



Vojvodic Goran, BSc

# **Beulen von dünnwandigen UHPFRC-Scheiben unter Schubbeanspruchung**

## **MASTERARBEIT**

zur Erlangung des akademischen Grades

Diplom-Ingenieur

Masterstudium Bauingenieurwissenschaften – Konstruktiver Ingenieurbau

eingereicht an der

**Technischen Universität Graz**

Betreuer

O. Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Viet Tue Nguyen

Institut für Betonbau

DI DI Theiler Werner

Graz, März 2015

## **EIDESSTATTLICHE ERKLÄRUNG**

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt, und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe. Das in TUGRAZonline hochgeladene Textdokument ist mit der vorliegenden Masterarbeit identisch.

---

Datum

---

Unterschrift

# Danksagung

In der ersten Linie gilt mein großer und aufrichtiger Dank Herrn. Prof. Nguyen Viet Tue für die Teilnahme an seinem fachlichem Wissen, Austausch, Ideen und anschaulichen Erklärungen, unter welcher Leitung diese Arbeit entstand. Seine überaus freundliche Art, Spontantität, unkomplizierter menschlicher Umgang, Motivationsschüpe in der richtigen Momenten sind und werden immer ein Vorbild für mein zukünftigen Werdegang sein. Auch sein Glaube an dieses, dem Massivbau ungewohnte, Thema möchte ich hervorheben.

Ein besonderer Dank gilt Herrn. DI DI Werner Theiler für die Betreuung dieser Arbeit. Durch seine ruhige, kompetente und besonnene Art war er stets bemüht die Ausarbeitung des Themas durch angenehme Fahrwässer hinzulotzen, bei Beibehaltung eines klaren Ziels. Die zahllosen fachlichen Gespräche, Grübeleien, Diskussionen und Unterstützungen werde ich vermissen. Seine schier unendliche Geduld bei der Bearbeitung, Versuchsbegleitung und Auswertung sucht seines Gleichen.

Weiters möchte ich mich bei Herrn. Dr. DI Berhard Freytag für die Versuchsbetreuung und -durchführung, Literaturempfehlungen, fachliche Ratschläge bei der Entscheidungsfindung und Teilhabe an seinen Erfahrungen bedanken. Auch Herrn. Ass. Prof. Anderas Taras gilt mein Dank für die Veranschaulichung der Stahlbauansicht dieses Arbeitsthema. Ich möchte auch dem Team und den MitarbeiterInnen des Instituts für Betonbau und des Labors für konstruktiven Ingenieurbau der Technischen Universität Graz miteinschließen. Besonders hervorheben möchte ich Herrn Dr. Ing. Nguyen Duc Tung für den Beistand bei nummerischen Auswertungen und freudlichen Umgang.

Herzlichst und tiefst bedanke ich mich bei meine Frau Daniela und Tochter Tea für Verständnis, Ansporn, Glaube und Liebe, die mich durch diese Zeit mitgetragen haben.

Vojvodic Goran

## Kurzfassung

Die Bauteile aus UHPFRC eignen sich, wie keine anderen zementgebundene Bauteile zur Herstellung von dünnen Scheiben. Dabei ist es notwendig den Stabilitätsfall Schubbeulen hinreichend zu berücksichtigen. Neben der Schlankheit der Bauteile spielen die Randbedingungen, die Belastung und die Materialkennwerte, vor allem die Zugfestigkeit, eine besondere Rolle. Nach der Vorstellung der theoretischen Grundlagen des UHPFRC und des Beulens werden im ersten Teil dieser Arbeit die numerischen Untersuchungen für verschiedene Schlankheiten der Bauteile, bei konstanter Plattendicke, durchgeführt. Durch die Berechnung der geometrisch und materiell nichtlinearen Versagenslasten und deren Vergleich mit idealer *Euler*-schen Beulbelastung werden, der unter- und überkritische Beulbereich charakterisiert. Es folgt die Detailuntersuchung an einem Bauteil aus dem unterkritischen Beulbereich mit dem Merkmal des plötzlichen Beulversagens, und einem Bauteil aus dem überkritischen Beulbereich samt Zugfeldentwicklung und Lastreserve nach dem Beulbeginn. Im zweiten Teil der Arbeit werden die numerischen Untersuchungen für die Versuchsbauteile durchgeführt. Dabei werden die zusätzlichen Einflüsse aus der Versuchsanordnung mitberücksichtigt. Letztens werden die ersten Versuchsergebnisse vorgestellt und mit FE-Berechnungen verglichen. Durch die Resultate dieser Arbeit soll für die Behandlung der Konstruktionen aus dünnwandigen UHPFRC-Scheiben im Schubbeulfall, als Querschnittmaterie zwischen Stahlbeton- und Stahlbau, Beitrag geleistet werden.

## **Abstract**

The fibre reinforced ultra high performance concrete (UHPFRC) structures are particularly appropriate for the fabrication of thin-walled plates, more than any other cement-bound structures. At that it is necessary to properly regard structural stability case of shear buckling. The high attention is to direct on the slenderness, boundary conditions, loading and material properties, especially tensile strength. After the introduction of theoretical principles for UHPFRC and buckling, numerical analysis for different slenderness, at constant plate thickness, is going to be conduct at the first part of this paper. Sub- and post-critical stress state after buckling is to be characterized through geometrical and material nonlinear failure load in comparison with Euler elastic critical buckling stress. Detail analysis will be made for one structural element regarding the sub-critical shear buckling with suddenly buckling failure at one side and on the other side one structural element regarding post-critical buckling considering tension field action and load reserve after buckling begins. The second part of this paper contains numerical analysis of the structural elements for the experiments regarding additional leverage from experimental design. Finally the first experimental results will be presented and compared with numerical analysis results. All this should make a contribution for handling structures with thin-walled UHPFRC plates under shear buckling as cross section topic between reinforced concrete and steel structures.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung.....</b>	<b>1</b>
1.1	Ausgangslage und Motivation .....	1
1.2	Aufgabenstellung und Ziel .....	1
1.3	Aufbau der Arbeit .....	2
<b>2</b>	<b>Theoretische Grundlagen.....</b>	<b>4</b>
2.1	UHPC.....	4
2.1.1	Einleitung .....	4
2.1.2	Entwicklung .....	4
2.1.3	Grundlagen .....	5
2.1.4	Herstellung .....	9
2.1.5	Eigenschaften .....	11
2.1.6	Kennwerte und deren Ermittlung .....	13
2.1.7	Unsicherheiten.....	14
2.1.8	Anwendungen.....	14
2.2	Schubbeulen.....	16
2.2.1	Schubkräfte im Allgemeinen.....	16
2.2.2	Beulen als Stabilitätsversagen .....	22
2.2.3	Beulen unter Schubbeanspruchung .....	32
2.2.4	Schubbeulen – dünnwandige Bauteile im Stahlbau .....	39
2.2.5	Schubbeulen – dünnwandige Bauteile aus UHPFRC.....	47
<b>3</b>	<b>Methodik und Randbedingungen der FE-Berechnung .....</b>	<b>56</b>
3.1	Methodik.....	56
3.2	Randbedingungen .....	58
3.2.1	Randbedingungen aus dem Versuchsaufbau .....	58
3.2.2	Randbedingungen aus zwei gewollten Schubbeulen.....	59
<b>4</b>	<b>FE-Berechnungen .....</b>	<b>61</b>
4.1	Allgemein .....	61
4.2	Geometrien .....	62
4.3	Materialien.....	64
4.4	Lagerung .....	66
4.5	Nicht-Linearität.....	67

4.6	Belastung und Belastungsgeschichte .....	68
4.7	Sensibilitätsanalyse.....	69
4.8	Parameterversuche.....	70
4.9	Ergebnisse der FE-Simulation .....	71
4.9.1	Versagenslasten und Detaildarstellungen.....	71
4.9.2	Diskussion der Ergebnisse.....	78
4.9.3	Vergleich der FE-Ergebnisse mit theoretischen betonspezifischen Ansätzen .....	81
<b>5</b>	<b>Versuchsbeschreibung.....</b>	<b>83</b>
5.1	Versuchskörper.....	83
5.2	Geplante Versuchsdurchführung und -aufbau .....	86
5.3	Ergebnisse der FE-Berechnung für den Versuchskörper, Erwartungen an die Versuchsergebnisse.....	89
<b>6</b>	<b>Erste Ergebnisse der Versuchsdurchführung.....</b>	<b>91</b>
<b>7</b>	<b>Resümee .....</b>	<b>96</b>
7.1	Zusammenfassung, Schlussfolgerung.....	96
7.2	Empfehlungen, Ausblick .....	98
	<b>Literaturverzeichnis.....</b>	<b>101</b>
	<b>Anhang.....</b>	<b>104</b>

## Verwendete Symbole und Abkürzungen

HCP	High Performance Concrete
UHPC	Ultra High Performance Concrete
UHPFRC	Ultra High Performance Fiber Reinforced Concrete
HFB	Hochfester Beton
UHFB	Ultrahochfester Beton
EC 2	Eurocode 2, EN 1992 – Betonbau
EC 3	Eurocode 3, EN 1993 – Stahlbau
DAfStb	Deutscher Ausschuss für Stahlbeton
FEM	Finite Elemente Methode
FEA	Finite Elemente Analyse
GMNIA	geometrisch und materiell nicht-lineare Analyse
$x_1, x_2, x_3$	Kartesisches Koordinatensystem, Richtungsbezeichnung 1,2,3
$t^{(n)}$	Spannungsvektor
$\sigma_{(i)}$	Normalspannung
$\tau_{(i)}$	Schubspannung
$\sigma_{(nn)}$	Spannungsvektorkomponente, Normalspannung
$\tau_{(nn)}$	Spannungsvektorkomponente, Schubspannung
$x, y, z$	Kartesisches Koordinatensystem, Richtungsbezeichnung x,y,z
$\sigma$	Spannungstensor
IBB	Institut für Betonbau der Technischen Universität Graz
LKI	Labor für konstruktiven Ingenieurbau der Technischen Universität Graz
SW	SW Umwelttechnik Österreich GmbH, Liez

# **1 Einleitung**

## **1.1 Ausgangslage und Motivation**

Seit jeher bemühen sich die Menschen Brücken zu schlagen, um ihr tägliches Leben zu erleichtern. Dabei wurde die Brücke wie kein anderes Bauwerk zum Symbol für die Kultur-, Gesellschafts- und Technologieentwicklung und deren Fortschritt. Es wurden immer größere Spannweiten und grazilere Formen entwickelt. Auch die verwendeten Materialien wurden optimiert, um Tragverhalten und -eigenschaften zu verbessern, aber auch, um wirtschaftlichen Anforderungen gerecht zu werden.

Ultrahochfester Beton (UHFB) stellt mit seinen ausgezeichneten Festigkeitseigenschaften und seiner überragenden Dauerhaftigkeit die letzte Stufe der derzeitigen Entwicklung dar. Bauteile aus UHFB eignen sich besonders für Brückenbauwerke. Obwohl in der Betontechnologie seit längerem bekannt und als Material erforscht, wurden bis dato vor allem wegen der fehlenden Anwendungen keine ausreichenden, fallumfassenden Bauteiluntersuchungen für bestimmte Stabilitätsfälle durchgeführt. Die konventionellen Konstruktionsprinzipien des Normalbetons zu verwenden, ist aus wirtschaftlicher Sicht bezüglich der Materialausnutzung nicht sinnvoll. Deshalb stellen alle wissenschaftlichen Anstrengungen um die Erforschung der UHFB-Bauteile einen Beitrag zur Weiterentwicklung der zukünftigen Bauwerke und eine sichtbare Vermittlung unseres technologischen Entwicklungsstandes an nächste Generationen dar.

## **1.2 Aufgabenstellung und Ziel**

Diese Arbeit soll vor allem einige wissenschaftliche Fragen beantworten, die notwendig sind, um die UHFB-Konstruktionen noch besser, wirtschaftlicher und mutiger umzusetzen. Bei großflächigen, dünnwandigen Bauteilen spielt der Stabilitätsfall „Beulen“ eine große Rolle und ist besonders im Bereich des Stahlbaus sehr gut erforscht. Da UHFB wegen seiner Materialeigenschaften und seines Tragverhaltens auch bei solchen Bauteilen sein Einsatzgebiet findet, wurden bereits erste Schritte in Richtung eines tiefreichenden Verständnisses des Bauteilverhaltens bezüglich der Beulproblematik gemacht. Ziel dieser Arbeit ist es, Beulen

als durch Schubbelastung verursachtes Stabilitätsversagen zu untersuchen und an Hand ausgewählter Bauteile darzulegen. Dabei werden Materialaspekte sowie Geometrie und Randbedingungen berücksichtigt.

Durch die analytische Vorgehensweise soll insbesondere der überkritische Tragbereich erforscht werden. Dieser ist insofern wichtig, als Erkenntnisse aus diesem Bereich zum besseren Verständnis des Materialverhaltens im Fall von Schubbeulen beitragen. Diese große Tragreserve beim Beulen ist ein Spezifikum gegenüber anderen Stabilitätsversagensarten und muss dementsprechend rücksichtsvoll behandelt werden. Mit der Sensibilitätsanalyse und den Parameterversuchen sollen unter anderem Materialunsicherheiten und mögliche Ergebnisabweichungen näher erklärt werden können.

Schließlich sollen die Ergebnisse aus dieser Arbeit nicht nur zum besseren Verständnis der UHFB-Anwendungen beitragen, sondern auch aufzeigen, zu welchen Detailthemen es noch intensiveren Forschungsbedarf gibt und wo ein etwaiges Optimierungspotential liegt. Vor allem aber dienen die Untersuchungsergebnisse der Vorbereitung und der Planung der Versuche.

### **1.3 Aufbau der Arbeit**

Nach den Einführungsworten zur Ausgangslage, Motivation, Aufgabenstellung und zum Ziel dieser wissenschaftlichen Arbeit, werden in Kapitel 2 die theoretischen Grundlagen zwecks besseren Verständnisses der Problemstellung dargelegt. Dieses gliedert sich in zwei Unterkapitel. Das erste beschäftigt sich mit der Entwicklung, den Grundlagen und der Herstellung von UHFB sowie mit seinen mechanischen Eigenschaften, Kennwerten und deren Ermittlung. Hier soll ein Überblick über das Material UHFB gegeben werden, besonders über seine Vorteile, aber auch damit verbundene Unsicherheiten, abschließend werden ausgewählte Anwendungen und mögliche Einsatzgebiete von UFHB diskutiert. Das zweite Unterkapitel beschäftigt sich mit dem Stabilitätsfall Schubbeulen. Zuerst werden allgemeine mechanische Betrachtungen von Schubkräften angestellt und die Besonderheit dünnwandiger Bauteile dargelegt. Danach wird das Beulen als Stabilitätsversagen insbesondere unter Schubbelastung erläutert. Dabei wird auf die verschiedenen materialabhängigen Konstruktionsansätze beim Schubbeulen verwiesen.

Über die Beschreibung der Methodik wird im Kapitel 3 versucht, die Vorgehensweise beim darauf folgenden Kapitel, vor allem bei der FE-Analyse, festzulegen. Im gleichen Kapitel werden die Randbedingungen erklärt, insbesondere hinsichtlich des Versuchskörpers und -aufbaus. Daraus resultierende Einflüsse müssen entscheidend berücksichtigt werden.

Der zentrale Punkt dieser Arbeit ist die FE-Analyse der Versuchskörper mit verschiedenen Abmessungen. Nach der Festlegung der Geometrie, der Materialien, der Lagerung und des zu verwendenden Materialmodells werden mit geometrisch und materiell nichtlinearen (GMNIA) Berechnungen, unter Berücksichtigung der Belastung und Belastungsgeschichte sowie Randbedingungen, Ergebnisse bezüglich des Schubbeulens erarbeitet. Durch die Veränderung einiger Eingangswerte soll die Ergebniskonvergenz bestimmt werden, um die Plausibilität des Modells zu verifizieren. Danach werden die Berechnungsergebnisse übersichtlich dargestellt. Es erfolgt ein qualitativer Vergleich, der die Beulphänomene aufzeigt und der Frage nachgeht, unter welchen bestimmten Umständen es dazu kommt.

Kapitel 5 beschäftigt sich mit der Beschreibung der Versuchskörper, ihrer Besonderheiten wie der Herstellung, der Aussparungen, der Bewehrung und der Abweichungen vom Soll. Dargelegt wird auch die geplante Versuchsdurchführung, besonders Versuchskörperanpassung an die Laborbedingungen und -möglichkeiten. Es werden sinnvolle Erwartungen an die Versuchsergebnisse formuliert. Die Versuchsdurchführung und -ergebnisse werden im Kapitel 6 dargelegt.

Abschließend werden die Ergebnisse zusammengefasst sowie interpretiert und entsprechende Schlussfolgerungen gezogen. Daraus sollen Erkenntnisse und Empfehlungen bezüglich der Problemstellung und des zukünftigen Forschungsbedarfes formuliert werden. Auch der Ausblick auf die Materialentwicklung, wie z.B. die Entwicklung der Fasertechnologie, soll mitberücksichtigt werden.

## **2 Theoretische Grundlagen**

### **2.1 UHPC**

#### **2.1.1 Einleitung**

Die theoretischen Grundlagen des UHPC, die in den hier folgenden Absätzen dargelegt werden, sind als Zusammenfassung verschiedener Literaturquellen zu dieser Thematik anzusehen und bieten einen schmalen Überblick mit punktueller Tiefe über diese breite Materie. Besonders hervorheben möchte ich die Werke: Herstellung und Eigenschaften von Ultra-Hochleistungsbetonen, *Schneider, Horvath* [1], Ultrahochfester Beton, *König, Holschemacher, Dehn* [2], und Sachstandsbericht Ultrahochfester Beton, *DAfSb* [3].

#### **2.1.2 Entwicklung**

In den vergangenen Jahrzehnten kam es zu ständigen Weiterentwicklungen zementgebundener Baustoffe. Vor fünf bis sechs Jahrzehnten war es möglich, unter Baustellenbedingungen Betone mit Druckfestigkeiten von 25 bis 55 MPa herzustellen. Durch die Entwicklung leistungsfähigerer Zusatzmittel und -stoffe war es in der darauf folgenden Zeit möglich, eine Steigerung der Festigkeiten zu erreichen. Somit ergaben sich Betone, die – unter Baustellenbedingungen und Qualitätskontrolle hergestellt – eine Druckfestigkeit von 115 MPa und darüber besaßen. Neben einer Steigerung der mechanischen Eigenschaften war der eigentliche Vorteil die wesentliche Verbesserung der Dauerhaftigkeit. Solche Betone werden als Hochleistungsbetone (engl.: HPC – High Performance Concrete) bezeichnet. Zeitlich zuletzt entwickelte Betone haben Druckfestigkeiten von bis zu 800 MPa [8] und werden als ultrahochfeste Betone UHFB (engl.: UHPC – Ultra High Performance Concrete) bezeichnet. Jedoch sind für die Herstellung besondere Kenntnisse über die Mischungskomponenten und das Nachbehandlungsverfahren erforderlich. Einen besonderen Entwicklungsschub brachte Mitte der 90er Jahre das französische Labor Bouygues S.A. Scientific Division mit dem Produkt RPC (Reactive Powder Concrete). UHPC wird bis dato hauptsächlich in Brücken- und in Hochbaukonstruktionen verwendet.

### 2.1.3 Grundlagen

Ultrahochfeste Betone (UHFB) stellen eine neue Klasse von Betonen dar, die sich durch ihre besonderen Eigenschaften bezüglich Festigkeit und Dauerfestigkeit sowie Würfeldruckfestigkeiten über 115-150 MPa auszeichnen. In der Literatur werden die Betone manchmal erst ab einer Würfeldruckfestigkeit von 200 MPa als UHFB bezeichnet [8], eine klare Grenze ist nicht definiert. Normativ erfasst sind, Betone mit Zylinderdruckfestigkeiten bis 90 MPa.

Entscheidend für die verbesserten Eigenschaften ist die Optimierung der Mikrostruktur der UHFB durch ein fein abgestimmtes Korngefüge und Kleinstfraktionen der Zuschläge mit einem Größtkorn von 1 mm für Feinkornbetone und einem Größtkorn von 8-16 mm für Grobkornbetone. Allerdings wird UHFB vorwiegend als Feinkornbeton hergestellt. Es entsteht eine homogene Matrix mit einer maximalen Dichte. Die Zwischenräume zwischen den Zementpartikeln und den Zuschlägen werden durch die Zugabe von Mikrosilika ausgefüllt. Somit wird der Verdichtungseffekt noch zusätzlich verstärkt, was sich positiv auf die Festigkeit aber auch auf die Duktilität auswirkt. Des Weiteren können dem UHFB Fasern beigegeben werden. Auf diese Weise werden Zugfestigkeit und Duktilität des Materials sowie Dauerhaftigkeit und Nachbruchverhalten positiv beeinflusst. Eine weitere Besonderheit des UHFB ist der niedrige w/z-Wert. Angestrebt werden w/z-Werte von 0,15. Sie erfordern aber den Einsatz eines Superverflüssigers, damit Beton überhaupt mischbar und verarbeitbar wird.

Ein besonderes Augenmerk bei der Herstellung des UHFB gilt den Ausgangsstoffen. Im Wesentlichen handelt es sich um ein 6-Komponenten-Material bestehend aus Zuschlägen, Zement, Wasser, Mikrosilika, Hochleistungsverflüssiger und Fasern.

Als Zuschläge kommen für die Herstellung von feinkörnigem UHFB nur feine Sande mit einer Korngröße von 0,15mm bis 1mm und Gesteinsmehl zur Anwendung. Es wurde auch mit Metakaolin und Feinhüttensanden als Mikrosilikaersatz geforscht.[2] Durch die Feinheit des Zuschlages wird die poröse und heterogene Kontaktzone zwischen Zuschlagkorn und Zementleim beseitigt. Der fehlende C<sub>3</sub>A-Gehalt sowie der niedrige W/B-Wert bewirken zusätzlich eine fast vollständige Eliminierung der weichen Hydratationsprodukte wie Etringit und Calciumhydroxid. Bei der Auswahl des Zuschlags muss auf die Wahl der verschiedenen Körnungsklassen und eine möglichst stetige Kornverteilungskurve, die sich der Fullerparabel annähert, geachtet werden. Weiter sind die mineralische Zusammensetzung und Oberflächenrauigkeit bei der Zuschlagsauswahl wichtig.

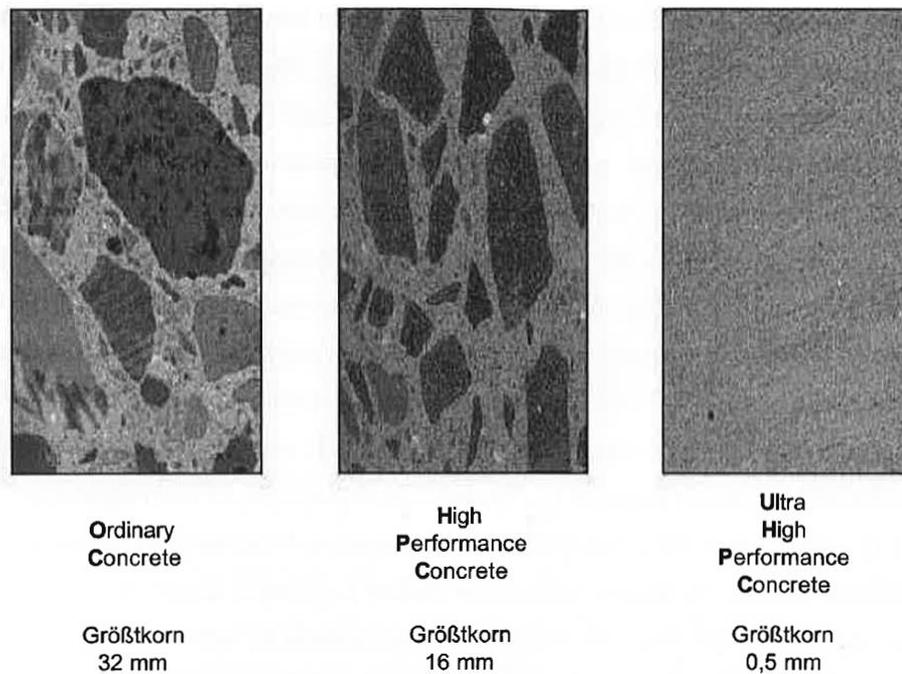


Abbildung 2.1: Vergleich der Mikrostruktur von Normalbeton, HFB und UHFB [1]

Als Zement wird meist ein hochsulfatbeständiger Portlandzement verwendet. Bei der Herstellung von Zement entstehen durch das Brennen und Sintern vier grundsätzliche Klinkerphasen, die unterschiedliche Beiträge zu den Zementeigenschaften liefern. Die Phasen sind: Tricalciumsilicat ( $C_3S$ ), Dicalciumsilicat ( $C_2S$ ), Tricalciumaluminat ( $C_3A$ ) und Tetracalciumaluminatferrit ( $C_4AF$ ) sowie einige Nebenbestandteile. Seine wesentlichen Eigenschaften verdankt Zement dem Tricalciumsilicat, der – mit Wasser vermischt – schnell erhärtet, dabei eine große Hydratationswärme entwickelt und sehr hohe Festigkeiten erreicht. Er ist auch für Frühfestigkeiten des Zements verantwortlich. Das kalkärmere Dicalciumsilicat erhärtet auch hydraulisch, jedoch langsamer, erreicht aber gleiche Endfestigkeiten wie  $C_3S$ . Die Hydratationswärme ist geringer. Tricalciumaluminat bindet Teile des Aluminiumoxids. Mit Wasser vermenget, reagiert es sehr schnell und erhärtet sofort. Dies hat eine störende Wirkung auf die Betonverarbeitung. Tetracalciumaluminatferrit bindet neben Teilen des Aluminiumoxids auch das Eisenoxid. Es trägt zur hydraulischen Erhärtung wenig bei. Bei hochfesten Betonen ist es deshalb ratsam, einen hohen Gehalt an  $C_3S$  und  $C_2S$  sowie einen niedrigen Gehalt an  $C_3A$  anzustreben. Für die Herstellung von UHFB wird empfohlen, einen  $C_3A$ -freien Portlandzement zu verwenden. Damit ergeben sich eine bessere Verarbeitbarkeit, ein geringer Wasserbedarf, eine etwas geringere Wärmeentwicklung, eine gute Nacherhärtung sowie Widerstandsfähigkeit gegen Sulfatangriffe.

Das zur Betonherstellung verwendete Wasser kann als Mischung aus Zugabewasser und Oberflächenfeuchtigkeit der Zuschläge definiert werden. Einer der wichtigsten Kennwerte des Frisch- und Festbetons ist der Wasserzementwert ( $w/z$ -Wert). Er kann als Massenverhältnis des im Beton enthaltenen Wassers ( $W$ ) und Zements ( $Z$ ) bezeichnet werden. Bei einem höheren  $w/z$ -Wert ist der Beton plastischer, gut verarbeitbar und verdichtbar. Jedoch sinkt die Enddruckfestigkeit. Ein niedriger  $w/z$ -Wert ergibt also höhere Druckfestigkeit. Bei Herstellung von UHFB wird ein  $w/z$ -Wert von 0,25 bis 0,15 angestrebt. Dabei hydratisiert Zement nicht vollständig. Eine vollständige Hydratation des Zements ist nicht mit der maximalen Druckfestigkeit gleichzusetzen. Die Zementkörner werden bereits bei der teilweisen Hydratation fest miteinander verklebt und die Klebeverbindungen sind auch umso fester, je dünner die Klebeschichten sind. Bei niedrigen  $w/z$ -Werten wird die Kontaktzone zwischen Zuschlag und Zementstein als festigkeitsentscheidend angesehen. Ein weiterer Kennwert, besonders bei hochfesten und ultra-hochfesten Betonen, ist der Wasserbindemittelwert ( $W/B$ -Wert). Darunter ist ein Massenverhältnis des Wassers ( $W$ ) und allen in Beton hydraulisch wirkenden Bindemitteln und Zusatzstoffen ( $B$ ) zu verstehen. Ein optimaler  $W/B$ -Wert kann bei der UHFB-Herstellung durch eine Analyse der Relativedichte bestimmt werden.

Wie bereits erwähnt, gehören die Mikrosilika (Silikastaub) zu den wichtigsten Herstellungstoffen der UHFB: Dabei handelt es sich um ein glasig erstarrtes, amorphes Siliciumdioxid. Dieser kondensierte Filterstaub liegt im primären Zustand pulverförmig vor und wird aus metallischem Silicium durch Aufschmelzung von Quarz und Kohle in Elektroöfen gewonnen. Die Mikrosilikapartikel haben eine fast perfekte Kugelform. Die mittlere Teilchengröße der Mikrosilika ist im Vergleich zu Zement um bis zu 100mal geringer. Sie sind deshalb in der Lage, Zwischenräume zwischen einzelnen Zementkörnern auszufüllen und somit die Packungsdichte und letzten Endes die Festigkeit zu erhöhen. Das amorphe Siliciumdioxid im Silikatstaub führt zu einer puzzolanischen Reaktion. Sie wird maßgeblich von zwei Faktoren bestimmt: einerseits von reaktiven, silikatischen Bestandteilen, die mit dem bei der Zementhydratation entstehenden Calciumhydroxid reagieren und weitere festigkeitsbildende Calciumsilicathydrat-Phasen bilden, und andererseits von der sehr großen, zur Verfügung stehenden Oberfläche. Eine weitere wichtige Eigenschaft der Mikrosilika ist die Reduzierung des Kapillarporenanteils, was zur Steigerung der Dauerhaftigkeit führt. Ihre Verwendung führt zu einer bemerkenswerten Verdichtung der Übergangszone zwischen Zuschlag und Zementstein, welcher der potenzielle Schwachpunkt jedes Betons ist, und somit zur Festigkeitserhöhung. Das Verhältnis zwischen Kapillar- und Gelporosität ist ein weiteres wichtiges Kriterium für die Festigkeit und Dauerhaftigkeit der Zementmatrix. Gelporen sind Bestandteil des Zementgels und entstehen bei dessen Bildung. Sie sind mit Porenlösung gefüllt. Kapillarporen entstehen durch das überschüssige Wasser im Zementstein und stellen Hohlräu-

me dar. Schon geringe Mengen der Mikrosilika verringern den Kapillarporenraum zugunsten der Gelporosität.

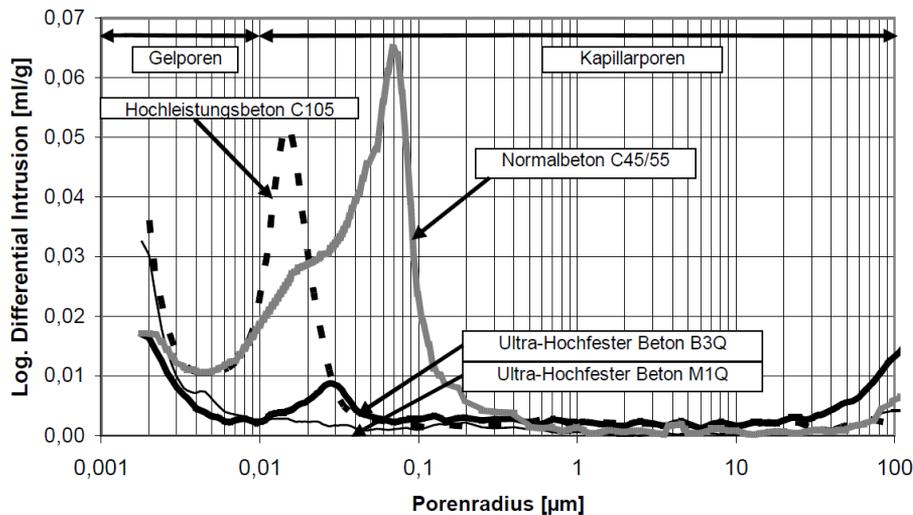


Abbildung 2.2: Vergleich der Porenradienverteilung von Normalbeton C45/55, HPC C105 und UHPC C200 [4]

Hochleistungsverflüssiger (Superplasticizer) dienen bei der Herstellung von UHFB in erster Linie zur Verbesserung der Verarbeitbarkeit. Durch den niedrigen W/B-Wert hat das UHFB schlechte Fließeigenschaften. Die bis dato verwendeten Verflüssiger basieren auf Ligninsulfonaten, Melaminharzen und Naphtalinsulfosäurekondensaten. Ligninsulfonate sind die Salze der Ligninsulfonsäuren und wirken bereits bei niedrigen Konzentrationen stark verflüssigend, jedoch verzögern sie die Zementhydratation. Melaminharze sind Polymere des Melamins. Sie überziehen einzelne Zementpartikel wie ein Schmierfilm und erhöhen dadurch die Gleitfähigkeit der Mischung. Naphtalinsulfosäurekondensate bewirken eine negative elektrostatische Aufladung der Zementpartikel welche zur gegenseitigen Abstoßung führt. Sie haben keine Auswirkung auf die Hydratation. Zuletzt entwickelt wurden die Hochleistungsverflüssiger auf Basis des modifizierten Polycarboxylethers. Zu Mischungsbeginn haben sie den gleichen elektrostatischen Effekt, erzeugen aber durch ihre molekulare Kammstruktur eine zusätzliche räumliche Barriere. Die verflüssigende Wirkung ist auch bei der fortgeschrittenen Hydratation gegeben.

Durch die Änderungen in der Betontechnologie kam es auch zu Änderungen des Bruchmechanismus bei UHFB. Als potenzielle Bruchstelle gilt nicht mehr die Kontaktzone zwischen Zuschlag und Zementstein, sondern der Zuschlag selbst. Die Bruchflächen sind sehr glatt und verlaufen durch die Zuschlagkörner. Mit zunehmender Festigkeit nimmt bei UHFB auch die Duktilität im Nachbruchbereich stark ab. Eine wünschenswerte, versagensankündigende Rissbildung bleibt aus. Es kommt zur Versprödung. Aus diesen Gründen werden dem UHFB

Fasern beigemischt. Grundsätzlich werden dabei Stahl-, Kunststoff- (Polypropylenfasern), Glas-, Polyacrylnitril- und Kohlenstofffasern verwendet. In der Regel werden Stahlfasern (Draht-, Span-, gefräste Stahl- und Blechfasern) eingesetzt. Weiter sind, neben Materialart, Faseroberfläche, -querschnittsform und -geometrie (Verhältnis Länge/Durchmesser) wichtig. Im Allgemeinen verwendete Stahlfasern (Edelstahl oder verzinkt) haben eine Länge von 10mm bis 30mm, einen Durchmesser von 0,15mm bis 0,20mm und ein Volumengehalt von 1,5% bis 3% der UHFB. Durch Beigabe von Stahlfasern erreicht man eine höhere Bruchenergie und ein wesentlich verbessertes duktileres Verhalten. Bei normalen Betonen führt die Beigabe von Stahlfasern zur Verschlechterung der Verarbeitbarkeit, bei UHFB tritt jedoch das Gegenteil ein. Dies ist vor allem auf die unterschiedliche Relativgröße der Fasern im Vergleich zum Größtkorn des Zuschlags zurückzuführen. Die Fasern können sich bei UHFB in die kleine Zuschlagskörner viel besser einbetten. Hauptsächlich wird die Wirkung der Stahlfasern von der Fasergeometrie bestimmt, besonders das Verhältnis zwischen Länge und Durchmesser (übliches Verhältnis:  $l/d$  von 50/100). Bruchmechanisch gesehen verhindert die Faserbewehrung den Rissfortschritt im UHFB und erhöht die Bruchdehnung. Neben dem wirksamen Faserabstand spielt die Haftung eine wesentliche Rolle für die Eigenschaften des UHFB. Wichtigste Bestandteile sind dabei die physikalische und die chemische Bindung, Reibung, mechanische Verzahnung und Faser-in-Faser Verfalzung (wenn Fasern mit umgebenden Fasern in Kontakt sind). Fasern versagen hauptsächlich durch Herausziehen aus der Matrix, weniger durch Reißen. Die größte Wirkung entfalten sie, wenn sie in Richtung der Hauptzugspannungen gerichtet sind und der Abstand untereinander möglichst klein ist. Sie bewirken auch eine bessere Rissverteilung.

### 2.1.4 Herstellung

Da sich der UHFB noch immer in der Entwicklungs- und Forschungsphase befindet ist es nicht normativ erfasst. Es gibt aber Empfehlungen für den faserverstärkten UHFB. Auch die Hinweise zur Herstellung von UHFB (Materialzusammensetzung, Bearbeitung und Nachbehandlung) können derzeit vor allem aus der Fachliteratur sowie den Forschungspublikationen entnommen werden. Bei der Materialzusammensetzung findet man in den Angaben nur geringe Unterschiede, lediglich bei Fasergehalt, Verflüssigergehalt und W/B-Wert gibt es mehr Abweichungen.

Grundsätzlich wird UHFB durch Beimischen von hochsulfatbeständigem Portlandzement, Mikrosilika, sehr feinen Zuschlagstoffen, Superverflüssiger, Wasser und Fasern hergestellt. Ein typischer Mischungsentwurf für industriell hergestellte UHFB hat folgende Zusammensetzung:

Material	Menge
CEM I 42,5 HS	695 kg/m <sup>3</sup>
Feiner Sand (150 – 400 µm)	990 kg/m <sup>3</sup>
Gesteinsmehl (< 150 µm)	210 kg/m <sup>3</sup>
Mikrosilika	225 kg/m <sup>3</sup>
Verflüssiger	37,5 l/m <sup>3</sup>
Stahlfasern	140 kg/m <sup>3</sup>
Wasser	195 l/m <sup>3</sup>

Tabelle 2.1: Typischer UHFB Mischungsentwurf [1]

Um die gewünschten Eigenschaften des UHFB zu erreichen, ist es notwendig, den Mischungsentwurf genau einzuhalten, insbesondere beim Dosieren der einzelnen Ausgangsstoffe. Jede Ungenauigkeit wirkt sich auf das Mikrogefüge des Betons aus und macht sich in den Festbetoneigenschaften bemerkbar. Wegen seiner sehr niedrigen w/b- bzw. w/z-Werte hat der Frischbeton nach dem Mischvorgang eine plastische und klebrige Konsistenz. Dies bedeutet auch einen höheren Reinigungsaufwand für Misch- und Fördergeräte. Aus den in der Literatur vorhandenen Mischvorgängen kann man folgende Vorgangsweise beschreiben: Zuerst werden alle pulverförmigen Ausgangsstoffe miteinander vermischt, bis eine homogene Masse vorhanden ist, dies wird über die Gleichmäßigkeit der Farbe des Mischgutes beurteilt (Vorgang dauert ca. 3 Minuten); die halbe Menge des Superverflüssigers wird mit Wasser verdünnt und mit der Trockenmischung vermischt; die andere Hälfte des Superverflüssigers wird mit dem restlichen Wasser verdünnt und ca. 2 Minuten später beigegeben; kurz vor Ende des Mischvorganges (nach etwa 4 Minuten) werden die Stahlfasern beigegeben; das Betongut wird anschließend noch ca. 9 Minuten durchgemischt. Wichtig ist, dass die Fasern erst nach dem Einsetzen der Wirkung des Superverflüssigers beigegeben werden, da sie sich dadurch am besten verteilen.

Wie bereits erwähnt, müssen für die Herstellung hochwertiger, hochfester Betone niedrige w/b-Werte verwendet werden. Dies bedeutet aber auch eine steife Konsistenz und ein geringes Ausbreitmaß. Besonders bei der Bauteilgeometrie mit ihrer komplizierten Schalung kommt es deshalb beim Einbringen des Betons häufig zur Nester- und Hohlraumbildung.

Die gewünschte Fließfähigkeit wird mittels leistungsstarken Superverflüssigers hergestellt. Auch deshalb, weil durch die Zugabe von Silikatstaub das ganze Gut klebriger wird, ist der Einsatz von Superverflüssiger unvermeidlich. Als Verdichter sollen Außen- und Oberflächenrüttler verwendet werden, keinesfalls Innenrüttler, da diese zur Freilegung von Stahlfasern und Schwächezonenebildung durch angesammeltes Wasser führen können. Als weitere Verdichtungsmöglichkeit, bietet sich das Aufbringen eines Umgebungsdruckes auf das Bauteil. Eine weitere sehr wichtige Eigenschaft von UHFB ist der Luftporengehalt. Wegen der feinen Silikastaubbestandteile und der niedrigen w/b-Werte sind keine Kapillarporen zu erwarten, jedoch benötigen Mischungen mit Silikatstaub höhere Verdichtungsenergien zum Erreichen eines möglichst geringen Luftporengehalts. Deshalb muss die Verdichtung besonders sorgsam durchgeführt werden.

Grundsätzlich eignen sich die Wärme- und Druckbehandlung als UHFB-Nachbehandlungsmethoden. Die Wärmenachbehandlung ist eine klassische Methode, um Festigkeitseigenschaften des Betons zu verbessern. Dadurch werden eine bessere Kristallisation der Hydrationsprodukte und die Aktivierung der puzzolanischen Reaktion des Mikrosilika erreicht. Vor allem kommt es zur Bildung festigkeitssteigernder Silicathydrate wie Xonolit, das sich bei UHFB bei hohen Temperaturen über 250°C entwickelt. Die Wärmenachbehandlung führt auch zu einem besseren Verhältnis zwischen gebundenem und freiem Wasser. Bei Temperaturen über 400 °C verbleibt fast kein freies Wasser mehr im Beton. Dies wirkt sich vorteilhaft auf die Dauerhaftigkeit des Betons aus, da Wasser aggressive Medien in den Beton leiten kann. Jedoch muss erwähnt werden, dass die Wärmenachbehandlung mit hohen Temperaturen nur für Laborproben geeignet ist. In der Praxis wird vor allem die Nachbehandlung nach dem Ausschalen im 90°C-Wasserbecken verwendet. Die andere Nachbehandlungsmöglichkeit besteht darin, auf den fertig gemischten Beton einen allseitigen Druck auszuüben. Da die Druckfestigkeit auch von der Dichte abhängig ist, ist es sinnvoll, die Dichte des Betons durch allseitigen Druck zu steigern. Die Vorteile sind: Verhindern oder Eliminieren der im Frischbeton eingeschlossenen Luft innerhalb der ersten Minuten, Austreiben des überschüssigen Wassers (es muss eine passende Schalung mit Öffnungen verwendet werden) und Eliminieren des Porenanteils bei längerer Einwirkzeit. Die Drucknachbehandlung hat jedoch kaum Auswirkungen auf die Biegezugfestigkeit.

### **2.1.5 Eigenschaften**

Die allgemeinen Eigenschaften von UHFB, die hier erläutert werden, sind: Homogenität, Dichte, Porosität und Mikrostruktur.

Beton ist allgemein als ein heterogener Baustoff zu bezeichnen. Insbesondere in geometrischer Hinsicht durch die unterschiedlichen Durchmesser von Zuschlag und Zementteil, in mechanischer Hinsicht durch unterschiedliche E-Module von Zuschlag und Zementstein, in physikalischer Hinsicht durch unterschiedliche Wärmeausdehnungskoeffizienten und in chemischer Hinsicht wegen chemischen Schrumpfens. Aufgrund der Ausgangsstoffe, der Herstellung und der Nachbehandlung wird die Heterogenität bei feinkörnigem UHFB vermindert oder gar vermieden. Durch Verwendung von feinen Sanden und Mikrosilika sowie niedrigen w/b-Werten weist der UHFB Homogenitätseigenschaften auf, die ihn mit Stahl konkurrieren lassen. Dichte und Porosität sind sehr eng miteinander verbunden. Hohe Dichte bedeutet im Allgemeinen niedrige Porosität und umgekehrt. Bei UHFB sind nicht nur die Ausgangsstoffe, sondern auch der Mischvorgang und die Nachbehandlung von großer Bedeutung für die sehr hohe Dichte und die geringe Porosität des Betons, sowohl in Hinblick auf die Kapillar- als auch auf die Gelporen. Die Mikrostruktur ist im Wesentlichen von der Nachbehandlungsmethode abhängig. Besonders die Wärmenachbehandlung mit höheren Temperaturen führt zu Veränderungen an der Mikrostruktur. Das chemische Schwinden kann bei UHFB besonders durch eine Drucknachbehandlung ausgeglichen werden.

Die mechanischen Eigenschaften von UHFB sind u.a.: Druckfestigkeit, Biegezugfestigkeit, Elastizitätsmodul, Bruchenergie und Duktilität.

Als Prüfkörper werden für UHFB 100mm-Würfel verwendet, um die vorhandenen Prüfmaschinen verwenden zu können, da die Druckfestigkeiten problemlos 200 MPa übersteigen. Wegen der Homogenität des Materials ist das durchaus vertretbar. Wie bereits beschrieben, hängt die Druckfestigkeit von allen bisher aufgezeigten Faktoren ab: Von den Ausgangsstoffen, der Verarbeitung und der Nachbehandlung. In der Regel werden Festigkeiten von 200 bis 300 MPa erreicht, unter besonderen Nachbehandlungsverfahren bis 500 MPa. Nur unter Laborbedingungen und speziellen Aufbau- und Nachbehandlungsmethoden können Druckfestigkeiten von 800 MPa erzielt werden.[8] Die Zugfestigkeit liegt je nach Fasergehalt zwischen 7 und 12 MPa.[3] Die Biegezugfestigkeit wird maßgeblich durch beigemischte Stahlfasern beeinflusst. Die maximal erreichbare Biegespannung ist ungefähr doppelt so groß wie jene beim Auftreten der ersten Risse. Üblicherweise werden durch Zugabe von Stahlfasern die Biegezugfestigkeiten von bis zu 30 MPa, unter Laborbedingungen bis über 100 MPa erreicht. Das Last-Verformungsverhalten ist dem des Normalbetons ähnlich. Mit einsetzender Rissbildung wird die Proportionalitätsgrenze erreicht, und der elastische Bereich verlassen. Die ausgeprägte Rissbildung ist durch das plastische Verhalten gekennzeichnet. Stahlfasern verbessern das Nachbruchverhalten. Bekanntlich ist das E-Modul als Tangens der

Spannungs-Dehnungslinie definiert. Die Form dieser Kurve ist grundsätzlich von der Zementmatrix und der Art der Zuschläge abhängig. Bei UHFB erreicht das E-Modul 50.000-70.000 MPa, je nach der Höhe der Nachbehandlungstemperatur, was etwa dem Zwei- bis Dreifachen des E-Moduls des Normalbetons entspricht. Das duktile Verhalten ist im Wesentlichen von der Betonmatrix und den Stahlfasern abhängig. Die Stahlfasern verhindern den abrupten Spannungsabfall nach Erreichen der maximalen Spannung. Beim Vergleich der Duktilitätseigenschaften verschiedener Materialien, liegt UHFB in der Nähe von Aluminium.

Als Maße für die Leistungsfähigkeit und Dauerhaftigkeit von UHFB werden die Luft- und Wasserdurchlässigkeit, die Wasserabsorption, die Chloridionen-Diffusion, der Frost-Tausalz-Angriff und der Abriebwiderstand verstanden.

Bei zementgebundenen Materialien sind vorwiegend die chemische und mineralogische Zusammensetzung und das Porensystem für die Durchlässigkeit verantwortlich. Da sich UHFB wegen der sehr geringen Porosität nicht für Wasserdurchlässigkeitsmessungen eignet, wird die Durchlässigkeit mittels Luftdurchlässigkeitsprüfungen bestimmt. Im Vergleich zum Normalbeton ist die Durchlässigkeit des UHFB vernachlässigbar gering. Dies unterstreicht nochmals seine Baustoffeigenschaft. Im Allgemeinen ist die hohe Wasserabsorption, bei normal Betonen, unweigerlich mit einer Abplatzung an der Oberfläche und mit Korrosion verbunden. Die Absorptionsenergie, aber auch die Absorptionsmängel sind vom Durchmesser der Kapillarporen abhängig. Besonders drucknachbehandelter UHFB weist niedrige Wasserabsorptionswerte auf. Die sehr geringe Porosität des UHFB ist auch für geringe Diffusion der Chloridionen verantwortlich. Die Chloridionendiffusion ist bei UHFB etwa um den Faktor 50 geringer als bei Normalbeton. Im Allgemeinen zeigt UHFB einen sehr guten Widerstand gegenüber Tausalzeinwirkung, was sich positiv auf die Dauerhaftigkeit auswirkt. Der Abriebwiderstand ist etwa um das Dreifache besser als Normalbeton.

### **2.1.6 Kennwerte und deren Ermittlung**

Das Verhalten von UHFB ist unter Belastung bis zur Höchstlast linear elastisch. Dabei wird sehr viel Energie gespeichert, die bei unzureichender Bewehrung im Bruchzustand schlagartig freigesetzt wird. Um eine ausreichende Duktilität zu ermöglichen, werden in der Regel, wie bereits erläutert, Fasern beigemischt.[3]

Für die Prüfung und Auswertung der UHFB-Eigenschaften sind vor allem die Druckfestigkeitsprüfung an Würfeln und an Prismen, die Biegezugfestigkeitsprüfung, die Bestimmung des Ausbreitmaßes und die Bestimmung der Erstarrungszeit zu nennen. Druckfestigkeitsprüfungen werden üblicherweise an 100/100/100mm großen Würfeln bzw. 40/40/62,5mm großen Prismen mit kraftgesteuerten Druckfestigkeitsprüfmaschinen durchgeführt. Biegezugfestigkeitsprüfungen werden an 40/40/160mm großen Prismen, im Dreipunkt-Biegezugversuch, mit servohydraulischen Prüfmaschinen durchgeführt. Durch die Bestimmung des Ausbreitmaßes wird die Verarbeitbarkeit des UHFB charakterisiert. Die Erstarrungszeit wird mittels Nadelpenetrationstest bestimmt und gibt den Erstarrungsbeginn und die Erstarrungsdauer an. Es ist auch der Einfluss der Prüfkörpergröße auf die Festigkeit zu nennen und bei Auswertungen entsprechend zu berücksichtigen.

### **2.1.7 Unsicherheiten**

Wie bereits erläutert, ist UHFB ein besonders komplexer Baustoff. Nicht nur die Veränderungen des Mischungsentwurfes oder einer seiner Bestandteile reichen schon aus, um große Abweichungen von den erwarteten Werten zu erzeugen, auch das Mischen, Verarbeiten, Verdichten und Nachbehandeln spielt eine wesentliche Rolle. Auch das Alter der Bestandteile und deren Feuchtigkeitsgehalt ergeben bereits markante Festigkeitsunterschiede. Auf jeden Fall ist UHFB ein Material, das sehr empfindlich auf kleinste Änderungen und Abweichungen reagiert. Damit sind die in der Literatur angegebenen Werte nicht als selbstverständlich zu verstehen, vielmehr ist es ein Material, dessen Umgang beherrscht werden muss. Deshalb ist der Restunsicherheitsfaktor bei UHFB vielleicht etwas größer als bei anderen Materialien. Eine lückenlose und durchgehende Dokumentation ist also unumgänglich, wenn es um die Interpretation der Ergebnisse des UHFB geht. Es muss immer gewährleistet sein, dass der Ursprung gewisser Abweichungen nachvollzogen und zurückverfolgt werden kann.

### **2.1.8 Anwendungen**

Mit seinen Materialeigenschaften eignet sich UHFB für Einsatzgebiete, die vorwiegend dem Stahl und HFB vorbehalten sind. Besonders seine Vorteile wie Dauerhaftigkeit, Brandbeständigkeit, geringe Erhaltungskosten und hohe Festigkeiten sind bestens für den Bereich des Brückenbaues geeignet. Auch die Ansicht, dass es sich um quasi-homogenes Material handelt, trägt dazu bei. UHFB soll schon wegen seiner hohen Kosten, aber auch wegen der Anforderungen nicht in direkter Konkurrenz zu Normalbeton stehen.

Die erste im UHFB ausgeführte Brücke war die Fußgängerbrücke Sherbrooke Bridge über Magog River in Kanada. Die Brücke hat eine Spannweite von 60 m. Das Brückentragwerk ist in einer offenen Fachwerkbauweise ausgeführt und in sechs einzelne Segmente zu je 10 m unterteilt. Das Haupttragwerk ist nach oben gekrümmt. Als Untergurt dient ein vorgespannter UHFB Träger, als Fachwerkstäbe dienen Stahlrundstäbe, die mit UHFB ausgefüllt sind, und als Obergurt eine UHFB Platte, die gleichzeitig Fußgängerplattform ist. Die Brücke wurde mittels Hilfsstützen, Kranen und Verbindungstechnik innerhalb kürzester Zeit zusammengebaut. Der verwendete UHFB hat eine Druckfestigkeit von über 200 MPa, Zugfestigkeit von 7 MPa, eine Biegezugfestigkeit von 40 MPa und einen Elastizitätsmodul von etwa 50.000 MPa.[1]

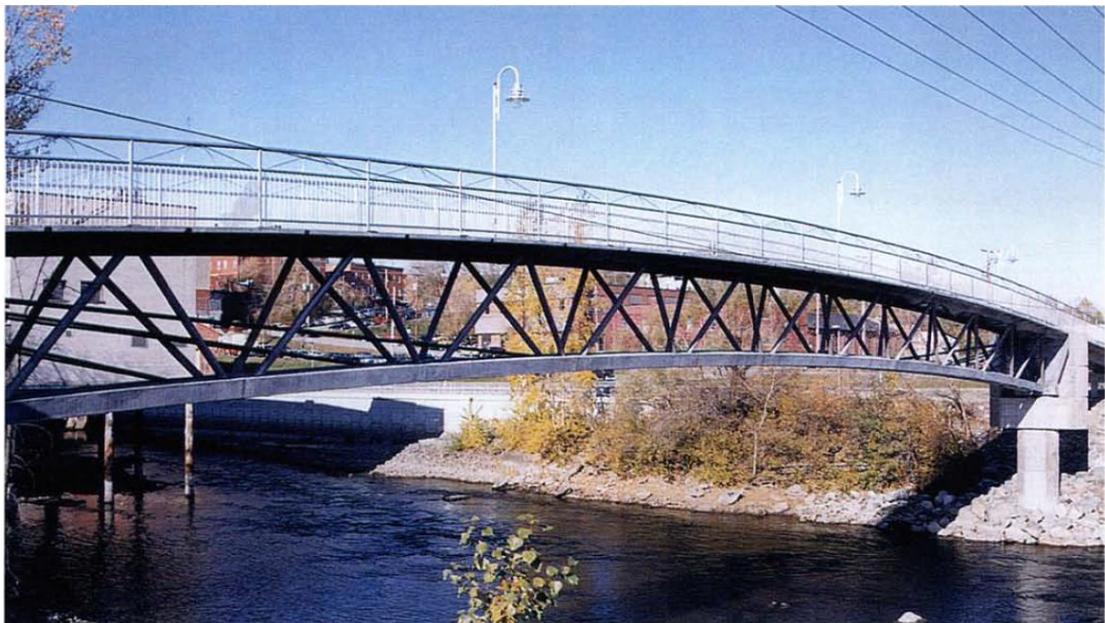


Abbildung 2.3: Sherbrooke Bridge, Canada [3], [5]

Danach folgten u.a. die Sermaises Fußgänger- und die Bourg-Les-Valence Straßenbrücke in Frankreich, die Seonyu-Fußgängerbrücke in Südkorea, die Sakata-Mirai-Fußgängerbrücke in Japan, die Gärtnerplatzbrücke als Fußgängerbrücke in Deutschland und die Wild-Brücke als Straßenbrücke in Österreich.[2]

Die Wild-Brücke wurde als Bogenbrücke ausgeführt. Die Gesamtlänge der Brücke beträgt 157 m. Der Bogen überspannt etwa 70 m. Das Tragwerk besteht aus zwei nebeneinander angeordneten schlanken Bögen aus UHFB. Die Stützlinie nähert sich einer Polygonfigur. Der Bogen ist aus dünnwandigen geraden UHFB-Rohren zusammengesetzt, die zentrisch vorgespannt sind. Hergestellt wurde es in einem Bogenklappverfahren.[6]



Abbildung 2.4: Wildbrücke, Österreich [7]

Weitere ausgeführte Anwendungen sind die Unterbaukonstruktion des Kühlturmes Cattenom, die Schutzpaneele am Bahnhof Monaco, die vorgespannten Spundwandelemente in den Niederlanden, aber auch Hochdruckrohre und explosions sichere Behälter.[2]

Des Weiteren eignet sich UHFB für Anwendungen bei seismischen Problemen, wo es gegenüber anderen zementgebundenen Baustoffen Vorteile aufgrund der hohen Duktilität gibt. Wegen seiner Dichtigkeit, der guten Eigenschaften hinsichtlich der Einwirkung aggressiver Substanzen und wegen der Verbindungsdetails eignet sich UHFB auch für die Herstellung von Rohren und Abfallcontainern, für Schutzschilde im militärischen Bereich und eine Reihe weiterer Anwendungsmöglichkeiten.

## 2.2 Schubbeulen

### 2.2.1 Schubkräfte im Allgemeinen

Um ein besseres Verständnis der zu behandelnden Stabilitäts- bzw. Verzweigungsprobleme zu gewähren, werden zuerst einige Grundzüge der Technischen Mechanik, sowie Ingenieurnotationen dargestellt. Dabei werden in den kommenden Absätzen Inhalte mehrerer Literaturquellen in Kurzform zusammengefasst, insbesondere: Mechanik II – Festigkeitslehre,

Schanz [9]; Technische Mechanik 4, Gross, Hauger, Wriggers [10]; Technische Mechanik, Assmann [11]; Einführung in die Technische Mechanik, Balke [12]; Technische Mechanik, Böge [13]; Technische Mechanik, Festigkeitslehre, Holzmann, Meyer, Schumpich [14]; und Technische Mechanik für Bauingenieure 2, Wetzel, Krings [15].

Um den Spannungszustand eines bestimmten Punktes im Kontinuum zu beschreiben, werden drei senkrecht zueinander stehende Spannungsvektoren aufgespannt. Zusammen beschreiben sie den vollständigen Spannungszustand. Dies wird durch einen Einheitsquader (Abb. 2.5), dessen Flächennormalen den drei Achsen eines kartesischen Koordinatensystems entspricht, veranschaulicht. Das Kartesische Koordinatensystem wurde dabei in einen im Kontinuum befindlichen Punkt hineingelegt.[9]

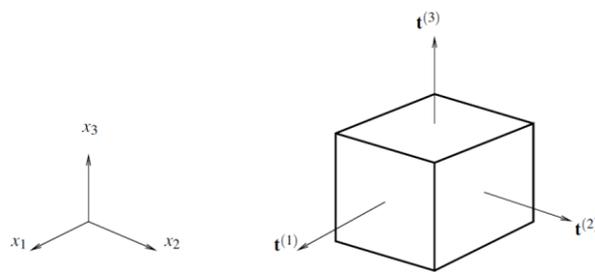


Abbildung 2.5: Einheitsquader mit den zugehörigen Spannungsvektoren [9]

Der Spannungszustand ergibt sich aus den drei Oberflächenspannungsvektoren. Jeder Spannungsvektor hat drei Komponenten (Abb. 2.6). Eine senkrecht (normal) zur Oberfläche stehende Komponente  $\sigma$  und eine tangential zur Oberfläche stehende Komponente  $\tau$  (Abb. 2.7). Die erste wird als Normalspannung, die zweite als Schubspannung bezeichnet. Ein Spannungsvektor ist demzufolge eine Resultierende aus einer Normal- und zwei Schubspannungen. [9], [10]

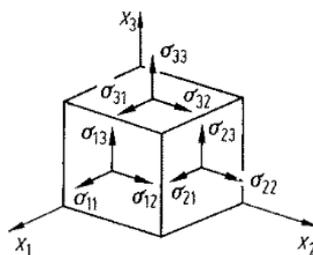


Abbildung 2.6: Komponenten der Spannungsvektoren am Einheitsquader [10]

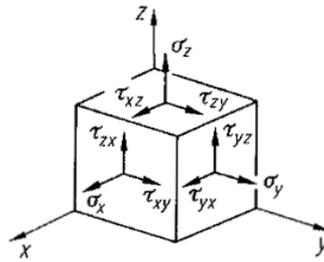


Abbildung 2.7: Normal- und Schubspannungen am Einheitsquader [10]

Diese neuen Spannungskomponenten werden in einem Spannungstensor, dem Cauchy'schen Spannungstensor, zusammengefasst. [9]

$$\boldsymbol{\sigma} = [\sigma_{ij}] = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix}$$

Abbildung 2.8: Komponenten des Spannungstensors [10]

Je nachdem, welche Richtungsbezeichnung für das kartesische Koordinatensystem verwendet wird, gibt es eine eher in der allgemeinen Mechanik verwendete Schreibweise des Spannungstensors (Abb. 2.8) und eine Schreibweise die in der Ingenieurwissenschaft üblich ist (Abb. 2.9).

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}$$

Abbildung 2.9: Normal- und Schubspannungen am Spannungstensor [10]

Aus dem im Matrixform dargestellten Spannungstensor geht heraus, dass  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{yy}$ ,  $\sigma_{zz}$ , Normalspannungen und  $\tau_{xy}$ ,  $\tau_{xz}$ ,  $\tau_{yx}$ ,  $\tau_{yz}$ ,  $\tau_{zx}$ ,  $\tau_{zy}$ , Schubspannungen sind. Weiters gilt  $\tau_{xy} = \tau_{yx}$ ,  $\tau_{xz} = \tau_{zx}$ ,  $\tau_{yz} = \tau_{zy}$ .

Der Spannungstensor gilt dabei für beliebig viele Achsensysteme. Es gibt aber ein besonderes Koordinatensystem (Hauptachsen), in dessen zugehörigen Schnitt der Spannungsvektor in Richtung des Normalvektors zeigt. Diese Normalspannungen werden als Hauptnormalspannungen bezeichnet. Im gleichen Schnitt sind die Schubspannungen Null. In den Flächen, deren Normale senkrecht auf der Hauptachse liegt und mit zwei anderen Hauptachsen einen  $45^\circ$ -Winkel einschließt, liegen die Hauptschubspannungen.

Die Darstellung eines Spannungszustandes erfolgt meist mittels eines Mohr'schen Spannungskreises für den zweiachsigen Spannungszustand als  $\sigma, \tau$  Diagramm. Die grafische Darstellung eines dreiachsigen Spannungszustandes erfolgt dann mit drei Mohr'schen Kreisen (Abb. 2.10).

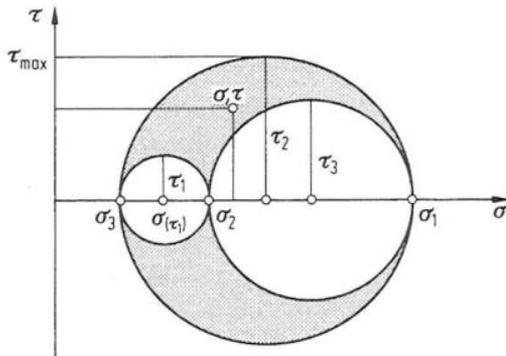


Abbildung 2.10: Mohr'scher Spannungskreis [10]

Die Dehnungen  $\varepsilon$  und Winkeländerungen  $\gamma$  des Einheitsquaders werden zusammen als Verzerrungen bezeichnet und sind unzertrennlich im Hook'schen Elastizitätsgesetz mit Spannungen verbunden. In Matrixform werden sie in Abb. 2.11 dargestellt. Die oben bereits erläuterten Bezeichnungen für die Hauptachsen, Hauptnormal- und Hauptschubspannungen können hier auch sinngemäß übernommen werden.  $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$  sind dann als Hauptdehnungen und  $\gamma_{xy}, \gamma_{xz}, \gamma_{yx}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}, \gamma_{zy}$ , als Hauptschubverzerrungen zu betrachten.

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \frac{1}{2}\gamma_{xz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{yx} & \varepsilon_y & \frac{1}{2}\gamma_{yz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{zx} & \frac{1}{2}\gamma_{zy} & \varepsilon_z \end{bmatrix}$$

Abbildung 2.11: Verzerrungstensor [10]

Die Längsdehnung  $\varepsilon$  in Richtung der Spannung  $\sigma$  ergibt das sogenannte Elastizitätsmodul  $E$ .

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

Die dazugehörige Querdehnung  $\varepsilon_q$  ergibt die Querkontraktionszahl  $\nu$ .

$$-\nu = \frac{\varepsilon_q}{\varepsilon}$$

Bei der Betrachtung einer reinen Schubbelastung ergibt sich das sogenannte Schubmodul  $G$  aus der zugehörigen Schubspannung  $\tau$  und Schubverzerrung  $\gamma$ .

$$G = \frac{\tau}{\gamma}$$

Die drei Materialkonstanten  $E$ ,  $\nu$  und  $G$  sind bei der linear-elastischen Materialbetrachtung wie folgt miteinander verbunden:

$$E = 2 G (1 + \nu)$$

Bei der Betrachtung der Schubspannungen im Biegebalken mit Vollquerschnitt in Abb. 2.12 wird neben dem Nutzen der Euler-Bernoulli-Theorie angenommen, dass die Spannungen über den Querschnitt konstant sind und Balken schubstarr ist. Schubspannungen, die mit diesen Annahmen bestimmt werden, werden als mittlere Schubspannungen bezeichnet. Sie werden wie folgt berechnet,

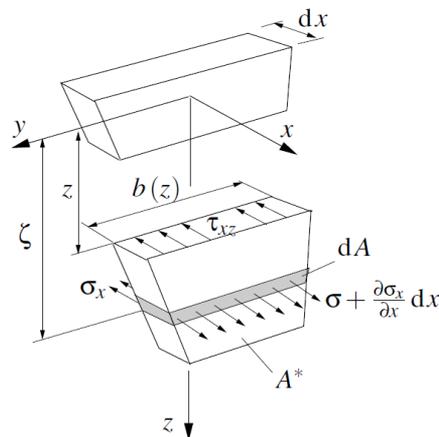


Abbildung 2.12: Schubspannungen am Balkenelement [9]

$$\tau_{xz}(x, z) \cdot b(z) = \frac{Q_z(x)}{I_y} \cdot \int_{A^*} \zeta dA$$

wobei  $Q_z$  die über den Querschnitt konstante Querkraft ist. Mit dem statischen Moment  $S_y^*$  ergibt sich die Schubspannung  $\tau_{xz}$ .

$$\tau_{xz}(x, z) = \frac{Q_z(x) \cdot S_y^*}{I_y \cdot b(z)}$$

Im Allgemeinen wird unter „dünnwandig“ ein Bauteil verstanden, dessen Dicke im Vergleich zu anderen Querschnittabmessungen wesentlich kleiner ist. Zu unterscheiden ist zwischen einer absoluten Dünnwandigkeit, im Sinne von Mindestdicke hinsichtlich Tragfähigkeit, Korrosionserscheinungen etc., und einer relativen Dünnwandigkeit bezüglich Stabilitätsproblematik, wobei die Dicke auf charakteristische Querschnittabmessungen bezogen wird. Die Querschnittschlankheit wird als Kehrwert dieser Beziehung bezeichnet und dient in der breiten Literatur als Abgrenzungsparameter. Hinsichtlich der Stabilitätsversagensform sind die dünnwandigen Bauteile besonders knick-, kipp- und beulgefährdet. Ebene recht-

eckige Bauteile, die entlang ihrer Längsränder gegen die Verschiebungen aus der Ebene gehalten oder frei sind, zeigen vor allem zwei unterschiedliche Verhaltensmuster auf. In der Nähe der Belastungen, die die Gleichgewichtslage stören bzw. ändern, neigen die ersten zu stärkeren Beulverformungen mit Spannungumlagerungen zu den unverschiebbaren Rändern, und die zweiten zeigen ein, einem Knickstab ähnliches, Verhalten ohne Spannungumlagerungen. Formabweichungen spielen bei den dünnwandigen Bauteilen, bei Betrachtung des Tragvermögens, eine wesentliche Rolle. Sie reduzieren die kritische Belastung, bei welcher die Änderung der Gleichgewichtslage eintritt.

Für dünnwandige offene Querschnitte treffen die oben genannten Annahmen und Vereinfachungen für die Schubspannungen deutlicher zu. Dort spielt Schubbelastung auch eine größere Rolle als im Vollquerschnitt. Da wegen der Dünnwandigkeit der Schubvektor parallel zum Rand zeigt, (Abb. 2.13), ergibt sich über die Dicke  $t(s)$  ein Schubfluss  $q_s$ ,

$$q_s = \tau_{xs}(x, s) \cdot t(s)$$

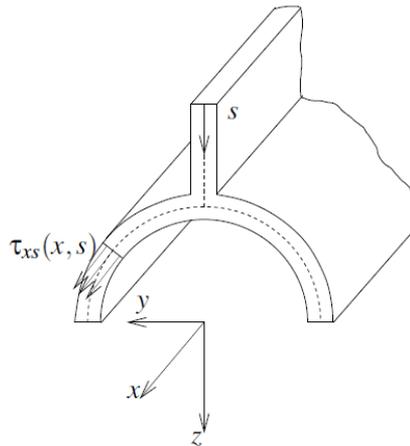


Abbildung 2.13: Schubfluss [9]

und somit eine reduzierte Formel für Schubspannungen.

$$\tau_{xs}(x, s) = \frac{Q_z(x) \cdot S_y^*(s)}{I_y \cdot t(s)}$$

Der Schubmittelpunkt ist als Kraftangriffspunkt gekennzeichnet, in dem die angreifende Kraft keine Verdrehung des Bauteils verursacht. Bei den einfach-symmetrischen, dünnwandigen, offenen Querschnitten befindet sich der Schubmittelpunkt auf der Symmetrieachse. Bei einer Belastung außerhalb des Schubmittelpunktes tritt eine Querschnittsverdrillung auf, die mit der immer größeren Entfernung der Kraft vom Schubmittelpunkt zunimmt.

### 2.2.2 Beulen als Stabilitätsversagen

Die Stabilitätsprobleme sind eine sehr umfangreiche Materie. Um sie auf den Gleichgewichtsverzweigungsfall des Beulens einzugrenzen, sind die nachstehenden Absätze als ein Zusammentragen der wichtigsten Inhalte der zu behandelnden Materie – mit einem besonderen Blick auf das Plattenbeulen – aus folgenden Literaturquellen zu betrachten: Ausbeulen, *Kollbruner, Meister* [16]; Statik und Stabilität der Baukonstruktionen, *Petersen* [17]; Stabilitätsprobleme der Elastostatik, *Pflüger* [18]; Stabilitätstheorie, *Bürgermeister, Steup, Kretschmar* [19], Stahlbau Handbuch, *Baehre, Bamm u.a.* [20] nötig.

Die flächenhaften Tragelemente mit geringer Dicke, im Vergleich zu ihren Flächenabmessungen, die in ihrer Mittelebene belastet sind, werden als Scheiben bezeichnet. Wird die Mittelebene durch die Belastung verwölbt, so werden die ebenen Flächentragwerke als Platten und die gekrümmten als Schalen bezeichnet. In der Mechanik der starren Körper wird bezüglich des Gleichgewichts die Systemlage als stabil, labil oder indifferent bezeichnet. Das wohl bekannteste Beispiel der Elastostatik ist der gerade, beidseitig gelenkig gelagerte Knickstab. Wird er mit einer zentrischen Druckkraft belastet, bleibt die Gleichgewichtslage bis zum Erreichen einer bestimmten Belastung stabil. In diesem kritischen Punkt ist die Lage indifferent, weder stabil noch labil. Nach dem Überschreiten der kritischen Belastung ist die Systemlage labil, der Stab knickt aus. Diese Erscheinung spielt nicht nur bei dem geraden Stab eine wichtige Rolle, sondern ist auch auf gebogene Stäbe, Schalen und Platten gleichermaßen übertragbar und für diese bedeutend. Erreicht eine ebene Platte eine kritische Belastung durch Druck- und/oder Schubrandbeanspruchung, kommt es zur Gleichgewichtsverzweigung. Zusätzlich zur ebenen Gleichgewichtslage des Systems ist eine unendlich benachbarte Gleichgewichtslage mit gewölbter Mittelebene möglich. Wird die kritische Beanspruchung überschritten, wölbt die Mittelebene aus, die Figur wird doppelt gekrümmt, das System geht in eine stabile, endlich benachbarte Gleichgewichtslage über. Dies wird als Beulen bezeichnet.

Die Membrantragwirkung einer ebenen Platte stellt sich ein, wenn die Randbeanspruchung nur die Normalkräfte in der Ebene verursacht. Dabei gibt es keine Momente in der Plattenebene. Es herrscht ein Membran-Grundspannungszustand. Nach dem Überschreiten des Gleichgewichtsverzweigungspunktes überlagern sich zudem die Beulspannungen. Wird das System nicht nur durch Membranspannung, sondern durch Querbelastung oder Imperfektionen belastet, wirken gleichzeitig Biegespannungen, auch Beulbiegung genannt, und es liegt ein Problem der Theorie II. Ordnung vor. In der Abbildung 2.14 werden Beul- und Biegeunterschiede für einen Stab, eine allseitig gelagerte Platte und einer Kreiszylinderscha-

le, durch Kraft-Verformungskurven  $p_f$  für das elastische Materialverhalten, bei zentrischer und durch Vorauslenkung exzentrischer Druckbelastung, dargestellt.

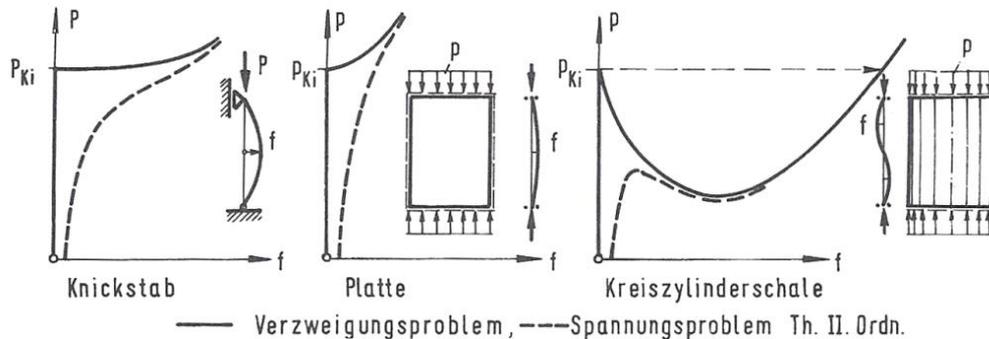


Abbildung 2.14: Beul- und Biegsverhalten, Knickstab, Platte, Rotationsschale [17]

Bei dem Knickstab nehmen die Auslenkungen nach dem Überschreiten der kritischen Belastung  $p_{Ki}$  rasch zu. Eine ebene Platte verhält sich da gutmütiger, nach dem Überschreiten stellt sich die Beulfigur ein und es wird ein sogenannter überkritischer Tragzustand erreicht. Durch die Aktivierung vor allem der zusätzlichen Dehnsteifigkeiten kommt es zu inneren Kräfteumlagerungen zu den steiferen Randbereichen. Die überkritischen Tragreserven können teilweise beträchtlich sein und werden im Leichtbau durchaus genutzt. Die Kreiszyinderschale reagiert wesentlich ungünstiger, nach dem Erreichen der kritischen Beanspruchung besteht keine Möglichkeit der Aktivierung der zusätzlichen Membranstruktur, die Beulfigur setzt sich über den Umfang fort, der Mantel zerknittert.

Da der Querschnitt bei dem Knickstab gegenüber der Länge klein ist, kann die Spannungsverteilung über den Querschnitt als gleichmäßig verteilt, bis auf die vernachlässigbaren Diskontinuitätsbereiche in den Krafteinleitungsstellen, betrachtet werden. Bei einer, in der Mittelebene randbelasteten, ebenen Platte ist die Spannungsverteilung nicht von vornherein bekannt. Wird ein Punkt der Platte betrachtet, so ist die Spannung entlang der Punktnormale über die Plattendicke konstant, jedoch in verschiedenen Punkten der Mittelebene unterschiedlich. Wird die Platte zum Beulen gebracht, verwölbt sich die Mittelebene und es wirken Querkräfte und Biegemomente. Die Spannungsverteilung entlang der Punktnormale ist nicht mehr konstant, und zu ihrer Ermittlung ist eine Plattentheorie nötig.

Bereits *Euler* stellte Überlegungen über Durchbiegungen und Schwingungen vollkommen elastischer Membrane, die als biegesteifigkeitslose Platten angesehen werden können, an. Diese Überlegungen wurden weiter von *Bernoulli* und *Chladni* bezüglich Schwingungsfiguren der Rechteckplatten verfolgt. Die erste Schwingungsdifferentialgleichung für die ge-

wölbte Platte als die Integralableitung der Deformationsarbeit machten *Germain, Lagrange* und *Poisson*. Die erste Theorie der Plattenbiegung stellte *Navier* im Jahr 1820 für eine rechteckige, in den Rändern gelagerte Platte und Differentialgleichungslösungen für gleichmäßig verteilte Randbelastung, vor. Diese Theorie wurde darauffolgend von u.a. *Kirchhoff, Airy, Michell, Bryan, Reissner* und *Timoschenko* erweitert. Später trugen *Lundquist, Stowell, Schutte, Bleich, Iljuschin* und andere ihren Forschungsanteil bei.

Grundsätzlich besteht die Möglichkeit, die allgemeine Beuldifferentialgleichung durch eine Gleichgewichtsmethode, eine energetische Methode oder die Näherungsmethoden aufzustellen. Die erste wird zusammenfassend für den elastischen Bereich und eine ebene Rechteckplatte vorgestellt. Zuerst werden Gleichgewichtsbedingungen an einem unendlich kleinen Prisma aufgestellt. Dabei werden die Spannungen  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\tau_{xy} = \tau_{yx}$ ,  $\tau_{xz}$  und  $\tau_{yz}$ , aus einer Belastung  $p$  resultierend, berücksichtigt.

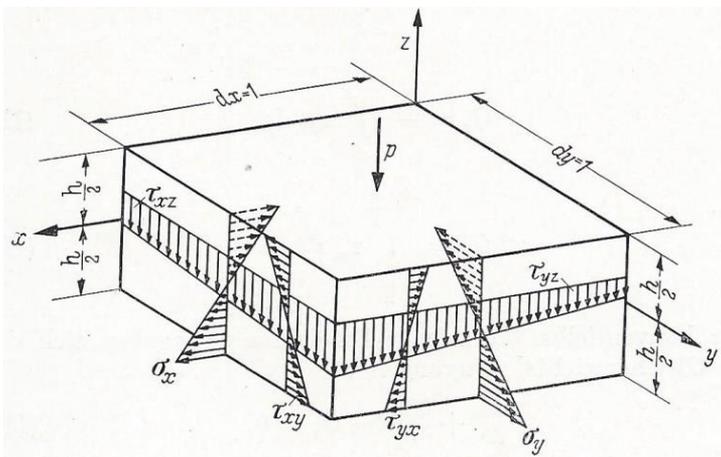


Abbildung 2.15: Gleichgewichtsbedingungen an einem unendlich kleinen Prisma [16]

Mit der positiven Vorzeichen-Beziehung für Zugspannungen ergeben sich nächststehende drei Gleichgewichtsbedingungen:

$$\frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{yx}}{\partial y} - Q_x = 0; \quad \frac{\partial M_y}{\partial y} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} - Q_y = 0; \quad \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + p = 0$$

Werden die ersten zwei Gleichungen nach  $Q_x$  und  $Q_y$  aufgelöst und in die dritte eingesetzt, ergibt dies:

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} = -p$$

Es ist ein statisch unbestimmtes Problem mit drei Gleichungen für fünf Unbekannte entstanden. Um die Unbestimmtheit zu reduzieren, werden die Formänderungsbeziehungen eingeführt.

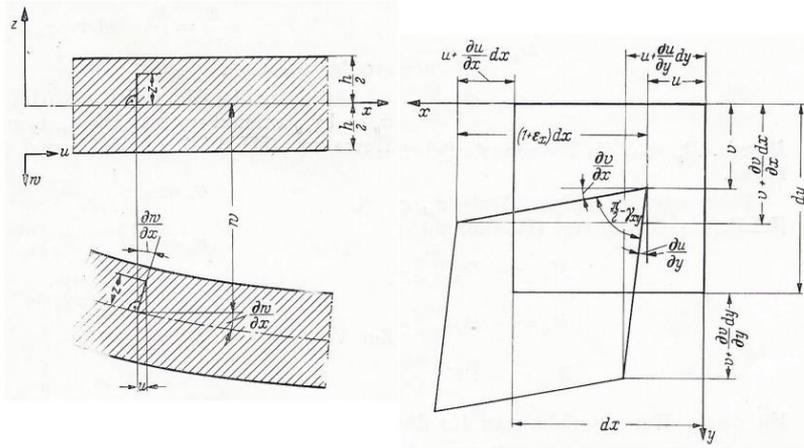


Abbildung 2.16: Formänderungsbeziehungen [16]

Dabei sind die Verschiebungsbeziehungen:

$$u = z \frac{\partial w}{\partial x}; \quad v = z \frac{\partial w}{\partial y}$$

Werden die Dehnungen und Winkeländerung durch die Verschiebungen ausgedrückt,

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}; \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}; \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}$$

ergeben sie sich mit Formänderungsbedingungen als:

$$\varepsilon_x = z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}; \quad \varepsilon_y = z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}; \quad \gamma_{xy} = 2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$$

Bis dato sind alle Gleichungen vom elastischen Verhalten des Materials unabhängig. Wird ein isotropes elastisches Material, als Spezialfall der Differentialgleichung der elastischen Fläche eines orthogonal anisotropen Materials, vorausgesetzt, ergeben sich folgende vereinfachte Beziehungen für Elastizitätsmodul, Querkontraktion und Schubmodul:

$$E_x = E_y = E; \quad \nu_x = \nu_y = \nu; \quad G = \frac{Eh^3}{2(1+\nu)}$$

Damit sind die Biegesteifigkeiten  $D_x$ ,  $D_y$ ,  $D_{xy}$  und Torsionssteifigkeit  $C$  der Platte:

$$D_x = D_y = D; \quad C = D \frac{1-\nu}{2}$$

$$\text{und somit} \quad D_{xy} = D; \quad D = \frac{Eh^3}{12(1+\nu^2)}$$

Die Differentialgleichung für die elastische Fläche lautet dann:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{p}{D}$$

Oder in Kurzform bei der zweifachen Anwendung des Laplace'schen Operators  $\Delta = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}$ ,

$$\Delta \Delta w = \frac{p}{D}$$

Es gibt eine unendliche Anzahl von Differentialgleichungslösungen der elastischen Fläche. Von Interesse sind nur diejenige Lösungen, die Randbedingungen erfüllen. Im Umkehrschluss gibt es eine bestimmte Anzahl an Lösungen bei bekannten Randbedingungen. Die am häufigsten vorkommenden Randbedingungen für die Seiten der ebenen Platten sind:

- a) Vollständige Einspannung mit Bedingungen

$$(w)_x = 0; \quad \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)_x = 0$$

- b) Gelenkige Lagerung mit Bedingungen

$$(w)_x = 0; \quad \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)_x = (\Delta w)_x = 0$$

- c) Freie Lagerung mit Bedingungen für isotrope Platte

$$M_x = V_x = 0; \quad \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)_x = 0; \quad \left[\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + (2 - \nu) \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2}\right]_x = 0$$

Angenommen wird weiter ein ebener Spannungszustand, wobei  $\sigma_z = \tau_{zy} = \tau_{zx} = 0$  gilt und die Spannungen  $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy} = \tau_{yx}$ , solange die am Rand angreifenden Kräfte gleichmäßig über die Körperdicke verteilt sind, übrigbleiben. Für die Masse  $\rho$  und Schwerkraft  $g$  werden dann die Gleichgewichtsbedingungen an einem Element aufgestellt.

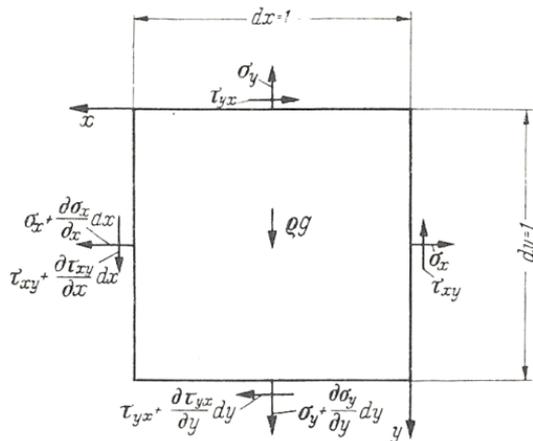


Abbildung 2.17: Gleichgewichtsbeziehungen an einem Element [16]

Es gelten folgende Beziehungen:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} = -\rho g$$

Wird die Airy'sche Spannungsfunktion  $F$  eingesetzt, sind die Gleichungen erfüllt, wenn:

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2}; \quad \sigma_y = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2}; \quad \tau_{xy} = -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} - \rho g x$$

Werden weiter Formänderungsbedingungen eingesetzt, und die Dehnungen  $\epsilon_x, \epsilon_y$  und Winkeländerung  $\gamma_{xy}$  in Abhängigkeit von den Verschiebungen  $u$  und  $v$  zweifach differenziert, resultiert daraus die Verträglichkeitsbedingung. Die Dehnungen werden dann durch die in der Abhängigkeit der Airy'schen Funktion stehenden Spannungen ausgedrückt, geordnet

und durch die isotrope Materialeigenschaften vereinfacht. Daraus ergibt sich die Differentialgleichung:

$$\frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} = 0$$

Oder in der Kurzform:

$$\Delta \Delta F = 0$$

Wird bei dem vorliegenden Spannungsproblem Einfachheit halber angenommen, dass die Massenkräfte Null sind, bleibt, nach der Zerlegung der angreifenden Kräfte in der Koordinatenrichtungen, eine Grundnormalspannung  $\sigma_x^0$  und eine Grundschubspannung  $\tau_{xy}^0$ . Also muss die Spannungsfunktion  $F$  folgende Bedingungen erfüllen:

$$\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} = \sigma_x^0; \quad \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} = -\tau_{xy}^0$$

Es ist ersichtlich, dass es von Vorteil wäre, wenn die Spannungsfunktion  $F$  und ihre Ableitung  $\frac{\partial F}{\partial x}$  bekannt wären, da sonst das Problem schwer lösbar ist. Für die Spannungsfunktion wird jetzt eine beliebige Funktionsebene gewählt und für einen einzigen Punkt der Platte oder des Randes gilt, dass die Funktion  $F$  sowie ihre Ableitungen nach Koordinatenrichtungen dort Null sind. Dies führt bei den oberen Beziehungen unmittelbar zur Baustatikanalogie, dass die erste Ableitung eines Momentes die Querkraft und die zweite eine Kraft ist. Dem zufolge lässt sich die Spannungsfunktion sowie ihre Normalableitung zum Rand  $\frac{\partial F}{\partial n}$  entlang des ganzen Randes mit normalen statischen Methoden berechnen, wenn der Wert von  $F$  und seine Ableitungen  $\frac{\partial F}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial F}{\partial y}$  in einem ausgewählten Randpunkt beliebig festgelegt werden.

Für die vollständig freie und geradlinige Randbegrenzung gilt, dass die Funktion  $F$  linear und ihre Normalableitung konstant ist. Für die Normalkraftbelastung am Rand ist die Normalableitung konstant und die Funktion  $F$  veränderlich analog dem Moment der angreifenden Kraft. Bei der Schubkraftbeanspruchung des Randes ist die Funktion  $F$  linear und die Normalableitung veränderlich analog der durch die Normalkräfte hervorgerufenen Querkraft. Momente und Querkräfte der punktuellen Kräfte sowie Unstetigkeiten lassen sich auch unschwer berechnen.

Werden abschließend die Massenkräfte nicht mehr als Null vorausgesetzt, kann festgestellt werden, dass sie nur als ein zusätzliches Glied bei der Bestimmung der Querkraft zu berücksichtigen sind. Somit werden die Lösungen der Differentialgleichungen wesentlich einfacher, wenn die Randlagerungs- und Randbelastungsbedingungen bekannt sind.

Bei der Betrachtung eines Körpers, auf welchen die Kräfte nicht nur in der Plattenebene, sondern auch gleichzeitig senkrecht wirken, ist es möglich, unter Annahme von hinreichend kleinen Deformationen, die zwei Probleme unabhängig voneinander zu untersuchen und die Ergebnisse zu superponieren. Bei immer größer werdenden Deformationen ist die Mittelebene der Platte keine neutrale Fläche mehr. Daraus resultierende Spannungen, welche durch die in der Plattenebene wirkenden Kräfte verursacht werden, und Spannungsfunktionen über die Plattendicke  $h$  ergeben folgende Normal- und Schubkräfte:

$$N_x = h \sigma_x; \quad N_y = h \sigma_y; \quad N_{xy} = h \tau_{xy} = N_{yx} = h \tau_{yx}$$

mit

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2}; \quad \sigma_y = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2}; \quad \tau_{xy} = -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y}$$

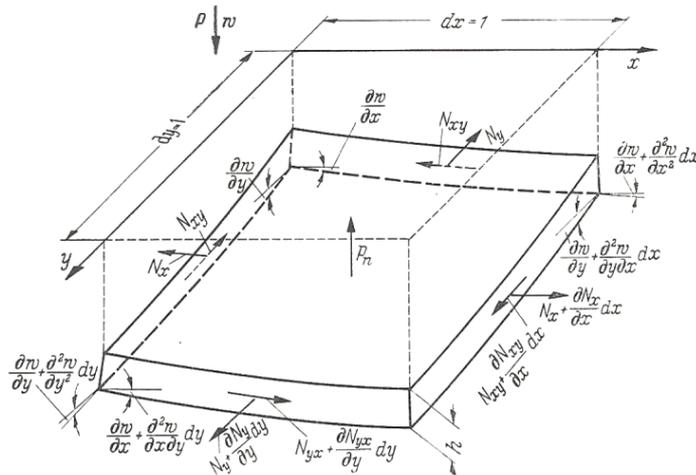


Abbildung 2.18: Normal- und Schubkräfte an einem verformten Plattenelement [16]

Die senkrechte Resultierende ergibt sich als Summe der wirkenden Kräfte  $N$  mit Sinussen der entsprechenden Verdrehungswinkel und ist nicht mehr Null. Für die kleinen Verformungen kann der Sinus durch Tangens ersetzt werden, welcher die Ableitung der Durchbiegung ist. Durch die Bestimmung der Kräfte  $p_{N_x}$ ,  $p_{N_{xy}}$ ,  $p_{N_{yx}}$  und  $p_{N_y}$  durch  $N_x$ ,  $N_{xy}$ ,  $N_{yx}$  und  $N_y$  und durch die Vernachlässigung der Glieder höherer Ordnung, Einordnen, Einführen der Gleichgewichts- und Verträglichkeitsbedingungen, Einordnen, Einführen der Spannungsfunktion und der isotropen Materialeigenschaften, sowie Vernachlässigung des Differentialgleichungsgliedes  $\frac{p}{h}$ , da alle Kräfte in der Plattenmittelebene angreifen, und wegen kleiner Formänderungen der vernachlässigbaren Spannungsverteilungsergebnisse  $N_x$ ,  $N_{xy}$ ,  $N_{yx}$  und  $N_y$ , lässt sich die Differentialgleichung des Beulens wie folgt aufstellen:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = -\frac{h}{D} \left( \sigma_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2\tau_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \sigma_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)$$

oder in Kurzform

$$\Delta \Delta w = -\frac{h}{D} \left( \sigma_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2\tau_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \sigma_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)$$

Wobei die Druckspannungen positive Vorzeichen haben und die Vorzeichen der Schubspannungen sinngemäß geändert wurden.

Im überkritischen Beulbereich herrschen allerdings größere Deformationen, deren Einfluss auf die Kräfte  $N_x$ ,  $N_{xy}$ ,  $N_{yx}$  und  $N_y$  nicht mehr vernachlässigt werden können.

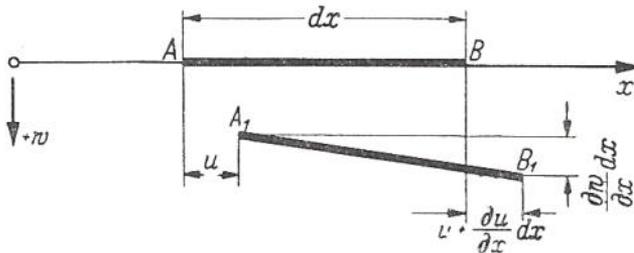


Abbildung 2.19: Verformungsbeziehung bei größeren Verformungen [16]

Für die Dehnungen und Winkeländerung gelten folgende Beziehungen:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2; \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2; \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w^2}{\partial x \partial y}$$

Mit Einsetzung der Verträglichkeitsbedingung, Aufstellen der Differentialgleichung sowie Vereinfachungen bezüglich isotroper Materialeigenschaften lassen sich nachstehende Differentialgleichungen des Beulens für den überkritischen Tragbereich schreiben:

$$\frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} = E \left[ \left( \frac{\partial w^2}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} \right]$$

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = -\frac{h}{D} \left( \frac{p}{h} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)$$

oder letztere in Kurzform

$$\Delta \Delta w = -\frac{h}{D} \left( \frac{p}{h} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)$$

Dabei setzt sich die Deformationsarbeit der Beulplatte aus einem Membranspannungs- und Biegunszustandsanteil zusammen. Für das Sichtbarwerden der Vorgänge im überkritischen Bereich eignet sich besonders die Lösung der zwei obigen partiellen Differentialgleichungen mittels Energiemethode.

Im Allgemeinen lassen sich die Lösungen der Beulprobleme mit folgenden Methoden lösen. Die erste wird zwecks Begriffsbestimmungen kurz vorgestellt. Zunächst lässt sich die Differentialgleichung mittels direkter Integration lösen. Betrachtet wird eine frei aufliegende

Rechteckplatte mit gleichmäßiger Druckbelastung entlang aller Ränder. Die Spannungsfunktion ist für diesen Belastungsfall bekannt. Also lassen sich die Normal- und Schubspannungskomponenten bestimmen und in die Differentialgleichung einsetzen. Für die Lösung kann eine Sinusansatzfunktion in folgender Form gewählt werden:

$$w(x, y) = C_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}$$

Dabei sind  $a$  und  $b$  die Seiten der Platte,  $\alpha = \frac{a}{b}$  Seitenverhältnis und  $m$  und  $n$  sind positive ganze Zahlen. Nach der Differenzierung und Lösung der Gleichung mit Einsetzen der Beziehungen:

$$\sigma_y = \chi \sigma_x; \quad \tau_{xy} = 0$$

ergibt sich

$$\sigma_x = \frac{\left(\frac{m^2}{\alpha^2} + n^2\right)^2}{\frac{m^2}{\alpha^2} + \chi n^2} \sigma_E = k \sigma_E$$

Die Spannung  $\sigma_E$  ist dabei eine Euler'sche Knickspannung eines an beiden Enden gelenkig gelagerten Plattenstreifens mit einer Breite von 1, und  $k$  ist der sogenannte Beulwert. Von Interesse sind die kleinsten Werte von  $\sigma_x$ , da für diese neben einer ebenen Gleichgewichtslage auch Lagen mit unendlich kleinen Durchbiegungen möglich sind. Die Werte  $m$  und  $n$  müssen so bestimmt werden, dass  $k$  Minimum und  $\sigma_x = \sigma_{Kr}$  zur kritischen Spannung, auch Beulspannung genannt, wird. Für  $\chi = 1$  lautet die Gleichung:

$$\sigma_x = \left(\frac{m^2}{\alpha^2} + n^2\right) \sigma_E = k \sigma_E$$

Und mit  $m = n = 1$  als ersichtlichem Minimum für die erwähnten Rand- und Belastungsbedingungen erfolgt die Beulspannung:

$$\sigma_{Kr} = \left(\frac{1}{\alpha^2} + 1\right) \sigma_E$$

Hingewiesen wird noch auf den Einfluss des Verhältnisses  $\chi = \frac{\sigma_y}{\sigma_x}$ . Für eine z.B. allseitige Druckbelastung und ein somit positives  $\chi$  bilden sich vorwiegend Halbwellen in beide Richtungen aus. Für veränderliche Werte von  $\chi$  lassen sich die girlandenförmigen Kurven aufstellen, die näherungsweise mit einer Umhüllenden abgegrenzt werden können. Damit ist ersichtlich, dass für die gleiche Plattendicke  $h$  und -breite  $b$  bei verschiedenen Plattenhöhen  $a$  durchaus der gleiche  $k$ -Wert als Gleichungslösung berechnet werden kann. Was sich dabei ändert, ist die Plattenwelligkeit. Diese Erkenntnis wird bei der Interpretation der späteren Simulationsergebnisse noch eine wesentliche Rolle spielen.

Die Lösungsmethode der direkten Integration ist allerdings nur bei einfachen Belastungs- und Randbedingungsfällen möglich. Vorwiegend werden bei komplizierteren Problemen die Lösungen mit der Energiemethode berechnet. Verwendet werden dabei die Näherungsansätze, bei denen die genaue Beulfigur nicht benötigt wird und die partielle Differentialgleichung nicht integriert werden muss. Zwei wichtige Bedingungen werden dabei angewendet. Erstens wird das Beulproblem als Variationsproblem angesehen und zweitens der Umstand, dass in dem kritischen Punkt der Verzweigung der Gleichgewichtslage von einer ebenen zur einer verwölbten Platte die verrichtete Arbeit der äußeren Kräfte der Zunahme der Formänderungsenergie entsprechen muss. Besonders bei der Betrachtung des überkritischen Bereiches ist, wie erwähnt, die Anwendung der Energiemethode von Vorteil, da sich Biegungs- und Membranspannungsanteil getrennt behandeln lassen. Ausgangspunkt des Variationsproblems ist das Prinzip der virtuellen Verschiebungen. Mit Bestimmung der Formänderungsarbeit der Platte und der potentiellen Energie der äußeren Kräfte lässt sich mit der Anwendung des Ritz'schen Verfahrens auf die Beulbedingung die Potentialgleichung für ein bestimmtes Belastungsfall aufstellen. Mit dem Ansatz von Timoschenko können die Deformationsarbeit und die Arbeit der äußeren Kräfte als Kriterien für den Beginn der Instabilität eines Systems aufgestellt werden. Anstatt des Ritz'schen Verfahrens kann auch das Galerkin'sche Verfahren, sowie einige andere Verfahren, die verbesserte Formen des Ritz'schen Verfahrens sind, benutzt werden. Die Lösungen der Differentialgleichungen des Beulens können auch durch das Anwenden der numerischen Integration, des Differenzverfahrens, der Methode der schrittweisen Näherung, verschiedene Vergleichssätze und die Formel für die Eigenwerte der benachbarten und zusammengesetzten Systeme (*Southwell, Dunkerley*) und Übertragungsverfahren (baustatische Methode) bestimmt werden. Auf die Exaktheit oder Genauigkeit der Ergebnisse all dieser Methoden und Verfahren wird wegen ihres Umfangs und ihrer Komplexität nicht näher eingegangen.

Erwähnt sei noch der Einfluss der Querkontraktion und des Querschubs der Platte. Die Euler'sche Knickspannung und somit der Beulwert sind von der Poisson'schen Zahl direkt abhängig. Nur bei einer allseitigen gelenkigen oder eingespannten Lagerung der Ränder verschwindet der Integrationsteil der Formänderungsarbeit mit der Poisson'schen Zahl bei der Betrachtung der Energiemethode. Ist eine oder mehrere der Seiten frei aufliegend, bleibt der Integrationsteil erhalten und kann durchaus Einfluss auf das Endergebnis nehmen. Eine der wesentlichen Annahmen der Plattentheorie ist die unendliche Schubsteifheit senkrecht zur Mittelebene, d.h., es gibt keine zusätzlichen Deformationen aus Schubspannungen senkrecht zur Mittelebene der Platte. Die Querschubkräfte selbst werden aber auf Grund von Gleichgewichtsbedingungen am Element der Platte selbst in der Theorie aufgenommen. Mehrere Untersuchungen haben gezeigt, dass der Querschubeinfluss bei ausbeulenden recht-

eckigen Platten vernachlässigbar klein ist, eine gewisse Ergebnisunsicherheit in der Abhängigkeit der Plattendicke aber erhalten bleibt.

Aufgezeigt wird zuletzt das Bestreben nach der Ermittlung höherer Werte und nicht nur des niedrigsten Eigenwertes als Lösung der Plattendifferentialgleichung des Beulens. Wird der niedrigste Eigenwert als das Minimum der benötigten Beulenergie eines Systems angesehen, so würde das bedeuten, dass es keine anderen benachbarten Gleichgewichtslagen mit der verwölbten Mittelebene mehr gibt, da das Energieminimum bereits erreicht wurde. Allerdings sei es in der Abhängigkeit von den Randbedingungen durchaus möglich, dass das System die nächste, energiehöhere, stabile benachbarte Gleichgewichtslage mit verwölbter Mittelebene, bei einer geänderten Beulfigur, einnimmt. Diese Idee wird beim späteren Vorstellen der Zugfeldtheorie ausführlicher dargelegt. Es wäre in vielen Fällen deshalb zu konservativ und schlussendlich unwirtschaftlich, sich auf die Ermittlung der niedrigsten Eigenwerte zu beschränken.

### 2.2.3 Beulen unter Schubbeanspruchung

Im vorherigen Kapitel wurden die theoretischen Grundlagen der Plattentheorie bezüglich Beulen rechteckiger Platten, die Lösungsmöglichkeiten mit den entsprechenden Differentialgleichungen sowie die besonderen Anforderungen an die Kenntnisse der Randlagerungs- und Randbelastungsbedingungen, aufgezeigt. Unter Verwendung gleicher Literaturquellen wird der Einfluss der Schubbelastung als maßgebende Beanspruchung bei dieser Arbeit detaillierter vorgestellt. Dabei wird zwischen dem elastischen und dem plastischen Bereich hinsichtlich der Materialeigenschaften unterschieden.

Wird eine reine Schubbeanspruchung der rechteckigen Platte vorausgesetzt, so ist die Randbelastung durch die gleichmäßig verteilten Kräfte  $\tau_{xy}$  gegeben und  $\sigma_x = \sigma_y = 0$ .

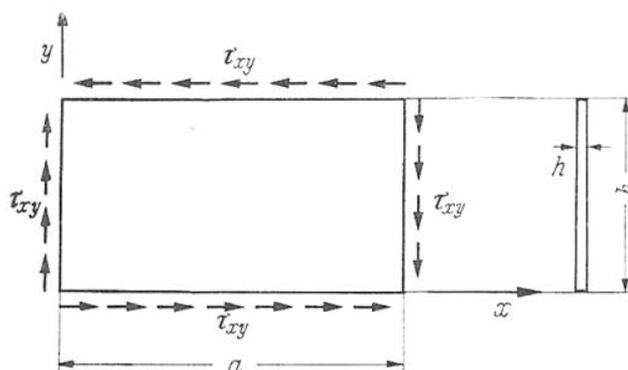


Abbildung 2.20: Randschubbelastung einer rechteckigen Platte [16]

Dadurch vereinfacht sich auch die Differentialgleichung des Beulens samt Umordnen auf:

$$D \left( \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) + h 2\tau_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} = 0$$

Mit der Definition der Euler'sche Knickspannung eines Plattenstreifens:

$$\sigma_E = \frac{D\pi^2}{b^2 h} = \frac{Eh^2\pi^2}{12b^2(1-\nu^2)}$$

ergibt sich die kritische Beulspannung:

$$\tau_{Kr} = k \sigma_E$$

und die Beuldifferentialgleichung:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + 2k \left( \frac{\pi^2}{b^2} \right) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} = 0$$

Für diese Arbeit sind nur zwei Randlagerungsbedingungen von Interesse, nämlich frei gelenkig gelagert und fest eingespannt. Wird die erster Lagerung betrachtet, ist es auch unter den sehr einfachen Navier'schen Randbedingungen nicht möglich, eine totale Differentialgleichung aufzustellen. Und eine Lösung in geschlossener Form ist nur für unendlich lange Plattenstreifen mit einem exponentiellen Ansatz möglich. Dabei ergibt sich der Beulwert  $k = 5,34$  für  $a/b = \infty$ . Bei einer rein mathematischen Betrachtung ist auch hier die Energiemethode vom Vorteil. Für die Fälle der endlichen Plattenlänge ist die Differentialgleichung mit dem Timoschenko'schen Sinusansatz für Schubbeulenproblem lösbar. Die dabei berechneten Näherungslösungen, deren Abweichung von der Exaktheit in der Abhängigkeit der Ansatzgliederanzahl  $m, n$  der Gleichungssystemdeterminanten steht, können mit folgenden Parabelformeln umhüllt werden.

$$k = 5,34 + \frac{4}{\alpha^2} \quad \text{für } \alpha \geq 1$$

$$k = 4 + \frac{5,34}{\alpha^2} \quad \text{für } \alpha \leq 1$$

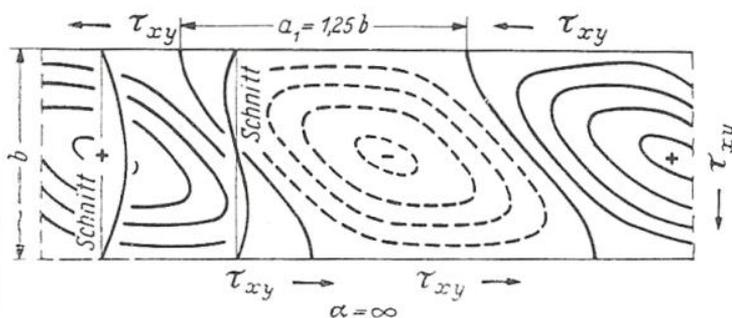


Abbildung 2.21: Schubbeulfigur allseitig gelenkig gelagerten Platten [16]

Für die fest eingespannte Randlagerungsbedingungen ergibt sich ein Beulwert  $k = 8,98$  für  $a/b = \infty$  und die umhüllende Parabel der Näherungslösungen:

$$k = 8,98 + \frac{5,6}{\alpha^2} \quad \text{für } \alpha \geq 1$$



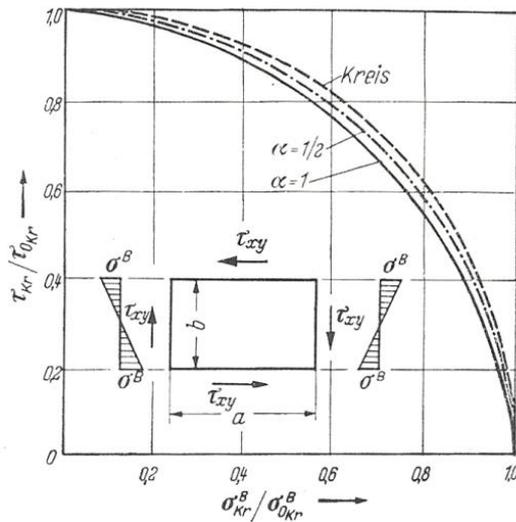


Abbildung 2.24: Interpolationskurven der kritischen Teilbelastungen [16]

Somit lässt sich hinsichtlich der Beulsicherheit im elastischen Bereich mit dem Beulsicherheitsfaktor  $\nu_S$ , welcher in der Literatur meist mit 1,2 angegeben wird, folgende Gleichung für die oben kombinierte Belastung aufstellen:

$$\frac{1}{\nu_S} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{Kr}^B}{\sigma_{0Kr}^B}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{Kr}^S}{\tau_{0Kr}^S}\right)^2}$$

Mit dem Erreichen der Proportionalitätsgrenze, die bei den meisten Baustoffen mit der Elastizitätsgrenze zusammenfällt, gibt es keine lineare Verbindung zwischen Dehnungen und Spannungen mehr und es kommt nach deren Überschreitung durch die Belastung zu bleibenden plastischen Formänderungen. Es braucht also eine Plastizitätstheorie, die die *Hooke'sche* Beziehung zwischen Dehnungen und Spannungen ersetzt. Im Fall des Beulens wäre eine Ausdehnung der umfangreichen und mathematisch komplizierten Plastizitätstheorien zu aufwändig und nicht zielführend – besonders bezüglich des mehrachsigen Spannungszustandes und der nötigen Anstrengungshypothese. Meist angewendet wird deshalb die von Timoschenko aufgestellte, von Bleich weiterentwickelte und von Kollbrunner durch Versuche angepasste Näherungstheorie für den plastischen Bereich. Die Komponenten des Spannungsdeviators sind im elastischen Bereich samt dem hydrostatischen Spannungszustand, zu den Komponenten des Verformungsdeviators, samt Volumendilatation, dem zweifachen Schubmodul  $G$  als Faktor proportional. Die Formänderungen können im plastischen Bereich in ihre elastischen und plastischen Anteile aufgeteilt werden. Wird für plastische Anteile ein konstant bleibendes Volumen vorausgesetzt, entspricht der Verformungsdeviator dem totalen Verformungsänderungszustand. Allerdings kann sich der Verzweigungspunkt der Gleichgewichtslage in der Abhängigkeit der Plattendicke auch unterhalb der Materialproportionalitätsgrenze befinden. Der Elastizitätsmodul  $E$  wird zu einer Funktion der kritischen

Beulspannung  $\sigma_{Kr}$ . Für die Beulprobleme kann deshalb anstelle des Elastizitätsmoduls  $E$  das sogenannte Knickmodul  $T_K$  als Mittelwert zwischen dem Tangentenmodul  $T$  für die gesamte Formänderung und Elastizitätsmodul  $E$  für die elastische Formänderung verwendet werden. Die Größe des Knickmoduls ist unter anderem von der Querschnittsform abhängig, was zu Folge hat, dass die Beulspannungen im plastischen Bereich nicht nur von der Schlankheit, sondern auch von der Querschnittsform abhängig sind.

Bei einer auf reinen Schub beanspruchten rechteckigen Platte wirken die Hauptspannungen  $\sigma_1 = -\sigma_2 = \tau_{xy}$ . Mit dem Einführen der Knickzahl  $\tau = T/E$  ergibt sich die kritische Beulspannung im plastischen Bereich wie folgt:

$$\tau_{Kr} = k \frac{T}{E} \sigma_E = k \tau \sigma_E$$

Grundsätzlich ist eine einfache Ersetzung des Elastizitätsmoduls durch das Tangentenmodul  $T$  nicht zufriedenstellend. *Stowell* empfiehlt die Verwendung von Faktor  $\eta$  als Funktion des Tangentenmoduls  $T$  von der Sekantenmodul  $T_S$ . *Bleich* zeigte aber, dass die Verwendung von  $\sqrt{\tau}$  anstatt  $\eta$  wesentlich bessere Ergebnisse liefert. Und somit lautet die Gleichung für die kritische Schubbeulspannung als Funktion des Beulwerts, Knickzahl und Euler'schen Knickspannung eines Plattenstreifens für plastischen Bereich:

$$\tau_{Kr} = k \sqrt{\tau} \sigma_E$$

Mit dem Heranziehen der Vergleichspannungsgleichung des ebenen Spannungszustandes:

$$\sigma_V = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y + 3\tau_{xy}^2}$$

Ergibt sich dann für reinen Schub:

$$\sigma_V = \sqrt{3} \tau_{xy}$$

Und damit die Beulwerte, als Parabelumhüllende, für plastischen Bereich bei frei gelenkiger Randlagerung, mit  $k = 5,34 \sqrt{3}$  für  $a/b = \infty$  und

$$k = \left(5,34 + \frac{4}{\alpha^2}\right) \sqrt{3} \quad \text{für } \alpha \geq 1$$

$$k = \left(4 + \frac{5,34}{\alpha^2}\right) \sqrt{3} \quad \text{für } \alpha \leq 1$$

Für die fest eingespannte Randlagerung betragen die Beulwerte, ebenfalls als parabelumhüllende, für den plastischen Bereich, mit  $k = 8,89 \sqrt{3}$  für  $a/b = \infty$  und

$$k = \left(8,98 + \frac{5,6}{\alpha^2}\right) \sqrt{3} \quad \text{für } \alpha \geq 1$$

$$k = \left(5,6 + \frac{8,98}{\alpha^2}\right) \sqrt{3} \quad \text{für } \alpha \leq 1$$

Die Vorgangsweise bei zusammengesetzten Belastungsfällen bleibt – wie für den elastischen Bereich dargelegt – auch im plastischen Bereich erhalten. Nach dem Überschreiten der Proportionalitätsgrenze ist die Einführung der Knickzahl notwendig und damit die direkte Minderung der kritischen Beulspannungen im plastischen Bereich. Nach dem Aufstellen der Interaktionsformeln aus den Vergleichsspannungsgleichungen ist ein Angeben der Beulsicherheit samt Beulsicherheitsfaktor für den plastischen Bereich in der Abhängigkeit der kombinierten Belastung möglich.

Vollständigkeitshalber seien noch die Beultheorien für den plastischen Bereich von *Bijlaard*, die von einer zentrischen Knickspannung  $\sigma_{Kr} = \pi^2 T / \lambda^2$  und dem Tangentenmodul  $T = \delta\sigma / \delta\varepsilon$  ausgeht, und von *Iljuschin*, die von einer Querkontraktionszahl von 0,5 für den elastisch-plastischen Bereich ausgeht, was zwar einen plastisch verformbares, aber raumbeständiges Material darstellt, angeführt.

Die Notwendigkeit der Ermittlung höhere Eigenwerte der Beuldifferentialgleichung wurde schon dargelegt. Bei der Baubemessung werden die dünnwandigen Querschnittsteile bezüglich Stabilitätsverhalten im Sinne der Verzweigung der Gleichgewichtslage gegen Gebrauchsbeulbelastung, seltener Tragbeulbelastung, abgesichert. Allerdings sind die Beulverformungen nach dem Überschreiten der kritischen Belastung im überkritischen Bereich noch stabiler Natur. Die Größe der sich daraus ergebenden Tragreserve ist davon abhängig, ob das Beulen im elastischen oder im plastischen Bereich eintritt. Liegt die kritische Beulspannung unterhalb der Proportionalitätsgrenze, ist mit größeren Tragreserven zu rechnen. Weist die ebene rechteckige Platte aufgrund ihre Abmessungen und Struktur eher stabähnliches Tragverhalten, sind die Tragreserven vernachlässigbar klein. Die Beuldifferentialgleichungen des überkritischen Bereichs, zuerst von *Kármán* abgeleitet und bereits oberhalb angegeben, wurden von dem *Marguerre und anderen* für überkritisches Tragverhalten eines perfekten Beulfeldes gelöst. Unter perfekt wird dabei ein Beulfeld verstanden, das ideal-eben, also frei von jeglichen inneren und äußeren Imperfektionen ist. Für das überkritische Tragverhalten eines imperfekten Beulfeldes, wobei die Imperfektion eine Vorbeule ist, lieferte *Wolmir* die Lösung.

Mit dem Überschreiten der kritischen Beulspannung kommt es zum Ausbeulen der ebenen rechteckigen Platte. Nach der Belastungssteigerung erfolgt eine Spannungsumlagerung zu den Randbereichen. Dies kann am einfachsten am Beispiel einer gedrückten quadratischen Platte veranschaulicht werden. Die Spannungsverteilung bei überkritischer Belastung dieser

quadratischen Platte zeigt, dass die Mittelfaser die kritische Beulspannung beibehalten, und sich die um die Mittelfaser liegenden Bereiche an der Abtragung immer mehr beteiligen und zwar umso mehr, je näher sie an den Randbereichen anliegen, unter der Voraussetzung, dass die Randzonen die zusätzliche Beanspruchung aufnehmen können. Dies kann vor allem dadurch begründet werden, dass sich die im Mittelbereich befindlichen Materialfasern stetig steigend ausbeulen und sich somit der Mittragung entziehen. In der Literatur wird die diesbezüglich Verwendung von einer „mittragenden Breite“ auch „wirksame Breite“ genannt und empfohlen, um die Bereiche der Spannungsumlagerungen zu charakterisieren. Mit fortschreitender Belastung kommt es immer mehr zur Bildung wellenförmiger schräger Falten in der Beule. Dadurch ist quer zur Faltrichtung kein nennenswerter Widerstand gegen die Zusammendrückung vorhanden und somit können keine weiteren Drucknormalspannungen aufgenommen werden. Die Falten selbst spielen aber in dem Beulfeld eine ähnliche Rolle wie die Zugdiagonalen eines Fachwerks und können somit die zusätzliche Zugbeanspruchung zu den Randbereichen hinleiten. Es bildet sich ein Zugfeld aus. Dies geschieht auch bei einer reinen Schubbeanspruchung. Dabei geht der Schubfeld in ein nach der *Wagner'schen* Zugfeldtheorie benanntes Zugfeld über.

Die Abbildung 2.25 stellt die Entwicklung eines Zugfeldes dar. Einfachheitshalber geschieht die Darstellung an Hand der *Mohr'schen* Spannungskreise. Solange die Beanspruchung  $\tau$  unterhalb der kritischen Beulschubspannung  $\tau^*$  liegt, kann der Spannungszustand durch einen zentrisch liegenden Spannungskreis dargestellt werden. Die Belastung wird dabei als unterkritisch bezeichnet. Wird die kritische Schubbeulspannung erreicht, wächst der Radius der Spannungskreises an, gleichzeitig beult das Schubfeld aus und es bilden sich mit steigender Beanspruchung die Falten in der Beule etwa normal zur Richtung der Hauptnormaldruckspannungen  $\sigma_2$ . Da aber, wie dargelegt, keine weiteren Hauptnormaldruckspannungen aufgenommen werden, jedoch die Hauptnormalzugspannungen  $\sigma_1$  gesteigert werden können, wandert der Spannungskreis mit dem wachsenden Radius nach rechts, wobei die Größe der Hauptnormaldruckspannung gleichbleibt, wenig wachsend oder sogar abnehmend sein kann – je nach Materialeigenschaft und Randbedingungen. In dieser Abhängigkeit wird zwischen einem „idealen“, „vollständigen“ und „unvollständigen“ Zugfeld, wie in der Abbildung 2.26 dargelegt, unterschieden. Bei dem „idealen“ Zugfeld wird angenommen, dass nach dem Überschreiten der kritischen Beulspannung sich bildende Falten nur einachsig durch die Hauptspannung  $\sigma_1$  beansprucht werden. Dabei bleibt die Biegesteifigkeit unberücksichtigt. Diese Vorstellungweise hat ihre Gültigkeit nur für relativ große Beullastüberschreitungen.

Unter dem Aspekt des „vollständiges“ Zugfeldes wird angenommen, dass die Hauptnormaldruckspannung zum Zeitpunkt des Beulens der kritischen Beulspannung entspricht  $-\sigma_2 = \tau_K$  und danach großemäßig gleichbleibt. Besonders aus dieser Sichtweise wird deutlich, dass es – damit Gleichgewicht erhalten bleibt – Normalspannungen geben muss, die in den Randbereichen Reaktionskräfte verursachen und somit zusätzliche Druck- und Biegespannungen in den Randaussteifungen bewirken. Verschiedene Versuche haben gezeigt, dass eine geringe Hauptnormaldruckspannungssteigerung durchaus möglich ist. Deswegen wird bei dem „unvollständigen“ Zugfeld eine Größenabhängigkeit der Hauptnormaldruckspannung von dem Überschreitungsgrad der kritischen Schubbeulspannung ermöglicht.

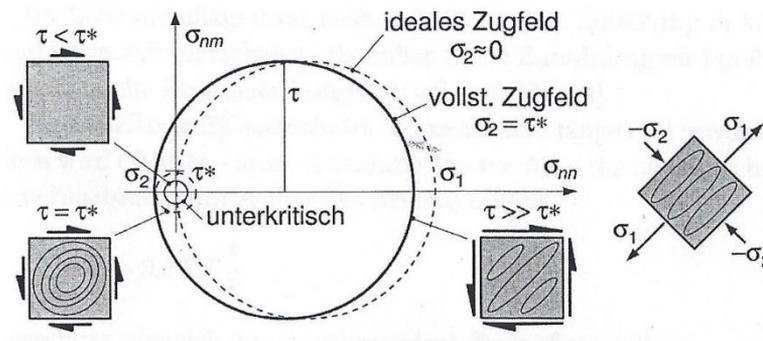


Abbildung 2.25: Entwicklung eines Zugfeldes [20]

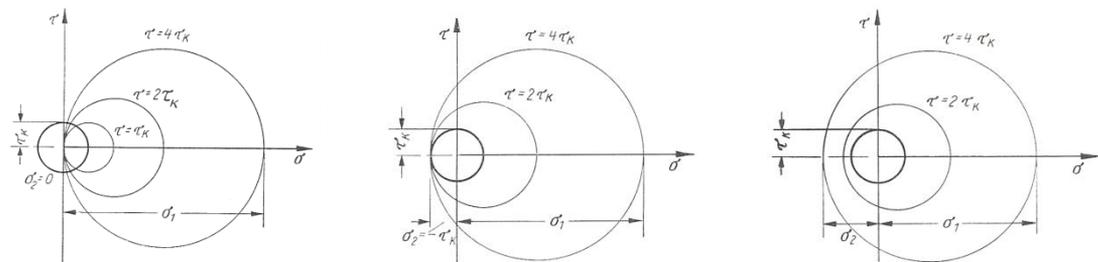


Abbildung 2.26: „ideales“, „vollständiges“ und „unvollständiges“ Zugfeld mit Mohr'schen Spannungskreisen [19]

## 2.2.4 Schubbeulen – dünnwandige Bauteile im Stahlbau

Es ist durchaus wichtig, die Erkenntnisse und die Vorgehensweise im Stahlbau bezüglich Plattenbeulens zusammenfassend darzulegen und als möglichen Ausblick bei der Behandlung der Materie im Betonbau, besonders UHPFRC, trotz aller Unterschiede, einzubinden. Dies geschieht unter Verwendung folgender Literaturquellen: DIN-Fachbericht 103 , Stahlbrücken sowie Leitfaden dazu, *DifN, Sedlacek, Eisel u.a.* [22]; Plate Buckling in Bridges and other Structures, *Akesson* [23]; Design of Plated Structures, *Beg, Kuhlmann u.a.* [24]; Commentary and Worked Examples to EN 1993-1-5 „Plated Structural Elements“, *Johansson,*

*Maquoi u.a.*[25]; EC 3, *ON Österreichisches Normungsinstitut*; Stahlbau Handbuch, *Beare, Bamm, Bongard u.a.* [21].

Obwohl die Beulstabilitätsproblematik länger bekannt ist, spielte es in dem Stahlbau lange Zeit eine untergeordnete Rolle. Vor allem waren vor der Einführung der Schweißtechnik die Bauteilverbindungen durch Niete ausgeführt. Dies bewirkte im Überlappungsbereich eine Aussteifung, die Niete selbst verursachen eine unverschiebbare Lagerung, und die Stahlplatten waren herstellungsbedingt etwas dicker. Lediglich bei Stegblechen hohen Trägern, mit genieteten Stegen, waren Beulsicherheitsnachweise und gegebenenfalls Versteifungen nötig. Durch die Material- und Herstellungsverfahren wurden immer schlankere Stahlbauteile besonders im Brückenbau eingesetzt. Anfängliche Beulberechnungsgrundlagen basierten auf theoretischen Arbeiten, die perfekt ebene, eigenspannungsfreie Bauteile nach dem *Hooke'schen* Gesetz für Materialeigenschaften voraussetzten. Dadurch ergaben sich bestimmte Beulgrenzen für den Großteil der Belastungsfälle. Durch den Einzug der computergestützten Berechnungsmethoden und durch zahlreiche Forschungsarbeiten und Versuche konnten auch die Sonderbelastungsfälle sowie Lösungen für geometrische und materielle Nichtlinearitäten, Vorverformungen und Eigenspannungen angegeben werden. Trotzdem kam es immer wieder zu Beuschadensfällen, was Ursachenuntersuchung, Forschungsintensivierung und Regelwerküberarbeitung zur Folge hatte. Zu erwähnen sind im deutschsprachigen Raum die Beuschadensfälle im Jahr 1969 an der vierten Donaubrücke (heute Praterbrücke) in Wien, im Jahr 1971 bei der Rheinbrücke nahe Koblenz und im Jahr 1973 an der Zeulenroda Brücke südlich von Leipzig. Die Gemeinsamkeit der Fälle liegt, abgesehen von Querschnittform, in der Tatsache, dass alle drei Schadensfälle und einige andere ähnliche, die zu dieser Zeit passierten, in der Bauphase geschehen sind, was auf die nicht berücksichtigten Baubelastungen bzw. geänderten Errichtungsverfahren zurückzuführen war. Um den Sicherheitsaspekten, aber auch den Wirtschaftlichkeitsstandpunkten in Hinblick auf die Materialausnutzung gerecht zu werden, wurden neben der Verzweigungstheorie (Theorie II. Ordnung) auch die Theorie III. Ordnung und für geometrische Imperfektionen, große Verformungen und wirklichkeitsnahe Werkstoffgesetze oberhalb der Proportionalitätsgrenze samt Eigenspannungen die Traglasttheorie als Plattenbeultheorien eingebunden.

Es wurde bereits dargelegt, dass ebene, rechteckige Platten bei scheibenartigen Beanspruchungen unter Randdruck- und Randschubbelastungen sowie Querbelastungen ausbeulen. Die Stahlbauansicht wird nur für das Thema Schubbeulen angegeben, da die übrigen Beulbelastungsfälle nicht Thema dieser Arbeit sind. Als Gleichgewichtverzweigungsfall des Membranzustandes sind vor allem die Stegbleche von Biegeträgern und Gurtbleche von Kastenträgern zu untersuchen. Grundsätzlich werden in den Beulnachweisen nur einzelne Plattenfelder, die längs durch die Gurte und quer durch die Quersteifen oder Querschotte als

Lagerung abgegrenzt werden, betrachtet. Die Längssteifen werden nicht als Blechlagerung angesehen, da die Biegesteifigkeit nicht ausreichend ist. In dem mit dem Thema sich befassenden Eurocode 3 Abschnitt 1-5 werden zwei Nachweise angegeben. Die Methode der reduzierten Spannungen und die Methode der wirksamen Breiten. Zuvor ist aber die Querschnittsklassifizierung aus dem Abschnitt EC 3-1-1 mit vier Klassen darzustellen.

*EC3, Teil 1-1, Kap. 5.5.1, Pkt. (1):*

„Mit der Klassifizierung von Querschnitten soll die Begrenzung der Beanspruchbarkeit und Rotationskapazität durch lokales Beulen von Querschnittteilen festgestellt werden.“<sup>1</sup>

*EC3, Teil 1-1, Kap. 5.5.2, Pkt. (1):*

„Es werden vier Querschnittsklassen definiert:

- Querschnitte der Klassen 1 können plastische Gelenke oder Fließzonen mit ausreichender plastischer Momententragfähigkeit und Rotationskapazität für die plastische Berechnung ausbilden;
- Querschnitte der Klassen 2 können die plastische Momententragfähigkeit entwickeln, haben aber aufgrund örtlichen Beulens nur begrenzte Rotationskapazität;
- Querschnitte der Klassen 3 erreichen für eine elastische Spannungsverteilung die Streckgrenze in der ungünstigsten Querschnittsfaser, können aber wegen örtlichen Beulens die plastische Momententragfähigkeit nicht entwickeln;
- Querschnitte der Klassen 4 sind solche, bei denen örtliches Beulen vor Erreichen der Streckgrenze in einem oder mehreren Teile des Querschnitts auftritt.“<sup>2</sup>

*EC3, Teil 1-1, Kap. 5.5.2, Pkt. (3):*

„Die Klassifizierung eines Querschnitts ist vom  $c/t$ -Verhältnis seiner druckbeanspruchten Teile abhängig.“<sup>3</sup>

Die Methode der wirksamen Breiten umfasst den Modellwiderstand für Schub- und Transversalkräfte und ist sehr effizient für die Bauteile mit typisierten Abmessungen und wiederkehrenden Geometrien. Dabei werden nicht nur das nachkritische Beultragverhalten der einzelnen Plattenelemente, sondern auch der Lastumlagerungen zwischen den Querschnittselementen (Steg zu Flansch) berücksichtigt. Die Methode der reduzierten Spannungen inkludiert die Lastumlagerungen zwischen Querschnittselementen nicht, dagegen wird aber die

---

<sup>1</sup> EN 1993-1-1:2005, AC: 2006, AC: 2009, ON Österreichisches Normungsinstitut, Seite 44

<sup>2</sup> EN 1993-1-1:2005, AC: 2006, AC: 2009, ON Österreichisches Normungsinstitut, Seite 44

<sup>3</sup> EN 1993-1-1:2005, AC: 2006, AC: 2009, ON Österreichisches Normungsinstitut, Seite 44

ganze nachkritische Beultraglastreserve der einzelnen Plattenelemente mitberücksichtigt. Weiters wird sie wegen ihrer allgemeinen Formulierung für die Bestätigung und Überprüfung der Ergebnisse sowie bei dem Nachweisverfahren der Bauteile mit untypischen Abmessungen wie bei Abweichungen vom Rechteckquerschnitt der Platte, veränderlicher Stegdicke usw. herangezogen. Die Methode der wirksamen Breiten ist die gebräuchlichere der beiden, wobei die Methode der reduzierten Spannungen öfters als „Ersatz“-Nachweisverfahren angesehen wird. In EC3-1-5 wird weiter die Vorgangsweise bei der Finite Elemente Analyse (FEA) der Materie dargelegt, allerdings nicht so detailliert wie die beiden Nachweismethoden. Die FEA soll vor allem für die Berechnung der kritischen elastischen Spannungen genutzt werden, die dann als Ausgangspunkte in die beiden Methoden eingesetzt werden. Auch bei den Bauteilen mit größeren Ausschnitten wird die Verwendung von FEA empfohlen. *Beg, Kuhlmann u.a.* beschreiben, dass eine vollständige Berechnung mittels FEA grundsätzlich möglich ist, sie empfehlen jedoch sehr viel Erfahrung, die passende Software sowie die entsprechende Vorsicht bei der Interpretation der Berechnungsergebnisse.

Um einen Überblick über die Vorgangsweise bei der Nachweisführung zu erhalten, wird die Abbildung 2.27 dargestellt, die ein Flussdiagramm zur Bestimmung des Querschnittswiderstandes bei Schubbeulen zeigt. Zudem wird der betrachtete Spannungszustand in der Abbildung 2.28. dargestellt.

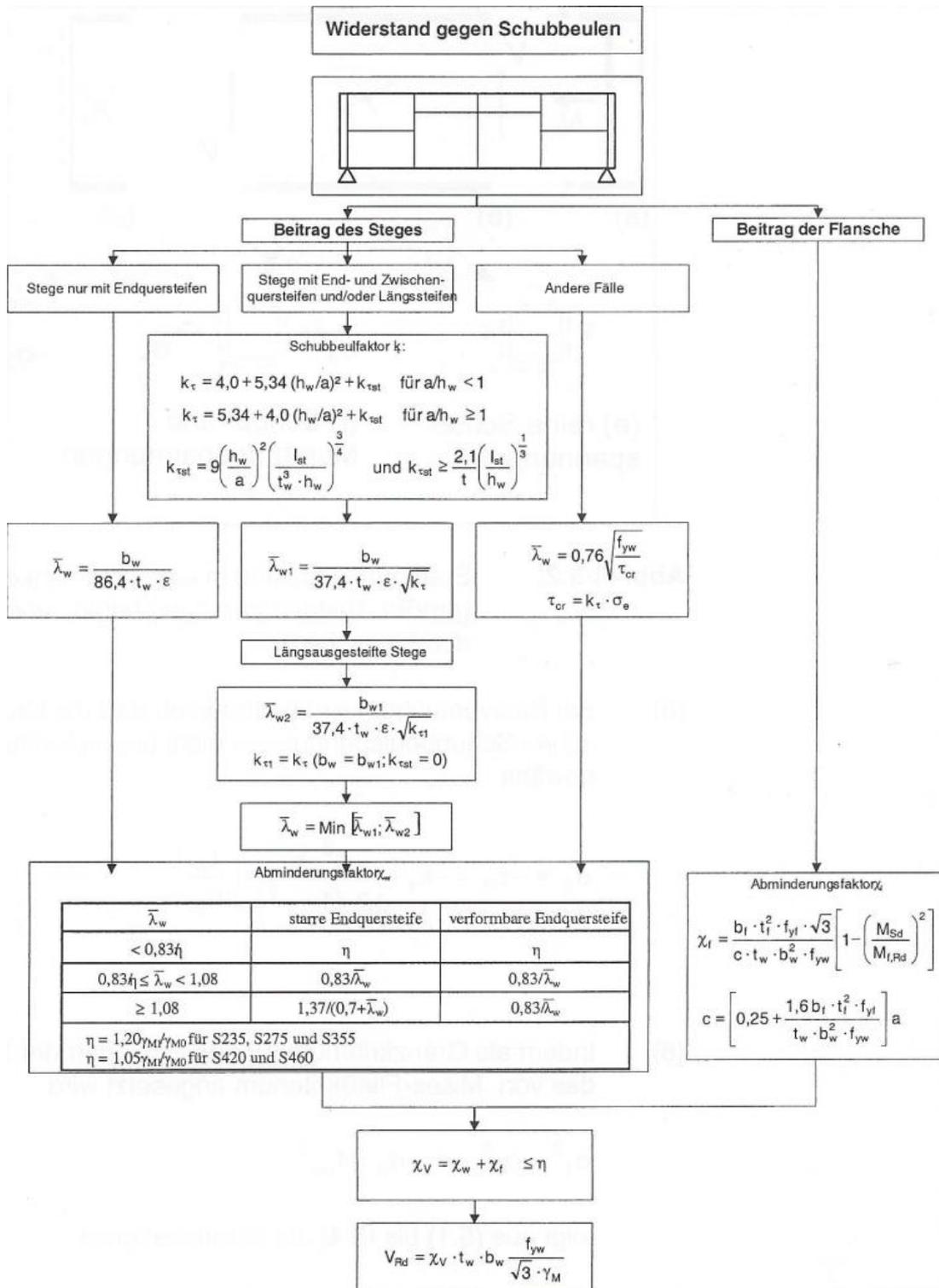


Abbildung 2.27 Flussdiagramm zur Bestimmung des Querschnittswiderstandes bei Schubbeulen nach EN 1993-1-5, ohne Festigkeitsbeiträge der Flansche und ohne lokale Inanspruchnahme der Wiederfestigung nach dem Fließen ( $\eta=1,0$  gesetzt) [22]

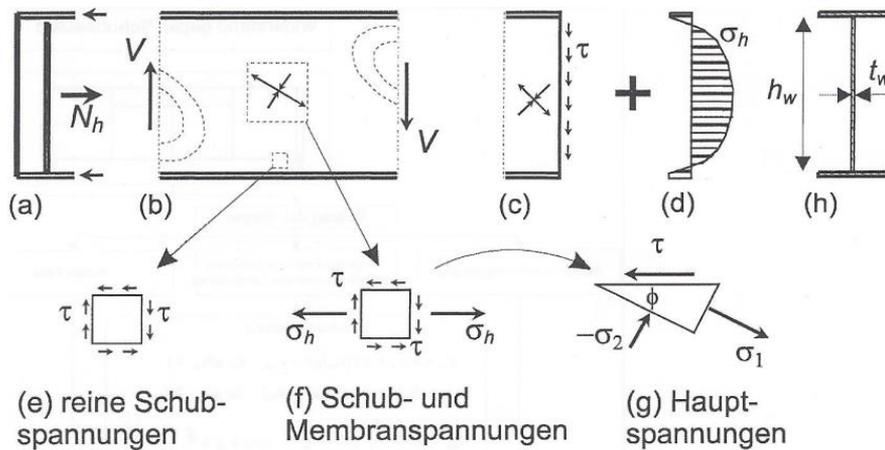


Abbildung 2.28 Spannungszustand in einem schlanken Steg bei Schubbeulen (größerer Abstand der Quersteifen, keine vertikale Belastung auf den Flanschen) [22]

Für die Anwendung der Methode der wirksamen Breiten muss noch der Begriff der effektiven Breite näher erläutert werden. Infolge der einzelnen oder der gemeinsamen Wirkung durch Plattenbeulen und Schubverzerrungen wird der Bruttoquerschnitt bzw. die Bruttoquerschnittsbreite reduziert. Der Begriff „effektiv“ wird dabei wie folgt unterschieden: „wirksam effektiv<sup>P</sup>“ bei Wirkung von Plattenbeulen, „mittragend effektiv<sup>S</sup>“ bei ungleicher Spannungsverteilungswirkung infolge Schubverzerrungen und nur „effektiv“ bei Gesamtwirkung der beiden. Die Voraussetzungen für die Methode der wirksamen Breiten sind, dass die untersuchte Platte eine rechteckige Form hat oder nahezu rechteckig ist (Winkelabweichungen sollen  $10^\circ$  nicht überschreiten), Löcher und Ausschnitte klein sind (der Durchmesser soll nicht größer als 0,05 der kleinsten Plattenseite sein), die Aussteifungen verlaufen nur in Längs und/oder Querrichtung, Gleichförmigkeit der Bauteile und unveränderliche Stegdicke (bei der Veränderlichkeit soll die kleinste Stegdicke berücksichtigt werden). Der Nachweis wird nachfolgend geführt:

$$\eta_3 = \frac{V_{Ed}}{V_{b,Rd}} \leq 1,0$$

wobei  $V_{Ed}$  der Bemessungswert der einwirkenden Schubkraft aus Querkraft und Torsion ist und  $V_{b,Rd}$  der Bemessungswert der Beanspruchbarkeit infolge des Schubbeulens. In der Regel ist der Nachweis für die nicht aussteiften Platten mit einer Steghöhe zur Stegdicke Verhältnis von  $h_w/t > 72 \varepsilon/\eta$  und aussteifte Platten mit einem Verhältnis von  $h_w/t > 31 \varepsilon \sqrt{k_\tau}/\eta$  vorwiegend für die Querschnittsklassen 3 und 4 zu führen. Dabei ist  $\varepsilon = \sqrt{235/f_y}$  in  $N/mm^2$  und  $\eta = 1,2$  für Stahlsorten bis S460 und  $\eta = 1,0$  für Stahlsorten über S460. Der Bemessungswert der Beanspruchbarkeit setzt sich aus dem Beitrag des Steges – wobei unterschieden wird, ob es sich um eine starre Endquersteife (aktiviert Membranspannungen im Steg) oder um eine verformbare Endquersteife (ohne Membranspannungen) handelt – und des Flansches infolge der Zugfeldbildung zusammen:

$$V_{b,Rb} = V_{bw,Rd} + V_{bf,Rd} \leq \frac{\eta f_{yw} h_w t}{\sqrt{3} \gamma_{M1}}$$

Der Beitrag des Steges wird dabei mit der Formel

$$V_{bw,Rd} = \frac{\chi_w f_{yw} h_w t}{\sqrt{3} \gamma_{M1}}$$

bestimmt. Die Formel wird von dem Abminderungsfaktor  $\chi_w$  dominiert, da die restlichen Größen Material-, Geometrie- und Teilsicherheitskennwerte sind. Bei der Bestimmung des Abminderungsfaktors wird unterschieden, ob eine Auflagersteife vorhanden ist und – wenn ja – ob es sich um eine starre oder verformbare Auflagersteife handelt, wie bereits oben erwähnt. Weiters ist der Abminderungsfaktor von dem Schlankheitsgrad  $\lambda_w$  abhängig. Dieser ermöglicht es, die Abminderungskurven aufzustellen. Die Berechnung des Schlankheitsgrades selbst ist von der Plattenlagerungsrandbedingung abhängig, ob es sich um Endquersteife (Auflagersteife) handelt oder nicht und – wenn ja – ob zusätzlich Quer- und Längssteifen vorhanden sind. Die Bestimmung der letzteren zwei liegt wiederum in der Abhängigkeit der kritischen Schubbeulspannung bzw. des Schubbeulfaktors, die bereits im vorherigen Abschnitt ausführlich dargelegt worden sind. Anzumerken ist diesbezüglich jedoch, dass bei der Ermittlung des Schubbeulwertes der kleinste Schubbeulwert des Steges zu verwenden ist und dass das Flächenträgheitsmoment der Steifen bei der Schubbeulwert-ermittlung auf ein Drittel seines wirklichen Wertes zu reduzieren ist.

Es ergeben sich somit die Abminderungskurven, die für kleine Schlankheiten die  $\eta$ -Werte (zwischen 1,0-1,2) annehmen und mit steigender Schlankheit der Platte immer mehr abfallen und somit eine immer größer werdende Reduktion des Stegbeitrages hervorrufen. Mechanisch betrachtet liegt die Begründung darin, dass bei einem schlanken Trägersteg mit ausreichendem Quersteifenabstand sich das Spannungsfeld infolge der Schubeinwirkung so einstellt, dass an den Plattenrändern keine senkrecht zum Rand wirkenden Spannungen auftreten, wie in der Abbildung 2.26(e) sichtbar ist. Weiters wurde bei Beulversuchen beobachtet, dass die Druckspannungen die kritischen Schubbeulspannungen nicht überschreiten, was die Verwendung des *von Mises*-Fließkriteriums für das Erreichen der Stegschubfestigkeit ermöglicht. Da angenommen wird, dass die Schubspannungen über die Trägerhöhe gleichmäßig verteilt sind (es werden konstante Schubspannungen vorausgesetzt, die Nachweisführung folgt in der Regel mit mittleren Schubspannungen im Steg), wird die sich dadurch ergebende Zugkraft etwas überschätzt. Letztendlich müssen die Endsteifen die Kräfte übernehmen, damit sich die volle Schubsteifigkeit des Steges entwickeln kann. Die Abminderungskurven wurden durch zahlreiche Versuche verifiziert und justiert.

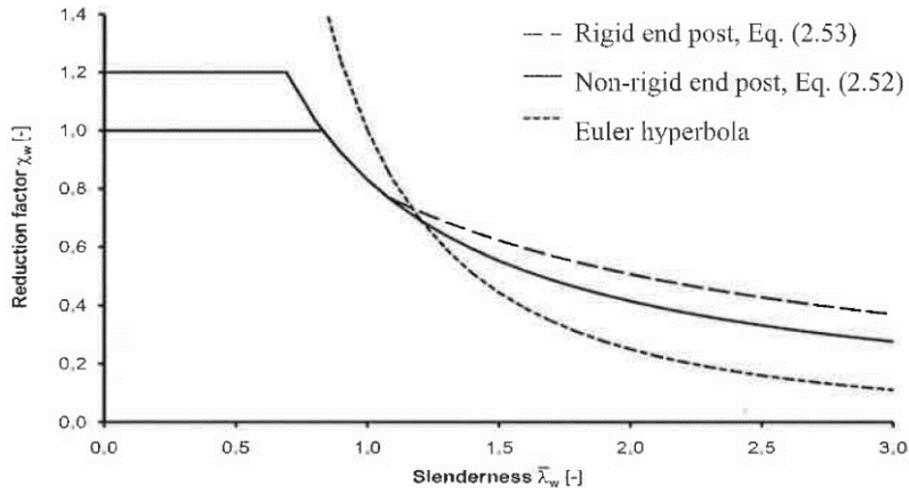


Abbildung 2.29 Abminderungskurven für Schubbeulen [24]

Der Beitrag der Flansche ergibt sich aus:

$$V_{bf,Rd} = \frac{b_f t_f^2 f_{yf}}{c \gamma_{M1}} \left[ 1 - \left( \frac{M_{Ed}}{M_{f,Rd}} \right)^2 \right]$$

Er wird nur dann für Schubbeanspruchbarkeit berücksichtigt, solange die Querschnittsbeanspruchung nicht vollständig ausgenutzt wird ( $M_{Ed} \leq M_{f,Rd}$ ). Dabei ist  $M_{f,Rd}$  der Bemessungswert der Biegebeanspruchbarkeit unter Berücksichtigung der effektiven Flächen der Flansche und eines Reduktionsfaktors bei gleichzeitiger Normkrafteinwirkung ( $N_{Ed}$ ) im Flansch und  $M_{Ed}$  der Bemessungswert des einwirkenden Moments. Der Beitrag der Flansche kommt damit zustande dass bei Stegen mit Quersteifen diese Quersteifen die Verformung der Flansche zueinander verhindern und es entstehen die plastischen Fließgelenke in den Flanschen (Abb. 2.28(b); Pkt.:E,H,K,G).

Die Beitragsformel enthält weiters den Abstand  $c$  zwischen den Fließgelenken, welcher wesentlich vom Abstand  $a$  der Quersteifen beeinflusst wird. Die Entstehung der plastischen Gelenke in den Flanschen kann auch dadurch erläutert werden, dass eine Zugfeldwirkung entsteht (*eng.* Tension Field Action, wie bereits erläutert, entwickelt sich im überkritischen Bereich in Diagonalrichtung, quer zur Druckrichtung, Zugwirkung und unter Zutun von drucksteifen Quersteifen und Flanschen die Fachwerkwirkung) und der sich auf die Flansche „aufhängt“. Die Quersteifen wirken dann als Stützen eines Flanschdurchlaufträgers. In der Nähe der Knickpunkte bzw. Nulldurchgänge der Momentenlinie des Durchlaufträgers entstehen Fließgelenke.

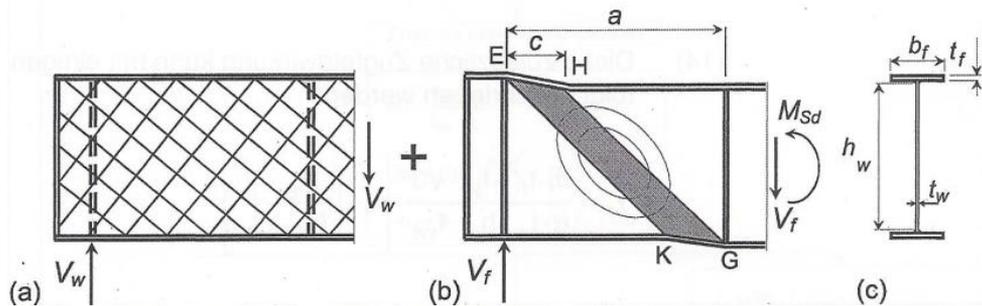


Abbildung 2.30 Durch die Flansche gestütztes Zugfeld [22]

Im Stahlleichtbau (Trapezblechbauweise, kalteverformte Profile usw.) wird das Beulen auch im Gebrauchszustand, akzeptiert. Die Ausnutzung des überkritischen Tragverhaltens ist vor allem aus Wirtschaftlichkeitsgründen sinnvoll. Dabei spielt die Stegslankheit eine wesentliche Rolle, je größer die Slankheit desto größer ist die überkritische Tragreserve gegenüber der idealen *Euler*'schen Beullast. Durch Anbringung von zusätzlichen Beulsteifen lassen sich auch bestehende Bauteile gegen eine Gleichgewichtsverzweigung im Beulfall absichern, etwa bei einer zu erwartenden Belastungserhöhung. Die günstigsten Stellen dafür sind die Stellen mit den größten Beulverformungen. Im Schubbeulfall wären das die Diagonalsteifen in Hauptzugrichtung und eine vertikale Steife als Feldteilung.

### 2.2.5 Schubbeulen – dünnwandige Bauteile aus UHPFRC

Im Hinblick auf die Behandlung der Beulgleichgewichtsverzweigung bei UHPFRC-Platten wurden Stahlbauansichten dargelegt. Weiter wird zusammenfassend dargestellt, wie die Materie im Betonbau behandelt wird, und der Forschungsstand bei dünnwandigen UHPFRC Bauteilen wird beschrieben. Dabei werden folgende Literaturquellen verwendet: Bestimmung der Beulsicherheit von Schalen aus Stahlbeton unter Berücksichtigung der physikalisch-nichtlinearen Materialeigenschaften, *Zerna, Mungan, Steffen* [26]; Imperfektionsempfindlichkeit und Grenzlaster von Schalentragwerken, *Pontow* [27]; Baupraktische Bemessung von Stahlbetonschalen, *Herzog* [28]; Rissbildung von biegebeanspruchten Bauteilen aus Ultrahochfestem Faserbeton, *Heinzle, Freytag, Lindner* [29]; Einfluss der Einbau- und Betontechnologie auf die Faserverteilung und -orientierung in Wänden aus Stahlfaserbeton, *Gröger, Nehls, Silbereisen, Viet Tue* [30]; Schubtragfähigkeit dünnwandiger Träger aus stahlfaserbewehrtem UHPC, *Heinzle, Freytag, Lindner, Sparowitz* [31]; Experimentelle und numerische Untersuchungen zum Beulen von dünnen Scheiben aus UHPFRC unter Druckbeanspruchung, *Escobar, Freytag, Linder, Sparowitz* [32]; Stoffliche und konstruktionsbezogene Besonderheiten beim Einsatz von UHFB im Brückenbau am Beispiel von drei Pilotprojekten, *Reichel* [33]; Vorgespannte Fertigteile aus Ultrahochfestem Faserbeton, *Zimmermann, Sparowitz* [7].

Der Stahlbeton wird üblicherweise in Massivbauweise ausgeführt, wobei es nur wenige Bauwerke bzw. Bauteile gibt, die für die Betrachtung der Beugleichgewichtsverzweigungsproblematik in Frage kämen. Die Stahlbetonscheiben (Wände, bzw. -schalen) haben bereits aufgrund der Mindestbewehrung und Mindestrandabstände die Bauteildicken, bei denen ein Ausbeulen nur schwer vorstellbar ist. Überdies gibt es in Eurocode 2 keine Hinweise auf den Umgang mit Beulfällen. Wird als Maß der Beulfähigkeit die Bauteilschlankheit herangezogen, und zwar auf die gleiche Art und Weise wie unter *EC3 1-1 Kap.5.5.2 Pkt.3* der Stahlbauansicht für druckbeanspruchte Teile bereits vorgestellt, geht hervor, dass die in Betracht kommenden Stahlbetonbauteile bei möglichst geringer Bauteildicke vor allem hoch und breit sein müssen. Die Bauwerke, die diese Voraussetzungen erfüllen, sind sicherlich die Stahlbetonkühltürme. Sie erreichen Höhen zwischen 150 und 200 m, einen Durchmesser von 50 bis 150 m und Bauteildicken zwischen 0,15 und 0,30 m. Dabei handelt es sich um dünne Rotationsschalen. Die Schlankheit dieser doppeltgekrümmten Bauteile beträgt ungefähr  $1/400$ . Um diesen wichtigen Begriff näher darzulegen, wird ein Vergleich angestrebt. Die Schlankheit der dünnen Stahlbetonstützen betragen zwischen  $1/200$  und  $1/250$ , die der Bauteile der Luftfahrt  $1/1000$ .

Obwohl es unter manchen Fachexperten Skepsis bezüglich des Ausbeulens bei Stahlbetonbauteilen gibt, zeigen Schadensfälle, wie z.B. die der Kühltürme in Ferrybridge in England, die Notwendigkeit der Berücksichtigung dieser Problematik. Diese zwei Ansichten stehen einander gegenüber: Auf der einen Seite die Ansicht, dass die meisten Stahlbetonbauteile unter Gebrauchslasten weit unterhalb der Betondruckfestigkeit, also noch fast im linear-elastischen Materialverhaltensbereich, beansprucht werden und Formfehler durch heutige Herstellungsmethoden sehr klein sind. Auf der anderen Seite die Ansicht, dass aufgrund der mechanischen Eigenschaften des Stahlbetons (kein isotropes Material, Rissbildung) gewollte und ungewollte Imperfektionen (Vorbeulen) bei dünnwandigen Bauteilen unvermeidbar sind. Beide Ansichten haben ihre Berechtigung.

Bei der Umsetzung solcher Stahlbetonkühltürme werden die Erkenntnisse der isotropen und elastischen Materialien durchaus verwendet, allerdings mit größeren Beulsicherheiten. Es sei erwähnt dass das Beulverhalten rotationssymmetrischer Schalen anders ist als das für die vorgestellten ebenen Platten.

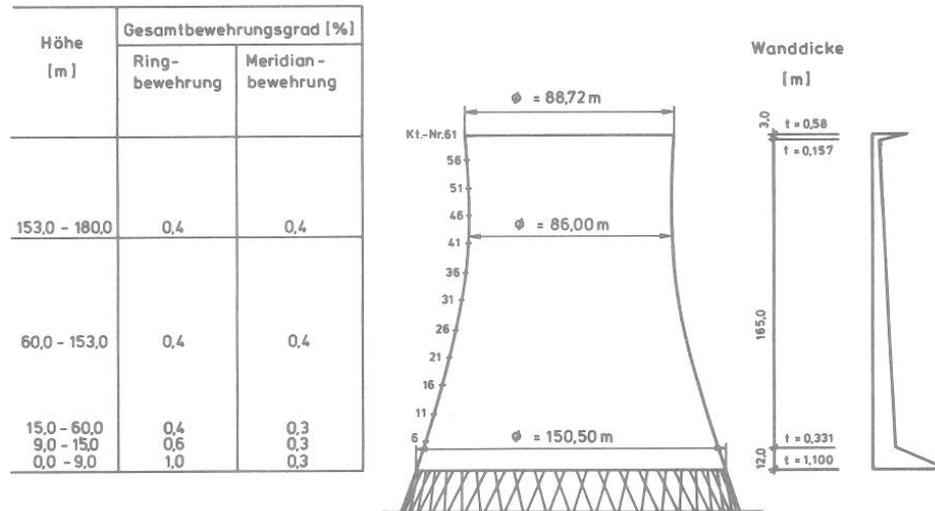


Abbildung 2.31 Schematische Darstellung eines Stahlbetonkühlturms [26]

Die Kühltürme werden mit Ring- und Meridianbewehrung ausgeführt. Die Beanspruchung ergibt sich aus den Normalkräften, aus Eigengewicht und Biegung, aus Doppelkrümmung und Imperfektionen sowie aus Wind- und Erdbebenlasten als Querabtriebsbelastung. *DAfStb* rät, dass bei der Beuluntersuchung solcher Stahlbetonkühltürme neben den Einflüssen der Anisotropie auf die Verzweigungslasten, des teilweise gerissenen Querschnittes und der größeren Störung des Membranspannungszustandes, auch die Einflüsse des Verbundverhaltens zwischen Beton und Bewehrung, des Bruchverhaltens des Betons und der Bewehrung, des Rissverhaltens des Betons, der Art, Lage und Größe der Bewehrung, des nichtlinearen Spannungs-Verzerrungsverhaltens und des Langzeitverhaltens und die damit verbundenen Schnittgrößenumlagerungen berücksichtigt werden. Als Endergebnis, meist FEM-Untersuchungen, entstanden Trag- und Beulsicherheitsbeiwerte ( $\gamma_T$ ,  $\gamma_B$ ), die dem Bruchbelastungszustand in der Abhängigkeit der Lösung der Differentialgleichung mit dem niedrigsten Eigenwert und dem daraus resultierenden kritischen Lastfaktor entsprechen.

Es ist sinnvoll und wichtig bei den FEM-Simulationen der Konstruktionen mit diskreter Bewehrungsführung aus Stabstahl oder Bewehrungsmatten, hinsichtlich der Beulproblematik, ein Schichtmodell in Querrichtung einzubinden. Die Einflüsse der fachwerkartigen Stützungskonstruktion der Schale bleiben in der Regel außer Acht.

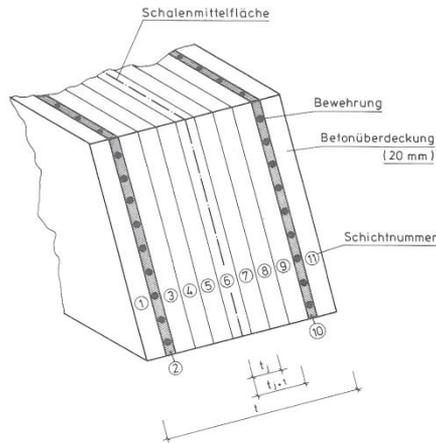


Abbildung 2.32 Geschichtetes Schalenringelement [26]

Zu berücksichtigen ist noch die Abhängigkeit von der Wandstärke solcher Stahlbetonteile. Auf der einen Seite ändert sich das Eigengewicht und damit die Belastung und auf der anderen Seite die Schlankheit. Bei einer bestimmten Wandstärke ist die Sicherheit gegen Beul- und Traglast gleich groß. Wird die Wanddicke erhöht, so wird das Erreichen der Traglast immer wahrscheinlicher, was zu einem sinkenden Traglastbeiwert führt. Mit abnehmender Wandstärke nimmt auch der Beulsicherheitsbeiwert ab, was auf ein eher auftretendes Beulversagen hindeutet.

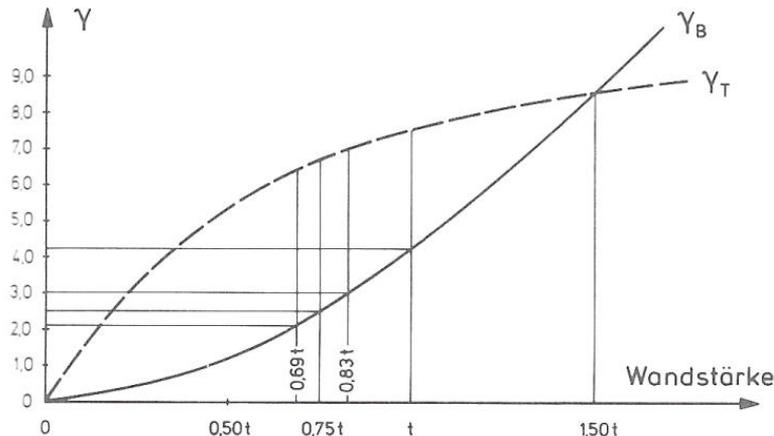


Abbildung 2.33 Trag- und Beulsicherheitsbeiwerte in Abhängigkeit von der Schalenwanddicke [26]

Vollständigkeitshalber sind noch die Imperfektionsempfindlichkeit und die Grenzlaster der Schalentragerwerke zu erwähnen. Die Imperfektionsempfindlichkeit eines Bauteils bzw. die statischen Grenzlaster verschiedener Beulfälle können mit einer energetischen Größe bewertet werden. Das Störenergie-Konzept bietet eine hinreichende Möglichkeit dazu.

Ultrahochfeste faserverstärkte Betone eignen sich hervorragend zur Herstellung dünner scheibenförmiger Bauteile. Wie bereits dargelegt, tendieren solche Bauteile dazu auszubeu-

len. Zuerst erfolgt die Identifizierung der möglichen Einsatzgebiete. Der Brückenbau ist sicherlich ein bedeutendes Gebiet dafür. Mit seinen mehrfach höheren Druckfestigkeiten gegenüber dem normalen Stahlbeton und etwa dreifach kleinerem Eigengewicht als die im Brückenbau eingesetzten Baustähle bietet er sich dazu optimal an. Durch Aufbringung von Vorspannungen kann den nicht so hoch ausfallenden Zugfestigkeiten entgegengewirkt werden. *Reichel* beschreibt mögliche Querschnittsformen als dünnwandige Hohlkastenfertigteilstegmente für Fußgängerbrücken und eine für die Segmentbauweise vorgesehene Eisenbahnhilfsstrogbrücke. Inwieweit die Beulgleichgewichtsverzweigung einzubeziehen ist, hängt vor allem von den Bauteilabmessungen und der Bauteilschlankheit ab. Weitere Einsatzgebiete sind die Hochhäuser. Der zur Verfügung stehende Raum für die Errichtung solcher Hochhäuser wird immer kleiner. Dies führt zur Errichtung immer schlanker Bauwerke (Wiener DC1, Bauwerke in Süd-Ost Asien), abgesehen vom Prestige-Gedanken. Da der Stahlbetonkern solcher Objekte sehr viel Bruttogeschossfläche einnimmt, ist es durchaus denkbar, in bestimmten Bereichen, etwa z.B. in den obersten Stockwerken, die dünnwandigen UHPFRC-Scheiben als teiltragende Wände einzusetzen. Die hohen Verkaufspreise solcher zusätzlich gewonnener Bruttoflächen rechtfertigen sich durch die Wirtschaftlichkeit des eingesetzten Materials. In letzter Zeit wird der Gebäude- und Personensicherheitsbereich auch immer mehr zum möglichen Einsatzgebiet. Durch die dünnwandigen UHPFRC-Platten lassen sich Gebäude und Gebäudeteile sowie Personenansammlungsorte von besonderer Bedeutung gegen mechanischen und explosionsartigen Belastungen gut absichern. Dabei kann eine permanente Absicherung im Nachhinein oder eine temporäre Absicherung erfolgen. Das im Vergleich zu Stahlplatten geringere Eigengewicht, die Transportierbarkeit, die Handhabbarkeit, die Verbindungsmöglichkeit durch Schrauben und die Verstaubarkeit solcher Elemente spielen eine wesentliche Rolle dabei, ebenso wie die mechanischen Eigenschaften, wie etwa die im Vergleich zu Stahlbeton viel höhere Duktilität und das – im Vergleich zu Baustahl – nicht so plastische Verhalten.

Wie bereits im Teil - dünnwandige Bauteil im Stahlbau - dargelegt, ist das Beulen vor allem während der Bauzustände zu berücksichtigen. Davor sind aber einige andere relevante Besonderheiten des UHPFRC anzuführen. Durchaus wichtig ist die Faserart, -menge (üblich sind 2 % Fasergehalt), -abmessungen, -orientierung sowie die Verbundfestigkeit in der Betonmatrix. Das Versagensverhalten der dünnen UHPFRC-Platten bei den Verformungen aus der Ebene ist wesentlich durch die Zugfestigkeit charakterisiert, welche wiederum von den oben angeführten Fasereigenschaften abhängig ist. Die Zusammenhänge bei den Zugbeanspruchungen sollen deshalb näher erläutert werden. Im Vordergrund steht die Bestimmung der Rissbreite. Trotz der Unterschiede werden in erster Linie die Gedanken-Modelle des normal bewehrten Stahlbetons einbezogen. Durch die bessere Verbundwirkung reicht eine

geringe Einleitungslänge aus, um die Last zu übertragen. Daraus resultieren kleinere Erst-  
rissbreiten, bei welchen sich auch der Beton an der Lastübertragung beteiligt. Bei einer wei-  
teren Belastungssteigerung sinkt die Betonlast in geringerem Ausmaß, als die Faserlast  
steigt. Diese Unproportionalität ergibt eine weitere Belastungssteigerung. Mit der Zeit verei-  
nen sich die vielen entstehenden Mikrorisse zu Makrorissen und es kommt zur Unproportio-  
nalitätsumkehr, bei welcher der Betonlastabfall größer ist als der Faserlastzuwachs. Die Ge-  
samtbelastung nimmt bis zu dem Zeitpunkt ab, da die Makrorissbildung derart vorange-  
schritten ist, dass die Betonlastübertragung nicht mehr möglich ist. Die Möglichkeit einer  
weiteren Laststeigerung hängt im Wesentlichen nur noch von der Versagensart und dem  
Verfestigungsverhalten der Fasern ab. Durch die Beigabe z.B. von Stahlfasern kommt es  
demzufolge auch zu einer deutlichen Steigerung der Schubkraftübertragung. Diese Erhöhung  
der Schubfestigkeit ist vor allem auf die gleichmäßige und gegenüber normalen Stabstählen  
viel dichtere Verteilung der Stahlfasern in der Betonmatrix zurückzuführen. Damit wird  
auch die Rissbreite vermindert, was zu einer besseren Schubübertragung zwischen den Riss-  
ufer führt. Des Weiteren wird durch die Stahlfasern die Erstriss- und Endzugfestigkeit er-  
höht. Eine alleinige Faserbeigabe reicht nicht aus, um die gewünschte Wirkung zu erzielen.  
Die Fasern müssen eine entsprechende Orientierung in der Betonmatrix besitzen, um wirk-  
sam zu werden. Unter bestimmten Voraussetzungen kann von einer räumlichen Verteilung  
der Fasern ausgegangen werden. Diese sind vor allem die ausreichenden Fließ- und Ausbrei-  
tungsmöglichkeiten der Fasern. Weitere Einflussfaktoren sind die lokalen Bewegungen des  
Frischbetons, etwa durch Rütteln, die Größe der Gesteinskörnung sowie die Betonfließei-  
genschaften. Im Allgemeinen ist die Faserorientierung durch die passende Wahl der Herstel-  
lungs- und Betoniermethode beeinflussbar. Die Auswirkung der Faserorientierung kann  
durch einen entsprechenden Orientierungsbeiwert sowie den Faserwirksamkeitsbeiwert  
rechnerisch mitberücksichtigt werden. Es wird davon ausgegangen, dass die Faserverteilung  
im Frischbeton nach der Beigabe durch hinreichend lange Mischzeit der Mischanlage  
gleichmäßig erfolgt. Eine Überprüfung der Faserorientierung bzw. -verteilung erfolgt meist  
photooptisch, d.h., es sind Bohrkernentnahmen nötig. Eine rechnerische Bestimmung über  
mechanische Biegezug- und einaxiale Zugversuche sei möglich, jedoch ist die Bestimmung  
der Zugarbeitslinien in allgemeinen bei UHPFRC sehr komplex, da einige andere Einfluss-  
faktoren mit zu berücksichtigen sind, wie etwa Versuchsprobengröße, Grob- bzw. Feinkör-  
nigkeit des Betonmatrix, Faserlänge, aufwendige Rückrechnung von den Biegezugversuchs-  
ergebnissen auf die einaxiale Zugfestigkeit und die komplizierte Versuchsdurchführung der  
letzteren.

Bei der Untersuchung der dünnwandigen UHPFRC-Träger auf die Schubtragfähigkeit wurde  
festgestellt, dass hauptsächlich zwei Versagensformen auftreten: Einmal die charakteristi-

sche Entstehung von Schubriss mit dem dazugehörigen Sammelriss, wobei am Belastungsanfang die typische  $45^\circ$ -Neigung der Hauptspannungsrichtungen gegeben ist und die anschließende Winkelabflachung beim Überschreiten der Makrorissphase. Die zweite Versagensform ist die Entstehung eines Risses entlang der Kontaktstelle zwischen dem Steg und dem Gurt. Laut *Heinzle, Freytag, Lindner* und *Sparowitz* ist dieses Erscheinungsbild vor allem auf den geringen Fasergehalt im Bereich des Steg-Gurtanschlusses zurückzuführen. Auch hier wird deutlich, dass das Vorhandensein der Fasern und ihre Orientierung zum Riss eine bedeutende Rolle bei der Kraftübertragung und somit für die maximal aufnehmbare Belastung haben. Alle zum Sammelriss gerichteten Fasern mit einem Winkel größer als  $45^\circ$  beteiligen sich an der Kraftübertragung mit annähernd gleicher Faserkraft. Dies ist vor allem durch die Umlenkungsmöglichkeiten der Fasern durch deren duktile Eigenschaften begründet. Zwischen  $45^\circ$  und  $30^\circ$  nimmt die Faserkraft ab. Die unter  $30^\circ$  liegenden Fasern können vernachlässigt werden. Es sei angemerkt, dass auch alle senkrecht zur aufgespannten Hauptzug- und Hauptdruckspannungsebene stehenden Fasern sich nicht an der Kraftannahme beteiligen und bei den dünnen Stegen mit vernachlässigbarer Biegetragfähigkeit sogar als „verlorene“ Fasern aufzufassen sind. Eine Faserorientierung nur in der Stegebene wäre deshalb anzustreben. Dies könnte durch die passende Wahl der Faserlänge geschehen. Sind die Fasern etwas länger als die Stegdicke, ist die Wahrscheinlichkeit höher, dass sie durch den Zwang der sie umgebenden Schalungselemente oder durch etwaiges Nachziehen durch Abziehen oder Rütteln, je nach Betoniermethode, nicht an der Ebene ausgerichtet sind. Bei Fasercocktails wäre eine passende Abstufung überlegenswert. Bei den Versuchen wurde beobachtet, dass mit der Bildung des Schubsammelrisses und dem anschließenden Auszugsbeginn der aktivierten Fasern eine fast konstante Schubbeanspruchung über die Steghöhe herrscht. Der Schubfluss ist durch die maximale Schubbeanspruchung des Steges begrenzt. Da das Kriechmaß klein ist, kann es außer Acht gelassen werden. Das Schwinden bei UHPFRC spielt wiederum eine Rolle und sollte durch Wärmebehandlung des hergestellten Bauteils vorgebeugt werden.

Zuletzt werden der Forschungsstand sowie die Versuchsergebnisse und -erkenntnisse der an der TU Graz durchgeführten Untersuchungen zum Beulen von dünnen UHPFRC-Scheiben unter Druckbeanspruchung kurz erläutert, da das Thema dieser Arbeit an diesen Untersuchungen anschließt. Durch die Versuche wurden theoretische Ansätze und numerische Untersuchungen überprüft und mit Versuchsergebnissen verglichen. Dabei wurden die in der Abbildung 2.34 dargestellten Versuchskörper und Versuchskonfigurationen, UHPFRC-I-Träger, bestehend aus einer Platte und zwei gegenüber liegenden Flanschen untersucht. Die Hauptaufgaben waren vor allem die großen Plattenverformungen durch Ausbeulen sowie die Umlagerung der Druckspannungen von den Beulbereichen zu den Flanschen hin, die zusätz-

liche Stabilisierung der Beule durch Aktivierung der Membranzugspannungen, die Beulformänderung und die Überprüfung der angenommenen geometrischen und stofflichen Nichtlinearitäten und Traglasttheorien. Der experimentelle Teil wurde durch mehrere Versuchsreihen unterschiedlicher Abmessungen und Eigenschaften (5 Serien mit jeweils unterschiedlichen Schlankheiten, mit je drei Versuchsbauteilen bei konstanter Plattenstärke) durchgeführt. Als Ausgangssystem und Grundfall diente eine allseitig gelenkig gelagerte quadratische Platte (Abmessungen  $d, t$  in der Abbildung 2.34) und ein Ersatzsystem (Abmessungen  $a, b, h, t$  in der Abbildung 2.34) mit passend gewählten Randlagerungsbedingungen (Analogie beidseitig gelenkig gelagerter Knickstab, beidseitig eingespannter Knickstab doppelter Länge) und übereinstimmenden Tragverhalten zum Ausgangssystem.

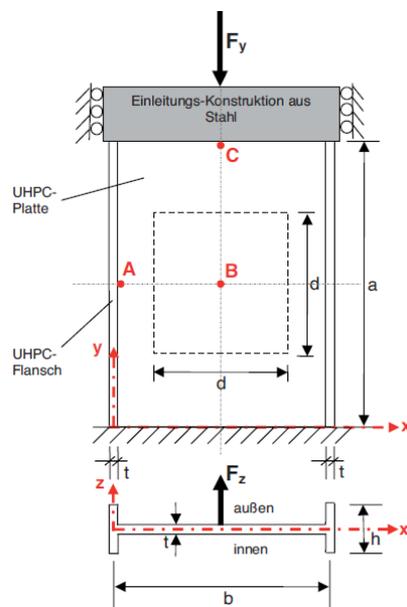


Abbildung 2.34 Versuchskonfiguration [32]

Als Ausgangsauslenkung (Vorbeulen) wurde ein bestimmter Betrag der 1. Eigenform mittels einer Horizontalkraft aufgebracht. Die Kenntnis der genauen Richtung und Größe der Beule vor den Versuchen war durchaus wichtig, insbesondere wegen der Anbringung der Messinstrumente sowie wegen der Lastaufbringung. Last-Verformungskurven aus numerischen Simulationen wurden für das jeweilige Beulmaximum aufgestellt. Die Versuchsbelastungsabgabe erfolgte über einen maschinengesteuerten Prüfzylinder. Um plötzliches Versagen bei einer Lastverzweigung auszuschließen, wurde zur Regelung der Versuchskraftabgabe die Summe aus dem Prüfzylinderweg und der horizontalen Verformung mit einer bestimmten Belastungsrate verwendet. Dieses Vorgehen erlaubt den Messeinrichtungsbetrieb im Bereich der Maximalbelastung. Als Materialmodell wurde ein bei dem verwendeten FE-Programm erhaltenes Modell verwendet, welches die passende Eingabe der einaxialen Zug- und Druckarbeitslinie ermöglicht, sowie andere relevante Parameter. Auch im Rahmen dieser Arbeit wird das gleiche Materialmodell verwendet, um einerseits aus positiven Erfahrungen zu

schöpfen und andererseits sinnvolle Aussagen bei Vergleichsergebnissen machen zu können. Nach den Versuchsdurchführungen wurden die Ergebnisse für die Versuchstraglasten, die nichtlineare FE-Analyse, die idealen *Euler*'schen Beullasten und die Materialversagenslasten schlankheitsabhängig dargestellt (Abbildung 2.35). Deutlich wird vor allem eine gute Übereinstimmung der Versuchsergebnisse mit den Resultaten der FE-Berechnungen, wobei die Ergebnisstreuung bei den Versuchskörpern mit kleineren Abmessungen (geringere Schlankheit) durch die höhere Querschnittsauslastung und der damit verbundenen Reduktion der Umlagerungsmöglichkeiten größer ist.

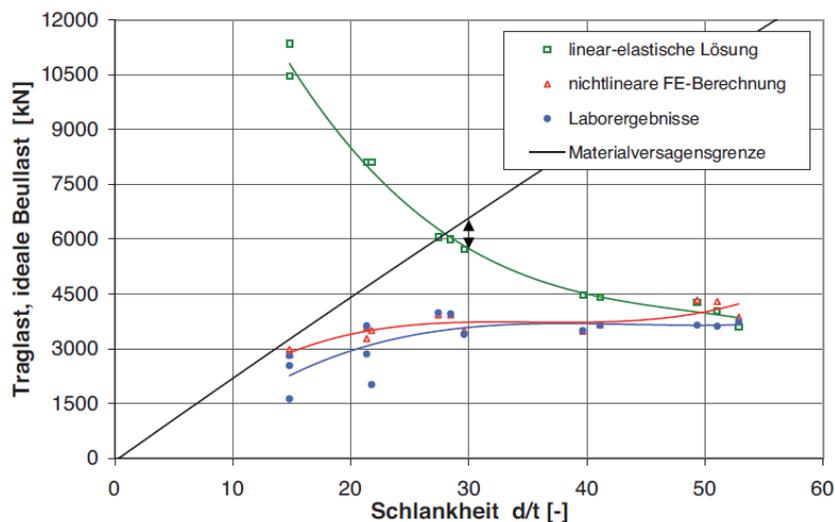


Abbildung 2.35 Traglasten, ideale Beullasten und Materialversagen in der Abhängigkeit von der Schlankheit [32]

Bei größeren Versuchskörpern hat die Beulverformung aus der Plattenebene immer dominanteren Einfluss auf die aufnehmbare Belastung und verursacht somit immer kleiner werdende Ergebnisabweichungen. Bereits ab der mittleren Versuchsserie (Schlankheit 30) wurde das überkritische Tragverhalten, gegeben durch Umlagerungen der Normalkraft zu den Rändern hin, festgestellt. Die größte Serie (Schlankheit 50) überschreitet mit den Versuchsergebnissen bereits die ideale *Euler*'sche Beulbelastung und liegt somit bereits im theoretischen überkritischen Bereich. Besonders interessant ist die Feststellung, dass es keine scharfe Abtrennung zwischen dem unter- und überkritischen Bereich gibt, vielmehr ist der Übergang fließend. Er beginnt, wie dargelegt, früher als im theoretischen Ansatz, zurückführend auf die charakteristische Rissbildung. *Escobar, Freytag, Linder, Sparowitz* sprechen von „Verzweigungslast im Zustand II“.

Abschließend wird angemerkt, dass ein optimiertes Zusammenwirken zwischen Institutionen und Anstalten sowie die Berücksichtigung der Versuchsgegebenheiten und -möglichkeiten bereits bei der numerischen Untersuchung immense Vorteile für die Endergebnisse hat.

## **3 Methodik und Randbedingungen der FE-Berechnung**

### **3.1 Methodik**

In Vorabstudien an dem IBB und LKI der TU Graz im Rahmen des Projekts „UHPC-Panels“ wurde zur Herstellung der Versuchskörper für die Untersuchungen der Schubbeulproblematik als Grundmodell eine allseitig eingespannte Platte mit dem Seitenverhältnis 2:1 ( $n=1$ ,  $m=2$ ) ausgewählt. Nach Festlegung der möglichen Versuchsaufstellung und -belastungsart und -belastungslage erfolgte die an das Prüffeld angepasste Bauteilgeometrisierung samt ersten numerischen Untersuchungen. Es wurden anschließend zwei Prüfserien mit jeweils zwei Versuchskörpern hergestellt. Dabei handelt es sich um eine UHPFRC-Platte mit allseitig umschließenden UHPFRC-Gurten von welchen zwei mit Bewehrungsstäben verstärkt sind.

Mit den gewonnenen Kenntnissen der bereits dargelegten theoretischen Grundlagen bezüglich der behandelten Materie wird ein verfeinertes numerisches Modell erstellt. Durch die Entscheidungen, das Versuchsbauteil in der liegenden Lage zu prüfen bzw. die Belastung außerhalb des Schubmittelpunktes anzubringen, stellt sich die Frage, welche Auswirkungen das Eigengewicht vor allem der Platte und die zusätzliche Rotationsbelastung haben. Die Rotationseinflüsse können durch Randlagerungen gut berücksichtigt werden, allerdings der störende Einfluss des Eigengewichts auf die Beulverformungen besonders in der Vorbeulphase (Anbringung der gewollten Imperfektion) und auf die Beulform selbst (hinsichtlich der 1. Beuleigenform als initiale Verformung) nicht. Deshalb wird die Behandlung der Thematik zweigeteilt. Der erste Teil wird sich mit der Problematik der Schubbeulgleichgewichtsverzweigung beschäftigen ohne Berücksichtigung des Eigengewichts bei numerischen Berechnungen (am Ende wird die Richtungsabhängigkeit der Eigengewichtsbelastung im Sinne von positiven und negativen Auswirkungen diskutiert). Die Simulationen erfolgen an mehreren Bauteilen gleicher Plattenstärke, aber unterschiedlicher Schlankheiten bzw. Abmessungen. Bei dem zweiten Teil werden die Berechnungen für die bereits hergestellten Versuchsbauteile samt allen versuchsrelevanten Gegebenheiten und Einflüssen erfolgen. Um möglichen numerischen Singularitäten vorzubeugen, wird die Belastungsabgabe in der Plat-

tenebene über eine am Gurt angebrachte Stahlplatte stattfinden. Wesentlich ist auch die Vorspannung im Bereich der Zuglagerung. Die Vorspannung ist für die Versuchsbauteile ausgelegt. Es wird geklärt, inwieweit die Vorspannkkräfte bei Bauteilen mit größeren Abmessungen Einfluss nehmen.

Nach Beendigung der Modellierung sowie nach der Umsetzung des im vorigen Kapitel erwähnten Materialmodells wird zunächst durch numerische Berechnungen die 1. Eigenform mit dazugehörigem Eigenwert als Lösung der Beuldifferentialgleichung bestimmt. Danach wird die ideale *Euler'sche* Beulbelastung berechnet. Es wird weiter die Materialversagensgrenze für die nichtlineare Traglast simuliert. Abschließend wird als Vorverformung die 1. Eigenform aufgebracht (als nichtlineare Imperfektion) und eine nichtlineare Beultraglastberechnung durchgeführt. In Anlehnung an die Arbeit zum Thema Beulen unter Drucknormalbeanspruchung werden die Ergebnisse, unter anderem in Traglast-Verformungsdiagrammen für das Beulmaximum der einzelnen Schlankheiten sowie ein Traglast-Schlankheitsdiagramm mit den Ergebnissen aller untersuchten Bauteile für ideale Beulbelastung, Materialversagen und nichtlineare Beulbelastung dargelegt. Dies soll vor allem den besseren Vergleich der Ergebnisse der beiden Themen dienen. Die Detailuntersuchungen erfolgen an zwei Bauteilen, die nicht die Schlankheiten der beiden Versuchskörper haben (da die im zweiten Teil gesondert untersucht werden), aber möglichst schlankheitsbezogen in ihre Nähe liegen und nach Möglichkeit stellvertretend für den unter- und überkritischen Traglastbereich sind.

Im zweiten Teil der Beulberechnungen werden auch Untersuchungen bezüglich zusätzlicher Unterstüzungen der Platte durchgeführt. Sie sollen sicherstellen, dass die Beulverformung in die richtige Richtung voranschreitet. Bei den Normalkraftversuchen war bei manchen Versuchskörpern ein Ausweichen in die gegenläufige Richtung zu beobachten. Da die 1. und höchstwahrscheinlich 3. Eigenform die gleiche (kann schlankheitsabhängig variieren), nur um die kürzere Plattenachse gespiegelte Form, haben, ist ein Ausbeulen gegen die gewünschte Richtung nicht auszuschließen. Dies hätte gravierende Auswirkungen auf die Messrichtungen sowie die beschriebene Beziehung des Prüfzylindersweges, falls die gleiche Regelwegart eingesetzt wird. Weiters wird die Lage und Anzahl solcher Unterstüzungen numerisch bestimmt. Auch die günstigste Lage für die Anbringung der Messinstrumente wird durch die Empfehlungen und Rücksprache mit der Versuchsanstalt untersucht.

## 3.2 Randbedingungen

### 3.2.1 Randbedingungen aus dem Versuchsaufbau

Bereits bei der Darlegung der Beuldifferentialgleichung wurde die Notwendigkeit des exakten Kennens der Randbedingungen sichtbar. Ohne sie ist eine Lösung der Gleichung nicht möglich. Aber auch jede Änderung oder Nichtberücksichtigen der Randbedingungen führt zu abweichenden Ergebnissen. Hier sollen vor allem die versuchsrelevanten Randbedingungen erläutert werden. Die Randbedingungen, die sich durch die Gurtumrandung der Beulplatte ergeben, sind bereits erwähnt worden und werden ausführlicher im nächsten Kapitel dargestellt.

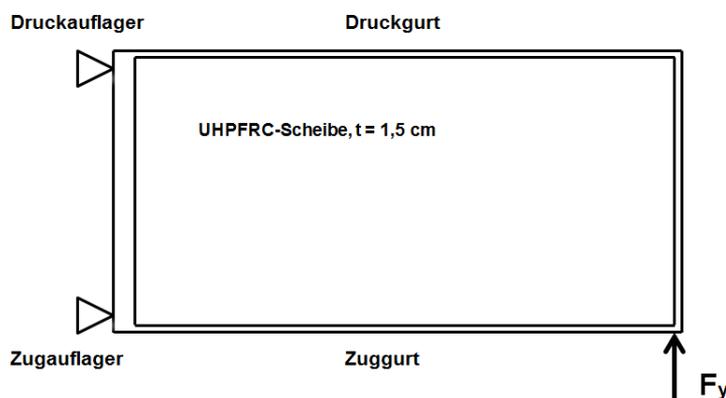


Abbildung 3.1: Schematische Darstellung der Versuchskonfiguration

Die Versuchskörper werden liegend geprüft. In der vertikalen Richtung dienen die Stahlböcke über die kurzen Gurtseiten als Auflager. Die langen Gurte (Zug- und Druckgurt) werden dagegen nicht gehalten. Die Versuchsbelastung erfolgt auf die beschriebene Weise in der horizontalen Plattenebene am Ende des Zuggurtes. Dadurch entsteht ein gegengerichtetes Kräftepaar in der horizontalen Ebene. In dieser Richtung wird der Versuchskörper über den kurzen Gurt (der Gurt mit größeren Steifigkeit bzw. Abmessungen) einerseits mit zwei Stahlstangen ( $\phi 30$ ) vorgespannt (Zugkraftlager), andererseits liegt es satt auf dem Stahlbock (Druckkraftlager). Die Lager selbst werden über die vertikalen Verbindungen mit dem Prüfboden befestigt, damit die Kräfteableitung stattfinden kann. Um der Problematik des Bauteilabhebens infolge der eingeleiteten Rotation (da Belastung außerhalb des Schubmittelpunktes erfolgt) vorzubeugen, werden die zwei in der Belastungsachse liegenden Bauteilecken gegen Abheben durch Niederhaltung abgesichert. Um die störenden Einflüsse der Reibung zu minimieren, wird versucht, durch den Einsatz der passenden Materialien als Zwischenlagen, dem gerecht zu werden.

Die offene Seite des Versuchskörpers (Bauteil hat leichte Wannenförmigkeit) wird nach oben gerichtet sein, um mögliche Risse im Bereich des Anschlusses Gurt-Steg und Einspannstelle am Beton, sowie mögliche Biegeverformungen des Steges mit dem Zug/Druck-Kräftepaar und Betonrisse im Bereich des Zuggurtes besser beobachten zu können. Die ebene Bauteilseite wird nach unten gerichtet sein. Die Einflüsse der Gurtdurchbrüche, welche zur Versuchskörpermanipulation hergestellt worden sind, und die Aussparungen an der Platte, die zum sicheren Transport von Osttirol nach Graz gedient haben, werden bei den FE-Berechnungen nicht berücksichtigt. Dadurch, dass die Öffnungen sehr klein sind, ist die Entscheidung sie zu vernachlässigen, sinnvoll. Ansonsten wäre bei den zur Untersuchung des Beulproblems verwendeten und modellierten Bauteilen zu unterscheiden, ob die, vor allem im Steg befindlichen, Aussparungen sich möglicherweise in einem Beulmaximum befinden.

#### **3.2.2 Randbedingungen aus zwei gewollten Schubbeulen**

Aufgrund der Auswirkungen des Eigengewichts bei der liegenden Versuchsdurchführung würde es wahrscheinlich zu einem Biegeversagen auf Grund der Theorie II. Ordnung und nicht zur Beulversagen der Platte kommen. Dabei käme es auch nicht zur Entwicklung der 1. Beuleigenform bestehend aus zwei aus der Ebene gegengerichteten Beulen, sondern zur fortführenden Verformung der initialen Biegeform und somit zur Überdrückung der gegen die Gravitation gerichteten Beule. Um den Versuch auf den Fall Schubbeulen abzugrenzen, ist ein vertikales Unterstützen der Platte nötig. Die Örtlichkeiten der Unterstützungen wurden bereits kurz diskutiert, ebenso wie die Tatsache, dass es nur Sinn macht, eine Beule zur unterstützen und zwar die nach oben gerichtete. Dabei bleibt die Frage offen: Wie wird sichergestellt, dass der Versuch rechtzeitig abgebrochen wird und wiederholt werden kann (Maschinenwiedereinfahren ist nur im elastischen Bereich sinnvoll) und welcher Parameter gilt es als Indikator dafür zu beobachten. Sicherlich bietet es sich an, die Verformung der nach oben gerichteten Beule auszuwerten, allerdings braucht es eine deutliche Belastung, damit der theoretische lineare Beulbereich erreicht wird, auch wenn der unterkritische deutlich darunter liegen kann. Bis dato ist ein permanent anwachsender Abtriebsverformungsanteil hinzunehmen. Ein Verformungsrichtungswechsel wäre ein deutliches Zeichen für das Einsetzen der gewünschten Beulform. Ein weiterer störender Einfluss ist die Durchbiegung des Zuggurtes einerseits durch Eigengewicht, andererseits durch eingeleitete Rotation und dadurch schiefe Biegung. Dadurch wird der an den Zuggurt angeschlossene, Teil der Platte zusätzlich nach unten verformt. Diese Auswirkungen gilt es bei der FE-Untersuchung und Unterstützungswahl zu berücksichtigen. Der Druckgurt erfährt wesentlich weniger Biegeverformung und kann außer Acht gelassen werden. Bei der Überlegung, auf welchem Höhenni-

veau die Unterstützung eingestellt sein soll, scheint die neutrale Lage der Platte (keine Durchbiegung) treffender als eine nach oben gerichtete Vorauslenkung und damit mögliche lokale Mikrorissvorentwicklung auf der Zugoberseite des Steges.

## 4 FE-Berechnungen

### 4.1 Allgemein

Für die Durchführung der numerischen Untersuchungen für die Beugleichgewichtsverzweigung im Fall des Schubbeulens sowie Finite-Elemente-Berechnungen für die Schubbeulversuche der vorhandenen Bauteile wird das Programm Abaqus in der Version 6.10 verwendet. Die Modellierung erfolgt mit Eingabe des Inputcodes. Zuerst werden die Geometrien für die in den Abbildungen 4.1 und 4.2 dargestellten Versuchskörper mit den Bezeichnungen VBT 190 (Versuchsbauteil mit dem Achsabstand von 190 cm zwischen Zug- und Druckgurt) und VBT 290 (Versuchsbauteil mit dem Achsabstand von 290 cm zwischen Zug- und Druckgurt) eingegeben. Um im ersten Teil der FE-Analyse das Schubbeulen besser untersuchen zu können, werden die Geometrien auf die weiteren Bauteile auf die sinngemäßen Bezeichnungen BT 110, BT 140, BT 240, BT 340, BT 390, BT 440 und BT 490 ausgedehnt.

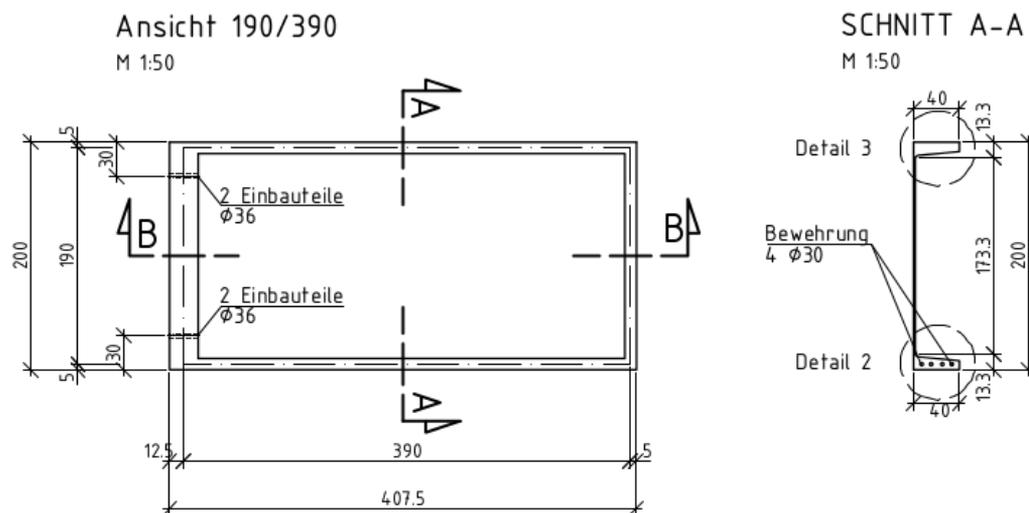


Abbildung 4.1: Versuchsbauteil 190 [IBB, TU Graz]

VBT 190 ist die kleinere der beiden Versuchsserien mit kleinerer Schlankheit. Detaillierte Beschreibung der Versuchskörper erfolgt im Kapitel 5.

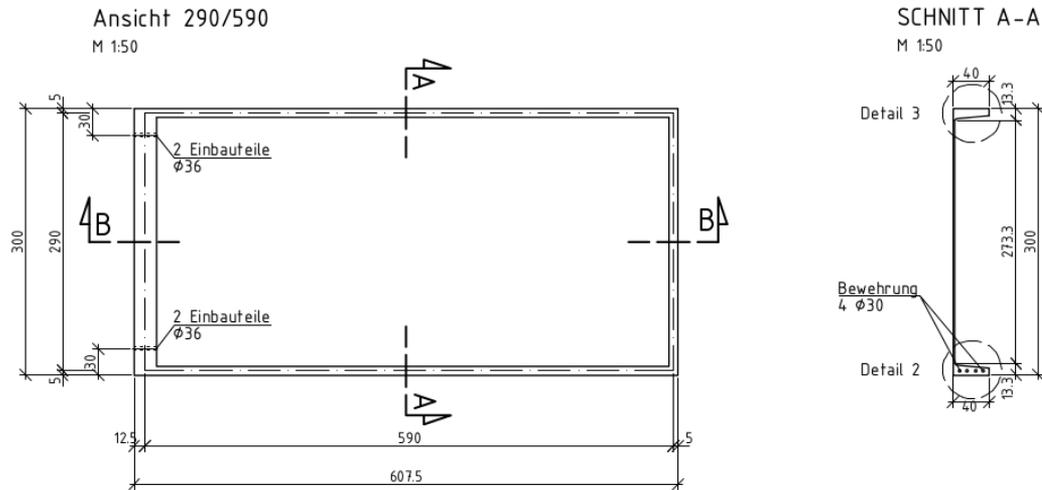


Abbildung 4.2: Versuchsbauteil 290 [IBB, TU Graz]

Nach Elementrierung, Materialmodellierung und -zuordnung sowie den Eingaben der Randbedingungen und der späteren Aufbringung der Vorspannung werden für alle zu untersuchenden Bauteile die erste Eigenform und der dazugehörige Eigenwert bestimmt. Danach erfolgt die Berechnung der idealen *Euler'schen* Beulbelastungen, Materialversagentraglasten und materiell und geometrisch nicht linearen Beullasten. Die Auswertung der Berechnungsdaten findet graphisch in Programm Abaqus selbst bzw. numerisch im Programm Excel statt. Zudem werden die Sensitivitätsanalysen hinsichtlich der wichtigsten Materialwerte und kleinere Parametervergleiche durchgeführt.

Es wird versucht den Eingabecode möglichst übersichtlich und aufbauend einzugeben und vor allem eine Erweiterung der zukünftigen Abmessungen bei der gleichen oder ähnlichen Bauteilform für nachfolgende Nutzer zu ermöglichen.

## 4.2 Geometrien

Zuerst wird die Geometrie für VBT 190 beschrieben und eingegeben. Die Bestimmung der Achsenlinien des Bauteils erfolgt durch Angabe der Anfang- und Endknoten der jeweiligen Achsenschnittpunktes der Gurte und durch Aufspannen einen Knotenrasters. Der Steg hat Achsabstände von 190,0 cm bzw. 390,0 cm. Mit einer Anvoutung des Einspanngurtes und des gegenüber liegenden Gurtes verkürzt sich die Platte geringfügig auf 387,5 cm. Wie aus der Abbildung 4.3 ersichtlich, hat der Einspanngurt nicht die gleiche Breite über die Höhe, sondern verläuft veränderlich. Mit dem Berücksichtigen der Ausrundung im Anschlussbereich sowie der größeren Gurtbreite im Anschlussbereich ist die Verkürzung sinnvoll. Auch der Zug- und Druckgurt sind gevoutet.

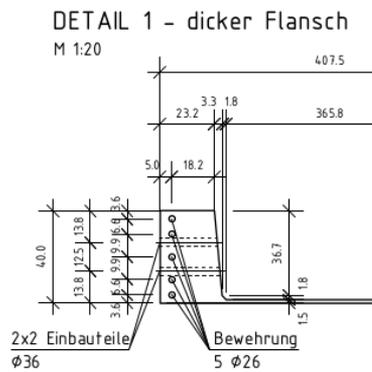


Abbildung 4.3 Detail, Einspanngurt [IBB, TU Graz]

Um ein passendes Raster zu erzeugen, werden die Knoten in einem Abstand von 10 cm in der Plattenlängs- und -querrichtung gewählt, abgesehen vom ersten Längsknoten, dessen Länge – wie beschrieben – um 2,5 eingerückt ist und 7,5 cm beträgt. Somit können die regelmäßigen Elemente des Steges mit quadratischer Form der Größe 10x10 cm modelliert werden, außer der ersten Reihe die die Größe 7,5x10 besitzt. Durch passende Knoten und Elementnummerierung ist es somit möglich, bei graphischen und numerischen Auswertungen sofort die Abstände zum Koordinatenursprung zu erkennen. Dies ist für die Kenntnis der Lage des Beulmaximums von Bedeutung. Die Gurte werden sinngemäß erzeugt, allerdings beträgt der Knotenabstand 5 cm in der Tiefenrichtung (globale z-Koordinatenrichtung). Somit haben die Elemente eine Größe von 10x5 cm. Diese Rasterung erleichtert die Modellierung der Bewehrung im Zug- und Einspanngurt. Des Weiteren wird die Stahlplatte zur Kraftübertragung modelliert. Die Notwendigkeit der Stahlplatte (Krafteinleitungsbereich) wurde bereits beschrieben. Sie wird als Verlängerung des kurzen unbewehrten Gurts in Belastungsrichtung (globaler y-Koordinatenrichtung) um 20,0 cm geometrisiert, mit gleicher Elementgröße wie die Gurte. Am Ende wurde die Vorspannung bestehend aus zwei 255,0 cm langen Stahlstangen ( $\phi$  36, Fläche 10,179 cm<sup>2</sup> pro Stange, Orientierung in globaler x-Koordinatenrichtung) umgesetzt. Die Länge ergibt sich aus den üblichen Vorspannverhältnissen am Prüffeld der Versuchsanstalt. Im Bereich des Druck- und Zugauflagers des Einspanngurtes werden die Verbindungselemente (Gap-Elemente) implementiert. Um Aufschlüsse über den sensiblen Einspannbereich zu bekommen, ist es notwendig, die Verformungen zu kennen. Da sie den Dehnungen der Gap-Elemente entsprechen, ist deren Umsetzung von Vorteil. Die Stahlauflegerböcke haben eine Länge von 60,0 cm. Dementsprechend werden die Verbindungselemente in gleicher Länge beginnend mit dem Einspanngurtanfang und -ende umgesetzt. Die Abbildung 4.4 zeigt die Elementierung des VBT 190.

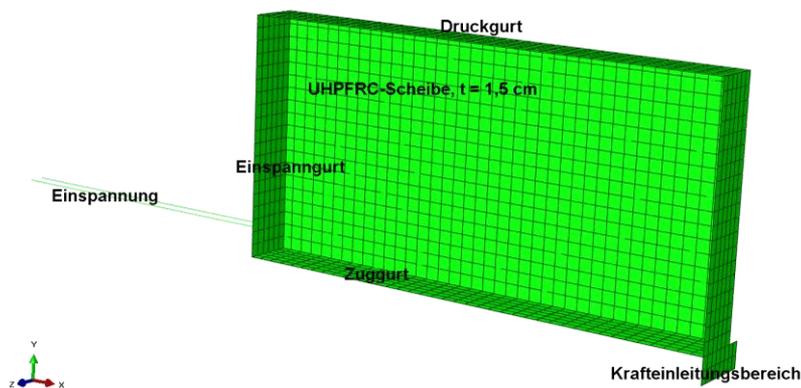


Abbildung 4.4: VBT 190, Elementierung, Koordinatenrichtungen

Als Elemente für den Steg, Gurte und Krafteinleitungsbereich werden die im Programm vorhandenen Typ-S8R5-Elemente mit 8 Knoten und 4 Integrationspunkten verwendet. Für die Vorspannung werden die Elemente von Typ T3D2 mit 3 Knoten und 2 Integrationspunkten angewendet. Für die Gap-Elemente ist der verwendete Typ Gapuni mit Dehnungsmöglichkeit in der x-Richtung. Übersichtsmäßig werden in der Tabelle 4.1 die Abmessungen und Schlankheiten der untersuchten Bauteile angegeben. Die Bauteildicke ( $t$ ) ist konstant und beträgt 1,5 cm. Für die Berechnung der Stegslankheit wird die Bauteilhöhe ( $h$ ) eingesetzt, da die 1. Eigenform doppelwellig ist ( $n=1, m=2$ ).

Bauteilbezeichnung	Achsabstand in y- Richtung	Achsabstand in x- Richtung	Außenmaß in y- Richtung	Außenmaß in x- Richtung	Schlankheit ( $h/t$ )
BT 110	110	230	120	247,5	73,33
BT 140	140	290	150	307,5	93,33
VBT 190	190	390	200	407,5	126,67
BT 240	240	490	250	507,5	160,0
VBT 290	290	590	300	607,5	193,33
BT 340	340	690	350	707,5	226,67
BT 390	390	790	400	807,5	260,0
BT 440	440	890	450	907,5	293,33
BT 490	490	990	500	1007,5	326,67

Tabelle 4.1: Die Abmessungen und Schlankheiten der untersuchten Bauteile, Angaben in cm

### 4.3 Materialien

Als Materialien sind die UHPFRC, Bewehrungsstahl, Vorspannstangen und Stahlplatte zu definieren und umzusetzen. Für UHPFRC wird das Materialmodell von *Escobar, Freytag, Lindner, Sparowitz* übernommen. Das Elastizitätsmodul beträgt 55.000 MPa, Querkontrakti-

onzahl 0,15 und die Dichte  $2.750,0 \text{ kg/m}^3$ . Die Arbeitslinie ist in der Abbildung 4.5 dargestellt. Das Elastizitätsmodul des Bewehrungsstahls ist mit  $200.000 \text{ MPa}$ , Querkontraktionszahl mit 0,2 und die Dichte mit  $7.850,0 \text{ kg/m}^3$  modelliert. Der elastische Bereich der Zug-Druckarbeitslinie erstreckt sich bis  $550 \text{ MPa}$  und der plastische Bereich bis  $600 \text{ MPa}$  und einer Enddehnung bzw. -stauchung von 0,0526. Spannstahl ist mit dem gleichem E-Modul und gleicher Querkontraktionszahl implementiert, aber mit einem elastischen Zugbereich der Arbeitslinie bis  $1.000 \text{ MPa}$  und dem plastischen Bereich bis  $1.100 \text{ MPa}$  und einer Dehnung von 0,0526. Die Stahlplatte ist mit obigem E-Modul, Querkontraktion und Dichte und Programmvordefinition Iso umgesetzt.

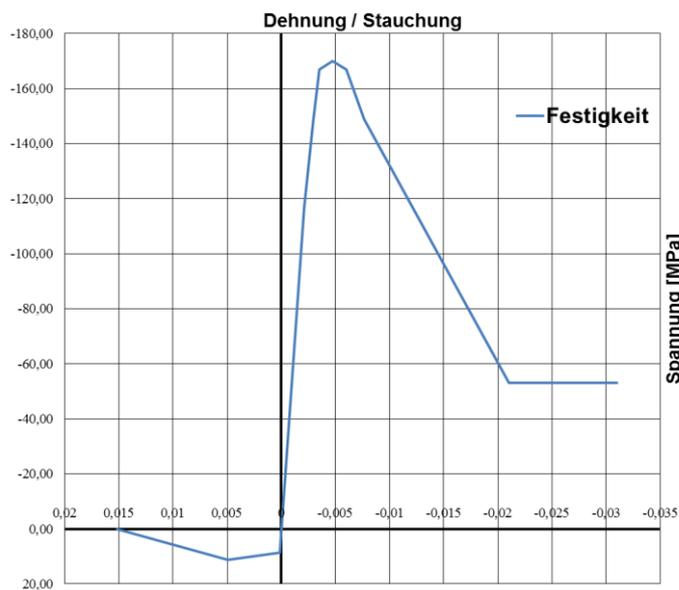


Abbildung 4.5: Arbeitslinie UHPFRC-Modell

Beschrieben wird folgend das implementierte Betonmaterial. Der linear-elastische Bereich in der Abbildung 4.5 erstreckt sich von  $-116,9 \text{ MPa}$  Druckspannung und der dazugehörigen Stauchung von  $-0,002125$  bis  $8,67 \text{ MPa}$  Zugspannung und  $0,000158$  Dehnung. Vergleicht man das Materialmodell für UHPFRC mit den von *Zimmermann, Sparowitz* angegebenen Materialeigenschaftsspannen, liegen die Werte für die charakteristische Druck- und Zugfestigkeit im mittleren Bereich. Lediglich das E-Modul befindet sich an der oberen Grenze. Die Eingabe der Bewehrungsstäbe erfolgt als Verstärkungslage (Rebar Layer) für den Zug- und Einspanngurt in der einzelnen Flächengröße von  $5,3093 \text{ cm}^2$  ( $\phi 26$ ) für die fünf Stäbe. Die konstruktive Längs- und Querbewehrung wird vernachlässigt und nicht mitabgebildet. Die Materialeigenschaften spielen bei den Berechnungen und Ergebnissen eine wesentliche Rolle. Vor allem sind die Unsicherheiten beim UHPFRC nicht zu unterschätzen. Eine Auswertung der Materialproben nach der Durchführung der Versuche könnte die Bestätigung oder die möglichen Abweichungen der angenommenen Werte feststellen. Eine weitere wichtige Eigenschaft ist die Definition des UHPFRC Versagenkriteriums. Da wird das im Programm

vorhandene Modell der verschmierten (Normal-) Betonrissbildung (Concrete Smeared Cracking), wie in der Untersuchung Beulen unter Druckbeanspruchung, implementiert. Diese eignet sich insbesondere für die Umsetzung der ein- und biaxialen Zug- und Druckfestigkeiten durch Aufspannen eines Hauptspannungsraumes, wie in der Abbildung 4.6 dargestellt.

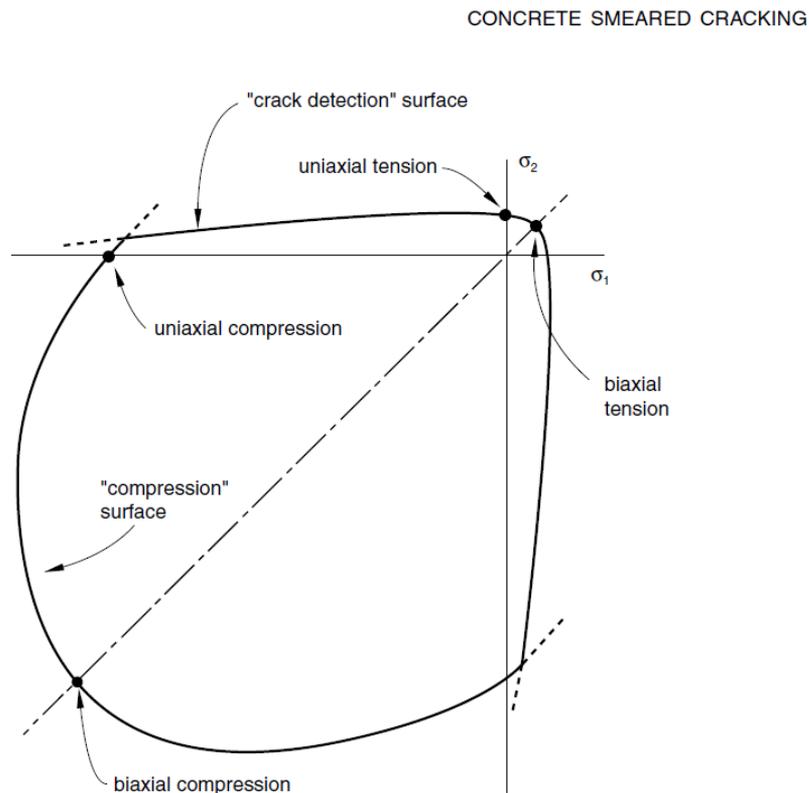


Abbildung 4.6: Modell der verschmierten Betonrissbildung [36]

## 4.4 Lagerung

Im Kapitel 3 wurden die Lagerungsbedingungen der Versuchskörper hinreichend beschrieben. Sie werden auch bei allen numerisch untersuchenden Bauteilen angewandt. Die Abbildung 4.7 zeigt die Lage der Auflager in den abgebildeten Knoten. Drei Punkte sind hervorzuheben. Die Simulation der weggesteuerten Versuchsbelastung in globaler positiver  $y$ -Richtung erfolgt durch die Lagerverschiebung des Lasteinleitungspunktes. Auch die Anbringung der Vorspannkraft wird durch Lagerverschiebung, in die globale negative  $x$ -Richtung, als Spannweg erzeugt.

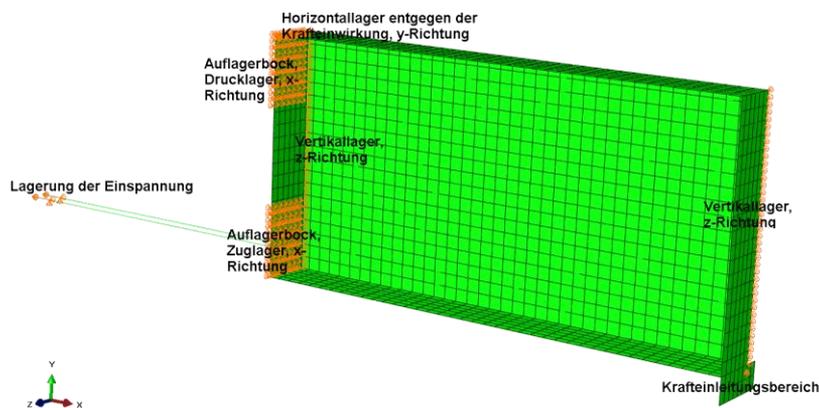


Abbildung 4.7: VBT 190, Lagerungsbedingungen

Der dritte Punkt sind die Gap-Elemente. Sie sind als Verbindungen zwischen den Einspann- und Stahlauflegerböckknoten definiert. Diese Elemente übertragen nur die Druckkräfte und fallen unter der Zugbeanspruchung aus.

## 4.5 Nicht-Linearität

Es wird zwischen einer geometrischen und materiellen Nicht-Linearität unterschieden. Bei der Rissbildung werden nicht-lineare Betonstoffeigenschaften schlagend. Sie unterscheiden sich in der Abhängigkeit von der Betonart (Normal, Hochfest, Ultrahochfest), Grob- und Feinkörnigkeit, bei Fasereinsatz dem Fasergehalt und weiteren Merkmalen. Für UHPFRC sind besonders die letzteren zwei von Bedeutung. Durch die Feinkörnigkeit ist die Betonmatrixzugfestigkeit durch Zementleim höher und ausgeglichener. Und nach Verlust der Eigenzugfestigkeit durch das Mikrorissfortschreiten übernehmen die Fasern die heranwachsende Beanspruchung und beeinflussen mit ihrer eigenen Materialeigenschaft das weitere Tragverhalten im plastischen Bereich. Abbildung 4.8 zeigt vor allem die Höhe der Biegezugbeanspruchung der verschiedenen Betonarten und die Belastungserhöhung bei Dehnungszunahme beispielhaft. Für die FE-Berechnungen kennzeichnet die umgesetzte UHPFRC-Arbeitslinie das plastische Tragverhalten des Modells. Unter der geometrischen nicht-linearen Berechnung ist die Gleichgewichtsberechnung am verformten System zu verstehen. Dabei liefert die Imperfektion (Vorauslenkung) eine zusätzliche Beanspruchung. Bei der numerischen Analyse wird 0,1 cm der 1. Eigenform als geometrische Nicht-Linearität eingesetzt.

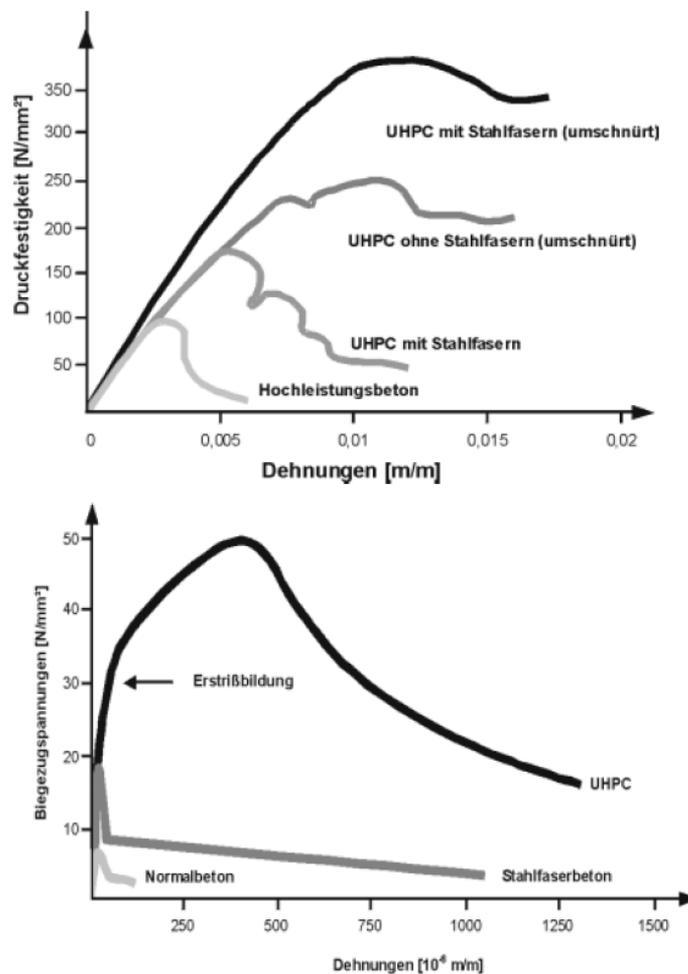


Abbildung 4.8: Druckspannungs-Dehnungslinien sowie Biegezugspannungs-Dehnungslinien [34]

## 4.6 Belastung und Belastungsgeschichte

Die Belastung wird immer als Einzelkraft am Versuchsbauteilende (Krafteinleitungspunkt) auf die dargestellte Weise angebracht. Als erster Durchlauf wird die Bestimmung der Beulformen und Eigenwerte aller Bauteile durchgeführt. Für alle Versuchskörper werden dabei die elastischen Eigenschaften eingesetzt. Die Vorspannung und Gap-Elemente bleiben währenddessen nicht umgesetzt. Dafür ist der Zugaufleger im Einspannbereich vollkommen wirksam. Numerisch übernommen werden die niedrigsten Eigenwerte und Eigenform. Als zweiter Belastungsdurchlauf wird die ideale Euler'sche Beultraglast statisch berechnet. Die elastischen Materialeigenschaften und Zugaufleger bleiben wie im ersten Durchlauf aufrecht. Den dritten Durchlauf stellt die Berechnung des nicht-linearen Materialversagens dar. Für UHPFRC, Spannstahl und Bewehrungsstahl werden die nicht-linearen Festigkeiten implementiert. Im diesem Schritt wird die Anbringung der Vorspannung durch den Spannweg eingebracht. Die äquivalente Vorspannkraft beträgt 800 kN pro Spannstab. Danach erfolgt

zuerst die Fixierung der Vorspannung. Auch die Gap-Elemente werden wirksam. Es wird die statische Berechnung der Materialversagensbelastung durchgeführt. Zuletzt wird als vierter Durchlauf aller Bauteile die geometrisch und materiell nicht-lineare statische Beultraglastberechnung abgeschlossen. Geometrische Nicht-Linearität ist dabei direkt an die 1. Eigenform gekoppelt und wird als ein kleiner (0,1 cm) Betrag der Eigenform angesetzt. Die größeren Beträge der 1. Eigenform führen zwar schneller zum Berechnungsende, sind aber nicht zielführend, da es gilt, das Schubbeulen möglichst umfangreich zu untersuchen. Der ausgewählte Betrag lehnt sich auch auf die numerische Untersuchung des Beulens unter Druckbeanspruchung an. Außerdem ist die Schlankheit bei den Schubbeulversuchskörpern deutlich höher und somit das Maß des Vorbeulens sinnvoll.

## 4.7 Sensibilitätsanalyse

Nach der Berechnung der Ergebnisse wird bei der Sensibilitätsanalyse vor allem die Eignung des Modells sowie seine Empfindlichkeit überprüft. Bei den Berechnungen des nicht-linearen Materialversagens ist festgestellt worden, dass ab der Schlankheit 160 (BT 240) die Verformungen im Einspannbereich, in globaler x-Richtung, so groß sind, dass das Versagen immer im Einspanngurt eintritt. Die Kraft in den beiden Vorspannstangen geht dabei deutlich in den plastischen Bereich, so dass durch die Erhöhung der Vorspannkraft (längerer Spannweg) vor der Beulbelastung auf 900 kN oder mehr keine erwünschten Ergebnisse eintreten. Es wird ein Versagen im Stegbereich, beim Zug- oder Druckgurt angestrebt. Da diese Bauteile für das Schubbeulen ausschlaggebend sind, wird das materielle Versagen im Einspanngurt unterbunden. Dafür ist mehr Vorspannfläche notwendig. Zwischen Überlegungen einerseits noch mehr Vorspannstangen einzubeziehen und dem Problem, dass nur zwei Ausparungen für die Stäbe zur Verfügung stehen, und andererseits dem Wahl eines größeren Stangendurchmessers und dem weiteren Problem, dass mit einem Durchmesser von 36 bereits die größten Spannstrangen genutzt werden, wurde entschieden, einen virtuellen Spannstrangabmesser zu implementieren, der immer der zur erwartenden Versagensbelastung entsprechend angepasst wird. Somit ergeben sich die in der Tabelle 4.2 teilweise neue Vorspannkraft und Spannstrangflächen beim gleich bleibenden Vorspannweg.

Bauteilbezeichnung	zu erwartende Spannkraft aus Belastung (kN)	gewählte Vorspannkraft (kN)	Vorspannweg (cm)	Durchmesser der Spann­stangen, teils virtuell (mm)	Spannstabfläche (cm <sup>2</sup> )
BT 110	< 800	800	1,00209	36	10,17876
BT 140	< 800	800	1,00209	36	10,17876
VBT 190	< 800	800	1,00209	36	10,17876
BT 240	984,62	1000	1,00209	40,25	12,72345
VBT 290	1021,28	1025	1,00209	40,75	13,04154
BT 340	1047,28	1050	1,00209	41,24	13,35962
BT 390	1066,67	1075	1,00209	41,73	13,67771
BT 440	1081,69	1100	1,00209	42,21	13,99579
BT 490	1093,67	1125	1,00209	42,69	14,31388

Tabelle 4.2: Angepasste Spannkräfte, -stabflächen, Vorspannwege

Die 1. Eigenwerte der Bauteile zeigen bei zunehmender Schlankheit eine gute Konvergenz gegen Null, woraus zu schließen ist, dass sich die Werte für das theoretische *Euler'sche* Beulversagen ähnlich verhalten werden und einen – wie in der Literatur beschrieben – parabolischen Verlauf gegen Null einnehmen. Dies spricht für die Modelleignung. Um eine zu lange Berechnungsdauer besonders für die größeren Bauteile auszuschließen, wird die Lastinkrementierung mit 300 äquivalenten Inkrementen begrenzt. Die erste Reihe der Berechnungen erfolgt mit der Eingabe der Belastung durch den Weg. Da dieser unbekannt ist, wird öfter ein Vielfaches von ihm als Endkriterium angegeben. Es zeigte sich, dass die Nachrechnungen mit Änderung der Belastungsabbruchgröße bezüglich des Endergebnisses stark streuen. Dies kann daran liegen, dass die ersten Belastungsinkremente zu groß sind bzw. im Übergang zum nichtlinearen Verhalten zu groß sind. Es wurde festgestellt, dass die Streuung auf ein Mindestmaß reduziert werden kann, wenn die Abbruchbelastung ungefähr das Dreifache der Endbelastung (entspricht ungefähr 100 Lastinkrementen) beträgt. Es wurde dementsprechend immer ein zweiter Durchlauf der Berechnungen durchgeführt und diese Endwerte für die Auswertungen übernommen.

## 4.8 Parameterversuche

Es wurden kleinere Parameterversuche durch Nachrechnungen mit geänderten Einzelangaben durchgeführt. Besonders zwei Parameter wurden näher betrachtet. Es wurde bereits erwähnt, dass das Elastizitätsmodul mit 55.000 MPa an der oberen Grenze der aus der Literatur kommenden Mittelwerte für UHPFRC liegt. Durch die Variation der Werte in Schritten von 500 MPa bis 53.000 MPa wurde keine signifikante Änderungen der Endbeulbelastung und Beulmaxima bei geometrisch und materiell nicht-linearen Berechnungen festgestellt. Im

Gegensatz zur Änderung der UHPFRC-Zugfestigkeit, welche bei kleinsten Korrekturen nach unten zur Minderung der Beulversagensbelastung führt. Dies unterstreicht die Annahme, dass die Zugfestigkeit eine entscheidende Rolle bei der Beulbetrachtung des Steges und somit des Modells hat.

## 4.9 Ergebnisse der FE-Simulation

### 4.9.1 Versagenslasten und Detaildarstellungen

In der Tabelle 4.3 werden die Berechnungsergebnisse der FE-Untersuchungen für die maximale *Euler'sche* Beulbelastung, maximale Materialversagensbelastung und der zugehörige Belastungsweg und die maximale geometrisch und materielle Beulversagensbelastung mit dem zugehörigen Belastungsweg für alle Bauteile angegeben. Diese Werte bilden die Ausgangspunkte der Versagenslasten-Kurven in der Abbildung 4.10, die die Kernaussage des ersten Teils dieser Arbeit sind. Die Detailausarbeitung erfolgt dann an den FE-Ergebnissen der Bauteile 240 und 440 aus bereits erläuterten Gründen. Ab der Abbildung 4.11 sind Details und Darstellungen für die Versagenslastergebnisse, Belastungsweg, Stegbeulverschiebungen, Stegmembrannormalkräfte und -schubkräfte an den drei vertikalen Stegschnitten (B1, ZB und B2) über die beiden sich bildenden Beulen und im Bereich zwischen den Beulen abgebildet.

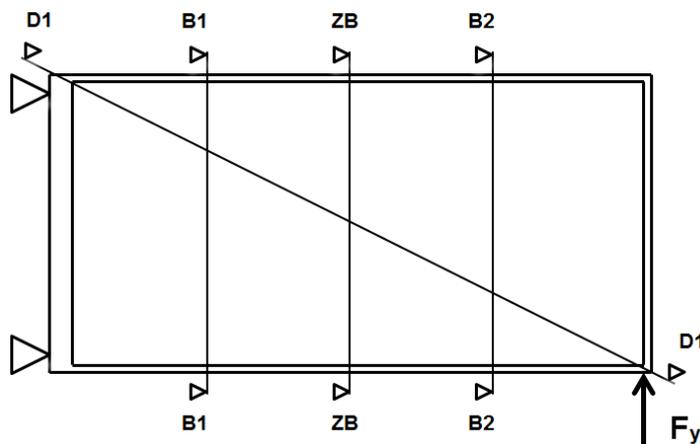


Abbildung 4.9: Schematisches Bild zur Schnittführung

Des Weiteren sind die Werte für die Stegdiagonale (D1) im Sinn der Stegbeulverschiebungen und Stegmembrannormalkräfte und für den Zug- (ZG) und den Druckgurt (DG) für die Membrannormalkräfte angegeben. Die numerische Auswertung erfolgte in den Integrationspunkten.

Bauteilbezeichnung	$V_{\max}$ [kN], Euler'sche Beulversagen	$V_{\max}$ [kN], Materialversagen	$u_{2,V_{\max}}$ [cm], Belastungsweg MV	$V_{\max}$ [kN], gmNL Beulversagen	$u_{2,V_{\max}}$ [cm], Belastungsweg gmNL
BT 110	1349,520	429,089	0,99271	421,991	0,99319
BT 140	1047,990	492,525	1,27829	427,147	1,03237
VBT 190	760,076	590,111	1,79995	414,872	0,93513
BT 240	592,796	685,662	2,29102	419,868	0,88849
VBT 290	483,619	781,098	2,93572	427,766	0,86849
BT 340	406,944	823,116	3,23641	420,272	0,83927
BT 390	350,260	849,207	3,38946	407,131	0,84065
BT 440	306,737	875,468	3,54544	398,679	0,90992
BT 490	272,314	900,548	3,70204	388,443	0,88568

Tabelle 4.3: Zusammenfassung der Versagenslasten

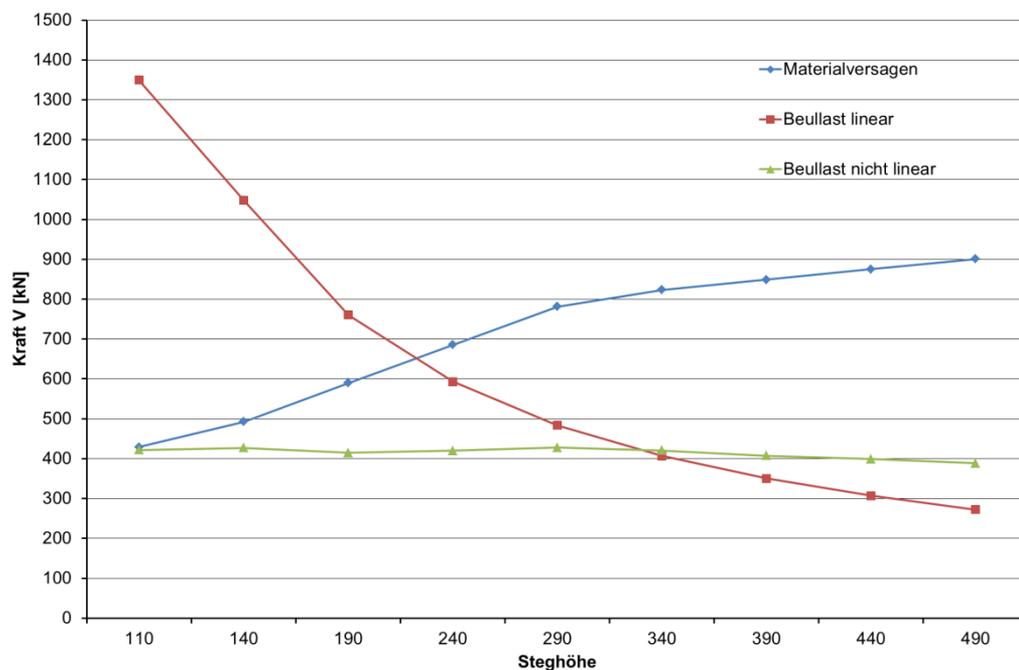


Abbildung 4.10: Versagenslasten untersuchter Bauteile

Die Detaildarstellung der Schubbeuluntersuchungen erfolgt durch die Abbildungen der jeweiligen oben genannten Parameter, die spaltenweise (linke Spalte BT 240, rechte Spalte BT 440) und zeilenweise (gleicher Schnitt bzw. Bauteilquerschnitt) zwecks besseren Vergleichs zwischen Bauteilschnittlage eines Bauteils einerseits und beider Bauteile untereinander andererseits dargestellt werden. Die Schnittlage bzw. betrachtete Bauteilquerschnittlage ist immer im oberen rechten Ecke des Details am gesamten Bauteil sichtbar gemacht.

Davor sind ein paar Anmerkungen zur idealen Euler'schen Beulbelastung und zum Materialversagen notwendig, da sie in den Detaildarstellungen nicht mitabgebildet werden. Das

Erreichen der idealen theoretischen Beulbelastung ist ein plötzlich auftretendes Stabilitätsereignis, jedoch tritt bei dieser FE-Simulation dieses Ereignis zwischen 96 % und 98 % der maximalen Belastung je nach Bauteil ein. Bis zum Ausbeulen ist kein Vorbeulen vorhanden. Die Beule bildet sich sofort im ganzen Umfang. Die kleine Laststeigerung bei gleichbleibender Beule ist eher numerischer Natur verbunden mit geringfügigen Lastumlagerungen im Modell. Rein theoretisch ist keine Laststeigerung nach dem Ausbeulen mehr möglich. Das Materialversagen wird auf Grundlage der maximalen Dehnungen erläutert. Sie treten bei allen Bauteilen, nach der beschriebenen Anpassung der Vorspannung, entweder im Bereich des Steges unmittelbar nach dem Krafteinleitungsbereich etwa unter dem Winkel von  $45^\circ$  oder im Anschlussbereich des Zuggurtes mit dem Steg im Bereich von der Bauteilmitte zum Krafteinleitungsbereich auf. Des Weiteren sei angemerkt, dass – wie aus der Literatur bekannt – viele Bereiche in Stahlbetonbauteilen, unter anderem Lasteinleitungsbereiche und Aussparungen, nicht unter den Gesichtspunkten der herkömmlichen Biegelehre betrachtet werden können, sondern vielmehr als Diskontinuitätsbereiche (D-Bereiche) bezeichnen werden. Sie können geometrischer oder statischer Natur sein und sind insbesondere durch eine nicht-lineare Dehnungsverteilung gekennzeichnet. Bei dieser Arbeit sind die statischen Diskontinuitäten im Bereich der Krafteinleitung von Interesse, aber nur als Feststellung und werden nicht weiter verfolgt. Die D-Nahbereiche werden bei den Zuggurt-, Druckgurt- und Stegdiagonaldetails nicht abgebildet. Die folgenden Abbildungen gelten für die geometrisch und materiell nicht-lineare FE-Analyse der Bauteile 240 und 440 im Schubbeulbelastungsfall.

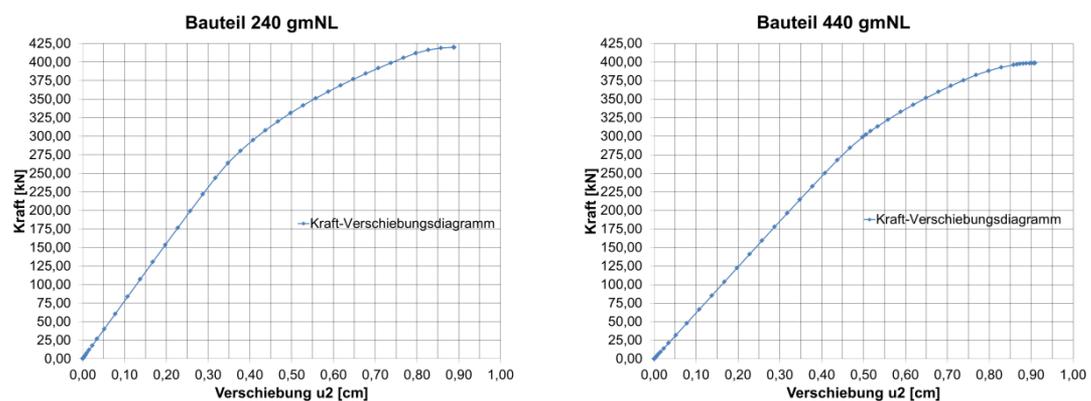


Abbildung 4.11 : Kraft-Verschiebungsdiagramme im Belastungspunkt für BT 240 und BT 440

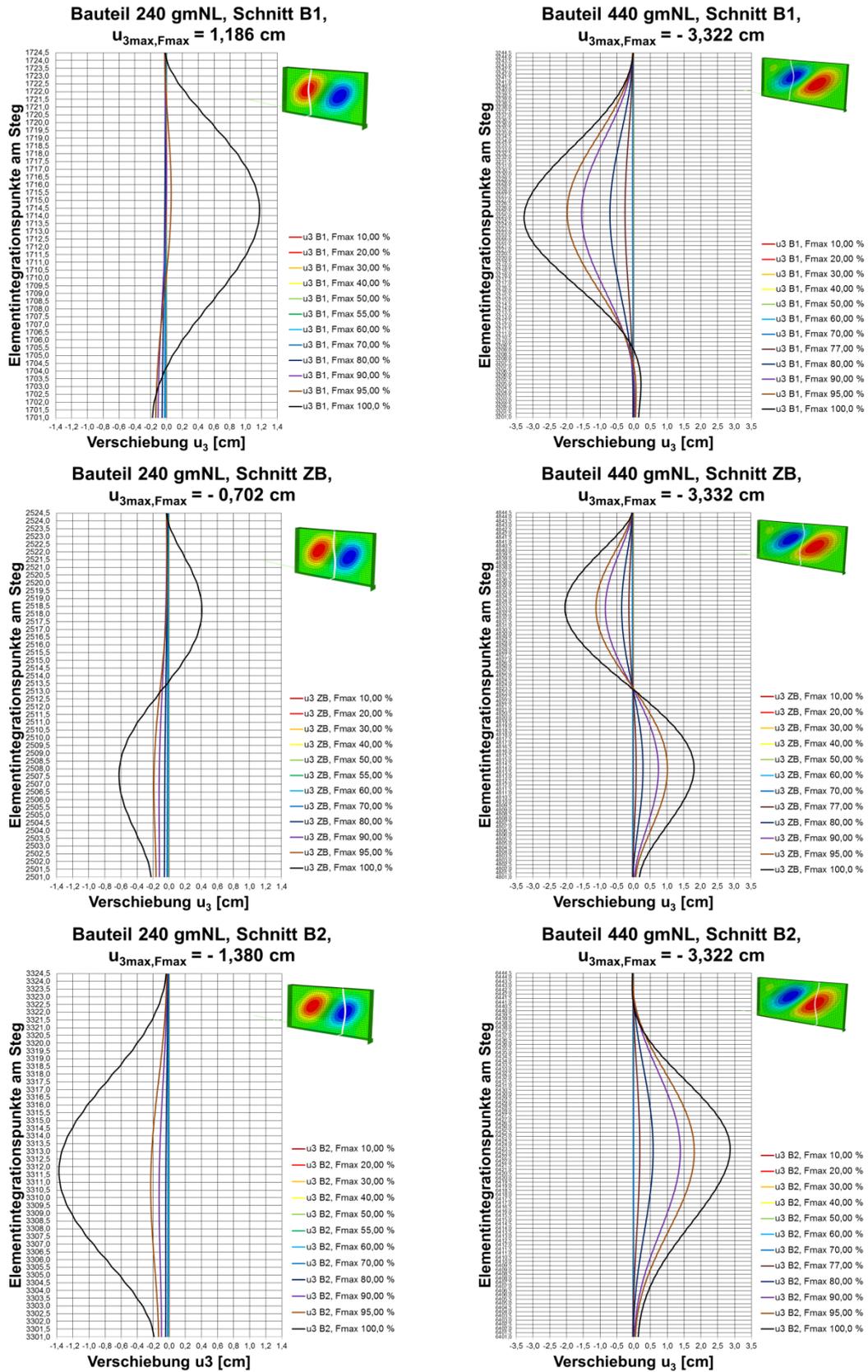


Abbildung 4.12: Verschiebungen  $u_3$  (z-Richtung) über die B1, ZB und B2 für die BT 240 und BT 440

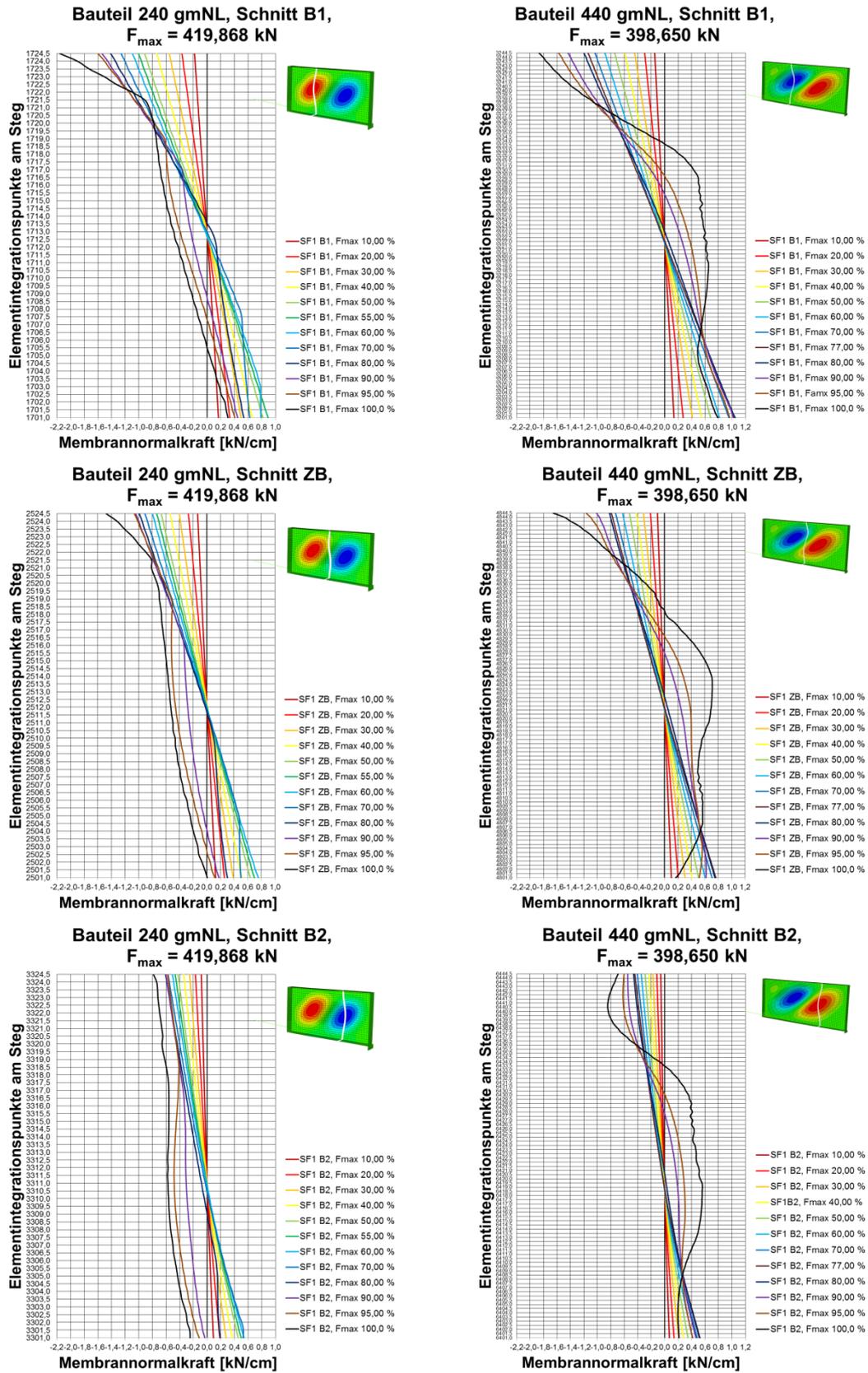


Abbildung 4.13: Membrannormalkräfte  $SF1$  (Section Force) in globaler  $x$ -Richtung über die B1, ZB und B2 für die BT 240 und BT 440

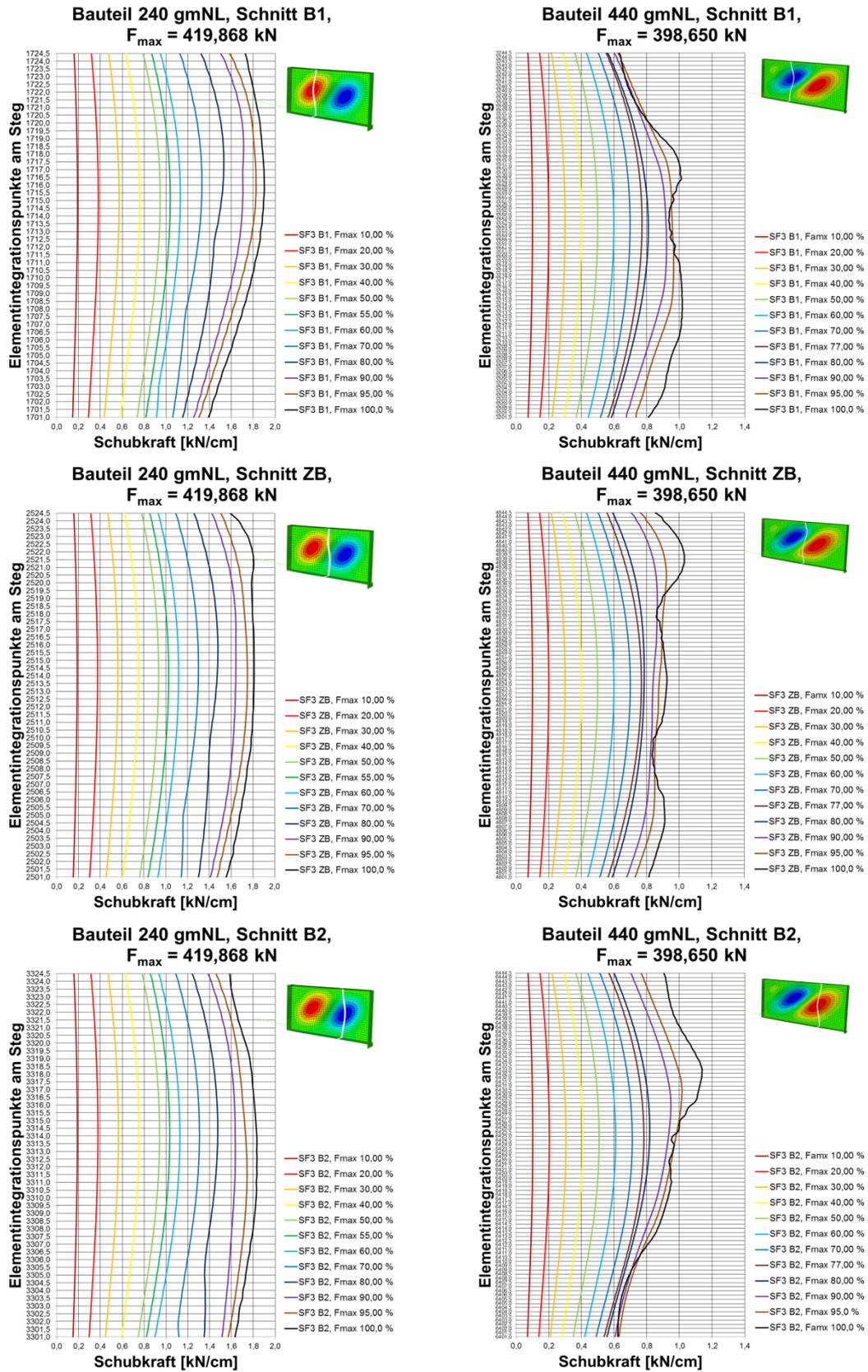


Abbildung 4.14: Membranschubkräfte SF3 (Section Force) in globaler y-Richtung über die B1, ZB und B2 für die BT 240 und BT 440

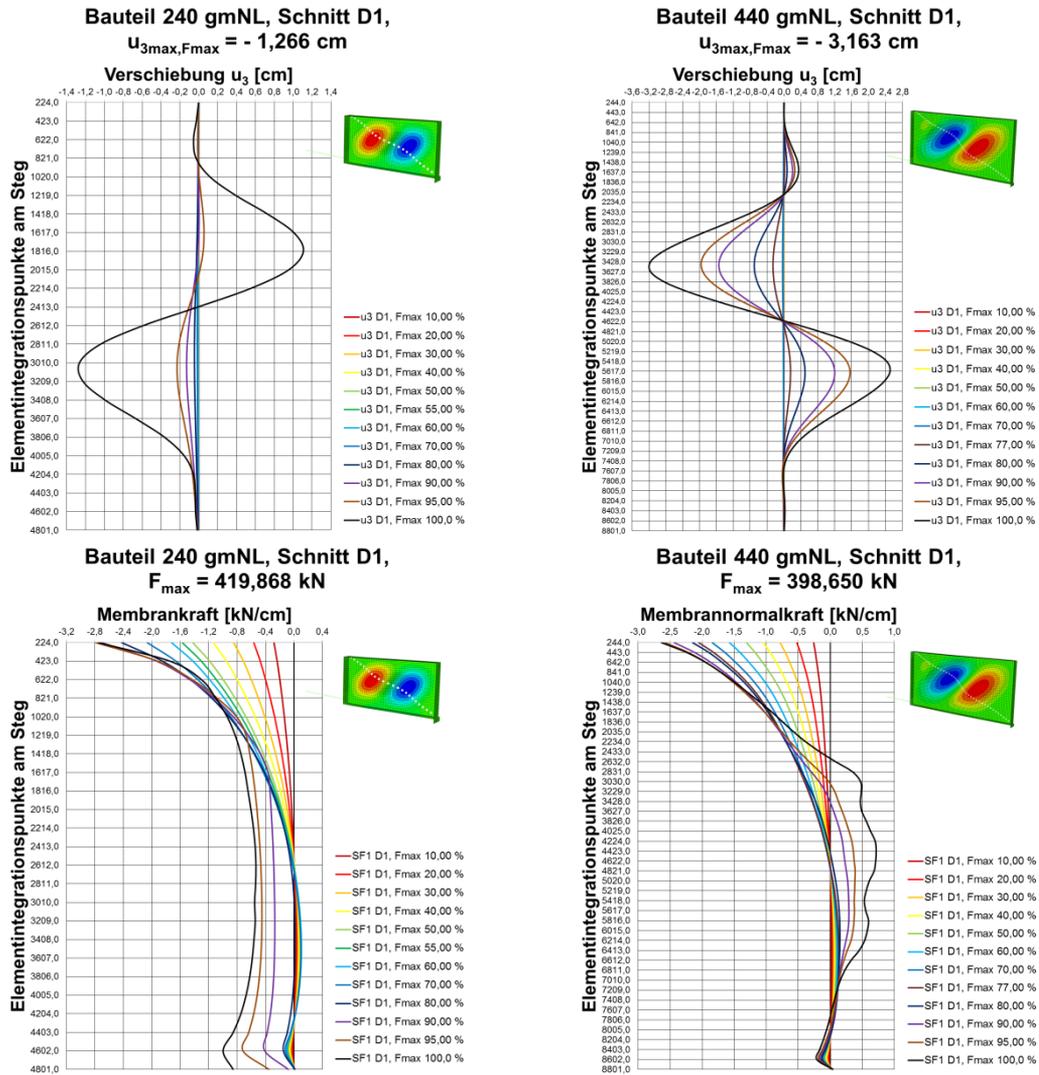


Abbildung 4.15: Verschiebungen  $u_3$  (z-Richtung) und Membrannormalkräfte SF1 (Section Forces) in der x-Richtung über die D1 für die BT 240 und BT 440

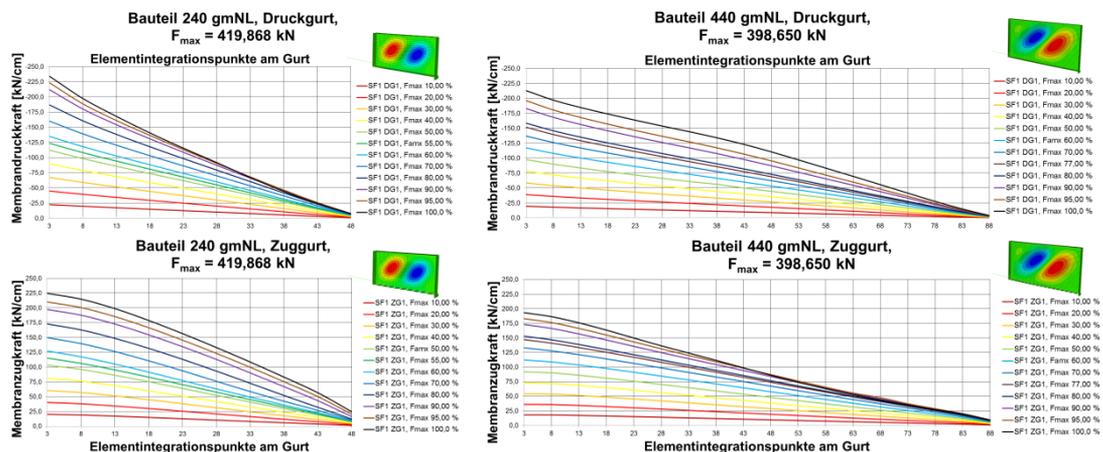


Abbildung 4.16: Membrannormalkräfte SF1 in dem Druck- und Zuggurt für die BT 240 und BT 440

### 4.9.2 Diskussion der Ergebnisse

Die Zusammenstellung der Versagenslasten der untersuchten Bauteile, Abbildung 4.9, zeigt folgendes: die lineare *Euler'sche* Beulbelastung verläuft nahezu parabolisch mit hohen Beulbelastungen für die Bauteile mit niedrigen Schlankheiten und abfallend mit der Steigerung der Bauteilschlankheiten. Die Tendenz gegen Null ist berechtigt, für unendlich große Schlankheit wird die Kraft gegen Null konvergieren. Der Verlauf der Materialversagensbelastung steigt vom kleinsten Bauteil zum größten, etwas abgeflacht durch die geänderte Vorspannung für höhere Schlankheiten und die konstante Dicke der Platte. Die geometrisch und materiell nicht-lineare Schubbeulbelastung stellt sich fast kontinuierlich dar, auch ein wenig abfallend für höhere Schlankheiten mit der gleichen Begründung wie für die ideale Beulbelastung (Konvergenz gegen Null für unendlich große Schlankheiten) nur deutlich später eintretend. Ein ähnliches Verhalten wurde auch bei den Beuluntersuchungen mit der Normalkraftbeanspruchung [32] festgestellt. Ein besonderer Punkt ist der Schnittpunkt der idealen Beulbelastung mit der geometrisch und materiell nicht-linearen Schubbeulbelastung. Links des Schnittpunktes liegen die Bauteile im unterkritischen, rechts davon im überkritischen Beulbereich. Die Versuchsbauteile 190 und 290 liegen beide im unterkritischen Bereich. Die für die Detailauswertung vorgesehenen BT 240 und BT 440 eignen sich gut, da sich der BT 440 deutlich im überkritischen Bereich befindet.

Für die untersuchten BT 240 und BT 440 verlaufen die Belastungskraft-Verformungslinien erwartungsgemäß, die für BT 440 mit etwas längerem, elastischem Bereich. Zwei Punkte sind hervorzuheben: Bei dem BT 240 wird bei 55 % der Belastungsbeanspruchung der linear-elastische Bereich verlassen. Bei dem BT 440 ist bei 77 % der Schubbeulbeanspruchung die *Euler'sche* Beulbelastung überschritten. Die Darstellung der Ergebnisse erfolgt, nach einer ersten weggesteuerten und anschließenden kraftgesteuerten FE-Untersuchung, in 10 % Schritten der Beulbelastung mit Implementation der zwei oben angeführten Beanspruchungspunkte. In der Abbildung 4.12 sind die Verschiebungen  $u_3$  aus der Plattenebene für beide Bauteile und drei Schnitte dargestellt. Als erstes fällt auf, dass die Beulrichtungen für die beiden Bauteile um die y-Achse gespiegelt sind, die Beulformen für sich aber gleich sind. Die Beulform, die Beulrichtungen und die Eigenwerte sind u.a. steifigkeitsabhängig. Die 1. und die 3. Eigenform sind von gleicher Form mit verspiegelten Beulrichtungen. Dabei sind die Eigenwerte betragsmäßig ungefähr gleich groß, aber mit verschiedenen Vorzeichen. Die Verzweigung der Gleichgewichtslage kann demnach nach links oder rechts erfolgen. Neben den Steifigkeitsänderungen spielen auch die numerischen Abweichungen eine Rolle. Das Wechseln der 1. und 3. Eigenform wurde auch bei anderen untersuchten Bauteilen beobachtet. Die zweite Eigenform hat eine mittig auftretende und dominierende Beule mit zwei kleineren, zu Ecken tendierenden, Beulen. Da die Eigenform und somit die Richtung der

Beule von Bauteilgröße und Steifigkeitsverteilung abhängig ist, wird sich die jeweilige erste Eigenform als Imperfektionsform einstellen.

Die maximale Beulverformung beträgt bei dem BT 240 -1,380 cm in der Beule 2 (näher an dem Belastungspunkt liegende Beule) und bei dem BT 440 -3,322 cm in der Beule 1 (näher an dem Einspannbereich liegende Beule). Bei dem Bauteil 240 ist sichtbar, dass bei 90 % der Schubbeulbelastung keine nennenswerten Vorbeulverformungen vorhanden sind. Das Beulen ist in den letzten 3 % der Belastung ausgeprägt. Der Bauteil versagt plötzlich, was auch die Charakteristik des unterkritischen Bereichs ist. Bei dem Schubbeulversagen der vierten Donaubrücke berichteten die Augenzeugen von explosionsartigen Geräuschen in der Nacht. Die Grenze zwischen dem unter- und überkritischen Bereich ist aber keinesfalls eine scharfe Trennung, der Übergang ist eher fließend. Auch die Bauteile im unterkritischen Bereich in der Nähe der idealen Beulbelastung haben durch die Aktivierung der Membrankräfte kleinere Kraftumlagerungsmöglichkeiten und die Bauteile im überkritischen Bereich, auch in der Nähe des Übergangs, noch nicht so deutlich ausgeprägte Umlagerungsmöglichkeiten. Bei dem BT 440 tritt das Beulen mit der Überschreitung der idealen Beulspannung auf. Eine 23 % Laststeigerung ist bei gleichzeitiger Beulverformungsvergrößerung durch die Effekte der Scheibenmembrankräfte möglich. Die Bauteile im überkritischen Bereich versagen somit mit sichtbarer Ankündigung. Während für BT 240 die Verschiebungmaxima in der Überschrift für den jeweiligen Schnitt angegeben ist, ist für BT 440 nur das absolute Maximum für alle drei Schnitte angegeben. Damit soll veranschaulicht werden, dass bei der Schlankheitsvergrößerung von 160 auf 293,33 sich die Beulverformungen fast verdreifachen. Aber nicht nur der Verformungsstich spielt eine Rolle, noch wichtiger ist die Krümmung der verformten Scheibe. Bei dem kleineren Bauteil sind die Einspannmomente der Gurte viel näher am Beulmaximum als bei dem größeren Bauteil. Somit sind bei größeren Bauteilen bei gleicher Krümmung die Verformungen größer.

Die Abbildung 4.13 zeigt die Membrannormalkräfte in x-Richtung für beide Bauteile und Schnitte. Dabei ist für BT 240 sichtbar, dass es mit Verlassen des linear-elastischen Bereiches zur Abknickung des gewohnten Druck-Zugspannungsbildes mit der neutralen Faser kommt. Die Abknickung findet zuerst in dem Zugquerschnittsbereich statt, über die Beule 1 stärker als über die Beule 2. Mit weiterer steigender Beulbelastung entsteht immer mehr Druckbeanspruchung. Besonders stark ist der Druckanstieg über die Beule 1 bei Beanspruchungsmaximum. Im Querschnitt über die Beule 2 herrscht bei Beulmaximum vollständig die Druckmembrannormalkraft. Bei der Schubkraftbetrachtung des BT 240 in der Abbildung 4.14 sind keine Unstetigkeiten der Querschnittsspannung zu beobachten. Es fällt auf, dass

für BT 240 sich über die Stegdiagonale (Abbildung 4.15) für die letzten 10 % der Schubbeanspruchung eine Drucknormalkraft ausbildet. Es kommt zur Membrandruckkraft-Entwicklung in x-Richtung in den letzten 10 % der Belastung. Dies deutet auf folgendes: Für BT 240, der sich im unterkritischen Beulbereich befindet, kommt es zur Schublastabtragung im Sinne der klassischen Biegeträgerwirkung, solange keine geometrische Nicht-Linearität (Beulausbildung) vorhanden ist. Ab dem Eintreten der kleinen Beulverformungen (größere sind, wie dargelegt, erst ab den letzten 4 % der Belastung ausgebildet) kommt es zur Änderung der Kraftflussrichtung zu den Beulen hin. Das gewohnte Modell der Schubkraftübertragung muss angepasst werden oder – deutlicher ausgedrückt – für diesen Bereich ausgeweitet werden. Diese These unterstützend wirkt die Abbildung 4.16 der Membrannormalkräfte für den Druckgurt. Für BT 240 ist in dem Druckgurtbereich kein weiterer Anstieg der Druckkraft vorhanden. Die Druckbelastung bleibt in dem Bereich konstant. Starker Kraftanstieg ist dagegen in der Nähe des Auflagerbereichs des Druckgurtes zu beobachten. Die zusätzliche Beanspruchung ab 90 % der erreichten Traglast wird anscheinend über andere Tragmechanismen abgetragen. Die Einprägung des bis 90 % der Beanspruchung umgesetzten Modells bleibt erhalten. Ein Versuch der mechanischen Begründung dieser These erfolgt im nächsten Unterkapitel nach Vorstellung einiger betonspezifischer Annahmen.

Bei der Membrannormalkraftauswertung für BT 440 ist ein deutliches Ausbilden des *Wagner'schen* Zugfeldes im Beulbereich wahrzunehmen. Dies ist, wie bereits ausführlich beschrieben, das typische Verhalten der schlanken Bauteile im überkritischen Tragbeulbereich. Auch die Schubkraftbetrachtung bestätigt die Kraftumlagerungen. Die kleinen Oszillationen der Ergebnisse für das Beanspruchungsmaximum sind numerischer Natur. Auch für die Abbildung 4.15 und die dargestellten Verschiebungen und Membrannormalkräfte über die Stegdiagonale für BT 440 ist die Entwicklung des Zugfeldes deutlich sichtbar. Für BT 440 ist ein Anstieg der Druckbelastung im mittleren Bereich des Druckgurtes, durch „Aufhängen“ der sich ausbildenden Zugfelder am Druckgurt, festzustellen.

Es sei angemerkt, dass es sich bei Membrannormal- und -schubkräften nicht um Hauptnormalkräfte handelt, sondern um die Kräfte in den lokalen 1. und 2. Richtungen, was der globalen x- und y-Richtungen entspricht. Als numerischer Output sind für Scheibenelemente nur die lokalen Kraftwerte möglich und eine Umrechnung der Hauptnormalkräfte für alle Integrationspunkte, alle Stegelemente und alle Schnitte wäre äußerst zeitintensiv.

### 4.9.3 Vergleich der FE-Ergebnisse mit theoretischen betonspezifischen Ansätzen

Bei der Betrachtung der Ergebnisse der Materialversagensanalyse fällt auf, dass sich die Versagensbereiche in der Nähe der Diskontinuitätsbereichen finden. Besonders im Bereich der Krafteinleitung am Steg. In den D-Bereichen haben die Spannungstrajektorien allgemein einen deutlich gekrümmten und unstetigen Verlauf. Die im Steg eingeleitete Belastung breitet sich im dünnen UHPFRC-Querschnitt aus und erzeugt Hauptzug- und Hauptdruckspannungen. Die ersteren wirken als Zugbelastung im UHPFRC und müssen letztendlich nach Makrorissbildung von Fasern in die Betonmatrix aufgenommen werden. Nach dem *St. Venant*'schen Prinzip entspricht die Größe des D-Bereichs in der Kraftlängsrichtung einer Scheibe ungefähr dem maximalen Radius des sich ausbreitendes Kraftabstandes. Da sich die Belastungskonzentration und somit die Nähe der Spannungstrajektorien zueinander am D-Bereichsanfang befinden, aber nach Umlenkungsbeginn, ist eine theoretische Versagenswahrscheinlichkeit in diesem Stegbereich wegen der höheren Zugkräfte größer. Diese Überlegung deckt sich mit den Ergebnissen der FE-Berechnungen. Bei der Berechnung solche Zugkräfte und somit benötigten Bewehrung gibt der EC 2 konstruktive Hinweise für die Spannungsfelder mit begrenzter und unbegrenzter Ausbreitung der Druckspannung, die durchaus für die dünnen UHPFRC-Scheiben angewandt werden können.

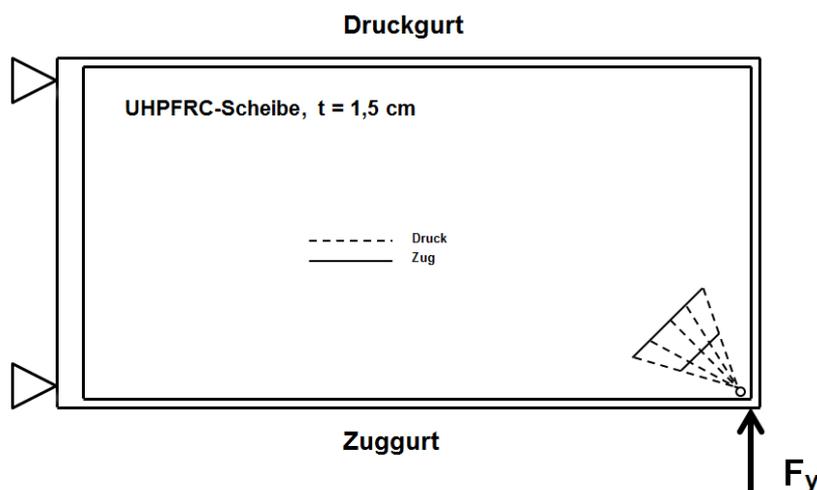


Abbildung 4.17: idealisierte Spannungstrajektorien im Krafteinleitungsbereich

Für die geometrisch und materiell nicht-lineare FE-Untersuchung werden die gleichen gedanklichen Ansätze gemacht. Es wird erwartet, dass das Versagen in Bereichen oder Stellen des maximalen Stegzugs eintritt. Neben den Schubbelastungsverformungen in der Scheibenebene sind noch die Einflüsse aus Beulverformungen aus der Scheibenebene zu berücksichtigen. Wird diese Verformung als eine Querabtriebsbelastung angesehen, bewirkt sie zusätzliche Zughaltekräfte in der gekrümmten Scheibenebene. Sie sind dort am größten, wo die Verformungen betragsmäßig die höchsten Werte erreichen. Die Berechnungsergebnisse deu-

ten auch auf diese Überlegung hin, wobei die Versagensbereiche nicht direkt in den Beulmaxima, sondern stärker in den D-Bereichen zu lokalisieren sind. Dies ist damit zu begründen, dass die eingeprägte Schubbelastung gegenüber der Beulverformung, und der sich daraus ergebenden Zusatzbelastung, überwiegt und das Beulen das Schubversagen quasi verstärkt. Somit bleibt vor allem die Matrixzugfestigkeit des UHPFRC von entscheidender Bedeutung. Da sie wiederum besonders von den Fasern (Gehalt, Verteilung, Verbundwirkung) und der Rissbildung (Schwach- und Störstellen) abhängt, ist dem bei der Durchführung der Versuche hinreichende Bedeutung zu widmen. Der Einspannbereich bleibt auch weiter ein neuralgischer Punkt bezüglich der höheren Dehnungs- und Spannungswerte, wird aber nicht ausschlaggebend im Hinblick auf das Schubbeulversagen.

Abschließend wird angemerkt, dass ein Versuch der Darstellung des Nachbruchverhaltens der Bauteile durch die Verwendung der im Programm vorhandenen *Riks*'schen Methode für die GMNIA keine brauchbare Ergebnisse brachte.

## 5 Versuchsbeschreibung

### 5.1 Versuchskörper

Insgesamt wurden vier Versuchskörper hergestellt. Ziel war es, einerseits Versuchskörper deutlich im unterkritischen Bereich (VBT 190) und andererseits Versuchskörper mit der unterhalb der Materialversagenslast liegenden idealen Beullast (VBT 290) zu untersuchen. Für die Untersuchung des überkritischen Bereichs wären bei konstanter Plattendicke und eingepprägten Randbedingungen die Bauteile zu groß. Die Versuchskörper (VBT 190) sind mit  $5\phi 26$  Bewehrungsstäben der Länge 5,90 m im Zug- und Einspanngurt bewehrt. Weiters befindet sich im Einspanngurt und Krafteinleitungsbereich die konstruktive Bewehrung. Die Aussparungen und Einbauteile haben für das Tragverhalten keine wesentliche Rolle. Sämtliche Pläne für VBT 190 und VBT 290 befinden sich im Anhang.

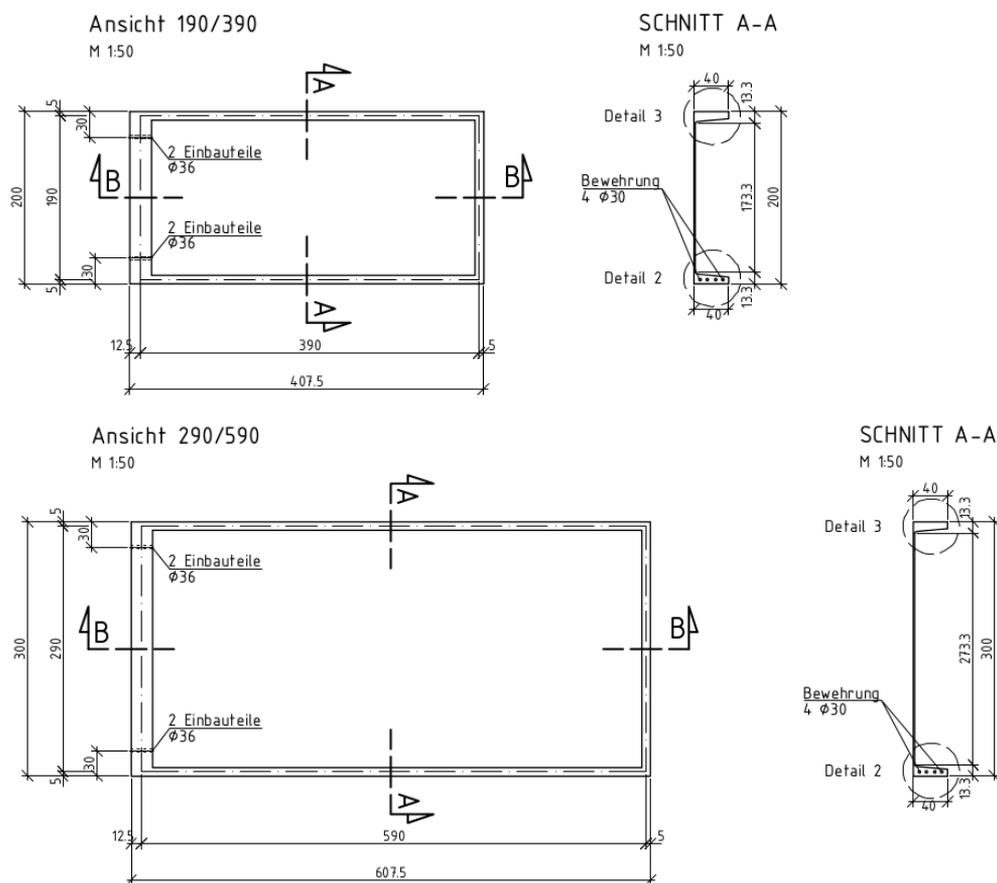


Abbildung 5.1: Versuchsbauteile VBT 190 und VBT 290 [IBB, TU Graz]

Die Abbildung 5.2 zeigt die Bewehrung und Schalung für VBT 190. Die Betonierung erfolgt bei liegender Schalung mit nach unten ausgerichteten Gurten, die zuerst befüllt werden, und oben liegendem Steg der zuletzt betoniert wird.

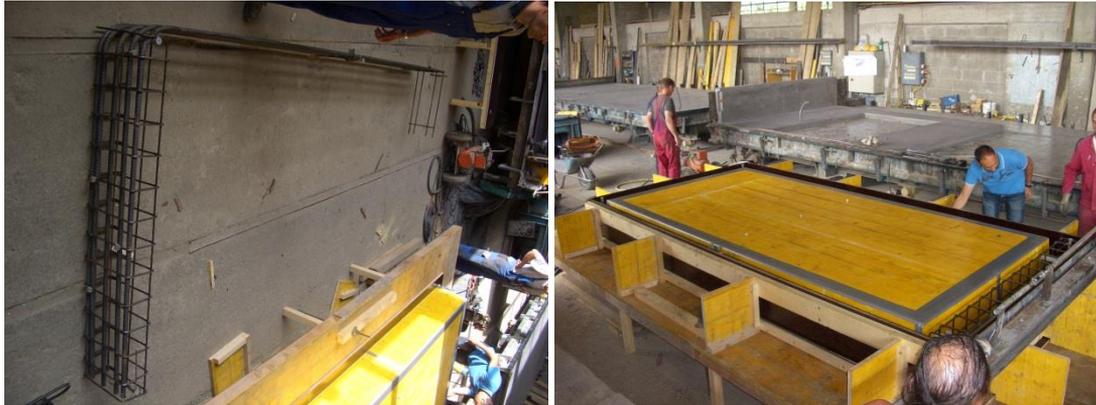


Abbildung 5.2: Bewehrung und Schalung für VBT 190 [IBB, SW]

Die Herstellerarbeiten fanden in der Fertigungshalle der Firma SW Umwelttechnik in Lienz, Osttirol, statt, die unter anderem auf die Produktion von UHPFRC-Bauteile spezialisiert ist.

Am 06.08.2010 wurde im Rahmen des Projekts UHPC-Panels das VBT 190-01 hergestellt.

<b>Material:</b>	<b>Menge:</b>
Ductal G2 Premix	1575 kg
Stahlfasern	113,4 kg
Verflüssiger F2	24,26 kg
Wasser	71,51 lit.
Verzögerer Chryso Tard CE	8,03 lit.
<i>W/B-Wert</i>	<i>0,175</i>

Tabelle 5.1: UHPFRC-Mischung VBT 190-01 [IBB, LKI, SW]

<b>Hergestellt:</b>	<b>Stück:</b>	<b>Maß:</b>
Versuchkörper	1	200/407,5/30/1,5 cm
Probewürfel	6	100/100/100 mm
Prismen	3	150/15/360 mm
Prismen	6	40/40/160 mm
Ausbreitmaß	3	-

Tabelle 5.2: Materialverwendung VBT 190-01 [IBB, LKI, SW]

Die Lufttemperatur in der Halle betrug 21°C, die Temperatur des Betons nach etwa 40 min. nach Wasserzugabe 32°C. Die Gurte wurden mittels Rüttler verdichtet und entlüftet, Steg verdichtet, abgezogen, und mit Verdunstungsschutz versehen. Anschließend erfolgte die Aufbringung der Folie als zusätzlichen Verdunstungsschutz. Die Abbildung 5.3 zeigt einige Schritte der Betonage.



Abbildung 5.3: Einbringung des Betons, Aufsprühen des Verdunstungsschutzes und Folienaufbringung für VBT 190 [IBB, SW]

Das VBT 190-02 wurde am 13.08.2010 unter den gleichen, wie oben angeführten, Ablaufschritten hergestellt. Als Premix wurde SIKA Ceracem verwendet. Das Ablaufdatum des eingesetzten Fließmittels war abgelaufen. Folie wurde nicht direkt, wie beim VBT 190-01, sondern in einem 10 cm Abstand zum Steg aufgebracht. Die 28-Würfeldruckfestigkeiten ergaben nach Abdrücken folgende Werte:

Probewürfel:	Würfeldruckfestigkeit nach 28-Tagen:
W1	151,6 MPa
W2	162,2 MPa
W3	158,0 MPa

Tabelle 5.3: Würfeldruckfestigkeit<sub>28</sub> - 190-01 [SW]

Probewürfel:	Würfeldruckfestigkeit nach 28-Tagen:
W1	190,0 MPa
W2	188,0 MPa
W3	178,0 MPa
W4	186,0 MPa
W5	198,0 MPa
W6	170,0 MPa

Tabelle 5.4: Würfeldruckfestigkeit<sub>28</sub> - 190-02 [SW]

Für VBT 190-02 wurden alle 6 Würfel nach 28 Tagen der Druckfestigkeitsprobe unterzogen.

Die Herstellung der VBT 290-01 fand am 01.12.2010 und des VBT 290-02 am 14.12.2014 statt. Als Premix wurde Ductal G2 genutzt. Die Lufttemperatur in der Produktionshalle betrug 0°C. Die Durchmesser der Bewehrungsstäbe sind die gleichen, nur die Längen sind den Bauteilabmessungen angepasst. Auch die Anzahl der Gewindehülsen an den Gurten. Am Steg sind insgesamt drei Aussparungen zwecks Transportsicherung. Durch die niedrigen

Betoniertemperaturen kam es offensichtlich zur raschen Auskühlung der dünnen Stege und zu Schwindrissen. Die Abbildung 5.4 zeigt die Schwindrisse der 290 Serie.



Abbildung 5.4: Schwindrisse am VBT 290-01 und VBT 290-02 [IBB, SW]

## 5.2 Geplante Versuchsdurchführung und -aufbau

Für die Versuche der Serie 190 ist eine liegende Versuchsanordnung der Bauteile vorgesehen. Die Problematik der Überlagerung der Einflüsse aus Eigengewicht, vor allem des Steges, auf das Ausbeulen und die Unsicherheit des Eintretens der 1. und 3. Beuleigenform wurden bereits beschrieben. Durch passende Beulunterstützung müssen einerseits die Eigengewichtseffekte möglichst weitgehend beseitigt werden und andererseits die Dehnungen des für den Maschinenweg wichtigen Verformungssensors in die richtige Richtung gelenkt werden. Der Sensor soll in dem nach unten gerichteten Beulmaximum angebracht werden. Außerdem ist die beste Lage für einige Aufnahmeinstrumente zu bestimmen. Diese geschieht anhand weiterer FE-Berechnungen.

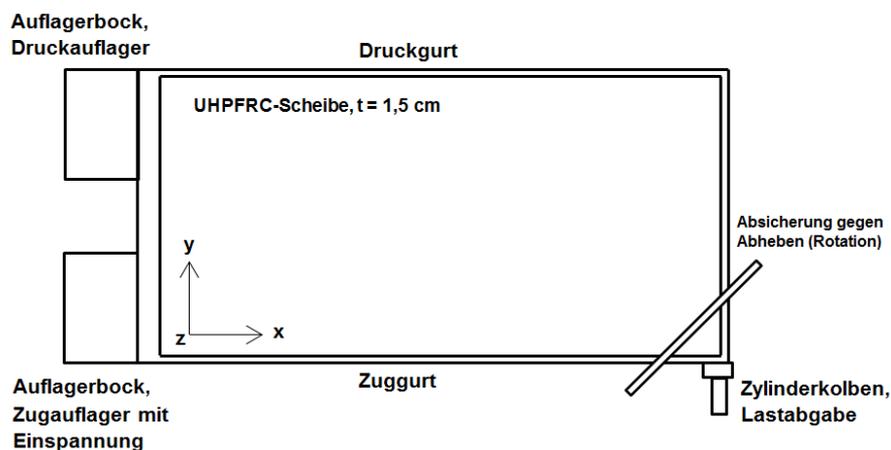


Abbildung 5.5: Schematische Darstellung der Versuchsanordnung

Für die vertikale Beulunterstützung werden passende Schrauben durch die untere Versuchseldebene nach oben angebracht. Somit ist eine Neutralisierung der Eigengewichtsverformung des Steges für kleinere Bereiche möglich und der Steg auf die gewünschte Höhe punktuell nivellierbar. Als Unterstützungspunkte bieten sich die zwei Beulmaxima, die geometrische Mitte des Steges und ihre Kombinationen. Um die Verschiebungsreibung zu minimieren, werden passende Zwischenlagen benutzt.

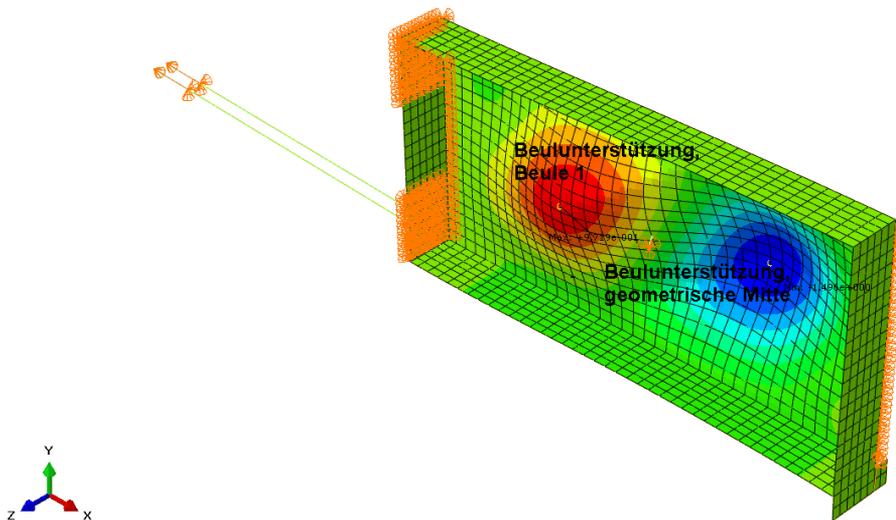


Abbildung 5.6: Lage der Beulunterstützungen

Nach der numerischen und graphischen Auswertungen wurde entschieden, die Beulunterstützung in der linken (näher zu Einspannung liegenden) und nach oben gerichteten Beule 1 sowie der geometrischen Stegmitte durchzuführen (Abbildung 5.6). Bei dieser Konstellation wird die größte Sicherheit des gewünschten Beulversagens (1. Eigenform) festgestellt. Der Verformungssensor, für Belastungssteuerung, wird in der rechten und nach unten gerichteten Beule angebracht. Als Maß für das Beuleintreten wird die Verformung der linken Beule nach oben festgelegt. Nach FE-Untersuchungen „sitzt“ die linke Beule satt auf der Beulunterstützung. Mit der Belastungsanbringung zeigt die Verformung, als Fortsetzung der aus dem Eigengewicht kommenden Querbelastung der Platte, zunächst nach unten. Bei etwa der Hälfte der maximalen Belastung kommt es zur Umkehr der Verformung nach oben. Der Steg hebt in diesem Bereich von der linken Beule ab. Ab diesem Zeitpunkt ist eine Ausbildung der gewünschten Eigenform, die als Vorbeulen eingepreßt wird, sichergestellt, und es kann vom Schubbeulversuch und nicht vom Biegeproblem der Platte nach der Theorie II Ordnung für Durchlaufträgerwirkung ausgegangen werden. Tritt diese Umkehr während des Versuchs nicht ein, ist der Versuch rechtzeitig (im linear-elastischen Bereich) durch Entlasten abzubauen und wiederanzufahren. Es wurde zudem entschieden, dass die Aufnahme der vertikalen Verformungen auf der Linie über die beiden Beulen zwischen dem Zug- und Druckgurt sowie einer flach angebrachten Linie, in Bauteillängsrichtung, als Verbindung der beiden Beulmaxima stattfindet.

Die Abbildung 5.7 zeigt die Beulunterstützung und der Verformungssensor in der Versuchsaufstellung. Auch die Verschiebungen auf der Ebene spielen für den Sensor eine große Rolle.



Abbildung 5.7: Beulunterstützung und Verformungssensor für Wegsteuerung [Verfasser, LKI]

Durch FE-Simulation wurde noch die Frage der besten Lage der Dehnungssensoren für die Dehnungen in der Stegebene bestimmt. Vorteilhaft sind die Orte mit minimalen Momenten, die sich auf einer Linie befinden. Nach Auswertung mehrerer Möglichkeiten fiel die Entscheidung für die Linie, die zwischen den beiden sich ausbildenden Beulen in Querrichtung verläuft, wie in der Abbildung 5.8 dargestellt.

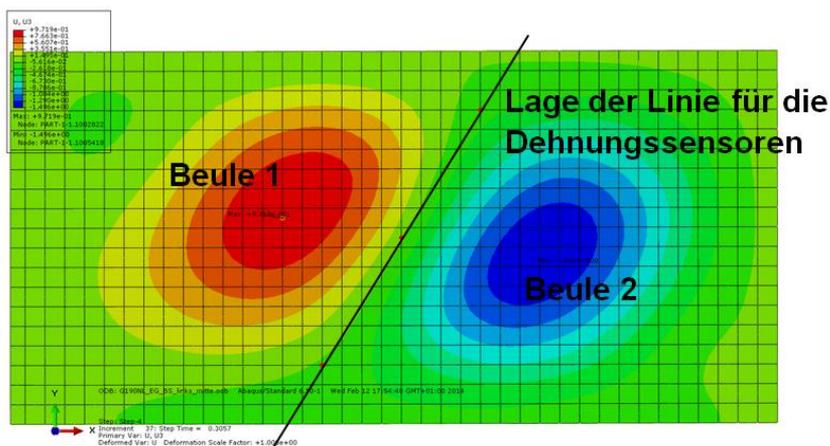


Abbildung 5.8: Lage der Dehnungssensorenlinie

Die Abbildung 5.9 zeigt die Momentenauswertung für die Dehnungssensorenlinie sowie den Momentenvergleich mit den beiden Beulmaxima. Es ist erkennbar, dass die Momente der Dehnungssensorenlinie im oberen Belastungsbereich etwas anwachsen, in der Mitte deutlich ausgeglichener und weniger bezüglich der lokalen Richtungen als für oben und unten, wo sie für Richtung 2 etwa die Werte der Beulmaxima einnehmen. Trotzdem eignet sich die gewählte Linie gut für die Anbringung der Dehnungssensoren.

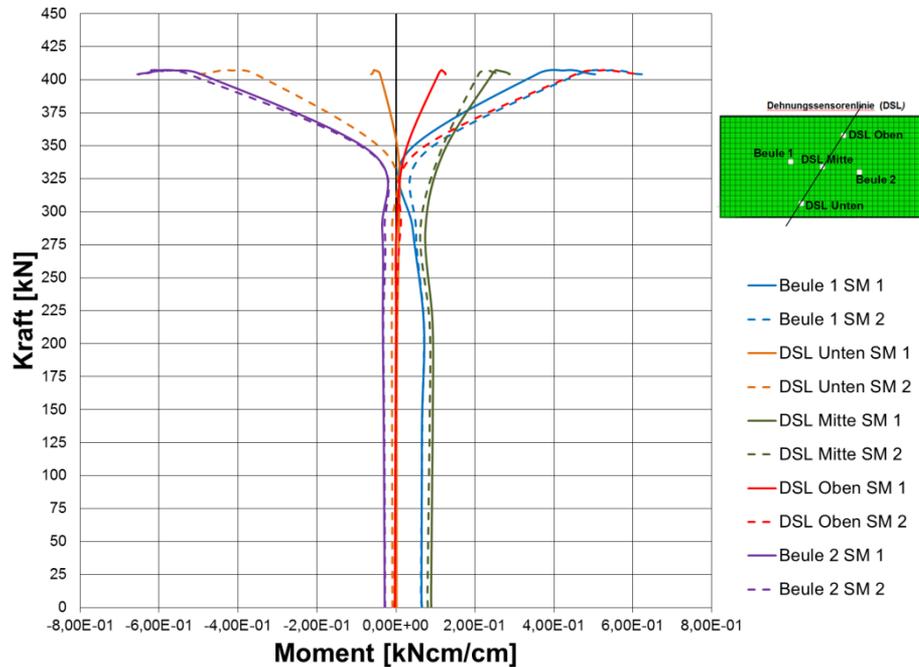


Abbildung 5.9: Momentenauswertung (Momente SM1 und SM2) für die Dehnungssensorenlinie und Beulmaxima

Die Ergebnisse und die Entscheidungen der vorgestellten FE-Analyse ergeben die in der Abbildung 5.10 vorgestellte Versuchsanordnung und den Steuerungsweg des Zylinderkolbens, der mittels reibungssenkender Unterlage und Stahlplatte in der Stegmitte eingreift.



Abbildung 5.10: Versuchsanordnung für VBT 190 und Lastabgabezylinderkolben [Verfasser, LKI]

Angemerkt wird, dass bei der geometrischen Abnahme der Versuchskörper die Dicke der Platte in einem bestimmten Raster gemessen wurde.

### 5.3 Ergebnisse der FE-Berechnung für den Versuchskörper, Erwartungen an die Versuchsergebnisse

Aus den FE-Untersuchungen wird für VBT 190 ein Schubbelastungsmaximum von 407,32 kN sowie die Beulmaxima von 0,972 cm für Beule 1 und für Beule 2 von -1,496 cm berech-

net mit der Anmerkung, dass die positive Richtung aus der Modellierung gegen die Gravitationsrichtung gerichtet ist. In der Abbildung 5.11 ist die Lage der Beulunterstützungen dargestellt. Weiteres wird ein Versagen mit den Dehnungsmaxima in der Nähe der abgehängten und idealisierten Zugstrebe am Steg bestimmt.

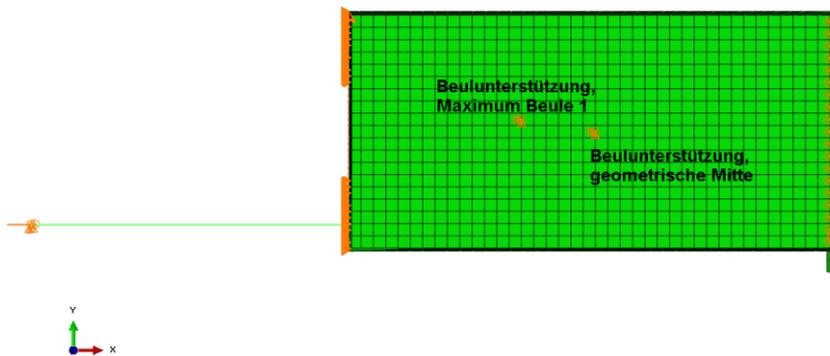


Abbildung 5.11: Lage der Beulunterstützung am Versuchskörper

Die besondere Wichtigkeit der Einstellung der Beulrichtungen wurde bereits erläutert. Es wird erwartet, dass sich ein spezifischer Schubtragfähigkeitssammelriss (etwa 45 % oder flacher) einstellt mit Überlagerungen aus der Beulbildung entsprechend den FE-Berechnungen. Grundsätzlich haben die Beulen bei der theoretischen Betrachtung etwa die betragsmäßig gleiche Größe, aber durch die Eigengewichtsüberlagerung fällt die Ausbildung der Beule 1 nach oben geringer aus, während die Verformung der Beule 2 stärker nach unten zunimmt.

Da bei dem Versuch auch ein Kraft/-wegdiagramm im Belastungspunkt aufgenommen und dargestellt wird, werden in der Abbildung 5.12 die FE-Berechnungen diesbezüglich mit dem Fokus auf dem Versagensbereich der Schubbeulbelastung dargestellt. Der linear-elastische Bereich wird bei etwa 250 kN verlassen, also muss bis zu diesem Zeitpunkt bei dem Versuch entschieden werden, ob der angesprochene Versuchsabbruch, die Entlastung und die Wiederaufnahme durchgeführt wird.

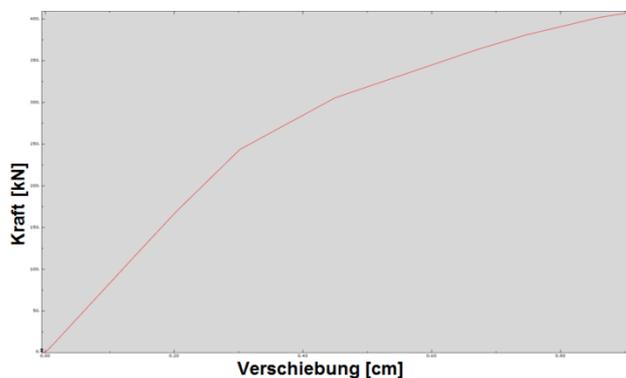


Abbildung 5.12: Kraft/-wegdiagramm (im Belastungspunkt, kN, cm)

Nach Auswertung der ersten Versuchsergebnisse findet ein Abgleich der Daten statt.

## 6 Erste Ergebnisse der Versuchsdurchführung

Bei der geometrischen Abnahme der Versuchskörper wurde eine Abweichung vom Stegsoll festgestellt. Bei beiden Bauteilen der Serie 190 ist der Steg um 5% bis stellenweise 10% (0,07-0,15 cm) dünner. Sonst verlief die Versuchsdurchführung von der technischen Seite planmäßig.

Am 13.03.2014 wurde der Versuch am BVT 190-02 durchgeführt. Dabei wurde eine maximale Belastung von 109,472 kN gemessen, was deutlich unter dem numerisch berechneten Wert (407,32 kN) liegt. Die Abbildung 6.1 zeigt das Kraft/-wegdiagramm im Belastungspunkt sowie Kraft/Verformungsdiagramm für die vertikale Verformung aus der Ebene im Beulmaximum der Beule 2.

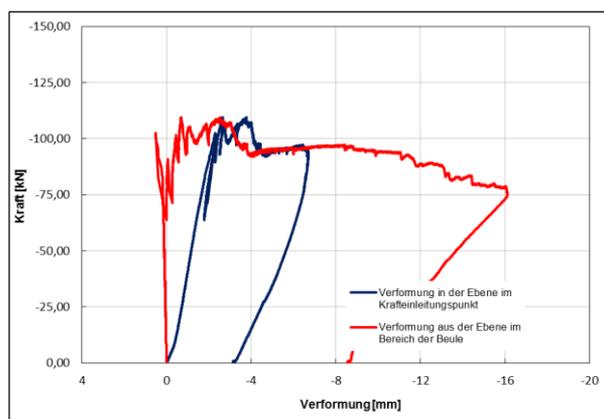


Abbildung 6.1: VBT 190-02, Kraft/-wegdiagramm und Kraft/Verformungsdiagramm für  $u_3$  in der Beule 2 [LKI]

Es kam zu einem Schubbruchversagen und einem sich sammelnden Riss unter etwa  $45^\circ$  vom Kräfteinleitungspunkt am Steg zur Mitte des Druckgurtes (mit kleineren horizontalen Versätzen) und einer Rissausbreitung entlang des Verbindungsbereiches Druckgurt/Steg hin zum Druckauflager, wie in der Abbildung 6.2 dargelegt. Zugleich wird der Riss mit der vertikalen Klaffung nach dem Versagen mitabgebildet. Die Klaffung entsteht dabei nicht durch Beulwirkung, sondern durch die Minderung der Einspannmomente des Steges durch die Gurte mit fortschreitender Rissentstehung und einer sich dadurch ergebenden Biegung aus dem Eigengewicht. Es kam zu keiner wahrnehmbaren Beulbildung.



Abbildung 6.2 Versagensbild, Sammelriss am VBT 190-02 [Verfasser, LKI]

Der Versuch am BVT 190-01 wurde am 20.03.2014 durchgeführt. Die maximale Belastung betrug 203,399 kN. Auch dieser Wert liegt deutlich unter dem erwarteten Wert, stellt aber mit etwa 50 % der Belastungskraft eine Verbesserung gegenüber dem ersten Versuch dar. Der Versuch wurde durch das Herausspringen des Verformungssensors aufgrund von Verschiebungen in der Plattenebene unterbrochen mit dem Verlust der Kraft/Weg-Steuerungsbeziehung. Da die Steifigkeit mit der Zunahme der Verformung deutlich abnahm und keine Steifigkeitszunahme durch überkritisches Tragverhalten erkennbar war, wurde der Versuch beendet. Die Abbildung 6.3 zeigt das Kraft/-wegdiagramm im Belastungspunkt sowie das Kraft/Verformungsdiagramm für die vertikale Verformung aus der Ebene im Beulmaximum der Beule 2. Es wurde die Beulausbildung mit der Einstellung der erwartenden Beulrichtungen durch verformungsaufnehmende Instrumente festgestellt.

Es kam zur Sammelrissbildung im Anschlussbereich Zuggurt/Steg ungefähr bei der Mitte der Zuggurtlänge unter etwa  $45^\circ$  zum Druckauflager fortlaufend. Da die maximale Schubbeulbelastung nicht überschritten wurde, war der Riss nicht groß genug damit sich eine vertikale Klaffung eingestellt und somit die Rissflächen optisch gut aufgenommen werden können.

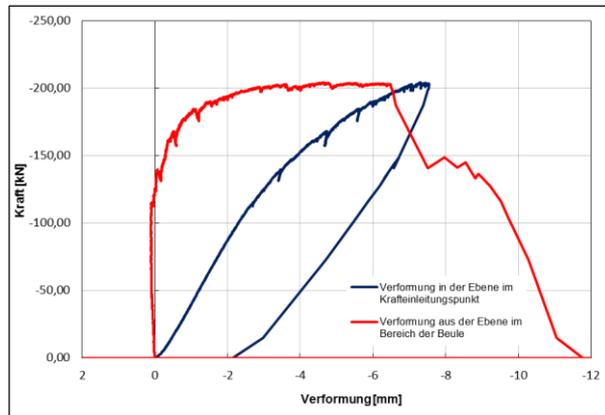


Abbildung 6.3: VBT 190-01, Kraft/-wegdiagramm und Kraft/Verformungsdiagramm für  $u_3$  in der Beule 2 [LKI]

Das Versagensbild mit dem dazugehörigen Sammelriss für VBT 190-01 wird in der Abbildung 6.4 dargestellt. Für die Tiefe der Beulverformung wurden die Nivellierlatten aus Veranschaulichungsgründen verwendet.



Abbildung 6.4: Versagensbild, Sammelriss und Beulausbildung am VBT 190-01 [Verfasser, LKI]

Bei der Suche nach den Ursachen der Abweichungen von den FE-Berechnungen, insbesondere für VBT 190-02, wurden Nachrechnungen und Datenauswertungen durchgeführt. Für den ersten Versuch fiel nach der visuellen Auswertung des Risses auf, dass die UHPFRC-

Matrix im Steg grobkörniger ist, als es von der Materialmischung her sein sollte, und dass auf der Bruchfläche kaum ausgezogene oder bei näherer Betrachtung abgebrochene Fasern vorhanden sind, obwohl es vom eingemischten Gehalt her wesentlich mehr sein müssten. Die Abbildung 6.5 zeigt zwei Stellen des betreffenden Bereichs.



Abbildung 6.5: Schubsammelrissbereich VBT 190-02 [Verfasser, LKI]

Dies hat vor allem gravierende Auswirkungen auf die Zugfestigkeit. Durch die Grobkörnigkeit ist einerseits die Verbundfestigkeit zwischen Fasern und Betonmatrix niedriger und andererseits ist eher die Zugfestigkeit des Grobkorns mit dem Zementleim und nicht des Matrixfeinkornleims für die Erstzugfestigkeit verantwortlich. Dies wird zusätzlich verstärkt durch mangelndes Vorhandensein der Fasern, wodurch die Nachrisszugfestigkeit minimiert wird. Als Ursache wird der Herstellungsprozess vermutet. Dadurch, dass das bereits erwähnte abgelaufene Verflüssigungsadditiv verwendet wurde, wurde ein sehr spätes Umschlagen des Mischungsgutes bei der Herstellung von trocken zu flüssig beobachtet. Es ist vorstellbar, dass damit bei den erst betonierten Gurten mehr oben im Mischer gebliebene Fasern und weniger nach unten abgesetztes Grobkorn hineinkamen und beim Betonieren des Steges umgekehrt. Da bei dem 45° Sammelriss aber auch ungefähr gleich wenig Fasern wie bei dem horizontalen Rissversatz festgestellt wurde, dürfte die Faserorientierung keine Rolle spielen. Bei den FE-Nachrechnungen wird deshalb ein Worst-Case-Scenario für die UHPFRC-Zugfestigkeit gesucht. Dabei werden folgende Tatsachen explizit nicht berücksichtigt: Die Fehler, die durch Diskretisierung entstanden sind, Modellierung, numerische Berechnung (Näherungsverfahren, Rundungsfehler) sowie das Nicht-Abbilden der Störstellen im Modell (Stegaussparungen) und die bei der geometrischen Abnahme festgestellte bis zu 10 %-ige Abweichung von der Solldicke des Steges, wodurch die Schlankheit deutlich erhöht wird. Eine passende Übereinstimmung der Ergebnisse, insbesondere der Abbildung 6.1, wurde für die Zugfestigkeit von 2 MPa und einer Maximalspannungsdehnung von 0,002 bei einer maximalen Belastung von 127,0 kN errechnet. Dabei ist die Versagenslast ein Materialversagen.

Eine Sicherheit über die getroffenen Annahmen würde die Auswertung der Bohrkernproben der Gurte und des Steges sowie der restlichen Proben (Würfel, Prismen) geben. Bei der Nachrechnung des zweiten Versuches wird auch von der Prämisse der geminderten Zugfestigkeit für UHPFRC ausgegangen. Auch hier werden die oben genannten anderen möglichen Fehlerquellen nicht berücksichtigt (Worst-Case-Scenario für die Zugfestigkeit). Für die Schubbeulbelastung wird auch versucht, ein passendes Versagensbild bezüglich der Lage des Sammelrisses nachzurechnen.

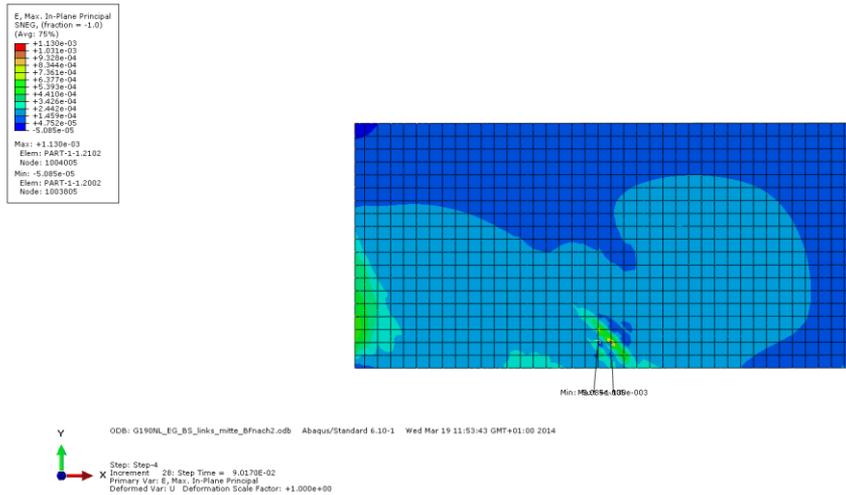


Abbildung 6.6: Maximale Dehnungen am Steg für VBT 190-01

Für die gleiche Zugfestigkeit von 2 MPa aber eine Maximalspannungsdehnung von 0,005 ergibt sich die Abbildung 6.6 mit einer maximalen Schubeulskraft von 262,0 kN, was etwas mehr ist als im Versuch erreicht, aber mit dem gleichen Versagensbild, welches in der gleichen Abbildung am Beispiel der maximalen Dehnungen am Steg dargestellt wird. Dabei ist es wichtig anzumerken, dass es sich in beiden Fällen um eine geminderte Nachrisszugfestigkeit handelt. Eine genauere Kenntnis des Materials, wie z.B. aus den Biegezug- oder einaxialen Zugproben, wäre für die Modellanpassungen und Nachberechnungen besonders von Vorteil, weil damit dieser so wichtige Bereich der Arbeitslinie realistischer dargestellt würde.

## 7 Resümee

### 7.1 Zusammenfassung, Schlussfolgerung

Nach der Vorstellung der theoretischen Grundlagen der behandelnden Materie wurden im ersten Teil der numerischen Analyse die FE-Berechnungsergebnisse für Schubbeuluntersuchungen für verschiedene Schlankheiten in einem Vesagenslastenkurvendiagramm dargestellt. Die ideale lineare Beulbelastung verläuft mit höheren Schlankheiten abnehmend und fast parabolisch, Materialvesagenskurve ansteigend. Geometrisch und materiell nicht-lineare Vesagenskurve stellt sich konstant gegen Ende etwas abfallend dar. Der Schnittpunkt zwischen ideal linearen und geometrisch und materiell nicht-linearen Beulversagenskurven repräsentiert die theoretische Grenze zwischen dem unter- und überkritischen Beulbereich. An Beispielen von Bauteilen 240 (aus dem unter-) und 440 (aus dem überkritischen Bereich) wurden die Detailuntersuchungen bezüglich der Ähnlichkeiten und Unterschiede im Beultragverhalten durchgeführt. Das Eigengewicht wurde bei den Detailuntersuchungen nicht berücksichtigt, um störende Beieffekte zu minimieren und den Fokus auf Schubbeulen zu behalten.

Bei dem BT 240 wurde, wie bei allen Bauteilen aus dem unterkritischen Bereich, ein plötzliches Beulversagen festgestellt mit kaum nennenswerten Laststeigerungsmöglichkeiten nach der Gleichgewichtsverzweigung. Bei dem BT 440 kommt es nach der Überschreitung der idealen Beulbelastung zur Aktivierung der Scheibenmembrankräfte und Ausbildung eines, für überkritischen Bereich typisches, Zugfeldes sodass eine Belastungssteigerung trotz fortschreitender Beulverformung möglich ist.

Als Versagensbereiche der Beulplatte bei FE-Untersuchungen (BT 240) wurden die Krafteinleitungsbereich des Steges in der Nähe des Diskontinuitätsbereichs entlang sich zum Druckgurt bildenden Druckstrebe, Anschlussbereich zwischen Steg und Zuggurt auf der Länge der aufgehängte Zugstrebe des Schubabtragungsmodells und der Plattenbereich in der unmittelbaren Nähe des Druckauflagers. Ein kritischer Punkt außerhalb des Steges ist der

Vorspannbereich am Einspanngurt. Die Lage des Versagensbereiches bei BT 440 gestaltet sich ähnlich wie bei BT 240.

Die Versagenslastenkurve der untersuchten Bauteile für geometrisch und materiell nicht-lineare Berechnung verläuft fast konstant. Durch die ansteigende Schlankheit wird eher eine, dem theoretischen linearen Beulbelastung ähnlich verlaufend, abfallende Tendenz vermutet. Durch die überkritischen Tragreserven nach dem Ausbeulen ist es durch Aktivierung der Scheibenmembrankräfte aber möglich auch für hohe Schlankheiten große Belastungen abzutragen. Es bilden sich immer größer werdende Zugfelder. Dieser fast konstante Verlauf der Beulversagenslastenkurve wurde auch bei den Untersuchungen zum Beulen von dünnen UHPFRC-Scheiben unter Druckbelastung [32] festgestellt. Der Übergang zwischen dem unter- und überkritischen Bereich ist nicht als ein plötzliches sondern eher als ein fließendes zu verstehen. Die unterkritischen Bauteile in der Nähe des Übergangsbereichs zeigen leichte überkritische Tragreserven. Die überkritischen Bauteile in der Nähe des Übergangs zeigen nicht so starke Aktivierung der Scheibenmembrankräfte.

Im zweiten Teil der numerischen Analyse wurden die FE-Untersuchungen für die geplanten Versuchsbauteile durchgeführt. Bei der numerischen Analyse für zwei Versuchskörper VBT 190 wurde die liegende Versuchsanordnung, sowie der Umstand berücksichtigt, dass es durch Überlagerung der Eigengewichtsverformung eine punktuelle Beulunterstützung braucht, um die gewünschte Eigenform als Vorbeulen einzuprägen und damit auch die richtige Richtung der aufzunehmenden Sensorverformung sicherzustellen. Dies ist für den Steuerungsweg der Belastung von besonderer Bedeutung. Überdies wurden die besten Lagen am Versuchskörper für Anbringung der Dehnungsstreifen durch FE-Untersuchungen bestimmt. Bei der größeren VBT 290 wurden die Schwindrisse, bei beiden vorhandenen Versuchskörper, die vermutlich aufgrund der niedrigen Herstellungstemperaturen in der Produktionshalle entstanden sind, festgestellt.

Bei dem ersten Versuch wurde eine niedrige Belastung mit einem Schubversagen erreicht. Die Betonmatrixgrobkörnigkeit und kaum vorhandene Fasern senken die Zugfestigkeit dabei entscheidend. Der Sammelriss erstreckt sich beginnend vom Krafteinleitungsbereich am Steg und unter etwa  $45^\circ$  zum Druckgurt verlaufend und anschließend entlang des Anschlusses Steg-Druckgurt zum Druckauflager hin. Dies kann durch die FE-Nachuntersuchungen bestätigt werden. Dabei wurden die Tatsachen nicht berücksichtigt dass durch die Diskretisierungs- und Modellierungsfehlern sowie Näherungsverfahren- und Rundungsabweichungen es für diese Schlankheiten zu Modellüberschätzung kommen kann, wie bei der Beulun-

tersuchungen unter Druckbeanspruchung [32] festgestellt. Auch die Dickensollabweichung, dadurch ergeben sich höhere Schlankheiten, wurde nicht miteinbezogen. Ziel war ein Worst-Case-Szenario für die UHPFRC-Zugfestigkeit aufzustellen. Damit sollte aufgezeigt werden, wie wichtig die Kenntnis der vorhandenen Zugfestigkeit bei Beulbetrachtungen ist. Sicherlich liegt die tatsächliche Stegzugfestigkeit im Bereich zwischen der modellierten und nachgerechneten. Der Aufschluss darüber können die Probenergebnisse (Bohrkerne, Prismen) geben.

Ein Schubbeulversagen trat beim zweiten Versuch ein, mit deutlicher Beul Ausbildung. Besonders interessant ist die Sammelriss Ausbildung. Der Ausgangsbereich in der Anschlusszone Steg-Zuggurt ist durch Eigengewichtsdurchbiegung und schiefe Biegung, aus eingeleiteter Rotation durch Belastung außerhalb des Schubmittelpunktes, stark belastet. Der Sammelriss endet in der Nähe des Druckauflagers. Da es in diesem Bereich auch zum Druckbruch des Steges kommen kann, ist eine hohe UHPFRC-Druckfestigkeit auch von Vorteil. Die FE-Nachberechnungen bestätigen diese Überlegungen. Durch die Verschiebung der Platte, während des Versuchs, in der Scheibenebene kam es zum Herausspringen des Verformungssensors aus seiner Führung und den Versuchsabbruch durch Verlust der Belastungs-Verformungswegbeziehung für die Steuerung. Der Abbruch passierte deutlich im nicht-linearen Bereich, und es war keine wesentliche Belastungssteigerung mehr zu erwarten. Festgestellt wird dass die Schubbeul Ausbildung die Schubkraftbelastung deutlich reduziert und als Versagensfall bei der Bemessung der dünnwandigen UHPFRC-Scheiben nicht außer Acht gelassen werden darf.

Abschließend wird auf die Einflüsse des Eigengewichts hingewiesen. Vor allem sind die Auswirkungen in der Längsrichtung (stehend auf langen Seite) der Platte und aus der Ebene (liegend) entscheidend. Bei der ersten wirkt das Eigengewicht entweder in der Belastungsrichtung und verstärkt diese oder es wirkt entgegen der Belastung und mindert sie. Die Betrachtungen des Eigengewichts aus der Ebene verstärkt immer eine der beiden Beulen und führt somit zur anwachsenden Verformung.

## 7.2 Empfehlungen, Ausblick

Die Bauteile aus UHPFRC eignen sich, wie keine anderen zementgebundene Bauteile zur Herstellung von dünnen Scheiben. Dabei ist es notwendig den Stabilitätsfall Beulen hinreichend zu berücksichtigen. Bis dato wurden Auswirkungen von Druck- und Schubbeanspru-

chung erarbeitet. Es sind aber weitere Anstrengungen zu empfehlen, um etwa die Überlagerungsfälle, wie z.B. kombinierte Schub- und Randbiegebeanspruchung, hinreichend zu untersuchen. Die Theorie untersagt, bei solchen Fällen die Anwendung der Superposition.

Durch die Probenauswertungen sollen Rückschlüsse auf die Modellanpassung gemacht werden, insbesondere bezüglich der Zugfestigkeit, die eine entscheidende Rolle hat. Gleichzeitig soll aber auch die Druckfestigkeit miteinbezogen werden (Druckbruchgefahr). Es empfiehlt sich eine Behandlung der Materie ähnlich der Stahlbauvorgangsweise. Es wäre eine Grenzschlankheit zu definieren unter welche die Bauteile nicht als beulgefährdet gelten. Für die Schlankheiten über diese Grenze sind klare Konstruktionsabläufe zu erarbeiten. Nicht nur Standsicherheits- und Gebrauchslastnachweise sind dabei zu berücksichtigen, sondern auch alle Bau- und Transportzustände. Fast alle bekannten Schubbeulschäden sind in den Bauphasen geschehen. Weiters wäre eine Definition der Festigkeitsklassen, wie bei normalen Betonbau üblich, sinnvoll. Dabei wäre wichtig neben der Druckfestigkeit auch eine Mindestzugfestigkeit mit zugehörigem Fasergehalt zu definieren, da keine schlaffe Bewehrung eingesetzt wird. Auch scheint mit der Plattendicke von 1,5 cm ein Maß erreicht zu sein, welches produktionstechnisch nicht unterschritten werden sollte.

Im Allgemeinen sind Optimierungen der Herstellungsprozesse bei der Produktion der dünnen UHPFRC-Bauteile zu empfehlen. Neben der Beauftragung der Herstellung an spezialisierte Unternehmen mit eigener Qualitätssicherung ist ein Einbeziehen von externen Experten oder qualifizierten Stellen anzuraten. Die Produktion in der Fertigungshallen sollte dabei unter quasi Laborbedingungen ablaufen, damit die gewünschten Eigenschaften der dünnen Bauteile sichergestellt sind. Auch die Aspekte der stehenden und liegenden Betonierung samt Vorteilen und Nachteilen sollen mitberücksichtigt werden. Besonders zu achten ist auf die Wärmenachbehandlung. Da die Platten geringen Betonvolumen und große Oberfläche aufweisen ist mit weniger Eigenwärme und rascher Auskühlung zu rechnen. Da durch die Wärmebehandlung die Enddruck- und -zugfestigkeit gesteigert wird und das autogenes Schwinden minimiert wird, wäre eine Entwicklung einer autoklaven-ähnlichen Nachbehandlung, trotz Bauteilabmessungen, ratsam. Auch alle Forschungsbeiträge zur Faserentwicklung leisten ihr Anteil am Thema. Die Möglichkeiten des Einsatzes der Schraubverbindungen zwischen einzeln Bauteilen, wie etwa in der Phase vor der Hineinlegung der Vorspannkabeln und Durchführung der Vorspannens bei Verwendung im Brückenbau, sind überlegenswert als Forschungs- und Entwicklungsziele.

Als größtes und aussichtsreichstes Einsatzgebiet der UHPFRC-Bauteile mit dünnen Scheiben ist sicherlich, wie bereits erwähnt, Brückenbau. Durch mutige Ingenieur-Ideen bei klar definierten Konstruktions- und Bemessungsregeln ist die Entstehung der Bauwerke möglich, die ihre Erschaffer und Erbauer mit ihrer Form, Beständigkeit und Grazilität um einiges überdauern werden. Mit der Hoffnung durch diese Arbeit einen kleinen Beitrag zu diesem Schritt geleistet und den schwierigen Spagat zwischen Massiv- und Leichtbauansichten geschafft zu haben wird diese Arbeit beendet.

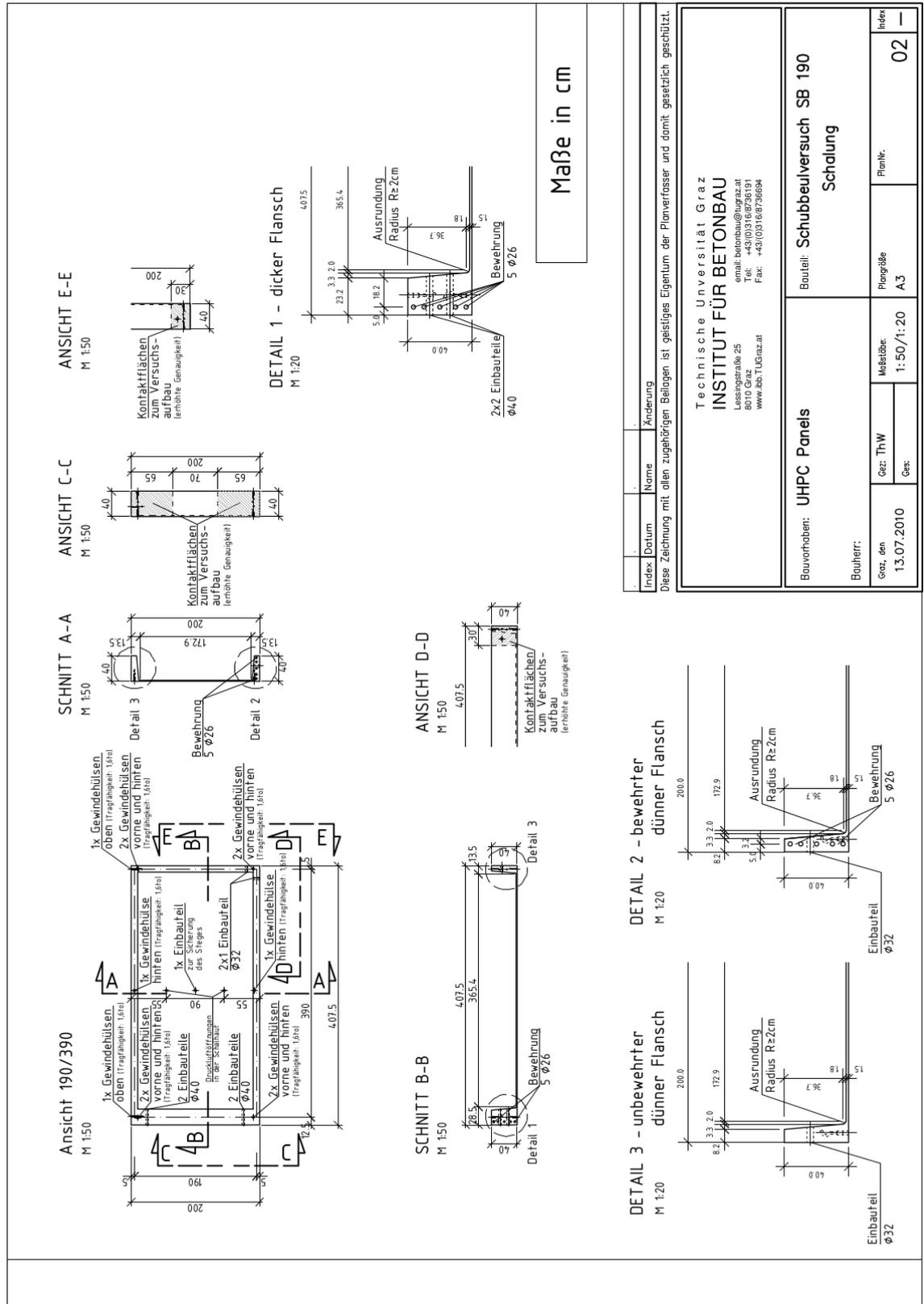
## Literaturverzeichnis

- [1] SCHNEIDER, HORVATH: *Herstellung und Eigenschaften von Ultra-Hochleistungsbetonen*, TU Wien, Institut 206, 2003
- [2] KÖNIG, HOLSCHMACHER, DEHN: *Ultrahochfester Beton*, Bauwerk Verlag, 2003
- [3] SCHMIDT, BUNJE, DEHN und and.: *Sachstandsbericht Ultrahochfester Beton*, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Beuth Verlag, 2008
- [4] FEHLING, SCHMIDT und and.: *Entwicklung, Dauerhaftigkeit und Berechnung Ultrahochfester Betone (UHPC)*, Schriftenreihe Baustoffe und Massivbau, Heft 1, Universität Kassel, 2005
- [5] BLAIS, COUTURE: *Precast, Prestressed Pedestrian Bridge – World’s First Reactive Powder Concrete Structure*, Zeitschrift PCI Journal, Sep-Okt 1999
- [6] FREYTAG, REICHEL, SPAROWITZ und and.: *Großversuch WILD-Brücke – versuchsgestützte Bemessung einer UHPC-Bogenbrücke*, Zeitschrift Beton- und Stahlbetonbau, März 2009
- [7] ZIMMERMANN, SPAROWITZ: *Vorgespannte Fertigteile aus Ultrahochfestem Faserbeton*, Zeitschrift Beton- und Stahlbetonbau, März 2012
- [8] RICHARD; CHERYREZY: *Composition of Reactive Powder Concretes*, ZS Cement and Concrete Research, Vol. 25, 1995
- [9] SCHANZ: *Mechanik II – Festigkeitslehre*, Vorlesungsskript, TU Graz, 2006
- [10] GROSS, HAUGER, WRIGGERS: *Technische Mechanik 4*, Springer-Verlag, 2009
- [11] ASSMANN: *Technisch Mechanik, Band 2*, Oldenbourg Verlag, 1985
- [12] BALKE: *Einführung in die Technische Mechanik*, Springer-Verlag, 2010
- [13] BÖGE: *Technische Mechanik*, Vieweg+Teubner, 2011
- [14] HOLZMANN, MEYER, SCHUMPICH: *Technische Mechanik Festigkeitslehre*, Vieweg+Taubner, 2012
- [15] WETZEL, KRINGS: *Technische Mechanik für Bauingenieure 2*, Vieweg+Teubner, 2011
- [16] KOLLBRUNER, MEISTER: *Ausbeulen*, Springer-Verlag, 1958
- [17] PETERSEN: *Statik und Stabilität der Baukonstruktionen*, Vieweg&Sohn, 1982

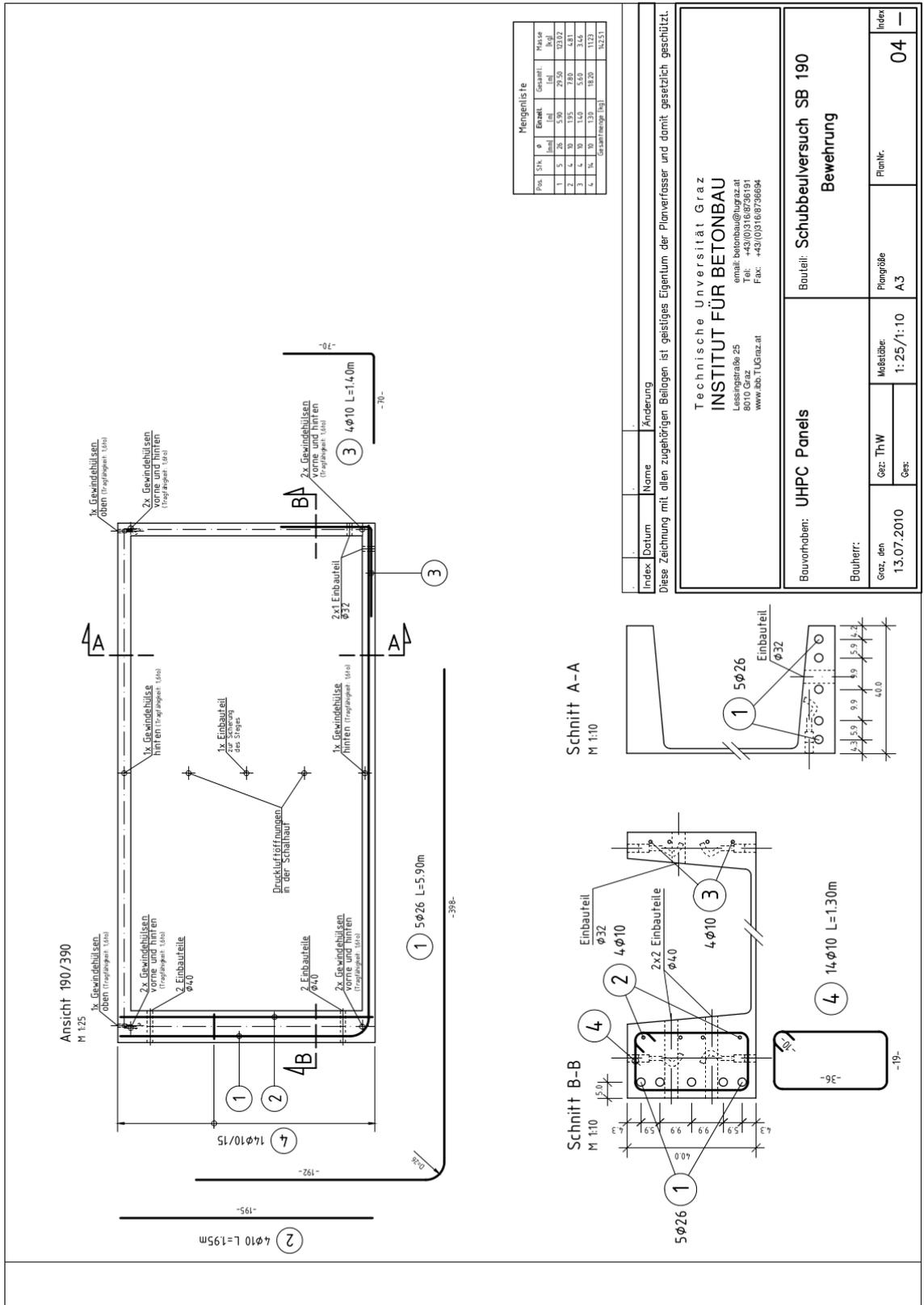
- [18] PFLÜGER: *Stabilitätsprobleme der Elastostatik*, Springer-Verlag, 1975
- [19] BÜRGERMEISTER, STEUP, KRETZSCHMAR: *Stabilitätstheorie*, Akademie-Verlag, 1963
- [20] DEGISCHER, LÜFTL, *Leichtbau*, Wiley-VCH, 2009
- [21] BEAHRE, BAMM, BONGARD u.w.: *Stahlbau Handbuch, Band 1*, Stahlbau-Verlags-GmbH, 1982
- [22] SEDLACEK, EISEL u.a.: *Leitfaden zum DIN Fachbericht 103-Stahlbrücken*, Ernst&Sohn, 2003
- [23] AKESSON, *Plate Buckling in Bridges and other Structures*, Taylor Francis, 2007
- [24] BEG, KUHLMANN u.a.: *Design of Plated Structures*, Ernst&Sohn, 2010
- [25] JOHANSSON, MAQUOI, u.a.: *Commentary and Worked Examples to EN 1993-1-5 „Plated Structural Elements“*, JRC, 2007
- [26] ZERNA, MUNGAN, STEFFEN: *Bestimmung der Beulsicherheit von Schalen aus Stahlbeton unter Berücksichtigung der physikalisch-nichtlinearen Materialeigenschaften*, Ernst&Sohn, 1980
- [27] PONTOW: *Imperfektionsempfindlichkeit und die Grenzlasten von Schalen-tragwerken*, TU Braunschweig, 2009
- [28] HERZOG: *Baupraktische Bemessung von Stahlbetonschalen*, Werner Verlag, 1997
- [29] HEINZLE, FREYTAG, LINDNER: *Rissbildung von biegebeanspruchten Bauteilen aus Ultrahochfestem Faserbeton*, Ernst&Sohn, ZS Beton- und Stahlbetonbau, 2009
- [30] GRÖGER, NEHLS, SILBEREISEN, VIET TUE: *Einfluss der Einbau- und Betontechnologie auf die Faserverteilung und -orientierung in Wänden aus Stahlfaserbeton*, Ernst&Sohn, ZS Beton- und Stahlbetonbau, 2011
- [31] HEINZLE, FREYTAG, LINDNER, SPAROWITZ: *Schubtragfähigkeit dünnwandiger Träger aus stahlfaserbewehrtem UHPC*, ZS Bauingenieur, 2012
- [32] ESCOBAR, FREYTAG, LINDNER, SPAROWITZ: *Experimentelle und numerische Untersuchungen zum Beulen von dünnen Scheiben aus UHPFRC unter Druckbeanspruchung*, Ernst&Sohn, ZS Beton- und Stahlbetonbau, 2012
- [33] REICHEL: *Stoffliche und konstruktionsbezogene Besonderheiten beim Einsatz von UHFB im Brückenbau am Beispiel von drei Pilotprojekten*, Ernst&Sohn, ZS Beton- und Stahlbetonbau, 2009

- [34] SCHNEIDER, HORVATH, KÖNIG, DEHN: *Materialverhalten von ultrahochfesten Betonen (UHPC)*, Ernst&Sohn, ZS Beton- und Stahlbetonbau, 2001
- [35] BEER, WATSON: *Introduction to Finite and Boudary Element Methods for Engineers*, John Wiley & Sons, 1992
- [36] SIMULIA: *FEA Abaqus 6.10*, Dessault Systems, 2010

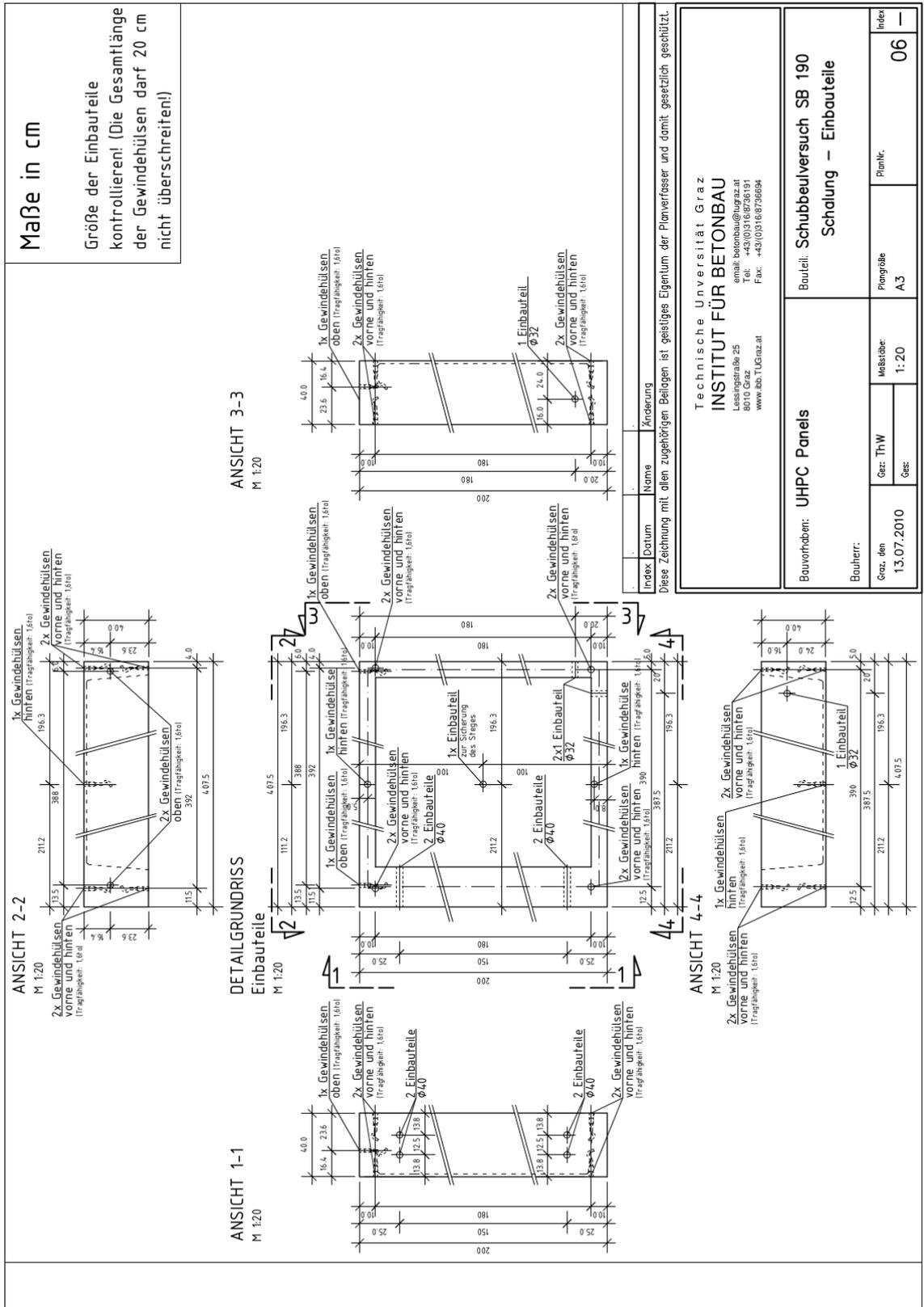
# Anhang



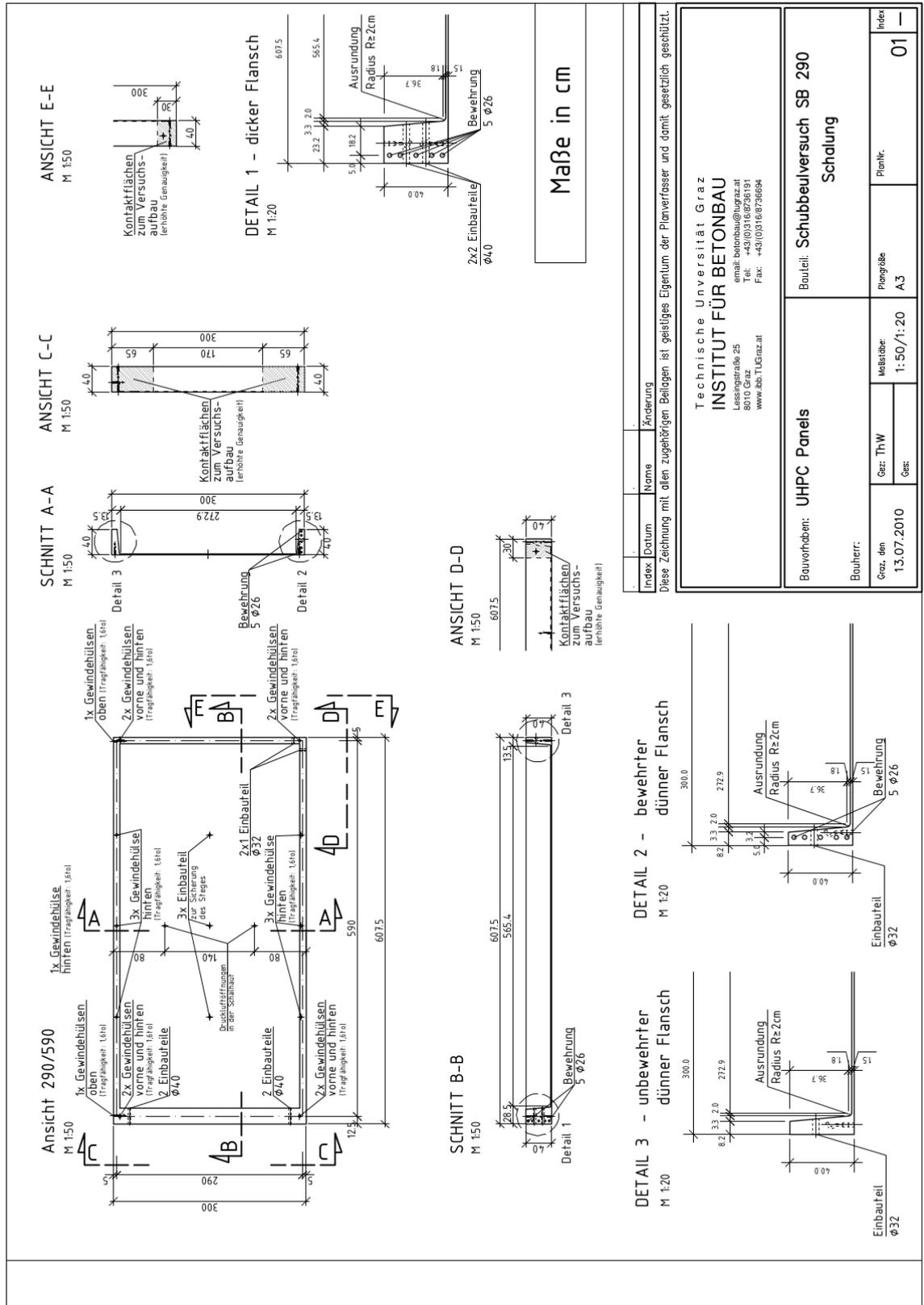
VBT 190, Schalungsplan, [IBB]



VBT 190, Bewehrungsplan, [IBB]

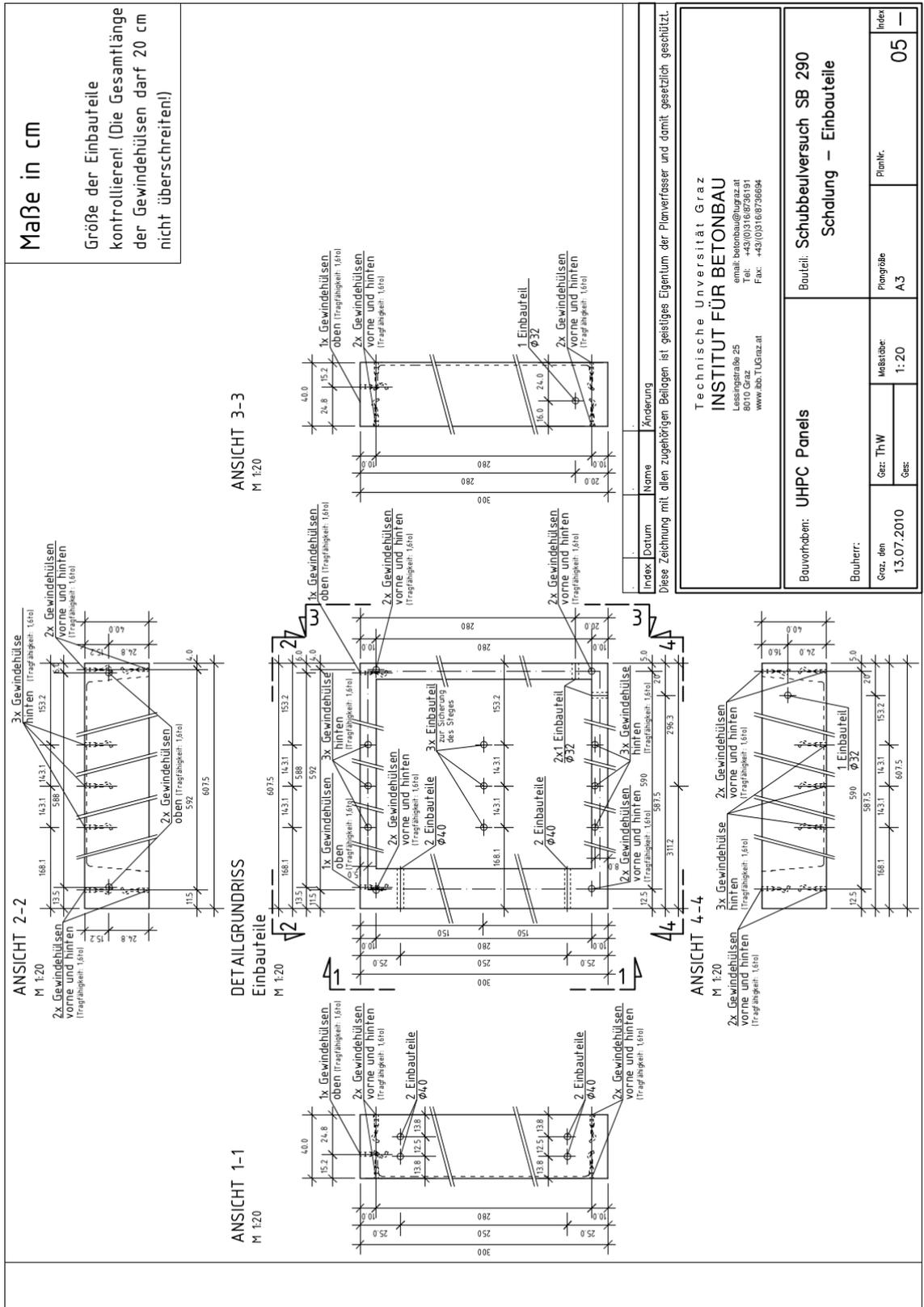


VBT 190, Schalungsplan, Einbauteile, [IBB]

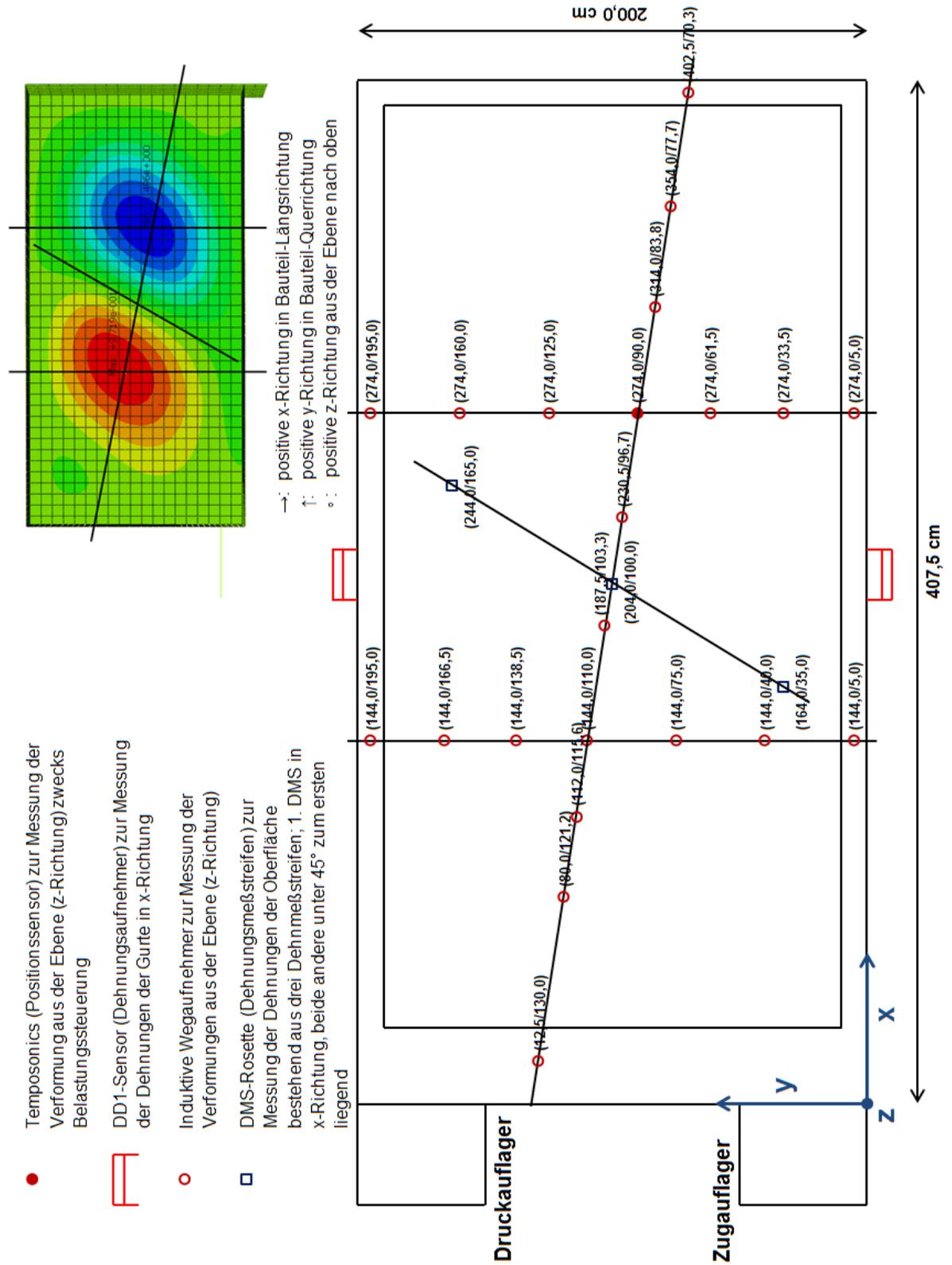


VBT 290, Schalungsplan, [IBB]





VBT 290, Schalungsplan, Einbauteile, [IBB]



Schematische Darstellung der Versuchsmesseinrichtungen, [Verfasser, LKI]