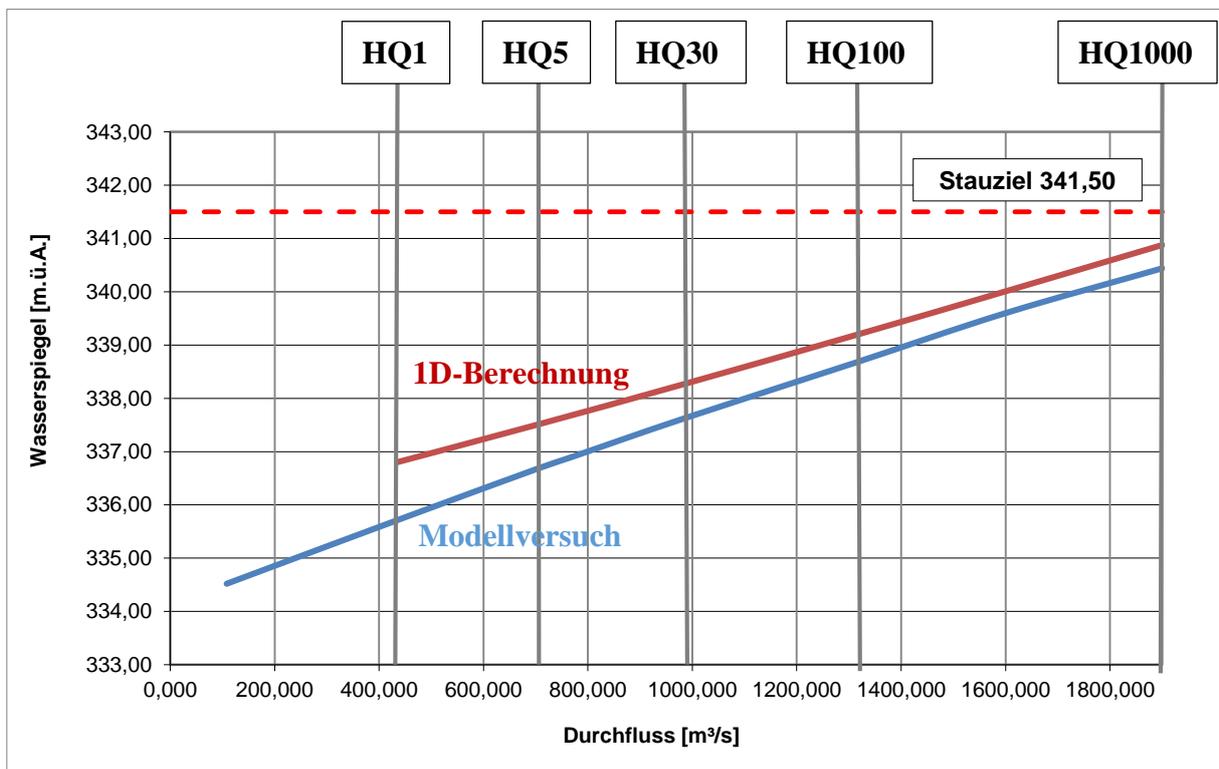


Abbildung 3.5: Ergebnisse des Modellversuchs im Vergleich mit der 1D-Berechnung

4 Semi-empirische Berechnungen

In diesem Kapitel erfolgt die Berechnung der Wehrförderfähigkeit analytisch über semiempirische Formel aus der Literatur.

Der Abflussvorgang über ein Wehr kann als vollkommener Überfall oder unvollkommener Überfall ablaufen. Bei einem vollkommenen Wehrüberfall findet an der Wehrkrone ein Fließwechsel statt. Die Wassertiefe durchläuft im Übergang vom strömenden zum schießenden Abfluss die Grenztiefe. Bei einem unvollkommenen Wehrüberfall hingegen ist der Unterwasserspiegel so hoch, dass sich an der Wehrkrone kein Fließwechsel ausbilden kann. Die Förderfähigkeit des Wehres wird dadurch eingeschränkt. (Bollrich, 2000)

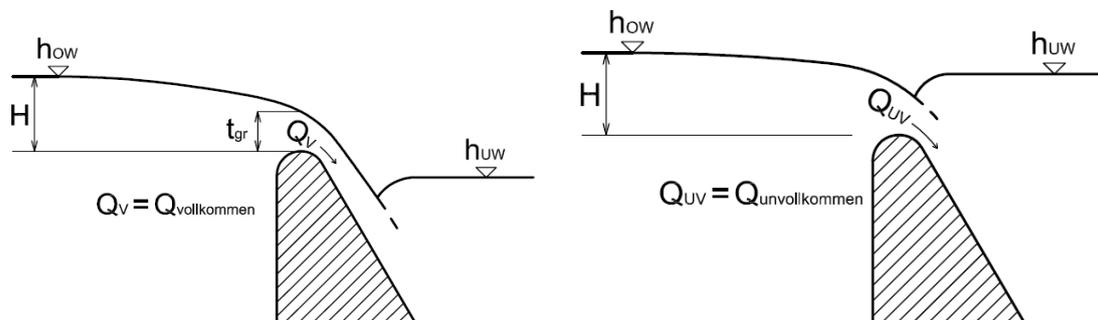


Abbildung 4.1: Vollkommener und unvollkommener Wehrüberfall (Bollrich, 2000)

Da die Zulaufgeschwindigkeit im Oberwasserbereich als nicht vernachlässigbar angenommen werden muss, wird wie bei (Oblasser, 2011) die die Formel nach Du Buat (4.1) verwendet.

$$Q = \frac{2}{3} \mu \sqrt{2 \cdot g} \cdot B \left(H + \frac{v_0^2}{2 \cdot g} \right)^{\frac{3}{2}} \quad (4.1)$$

Die Einschnürungsverluste durch die Wehrpfeiler können nach (Chow, 1973) bzw. (Creager & Justin, 1955) über eine verringerte Wehrfeldbreite nach der Gleichung (4.2) berücksichtigt werden.

$$B_{eff} = B_0 - K \cdot n \cdot H_e \quad (4.2)$$

B_{eff}	effektive Wehrfeldbreite	[m]
B_0	vorhandene Wehrfeldbreite	[m]
K	Einschnürungskoeffizient	[-]
n	Anzahl der Pfeiler	[-]
H_e	Überfallhöhe inkl. Geschwindigkeitshöhe	[m]

Der Einschnürungskoeffizient K wird dabei der unter Berücksichtigung der Geometrie der Wehranlage (Abbildung 4.2) entsprechend Abbildung 4.3 als $K=0,03$ angenommen.

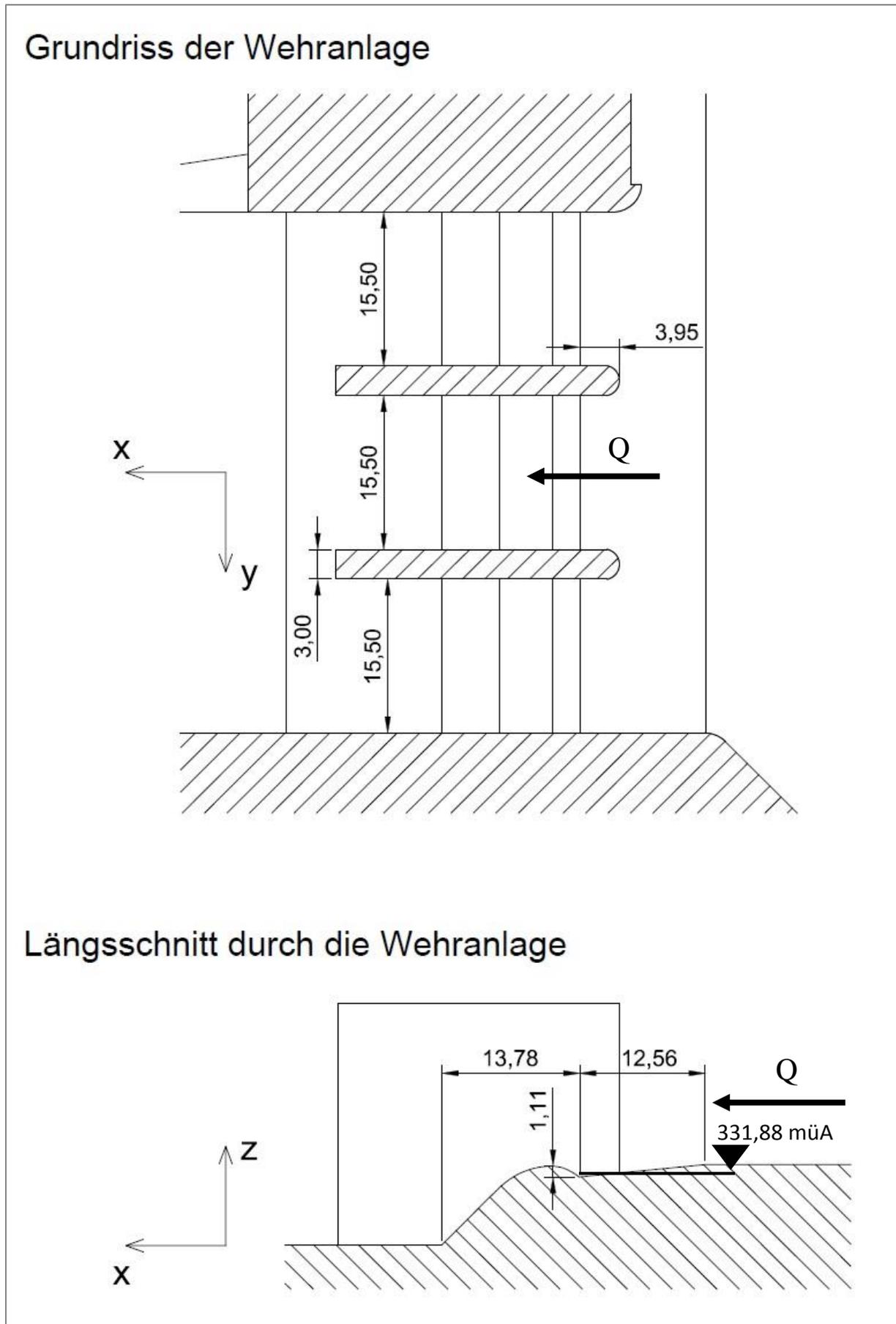


Abbildung 4.2: Abmessungen der Wehranlage (Maße in [m])

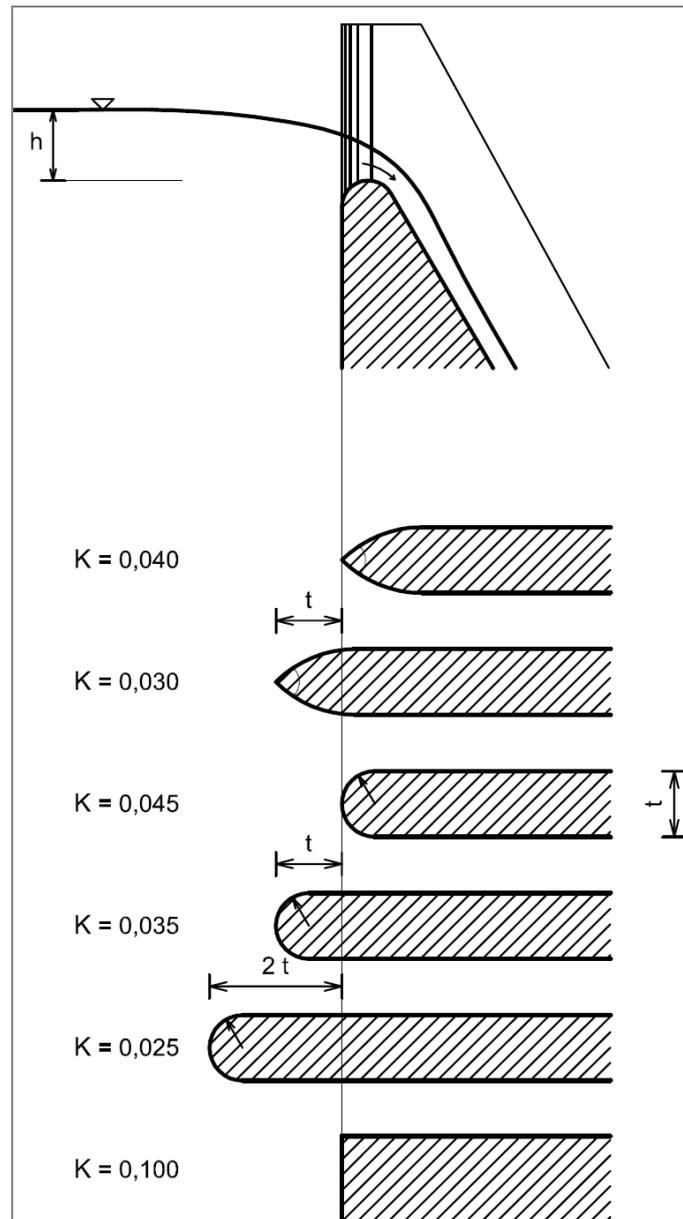


Abbildung 4.3: Einschnürungskoeffizient für verschiedene Pfeilerformen (Creager & Justin, 1955)

Die Formel nach Du Buat wurde durch Variation des Überfallbeiwerts μ auf die Wasserspiegelhöhe von HQ100 im Querprofil PN143 kalibriert. Ein Wert von $\mu = 0,6$ ergibt dabei die beste Übereinstimmung. Die Formel nach Du Buat ergibt sich mit der effektiven Wehrfeldbreite aus (4.3) zu (4.4):

$$B_{eff} = 46,5 - 0,03 \cdot 2 \cdot \left(H + \frac{v_0^2}{2 \cdot 9,81} \right) \quad (4.3)$$

$$Q = \frac{2}{3} \cdot 0,6 \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81} \cdot \left[46,5 - 0,03 \cdot 2 \cdot \left(H + \frac{v_0^2}{2 \cdot 9,81} \right) \right] \cdot \left(H + \frac{v_0^2}{2 \cdot 9,81} \right)^{\frac{3}{2}} \quad (4.4)$$

Die Geschwindigkeit wird mit der Kontinuitätsgleichung (4.5) über eine Breite von 60 m abgeschätzt. Die Wasserspiegelhöhe im Querprofil PN143 ergibt sich dann durch Addition zur Höhenkote der Wehrkrone, $H_{WK} = 332,99$ müA. Die Ergebnisse sind in Tabelle 4.1 dargestellt.

$$v_0 = \frac{Q}{B \cdot H} \quad (4.5)$$

ERGEBNISSE – Semi-empirische Berechnungen				
Lastfall	Abfluss [m ³ /s]	H [m] (DuBuat)	Wasserspiegelhöhe WSP [müA]	
			Du Buat	Modellversuch
HQ1	435	2,66	335,65	335,71
HQ5	705	3,68	336,67	336,69
HQ30	985	4,60	337,59	337,63
HQ100	1310	5,58	338,57	338,66
HQ1000	1900	7,16	340,15	340,44

Tabelle 4.1: Ergebnisse der semi-empirischen Berechnung für die Wehrförderfähigkeit

Wie die Ergebnisse in Tabelle 4.1 zeigen, ergeben sich eine gute Übereinstimmung mit den gemessenen Wasserspiegelhöhen, da der Überfallbeiwert allerdings abhängig vom Abfluss ist, ergeben sich unterschiedliche Abweichungen.

5 Numerische Berechnung

5.1 Berechnungssoftware

Telemac-3D ist ein Teil der TELMAC-MASCARET Suite (www.opentelemac.org). Diese ist ein System von mehreren Open-Source Softwaremodulen zur Modellierung und Berechnung im Bereich der Freispiegelströmungen. Ursprünglich entwickelt am Laboratoire National d'Hydraulique einer Abteilung im Bereich Forschung und Entwicklung der Electricité de France (EDF), wird der Code nun vom Open Telemac-Mascaret Consortium weiterentwickelt. Es sind insgesamt elf Module zur hydrodynamischen Flussmodellierung, zur Simulation von Sedimenttransportvorgängen und Grundwasserströmungen, sowie vier Prä- und Postprozessoren verfügbar. Durch Verwendung einer zentralen Bibliothek, welche die Algorithmen aller Module beinhaltet, ist es leicht möglich die einzelnen Module untereinander zu verknüpfen.

Bei der Strömungsberechnung mit Telemac-3D wird das dreidimensionale Geschwindigkeitsfeld (u, v, w), die Wassertiefe sowie der Transport verschiedener aktiver und passiver Tracer berechnet. Dies geschieht durch numerische Lösung der Reynolds-gemittelten-Navier-Stokes Gleichungen mithilfe der Finite-Elemente-Methode.

Telemac-3D ermöglicht die Berücksichtigung folgender Einflüsse:

- Einfluss der Temperatur, Salinität, Dichte
- Sohlreibung
- Turbulenz
- Einfluss der Coriolis-Kraft
- Einfluss des atmosphärischen Drucks, Winddruck
- Temperatúraustausch mit der Atmosphäre
- Quellen und Senken
- Einfache sowie Komplexe Turbulenzmodelle unter Berücksichtigung der Auftriebskraft
- Verebbende Bereiche
- Driftströmung und Ausbreitung eines Tracers

(Telemac 3D - Operating Manual 6.2, 2013)

5.1.1 Vertikale Diskretisierung

Die Elemente des räumlichen Berechnungsnetzes in Telemac-3D bestehen aus Prismen. Duplikate des horizontalen zweidimensionalen Netzes aus dem Preprocessing werden gleichmäßig über die Vertikale verteilt in mehreren Ebenen parallel zur Sohle angeordnet. Die Prismen entstehen durch vertikale Verbindung der übereinanderliegenden Knotenpunkte. Dadurch entstehen mehrere Ebenen in denen die Strömungsvariablen an allen Netzknoten berechnet werden. Die Prismen werden schlussendlich in Tetraeder geteilt.

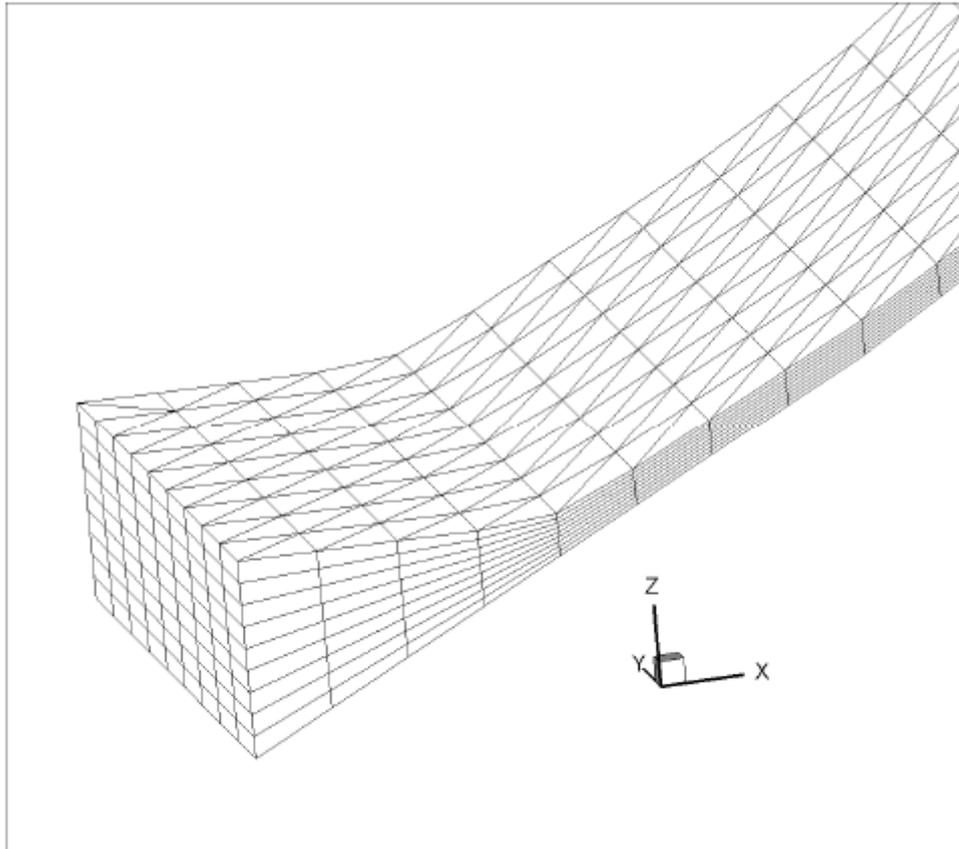


Abbildung 5.1: Dreidimensionales Netz in Telemac-3D (Telemac 3D - Operating Manual 6.2, 2013)

5.1.2 Berechnung mit der Hypothese der hydrostatischen Druckverteilung

In der Standardeinstellung bedient sich Telemac-3D folgender Vereinfachung: Durch die Annahme einer hydrostatischen Druckverteilung über die Wassertiefe kann die Gleichung für die vertikale Geschwindigkeit vereinfacht werden indem der Druck mit dem Produkt aus der Wassertiefe und der Wichte des Wassers gleichgesetzt wird. Die Vereinfachung besteht im Weiteren darin, dass die Beschleunigungen der Wasserpartikel in vertikaler Richtung als vernachlässigbar klein angenommen werden. Vernachlässigt man demnach in der Gleichung (2.35) die Beschleunigungsterme sowie die Terme der Diffusion und berücksichtigt die Gravitationskraft als einzige Volumenkraft, erhält man:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g \quad (5.1)$$

Mit der Dichte ρ als $\rho = \rho_0 + \Delta\rho$ ergibt sich:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho_0 g \left(1 + \frac{\Delta\rho}{\rho_0} \right) \quad (5.2)$$

Beschreibt man die freie Wasseroberfläche durch eine Funktion der Form $z = Z_s(x, y, t)$, ergeben sich die hydrostatischen Impulsgleichungen und die Gleichung für den Druck in Abhängigkeit der vertikalen Koordinate z zu:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -g \frac{\partial Z_s}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + F_x \quad (5.3)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -g \frac{\partial Z_s}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) + F_y \quad (5.4)$$

$$p = p_{atm} + \rho_0 g (Z_s - z) + \rho_0 g \int_z^{Z_s} \frac{\Delta \rho}{\rho_0} dz \quad (5.5)$$

(Hervouet, 2007)

Die Dichteänderungen in der Kontinuitätsgleichung werden vernachlässigt (Inkompressibilität) und es ergibt sich:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (5.6)$$

Der grundlegende Lösungsalgorithmus von Telemac-3d kann in drei Schritte eingeteilt werden:

- (1) Berechnung der advektiven Geschwindigkeitskomponenten in den Impulsgleichungen, ausschließliche Lösung der Advektionsterme
- (2) Berechnung der Geschwindigkeitskomponenten unter Berücksichtigung der Diffusions- und Quellterme. Mit diesen zwei Lösungen für die Geschwindigkeitskomponenten lässt sich dann ein gemittelt horizontales Geschwindigkeitsfeld berechnen.
- (3) Berechnung der Wassertiefe durch Integration der Kontinuitätsgleichung über die Vertikale z und der Impulsgleichungen unter ausschließlicher Berücksichtigung der Druckerhaltungskomponenten.

Dies führt auf die zweidimensionalen Gleichungen, worin U und V die Komponenten des über die Vertikale integrierten Geschwindigkeitsfeldes bezeichnen.

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(Uh)}{\partial x} + \frac{\partial(Vh)}{\partial y} = 0 \quad (5.7)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} = -g \frac{\partial Z_s}{\partial x} \quad (5.8)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} = -g \frac{\partial Z_s}{\partial y} \quad (5.9)$$

Aus diesen Gleichungen werden nun das über die Tiefe gemittelte Geschwindigkeitsfeld und die Wassertiefe berechnet. Die Höhen der Netzpunkte und damit die Wasserspiegelhöhe werden dann über die Wassertiefe neu berechnet.

Zuletzt erhält man die Geschwindigkeitskomponenten u und v durch Kombination der Gleichungen(5.3) und (5.4) sowie die vertikale Geschwindigkeitskomponente w durch die Lösung der Kontinuitätsgleichung (5.6) (Telemac 3D - Operating Manual 6.2, 2013).

5.1.3 Nicht-hydrostatische Berechnung

Bei Verwendung der nicht-hydrostatischen Version von Telemac-3D kommt die Impulsgleichung in vertikaler Richtung in folgender Form hinzu:

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -g \frac{\partial Z_s}{\partial z} + g + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) + F_y \quad (5.10)$$

Die vertikale Beschleunigung wird dabei durch den Algorithmus von Jacek A. Jankowski bestimmt. Dazu wird der globale Druck in einen hydrostatischen und hydrodynamischen Druckanteil zerlegt. Mit der *fractional step* Methode werden die Variablen der Grundgleichungen in Anteile mit gleichen mathematischen Eigenschaften aufgespalten und dann mit optimal angepassten Verfahren schrittweise gelöst (Jankowski, 1998). Die Berechnung dieses dynamischen Druckanteils und die Implementierung in das Telemac-3D System wurde in der Dissertation von Jankowski, 1998 an der Universität Hannover entwickelt.

Der Gradient dieses dynamischen Drucks beeinflusst das Geschwindigkeitsfeld. Dies wird im letzten Berechnungsschritt (3) in der Lösung der Kontinuitätsgleichung berücksichtigt. Ansonsten verläuft die Berechnung in gleicher Weise wie bei der Annahme der hydrostatischen Druckverteilung. (Telemac 3D - Operating Manual 6.2, 2013)

5.1.4 Sohl- und Wandreibung

Telemac-3D berücksichtigt die Reibungseinflüsse der umströmten Oberflächen als Quellterme. Um die turbulenten Spannungen an einer Wand oder Sohle zu beschreiben ist die Kenntnis des Geschwindigkeitsprofils in Normalrichtung zur Wand oder Sohle notwendig.

Die Schubspannung an der Gerinnesohle oder einer begrenzenden vertikalen Wand wirkt entgegen der horizontalen Fließgeschwindigkeit und kann allgemein durch die Gleichung (5.11) ausgedrückt werden.

$$\boldsymbol{\tau} = -\rho\nu \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial n} = -\rho(U^*)^2 \quad (5.11)$$

Die Berechnung dieser Schubspannung kann in Telemac-3D einerseits über ein Turbulenzmodell erfolgen, das entweder die Schergeschwindigkeit U^* in der Nähe der Sohle oder den Reibungsbeiwert C_f derselben liefert, oder andererseits direkt über einen bekannten C_f -Wert und dessen zugehörige Fließgeschwindigkeit. Dabei werden allerdings nur die horizontalen Geschwindigkeitskomponenten U und V berücksichtigt.

$$\nu \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial n} = -\frac{C_f}{2} \cdot \sqrt{u^2 + v^2} \cdot \mathbf{U} \quad (5.12)$$

(Hervouet, 2007)

Standardmäßig wird in Telemac-3D die Oberfläche einer Begrenzung als hydraulisch rau angenommen. Dies bedeutet, dass sich aufgrund der Größe der Unebenheiten an der Begrenzungsfläche keine laminare Grenzschicht entwickeln kann. Die Berechnung erfolgt in diesem Fall über ein Reibungsgesetz anhand eines vorgegebenen Rauheitswertes. Der Rauheitswert wird dabei durch die „Keywords“ FRICTION COEFFICIENT FOR THE BOTTOM bzw. FRICTION COEFFICIENT FOR LATERAL BOUNDARIES und das Reibungsgesetz durch die „Keywords“ LAW OF BOTTOM FRICTION bzw. LAW OF FRICTION ON LATERAL BOUNDARIES definiert. (Telemac 3D - Operating Manual 6.2, 2013)

Alternativ dazu kann der Einfluss der Reibung auch für eine hydraulisch glatte Oberfläche berechnet werden. Hierbei wird die laminare Unterschicht nach der Prandtl'schen Grenzschichttheorie berücksichtigt und das Geschwindigkeitsprofil demnach anders definiert. Die Schergeschwindigkeit U^* wird mit dem Reichardt-Gesetz (Gleichung (5.13)) berechnet. Dabei steht y^+ für den dimensionslosen Abstand zur Wand und ergibt sich nach Gleichung (5.14). Die Definition des Geschwindigkeitsprofils wird durch das Stichwort TURBULENCE MODEL FOR THE BOTTOM bzw. TURBULENCE MODEL FOR LATERAL SOLID BOUNDARIES bestimmt (Telemac 3D - Operating Manual 6.2, 2013).

$$\frac{U}{U^*} = \frac{1}{\kappa} \ln(1 + \kappa y^+) + 7,8 \left(1 - e^{-\frac{y^+}{11}} \right) - \frac{y^+}{11} e^{-0,33 y^+} \quad (5.13)$$

$$y^+ = \frac{y U^*}{\nu} \quad (5.14)$$

Bei den Berechnungen in dieser Arbeit kam für die Sohlreibung das Reibungsgesetz nach Strickler und für die Wandreibung jenes nach Nikuradse zur Anwendung. Die entsprechenden Rauheitswerte k_{ST} bzw. k_S können über die Gleichung (5.15) zueinander in Beziehung gesetzt werden.

$$k_{ST} = 8,2 \frac{\sqrt{g}}{k_S^{1/6}} \quad (5.15)$$

(Hervouet, 2007)

5.2 Diskretisierung und Erstellung der Geometrie

Der Abschnitt der Mur, in dem die Berechnung erfolgte, liegt zwischen km 175,518 und km 174,820. Das Berechnungsgebiet wird in der Fließrichtung durch die Querprofile PN 149 und PN 136 sowie seitlich durch eine Uferlinie begrenzt. Innerhalb dieses Gebiets musste nun ein räumliches Berechnungsnetz erstellt werden. Dazu wurde zunächst ein zweidimensionales Netz erstellt, auf dessen Knoten dann die Geländedaten abgebildet wurden.

Als Präprozessor diente das Programm Blue Kenue des Canadian Hydraulic Centre (Blue Kenue: Software Tool for Hydraulic Modellers, 2012). Es handelt sich dabei um eine frei verfügbare Software mit einer grafischen Oberfläche. Die Diskretisierung erfolgte mittels eines unstrukturierten Dreiecksnetzes. Um die Geometrie ausreichend genau zu erfassen und gleichzeitig die Gesamtanzahl der Elemente gering zu halten, wurde ein Berechnungsnetz mit einer Elementlänge von 5,0 m generiert und anschließend im Bereich der Kraftwerkanlage, insbesondere der Wehrpfeiler, der Geschiebeschwelle und der Tosbeckenschwelle, verfeinert. Durch die Verwendung sogenannter Softlines, wurde sichergestellt, dass bei der Abbildung der Geländedaten die Kanten des Bauwerks mit jenen der Netzelemente zusammenfallen. Für die exakte Darstellung der Schlitze für die Segmente und die Wehrklappen wurden in deren Ecken zusätzliche Zwangspunkte, genannt Hardpoints, definiert. Nach der manuellen Optimierung einiger Elemente hatte das Berechnungsnetz 17.630 Knoten und 34.408 Elemente (Abbildung 5.2).

Ein dreidimensionales CAD-Modell diente als Grundlage für die Geometrie der Kraftwerksanlage. Wie in Kapitel 5.1.2 erwähnt, wird die Wasseroberfläche für die numerischen Berechnungen als eine eindeutige Funktion der horizontalen Koordinaten x und y beschrieben. Daher müssen vertikale Flächen der Sohle wie zum Beispiel die Wand eines überströmten Pfeilers durch steile Wände angenähert werden. Die vertikalen Elemente des 3D-Modells (Abbildung 5.3) wurden mit dem Programm AutoCAD der Firma Autodesk dementsprechend angepasst. Außerdem wurden die Details soweit reduziert, dass bei der späteren Netzerstellung eine minimale Maschenweite von 0,5 m ausreicht.

Für die Erstellung der Geländedaten wurden über den AutoCAD-Befehl `[edgesurf]` aus jeweils zwei Querprofilen und den entsprechenden Teilen der Uferlinie kantendefinierte Netze erstellt. Abbildung 5.4 zeigt das in die Flussbettgeometrie eingebettete Kraftwerkmodell mit der Uferlinie hier als vertikale Begrenzungsfläche in blau dargestellt. Das gesamte Geländemodell wurde im DXF-Format gespeichert. Aus der DXF-Datei wurden dann die Koordinaten der Netzscheitelpunkte extrahiert und in eine ASCII-Datei geschrieben. Dabei kam ein eigens dafür geschriebenes Python-Script zur Anwendung, das im Anhang zu finden ist. Mit dem Programm Blue Kenue konnten nun die Geländedaten aus der ASCII-Datei eingelesen und auf die Knoten des Berechnungsnetzes abgebildet werden. Da die z -Koordinaten bei dieser Abbildung an den Elementknoten nur interpoliert wurden, konnten die steilen Wände des überströmten Trennpfeilers im Unterwasser nicht glatt dargestellt werden, weshalb sie dann direkt mit Blue Kenue modelliert wurden. Abbildung 5.5 zeigt das dreidimensionale Berechnungsnetz als durchgehende Oberfläche. Aus diesem Berechnungsnetz wurde nun mit Blue Kenue eine binäre Datei im SELAFIN-Format erstellt. Diese Datei wird in Telemac-3D als GEOMETRY-FILE bezeichnet und dient als geometrische Grundlage für die Berechnung.

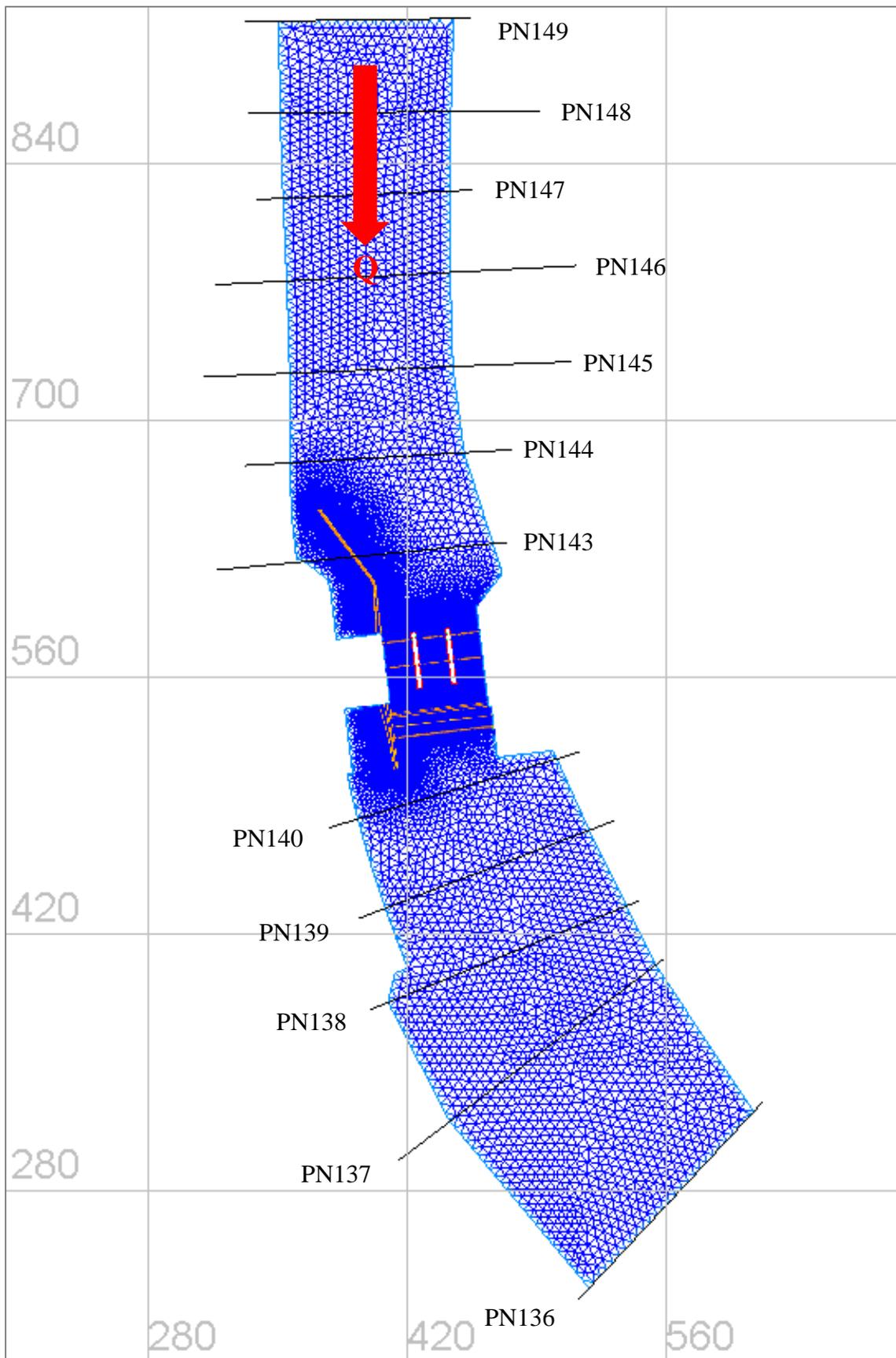


Abbildung 5.2: Berechnungsnetz mit Softlines und Querprofilen

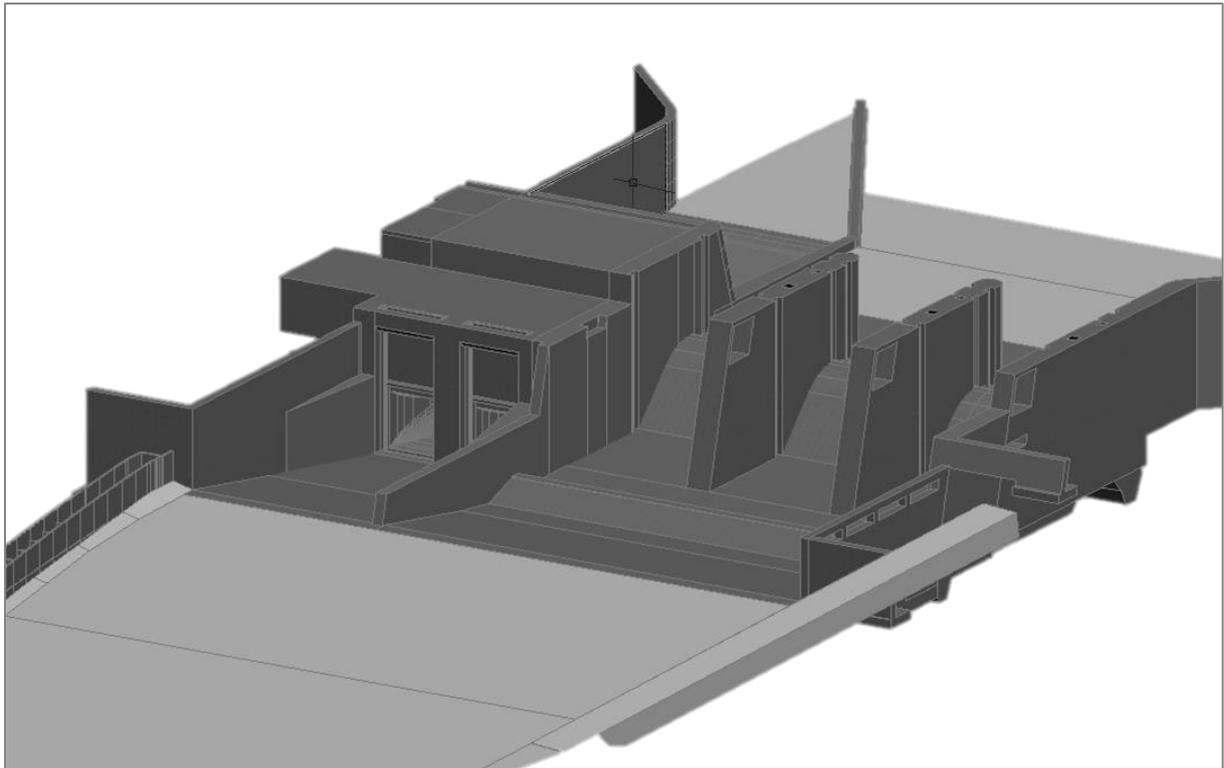


Abbildung 5.3: 3D Modell der Kraftwerksanlage

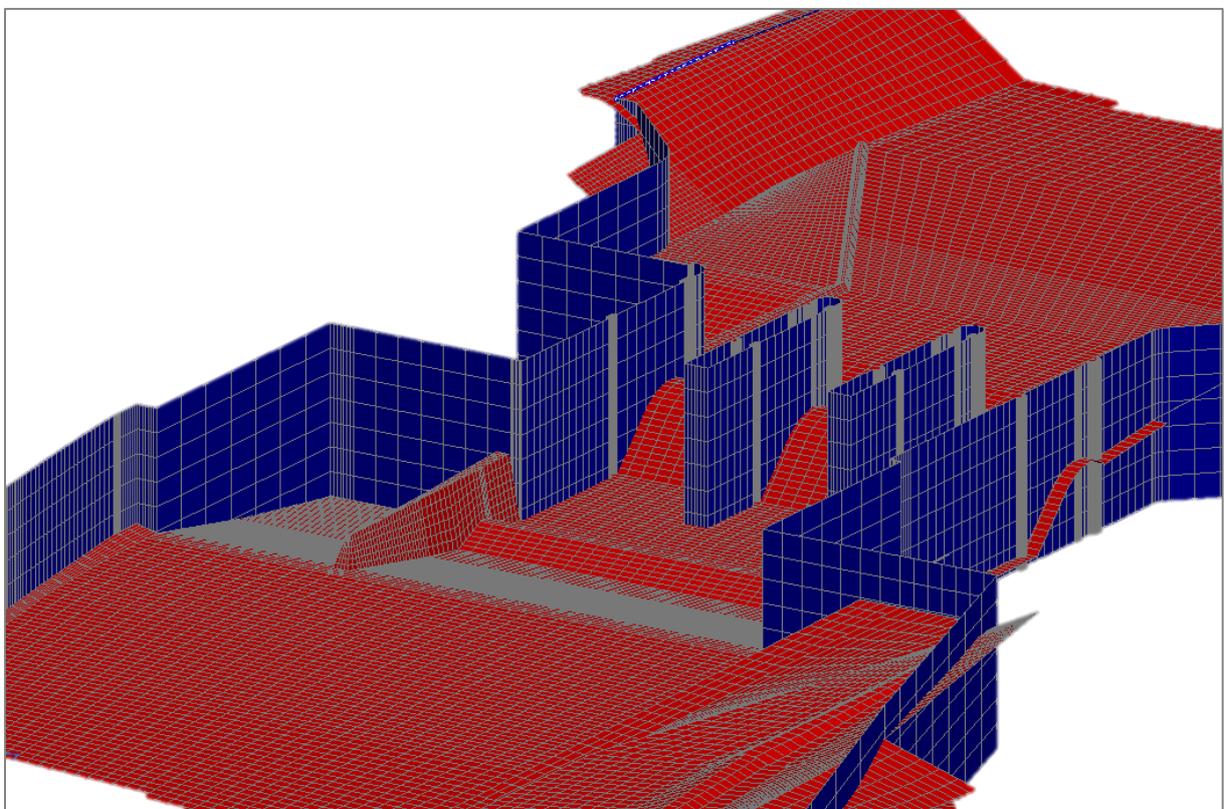


Abbildung 5.4: Vereinfachtes Modell der Kraftwerksanlage für die numerische Berechnung

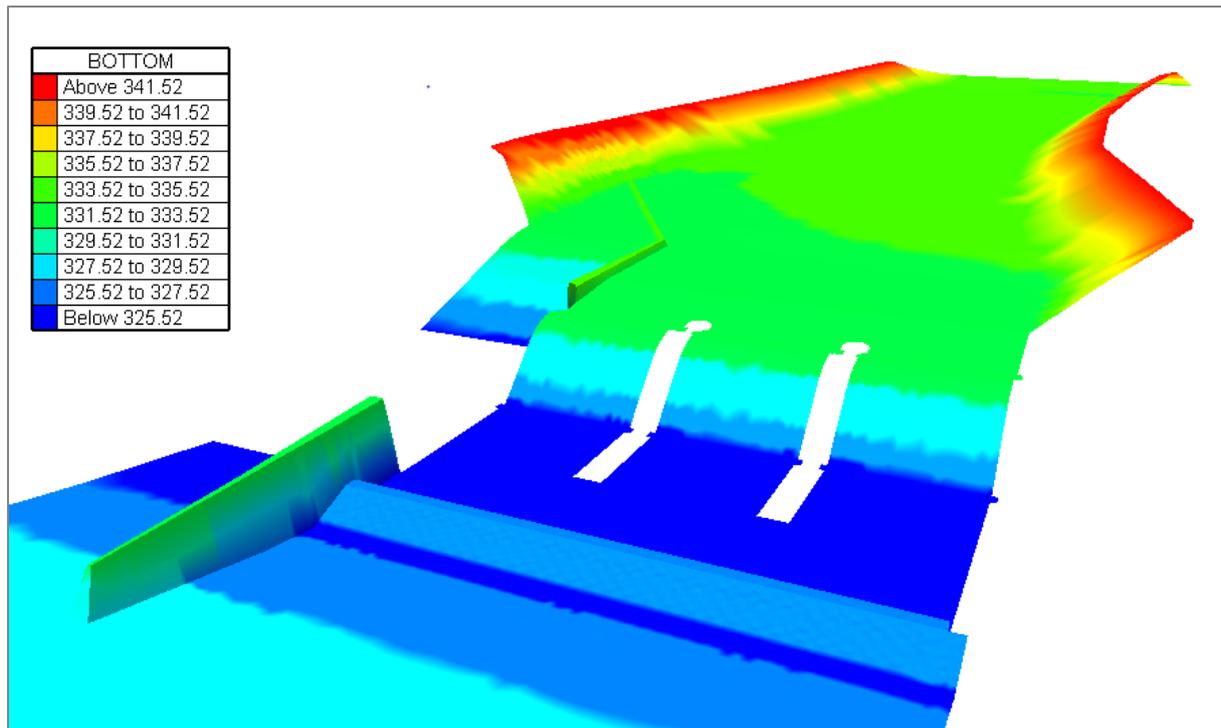


Abbildung 5.5: 3D-Berechnungsnetz als Fläche dargestellt (Blickrichtung: stromaufwärts)

5.3 Definition der Randbedingungen

Jede numerische Simulation erfordert die Definition von Randbedingungen. Für Telemac-3D müssen dazu Zu- und Abflussrandbedingungen am Ein- und Auslauf sowie der anfängliche Strömungszustand definiert werden.

Um die Wehrförderfähigkeit mittels numerischer Simulationen zu ermitteln, musste für jeden Lastfall ein stationärer Strömungszustand erreicht werden.

Über die Randbedingungen wird auch der stationäre Strömungszustand für die jeweiligen Lastfälle definiert. Dies erfolgte durch Vorgabe eines dem Lastfall entsprechenden Durchflusses am Einlauf und der zugehörigen Wasserspiegelhöhe am Auslauf. Die Ein und Auslaufrandbedingungen wurden in ihrer Lage an der Position der Querprofile PN 149 bzw. PN 136 definiert. Dazu wurde mit Blue Kenue eine ASCII-Datei, das sogenannte BOUNDARY CONDITIONS FILE, erstellt.

Der Anfangszustand der Strömung im Gerinne wird für Telemac-3D direkt im STEERING FILE angegeben. Dazu wurde über die Option INITIAL ELEVATION eine konstante Wasserspiegelhöhe für das gesamte Modell definiert.

Der zeitliche Verlauf der Randbedingungen wurde im LIQUID BOUNDARIES FILE, einer weiteren ASCII-Datei, vorgegeben. Im Zuge einer Initialisierungsphase wurde der Durchfluss für den stationären Zustand innerhalb der ersten Stunde von 0,0 m³/s auf den dem jeweiligen Lastfall entsprechenden Wert gesteigert und gleichzeitig der Wasserspiegel am Auslauf abgesenkt. Diese Initialisierung war notwendig um numerische Instabilitäten zu vermeiden. Während der restlichen Simulationsdauer wurden die Randbedingungen konstant gehalten, um einen stationären Strömungszustand zu erhalten. Das STEERING-FILE für die Grundkonfiguration aller Simulationen ist im Anhang zu finden.

Bei der Durchführung der ersten Simulationen zeigten sich im Einlaufbereich Instabilitäten während der Initialisierungsphase. Es wurde zwar ein stationärer Strömungszustand erreicht,

allerdings stellte sich dabei im Einlaufprofil ein unregelmäßiger Wasserspiegel ein. Daher wurde die Geometrie des Einlaufbereichs etwas abgeändert. Das Querprofil PN 149 wurde dabei abgeflacht, wodurch sich die Situation stabilisierte und ein gleichmäßiger Wasserspiegel im Einlaufbereich erreicht werden konnte. Der geänderten Einlaufgeometrie, zu sehen in Abbildung 5.6 und Abbildung 5.7, zufolge wurde das Querprofil PN149 nicht mehr für die Auswertung verwendet.

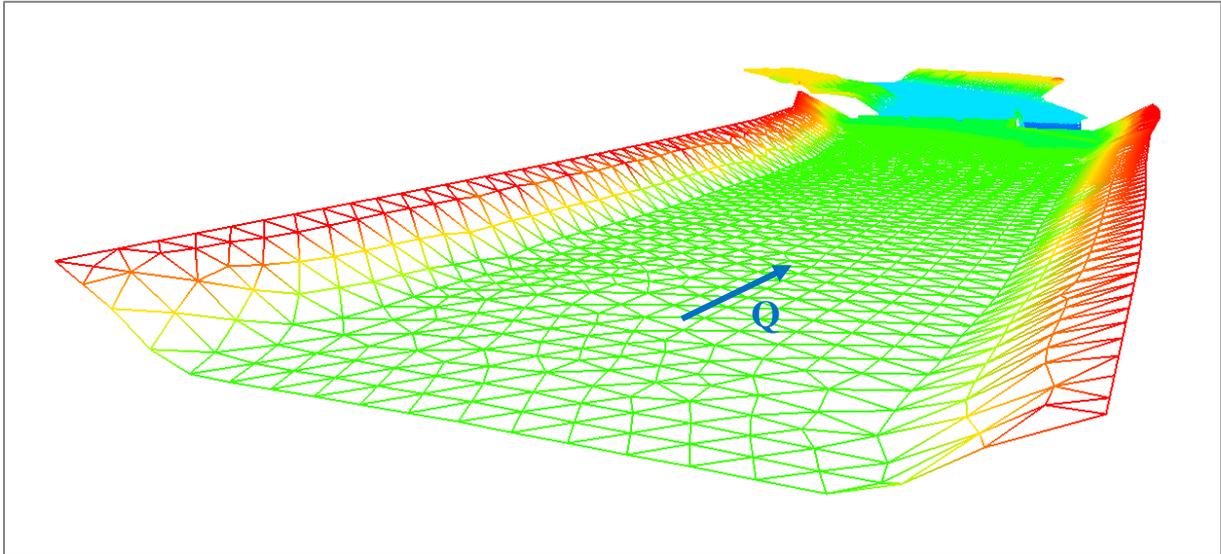


Abbildung 5.6: Netz mit ursprünglicher Einlaufgeometrie

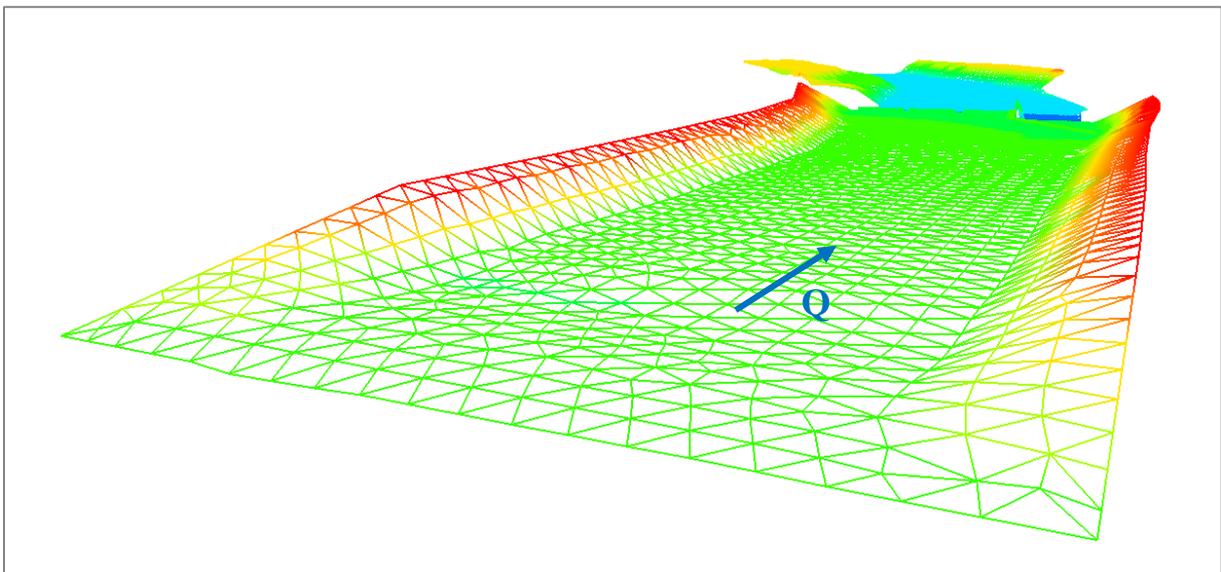


Abbildung 5.7: Netz mit abgeflachter Einlaufgeometrie

5.4 Kalibrierung mit Lastfall HQ100

5.4.1 Hydrostatische Berechnungen

Das numerische Modell wurde anhand der Ergebnisse des Modellversuchs kalibriert. Die Kalibrierung erfolgte für den Lastfall HQ100 bezüglich der Wasserspiegelhöhen des Profils PN 144. Zuerst wurden sieben Simulationen unter Annahme der Hypothese der hydrostatischen Druckverteilung (siehe Kapitel 5.1.2) durchgeführt. Die Parameter, die bei der Kalibrierung variiert wurden, waren die Rauheit und die horizontale Wirbelviskosität. Die übrigen hydraulischen und numerischen Parameter wurden entsprechend der Grundkonfiguration im Anhang gewählt.

Es wurde angenommen, dass die Rauheit der Sohle den größten Einfluss auf die Wasserspiegelhöhe hat. Deshalb wurde für die Simulationen 1 bis 5 die Rauheitswerte nach Strickler variiert während die Wirbelviskosität konstant bei $\nu_T = 0,01$ gehalten wurde. Die Ergebnisse für die Wasserspiegelhöhen an den zuvor genannten Profilen wurden dann mit jenen des Modellversuchs verglichen.

Für den Vergleich der numerisch berechneten Ergebnisse mit den Messergebnissen aus dem Modellversuch wird die relative Abweichung der berechneten Wassertiefen zu den gemessenen nach der Formel (5.16) berechnet.

$$rel. Abw = \frac{WSP_{num} - WSP_{MV}}{WT_{MV}} \cdot 100 \quad (5.16)$$

mit	WSP_{MV}	...	gemessene Wasserspiegelhöhe im Modellversuch
	WSP_{num}	...	berechnete Wasserspiegelhöhe aus Numerik
	WT_{MV}	...	gemessene Wassertiefe im Modellversuch

Die Wassertiefe aus dem Modellversuch wird dabei zur definierten Sohlhöhe berechnet.

Bei den hydrostatischen Berechnungen zeigten sich aufgrund des Wechselsprungs im Bereich des Wehrüberfalls Instabilitäten, die geringe Oszillationen des Wasserspiegels bewirkten. Dieser Umstand wurde bei der Auswertung im Unterwasser durch zeitliche Mittelung der Ergebnisse berücksichtigt. Dadurch konnten allerdings nur einzelne Knoten und keine durchgehende Wasserspiegellinie ausgewertet werden. Die mittlere Wasserspiegelhöhe für das Querprofil ergab sich aus dem Mittel dreier Knoten. Diese Knoten sind auch in Abbildung 5.8 zu sehen.

In Anbetracht der Ergebnisse in Tabelle 5.1 und Abbildung 5.9 fällt auf, dass der Wasserspiegel für alle Rauheitswerte höher ausfällt als im Modellversuch. Die Abweichungen der berechneten Wasserspiegelhöhen zu jenen des Modellversuchs sind dabei in Prozent der Wassertiefe des Modellversuchs angegeben. Wie zu erwarten war, nimmt der Einfluss Rauheit auf die Wasserspiegelhöhen ab, je glatter die Sohle definiert wird. Die geringste Wasserspiegelhöhe ergibt sich beim höchsten Rauheitswert von $k_{ST} = 120 \text{ m}^{(1/3)}/\text{s}$. Da dieser Wert jedoch unrealistisch erscheint und der Unterschied in der Wasserspiegelhöhe zum Ergebnis für den Wert $k_{ST} = 80 \text{ m}^{(1/3)}/\text{s}$ marginal ist, wurde ein Rauheitswert von $80 \text{ m}^{(1/3)}/\text{s}$ herangezogen, um den Einfluss der horizontalen Wirbelviskosität ν_T zu untersuchen. Die Ergebnisse der Simulationen 6 bis 7 zeigen, dass bei einer Wirbelviskosität von $\nu_T = 0,01 \text{ m}^2/\text{s}$ der geringste Wasserspiegel erreicht wird.

Die Anwendung des k-ε Modells ergab keine stabiles Ergebnis. Auch durch die Reduzierung des Zeitschritts auf 0,5 s, konnten die numerischen Instabilitäten nicht ausgemerzt werden. Da die Rechenzeit mit vier Kernen dafür bereits bei ca. 8 h lag, wurde auf weitere Versuche verzichtet.

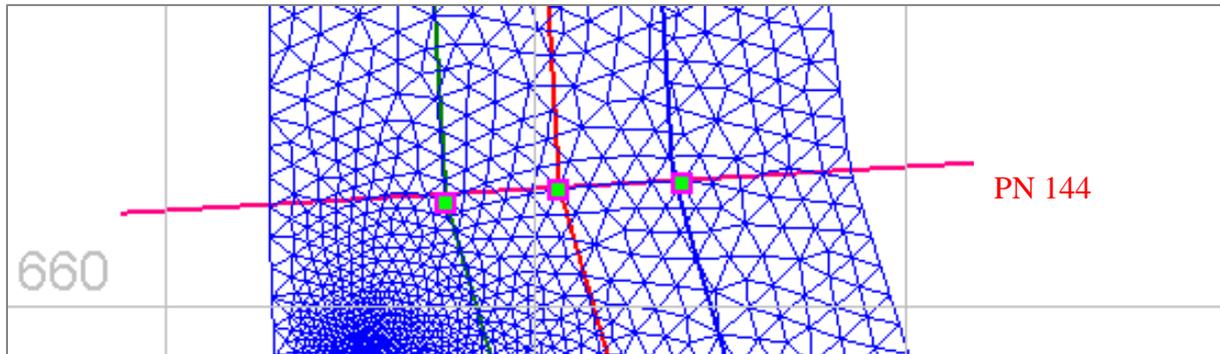


Abbildung 5.8: Für die Kalibrierung betrachtete Knoten

Nr.	Lastfall.	k_{ST} [$m^{(1/3)}/s$]	Horizontale Wirbelviskosität ν_T [m^2/s]	Abweichung
1	HQ100	35	0,1	10,6 %
2	HQ100	40	0,1	10,0 %
3	HQ100	65	0,1	6,8 %
4	HQ100	80	0,1	6,5 %
5	HQ100	120	0,1	6,0 %
6	HQ100	80	0,01	5,2 %
7	HQ100	80	0,001	6,0 %

Tabelle 5.1: Kalibrierung – Ergebnisse der hydrostatischen Berechnungen

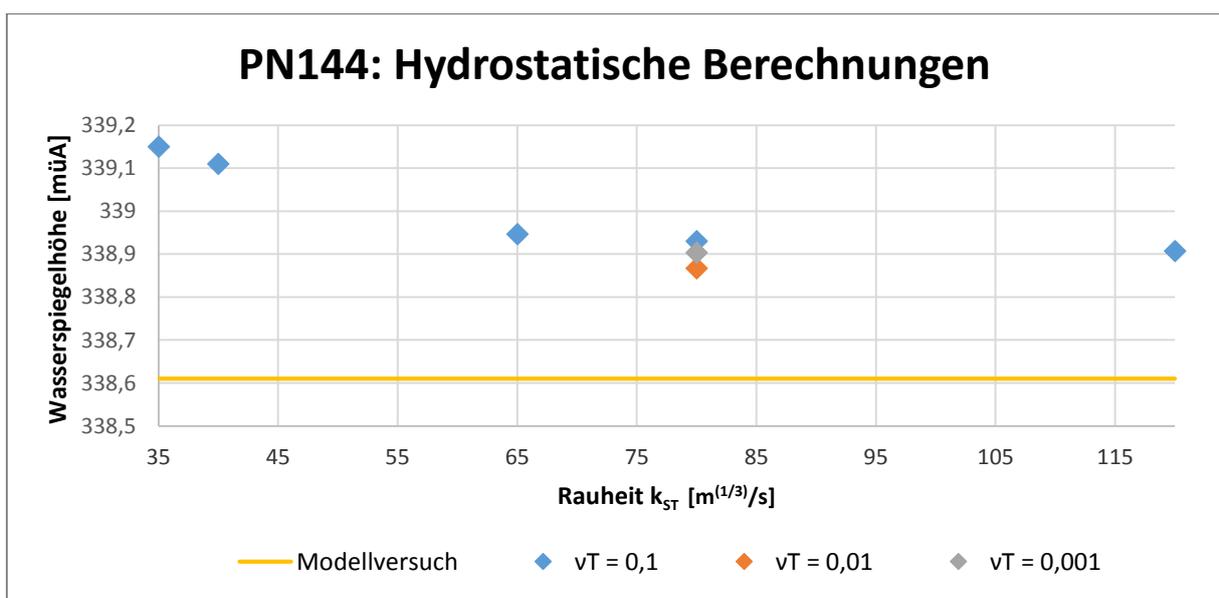


Abbildung 5.9: Kalibrierung – Ergebnisse der hydrostatischen Berechnungen

5.4.2 Nicht-hydrostatische Berechnungen

Da bei den hydrostatischen Berechnungen eine Wirbelviskosität von $\nu_T = 0,01 \text{ m}^2/\text{s}$ den geringsten Wasserspiegel ergab, wurde dieser Wert für die nicht-hydrostatischen Berechnungen beibehalten. Wie in Tabelle 5.2 und Abbildung 5.10 ersichtlich ist, verringerten sich die Wasserspiegelhöhen durch die nicht-hydrostatische Berechnung erheblich. Die Abweichungen der berechneten Wasserspiegelhöhen zu jenen des Modellversuchs wurden wieder auf die Wassertiefe des Modellversuchs bezogen und sind daher in Prozent angegeben. Für den Rauheitswert $k_{ST} = 40 \text{ m}^{(1/3)}/\text{s}$ (Simulation 10) ergab sich die beste Übereinstimmung mit den Ergebnissen des Modellversuchs. Für die Berechnung der Wehrförderfähigkeit im folgenden Kapitel wurde daher ein Rauheitswert von $k_{ST} = 40 \text{ m}^{(1/3)}/\text{s}$ nach Strickler verwendet.

Nr.	Lastfall.	$k_{ST} \text{ [m}^{(1/3)}/\text{s]}$	Horizontale Wirbelviskosität $\nu_T \text{ [m}^2/\text{s]}$	Abweichung
8	HQ100	40	0,01	0,0 %
9	HQ100	65	0,01	2,9 %
10	HQ100	80	0,01	-3,7 %

Tabelle 5.2: Kalibrierung – Ergebnisse der nicht-hydrostatischen Berechnungen

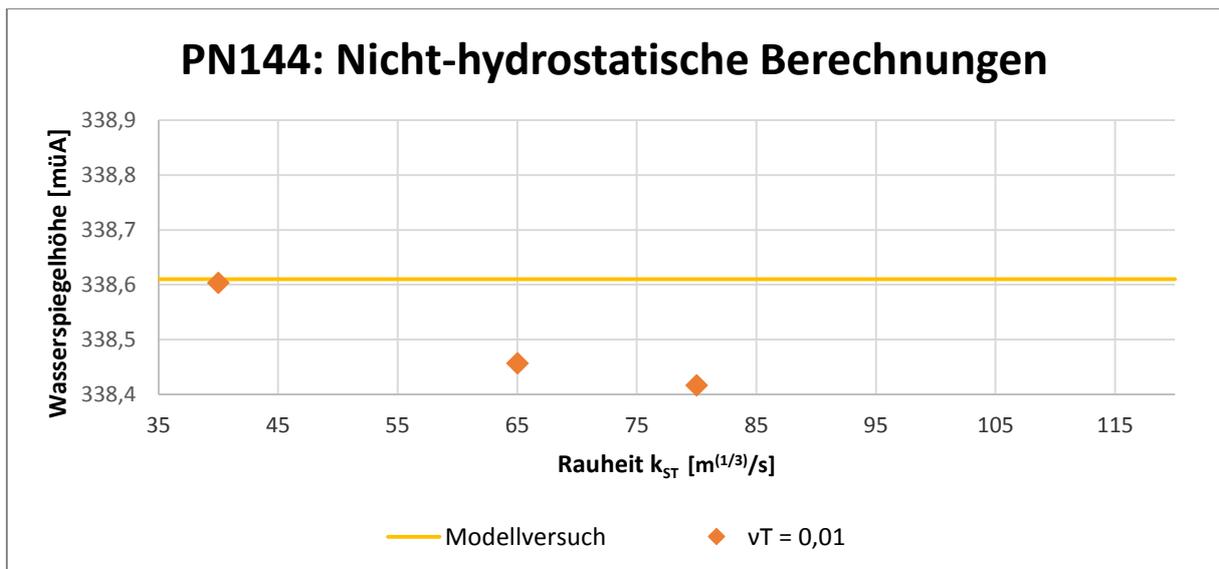


Abbildung 5.10: Kalibrierung – Ergebnisse der nicht-hydrostatischen Berechnungen

Durch die Verwendung der nichthydrostatischen Version von Telemac-3D verschwanden außerdem jene Instabilitäten, die bei der hydrostatischen Berechnung auftraten und ein Oszillieren des gesamten Wasserspiegels bewirkten. Im Bereich des Wechselsprungs stellte sich ein stabiler Strömungszustand ein und die Wasseroberfläche konnte realistisch dargestellt werden.

Durch die nicht mehr vorhandenen Oszillationen war es nun auch sinnvoll den Wasserspiegel im stationären Endzustand auf die Querprofile abzubilden und auszuwerten, anstatt zeitlich gemittelte Werte einzelner Knoten dafür heranzuziehen. Außerdem konnte der Wasserspiegel dadurch für alle weiteren Berechnungen auch als kontinuierlicher Längsschnitt dargestellt werden. Dazu wurden drei seitlich um die Wehrfeldbreite versetzte Linien definiert (Abbildung 5.11), die jeweils durch ein Wehrfeld führen.

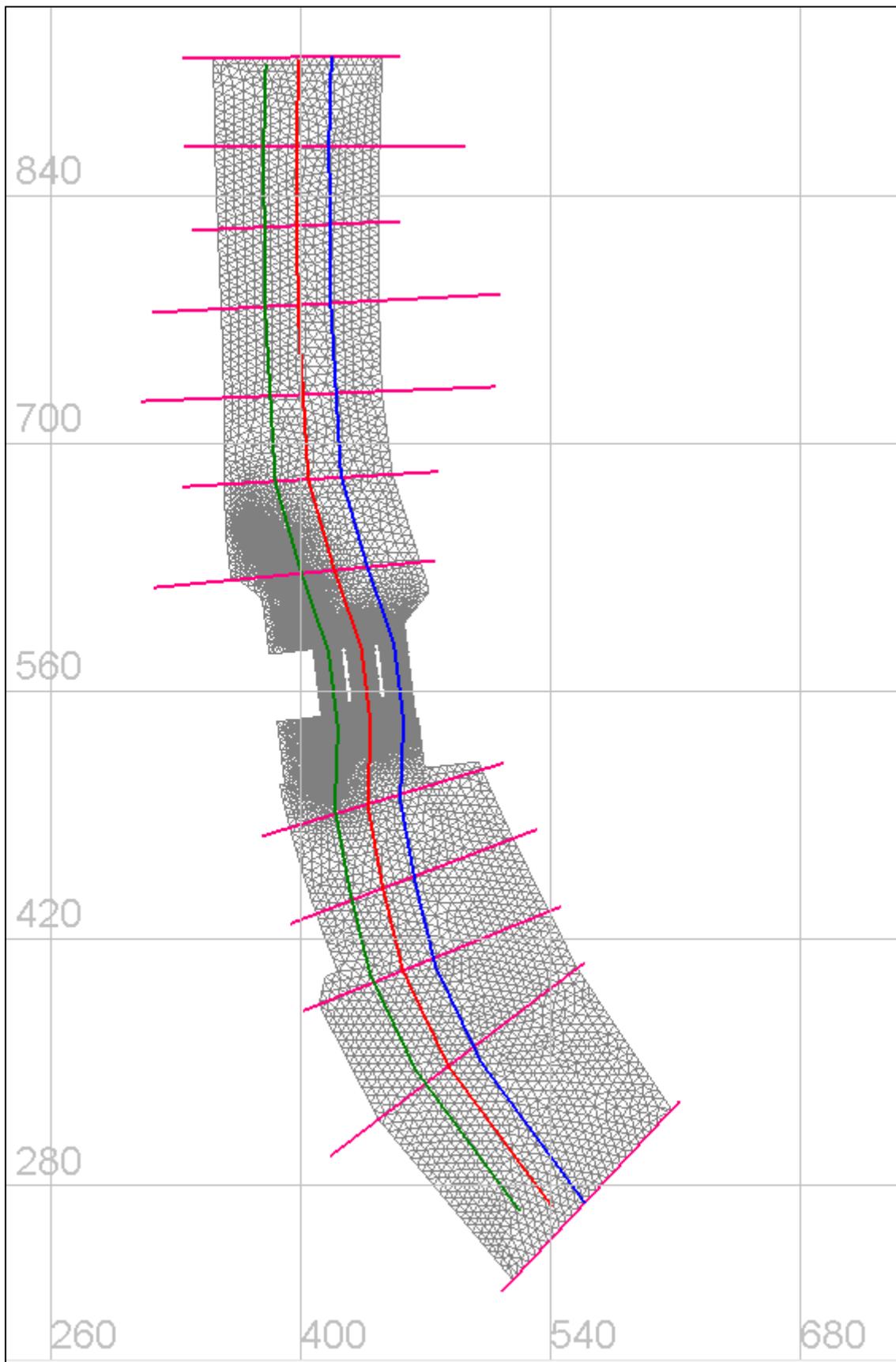


Abbildung 5.11: Längsschnitte und Querprofile im Lageplan

Durch Abbildung der berechneten Wasseroberfläche auf diese Linien ergeben sich drei kontinuierliche Wasserspiegellinien. Wie in Abbildung 5.12 zu sehen ist, stimmen die über die Querprofile gemittelten Werte gut mit dem Mittel der drei kontinuierlichen Längsschnitte überein. Diese Übereinstimmung konnte für alle Lastfälle beobachtet werden.

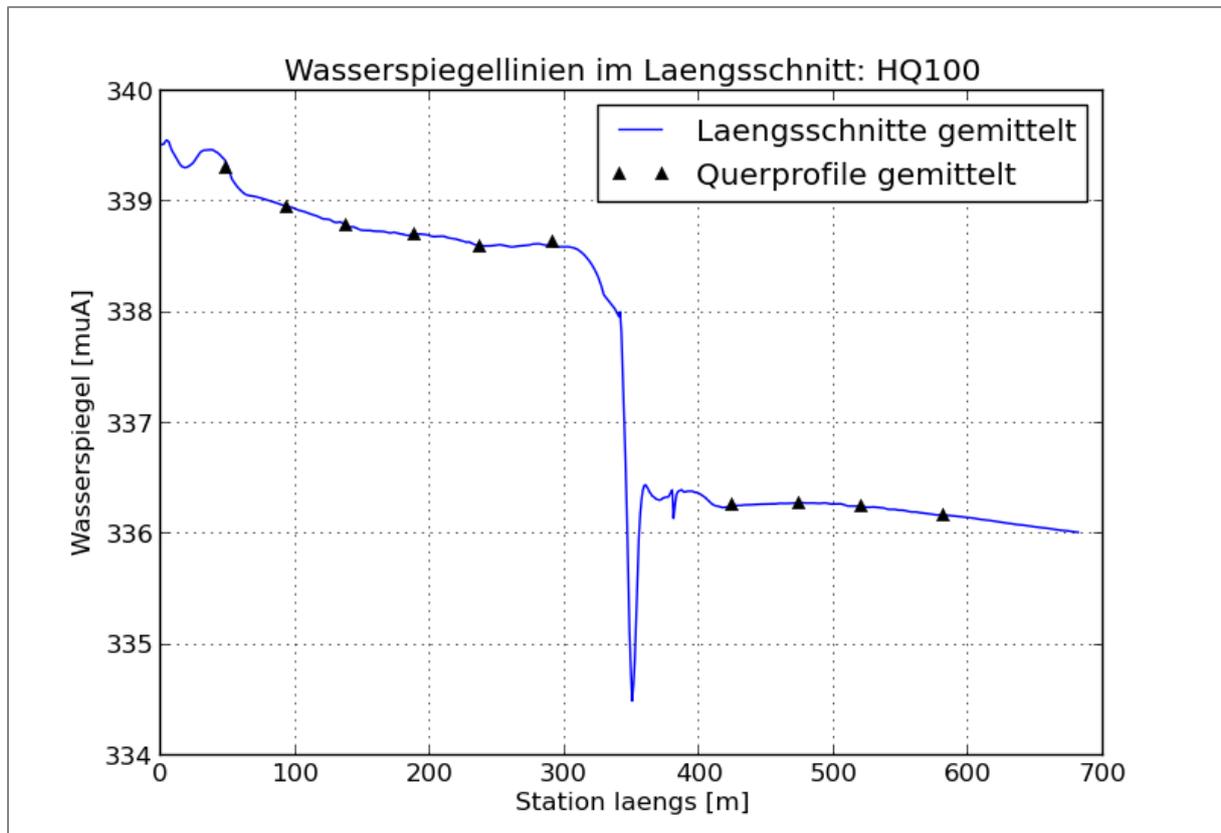


Abbildung 5.12: Simulation 8, Vergleich: Wasserspiegellinie aus Längsschnitten / Werte der Querprofile

In Abbildung 5.13 und Abbildung 5.14 ist der Einfluss der Variation der Rauheit bzw. der Einfluss der Berechnungsmethode (hydrostatisch / nicht-hydrostatisch) erkennbar. Es ist deutlich zu sehen, dass der Wasserspiegel durch nicht-hydrostatische Berechnung um ein größeres Maß sinkt, als durch die Herabsetzung der Rauheit. Weiteres fällt auf, dass die nicht-hydrostatische Berechnung nur im Oberwasser eine geringere Wasserspiegelhöhe ergibt.

Bei der Betrachtung der Wasseroberfläche in Abbildung 5.15 und Abbildung 5.16 ist deutlich erkennbar wie sich durch die nicht-hydrostatische Berechnung unmittelbar nach dem Wehrüberfall eine regelmäßige Wasseroberfläche einstellt und die Instabilitäten in diesem Bereich verschwinden.

Auch beim Vergleich der Froudezahl zeigen sich deutliche Unterschiede. Der instabile Strömungszustand verursacht eine sehr unregelmäßige Verteilung der Geschwindigkeiten, was anhand der Verteilung der Froudezahl in Abbildung 5.17 erkennbar ist. Abbildung 5.18 hingegen lässt auf eine realistische und regelmäßige Geschwindigkeitsverteilung schließen, wenngleich diese etwas asymmetrisch erscheint.

Alle weiteren Simulationen wurden daher mit der nicht-hydrostatischen Version von Telemac-3D berechnet. Die Berechnungen wurden parallel mit vier Prozessoren durchgeführt, wobei sich die Rechenzeit durch Verwendung der nicht-hydrostatische Version in etwa verdreifachte.

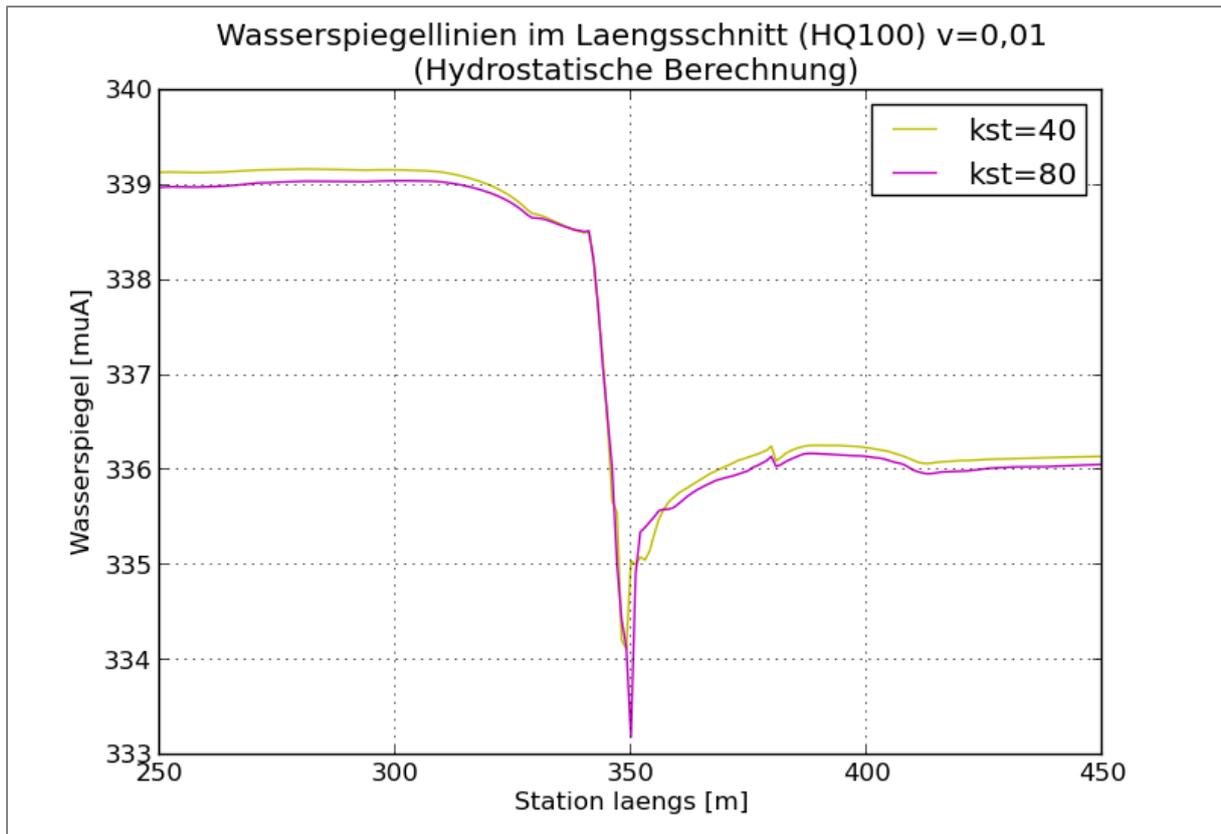


Abbildung 5.13: Einfluss der Variation der Rauheit bei konstanter Wirbelviskosität

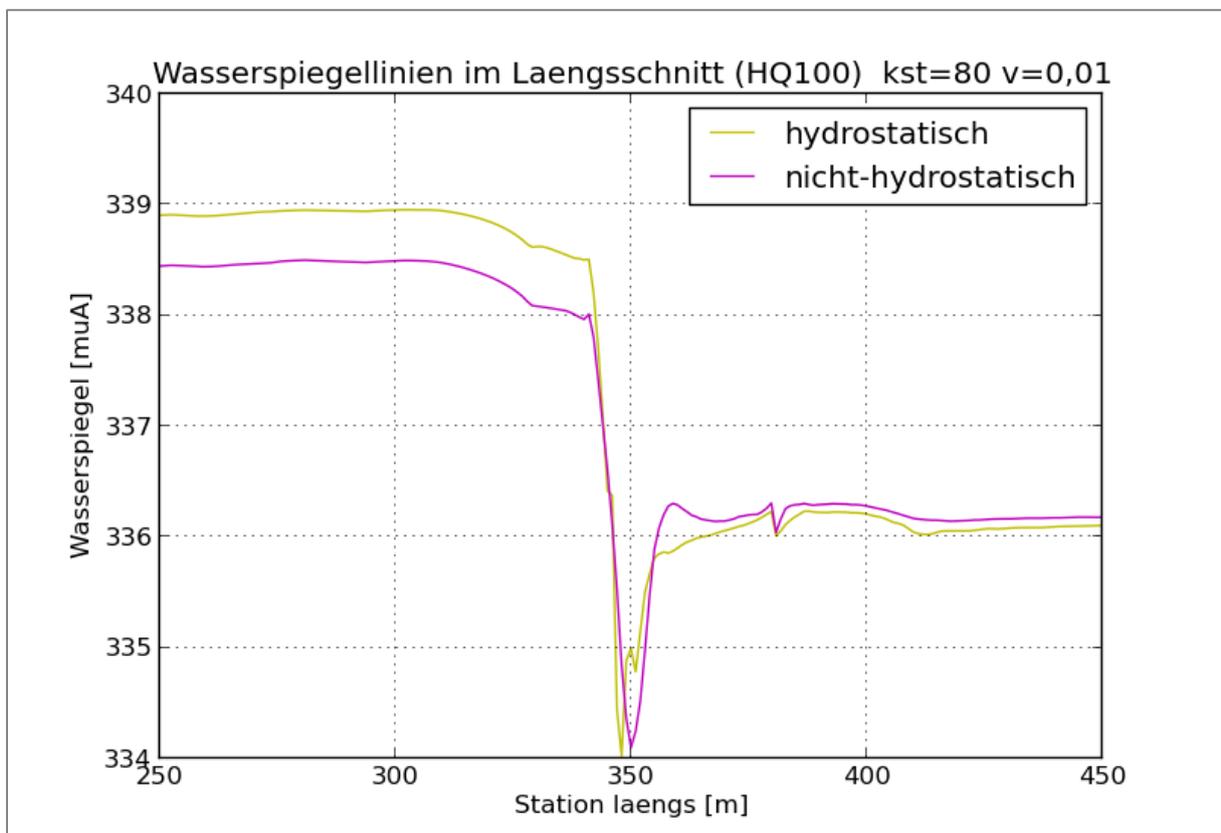


Abbildung 5.14: Einfluss der Berechnungsmethode: hydrostatisch / nicht-hydrostatisch

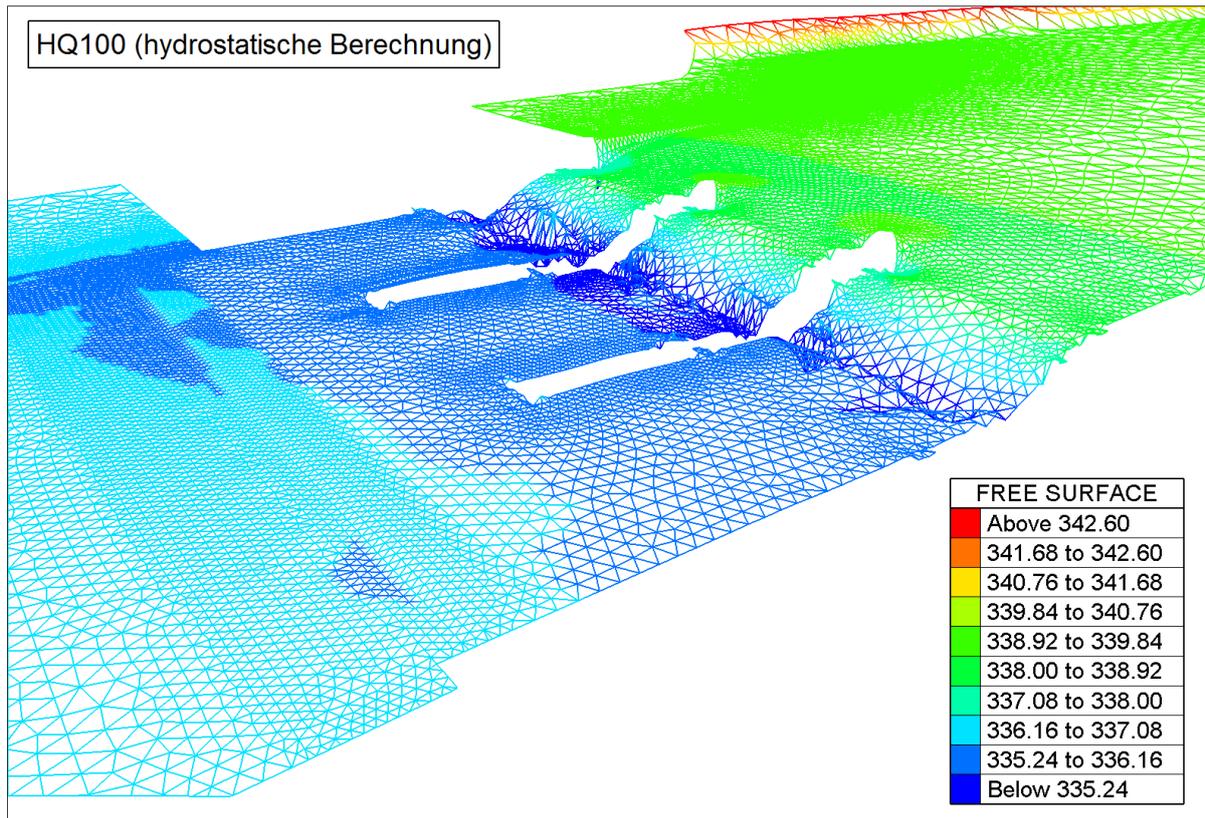


Abbildung 5.15: Wasseroberfläche: Wechselsprung bei hydrostatischer Berechnung

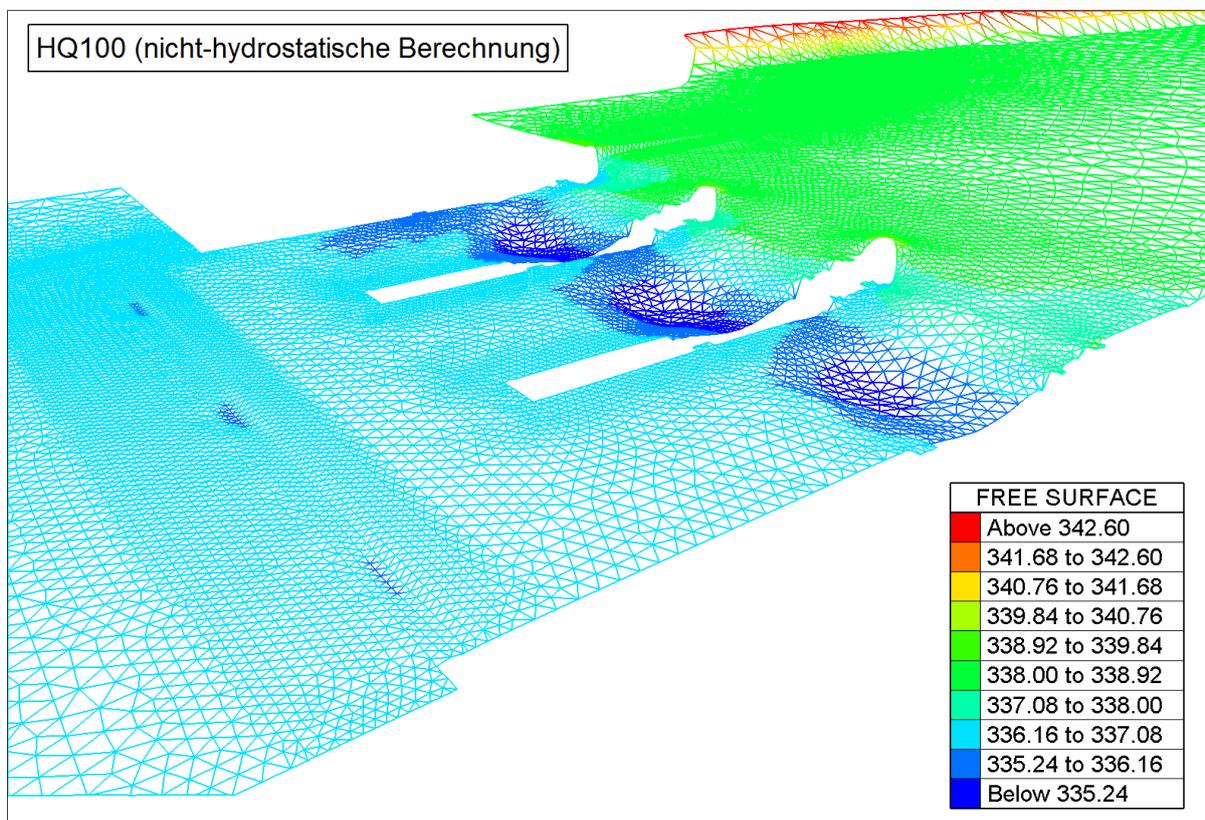


Abbildung 5.16: Wasseroberfläche: Wechselsprung bei nicht-hydrostatischer Berechnung

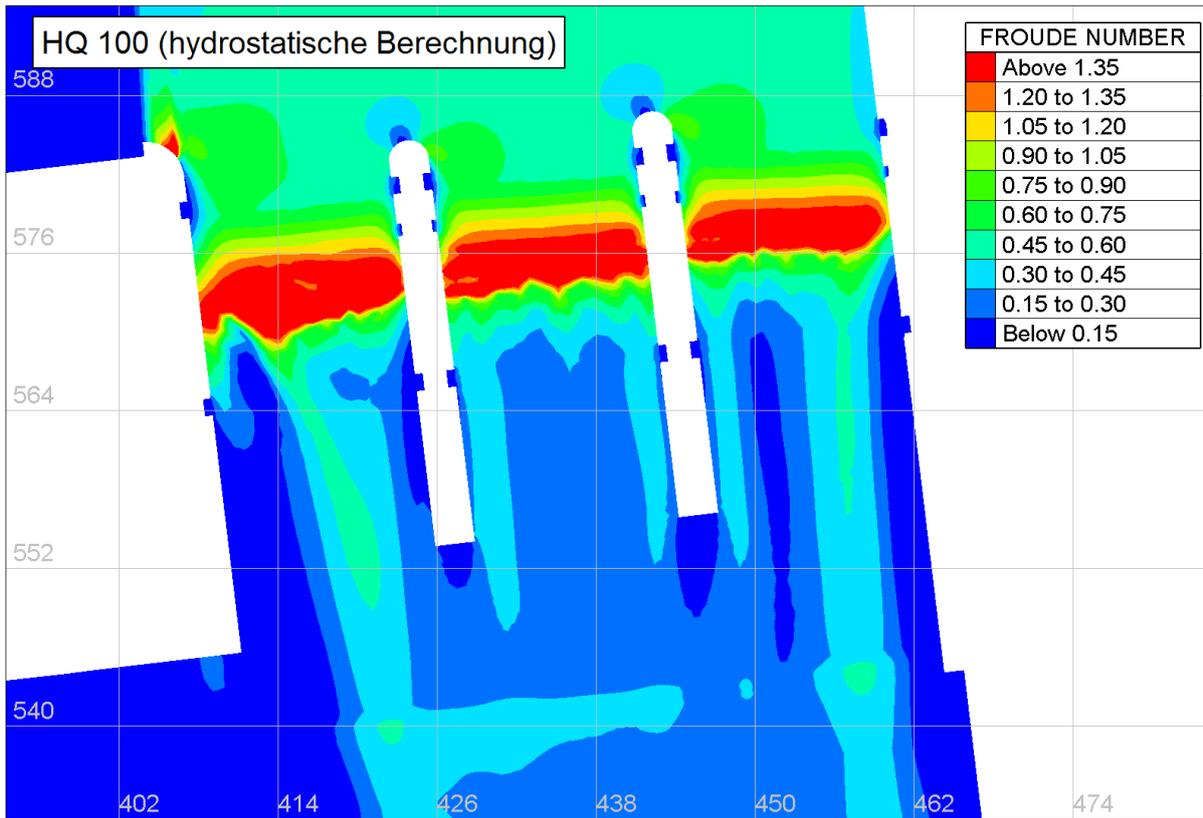


Abbildung 5.17: Simulation 6 ($k_{ST} = 80$, $v_T = 0,01$), Verteilung der Froudezahl

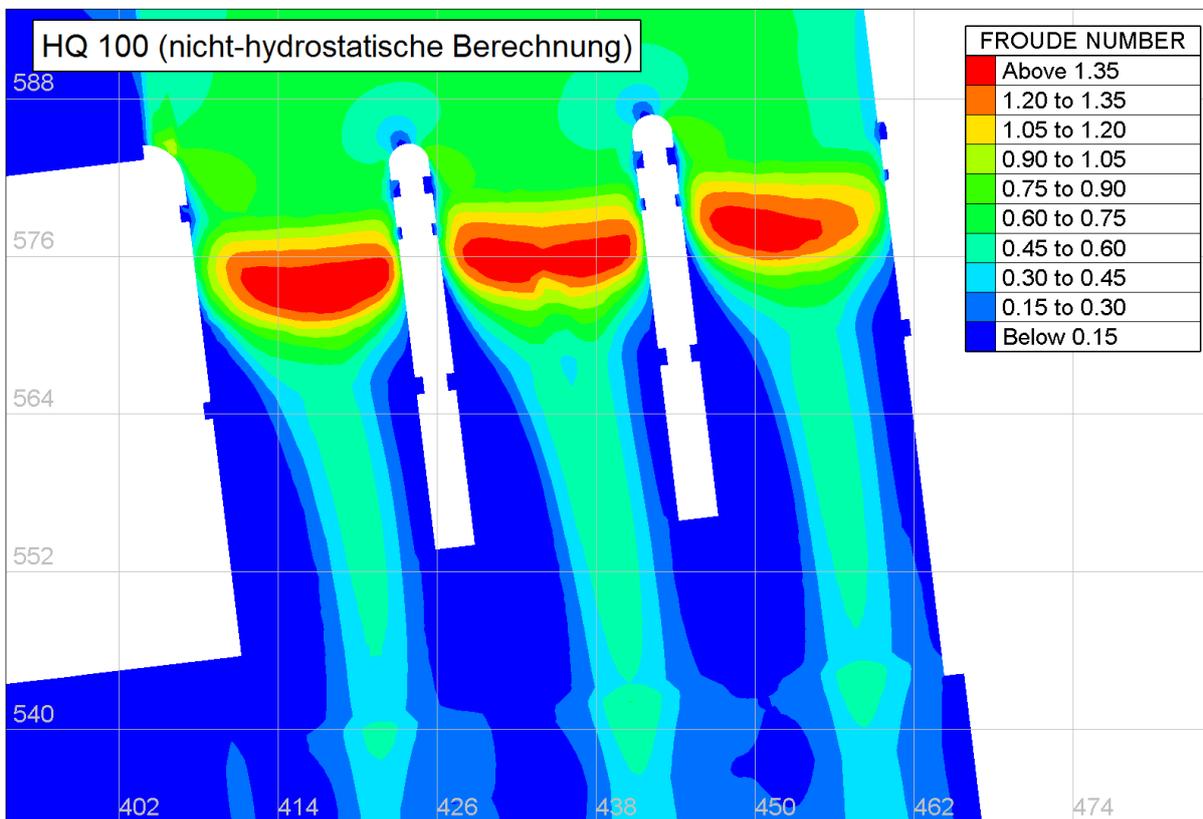


Abbildung 5.18: Simulation 10 ($k_{ST} = 80$, $v_T = 0,01$), Verteilung der Froudezahl

5.5 Ergebnisse für die Lastfälle HQ1 bis HQ 1000

5.5.1 Simulationen im Überblick

Zur Ermittlung der Wehrförderfähigkeit wurden insgesamt acht Lastfälle berechnet. Tabelle 5.3 zeigt die Randbedingungen für die verschiedenen Simulationen. Die zeitliche Diskretisierung erfolgte für alle Simulationen mit einem Zeitschritt von 0,1s.

Die Ergebnisse der Wasserspiegelhöhen wurden dabei auf Querprofile und Längsschnitte abgebildet. Die Werte wurden dabei über die Querprofile gemittelt. Es kann angenommen werden, dass die Wasserspiegelhöhen in Bereichen mit geringer Wassertiefe, wie zum Beispiel im Uferbereich, aufgrund von Wellenbildung sehr ungleichmäßig ist. Daher wurde für die Mittelbildung nur jener Abschnitt der Querprofile herangezogen auf dem die Wassertiefe ihren Mittelwert über die gesamte Breite übersteigt. Diese Werte werden auch für den Vergleich mit den Ergebnissen des Modellversuchs und der 1-D Berechnung verwendet.

Für die Darstellung der Wasserspiegellinien im Längsschnitt wurde eine eigene Stationierung ab dem Querprofil PN 149 eingeführt. Die Ergebnisse des Modellversuchs sind nach der Flusskilometrierung stationiert. Da diese Stationierung keine geometrische Grundlage hat, wurde die Lage der Querprofile bezüglich der neuen Stationierung ermittelt und die Ergebnisse entsprechend dargestellt.

Die Grundkonfiguration der numerischen und hydraulischen Parameter war bei allen Simulationen bis auf die Variante dieselbe. Das STEERING FILE für Telemac-3D findet sich dazu im Anhang.

Für Hochwasserentlastungsanlagen mit beweglichen Verschlüssen, wie beim Murkraftwerk Graz, muss überprüft werden ob HQ100 auch unter der (n-1)-Bedingung abgeführt werden kann. Die (n-1)-Bedingung berücksichtigt die Möglichkeit, dass ein Wehrfeld nicht geöffnet werden kann. Gründe dafür können beispielsweise Revision, Verklausung oder sonstige technische Defekte sein. Daher wurden für HQ100 drei weitere Simulationen durchgeführt. Dazu musste das Berechnungsnetz so geändert werden, dass der Durchfluss bei jeweils einem Wehrfeld nicht mehr möglich ist. Abbildung 5.19 zeigt beispielhaft wie die Elemente des Wehrhöckers des geschlossenen Wehrfeldes aus dem Netz entfernt wurden.

Lastfall	Randbedingungen aus Modellversuch für den stationären Endzustand	
	Q [m ³ /s]	H(PN136) [müA]
HQ1	435	332,87
HQ5	705	333,97
HQ30	985	335,03
HQ100	1310	335,99
HQ1000	1900	337,47
HQ100 (n-1) (1) WF 1 geschlossen	1310	335,99
HQ100 (n-1) (2) WF 2 geschlossen	1310	335,99
HQ100 (n-1) (2) WF 3 geschlossen	1310	335,99

Tabelle 5.3: Simulationen im Überblick

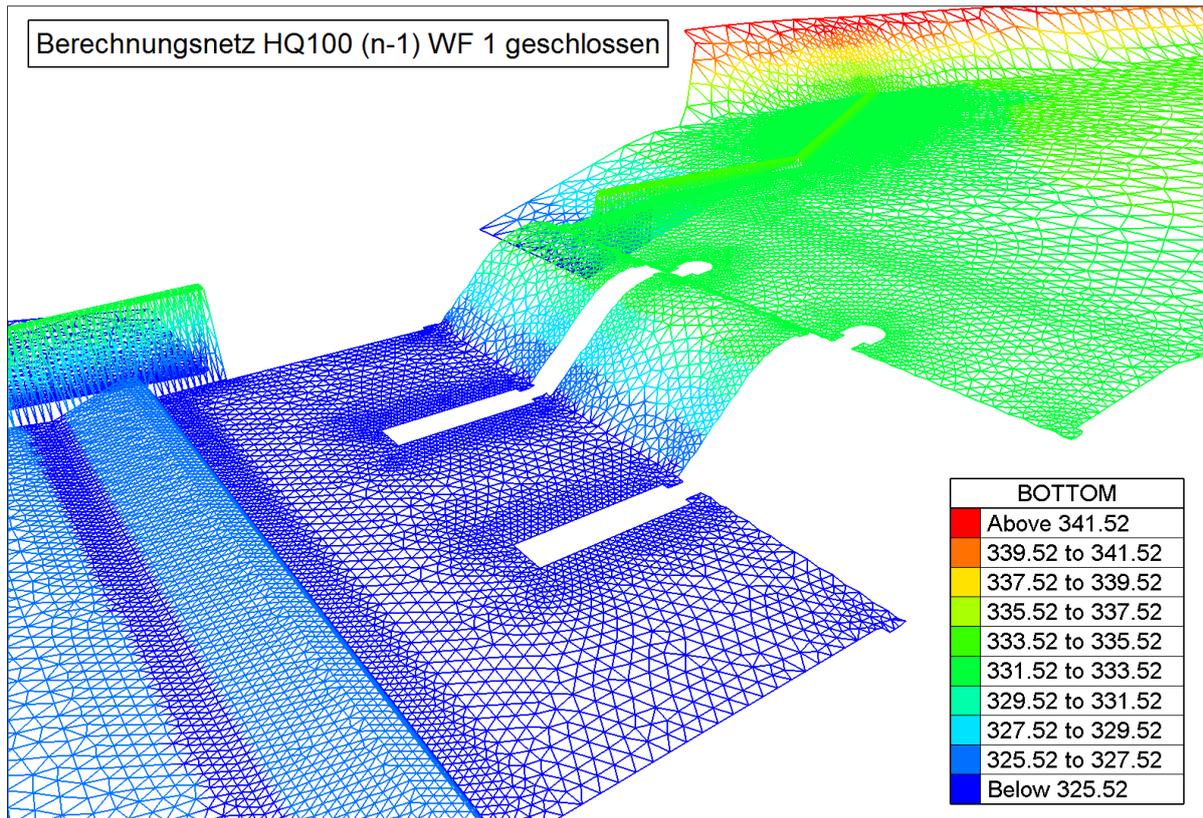


Abbildung 5.19: Berechnungsnetz für HQ100 (n-1) (1)

5.5.2 Lastfall HQ1

In der Detailansicht der Wasserspiegellinien im Längsschnitt in Abbildung 5.20 ist erkennbar, dass der Wasserspiegel im weiteren Verlauf bis zum Wehrüberfall in der Mitte und rechts zunächst absinkt und dann wieder steigt, während er rechts nahezu konstant bleibt. Des Weiteren fällt auf, dass sich der Wasserspiegel vor dem mittleren Wehrfeld am höchsten einstellt. Weiteres ist erkennbar, dass der Wasserspiegel vom orographisch rechten Ufer zum orographisch linken Ufer hin abfällt.

In Abbildung 5.21 sieht man, dass dieses Gefälle stromaufwärts bis über das Querprofil PN144 hinaus besteht. Für die Wehrförderfähigkeit ergibt sich bei PN143 ein mittlerer Wert von 335,72 müA.

Die Wasserspiegellinie des Querprofils PN143 ist in Abbildung 5.22 dargestellt. Der Höhenunterschied zwischen linkem und rechtem Ufer beträgt etwa 30 cm und liegt darin begründet, dass die Hauptströmung in der linken Gerinnehälfte über die Wehranlage fließt.

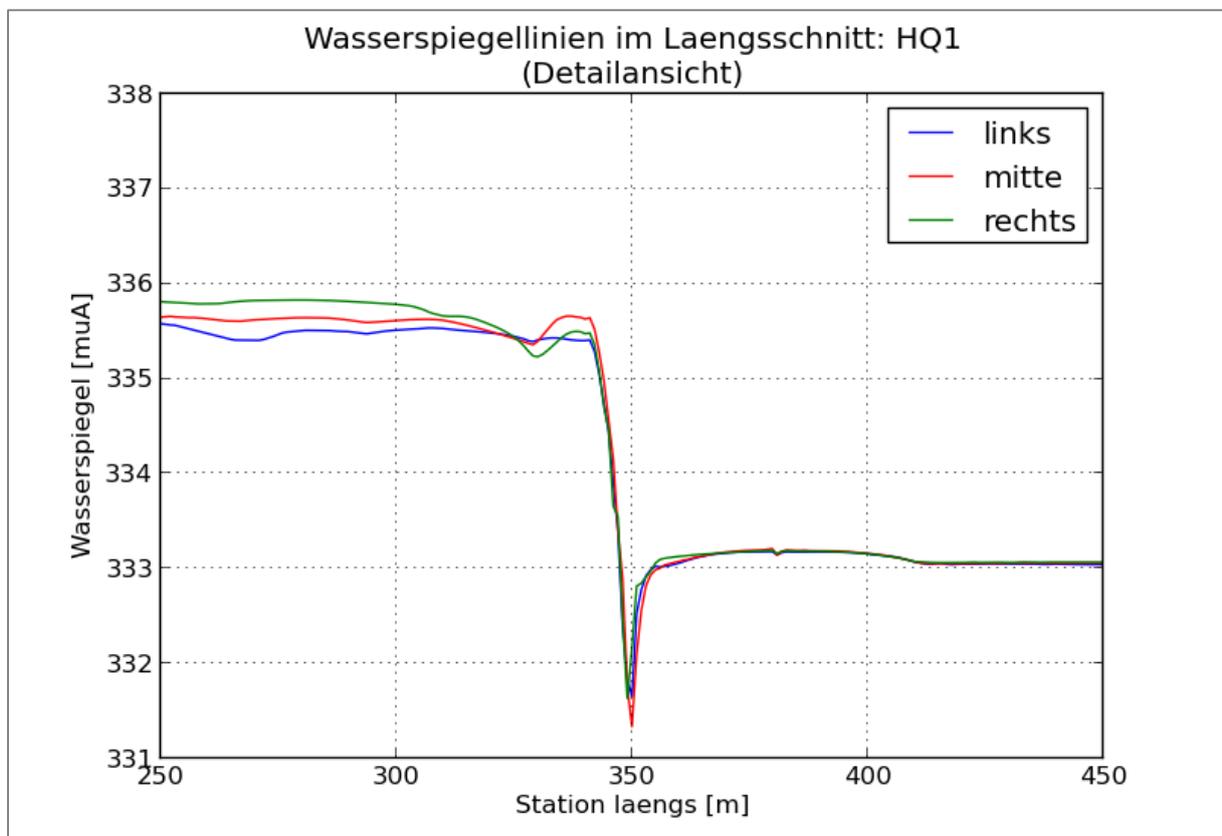


Abbildung 5.20: HQ1 Wasserspiegellinien im Längsschnitt, Detailansicht

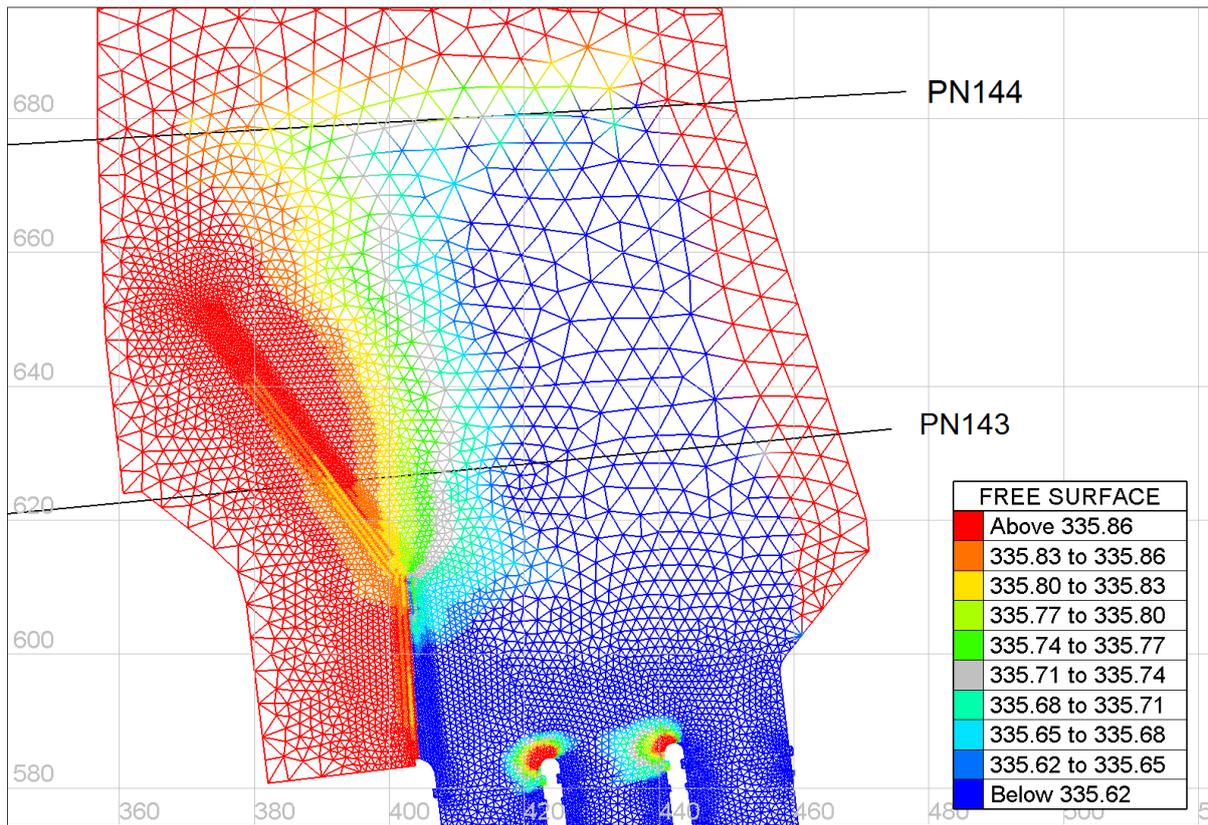


Abbildung 5.21: HQ1 Wasserspiegelhöhen im Oberwasser

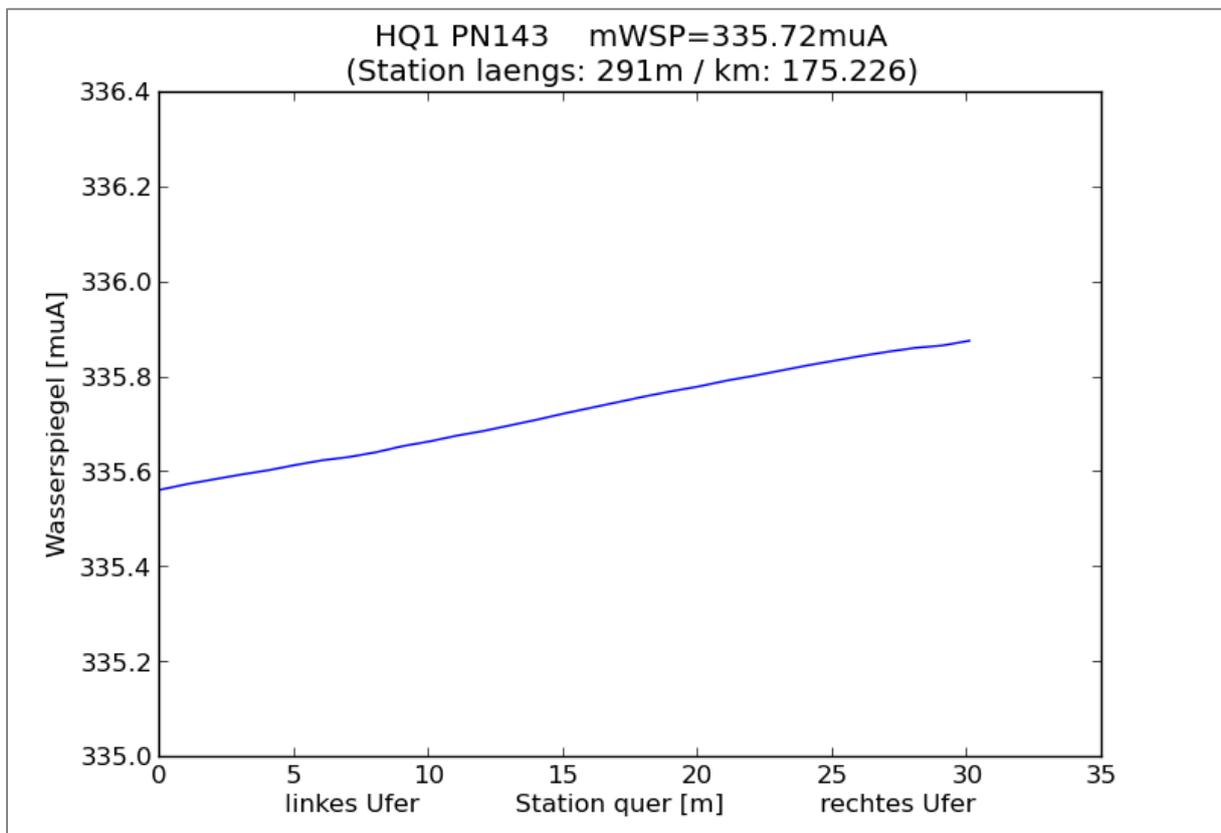


Abbildung 5.22: HQ1 Wasserspiegellinie PN143

5.5.3 Lastfall HQ5

Die Wasserspiegellinien im Längsschnitt in Abbildung 5.23 weisen denselben qualitativen Verlauf auf wie jene aus HQ1.

Der Höhenunterschied zwischen dem linken und rechten Ufer im Querprofil PN143 fällt ebenfalls gleich hoch aus wie bei HQ1. Auch in der Verteilung der Wasserspiegelhöhen in Abbildung 5.24 zeigt sich kein qualitativer Unterschied zu HQ1. Für die Wehrförderfähigkeit ergibt sich bei PN143 ein mittlerer Wert von 336,62 müA.

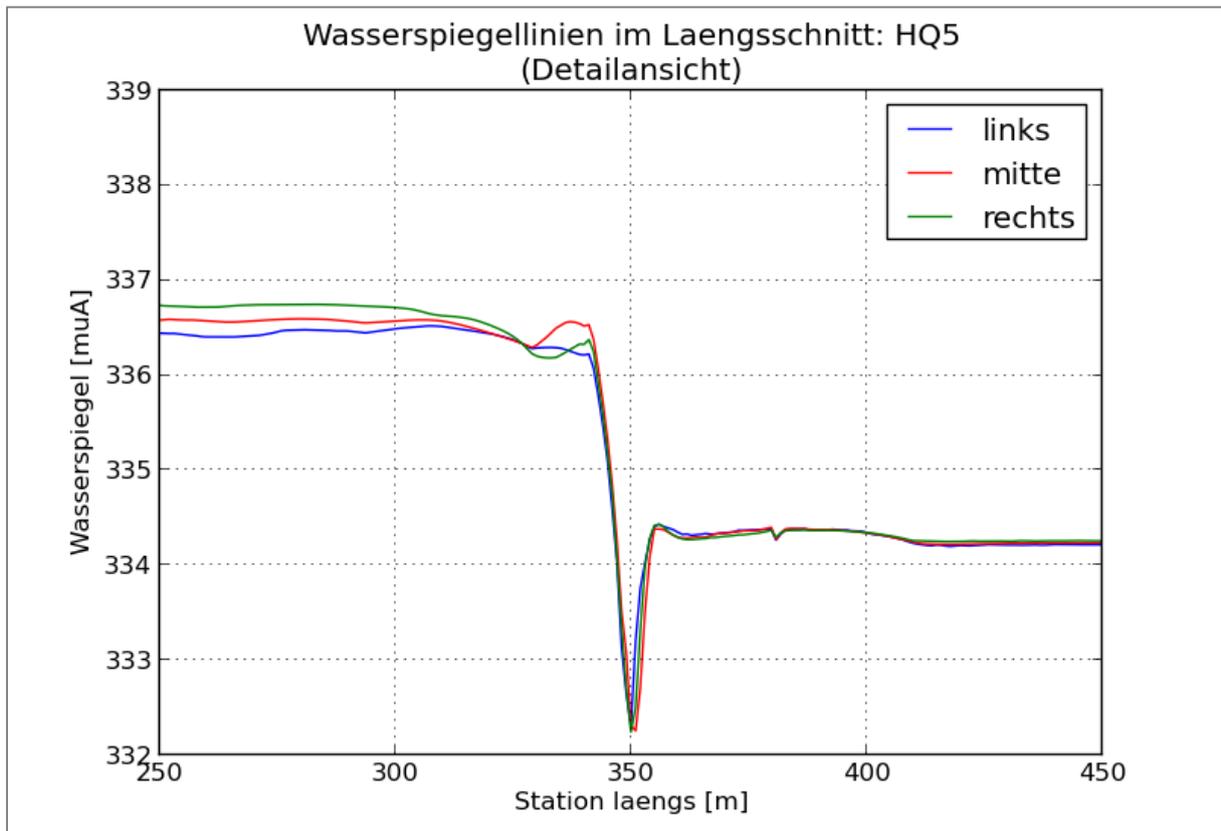


Abbildung 5.23: HQ5 Wasserspiegellinien im Längsschnitt, Detailansicht

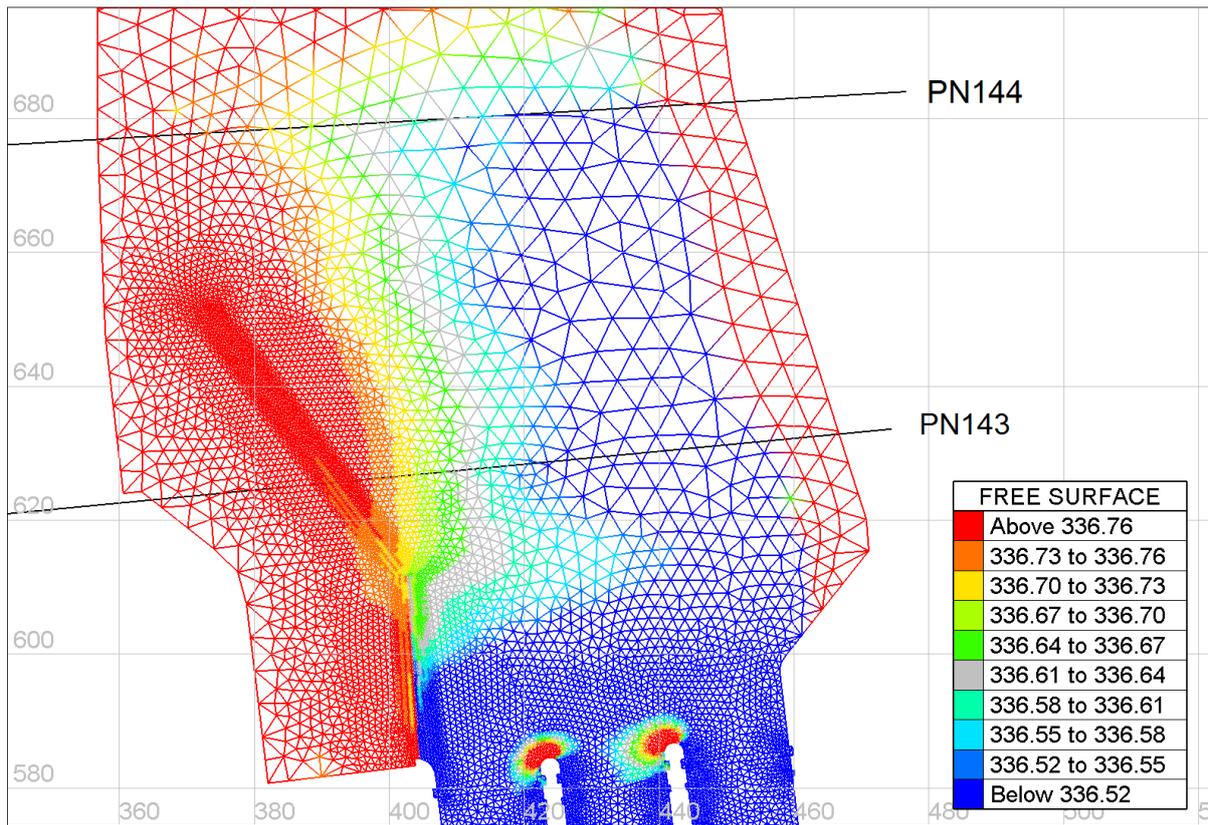


Abbildung 5.24: Wasserspiegelhöhen im Oberwasser

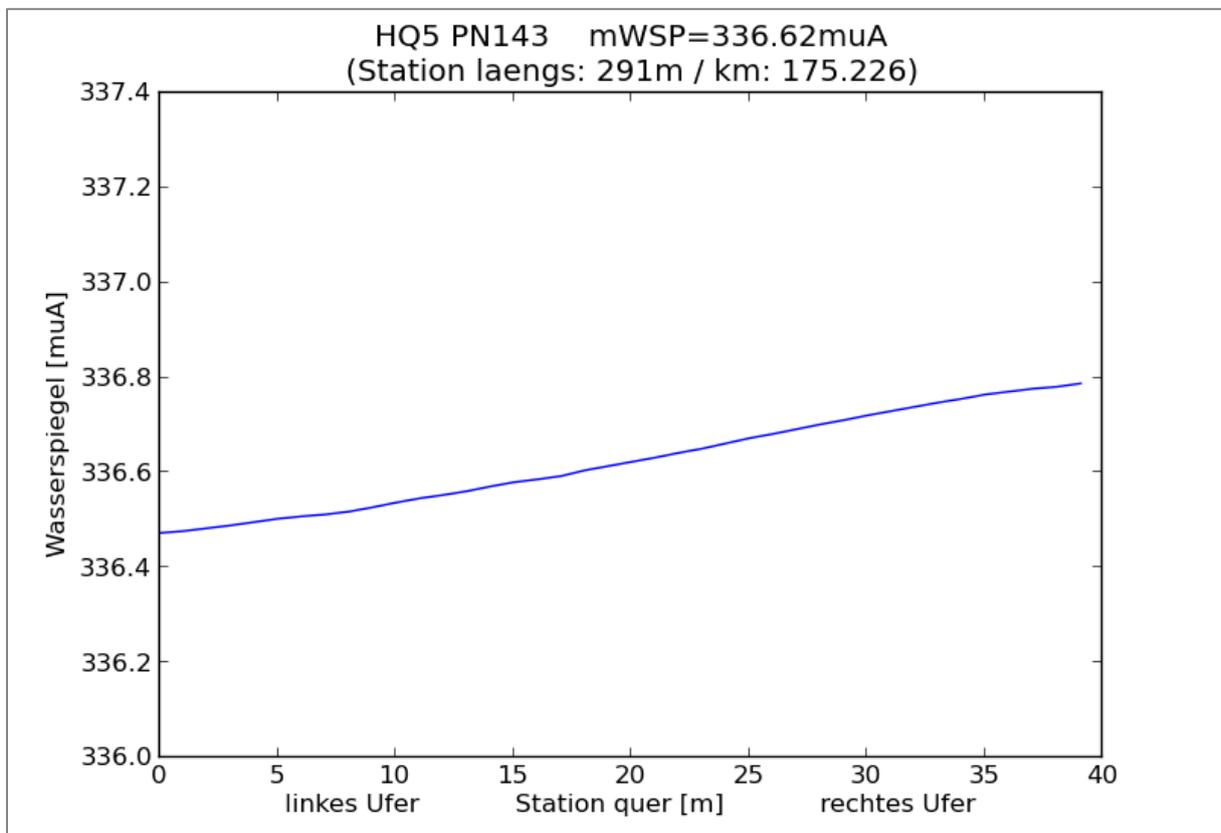


Abbildung 5.25: Wasserspiegellinie PN143

5.5.4 Lastfall HQ 30

In der Detailansicht der Wasserspiegellinien im Längsschnitt in Abbildung 5.26 zeigt sich, dass der Wasserspiegel bis zum Wehrüberfall etwas weiter absinkt, als bei HQ1 und HQ5. Vor dem mittleren Wehrfeld ist dabei die geringste Absenkung erkennbar. Im Unterwasserbereich direkt nach dem Wehrüberfall bei Station 350 m können im Gegensatz zu den Lastfällen HQ1 und HQ5 Unterschiede zwischen den Wasserspiegellinien festgestellt werden. Dabei stellt sich links der höchste Wasserspiegel ein.

Der Verlauf der Wasserspiegelhöhe im Querprofil PN143 (Abbildung 5.28) stellt sich wie bei den Ergebnissen der Simulation für HQ1 und HQ5 ein. Der Höhenunterschied zwischen dem linken und rechten Ufer beträgt ebenfalls etwa 30 cm. Für die Wehrförderfähigkeit ergibt sich bei PN143 ein mittlerer Wert von 337,59 müA.

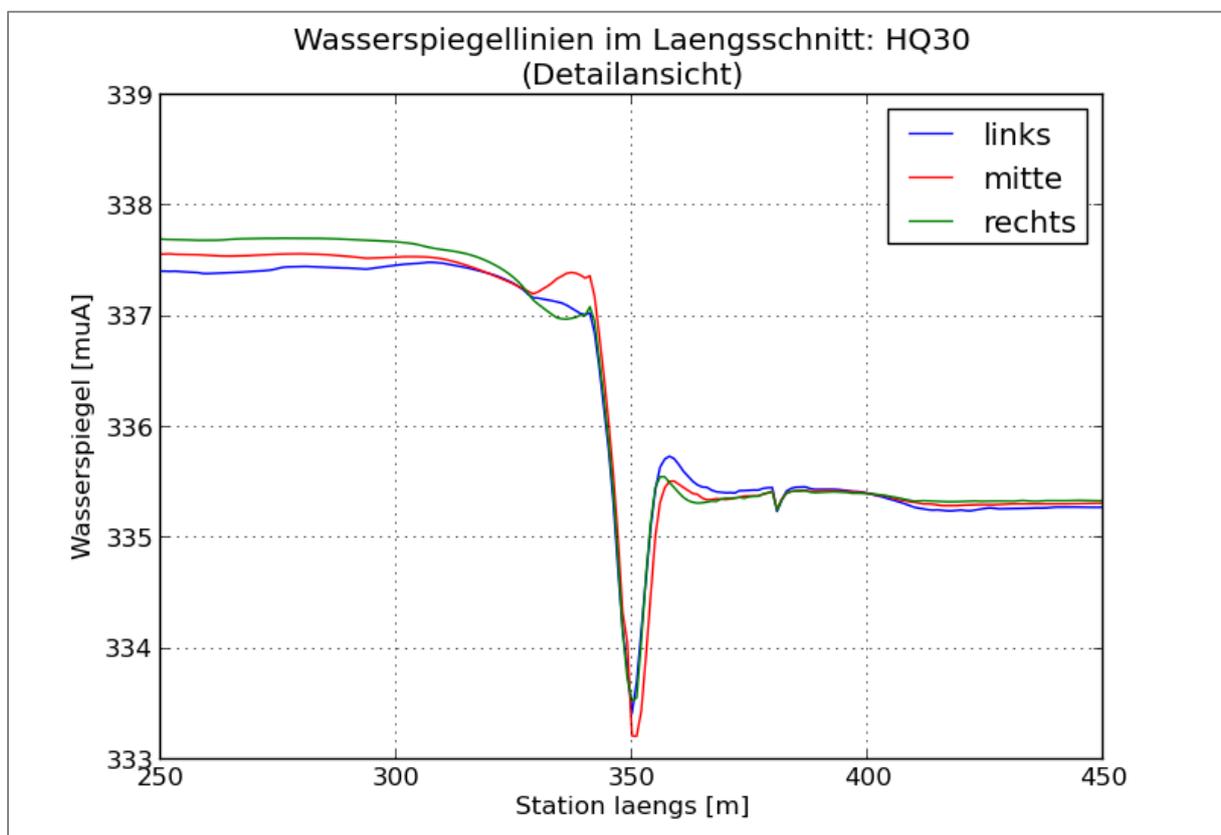


Abbildung 5.26: HQ30 Wasserspiegellinien im Längsschnitt, Detailansicht

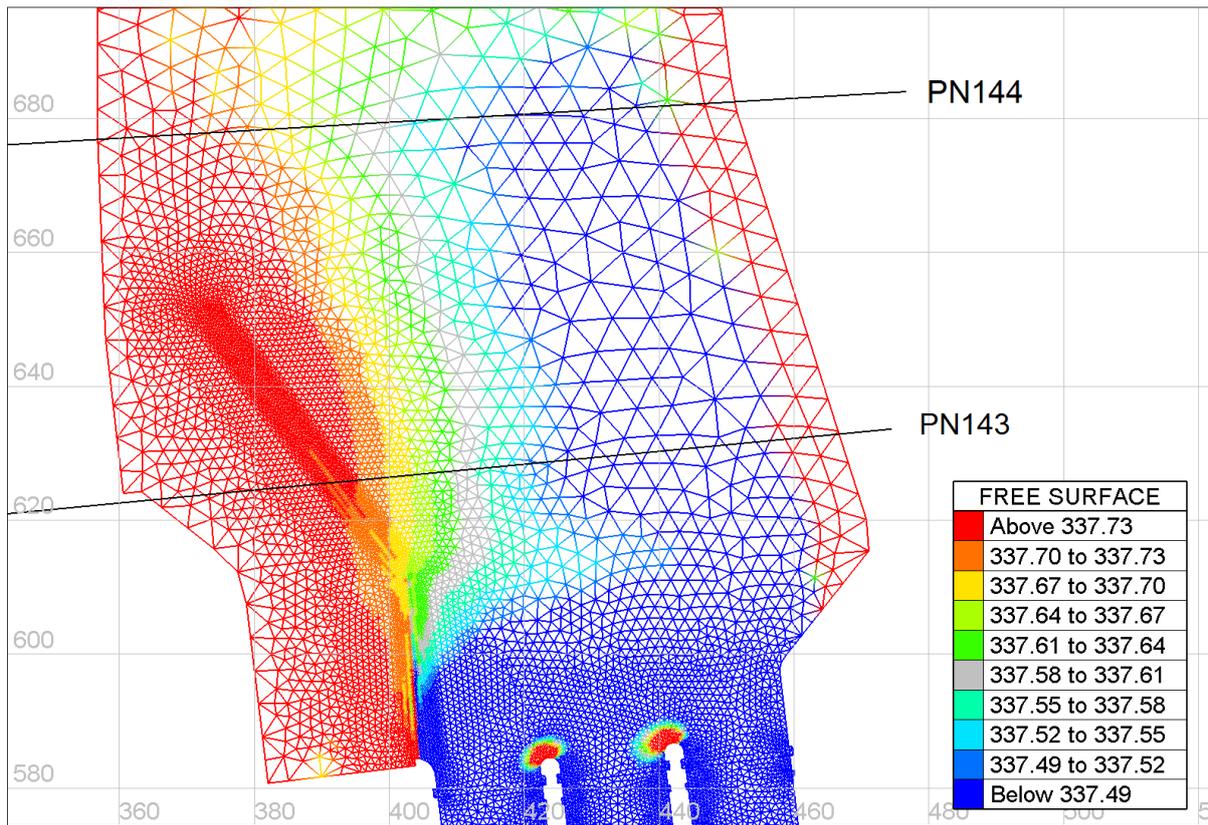


Abbildung 5.27: HQ30 Wasserspieghöhen im Oberwasser

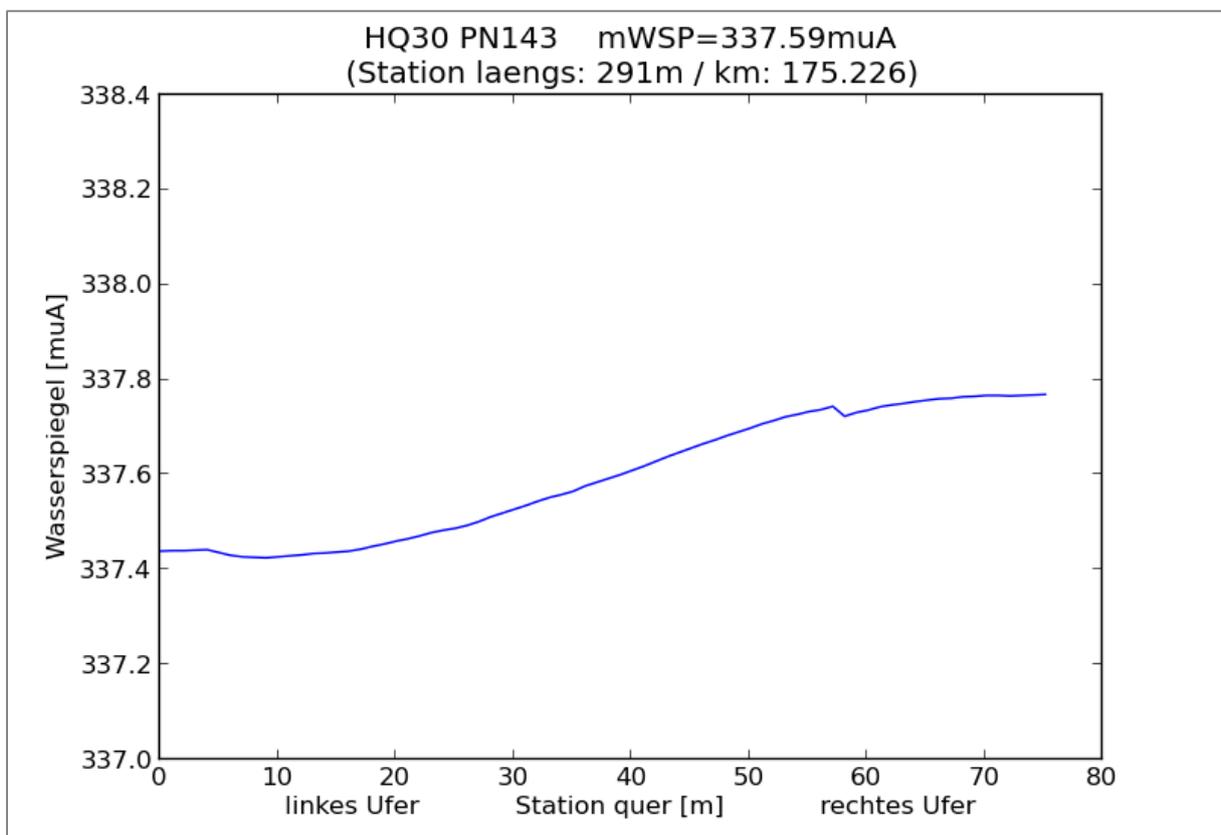


Abbildung 5.28: HQ30 Wasserspiegellinie PN143

5.5.5 Lastfall HQ 100

Die drei seitlich versetzten kontinuierlichen Längsschnitte, dargestellt in Abbildung 5.29, zeigen denselben Verlauf wie bei HQ30. Es ist erkennbar, dass der Wasserspiegel links und rechts um ca. 70 cm absinkt, während er in der Mitte vor dem mittleren Wehrfeld lediglich um ca. 35 cm absinkt.

Die Verteilung der Wasserspiegelhöhen im Oberwasserbereich ist in Abbildung 5.30 zu sehen und unterscheidet sich kaum von den bisher untersuchten Lastfällen. Die Wasserspiegelinie im Querprofil PN143 ist in Abbildung 5.31 dargestellt. Dabei zeigt sich wieder ein Gefälle des Wasserspiegels von linken zum rechten Ufer hin. Für die Wehrförderfähigkeit ergibt sich bei PN143 ein mittlerer Wert von 338,63 müA.

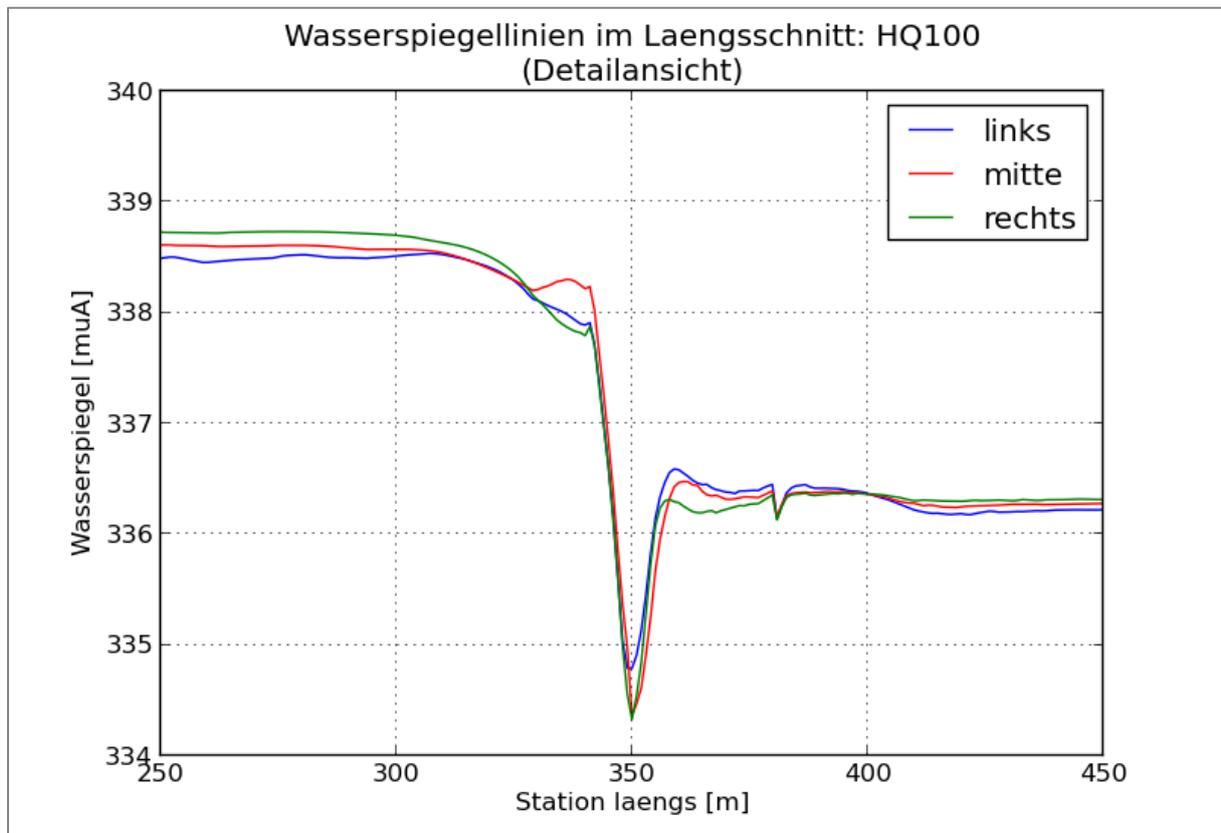


Abbildung 5.29: HQ100 Wasserspiegellinien im Längsschnitt, Detailansicht

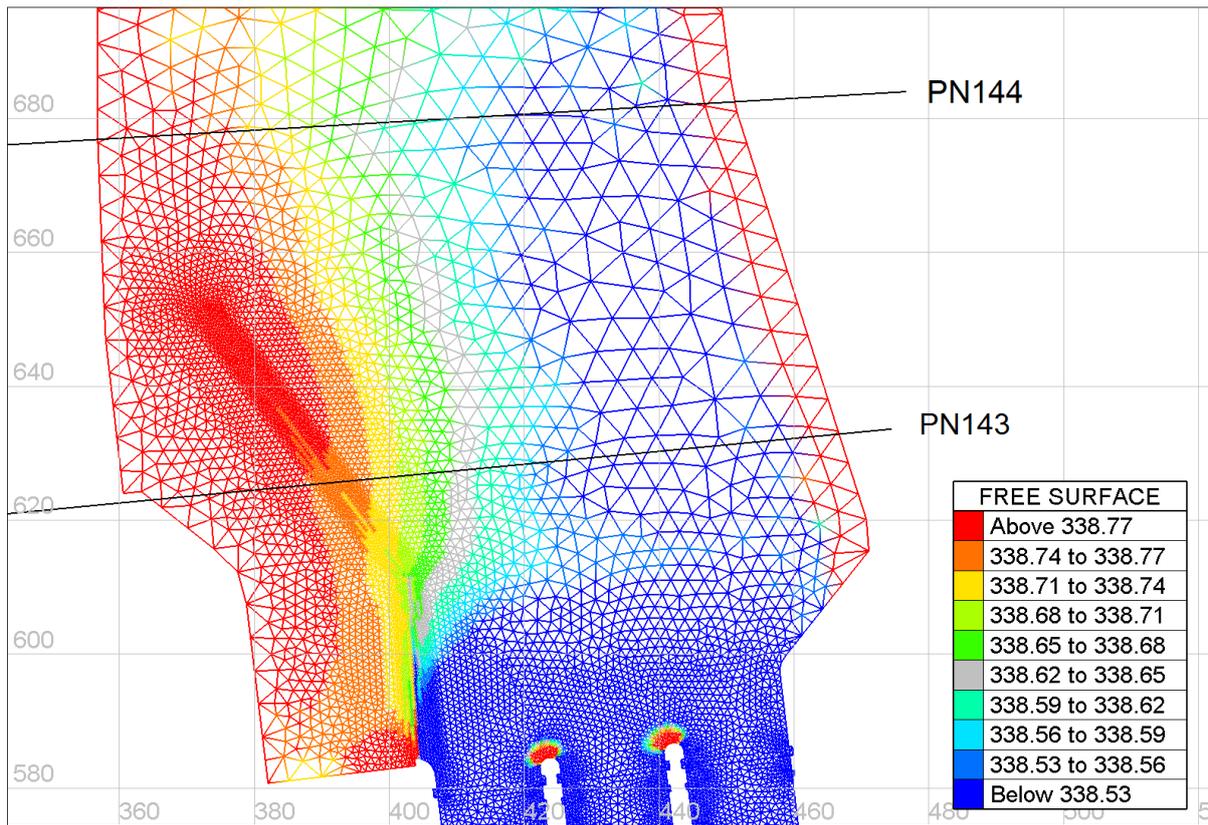


Abbildung 5.30: HQ100 Wasserspieghöhen im Oberwasser

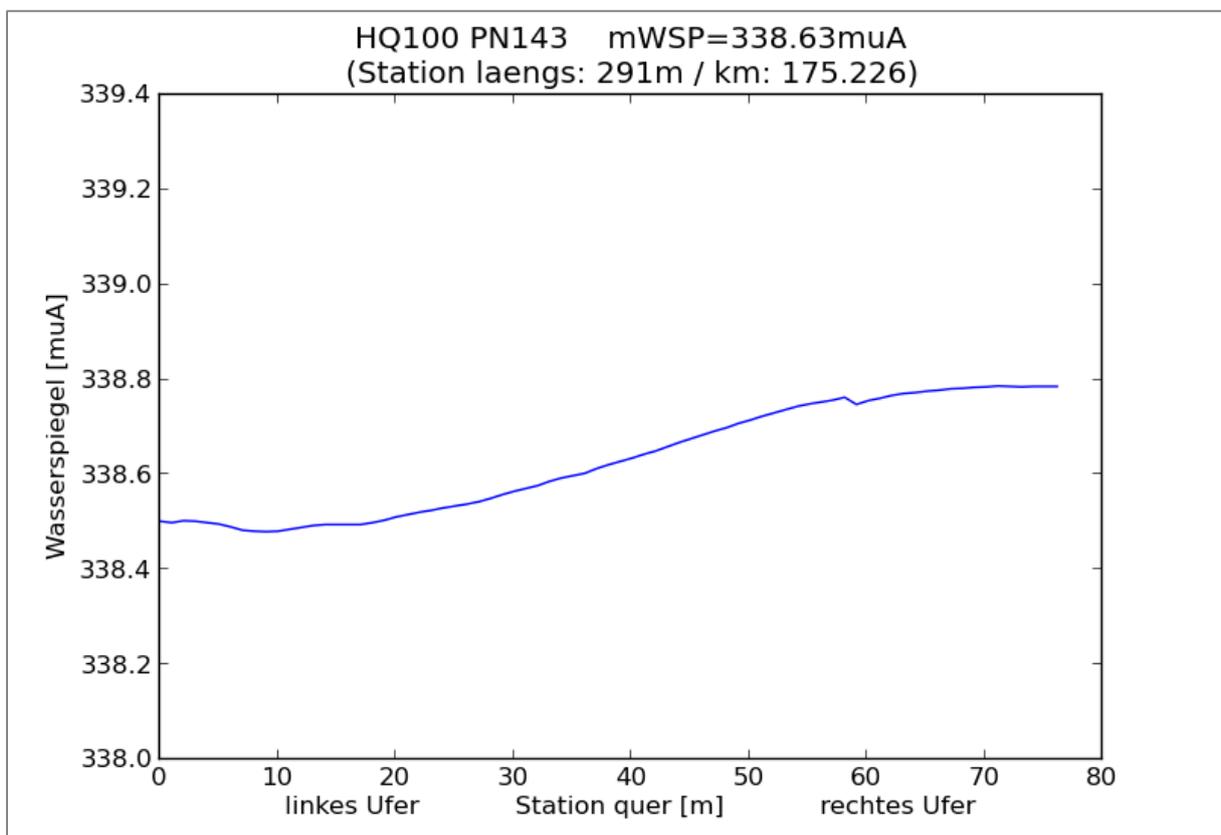


Abbildung 5.31: HQ100 Wasserspiegellinie PN143

5.5.6 Lastfall HQ1000

Die Wasserspiegellinien im Längsschnitt in Abbildung 5.32 zeigen ein Absinken des Wasserspiegels von über einem Meter bis zum Wehrüberfall. Wobei vor dem mittleren Wehrfeld wiederum ein höherer Wasserspiegel erkennbar ist

In Abbildung 5.33 und Abbildung 5.34 zeigt sich, wie bei den bisher beschriebenen Lastfällen, ein fallender Wasserspiegel vom orographisch rechten zum orographisch linken Ufer. Der Höhenunterschied beträgt wiederum etwa 30 cm. Für die Wehrförderfähigkeit ergibt sich bei PN143 ein mittlerer Wert von 340,41 müA.

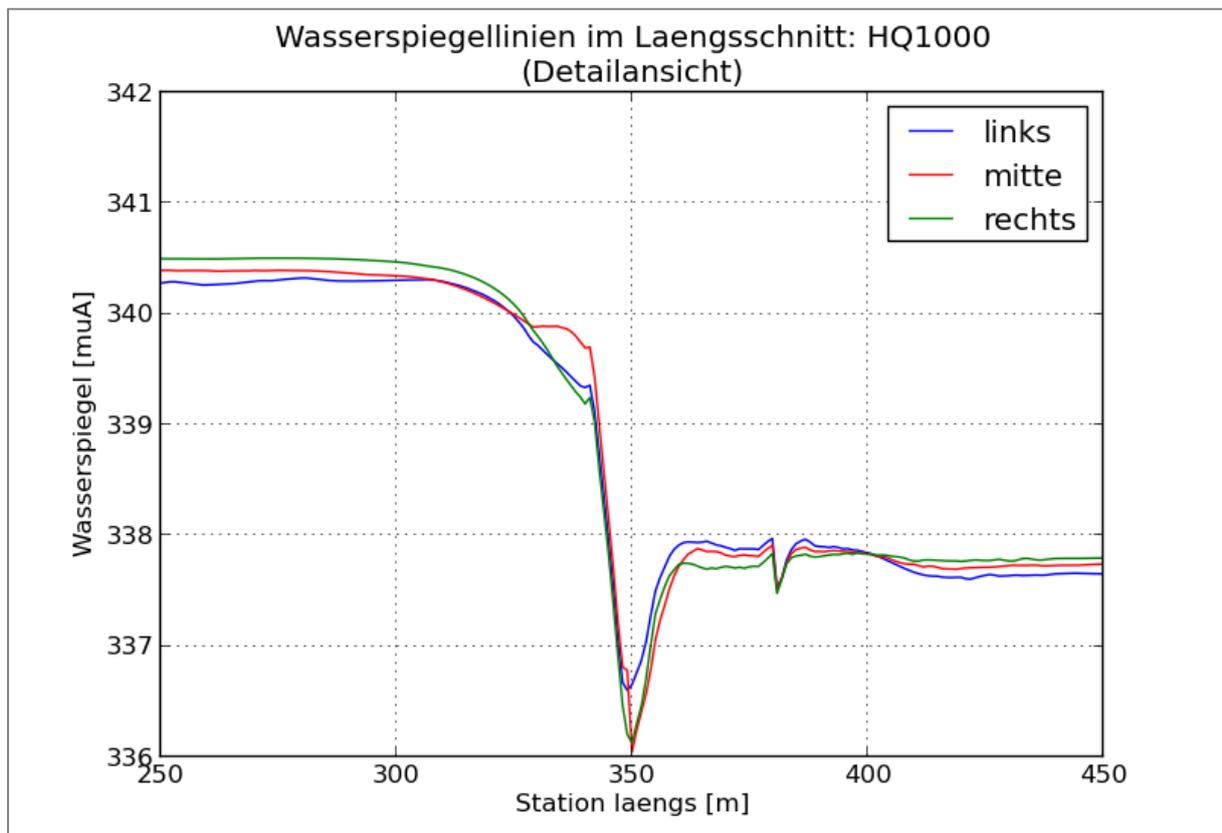


Abbildung 5.32: HQ1000 Wasserspiegellinien im Längsschnitt, Detailansicht

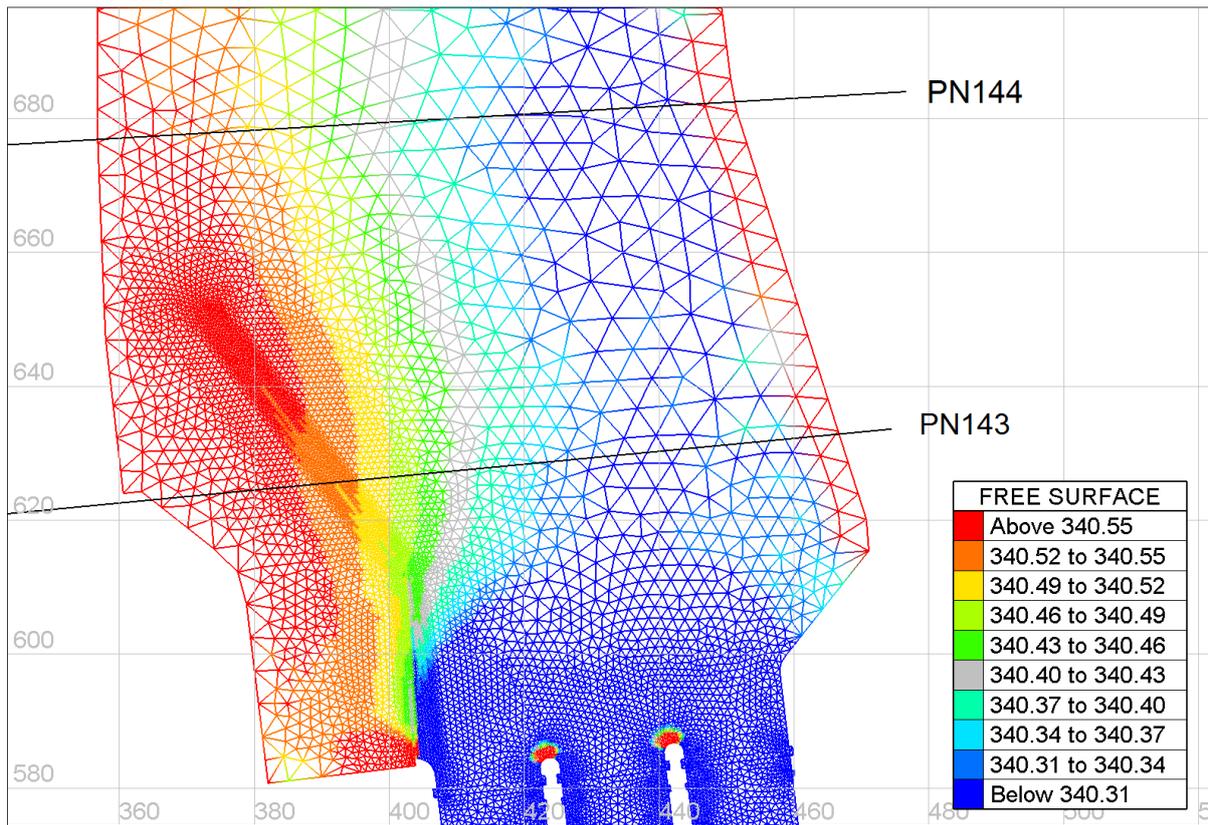


Abbildung 5.33: Wasserspiegelhöhen im Oberwasser

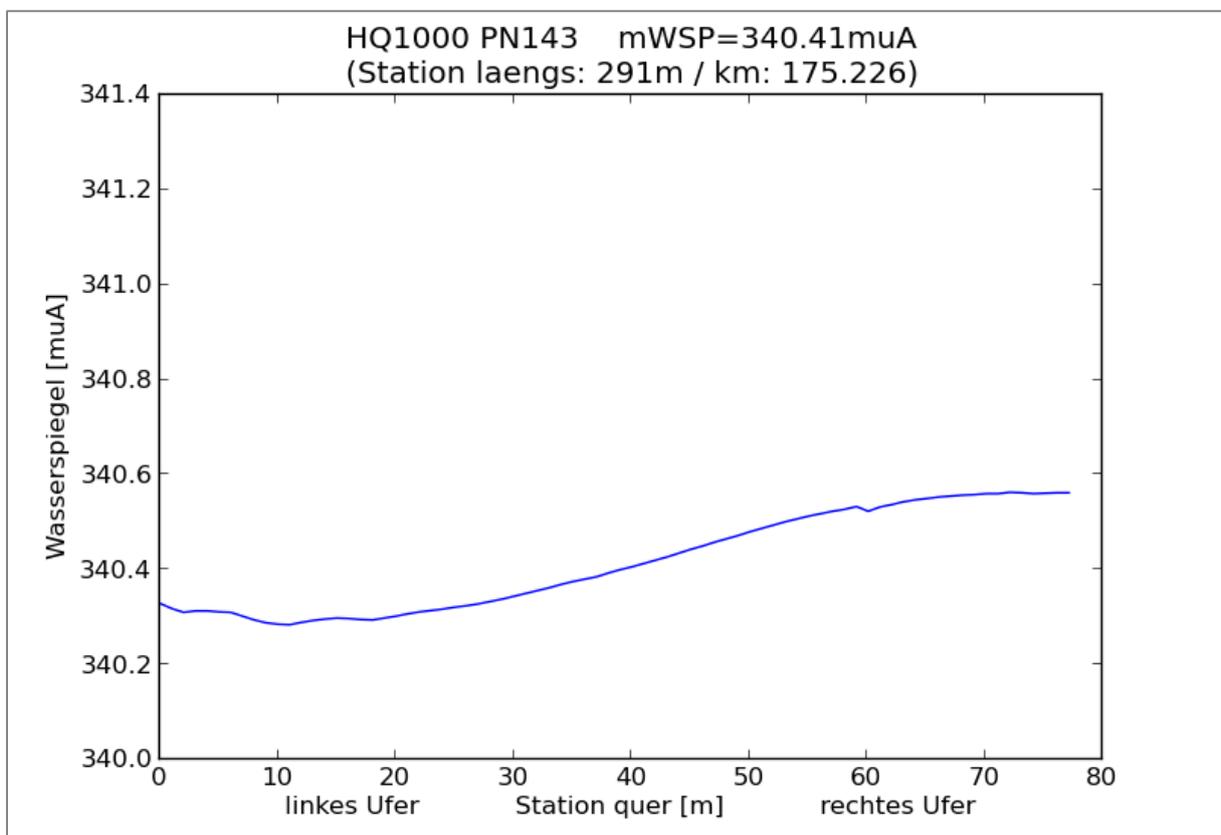


Abbildung 5.34: Wasserspiegellinie PN143

5.5.7 Lastfall HQ100 (n-1)

Die Simulation für den Lastfalls HQ100(n-1) wurde wie jene für HQ100 durchgeführt. Der einzige Unterschied bestand in der geänderten Geometrie, wie bereits in Kapitel 5.5.1 beschrieben.

Durch die Querschnittseinengung bei der Wehranlage fällt der Wasserspiegel im gesamten Oberwasser um etwa 2 m höher aus als für den Lastfall HQ100 (Abbildung 5.35). Für die Wasserspiegelhöhe im Querprofil PN143 ist es dabei unwesentlich, welches Wehrfeld geschlossen bleibt. Die Unterschiede der mittleren Wasserspiegel sind minimal (Abbildung 5.39). Mit Mittelwerten von 340,97 m, 341,09 m und 341,07 m liegt der Wasserspiegel um über 60 cm über demjenigen des Lastfalls HQ1000. Im Weiteren fällt auf, dass sich der Wasserspiegel gleichmäßiger verteilt als bei den vorangegangenen Lastfällen (Abbildung 5.36 bis Abbildung 5.38) Dies hängt einerseits mit dem höheren Energieniveau und andererseits mit der geänderten Lage der Hauptströmung zusammen. Bleibt das mittlere Wehrfeld (WF2) geschlossen, ist vor dem Verschlussorgan ein höherer Wasserspiegel zu erwarten, als bei den anderen Wehrfeldern.

Ein Gefälle des Wasserspiegels von linken zum rechten Ufer wie bei den übrigen Lastfällen konnte nicht festgestellt werden. Es fiel lediglich auf, dass der Wasserspiegel vor dem blockierten Verschlussorgan im Fall HQ100 (n-1) (2) am höchsten ausfällt.

Da bei den Lastfällen HQ100(n-1) jeweils ein Wehrfeld geschlossen bleibt, erschien es nicht sinnvoll die drei Längsschnitte der Wasserspiegellinien zu mitteln. Es wurden stattdessen die Werte an den Querprofilen für den Vergleich herangezogen.

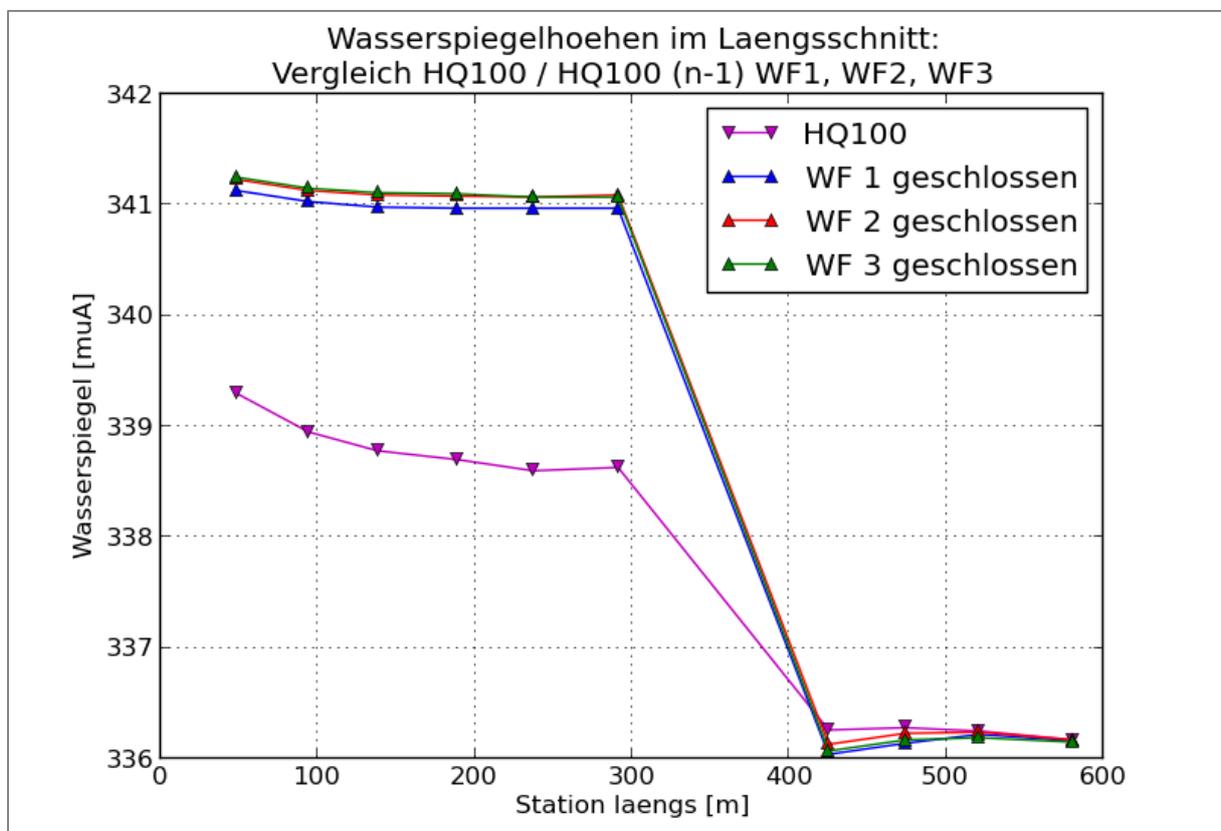


Abbildung 5.35: HQ100(n-1) Werte der Querprofile im Längsschnitt, Vergleich mit HQ100

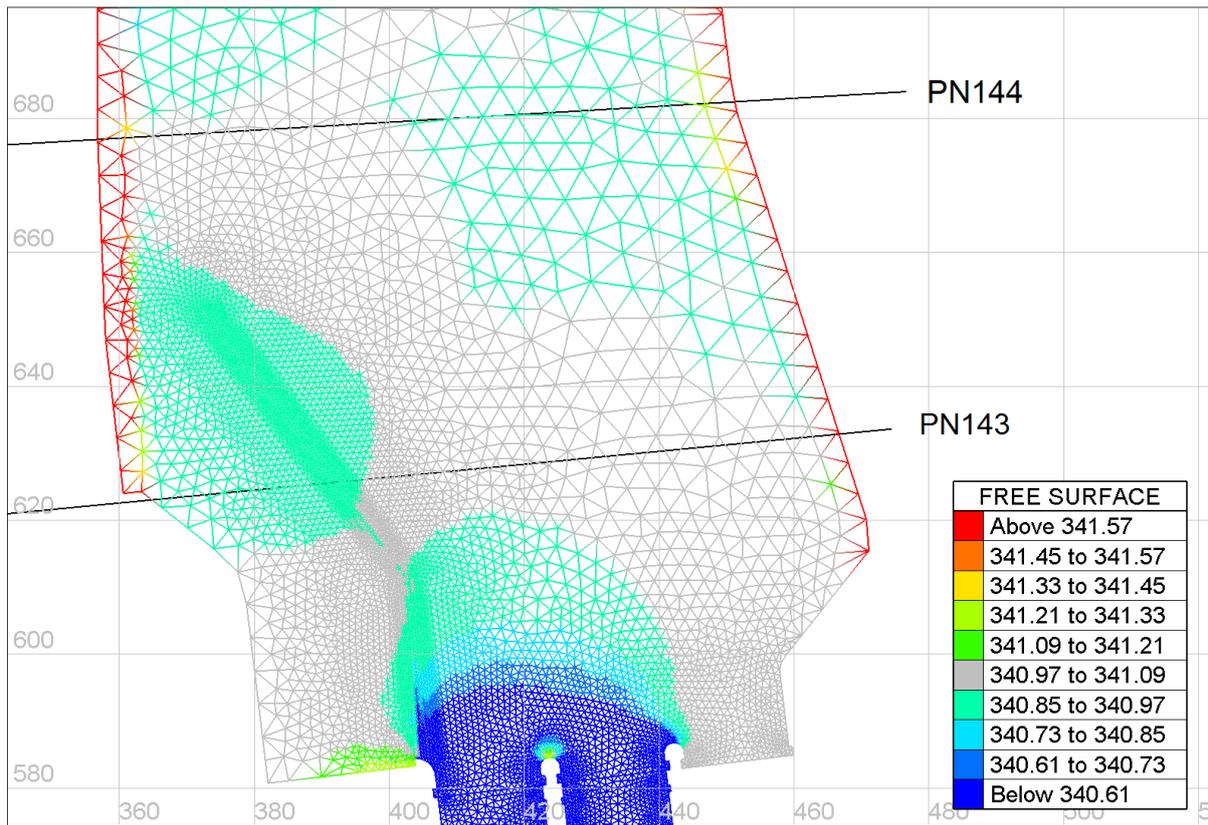


Abbildung 5.36: Wasserspiegelhöhen HQ100(n-1) (1) WF1 geschlossen

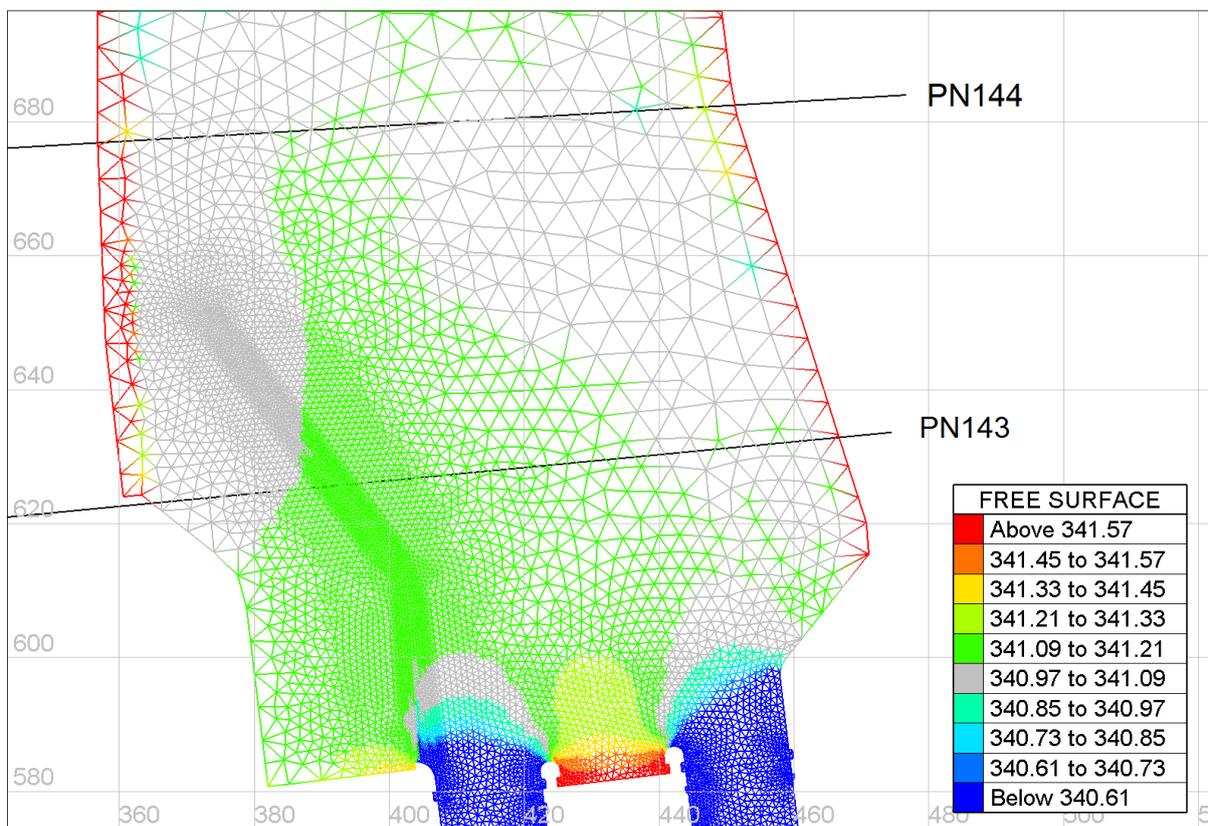


Abbildung 5.37: Wasserspiegelhöhen HQ100(n-1) (2) WF2 geschlossen

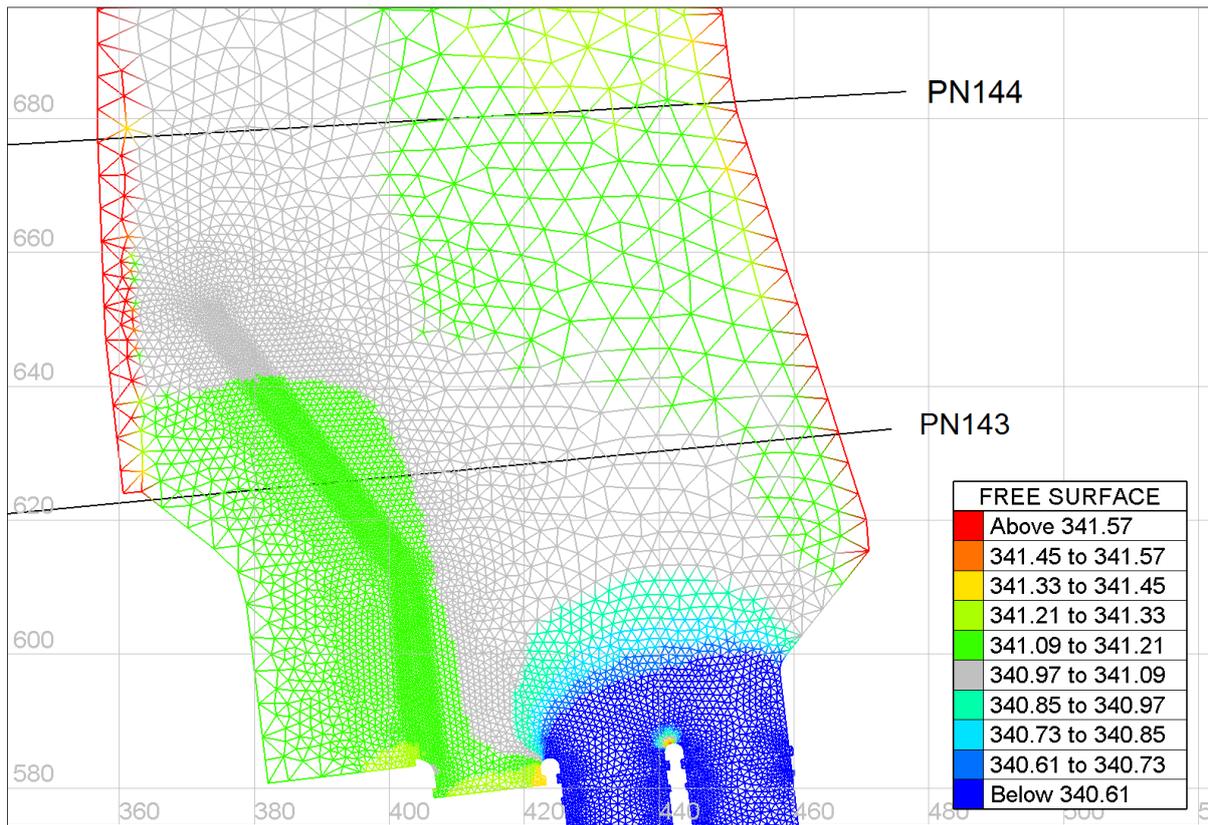


Abbildung 5.38: Wasserspieghöhen HQ100(n-1) (3) WF3 geschlossen

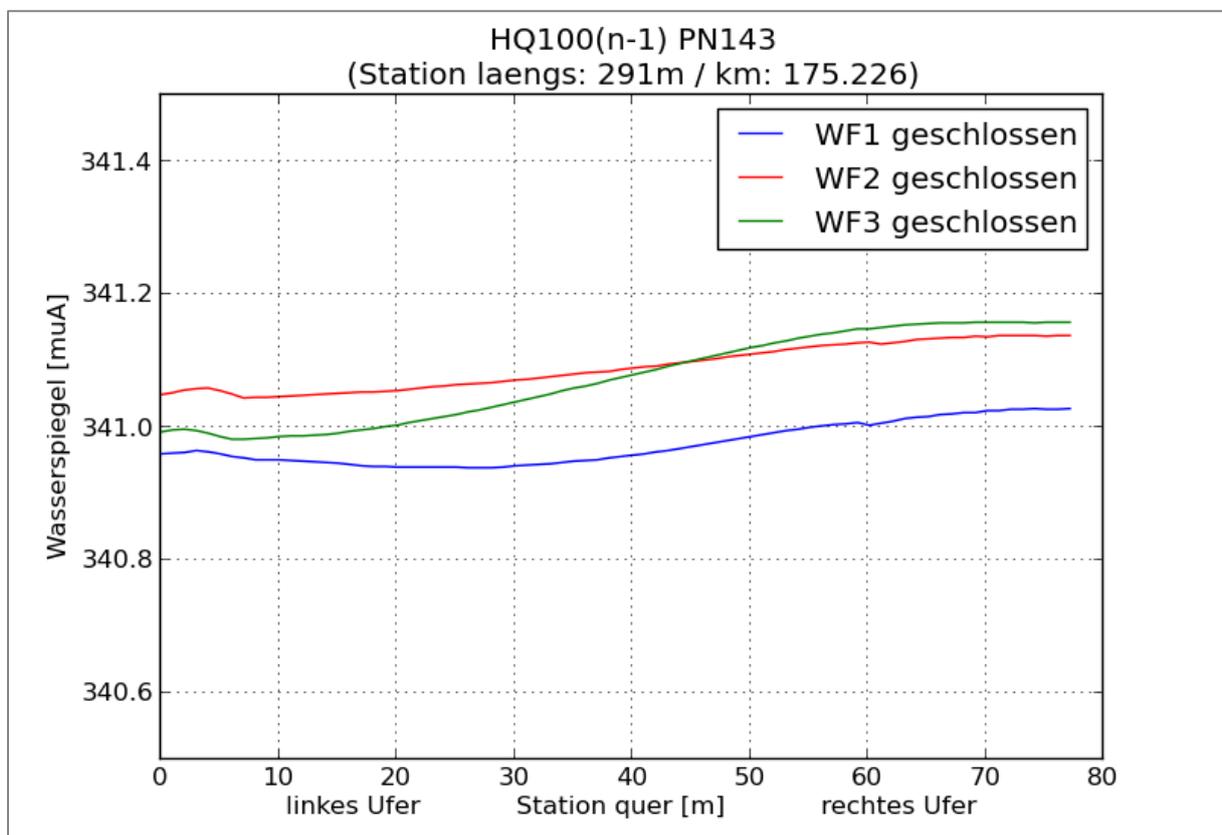


Abbildung 5.39: Wasserspiegellinien PN143 HQ100(n-1)

6 Vergleich der numerischen Ergebnisse mit dem Modellversuch

6.1 Wehrförderfähigkeit im Querprofil PN143

Die Auswertung der Wehrförderfähigkeit erfolgte im Modellversuch bei PN143 für die Lastfälle HQ1, HQ5, HQ30, HQ100 und HQ1000.

Die Ergebnisse sind in Tabelle 6.1 zu sehen. Die Abweichung der numerischen Berechnungen wurde wie in Kapitel 5.4.1 nach der Formel (5.16) berechnet. Es zeigt sich eine sehr gute Übereinstimmung der Ergebnisse der 3D-Berechnung mit den Ergebnissen des Modellversuchs. Die maximale Abweichung beträgt lediglich -2,0 % der Wassertiefe. Die 1D-Berechnung erscheint hingegen sehr konservativ.

ERGEBNISSE – Wehrförderfähigkeit						
PN143	Wassertiefe (Modellversuch) [m]	Wasserspiegelhöhen [müA]			rel.Abw. [%]	
km 157,226		Modellversuch	Telemac-3D	1D-Berechnung	Telemac-3D	1D-Berechnung
HQ1	2,59	335,71	335,72	336,80	0,4	42,1
HQ5	3,57	336,69	336,62	337,51	-2,0	23,0
HQ30	4,51	337,63	337,59	338,27	-0,9	14,2
HQ100	5,54	338,66	338,63	339,18	-0,5	9,4
HQ1000	7,32	340,44	340,41	340,88	-0,4	6,0

Tabelle 6.1: Wasserspiegelhöhen im Vergleich: Querprofil PN143

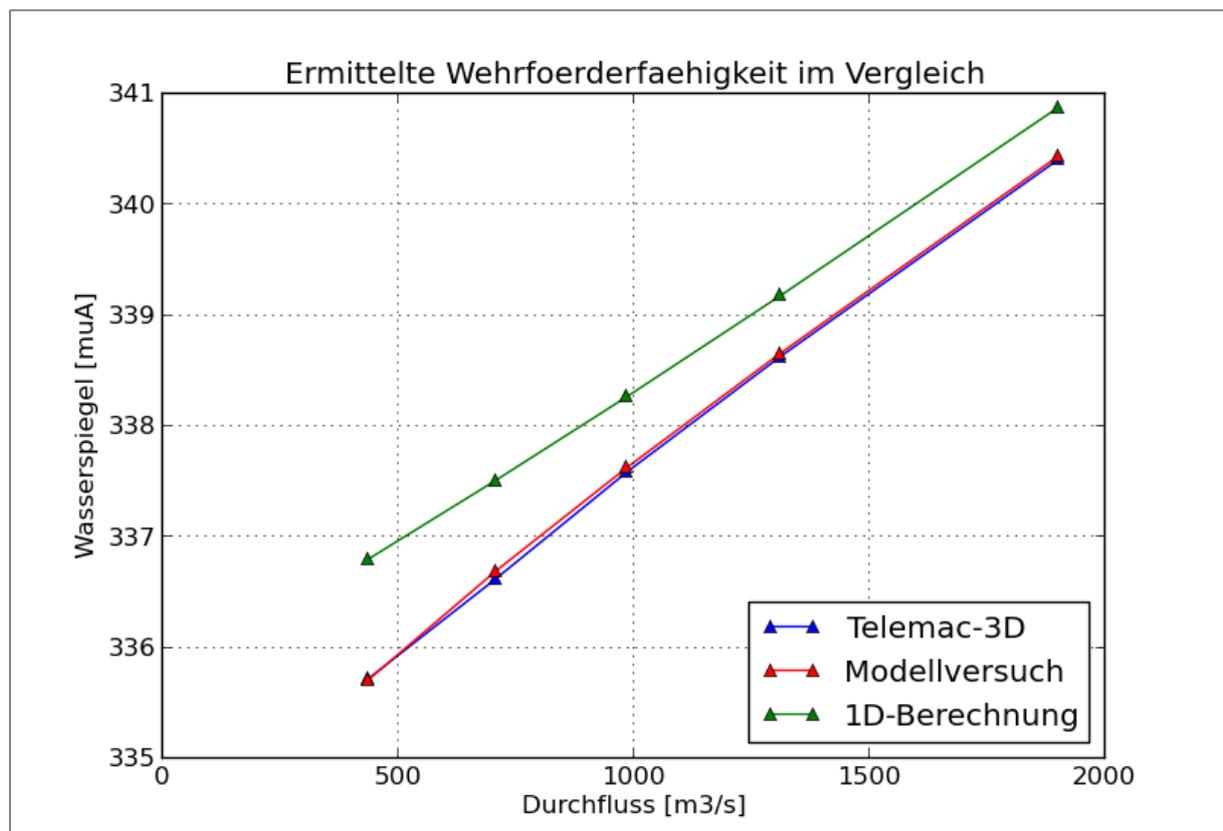


Abbildung 6.1: Wehrförderfähigkeit im Vergleich im Querprofil PN143

6.2 Wasserspiegellängsschnitte

Auf den folgenden Seiten werden die Ergebnisse der Querprofile mit den Ergebnissen des Modellversuchs und der 1D-Berechnung verglichen. Diese sind im Längsschnitt dargestellt. Die relative Abweichung der Ergebnisse in den Tabellen wurden dabei wie in Kapitel 6.1 berechnet.

ERGEBNISSE – HQ1 (435 m ³ /s)							
Querprofil		Wassertiefe (Modellversuch) [m]	Wasserspiegelhöhen [müA]			Abweichung [% (WT)]	
PN	Station [m]		Modellversuch	Telemac-3D	1D-Berechnung	Telemac-3D	1D-Berechnung
148	48	2,34	336,67	336,71	337,09	1,7	17,9
147	94	2,40	336,58	336,45	337,00	-5,4	17,5
146	138	2,48	336,39	336,26	336,89	-5,2	20,2
145	189	2,51	336,11	336,07	336,83	-1,6	28,7
144	237	2,06	335,59	335,77	336,78	8,7	57,8
143	291	2,59	335,71	335,72	336,80	0,4	42,1
140	425	4,09	333,04	333,06	333,19	0,5	3,7
139	474	4,11	333,03	333,06	333,16	0,7	3,2
138	521	4,10	332,97	333,02	333,11	1,2	3,4
137	581	4,12	332,90	332,96	333,07	1,5	4,1

Tabelle 6.2: Ergebnistabelle HQ1

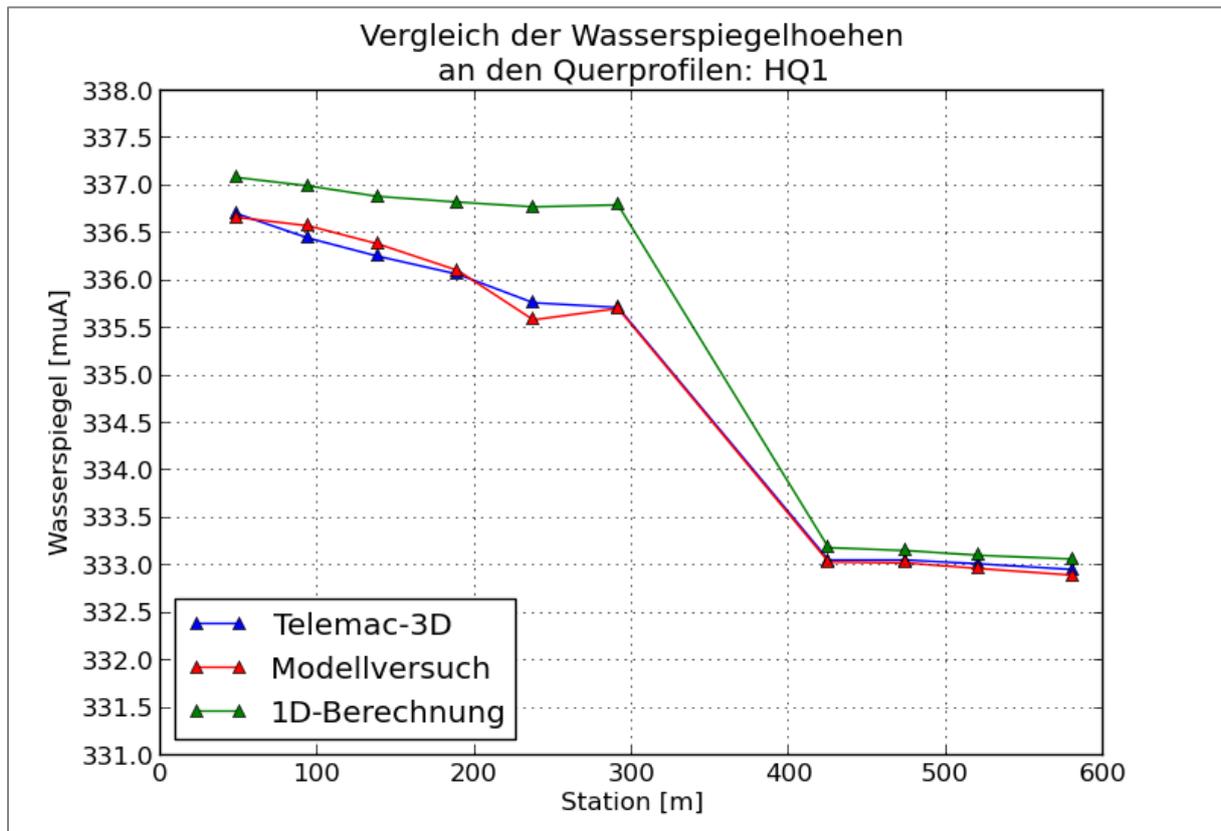


Abbildung 6.2: Vergleich der Wasserspiegelhöhen an den Querprofilen: HQ1

ERGEBNISSE – HQ5 (705 m ³ /s)							
Querprofil		Wassertiefe (Modellver- such) [m]	Wasserspiegelhöhen [müA]			Abweichung [%]	
PN	Station [m]		Modell- versuch	Telemac- 3D	1D-Be- rechnung	Telemac- 3D	1D-Be- rechnung
148	48	3,12	337,45	337,59	337,86	4,5	13,1
147	94	3,17	337,35	337,23	337,74	-3,8	12,3
146	138	3,21	337,12	337,00	337,59	-3,7	14,6
145	189	3,19	336,79	336,85	337,50	1,9	22,3
144	237	3,00	336,53	336,64	337,46	3,7	31,0
143	291	3,57	336,69	336,62	337,51	-2,0	23,0
140	425	5,22	334,17	334,24	334,44	1,3	5,2
139	474	5,28	334,20	334,23	334,41	0,6	4,0
138	521	5,28	334,15	334,17	334,34	0,4	3,6
137	581	5,25	334,03	334,09	334,28	1,1	4,8

Tabelle 6.3: Ergebnistabelle HQ5

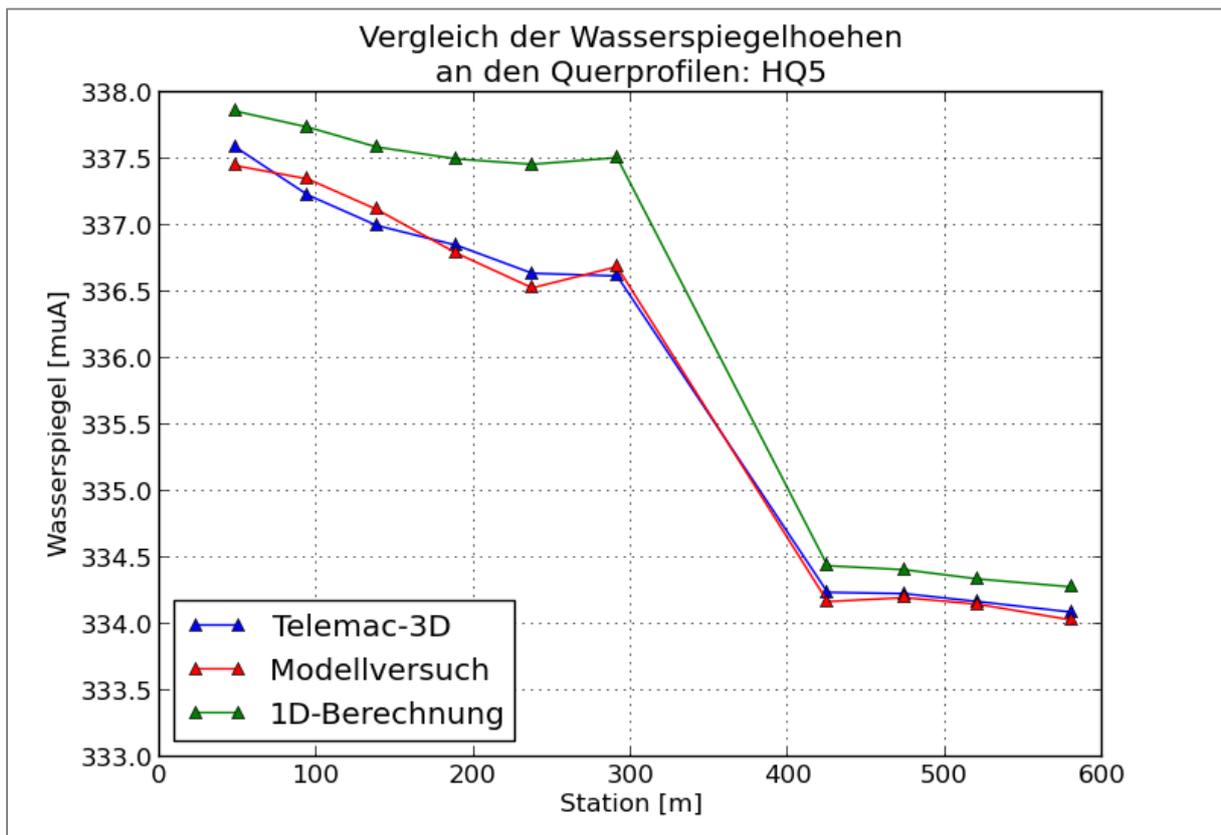


Abbildung 6.3: Vergleich der Wasserspiegelhöhen an den Querprofilen: HQ5

ERGEBNISSE – HQ30 (985 m ³ /s)							
Querprofil		Wassertiefe (Modellver- such) [m]	Wasserspiegelhöhen [müA]			Abweichung [%]	
PN	Station [m]		Modell- versuch	Telemac- 3D	1D-Be- rechnung	Telemac- 3D	1D-Be- rechnung
148	48	3,86	338,19	338,38	338,61	4,9	10,9
147	94	3,85	338,03	338,03	338,47	0,0	11,4
146	138	3,90	337,81	337,83	338,31	0,5	12,8
145	189	3,87	337,47	337,70	338,22	5,9	19,4
144	237	3,97	337,50	337,60	338,19	2,5	17,4
143	291	4,51	337,63	337,59	338,27	-0,9	14,2
140	425	6,25	335,20	335,30	335,51	1,6	5,0
139	474	6,32	335,24	335,31	335,48	1,1	3,8
138	521	6,37	335,24	335,26	335,40	0,3	2,5
137	581	6,31	335,09	335,18	335,33	1,4	3,8

Tabelle 6.4: Ergebnistabelle HQ30

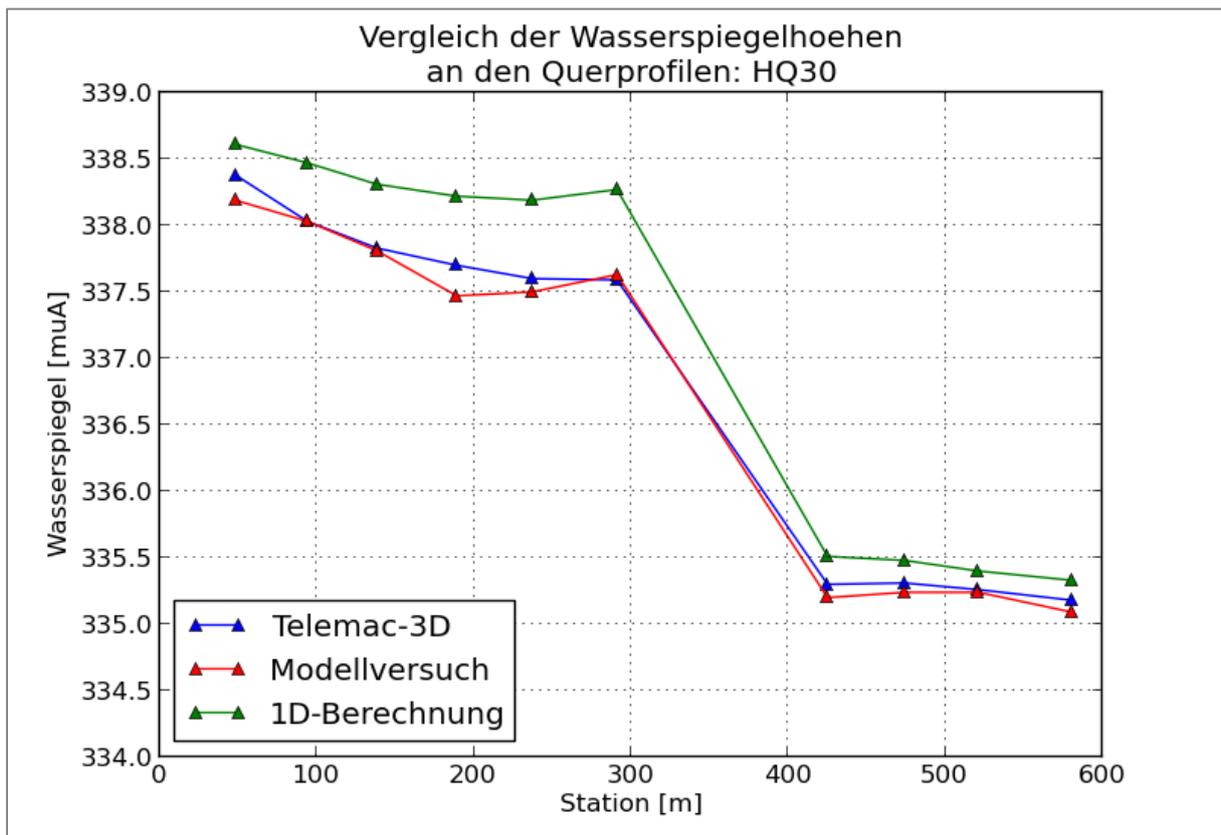


Abbildung 6.4: Vergleich der Wasserspiegelhöhen an den Querprofilen: HQ30

ERGEBNISSE – HQ100 (1310 m ³ /s)							
Querprofil		Wassertiefe (Modellver- such) [m]	Wasserspiegelhöhen [müA]			Abweichung [%]	
PN	Station [m]		Modell- versuch	Telemac- 3D	1D-Be- rechnung	Telemac- 3D	1D-Be- rechnung
148	48	4,70	339,03	339,30	339,46	5,7	9,1
147	94	4,69	338,87	338,95	339,32	1,7	9,6
146	138	4,64	338,55	338,78	339,16	5,0	13,1
145	189	4,88	338,48	338,70	339,07	4,5	12,1
144	237	5,08	338,61	338,60	339,07	-0,2	9,1
143	291	5,54	338,66	338,63	339,18	-0,5	9,4
140	425	7,15	336,10	336,26	336,59	2,2	6,9
139	474	7,27	336,19	336,28	336,55	1,2	5,0
138	521	7,34	336,21	336,25	336,46	0,5	3,4
137	581	7,29	336,07	336,17	336,38	1,4	4,3

Tabelle 6.5: Ergebnistabelle HQ100

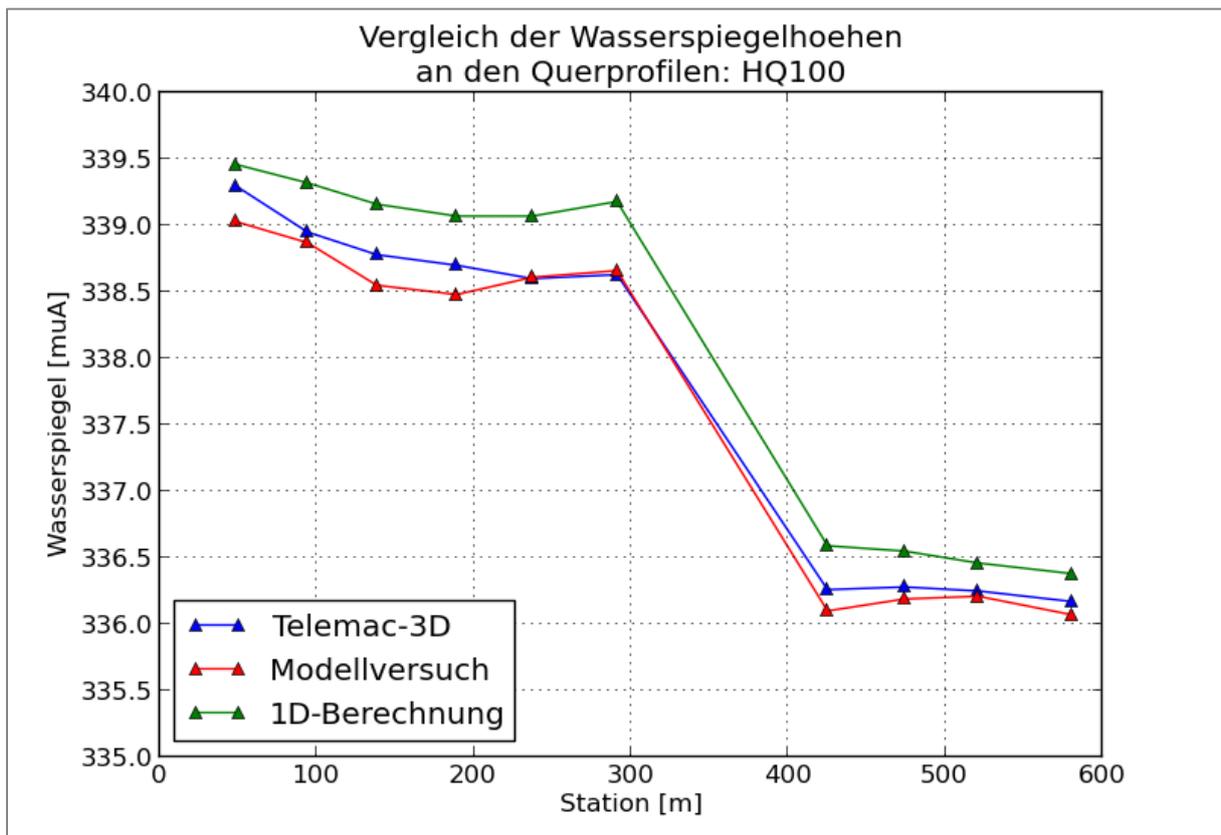


Abbildung 6.5: Vergleich der Wasserspiegelhöhen an den Querprofilen: HQ100

ERGEBNISSE – HQ1000 (1900 m ³ /s)							
Querprofil		Wassertiefe (Modellver- such) [m]	Wasserspiegelhöhen [müA]			Abweichung [%]	
PN	Station [m]		Modell- versuch	Telemac- 3D	1D-Be- rechnung	Telemac- 3D	1D-Be- rechnung
148	48	6,26	340,59	340,94	341,05	5,6	7,3
147	94	6,24	340,42	340,61	340,92	3,0	8,0
146	138	6,35	340,26	340,47	340,79	3,3	8,3
145	189	6,59	340,19	340,42	340,73	3,5	8,2
144	237	6,70	340,23	340,37	340,75	2,1	7,8
143	291	7,32	340,44	340,41	340,88	-0,4	6,0
140	425	8,54	337,49	337,71	338,23	2,6	8,7
139	474	8,71	337,63	337,74	338,18	1,3	6,3
138	521	8,81	337,68	337,75	338,06	0,8	4,3
137	581	8,81	337,59	337,69	337,96	1,1	4,2

Tabelle 6.6: Ergebnistabelle HQ1000

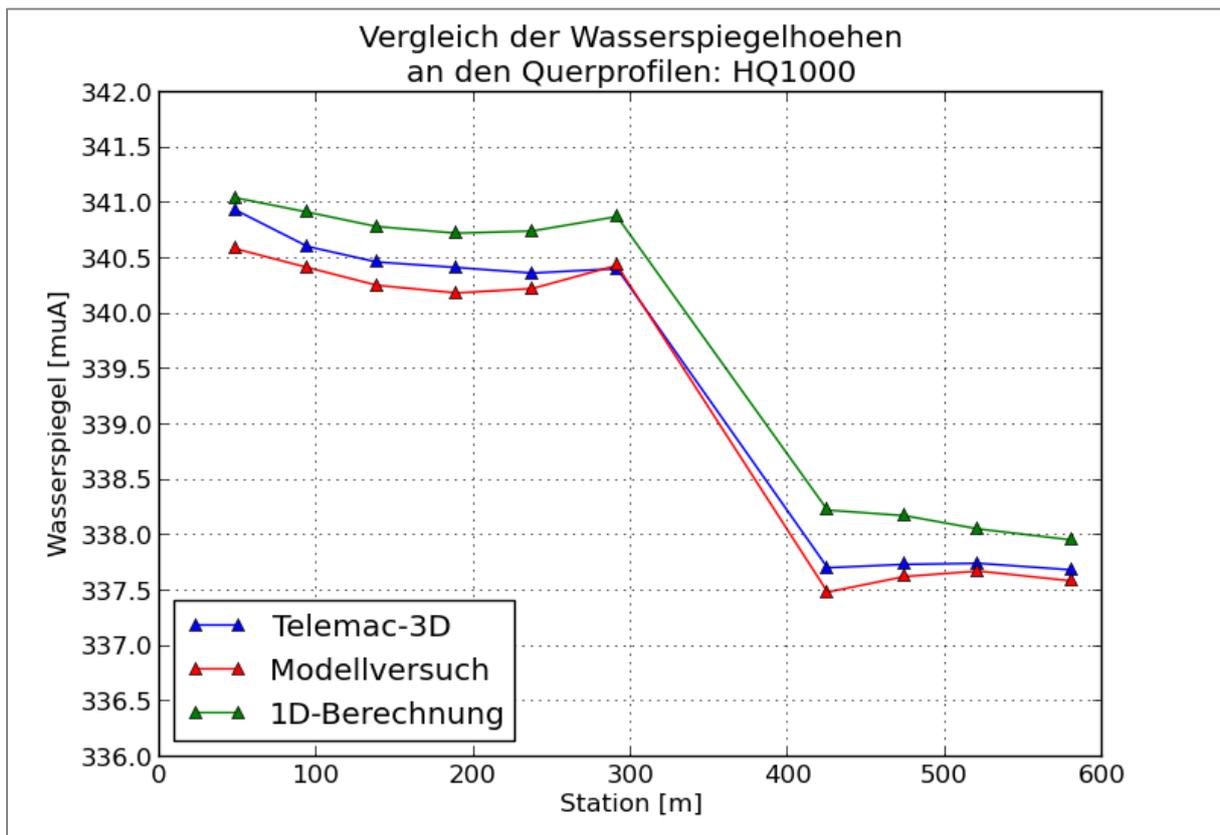


Abbildung 6.6: Vergleich der Wasserspiegelhöhen an den Querprofilen: HQ1000

ERGEBNISSE – HQ100(n-1)(1) WF 1 geschlossen							
Querprofil		Wassertiefe (Modellver- such) [m]	Wasserspiegelhöhen [müA]			Abweichung [%]	
PN	Station [m]		Modell- versuch	Telemac- 3D	1D-Be- rechnung	Telemac- 3D	1D-Be- rechnung
148	48	6,76	341,09	341,13	341,49	0,6	5,9
147	94	6,91	341,09	341,03	341,45	-0,9	5,2
146	138	7,12	341,03	340,98	341,41	-0,7	5,3
145	189	7,39	340,99	340,97	341,39	-0,3	5,4
144	237	7,49	341,02	340,97	341,40	-0,7	5,1
143	291	7,98	341,10	340,97	341,45	-1,6	4,4
140	425	6,78	335,73	336,04	336,59	4,6	12,7
139	474	6,93	335,85	336,14	336,55	4,2	10,1
138	521	7,08	335,95	336,22	336,46	3,8	7,2
137	581	7,27	336,05	336,16	336,38	1,5	4,5

Tabelle 6.7: Ergebnistabelle HQ100(n-1)(1)

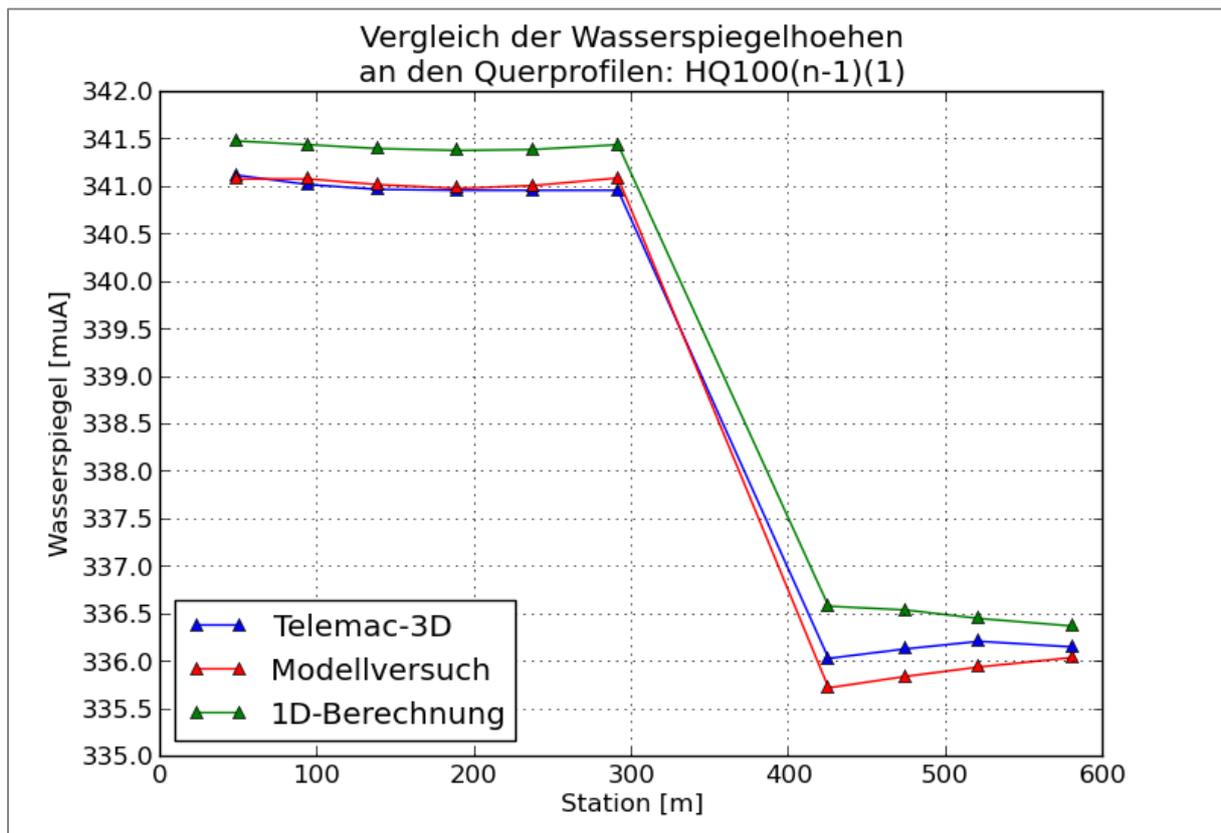


Abbildung 6.7: Vergleich der Wasserspiegelhöhen an den Querprofilen: HQ100(n-1)(1)

ERGEBNISSE – HQ100(n-1)(2) WF 2 geschlossen							
Querprofil		Wassertiefe (Modellver- such) [m]	Wasserspiegelhöhen [müA]			Abweichung [%]	
PN	Station [m]		Modell- versuch	Telemac- 3D	1D-Be- rechnung	Telemac- 3D	1D-Be- rechnung
148	48	6,85	341,18	341,23	341,49	0,7	4,5
147	94	6,95	341,13	341,13	341,45	0,0	4,6
146	138	7,22	341,13	341,09	341,41	-0,6	3,9
145	189	7,49	341,09	341,08	341,39	-0,1	4,0
144	237	7,58	341,11	341,07	341,40	-0,5	3,8
143	291	8,07	341,19	341,09	341,45	-1,2	3,2
140	425	7,04	335,99	336,13	336,59	2,0	8,5
139	474	7,33	336,25	336,23	336,55	-0,3	4,1
138	521	7,46	336,33	336,24	336,46	-1,2	1,7
137	581	7,35	336,13	336,17	336,38	0,5	3,4

Tabelle 6.8: Ergebnistabelle HQ100(n-1)(2)

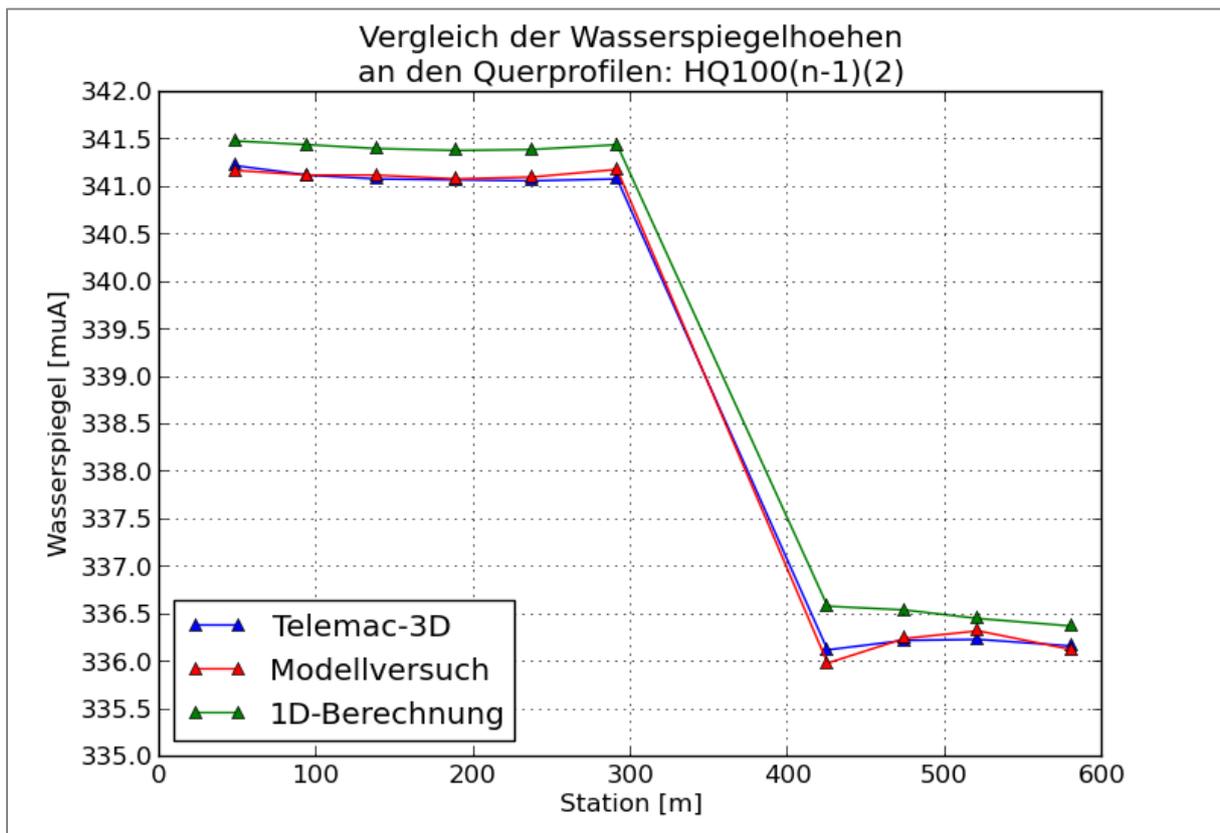


Abbildung 6.8: Vergleich der Wasserspiegelhöhen an den Querprofilen: HQ100(n-1)(2)

ERGEBNISSE – HQ100(n-1)(3) WF 3 geschlossen							
Querprofil		Wassertiefe (Modellver- such) [m]	Wasserspiegelhöhen [müA]			Abweichung [%]	
PN	Station [m]		Modell- versuch	Telemac- 3D	1D-Be- rechnung	Telemac- 3D	1D-Be- rechnung
148	48	6,80	341,13	341,25	341,49	1,8	5,3
147	94	6,93	341,11	341,15	341,45	0,6	4,9
146	138	7,14	341,05	341,11	341,41	0,8	5,0
145	189	7,42	341,02	341,10	341,39	1,1	5,0
144	237	7,54	341,07	341,07	341,40	0,0	4,4
143	291	8,03	341,15	341,07	341,45	-1,0	3,7
140	425	7,02	335,97	336,07	336,59	1,4	8,8
139	474	7,21	336,13	336,17	336,55	0,6	5,8
138	521	7,32	336,19	336,19	336,46	0,0	3,7
137	581	7,31	336,09	336,15	336,38	0,8	4,0

Tabelle 6.9: Ergebnistabelle HQ100(n-1)(3)

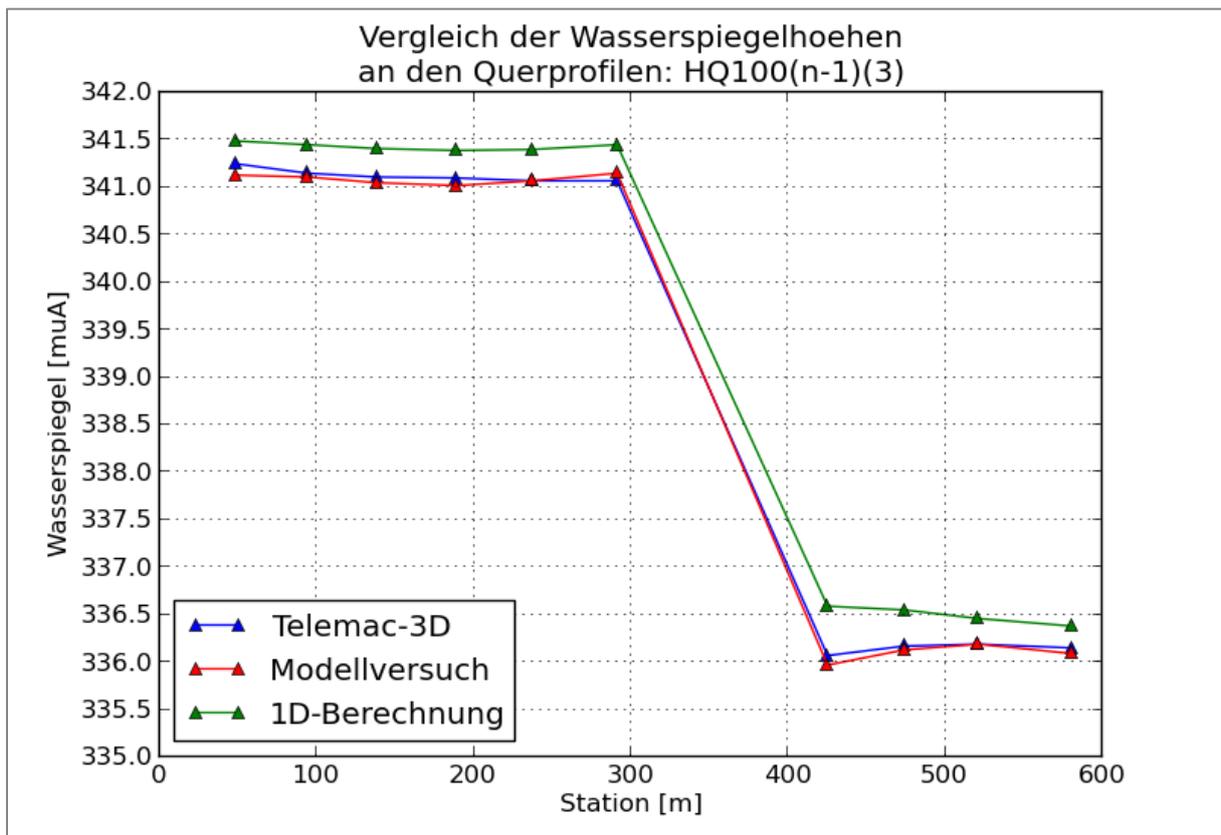


Abbildung 6.9: Vergleich der Wasserspiegelhöhen an den Querprofilen: HQ100(n-1)(3)

7 Variantenstudie

Die Berechnungen mit Telemac-3D liefern neben den Ergebnissen für die Wasserspiegelhöhen an jedem Netzknoten auch gerichtete Geschwindigkeitsvektoren sowohl über die Vertikale gemittelt, als auch in den verschiedenen vertikal diskretisierten Ebenen. Wie bereits erwähnt, wird durch die nicht-hydrostatische Druckberechnung der dynamische Druckanteil berechnet, dessen örtliche Verteilung und Größe ebenfalls als Ergebnis vorliegt.

Um den Einfluss der verschiedenen Kalibrierungsfaktoren und der Genauigkeit der modellierten Geometrie abschätzen zu können, wurde eine weitere Simulation mit geänderten Parametern als Variante durchgeführt. Die Simulation von Lastfall HQ100 dient dabei als Referenzsimulation für den Vergleich der Ergebnisse. Dabei wird auch auf die Geschwindigkeitsverteilung, Sekundärströmungen und die Ergebnisse des dynamischen Drucks eingegangen.

Der Wert der horizontalen Wirbelviskosität wurde von $0,01 \text{ m}^2/\text{s}$ auf $1\text{E-}4 \text{ m}^2/\text{s}$ gesenkt und die vertikale Diskretisierung mit sieben anstatt wie bisher mit fünf Ebenen definiert. Die entsprechenden Konfigurationsparameter wurden dazu im STEERING FILE geändert.

Die Geometrie des Wehrhöckers wurde durch direkte Modellierung in Blue Kenue optimiert. Dazu wurden die Randkurven der Wehrhöckerfläche aus dem CAD-Modell als räumliche Polylinien mit Kontrollpunkten im Abstand von $0,5 \text{ m}$ (horizontal) importiert. Über die Triangulationsfunktion des Präprozessors konnte dann eine Fläche generiert werden, deren Höhenkoordinaten anschließend auf das Netz abgebildet wurden. Der Unterschied bezüglich des Geländemodells ist in Abbildung 7.1 und Abbildung 7.2 zu sehen.

Um die unterschiedliche Rauheit des natürlichen Flussbett und der glatteren Betonoberflächen der Kraftwerksbauteile zu berücksichtigen, wurde der Rauheitswert nach Strickler nur im Bereich der Kraftwerksanlage von $k_{ST} = 40 \text{ m}^{(1/3)}/\text{s}$ auf $k_{ST} = 80 \text{ m}^{(1/3)}/\text{s}$ geändert. Dies erfolgte durch Hinzufügen der zusätzlichen Variable BOTTOM FRICTION im GEOMETRY FILE. Dabei wurde der Präprozessor Blue Kenue verwendet. (Abbildung 7.3).

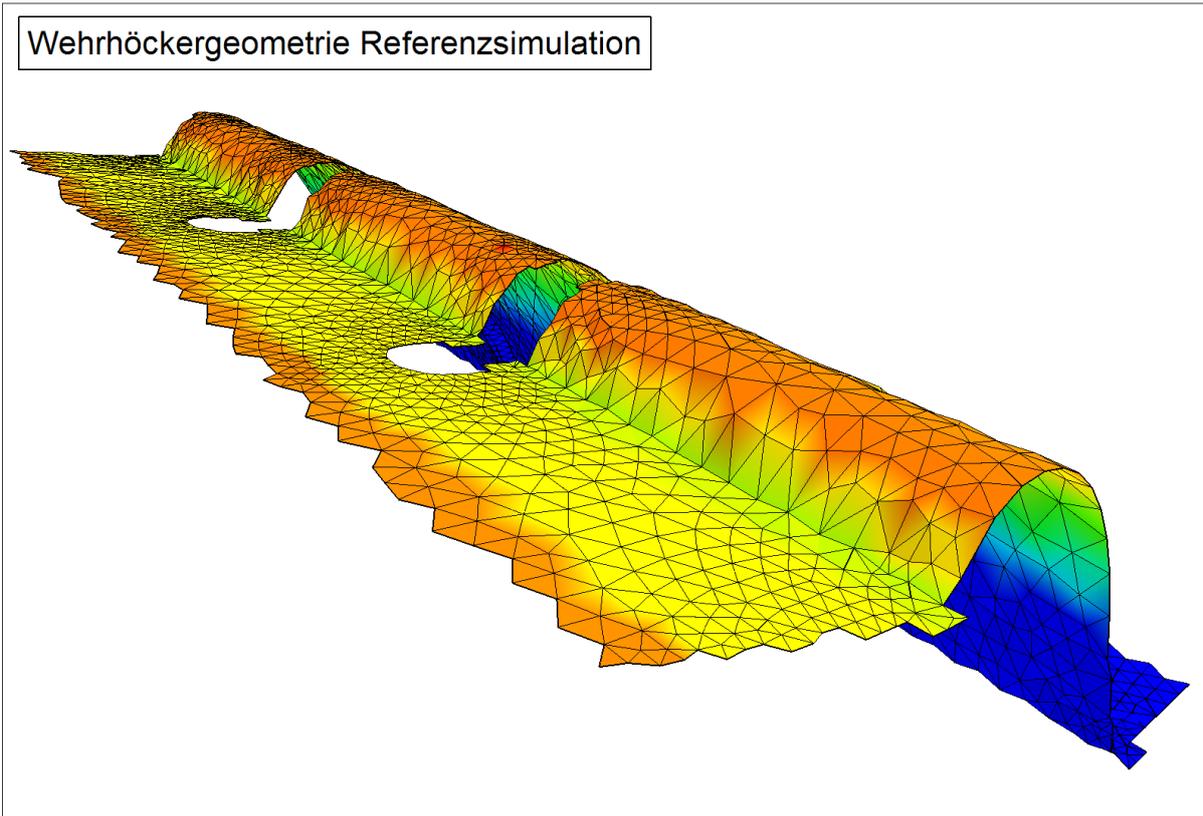


Abbildung 7.1: Ursprüngliche Geometrie der Wehrhöcker (2-fach überhöhte Darstellung)

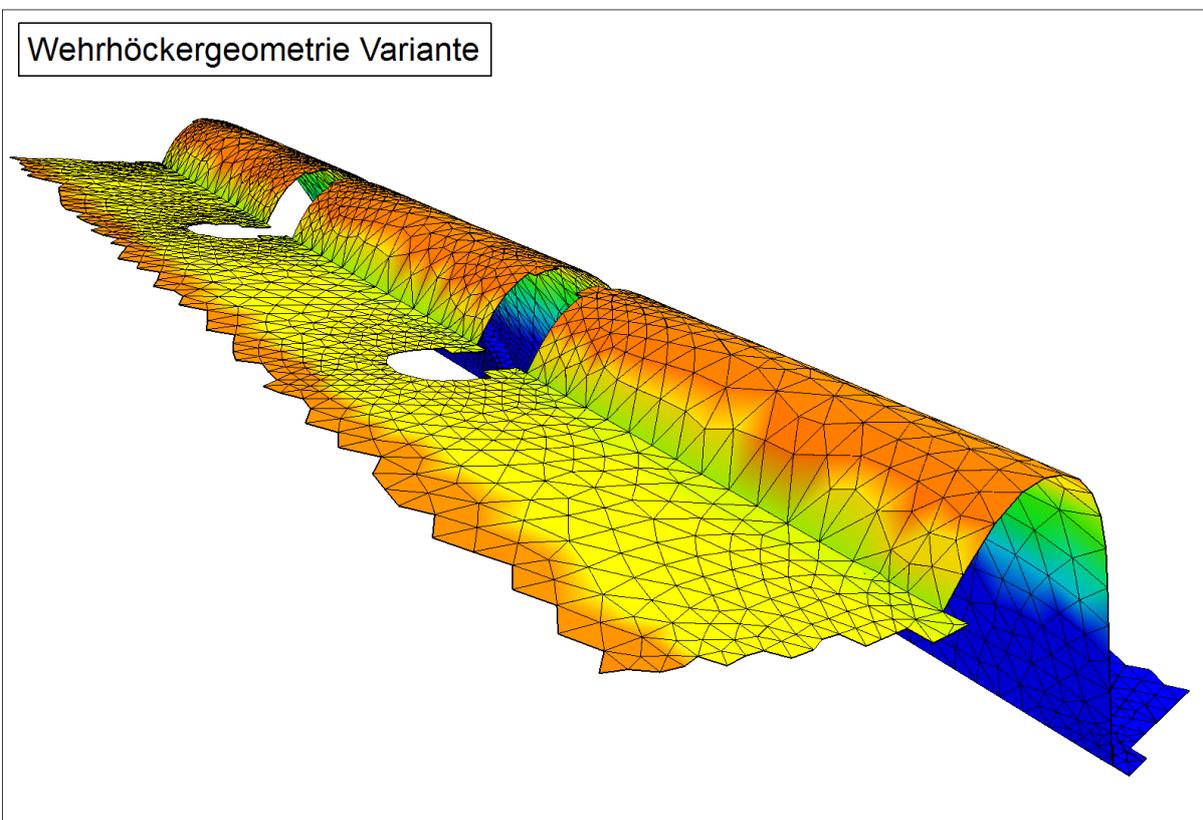


Abbildung 7.2: Optimierte Geometrie der Wehrhöcker (2-fach überhöhte Darstellung)

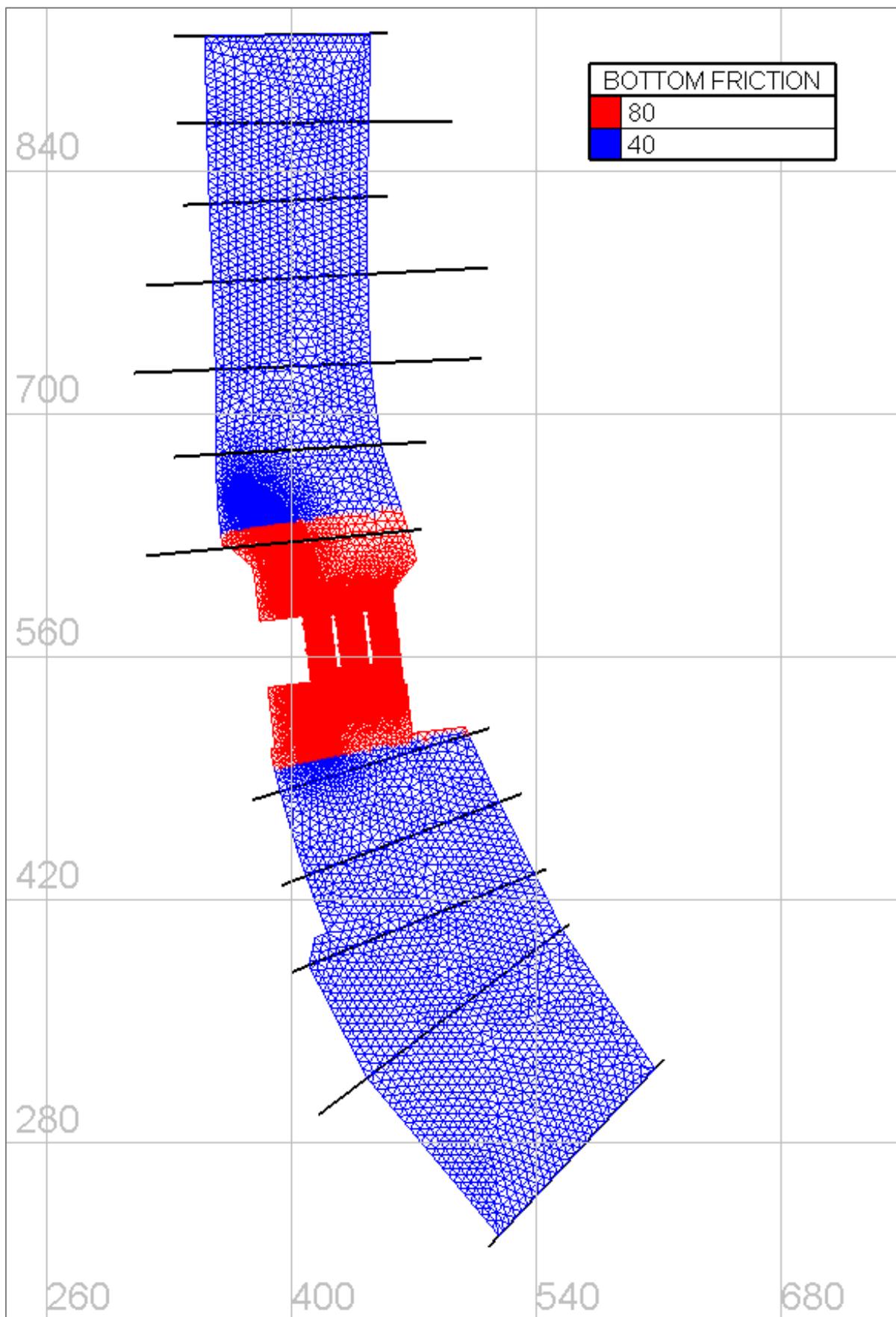


Abbildung 7.3: Geänderte Rauheitswerte im Bereich der Kraftwerksanlage

7.1 Wasserspiegellhöhen

Der Wasserspiegel im gesamten Bereich des Oberwassers fällt bei der Variante geringfügig niedriger aus. Die Unterschiede zu den Ergebnissen der Referenzsimulation sind dabei allerdings sehr gering.

ERGEBNISSE – VARIANTE				
Querprofil		Wasserspiegellhöhen WSP [müA]		ΔWSP[m]
PN	Station	Referenzsimulation	Variante	
148	48	339,30	339,26	-0,04
147	94	338,95	338,88	-0,07
146	138	338,78	338,69	-0,09
145	189	338,70	338,61	-0,09
144	237	338,60	338,50	-0,10
143	291	338,63	338,53	-0,10
140	425	336,26	336,28	-0,02
139	474	336,28	336,30	0,02
138	521	336,25	336,26	0,01
137	581	336,17	336,18	0,01

Tabelle 7.1: Ergebnistabelle Variante

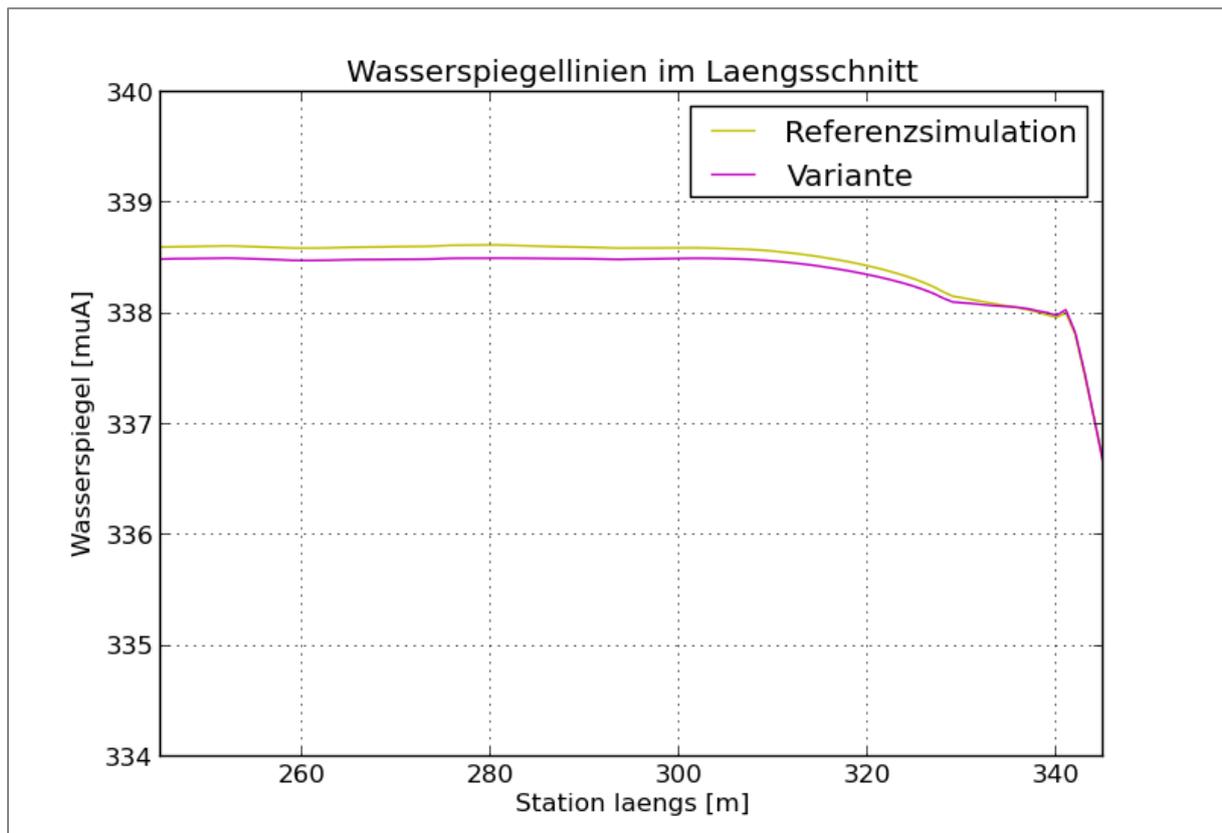


Abbildung 7.4: Gemittelte Wasserspiegellinie im Längsschnitt, Detailansicht Oberwasser

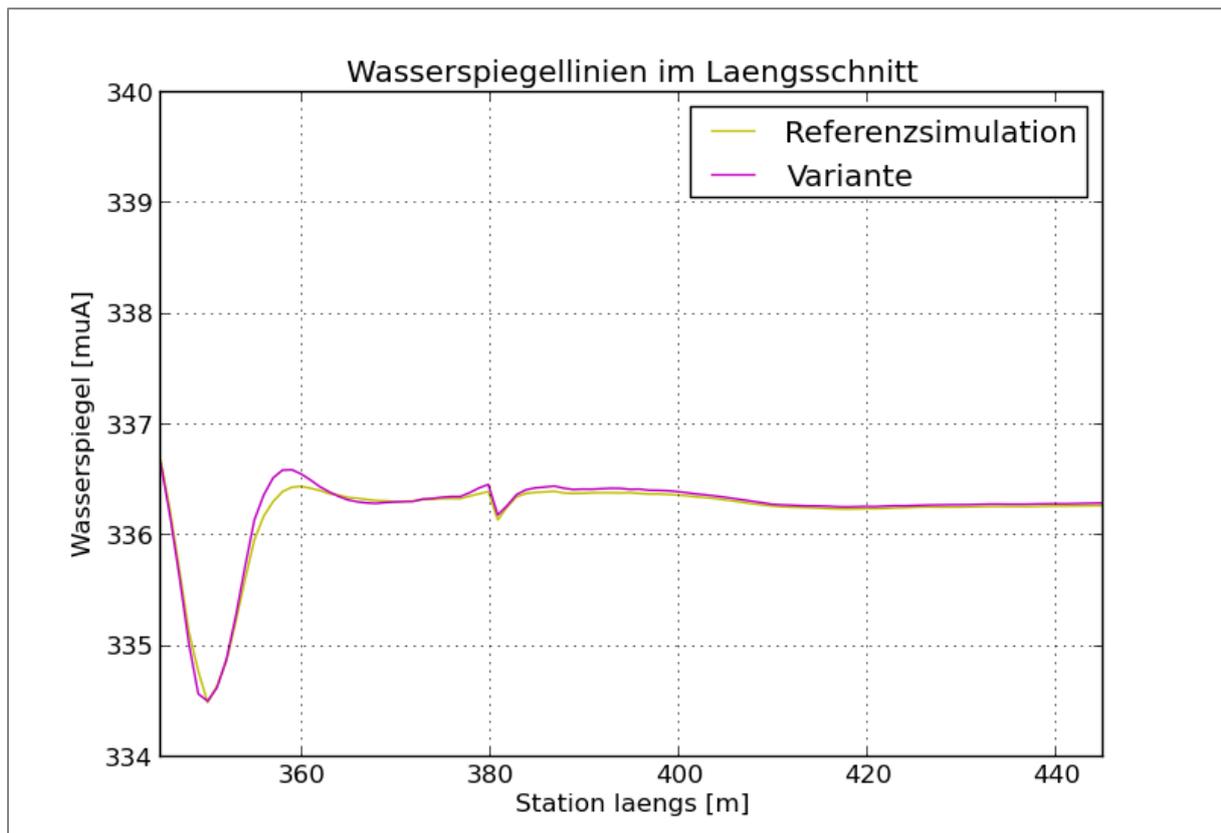


Abbildung 7.5: Gemittelte Wasserspiegellinie im Längsschnitt, Detailansicht Unterwasser

7.2 Geschwindigkeitsverteilung und Sekundärströmungen

Bereits bei der Kalibrierung in Abbildung 5.18 fiel angesichts der Verteilung der Froudezahl auf, dass sich im Tosbecken nach dem Wehrüberfall in allen drei Wehrfeldern eine asymmetrische Geschwindigkeitsverteilung einstellt. Da die Geometrie der Kraftwerksanlage jedoch eine symmetrische Strömung erwarten lässt, wird dies in diesem Kapitel näher untersucht.

Die Darstellung der Geschwindigkeiten in Sohlhöhe in Abbildung 7.6 und Abbildung 7.7 zeigt deutliche Wirbel an den Seiten der abschüssigen Teile der Wehre die zum Teil bis an die Oberkante derselben zurückreichen. In der Mitte des mittleren Wehrfelds zeigt sich beim Ergebnis der Referenzsimulation eine Störung der Hauptströmung. Diese wird vermutlich durch eine Unebenheit in der Oberfläche des Wehrhöckers induziert. Die höchsten Geschwindigkeiten werden bei beiden Simulationen in der Mitte der Wehrfelder an der Wehrkrone erreicht. An der Sohle im Tosbecken treten keine Rückströmungen auf und es herrscht eine gleichmäßige Geschwindigkeitsverteilung über die gesamte Fläche, wenngleich die Geschwindigkeiten bei der Variante – bedingt durch die geringere Rauheit – etwas höher ausfallen. Bezüglich der Symmetrie der Strömungssituation ist kaum ein Unterschied zwischen der Variante und der Referenzsimulation zu erkennen.

Beim Vergleich der Geschwindigkeiten an der Wasseroberfläche, dargestellt in Abbildung 7.8 und Abbildung 7.9 sieht man wie sich bei der Variante im Gegensatz zur Referenzsimulation eine symmetrische Geschwindigkeitsverteilung einstellt. Die Hauptströmung fließt in der Mitte der Wehrfelder, während sich links und rechts davon entlang der Wände der Wehrfelder Rückströmungen bilden.

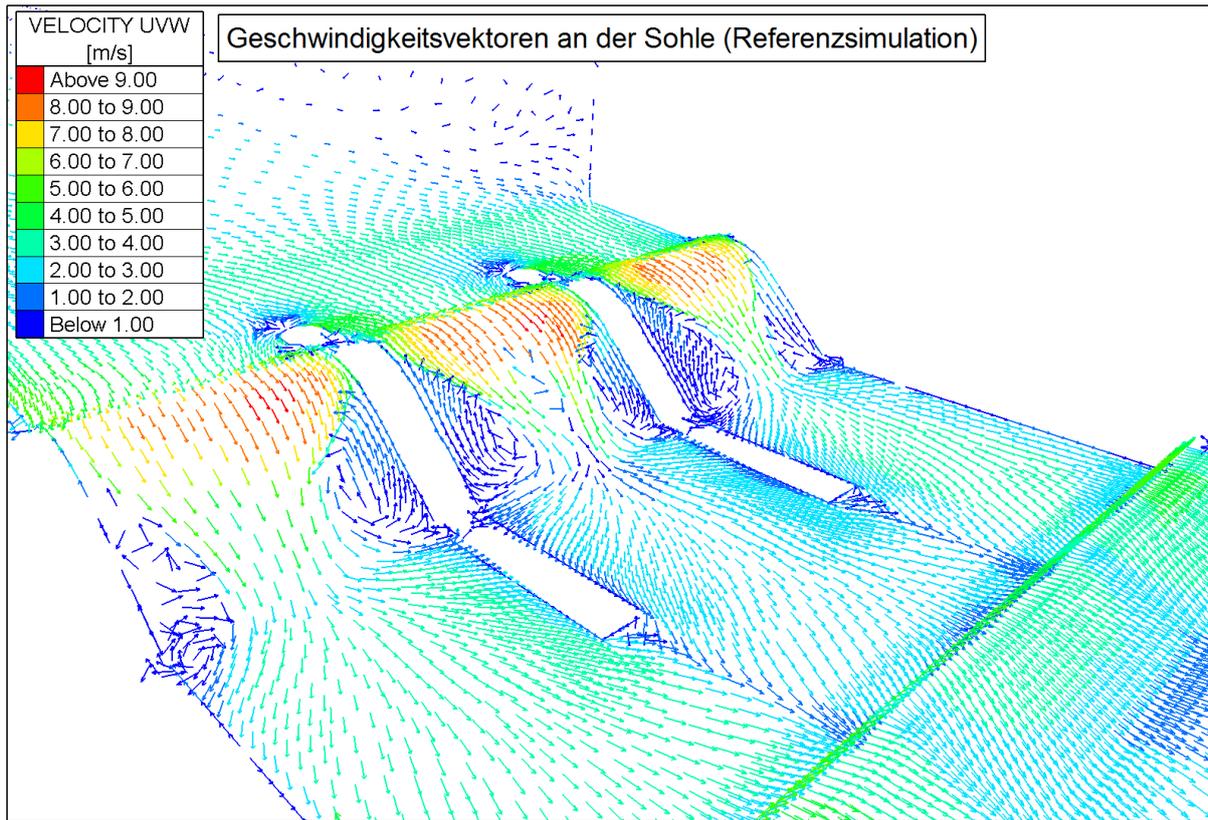


Abbildung 7.6: 3D-Ansicht der Geschwindigkeitsverteilung an der Sohle (Referenzsimulation)

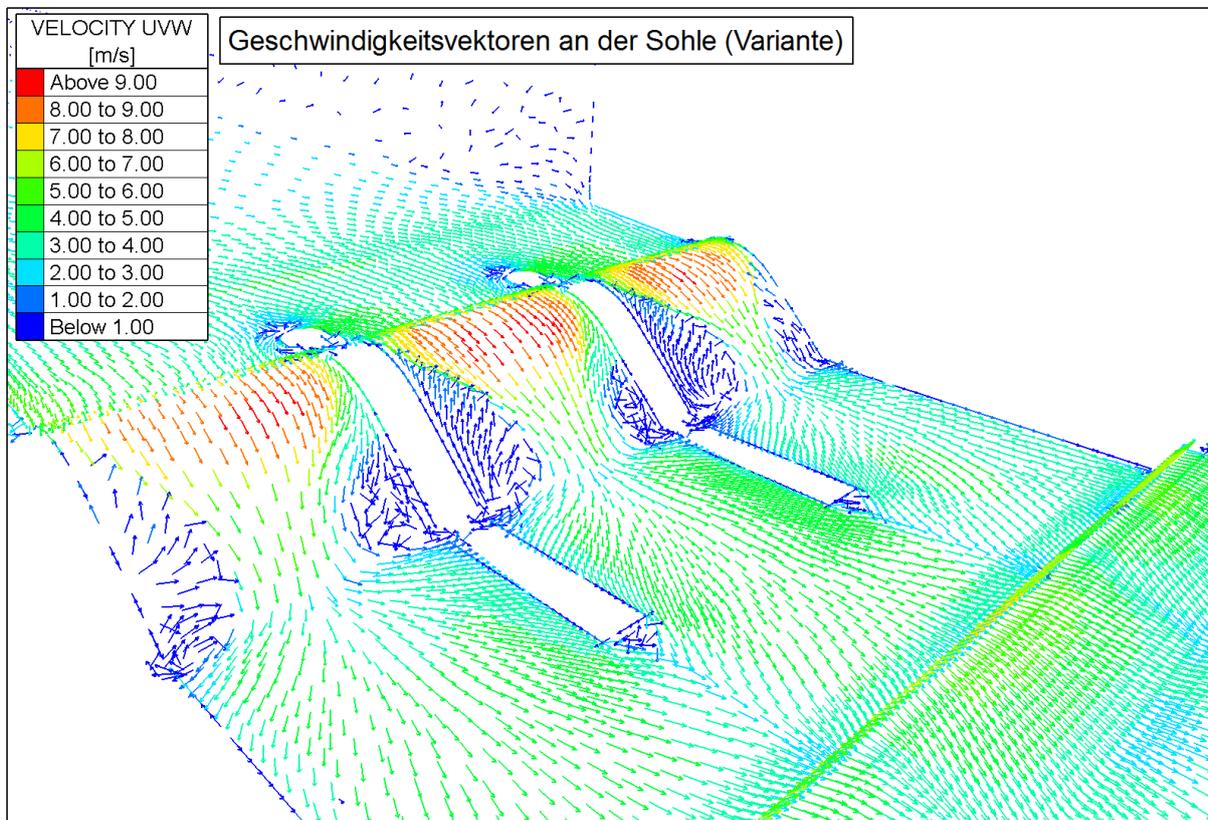


Abbildung 7.7: 3D-Ansicht der Geschwindigkeitsverteilung an der Sohle (Variante)

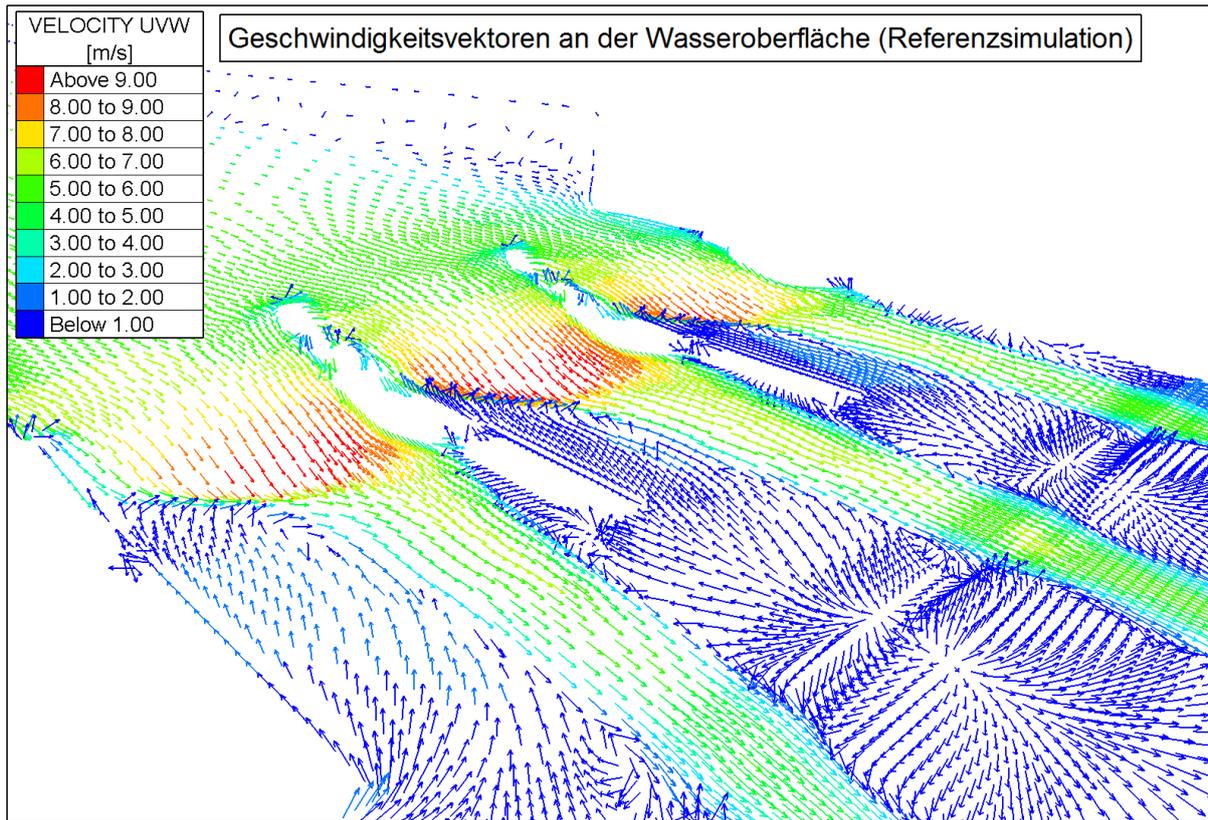


Abbildung 7.8: 3D-Ansicht der Geschwindigkeitsverteilung an der Wasseroberfläche (Referenzsimulation)

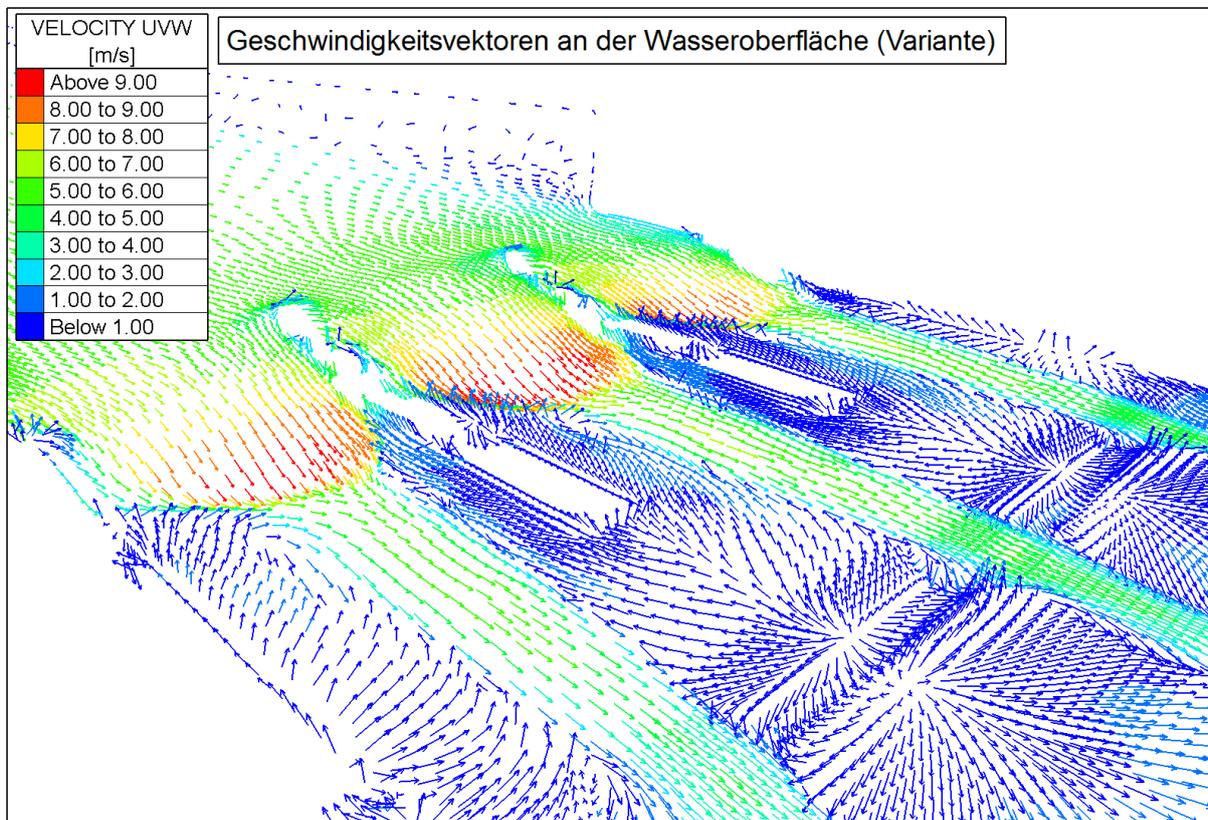


Abbildung 7.9: 3D-Ansicht der Geschwindigkeitsverteilung an der Wasseroberfläche (Variante)

Die ungenaue Modellierung der Wehrhöckergeometrie bewirkt eine zusätzliche Rauheit der Sohle, durch welche die Strömung bezüglich ihrer Geschwindigkeitsverteilung nach dem Wehrüberfall beeinflusst wird.

Der Einfluss der Geschiebeschwelle auf die Strömungsrichtung an der Sohle ist wiederum beim Vergleich der Geschwindigkeitsvektoren an der Wasseroberfläche und in Sohlnähe, dargestellt in Abbildung 7.10 deutlich zu sehen. Die Vektoren der Oberflächenströmung sind darin in rot abgebildet und jene der bodennahen Strömung in blau.

Auch im Bereich der Wehrpfeiler können durch den Vergleich der Geschwindigkeiten an der Oberfläche mit jenen an der Sohle Sekundärströmungen beobachtet werden (Abbildung 7.11)

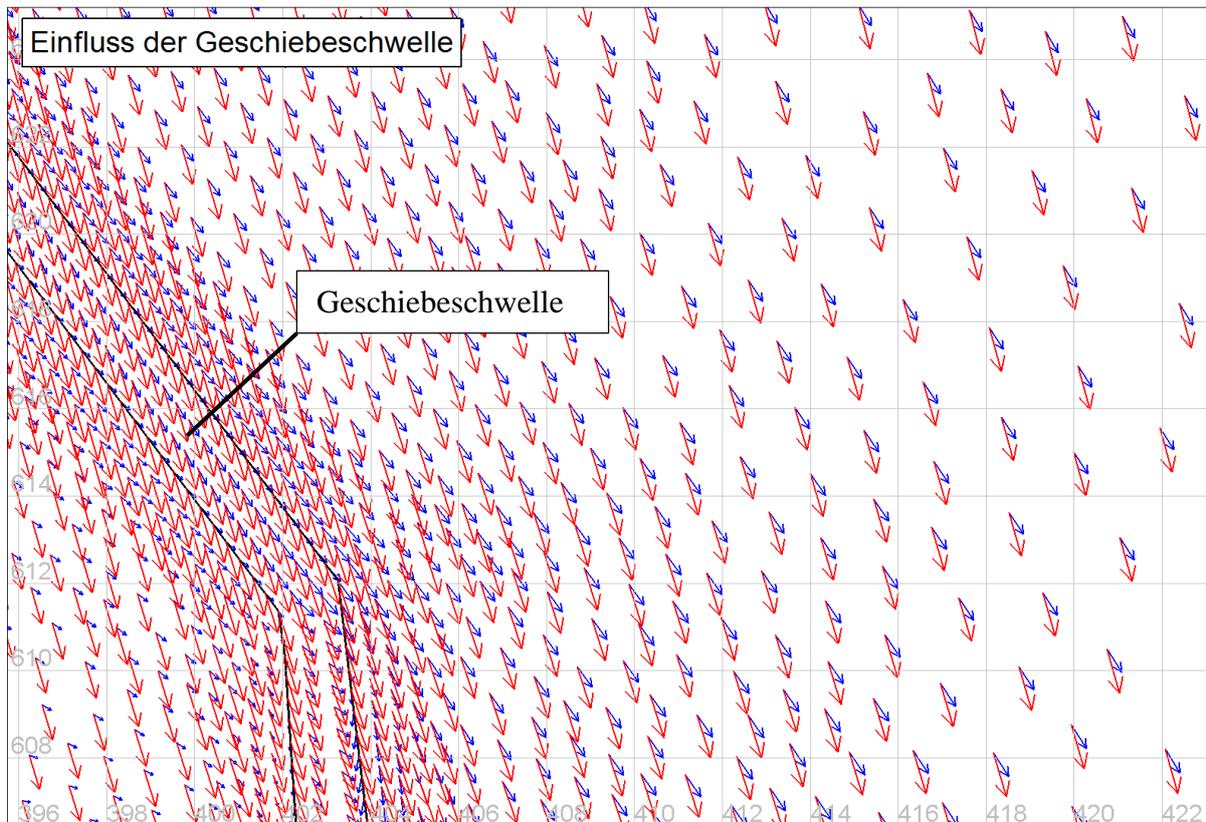


Abbildung 7.10: Einfluss der Geschiebeschwelle auf die Strömungsrichtung in Bodennähe

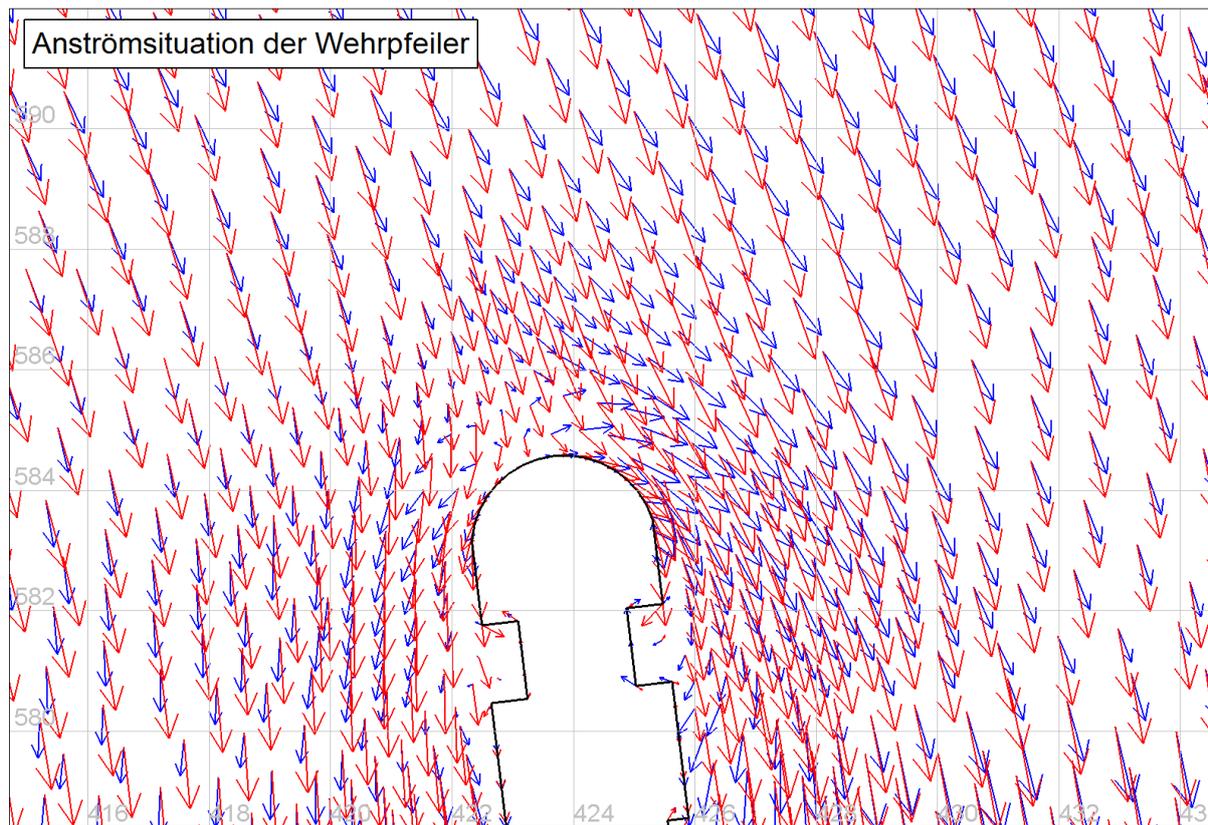


Abbildung 7.11: Anströmen der Wehrpfeiler an der Wasseroberfläche (rot) und an der Sohle (blau)

7.3 Dynamischer Druckanteil

Sieht man sich die Verteilung des dynamischen Druckanteils an der Sohle im Bereich der Wehrhöcker und des Tosbeckens an, zeigen sich geringfügige Unterschiede zwischen der Variante und der Referenzsimulation. Auf der Wehrkrone herrscht bei beiden Simulationen ein Unterdruck. Dieser entsteht aufgrund von Ablösungen durch die höheren Geschwindigkeiten in diesem Bereich. Unmittelbar nach der Wehrkrone ergibt sich dann ein Überdruck. Der Druckunterschied fällt bei der Variante etwas höher aus als in der Referenzsimulation. Dies ist jedoch unerheblich, da 4 N/m^2 lediglich $0,4 \text{ mm}$ Wassersäule entsprechen. Nach der Tosbeckenschwelle und vor den Wehrpfeilern ist auch ein geringer Unterdruck zu erkennen. An der Stirnfläche der Tosbeckenschwelle zeichnet sich dagegen ein geringer Überdruck ab.

Es fällt auf, dass die Unterschiede in der Druckverteilung nur unterhalb der Oberkante des Wehrhöckers aufscheinen. Da die Fließgeschwindigkeiten im Oberwasser bei beiden Simulationen dieselben sind, lässt sich daraus schließen, dass der Grund für die Druckunterschiede – seien sie auch noch so klein – in der Optimierung der Wehrhöckergeometrie liegt, beziehungsweise in der dadurch bedingten geänderten Geschwindigkeitsverteilung.

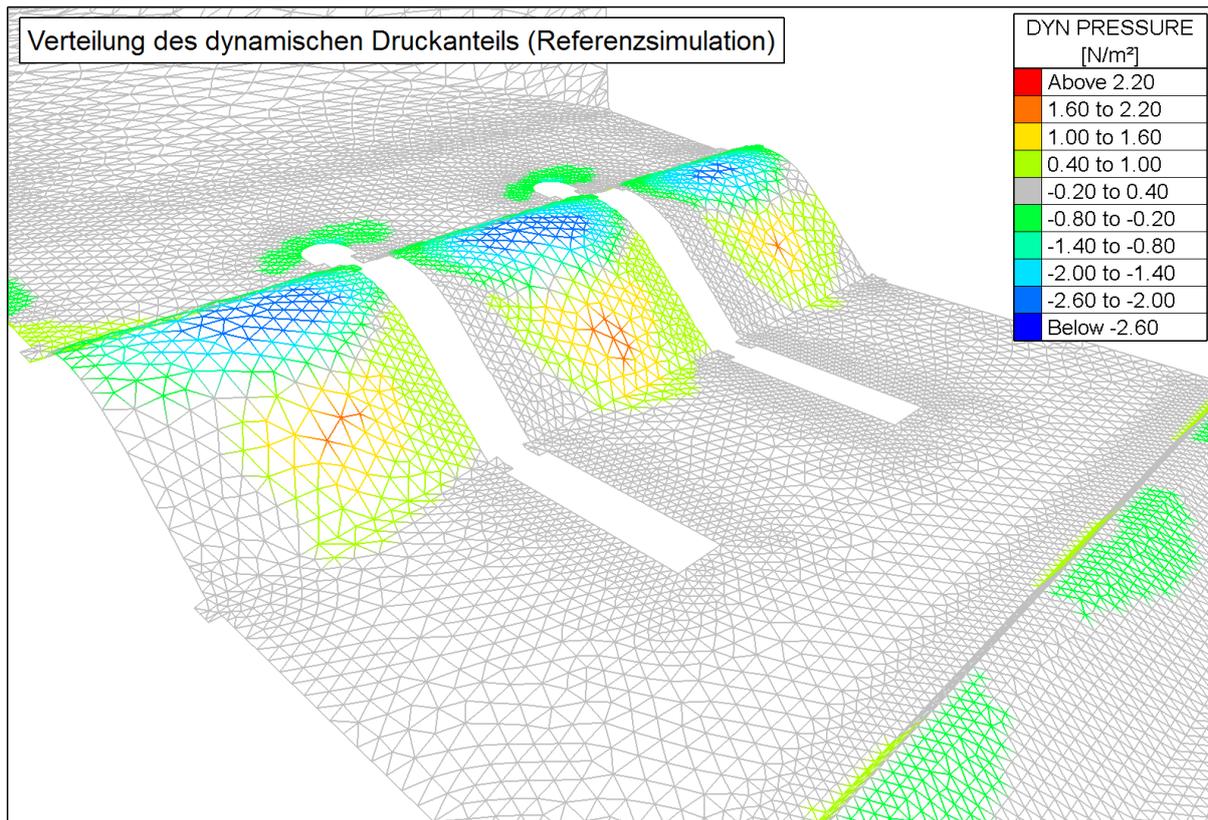


Abbildung 7.12: Dynamischer Druckanteil [N/m²] (Referenzsimulation)

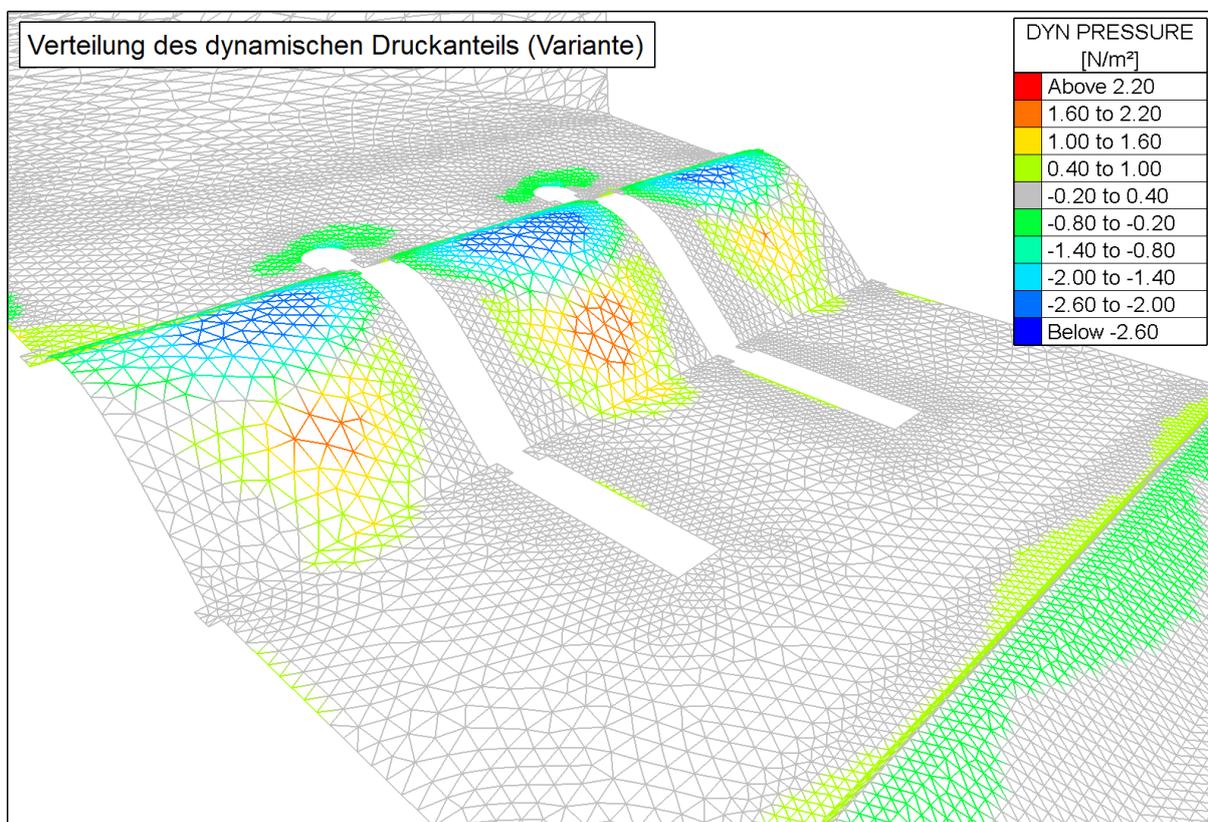


Abbildung 7.13: Dynamischer Druckanteil [N/m²] (Variante)

8 Zusammenfassung und Ausblick

Bei der Planung von wasserbaulichen Anlagen haben sich numerische Berechnungen als Ergänzung zu analytischen Berechnungen basierend auf empirischen Ansätzen und Modellversuchen etabliert. Für die numerische Strömungsberechnung im Wasserbau stehen unterschiedliche kommerzielle und frei verfügbare Berechnungsprogramme zur Verfügung. Die grundlegenden Gleichungen sind dabei die Reynolds-gemittelten Navier-Stokes-Gleichungen (engl.: RANS-Equations), die mittels numerischer Methoden gelöst werden. Die darin enthaltenen Reynoldsspannungen können durch die Boussinesq-Approximation mit den Geschwindigkeitsgradienten in Relation gesetzt werden. Dafür stehen in der numerischen Fluidodynamik unterschiedliche Turbulenzmodelle zur Verfügung.

Telemac-3D ist eine Open-Source-Software und Modul der Telemac-Mascaret-Suite. Es ist ursprünglich am Laboratoire National d'Hydraulique der Electricité de France (EDF) entstanden und wird nun vom Open Telemac-Mascaret Consortium weiterentwickelt. Die Strömungsberechnung von Freispiegelgerinnen erfolgt durch die Finite-Elemente-Methode. Die Standard-Berechnung in Telemac-3D basiert auf der Hypothese der hydrostatischen Druckverteilung. Dabei werden die vertikalen Beschleunigungen vernachlässigt und die vertikalen Geschwindigkeitskomponenten über die Kontinuitätsgleichung eines tiefengemittelten Geschwindigkeitsfeldes berechnet. Durch die Implementierung eines Algorithmus von Jacek A. Jankowski (Jankowski, 1998) kann auch eine nicht-hydrostatische Berechnung erfolgen. Der globale Druck wird dabei in einen hydrostatischen und dynamischen Anteil zerlegt.

Für das Murkraftwerk Graz der Energie-Steiermark wurde im Wasserbaulabor des Instituts für Wasserbau und Wasserwirtschaft an der Technischen Universität Graz ein Modellversuch im Maßstab 1:40 zur Ermittlung der Wehrförderfähigkeit durchgeführt. Die Wasserspiegelhöhen wurden dazu mittels Stechpegel über eine Strecke von 1,1 km an 19 Querprofilen jeweils am orographisch rechten und linken Ufer sowie in der Mitte gemessen.

Das im Modellversuch untersuchte Gebiet wurde mit dem Präprozessor Blue Kenue vom Canadian Hydraulic Centre / National Research Council (<http://www.nrc-cnrc.gc.ca>) diskretisiert. Die Maschenweite des unstrukturierten Dreiecksnetzes wurde von 5 m im freien Fließbereich der Mur bis auf 0.5 m im Bereich der Dammbalkenschlitze variiert. Aus Lageplänen des betreffenden Abschnitts der Mur mit den Querprofilen sowie aus einem dreidimensionalen CAD-Modell der Kraftwerksanlage wurde ein Geländemodell erstellt, dessen Höhenkoordinaten anschließend auf die Netzknoten abgebildet wurden. Vertikale Flächen wurden dabei als sehr steil angenähert. Als Randbedingungen für das numerische Modell dienten die Wasserspiegelhöhe am Auslauf und der Durchfluss, der am Einlauf bei Querprofil PN149 definiert wurde. Die Kalibrierung des numerischen Modells erfolgte durch Variation des Rauheitsbeiwerts nach Strickler und der horizontalen Viskosität. Durch Verwendung der nicht-hydrostatischen Version von Telemac-3D konnten die Wasserspiegelhöhen des Modellversuchs in den Querprofilen PN144 und PN137 bis auf eine Abweichung von 2,0 % der Wassertiefe nachgerechnet werden. Es stellte sich heraus, dass das numerische Modell durch die nicht-hydrostatische Berechnung sehr gut kalibriert werden kann, wodurch die Ergebnisse für die Wehrförderfähigkeit erheblich verbessert werden können. Zudem verschwanden numerische Instabilitäten im Bereich des Tosbeckens unmittelbar nach dem Wehrüberfalls und die Wasseroberfläche konnte realistisch dargestellt werden. Hervouet bezeichnet die Ergebnisse der vertikalen Geschwindigkeiten unter der Hypothese der hydrostatischen Druckverteilung als kosmetisches Nebenprodukt und macht auf die Ungültigkeit der Hypothese bei Wehrüberfällen aufmerksam (Quelle: persönliche Kommunikation).

Es wurden numerische Simulationen für die Hochwasserlastfälle HQ1, HQ30, HQ100 und HQ1000 durchgeführt. Der Lastfall HQ100 wurde zusätzlich unter der (n-1)-Bedingung mit je einem geschlossenen Wehrfeld untersucht. Das Berechnungsnetz wurde dafür entsprechend angepasst. Die Wasserspiegelhöhen wurden mittels Blue Kenue auf die Querprofile abgebildet und über die Breite gemittelt. Aufgrund von Unregelmäßigkeiten des Wasserspiegels an den Ufern, wurde nur jener Bereich der Wasserspiegellinie für die Mittelbildung herangezogen, auf dem die Wassertiefe ihren Mittelwert über die gesamte Breite überschritten hat. Zusätzlich wurden für jede Simulation drei Längsschnitte der Wasseroberfläche durch jeweils ein Wehrfeld erzeugt. Für die Wehrförderfähigkeit sind die Wasserspiegelhöhen im Oberwasser maßgebend. Diesbezüglich wiesen die Ergebnisse der Berechnungen für alle Lastfälle eine sehr gute Übereinstimmung mit jenen aus dem Modellversuch auf. Im Querprofil PN143, an der Stelle an der die Wehrförderfähigkeit für den Modellversuch ausgewertet wurde, zeigte sich ein Höhenunterschied von ca. 30 cm zwischen dem orographisch linken und rechten Ufer. Dieser kommt daher, dass die Hauptströmung aufgrund der geschlossenen Turbineneinläufe im linken Gerinnebereich liegt. Für den Lastfall HQ100 unter der (n-1)-Bedingung ergaben sich die höchsten Wasserstände im Oberwasser. Dabei zeigte sich im Gegensatz zu den anderen Lastfällen mit drei geöffneten Wehrfeldern eine gleichmäßigere Verteilung der Wasserspiegelhöhen.

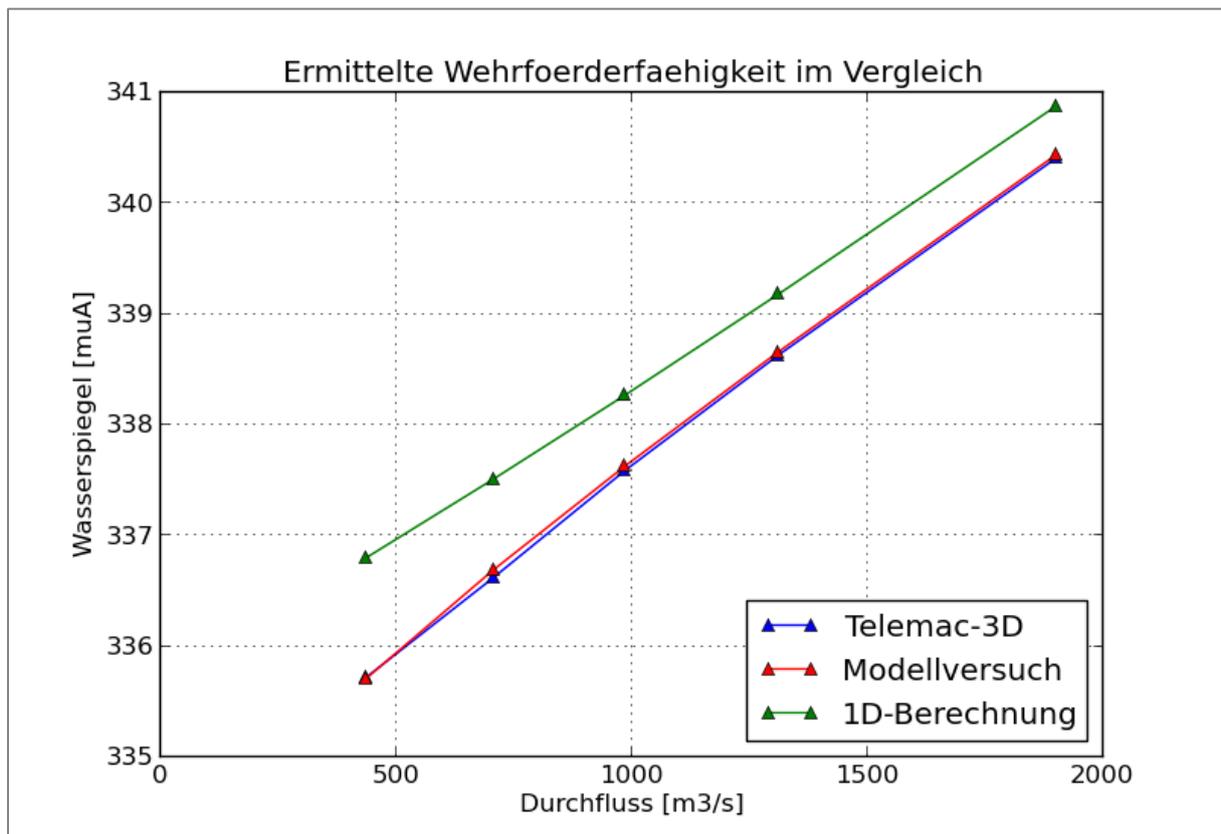


Abbildung 8.1: Auswertung der Wehrförderfähigkeit im Querprofil PN143

Die Geschwindigkeitsverteilung an der Wasseroberfläche im Tosbecken stellte sich als asymmetrisch heraus, während in Bodennähe keine diesbezüglichen Auffälligkeiten festgestellt werden konnten. Bei genauerer Betrachtung der Wehrhöckergeometrie zeigten sich Unebenheiten am Wehrhöckeransatz. Deshalb wurde die Geometrie des Wehrhöckers durch direkte Modellierung im Präprozessor optimiert. Außerdem wurde die Viskosität auf den Wert von $1E-4 \text{ m}^2/\text{s}$ gesenkt, die vertikale Diskretisierung verfeinert und die Rauheit im Bereich der

Kraftwerksanlage verringert. Im Zuge einer Variantenstudie wurde der Lastfall HQ100 unter diesen Bedingungen erneut berechnet. Die Asymmetrie der Geschwindigkeitsverteilung im Tosbecken verschwand dadurch. Die Wasserspiegelhöhen im Oberwasser ergaben sich um wenige Zentimeter geringer, was der verminderten Rauheit zugeschrieben werden kann. Des Weiteren konnten durch den Vergleich der Geschwindigkeitsvektoren in verschiedenen vertikalen Ebenen Sekundärströmungen an der Sohle dargestellt werden. Die Darstellung der Verteilung des dynamischen Druckanteils stellte sich als realistisch dar.

Es konnte gezeigt werden, dass sich Telemac-3D sehr gut zur Ermittlung der Förderfähigkeit einer Wehranlage eignet. Räumliche Effekte werden gut erfasst und durch die vertikale Diskretisierung wird auch die Analyse von Geschwindigkeitsverteilungen in Bezug auf Sekundärströmungen möglich. Dabei gilt es allerdings zu beachten, dass die gegenständlichen Berechnungen alle mit der nicht-hydrostatischen Version durchgeführt wurden. Bei Verwendung der hydrostatischen Version hätte das numerische Modell nicht so genau kalibriert werden können, was sich negativ auf die Ergebnisse ausgewirkt hätte.

9 Verzeichnisse

9.1 Literaturverzeichnis

- Bollrich, G. (2000). *Technische Hydromechanik*. Berlin: Huss-Medien.
- Chow, V.-T. (1973). *Open-Channel Hydraulics*. Auckland: McGraw-Hill.
- Creager, W., & Justin, J. (1955). *Hydroelectric Handbook*. New York: Wiley.
- Hervouet, J.-M. (2007). *Hydrodynamics of Free Surface Flows*. Chichester: John Wiley & Sons Ltd.
- Jankowski, J. A. (1998). *A Non-Hydrostatic Model for Free Surface Flows*. Hannover: Institut für Strömungsmechanik und Elektronisches Rechnen im Bauwesen, Universität Hannover.
- Jiyuan, T., Guan-Heng, Y., & Chaoqun, L. (2013). *Computational Fluid Dynamics - A Practical Approach*. Elsevier.
- Oblasser, M. (2011). *2-D numerische Modellierung einer Wehrüberfalls*. Institut für Wasserbau und Wasserwirtschaft, TU-Graz.
- Sigloch, H. (2012). *Technische Fluidmechanik*. Springer.
- Truckenbrodt, E. (1996). *Fluidmechanik*. Springer.
- Blue Kenue: Software Tool for Hydraulic Modellers (2012): 01.03.2014:
http://www.nrc-cnrc.gc.ca/eng/solutions/advisory/blue_kenue_index.html
- Energie-Steiermark AG: 01.03.2014:
<http://www.e-steiermark.com/wasserkraft/murkraftwerkgraz/index.htm>
- Telemac 3D - Operating Manual 6.2 (2013): 01.03.2014:
<http://www.opentelemac.org/index.php/manuals/viewcategory/14-telemac-3d>

9.2 Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1.1: Die drei grundlegenden Ansätze zur Lösung fluiddynamischer Problemstellungen (Jiyuan, Guan-Heng, & Chaoqun, 2013).....	7
Abbildung 2.1: Definition der Schubspannung bei laminarer Scherströmung (Truckenbrodt, 1996).....	10
Abbildung 2.2: Geschwindigkeitsprofile laminarer (durchgezogene Linie) und turbulenter (gestrichelte Linie) Rohr- bzw. Freispiegelströmungen (Truckenbrodt, 1996)	13
Abbildung 2.3: Geschwindigkeitsverlauf einer turbulenten Grenzschichtströmung: (1) viskose Unterschicht; (2) Übergangsschicht; (3) turbulente Schicht (Truckenbrodt, 1996).....	13
Abbildung 2.4: Oberflächenkräfte am finiten Element (Jiyuan, Guan-Heng, & Chaoqun, 2013).....	15
Abbildung 2.5: Energieerhaltung am finiten Element in x-Richtung (Jiyuan, Guan-Heng, & Chaoqun, 2013)	18
Abbildung 3.1: Visualisierung Murkraftwerk Graz (© Energie-Steiermark)	26
Abbildung 3.2: Blick auf die Wehranlage des Modellversuchs von der Unterwasserseite	27
Abbildung 3.3: Blick auf die Wehranlage des Modellversuchs von der Oberwasserseite.....	27
Abbildung 3.4: Grundriss Modellversuch (Quelle: Institut für Wasserbau und Wasserwirtschaft, TU-Graz).....	28
Abbildung 3.5: Ergebnisse des Modellversuchs im Vergleich mit der 1D-Berechnung	29
Abbildung 4.1: Vollkommener und unvollkommener Wehrüberfall (Bollrich, 2000)	30
Abbildung 4.2: Abmessungen der Wehranlage (Maße in [m]).....	31
Abbildung 4.3: Einschnürungskoeffizient für verschiedene Pfeilerformen (Creager & Justin, 1955).....	32
Abbildung 5.1: Dreidimensionales Netz in Telemac-3D (Telemac 3D - Operating Manual 6.2, 2013).....	35
Abbildung 5.2: Berechnungsnetz mit Softlines und Querprofilen	40
Abbildung 5.3: 3D Modell der Kraftwerksanlage.....	41
Abbildung 5.4: Vereinfachtes Modell der Kraftwerksanlage für die numerische Berechnung	41
Abbildung 5.5: 3D-Berechnungsnetz als Fläche dargestellt (Blickrichtung: stromaufwärts).....	42
Abbildung 5.6: Netz mit ursprünglicher Einlaufgeometrie.....	43
Abbildung 5.7: Netz mit abgeflachter Einlaufgeometrie	43
Heinzle	90

Abbildung 5.8: Für die Kalibrierung betrachtete Knoten	45
Abbildung 5.9: Kalibrierung – Ergebnisse der hydrostatischen Berechnungen	45
Abbildung 5.10: Kalibrierung – Ergebnisse der nicht-hydrostatischen Berechnungen	46
Abbildung 5.11: Längsschnitte und Querprofile im Lageplan.....	47
Abbildung 5.12: Simulation 8, Vergleich: Wasserspiegellinie aus Längsschnitten / Werte der Querprofile.....	48
Abbildung 5.13: Einfluss der Variation der Rauheit bei konstanter Wirbelviskosität.....	49
Abbildung 5.14: Einfluss der Berechnungsmethode: hydrostatisch / nicht-hydrostatisch.....	49
Abbildung 5.15: Wasseroberfläche: Wechselsprung bei hydrostatischer Berechnung.....	50
Abbildung 5.16: Wasseroberfläche: Wechselsprung bei nicht-hydrostatischer Berechnung ..	50
Abbildung 5.17: Simulation 6 ($k_{ST} = 80$, $v_T = 0,01$), Verteilung der Froudezahl.....	51
Abbildung 5.18: Simulation 10 ($k_{ST} = 80$, $v_T = 0,01$), Verteilung der Froudezahl.....	51
Abbildung 5.19: Berechnungsnetz für HQ100 (n-1) (1)	53
Abbildung 5.20: HQ1 Wasserspiegellinien im Längsschnitt, Detailansicht	54
Abbildung 5.21: HQ1 Wasserspiegelhöhen im Oberwasser	55
Abbildung 5.22: HQ1 Wasserspiegellinie PN143.....	55
Abbildung 5.23: HQ5 Wasserspiegellinien im Längsschnitt, Detailansicht	56
Abbildung 5.24: Wasserspiegelhöhen im Oberwasser.....	57
Abbildung 5.25: Wasserspiegellinie PN143	57
Abbildung 5.26: HQ30 Wasserspiegellinien im Längsschnitt, Detailansicht	58
Abbildung 5.27: HQ30 Wasserspiegelhöhen im Oberwasser	59
Abbildung 5.28: HQ30 Wasserspiegellinie PN143.....	59
Abbildung 5.29: HQ100 Wasserspiegellinien im Längsschnitt, Detailansicht	60
Abbildung 5.30: HQ100 Wasserspiegelhöhen im Oberwasser	61
Abbildung 5.31: HQ100 Wasserspiegellinie PN143.....	61
Abbildung 5.32: HQ1000 Wasserspiegellinien im Längsschnitt, Detailansicht	62
Abbildung 5.33: Wasserspiegelhöhen im Oberwasser.....	63
Abbildung 5.34: Wasserspiegellinie PN143	63

Abbildung 5.35: HQ100(n-1) Werte der Querprofile im Längsschnitt, Vergleich mit HQ100	64
Abbildung 5.36: Wasserspiegelhöhen HQ100(n-1) (1) WF1 geschlossen	65
Abbildung 5.37: Wasserspiegelhöhen HQ100(n-1) (2) WF2 geschlossen	65
Abbildung 5.38: Wasserspiegelhöhen HQ100(n-1) (3) WF3 geschlossen	66
Abbildung 5.39: Wasserspiegellinien PN143 HQ100(n-1).....	66
Abbildung 6.1: Wehrförderfähigkeit im Vergleich im Querprofil PN143.....	67
Abbildung 6.2: Vergleich der Wasserspiegelhöhen an den Querprofilen: HQ1	68
Abbildung 6.3: Vergleich der Wasserspiegelhöhen an den Querprofilen: HQ5	69
Abbildung 6.4: Vergleich der Wasserspiegelhöhen an den Querprofilen: HQ30.....	70
Abbildung 6.5: Vergleich der Wasserspiegelhöhen an den Querprofilen: HQ100.....	71
Abbildung 6.6: Vergleich der Wasserspiegelhöhen an den Querprofilen: HQ1000.....	72
Abbildung 6.7: Vergleich der Wasserspiegelhöhen an den Querprofilen: HQ100(n-1)(1)	73
Abbildung 6.8: Vergleich der Wasserspiegelhöhen an den Querprofilen: HQ100(n-1)(2)	74
Abbildung 6.9: Vergleich der Wasserspiegelhöhen an den Querprofilen: HQ100(n-1)(3)	75
Abbildung 7.1: Ursprüngliche Geometrie der Wehrhöcker (2-fach überhöhte Darstellung)...	77
Abbildung 7.2: Optimierte Geometrie der Wehrhöcker (2-fach überhöhte Darstellung)	77
Abbildung 7.3: Geänderte Rauheitswerte im Bereich der Kraftwerksanlage	78
Abbildung 7.4: Gemittelte Wasserspiegellinie im Längsschnitt, Detailansicht Oberwasser ...	79
Abbildung 7.5: Gemittelte Wasserspiegellinie im Längsschnitt, Detailansicht Unterwasser..	80
Abbildung 7.6: 3D-Ansicht der Geschwindigkeitsverteilung an der Sohle (Referenzsimulation)	81
Abbildung 7.7: 3D-Ansicht der Geschwindigkeitsverteilung an der Sohle (Variante).....	81
Abbildung 7.8: 3D-Ansicht der Geschwindigkeitsverteilung an der Wasseroberfläche (Referenzsimulation)	82
Abbildung 7.9: 3D-Ansicht der Geschwindigkeitsverteilung an der Wasseroberfläche (Variante).....	82
Abbildung 7.10: Einfluss der Geschiebeschwelle auf die Strömungsrichtung in Bodennähe .	83
Abbildung 7.11: Anströmen der Wehrpfeiler an der Wasseroberfläche (rot) und an der Sohle (blau).....	84

Abbildung 7.12: Dynamischer Druckanteil [N/m²] (Referenzsimulation)..... 85

Abbildung 7.13: Dynamischer Druckanteil [N/m²] (Variante) 85

Abbildung 8.1: Auswertung der Wehrförderfähigkeit im Querprofil PN143 87

9.3 Tabellenverzeichnis

Tabelle 3.1: Ergebnisse der Wasserspiegelhöhen im Vergleich mit dem Modellversuch	29
Tabelle 4.1: Ergebnisse der semi-empirischen Berechnung für die Wehrförderfähigkeit	33
Tabelle 5.1: Kalibrierung – Ergebnisse der hydrostatischen Berechnungen	45
Tabelle 5.2: Kalibrierung – Ergebnisse der nicht-hydrostatischen Berechnungen	46
Tabelle 5.3: Simulationen im Überblick	52
Tabelle 6.1: Wasserspiegelhöhen im Vergleich: Querprofil PN143	67
Tabelle 6.2: Ergebnistabelle HQ1	68
Tabelle 6.3: Ergebnistabelle HQ5	69
Tabelle 6.4: Ergebnistabelle HQ30	70
Tabelle 6.5: Ergebnistabelle HQ100	71
Tabelle 6.6: Ergebnistabelle HQ1000	72
Tabelle 6.7: Ergebnistabelle HQ100(n-1)(1).....	73
Tabelle 6.8: Ergebnistabelle HQ100(n-1)(2).....	74
Tabelle 6.9: Ergebnistabelle HQ100(n-1)(3).....	75
Tabelle 7.1: Ergebnistabelle Variante	79

ANHANG

//STEERING FILE TELEMAT-3D//

LAW OF BOTTOM FRICTION = 3 /Strickler
FRICTION COEFFICIENT FOR THE BOTTOM = 40
LAW OF FRICTION ON LATERAL BOUNDARIES = 5 /Nikuradse
FRICTION COEFFICIENT FOR LATERAL SOLID BOUNDARIES = 0.0008
HORIZONTAL TURBULENCE MODEL = 1 /konstante Viskosität
COEFFICIENT FOR HORIZONTAL DIFFUSION OF VELOCITIES = 0.01
VERTICAL TURBULENCE MODEL = 2 /Standard-Mixing-Length
MIXING LENGTH MODEL = 1 /Prandtl
COEFFICIENT FOR VERTICAL DIFFUSION OF VELOCITIES = 1.E-6
NON-HYDROSTATIC VERSION = YES
MASS-LUMPING FOR DEPTH = 1.0 /stabilisiert und beschleunigt die Berechnung
VELOCITY VERTICAL PROFILES = 2;2 /Auslass und Einlass logarithmisch
VELOCITY PROFILES = 1;4 /Auslass konstant; Einlass Quadratwurzel der Wassertiefe
INITIAL ELEVATION = 337.0 /konstanter Wasserspiegel zu Beginn der Simulation
INITIAL CONDITIONS = 'CONSTANT ELEVATION'
NUMBER OF HORIZONTAL LEVELS = 5 /Vertikale Diskretisierung
FREE SURFACE GRADIENT COMPATIBILITY = 0.9 /Stabilisierungsoption
PRESCRIBED FLOWRATES = 0.0; 1310.0 /Vorgegebener Durchfluss
PRESCRIBED ELEVATIONS = 335.99; 0.0 /Vorgegebener Wasserspiegel
SUPG OPTION = 1; 1; 1; 1 /Upwinding für alle Variablen
TIME STEP = 0.1 /Zeitschritt in Sekunden
NUMBER OF TIME STEPS = 72000
ACCURACY FOR PROPAGATION = 1.E-5 /Rechengenauigkeit des Solvers
ACCURACY FOR VERTICAL VELOCITY = 1.E-5 /Rechengenauigkeit des Solvers

Python Script zur Extraktion der Netzscheitelpunkte aus der DXF-Datei:

```

# -*- coding: utf-8 -*-
"""
Created on Mon Mar 10 17:59:50 2014
by Fabian Heinzle
"""

# This python script extracts vertex coordinates of surfs out of
# a dxf-file
# It will work for dxf-files with format DXF2013 only

from sys import stdout

print('\n\n-----EXTRACT XYZ OF MESH VERTICES FROM
DXF2013-----\n\n')

# Ask for source file in current folder
dxfFile = raw_input('Enter relative path and name of source file
(dx-f-2013):\n')

# Find position of Meshes
# Save line numbers to list
lineNumbers = []
lookup = 'SubDMesh' # search for keyword SubDMesh
print '\nLocalise position of vertex coordinates within source
file...\n'
with open(dxfFile) as sourceFile :
    for num, line in enumerate(sourceFile , 1):
        if lookup in line:
            lineNumbers.append(num)

# Create list with line numbers of initial lines for each mesh
# (10 lines below keyword)
firstLines = []
i = 0
N = len(lineNumbers) # Number of Meshes found
while i < N:
    firstLines.append(lineNumbers[i] + 9)
    i += 1

M = 0
m = [] # List with number of vertices
i = 0
# Read all lines of source file an save to variable data
with open(dxfFile) as sourceFile:

```

```

data = sourceFile.readlines()
# Retrieve number of vertices for each mesh (8 lines below
# initial line)
while i < N:
    NumPos = lineNumbers[i] + 7
    line = data[NumPos]
    line.strip()
    NumVertices = int(line)
    m.append(NumVertices)
    M = M + int(m[i])
    i += 1

print M, 'Vertices found in', N, 'Meshes\n'

# Extract coordinates
# Define list for coordinates (x, y, z)
X = []
Y = []
Z = []
# Loop over meshes
k = 1 # Skip first mesh, as it is empty anyway
while k < N:
    # Loop over vertices
    j = 0
    while j < m[k]:
        # Print current mesh number and vertex dynam-
        # cally using method stdout.write
        # with string preceding "\r" to prevent cursor
        # from entering new line
        stdout.write('\rProcessing Mesh '+str(k)+' ...
        ... (extracting vertex '+str(j)+' ...
        ... of '+str(m[k])+' )')
        stdout.flush() # May not be necessary

        # Extract x-values
        xString = data[firstLines[k]+j*6]
        strX = xString.strip()
        spX = strX.split('.', 1)
        X.append(spX[0] + '.' + spX[1][:3])

        # Extract y-values
        yString = data[firstLines[k] + j*6 + 2]
        strY = yString.strip()
        spY = strY.split('.', 1)
        Y.append(spY[0] + '.' + spY[1][:3])

        # Extract z-values

```

```

        zString = data[firstLines[k] + j*6 + 4]
        strZ = zString.strip()
        spZ = strZ.split('.', 1)
        Z.append(spZ[0] + '.' + spZ[1][:3])

        j += 1
    k += 1

stdout.write('\rExtraction completed. ...
...')
stdout.write('\nWriting coordinates to file...')

# Write coordinates to text file
resultFile = dxfile[:len(dxfile)-4] + '.xyz'
with open(resultFile, 'w') as resFile:
    i = 0
    while i < len(X):
        string = X[i]+' '+Y[i]+' '+Z[i]+' \n'
        resFile .write(string)
        i += 1
stdout.write('\nWriting completed.          ')
stdout.write('\n\n')

```