



Masterarbeit

Modellbasierte Ansätze zur Fahrzustandserkennung

Thomas Oberascher

Institut für Regelungs- und Automatisierungstechnik
Technische Universität Graz

in Kooperation mit
MAGNA STEYR Fahrzeugtechnik
Abteilung Project House Europe

Betreuer TU Graz: Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Martin Horn
Betreuer MAGNA STEYR: Dipl.-Ing. Ulrich Angeringer
Mitbetreuer MAGNA Powertrain: Dipl.-Ing. (FH) Martin Ringdorfer

Graz, im Mai 2011



Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit im Bereich der Fahrzeug- bzw. Regelungstechnik beschäftigt sich mit der Bestimmung des so genannten Schwimmwinkels, welcher eine grundlegende Kenngröße der Fahrzeugstabilität darstellt. Seine möglichst genaue Verfügbarkeit ist u.a. für Fahrsicherheitssysteme von enormer Bedeutung.

Das grundlegende Ziel besteht darin, einen modellbasierten Beobachterentwurf unter Berücksichtigung einer intuitiven und leicht zu parametrisierenden Lösung durchzuführen. Beginnend mit Betrachtungen hinsichtlich der Wahl eines geeigneten Fahrzeugmodells wird über die darauffolgende Einführung eines einfachen nichtlinearen Reifenmodells ein Gesamtmodell für das Fahrzeug vorgeschlagen. Darauf aufbauend wird die Beobachterstrategie nach Luenberger bzw. der High-Gain Beobachter über die Byrnes-Isidori-Normalform näher betrachtet, entworfen und anschließend analysiert. Zur Verifikation der durchgeführten Beobachterentwürfe bedient man sich verschiedenster Manöver im linearen als auch nichtlinearen Fahrdynamikbereich, welche zum Einen mit Hilfe der Fahrdynamik Simulationsumgebung DYNA4[©] und zum Anderen experimentell durch ein Testfahrzeug erstellt werden. Abschließende Betrachtungen hinsichtlich der Schätzung des Straßenreibungswerts und einem Vergleich zur bestehenden Lösung der MAGNA STEYR Fahrzeugtechnik Abteilung Project House Europe runden die Arbeit ab.

Abstract

The present thesis in the fields of automotive and control engineering deals with the determination of the so-called vehicle sideslip angle. The exact knowledge of this fundamental characteristic of the vehicle's stability has enomorous relevance for e.g. automotive safety systems.

The general aim is a model-based observer design which should lead to a both intuitive and easily configurable solution. The choice of an adequate vehicle model is followed by the introduction of a straightforward nonlinear tire model. These components are finally combined to an overall model of the vehicle. Based on these considerations, the observer technique according to Luenberger as well as the High-Gain observer using the Byrnes-Isidori normal form are designed and afterwards analysed. To verify the proposed observers, different maneuvers within the linear as well as nonlinear vehicle dynamic ranges are used. For this purpose test data generation is performed on the one hand by means of the state-of-the-art vehicle dynamics framework DYNA4[©] and on the other hand experimentally by using a test vehicle. Concluding, the integration of a simple estimation of the road friction coefficient and furthermore the comparison between the proposed observer and the existing one of MAGNA STEYR Fahrzeugtechnik Department Project House Europe is discussed.

Eidesstattliche Erklärung

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt, und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommene Stellen als solche kenntlich gemacht habe.

Graz, am 15. Mai 2011

.

.....
(Unterschrift)

Danksagung

Jenen Personen, die mich auf dem Weg zu bzw. bei dieser Masterarbeit unterstützt haben, spreche ich an dieser Stelle ein herzliches Dankeschön aus.

Beginnend möchte ich mich bei Herrn Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Martin Horn für die vorbildliche Betreuung aus universitärer Sicht bedanken. Die ständige Bereitschaft wertvolle Zeit zu opfern, seine zugängliche Art und vor allem seine wissenschaftliche Kompetenz haben einen enormen Beitrag zum gewünschten Entstehungsprozess dieser Arbeit beigesteuert.

Meinem Betreuer Dipl.-Ing. Ulrich Angeringer und meinem Mitbetreuer Dipl.-Ing. (FH) Martin Ringdorfer danke ich für die firmenseitige Betreuung und zahlreicher, hilfreicher Diskussionen. Weiters ein Dankeschön an das Team rund um das MAGNA STEYR Fahrzeugtechnik Project House Europe in Graz für die freundliche Aufnahme und das produktive Arbeitsumfeld.

Der größte Dank gebührt meiner Familie, im Besonderen meinen Eltern Eva und Josef, die mir durch die Unterstützung in jeder Hinsicht mein Studium ermöglicht und mir stets vollstes Vertrauen geschenkt haben.

Abkürzungen

Allgemein

COG	Center of Gravity
ESP	Elektronisches Stabilitätsprogramm
ESC	Electronic Stability Control
GCC	Global Chassis Controller
HGO	High-Gain-Observer

Allgemeine Schreibweise

x	skalare Größe
\mathbf{x}	Vektor der Dimension $[n \times 1]$
\mathbf{X}	Matrix der Dimension $[n \times m]$
$\hat{\mathbf{x}}$	geschätzter Vektor der Dimension $[n \times 1]$

Verwendete Variablen

Die nachfolgende Tabelle fasst die verwendeten Variablen zusammen, wobei die Indizes i bzw. j jeweils Positionen vorne/hinten bzw. links/rechts annehmen können.

Zeichen	Einheit	Bezeichnung
β	rad	Schwimmwinkel
$\dot{\beta}$	rad/s	Schwimmwinkelgeschwindigkeit
δ	rad	Lenkwinkel
ψ	rad	Gierwinkel
$\dot{\psi}$	rad/s	Gierrate
$\ddot{\psi}$	rad/s^2	Gierbeschleunigung
v	m/s	resultierende Geschwindigkeit des Schwerpunkts
v_x	m/s	Längsgeschwindigkeit
v_y	m/s	Quergeschwindigkeit
a_x	m/s^2	Längsbeschleunigung
a_y	m/s^2	Querbeschleunigung
F_{xij}	N	Längskraft
F_{Wx}	N	Luftwiderstand
F_{yij}	N	Seitenführungskraft
F_z	N	Radlast
m	kg	Gesamtmasse
M	Nm	Drehmoment
J_z	$kg \cdot m^2$	Trägheitsmoment
L	m	Radstand
L_v	m	Länge Schwerpunkt-Vorderachse
L_h	m	Länge Schwerpunkt-Hinterachse
b_v	m	Reifenabstand Vorderachse
b_h	m	Reifenabstand Hinterachse
C_i	N/rad	Schräglaufsteifigkeit
C'_i	N/rad	Schräglaufsteifigkeit adaptiert
α_{ij}	rad	Schräglaufwinkel
μ	–	Reibwert

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Grundlegende Motivation	1
1.2	Schwimmwinkel: Definition und Bedeutung	2
1.3	Gliederung und Aufbau	4
1.4	Aufgabenstellung	5
2	Modellbildung	6
2.1	Fahrzeugmodell	7
2.1.1	Lineares Einspurmodell (Fahrzeug)	7
2.1.2	Reduziertes, nichtlineares Zweispurmodell	9
2.2	Reifenmodell	12
2.2.1	Lineares Reifenmodell	14
2.2.2	Lineares Reifenmodell mit Adaption der Schräglaufsteifigkeiten	15
2.2.3	Einfaches, nichtlineares Reifenmodell	17
2.3	Übersicht der verwendeten Gesamtmodelle	25
2.3.1	Lineares Einspurmodell	25
2.3.2	Nichtlineares Zweispurmodell	25
2.3.3	Nichtlineares Einspurmodell	27
2.3.4	Nichtlineares Einspurmodell mit Berücksichtigung des Reibwerts	28
3	Beobachterentwurf	29
3.1	Luenberger Beobachter	30
3.2	Beobachterentwurf mittels Linearisierung	32
3.2.1	Theoretische Grundlagen	32
3.2.2	Entwurf auf lineares Einspurmodell	36

3.2.3	Entwurf auf nichtlineares Zweispurmodell	36
3.2.4	Entwurf auf nichtlineares Einspurmodell	38
3.3	High-Gain Beobachterentwurf über Byrnes-Isidori-Normalform	39
3.3.1	Theoretische Grundlagen	39
3.3.2	Entwurf auf nichtlineares Einspurmodell	48
3.4	Reibwertadaption	53
3.5	Firmeninterne Lösung - Sliding Mode Beobachter	56
4	Simulation und experimentelle Ergebnisse	57
4.1	Analyse Fahrzeugmodell	57
4.2	Analyse Reifenmodell	62
4.3	Analyse Beobachterstrategie	64
4.4	Analyse Reibwertadaption	67
4.5	Vergleich mit firmeninterner Lösung	69
4.6	Experimentelle Verifikation	73
4.7	Generelles Fazit	74
5	Zusammenfassung und Ausblick	76
A	Nomenklatur	78
B	Simulationsumgebung und Testfahrzeug	84
B.1	Simulationsumgebung	84
B.2	Testfahrzeug	91
	Abbildungsverzeichnis	97
	Tabellenverzeichnis	100
	Literaturverzeichnis	101

Kapitel 1

Einleitung

1.1 Grundlegende Motivation

Durch die in den letzten 20 Jahren stark gewachsene und immer noch steigende Anzahl von elektronischen Komponenten in der Fahrzeugtechnik konnten neben den Bereichen Umweltschutz und Komfort vor allem auch bezüglich Sicherheit und den damit verbundenen Fahrsicherheitssystemen enorme Fortschritte erlangt werden. Generell unterscheidet man hierbei zwischen

- *passiven Fahrsicherheitssystemen*: zur Reduktion der Verletzungsgefahr bei einem Unfall bzw.
- *aktiven Fahrsicherheitssystemen*: zur Unfallvermeidung durch aktives Eingreifen ins Fahrgeschehen.

Im Falle aktiver Fahrsicherheitssysteme handelt es sich generell um Regelsysteme, welche aufbauend auf den Fahrzeugzuständen arbeiten und somit im Entwurfsprozess automatisch das Problem der Verfügbarkeit dieser in den Vordergrund gerückt wird. Vor allem im Bereich der Serienproduktion können teilweise Zustandsgrößen aufgrund von kostenintensiver Sensorik nicht als Messgrößen zur Verfügung gestellt werden. Aus diesem Grund spielt das Beobachterprinzip im Bereich der Fahrsicherheitssysteme eine entscheidende Rolle. Durch die Fusion der verfügbaren Messgrößen mit einer geeigneten Modellierung der Systemdynamik soll mittels darauf aufbauendem Beobachterentwurf die unbekannt Zustandsgröße möglichst genau

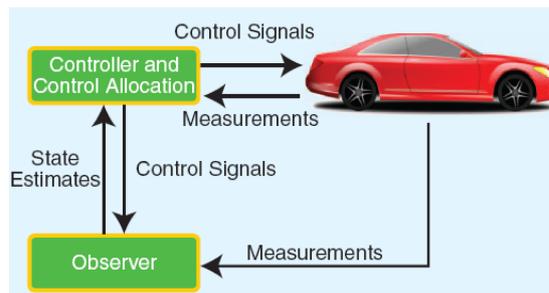


Abbildung 1.1: Prinzip eines aktiven Fahrsicherheitsystems [ImS09]

nachgebildet werden. Abbildung 1.1 zeigt das Zusammenspiel zwischen Regelsystem und Beobachter bei einem Fahrsicherheitsystem nach [ImS09].

Über eine plakative Beschreibung des bekanntesten Vertreters der aktiven Fahrsicherheitsysteme - Elektronisches Stabilitätsprogramm (ESP) bzw. Electronic Stability Control (ESC) - kann zum Einen die Motivation abgeschlossen und zum Anderen die für die Beschreibung des Fahrverhaltens grundlegende Zustandsgröße eingeführt werden. Die prinzipielle Funktionsweise des ESP wird in Abbildung 1.2 veranschaulicht. Hierbei wird über eine entsprechende Regelung der Reifen und somit der Bewegung des Fahrzeugs versucht den so genannten Schwimmwinkel in Bereichen zu halten, in welchen eine Fahrzeugbeherrschbarkeit gewährleistet wird. Neben diesem Haupteinsatzgebiet eröffnet die Verfügbarkeit dieser charakteristischen Zustandsgröße neue Ansätze und Methoden im Bereich der Fahrsicherheitsysteme, vergleiche [ImS09].

1.2 Schwimmwinkel: Definition und Bedeutung

Durch die Vorgabe eines Lenkwinkels wird über den Aufbau von Seitenführungskräften an den Rädern und dem daraus resultierenden Giermoment die Fahrzeugführung ermöglicht. Gleichzeitig stellt sich in Richtung des Kurvenmittelpunkts eine Querschleunigung und in weiterer Folge eine Quergeschwindigkeit ein. Durch diesen Geschwindigkeitsanteil in Querrichtung verschieben sich die Orientierung des Fahrzeugs und die aus der Längs- bzw. Querkomponente resultierende Geschwindigkeit gegeneinander. Dieser in Abbildung 1.3 mit β gekennzeichnete Winkel stellt den so genannten Schwimmwinkel dar.



Abbildung 1.2: Funktionsweise ESP [Van00]

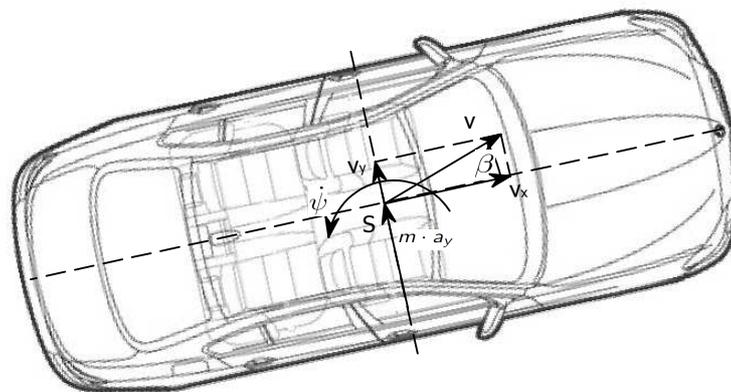
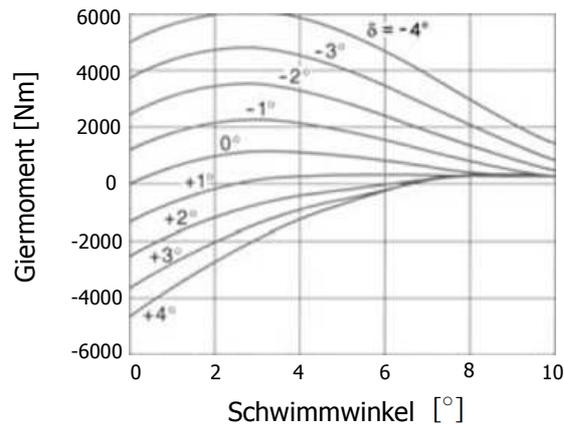


Abbildung 1.3: Definition Schwimmwinkel β [BMW11]

Abbildung 1.4: Bedeutung Schwimmwinkel β [Van00]

Formuliert man die Bedeutung des Schwimmwinkels β in Worten, so lässt Abbildung 1.4 erkennen, dass das gerade erwähnte Giermoment neben dem Lenkwinkel δ auch erheblich durch den Schwimmwinkel beeinflusst wird, vergleiche [Van00]. Vereinfacht ausgedrückt, stellt der Schwimmwinkel ein direktes Maß für die Lenkfähigkeit und somit für die durch aktive Fahr-sicherheitssysteme zu gewährleistende Fahrzeugbeherrschbarkeit dar. Zusammenfassend gilt dieser daher als grundlegende Zustandsgröße im Bereich der Analyse des Fahrverhaltens.

Laut dem aktuellen Stand der Technik arbeitet die Sensorik zur Bestimmung des Schwimmwinkels nach einem kontaktlosen optischen Verfahren mittels Korrelationsprinzip, siehe CORREVIT[©] Sensor [COR03]. Die hohen Kosten dieses Sensorsystems unterstreichen somit einmal mehr die oben angestellten Überlegungen hinsichtlich der Notwendigkeit eines Beobachtereinsatzes.

1.3 Gliederung und Aufbau

Den Abschluss dieses einleitenden Kapitels bildet die exakte Formulierung der im Verlauf der vorliegenden Arbeit umgesetzten Aufgabenstellung. In Kapitel 2 wird die Modellbildung beschrieben und aufbauend auf diesen Ergebnissen im dritten Kapitel der Entwurf der jeweiligen Beobachter durchgeführt. Kapitel 4 veranschaulicht schließlich die Anwendung und Verifikation der eingeführten Beobachterstrategien mit Hilfe von Simulationsergebnissen und experi-

mentell aufgenommenen Testdaten. Abschließend werden im fünften Kapitel eine Zusammenfassung, ein generelles Fazit sowie ein Ausblick auf weiterführende Tätigkeiten angeführt.

1.4 Aufgabenstellung

Aufgrund des hohen Stellenwerts des Schwimmwinkels innerhalb der Fahrzeugtechnik und der Tatsache, dass eine direkte Messung kostentechnisch zum jetzigen Zeitpunkt nicht vertretbar ist, beschäftigt sich diese Arbeit mit der Beobachtung dieser fahrdynamischen Kenngröße.

Bei der bestehenden Lösung zur Schätzung des oben beschriebenen Schwimmwinkels β handelt es sich um einen über die Jahre iterativ mitgewachsenen Entwurf, dessen Nachteile sich mit

- schwieriger Parametrisierung in Kombination mit hoher Einarbeitungszeit und
- ausschließlich indirekter Berücksichtigung des Straßenreibwerts

zusammenfassen lassen. Aufgrund dieser Tatsache setzt sich die vorliegende Arbeit den Entwurf eines “intuitiven“ und “schlanken“ Beobachters zum Ziel. Im Detail lassen sich

- Aufwands-/Nutzenabschätzung in den Bereichen Modellbildung und Beobachterentwurf im Sinne einer übersichtlichen Lösung,
- Abdeckung eines größtmöglichen Fahrdynamik- bzw. Straßenreibwertbereichs,
- Verifikation der entworfenen Beobachter sowohl im Simulationsprogramm DYNA4[©] als auch experimentell durch die Verwendung eines Testfahrzeugs und
- Vergleich zur bestehenden Lösung

als grundlegende Punkte des Pflichtenhefts anführen. Aus messtechnischer Sicht stehen dabei der bekannte ESP Sensordatensatz sowie die Fahrzeuggeschwindigkeit in Längsrichtung zur Verfügung.

Kapitel 2

Modellbildung

Die Grundlage für den im Zuge dieser Arbeit durchzuführenden Beobachterentwurf bildet klassischerweise die Modellbildung, welche sich im Bereich der Fahrzeugtechnik, wie in Abbildung 2.1 schematisch dargestellt, in ein Fahrzeug- bzw. Reifenmodell unterteilen lässt. Um den Forderungen eines "intuitiven" und "schlanken" Vorgehens beim Entwurf des Beobachters gerecht zu werden, wird sowohl beim Fahrzeug- als auch beim Reifenmodell beginnend bei der einfachsten Art und Weise der Modellierung sukzessive und in geeignetem Ausmaß die Komplexität gesteigert. Abschließend zu diesem Kapitel wird eine Übersicht der in weiterer Folge verwendeten Gesamtmodelle - Kombinationen aus den vorgestellten Fahrzeug- und Reifenmodellen - gegeben. Zum besseren Verständnis sind in Anhang A die wichtigsten Bezeichnungen, Kenngrößen und Konventionen im Bereich der Fahrzeugtechnik noch einmal zusammengefasst.

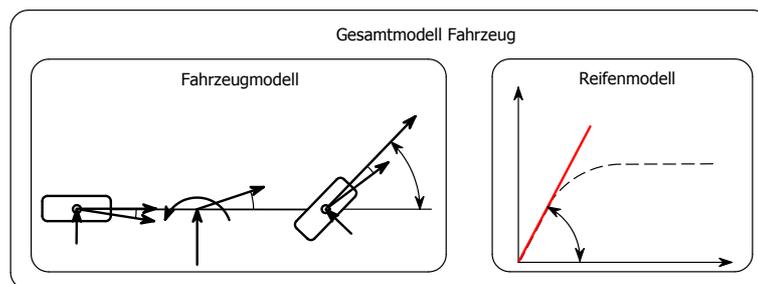


Abbildung 2.1: Gesamtmodell eines Fahrzeugs als Kombination aus Fahrzeug- und Reifenmodell

2.1 Fahrzeugmodell

Den Ausgangspunkt für die Herleitung eines Fahrzeugmodells bildet der prinzipielle und stark vereinfachte Aufbau eines Fahrzeugs, welcher sich - wie in Abbildung A.2 schematisch dargestellt - auf die Beschreibung der wesentlichsten Fahrzeugkomponenten beschränkt. Basierend auf dieser vereinfachten Beschreibung können über die Anwendung der grundlegenden Newtonschen Gesetze bzw. dem Aufstellen von Kräfte- bzw. Momentengleichgewichte die kinematischen Bewegungsgleichungen des Fahrzeugs beschrieben und somit Differentialgleichungen der zu modellierenden querdynamischen Zustandsgrößen aufgestellt werden.

2.1.1 Lineares Einspurmodell (Fahrzeug)

Das so genannte Einspurmodell stellt das in der Literatur am häufigsten verwendete Fahrzeugmodell zur Beschreibung der Querdynamik dar und geht auf die Ausführungen von Riekert und Schunck (1940) zurück, siehe [Rie40]. Hierbei wird durch eine Reihe vereinfachender Annahmen eine Reduktion der Freiheitsgrade, jedoch unter Beibehaltung der wesentlichen querdynamischen Charakteristik, durchgeführt. Nach [Hei08], [Sch10], [Wal02] lässt sich das Einspurmodell wie folgt beschreiben. Als entscheidender Modellierungsschritt wird der Schwerpunkt des Fahrzeugs gedanklich auf Fahrbahnhöhe gelegt. Durch diese Annahme ergibt sich die Tatsache, dass in Kurvenfahrten keine unterschiedliche Verteilung der Radlasten - kein Wanken - auftritt und somit die Achsen jeweils auf ein gemeinsames Rad zusammengeführt werden können. Diese Betrachtungen führen zur Reduktion in der Anzahl der Spuren und bilden somit die Grundlage der Namensgebung des Modells. Weiters können so neben den bereits erwähnten Wank- auch Hub- und Nickbewegungen vernachlässigt werden. In Abbildung 2.2 sind die geometrischen und querdynamischen Zusammenhänge des Einspurmodells abgebildet. Unter Verwendung des Impuls- bzw. Drallsatzes ergeben sich das querdynamische Kräfte- bzw. Momentengleichgewicht nach

$$m \cdot a_y = \sum F_y, \quad (2.1)$$

$$J_z \cdot \ddot{\psi} = \sum M. \quad (2.2)$$

Unter Berücksichtigung der in Anhang A eingeführten Absolutbeschleunigung

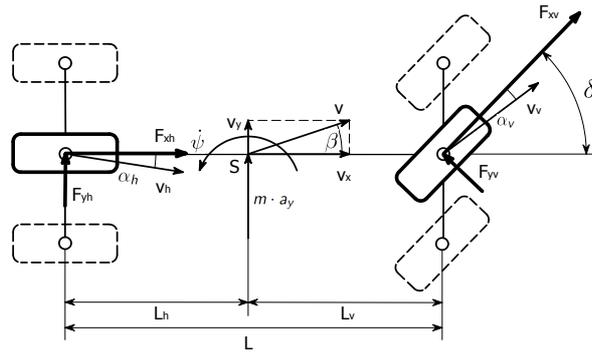


Abbildung 2.2: Lineares Einspurmodell (Fahrzeug)

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{d\mathbf{v}^{cog}}{dt} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v} = \begin{bmatrix} \dot{v}_x \\ \dot{v}_y \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{v}_x - v_y \cdot \dot{\psi} \\ \dot{v}_y + v_x \cdot \dot{\psi} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

folgen schließlich die Differentialgleichungen zur Beschreibung der querdynamischen Zusammenhänge mit

$$\dot{v}_y = \frac{1}{m} \cdot \sum F_y - v_x \cdot \dot{\psi} = \frac{1}{m} \cdot \left(F_{yv} \cdot \cos(\delta) + F_{xv} \cdot \sin(\delta) + F_{yh} \right) - v_x \cdot \dot{\psi}, \quad (2.4a)$$

$$\ddot{\psi} = \frac{1}{J_z} \cdot \sum M = \frac{1}{J_z} \cdot \left(L_v \cdot F_{yv} \cdot \cos(\delta) + L_v \cdot F_{xv} \cdot \sin(\delta) - L_h \cdot F_{yh} \right). \quad (2.4b)$$

Um nun ein lineares Differentialgleichungssystem zu erhalten, wird nach [Web04] durch

- Linearisierung der Winkelfunktionen $\cos(\delta) = 1$ und $\sin(\delta) = \delta$ bzw.
- Vernachlässigung der Reifenlängskräfte aufgrund der Annahme kleiner Lenkwinkel

eine Linearisierung von Gleichung (2.4) durchgeführt. Mit Zusammenhang (A.4) folgt schließlich das lineare Einspurmodell für die Querdynamik mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x} = (\beta \ \dot{\psi})^T$

$$\dot{\beta} = \frac{1}{m \cdot v_x} \cdot (F_{yv} + F_{yh}) - \dot{\psi}, \quad (2.5a)$$

$$\ddot{\psi} = \frac{1}{J_z} \cdot (L_v \cdot F_{yv} - L_h \cdot F_{yh}). \quad (2.5b)$$

2.1.2 Reduziertes, nichtlineares Zweispurmodell

Um im Vergleich zum soeben abgeleiteten linearen Einspurmodell einen Zugewinn im Bereich der Abbildung der Realität zu erzielen, bedient man sich des in [Kie05] vorgeschlagenen reduzierten, nichtlinearen Zweispurmodells, siehe Abbildung 2.3.

Hierbei können folgende Unterschiede zum diskutierten Einspurmodell herausgearbeitet werden:

- Anzahl der Spuren: Trotz der Tatsache, dass im vorliegenden Modell ebenso eine Vernachlässigung der z-Komponente stattfindet, erscheint durch die zusätzliche Messung der Reifenlängskräfte F_{xij} der Ansatz eines Zweispurmodell als sinnvolles Verbesserungspotenzial. Es sei angemerkt, dass sich in Elektrofahrzeugen diese Kräfte in Längsrichtung mit Hilfe des bekannten Schaftmoments berechnen und somit zur Modellierung nutzen lassen.
- Keine Linearisierung der Winkelfunktionen.
- Keine Annahmen bezüglich des Wertebereichs des Lenkwinkels δ und der damit verbundenen Vernachlässigung von Termen.
- Modellierung des Luftwiderstandes F_{Wx} .

Die wichtigsten Schritte der in [Kie05] und [Bre11] detailliert beschriebenen Modellbildung lassen sich wie folgt zusammenfassen. Als Modifikation hierzu nimmt man vereinfacht an, dass die Radlast exakt in Latschmitte angreift. Weiters wird der Zustandsvektor in Hinblick auf den Beobachterentwurf an unsere Bedürfnisse angepasst.

Den Ausgangspunkt der Modellbildung stellt der Impulssatz für die x- bzw. y-Komponente dar, siehe Gleichung (2.6). Hierbei beschreibt die Matrix $T_{cog,0}$ die Transformation vom fahrfestesten ins fahrbahnfesteste Koordinatensystem, wobei diese durch eine einfache Rotationsmatrix mit dem Winkel ψ ausgedrückt werden kann. Durch F_{Wx} wird der Einfluss durch den

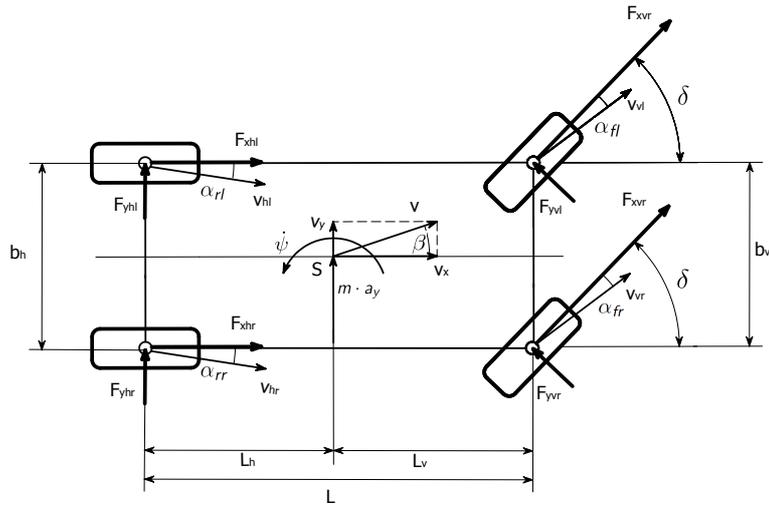


Abbildung 2.3: Reduziertes, nichtlineares Zweispurmodell

Luftwiderstand in der Modellbildung berücksichtigt. Die Schreibweise F^{cog} kennzeichnet die jeweilige Kraft mit K_{cog} als Bezugskordinatensystem.

$$m \cdot \begin{bmatrix} \ddot{x}_0 \\ \ddot{y}_0 \end{bmatrix} = T_{cog,0} \cdot \begin{bmatrix} F_{xvl}^{cog} + F_{xvr}^{cog} + F_{xhl}^{cog} + F_{xhr}^{cog} + F_{Wx}^{cog} \\ F_{yvl}^{cog} + F_{yvr}^{cog} + F_{yhl}^{cog} + F_{yhr}^{cog} \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Im nächsten Schritt wird nun die linke Seite von Gleichung (2.6) mit Hilfe fahrzeugtechnischer Zustandsgrößen durch

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_0 \\ \dot{y}_0 \end{bmatrix} = v \cdot \begin{bmatrix} \cos(\beta + \psi) \\ \sin(\beta + \psi) \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

und schließlich nach zeitlicher Differentiation mit

$$\begin{bmatrix} \ddot{x}_0 \\ \ddot{y}_0 \end{bmatrix} = v \cdot (\dot{\beta} + \dot{\psi}) \cdot \begin{bmatrix} -\sin(\beta + \psi) \\ \cos(\beta + \psi) \end{bmatrix} + \dot{v} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\beta + \psi) \\ \sin(\beta + \psi) \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

ausgedrückt. Nach Einsetzen in Gleichung (2.6) und Anwendung der Inversen von $T_{cog,0}$ bzw. bekannten Additionstheoremen für Winkelfunktionen [Bar07] erhält man

$$\begin{aligned} v \cdot (\dot{\beta} + \dot{\psi}) \cdot \begin{bmatrix} -\sin(\beta) \\ \cos(\beta) \end{bmatrix} + \dot{v} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\beta) \\ \sin(\beta) \end{bmatrix} &= \\ &= \frac{1}{m} \cdot \begin{bmatrix} F_{xvl}^{cog} + F_{xvr}^{cog} + F_{xhl}^{cog} + F_{xhr}^{cog} + F_{Wx}^{cog} \\ F_{yvl}^{cog} + F_{yvr}^{cog} + F_{yhl}^{cog} + F_{yhr}^{cog} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.9)$$

und somit in ausmultiplizierter Form die Differentialgleichungen für Geschwindigkeit bzw. Schwimmwinkel mit

$$\begin{aligned} \dot{v} &= \frac{1}{m \cdot \cos(\beta)} \cdot (F_{xvl}^{cog} + F_{xvr}^{cog} + F_{xhl}^{cog} + F_{xhr}^{cog} + F_{Wx}^{cog}) + \\ &+ v \cdot (\dot{\beta} + \dot{\psi}) \cdot \tan(\beta), \end{aligned} \quad (2.10)$$

$$\dot{\beta} = \frac{1}{m \cdot v \cdot \cos(\beta)} \cdot \left(F_{yvl}^{cog} + F_{yvr}^{cog} + F_{yhl}^{cog} + F_{yhr}^{cog} - m \cdot \dot{v} \cdot \sin(\beta) \right) - \dot{\psi}. \quad (2.11)$$

Um nun die unerwünschten Abhängigkeiten $\dot{v}(\dot{\beta})$ bzw. $\dot{\beta}(\dot{v})$ zu eliminieren, werden Gleichung (2.10) und (2.11) ineinander eingesetzt. Nach entsprechendem Umformen erhält man durch

$$\begin{aligned} \dot{v} &= \frac{\cos(\beta)}{m} \cdot (F_{xvl}^{cog} + F_{xvr}^{cog} + F_{xhl}^{cog} + F_{xhr}^{cog} + F_{Wx}^{cog}) + \\ &+ \frac{\sin(\beta)}{m} \cdot (F_{yvl}^{cog} + F_{yvr}^{cog} + F_{yhl}^{cog} + F_{yhr}^{cog}), \end{aligned} \quad (2.12a)$$

$$\begin{aligned} \dot{\beta} &= \frac{\cos(\beta)}{m \cdot v} \cdot (F_{yvl}^{cog} + F_{yvr}^{cog} + F_{yhl}^{cog} + F_{yhr}^{cog}) - \\ &- \frac{\sin(\beta)}{m \cdot v} \cdot (F_{xvl}^{cog} + F_{xvr}^{cog} + F_{xhl}^{cog} + F_{xhr}^{cog} + F_{Wx}^{cog}) - \dot{\psi} \end{aligned} \quad (2.12b)$$

schließlich ein Differentialgleichungssystem mit $\mathbf{x} = (v \ \beta)^T$ als Zustandsgrößen.

Wie schon in der Modellbildung des vorherigen Abschnitts kann auch in diesem Fall eine Differentialgleichung der Gierrate für die zusätzliche Beschreibung der Querdynamik des Fahrzeugs angegeben werden. Als Erweiterung zum bereits betrachteten Einspurmodell ergeben sich aufgrund der nicht verschwindenden Fahrzeugbreite zusätzliche Beiträge bei der Bildung des Momentengleichgewichts. Hierbei stellen die halben Fahrzeugbreiten $\frac{b_v}{2}$ und $\frac{b_h}{2}$ jeweils die Hebel dar. Aus diesen Überlegungen und dem Drallsatz ergibt sich

$$\begin{aligned} \ddot{\psi} = \frac{1}{J_z} \cdot & \left((F_{yvr}^{cog} + F_{yvl}^{cog}) \cdot L_v - (F_{yhr}^{cog} + F_{yhl}^{cog}) \cdot L_h + \right. \\ & \left. + (F_{xhr}^{cog} + F_{xhl}^{cog}) \cdot \frac{b_h}{2} + (F_{xvr}^{cog} - F_{xvl}^{cog}) \cdot \frac{b_v}{2} \right). \end{aligned} \quad (2.13)$$

Es sei angemerkt, dass sich aufgrund der in Anhang A angestellten Betrachtungen zu v_x und der Tatsache, dass die Längsgeschwindigkeit aus [Bre11] als gegeben angenommen werden kann, eine Reduktion des Zustandsvektors von $\mathbf{x} = (v \ \beta \ \dot{\psi})^T$ auf $\mathbf{x} = (\beta \ \dot{\psi})^T$ als sinnvoll erweist.

Als abschließender Modellierungsschritt werden die in den vorherigen Gleichungen verwendeten fahrzeugfesten Kräfte F_x^{cog} bzw. F_y^{cog} noch mit den messbaren bzw. zu modellierenden reifenfesten Kräften F_x bzw. F_y ausgedrückt, d.h.

$$F_{xvi}^{cog} = F_{xvi} \cdot \cos(\delta) - F_{yvi} \cdot \sin(\delta), \quad (2.14a)$$

$$F_{yvi}^{cog} = F_{yvi} \cdot \cos(\delta) + F_{xvi} \cdot \sin(\delta), \quad (2.14b)$$

$$F_{xhi}^{cog} = F_{xhi}, \quad (2.14c)$$

$$F_{yhi}^{cog} = F_{yhi}. \quad (2.14d)$$

2.2 Reifenmodell

Für die querdynamische Untersuchung des Fahrverhaltens spielt vor allem die Modellierung der Seitenführungskraft F_y eine wesentliche Rolle. Durch den bereits in Anhang A eingeführten Schräglaufwinkel α - äquivalent zu Querschlupf - kommt es laut [Hei08] zu einer Ver-

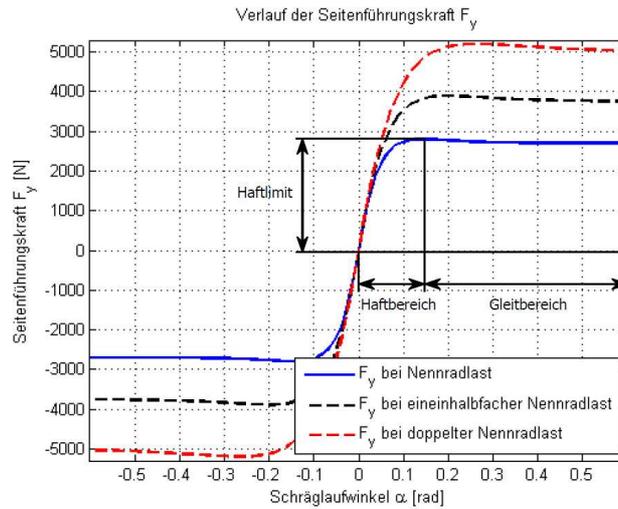


Abbildung 2.4: Kennfeld der Seitenführungskraft für verschiedene Radlasten; Definition von Haft- bzw. Gleitbereich und Haftlimit

spannung der so genannten Profilstollen des Reifens und im Zuge der daraus resultierenden Schubspannung zu einem Aufbau der Seitenführungskraft. Neben der Abhängigkeit der Seitenführungskraft vom Schräglaufwinkel wird diese weiters von Parametern wie Reifenkenndaten, Straßenreibungswert und Radlast bestimmt. Letzteres besitzt laut Literatur den größten Einfluss und dient somit als Parameter zur Erstellung einer Schar typischer Verläufe der betrachteten Seitenführungskraft, siehe Abbildung 2.4. Der betrachtete Radlastbereich von einfacher bis doppelter Nennradlast deckt dabei die praxisrelevanten Betriebszustände weitgehend ab. Hierbei lässt sich bis zu einem betragsmäßigen Schräglaufwinkel von kleiner 3° ein linearer Zusammenhang zwischen Seitenführungskraft und Schräglaufwinkel erkennen. Bis zum so genannten Haftlimit gelingt es dem Reifen, die aufgebaute Schubspannung auf die Straße umzusetzen, darüber hinaus kommt es im Gleitbereich zu einer kontinuierlichen Zunahme des Gleitanteils am Querschlupf und somit zum erkennbaren degressiven Verhalten im Verlauf der Kennlinie. Sobald sich ein konstanter Wert für die Seitenführungskraft eingestellt hat, kann von reinem Gleiten gesprochen werden.

Das Ziel des Reifenmodells ist es nun die soeben beschriebene Charakteristik der Seitenführungskraft möglichst genau nachzubilden.

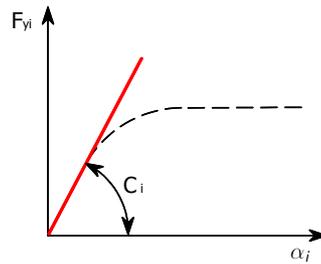


Abbildung 2.5: Lineare Reifenkennlinie

2.2.1 Lineares Reifenmodell

Um einen ersten Einblick in die Modellierung der Kennlinie der Seitenführungskraft zu erhalten, bedient man sich im Bereich der Fahrzeugtechnik häufig des linearen Reifenmodells. Hierbei wird, wie in Abbildung 2.5 dargestellt, eine erste Näherung durch Linearisierung erreicht. Den entscheidenden Entwurfparameter stellt dabei die reifenspezifische Schräglaufsteifigkeit C_i dar, wobei Index $i = v, h$.

Formeltechnisch lässt sich der lineare Zusammenhang mit

$$F_{yv} = C_v \cdot \alpha_v, \quad (2.15a)$$

$$F_{yh} = C_h \cdot \alpha_h \quad (2.15b)$$

angeben. Die Schräglaufwinkel lassen sich mit Hilfe von Abbildung 2.6 und dem Zusammenhang für den darin vorkommenden Hilfswinkel ξ

$$\tan(\xi) = \frac{\dot{\psi} \cdot L_v + \sin(\beta) \cdot v}{\cos(\beta) \cdot v} \quad (2.16)$$

unter der Annahme kleiner Winkel und der Vereinfachung (A.2) mit

$$\alpha_v = \delta - \beta - \frac{L_v \cdot \dot{\psi}}{v_x}, \quad (2.17a)$$

$$\alpha_h = -\beta + \frac{L_h \cdot \dot{\psi}}{v_x} \quad (2.17b)$$

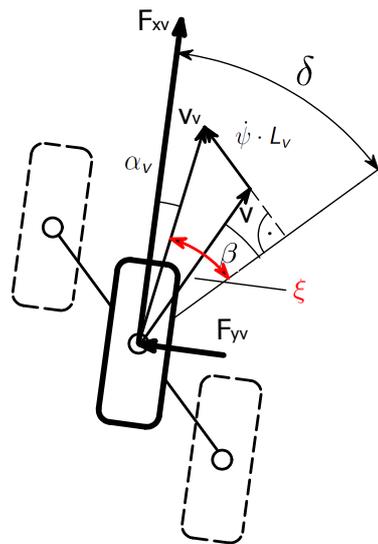


Abbildung 2.6: Schräglaufwinkel Herleitung [Pru01]

formulieren. Für die Herleitung des hinteren Schräglaufwinkels gelten analoge Überlegungen. Das nach Überschreitung des Haftlimits eintretende degressive Verhalten wird durch die geradlinige Herangehensweise des linearen Reifenmodells nicht berücksichtigt. Somit lässt sich aus Abbildung 2.5 erkennen, dass sich der Gültigkeitsbereich des Reifenmodells auf den linearen Fahrdynamikbereich beschränkt, welcher wie in Anhang A angegeben für $|a_y| \leq 4 \frac{m}{s^2}$ bzw. dazu äquivalent $\alpha < 3^\circ$ gilt, vergleiche [Hei08].

Aus systemtechnischer Sicht bringt die Verwendung dieses linearen Reifenmodells in Verbindung mit einem linearen Fahrzeugmodell vor allem den Vorteil der linearen Systembeschreibung. In diesem Fall kann ein Zustandsraummodell formuliert und somit lineare Werkzeuge zur Systemanalyse verwendet werden.

2.2.2 Lineares Reifenmodell mit Adaption der Schräglaufsteifigkeiten

Anhand der Betrachtungen in diesem Abschnitt soll zum Einen die naheliegende Problematik des vorgestellten Reifenmodells und zum Anderen eine theoretische, weniger praxisrelevante, Herangehensweise zur Ausdehnung des Gültigkeitsbereichs des linearen Reifenmodells aufgezeigt werden. Dies soll in weiterer Folge die Grundlage für den Übergang auf ein nichtlineares Reifenmodell bilden.

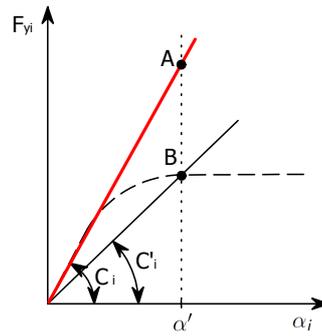


Abbildung 2.7: Reifenkennlinie mit Adaption der Schräglaufsteifigkeit

Betrachtet man Abbildung 2.5 für einen Schräglaufwinkel im nichtlinearen Bereich und erweitert diese um eine variable Schräglaufsteifigkeit C'_i , so erhält man Abbildung 2.7.

Hierbei wird für den gewählten Schräglaufwinkel α'_i - vergleiche Punkt A und B - die Problematik einer konstanten Schräglaufsteifigkeit C_i deutlich. Im Gegensatz dazu kann durch die Verwendung einer variablen, in jedem Arbeitspunkt aus Messwerten bestimmten Schräglaufsteifigkeit C'_i auch im nichtlinearen Bereich eine ausreichend gute Modellierung der Seitenführungskraft ermöglicht werden. Mathematisch betrachtet, kann unter Berücksichtigung der Differentialgleichung für ψ , des Kräftegleichgewichts in y-Richtung (2.1) und den folgenden einfachen mathematischen Umformungen

$$\begin{aligned} \ddot{\psi} &= \frac{1}{J_z} \cdot (L_v \cdot F_{yv} - L_h \cdot F_{yh}) , \\ m \cdot a_y &= \sum F_y = F_{yv} + F_{yh} \quad \rightarrow \quad F_{yh} = -F_{yv} + m \cdot a_y , \\ \ddot{\psi} &= \frac{1}{J_z} \cdot \left(L_v \cdot F_{yv} - L_h \cdot (-F_{yv} + m \cdot a_y) \right) , \\ F_{yv} &= \frac{\ddot{\psi} \cdot J_z + L_h \cdot m \cdot a_y}{L_v + L_h} \end{aligned} \tag{2.18}$$

die Seitenführungskraft F_{yi} berechnet und somit mit Hilfe von

$$C'_i = \frac{|F_{yi}|}{|\alpha_i|} \tag{2.19}$$

eine Adaption der Schräglaufsteifigkeit in jedem Arbeitspunkt durchgeführt werden. Die Vorgehensweise für die hintere Seitenführungskraft F_{yh} gestaltet sich analog.

Trotz der Tatsache, dass die soeben vorgestellte Adaption der Schräglaufsteifigkeit in der Literatur angeführt wird [Pru01] und durchaus auch in praktischen Realisierungen Anwendung findet, muss die Praxisrelevanz grundlegend in Frage gestellt werden. Die Hauptgründe hierfür lassen sich wie folgt formulieren:

- *Direkte Abhängigkeit von der Genauigkeit des Beschleunigungssensors:* Wie oben ausgeführt, errechnet sich die Schräglaufsteifigkeit C'_i aus der Seitenführungskraft F_{yi} und diese wiederum als Funktion der gemessenen Querschleunigung a_y . Das heißt, dass die beschränkte Messgenauigkeit des in der Produktion von Serienfahrzeugen verbauten Beschleunigungssensors in jedem Adaptionsschritt direkt proportional auf die Modellierung der Seitenführungskraft wirkt.
- *Keine Berücksichtigung in Beobachterentwurf:* Die beschriebene Adaption der Schräglaufsteifigkeit wird nachträglich auf das verwendete Reifenmodell aufgesetzt und spiegelt sich somit im Beobachterentwurf nicht wider.

Die angeführten Nachteile bilden die Grundlage für die Idee einen ganzheitlicheren Ansatz zu verfolgen. Im folgenden Abschnitt wird somit der Übergang auf ein nichtlineares Reifenmodell vollzogen, wobei unter Berücksichtigung der geforderten "schlanken" Lösung wiederum die Intuition des Ansatzes mit der Erweiterung des Gültigkeitsbereiches gleichzusetzen ist.

2.2.3 Einfaches, nichtlineares Reifenmodell

Anders als in den beiden vorangegangenen Abschnitten soll durch die Einführung eines nichtlinearen Reifenmodells die Charakteristik zwischen Seitenführungskraft und Schräglaufwinkel als Ganzes erfasst und abgebildet werden. Dieses grundlegende Ziel wird mit Abbildung 2.8 noch einmal verdeutlicht.

Hinsichtlich der generellen Aufgabenstellung der vorliegenden Arbeit ergeben sich für die Modellierung der Seitenführungskraft und somit für die Wahl eines geeigneten nichtlinearen Reifenmodells folgende wesentliche Forderungen:

- *Komplexität:* In Hinblick auf den Entwurf eines einfachen Beobachters spielt vor allem die Komplexität des gewählten Reifenmodells eine entscheidende Rolle. Hierbei würde

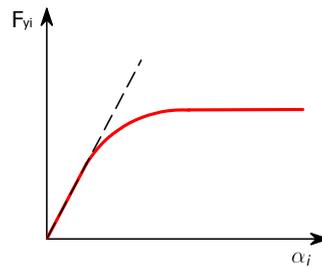


Abbildung 2.8: Nichtlineare Reifenkennlinie

ein unnötig komplexes Reifenmodell den Beobachterentwurf in weiterer Folge erheblich erschweren.

- *Intuition:* Im Gegensatz zu den in der Literatur häufig verwendeten Reifenmodellen - detaillierter Vergleich im Laufe dieses Abschnitts - soll im Sinne der Aufgabenstellung ebenso Rücksicht auf eine einfache Parameterwahl des ausgewählten Reifenmodells genommen werden.

Basierend auf den motivierten Forderungen für die Wahl des Reifenmodells und der zusätzlichen Betrachtung von Abbildung 2.8 kann in intuitiver Art und Weise eine starke Ähnlichkeit zu einer *Arcustangens*-Funktion festgestellt werden. Diese Vermutung wird durch die Motivation eines Reifenmodells mittels *Arcustangens* - kurz *atan* - in mehreren Literaturstellen bestätigt, u.a. [Kön07], [Gao09]. Hierbei wird das folgende mit c_{i1} und c_{i2} parametrisierte nichtlineare Reifenmodell vorgeschlagen

$$F_{yi} = c_{i1} \cdot \text{atan}(c_{i2} \cdot \alpha_i). \quad (2.20)$$

Weiters sei angemerkt, dass die Parameter c_{i1} und c_{i2} durchaus eine physikalische Bedeutung hinsichtlich des zu modellierenden Reifens aufweisen. Betrachtet man Gleichung (2.21) so lässt sich erkennen, dass c_{i1} direkt die mit $\frac{2}{\pi}$ skalierte maximale Seitenführungskraft darstellt und somit eine wesentliche Charakteristik des Reifens beschreibt. Wohingegen c_{i2} durch die multiplikative Wirkung auf α_i einen wesentlichen, wenn auch nicht zahlentechnisch direkt ablesbaren Einfluss auf die Steigung der Kennlinie durch den Ursprung und somit auf die Schräglaufsteifigkeit nimmt. Mathematisch lässt sich diese Erkenntnis mit Gleichung (2.22)

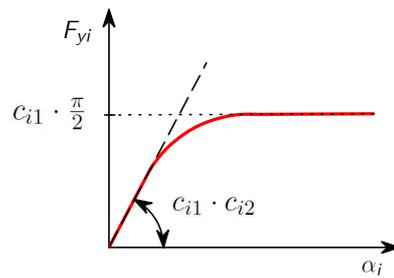


Abbildung 2.9: Nichtlineare Reifenkennlinie mit physikalischer Bedeutung der Parameter c_{i1} und c_{i2}

nachweisen. Zusammenfassend kann festgehalten werden, dass die beiden Parameter ein mehr oder weniger direktes Maß für die wesentlichen Kenndaten - Maximalwert der Seitenführungskraft und Schräglaufsteifigkeit - des zu modellierenden Reifens darstellen. Abbildung 2.9 veranschaulicht die angestellten Betrachtungen grafisch.

$$F_{yi}|_{max} = c_{i1} \cdot \operatorname{atan}(c_{i2} \cdot \alpha_i)|_{max} = c_{i1} \cdot \frac{\pi}{2} \quad (2.21)$$

$$\frac{dF_{yi}}{d\alpha_i} \Big|_{\alpha_i=0} = c_{i1} \cdot \frac{1}{1 + c_{i2}^2 \cdot \alpha_i^2} \cdot c_{i2} \Big|_{\alpha_i=0} = c_{i1} \cdot c_{i2} \quad (2.22)$$

Parametrisierung:

Im Zuge der Parametrisierung des vorgeschlagenen nichtlinearen Reifenmodells kann zwischen zwei prinzipiellen Vorgehensweisen unterschieden werden. Aufgrund der zu treffenden Annahmen bezüglich der Verfügbarkeit der reifenspezifischen Kenndaten lässt sich eine Aufteilung in eine theoretische bzw. praxisrelevante Herangehensweise durchführen:

- *theoretisch:* Aus Kenntnis der beiden reifenspezifischen Kenndaten maximale Radlast und Schräglaufsteifigkeit lässt sich aus Gleichung (2.21) und (2.22) eine vollständige Parametrisierung des nichtlinearen Reifenmodells durchführen. Nachteilig an dieser Vorgehensweise erweist sich in Bezug auf die als bekannt vorausgesetzten Kenndaten der hohe Grad an Erfahrung bzw. die Abhängigkeit von der Genauigkeit der Herstellerangaben.

- *praxisrelevant*: Im Gegensatz dazu werden bei der praxisrelevanten Vorgehensweise keinerlei Kenntnisse über reifenspezifische Kenndaten vorausgesetzt. Basierend auf einer Referenzfahrt mit vollständiger Sensorik wird die Parametrisierung im Zuge einer klassischen Optimierungsaufgabe gelöst. Die einzelnen Schritte werden im Verlauf dieses Abschnittes genauer betrachtet.

Für die vollständige Beschreibung des in Gleichung (2.20) angeführten Zusammenhangs lässt sich die zu lösende Parameterschätzung allgemein als Optimierungsaufgabe folgendermaßen formulieren

$$\min_{(c_{i1}, c_{i2})} \|c_{i1} \cdot \operatorname{atan}(c_{i2} \cdot \alpha_i) - F_{yi, mess}\|_2^2. \quad (2.23)$$

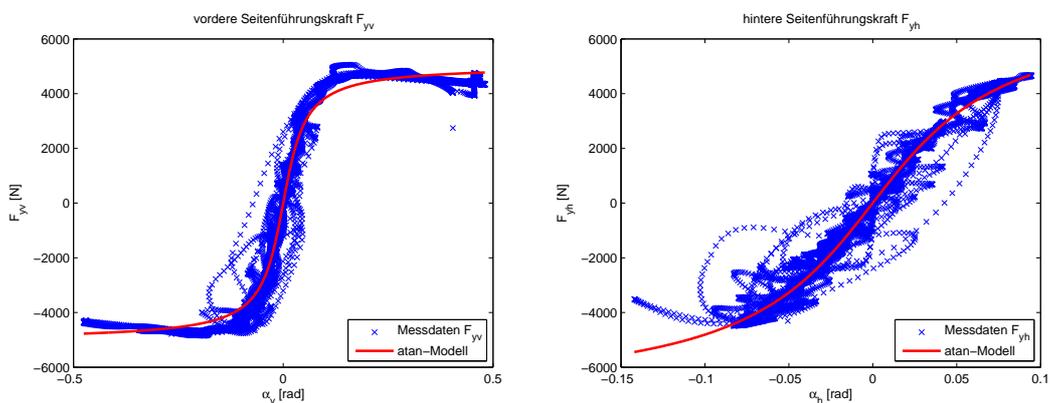
Anders ausgedrückt soll der Parametervektor $\mathbf{p} = (c_{i1} \quad c_{i2})^T$ so bestimmt werden, dass die Summe der Fehlerquadrate ein Minimum erreicht. Hierbei stützt sich die Bestimmung der Seitenführungskraft $F_{yi, mess}$ siehe Gleichung (2.18) bzw. des Schräglaufwinkels α_i siehe Gleichung (2.17) auf eine Ausmessung des Reifens anhand eines Prüfstandes bzw. einer Referenzfahrt. In beiden Fällen werden zum Einen optimale, rauschfreie Bedingungen und zum Anderen die Verfügbarkeit der Sensoren zur Bestimmung aller notwendigen Größen aus Gleichung (2.17) und (2.18) vorausgesetzt. Ebenso spielt die richtige Wahl des Referenzmanövers eine entscheidende Rolle für die Modelliergenauigkeit. Logischerweise muss dieses den gesamten nichtlinearen Bereich abdecken, damit die interessanten Sättigungsbereiche der querdynamischen Reifencharakteristik mit entsprechender Genauigkeit abgebildet werden.

Unter Verwendung der Optimization Toolbox von Matlab[©] [Mat10] lässt sich die Bestimmung des Parametervektors $\mathbf{p} = (c_{i1} \quad c_{i2})^T$ automatisiert durchführen. Angewendet auf ein standardmäßiges Fahrmanöver im nichtlinearen Fahrdynamikbereich - siehe Anhang B Fahrmanöver 1b - ergibt sich für die Parametrisierung Tabelle 2.1 und somit der in Abbildung 2.10 dargestellte Zusammenhang.

Wobei ein Vergleich der Eckdaten der Reifenkennlinie, siehe Tabelle 2.2 zeigt, dass das Modell eine zufriedenstellende Abbildung der Realität widerspiegelt. Aus Abbildung 2.10 lässt sich weiters erkennen, dass auch die maximale Radlast mit ansprechender Genauigkeit approximiert werden kann.

	$i = v$	$i = h$
c_{i1}	3204.7	4602.5
c_{i2}	25.5	17.2

Tabelle 2.1: Nichtlineares Reifenmodell Parametrisierung



(a) Vordere Seitenführungskraft, gemessen und modelliert (b) Hintere Seitenführungskraft, gemessen und modelliert

Abbildung 2.10: Ergebnis der Parametrisierung des nichtlinearen Reifenmodells

	berechnet	DYNA4
C_v	$81702 \frac{N}{rad}$	$72000 \frac{N}{rad}$
C_h	$79154 \frac{N}{rad}$	$72000 \frac{N}{rad}$

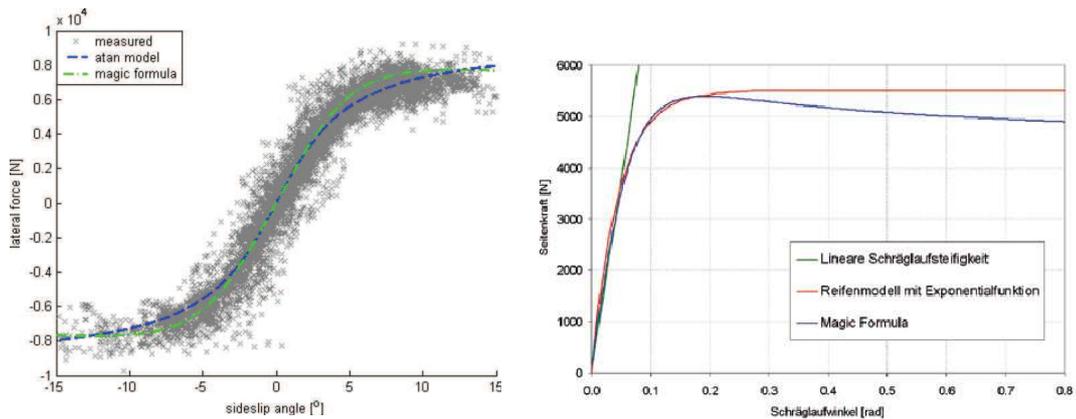
Tabelle 2.2: Vergleich der Schräglaufsteifigkeiten des nichtlinearen Reifenmodells, berechnet (Ist) und DYNA4[©] (Soll)

Beachtlich ist, dass trotz Abweichungen der Schräglaufsteifigkeiten von ca. 14% bzw. der Seitenführungskraft bis zu ca. 1000N - Abbildung 2.10 (a) $\alpha_v = 0.1$ bis 0.2 rad - eine zufriedenstellende Modellierungsgenauigkeit, welche in den nachfolgenden Kapiteln gezeigt wird, erreicht und somit auf ein robustes - im Sinne von "gutmütig" - Reifenmodell geschlossen werden kann.

Abschließend zu den Bemerkungen rund um die Wahl eines nichtlinearen Reifenmodells soll noch einmal kurz aufgezeigt werden, warum die Verwendung dieses naheliegenden Ansatzes für unsere Zwecke ausreicht und man somit das in der Literatur sonst so häufig verwendete Reifenmodell nach Pacejka (2.24), [Bak89], mit dem Parametervektor $\mathbf{p} = (B \ C \ D \ E)^T$ außer Acht lässt.

$$F_{yi}(\alpha_i) = D \cdot \sin \left[C \cdot \operatorname{atan} \left(B \cdot \alpha_i - E \cdot \left(B \cdot \alpha_i - \operatorname{atan}(B \cdot \alpha_i) \right) \right) \right] \quad (2.24)$$

- *Fehlender physikalische Zusammenhang:* Trotz der Tatsache, dass die Struktur der Gleichung nach Pacejka kein zugrundeliegendes physikalisches Modell besitzt, deckt es im Bereich der Fahrzeugtechnik einen äußerst großen Einsatzbereich ab und gilt in der Literatur somit als Standardreifenmodell. Der fehlende physikalische Zusammenhang wird auch durch das häufig verwendete und vor allem selbstsprechende Synonym "Magic Formula" unterstrichen. Wie gleichermaßen in [Har01] und [Ham05] erkennbar wird, werden die Parameter in Gleichung (2.24) zusätzlich mit einer Schar von weiteren Parametern ausgedrückt. Diese werden in weiterer Folge mit Hilfe von Optimierungsverfahren ebenso aus Reifenmessungen bestimmt.
- *Genauigkeit:* Das vorgeschlagene *atan*-Reifenmodell liefert wie in [Gao09] - Vergleich *atan*-Modell mit Pacejka - und [Rei07] - Vergleich lineares Modell, Reifenmodell mit Exponentialfunktion (*atan*-Modell), Pacejka (Magic Formula) - gezeigt und in Abbildung 2.11 dargestellt trotz seiner Einfachheit ähnlich gute Ergebnisse.
- *Einfachheit:* Bedingt durch die Aufgabenstellung einen einfachen Beobachter zu entwickeln, tendiert man klarerweise zum mathematisch einfacheren Reifenmodell, wobei in diesem Fall bezüglich der Genauigkeit keine zu großen Abstriche gemacht werden müssen. Wie bereits erwähnt, würde die Wahl eines komplizierteren Reifenmodells natürlich auch den anschließenden Beobachterentwurf erschweren.



(a) Vergleich: *atan* und Magic Formula [Gao09] (b) Vergleich: linear, *atan* und Magic Formula [Rei07]

Abbildung 2.11: Vergleich von Reifenmodellen

Zusammenfassend kann festgehalten werden, dass beim Reifenmodell nach Pacejka mehr und vor allem für Einsteiger im Gebiet der Reifenmodellierung weniger intuitive Parameter geschätzt werden müssen. Im Gegensatz dazu erhält man mit dem vorgestellten *atan*-Reifenmodell in wesentlich kürzerer Zeit ein ansprechendes Ergebnis, welches laut den angeführten Vergleichen in der Literatur in Punkto Genauigkeit nur minimal schlechtere Ergebnisse - mit Ausnahme des stark nichtlinearen Bereichs - als das Standardreifenmodell nach Pacejka liefert und somit aufgrund einer Aufwands-/Nutzenabschätzung bezogen auf die von uns verfolgten Zwecke den Vortritt gegenüber diesem erhält.

Erweiterung unter Berücksichtigung des Reibwerts:

In den bisherigen Betrachtungen in Bezug auf den Zusammenhang der Seitenführungskraft und des Schräglaufwinkels wurde die Oberflächeneigenschaft des Straßenbelags und somit der Reibwert, welcher als Verhältnis von Längskraft zu Radlast

$$\mu = \frac{F_x}{F_z} \quad (2.25)$$

definiert ist, nicht berücksichtigt und daher implizit mit $\mu = 1$ angenommen. In Hinblick auf eine im Verlauf dieser Arbeit thematisierte Reibwertsadaptation wird an dieser Stelle die Modellierung dieses Straßenparameters in das nichtlineare Reifenmodell aufgenommen.

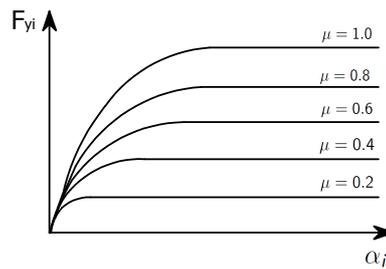


Abbildung 2.12: Nichtlineare Reifenkennlinie als Funktion des Reibwerts μ

Durch den Einfluss des Reibwerts ergibt sich anstatt einer einzigen Kennlinie, siehe Abbildung 2.8, eine Schar von Kennlinien als Funktion des Reibwerts μ , siehe Abbildung 2.12.

Ziel der Modellierung ist es nun, das gefundene nichtlineare Reifenmodell (2.20) geeignet zu erweitern, sodass die durch den Reibwert hervorgerufene Kennlinienschar entsprechend abgebildet werden kann. Basierend auf der Idee aus [Gao09] können nun folgende Beobachtungen bzw. Modellerschritte angestellt werden:

- *Beobachtung 1:* Mit Abnahme von μ nimmt auch der Maximalwert der Seitenführungskraft ab. Aufgrund des proportionalen Zusammenhanges kann der Übergang von Gleichung (2.20) auf (2.26) angestellt werden.
- *Beobachtung 2:* Je kleiner μ wird, desto kleiner ist auch die Zeitkonstante bis der Maximalwert der jeweiligen Kennlinie erreicht wird, d.h. anders ausgedrückt desto größer ist die Krümmung der Kennlinie. Aus diesem Grund muss die Steigung von Gleichung (2.26) abhängig von μ angepasst werden. Eine ähnliche Vorgehensweise wurde schon bei Gleichung (2.20) unter Betrachtung von Gleichung (2.22) durchgeführt und führt nun unter der Berücksichtigung, dass bei dem einzubringenden Parameter $0 < \mu \leq 1$ gilt, schließlich zu Gleichung (2.27).

$$F_{yi} = \mu \cdot c_{i1} \cdot \operatorname{atan}(c_{i2} \cdot \alpha_i) \quad (2.26)$$

$$F_{yi} = \mu \cdot c_{i1} \cdot \operatorname{atan}\left(\frac{c_{i2}}{\mu} \cdot \alpha_i\right) \quad (2.27)$$

2.3 Übersicht der verwendeten Gesamtmodelle

Zum Abschluss der Modellbildung werden nun die im weiteren Verlauf dieser Arbeit verwendeten Gesamtmodelle als Kombination aus den jeweiligen Fahrzeug- und Reifenmodellen angeführt. Eine Übersicht dazu zeigt Abbildung 2.13.

2.3.1 Lineares Einspurmodell

Im Falle des linearen Einspurmodells folgt aus der Kombination von linearem Fahrzeugmodell (2.5) und linearem Reifenmodell (2.15) schließlich

$$\dot{\beta} = \frac{1}{m \cdot v_x} \cdot \left(C_v \cdot \left(\delta - \beta - \frac{L_v \cdot \dot{\psi}}{v_x} \right) + C_h \cdot \left(-\beta + \frac{L_h \cdot \dot{\psi}}{v_x} \right) \right) - \dot{\psi}, \quad (2.28a)$$

$$\ddot{\psi} = \frac{1}{J_z} \cdot \left(L_v \cdot C_v \cdot \left(\delta - \beta - \frac{L_v \cdot \dot{\psi}}{v_x} \right) - L_h \cdot C_h \cdot \left(-\beta + \frac{L_h \cdot \dot{\psi}}{v_x} \right) \right). \quad (2.28b)$$

Aufgrund des linearen Zusammenhanges kann Gleichung (2.28) weiters als Zustandsraummodell mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x} = (\beta \ \dot{\psi})^T$ und der Messgröße $\dot{\psi}$ formuliert werden:

$$\begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{-C_v - C_h}{m \cdot v_x} & \frac{-C_v \cdot L_v + C_h \cdot L_h}{m \cdot v_x^2} - 1 \\ \frac{-C_v \cdot L_v + C_h \cdot L_h}{J_z} & \frac{-C_v \cdot L_v^2 - C_h \cdot L_h^2}{J_z \cdot v_x} \end{bmatrix}}_{A(t)} \cdot \begin{bmatrix} \beta \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{C_v}{m \cdot v_x} \\ \frac{L_v \cdot C_v}{J_z} \end{bmatrix}}_{b(t)} \cdot \delta, \quad (2.29)$$

$$y = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}}_{c^T} \cdot \begin{bmatrix} \beta \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}. \quad (2.30)$$

2.3.2 Nichtlineares Zweispurmodell

Unter Berücksichtigung der nichtlinearen Differentialgleichungen (2.12b) und (2.13), der Zusammenhänge der Längs- bzw. Seitenführungskräfte zwischen fahrzeug- und reifenfesten Koordinatensystem (2.14), des linearen Reifenmodell (2.15), der Vereinfachung (A.2) und von bekannten Additionstheoremen für Winkelfunktionen folgt das nichtlineare Zweispurmodell mit

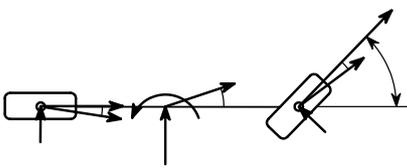
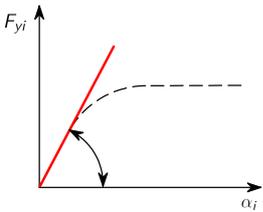
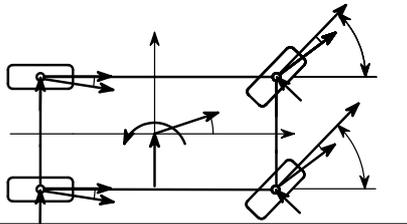
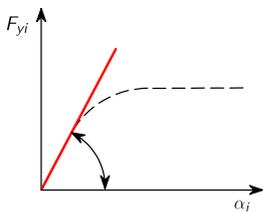
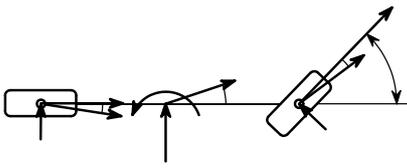
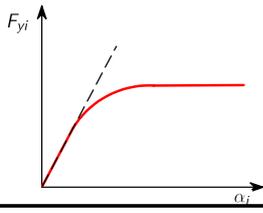
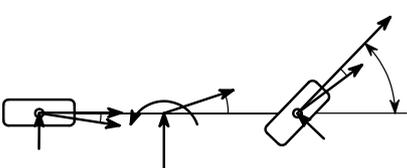
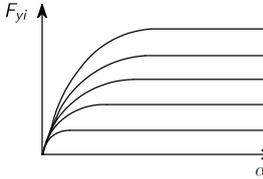
Modellbezeichnung	Fahrzeugmodell	Reifenmodell
Lineares Einspurmodell		
Nichtlineares Zweispurmodell		
Nichtlineares Einspurmodell		
Nichtlineares Einspurmodell mit Reibwert		

Abbildung 2.13: Übersicht der Gesamtmodelle als Kombination aus Fahrzeug- und Reifenmodellen

$$\begin{aligned}
 \dot{\beta} = & \frac{1}{m \cdot v_x} \cdot \left((C_{vl} + C_{vr}) \cdot \left(\delta - \beta - \frac{L_v \cdot \dot{\psi}}{v_x} \right) \cdot \cos(\delta - \beta) + \right. \\
 & + (F_{xvl} + F_{xvr}) \cdot \sin(\delta - \beta) - (F_{xhl} + F_{xhr} + F_{Wx}) \cdot \sin(\beta) + \\
 & \left. + (C_{hl} + C_{hr}) \cdot \left(-\beta + \frac{L_h \cdot \dot{\psi}}{v_x} \right) \cdot \cos(\beta) \right) - \dot{\psi}, \quad (2.31a)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \ddot{\psi} = & \frac{1}{J_z} \cdot \left(L_v \cdot (F_{xvl} + F_{xvr}) \cdot \sin(\delta) + L_v \cdot (C_{vl} + C_{vr}) \cdot \left(\delta - \beta - \frac{L_v \cdot \dot{\psi}}{v_x} \right) \cdot \cos(\delta) + \right. \\
 & + \frac{b_v}{2} \cdot (F_{xvr} - F_{xvl}) \cdot \cos(\delta) - \frac{b_v}{2} \cdot (C_{vr} - C_{vl}) \cdot \left(\delta - \beta - \frac{L_v \cdot \dot{\psi}}{v_x} \right) \cdot \sin(\delta) - \\
 & \left. - L_h \cdot (C_{hl} + C_{hr}) \cdot \left(-\beta + \frac{L_h \cdot \dot{\psi}}{v_x} \right) + \frac{b_h}{2} \cdot (F_{xhr} - F_{xhl}) \right). \quad (2.31b)
 \end{aligned}$$

2.3.3 Nichtlineares Einspurmodell

Aus Kombination des linearen Fahrzeugmodells (2.5) und des nichtlinearen Reifenmodells (2.20) folgen die Differentialgleichungen für β und $\dot{\psi}$

$$\begin{aligned}
 \dot{\beta} = & \frac{1}{m \cdot v_x} \cdot \left[c_{v1} \cdot \operatorname{atan} \left(c_{v2} \cdot \left(\delta - \beta - \frac{L_v \cdot \dot{\psi}}{v_x} \right) \right) + \right. \\
 & \left. + c_{h1} \cdot \operatorname{atan} \left(c_{h2} \cdot \left(-\beta + \frac{L_h \cdot \dot{\psi}}{v_x} \right) \right) \right] - \dot{\psi}, \quad (2.32a)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \ddot{\psi} = & \frac{1}{J_z} \cdot \left[L_v \cdot c_{v1} \cdot \operatorname{atan} \left(c_{v2} \cdot \left(\delta - \beta - \frac{L_v \cdot \dot{\psi}}{v_x} \right) \right) - \right. \\
 & \left. - L_h \cdot c_{h1} \cdot \operatorname{atan} \left(c_{h2} \cdot \left(-\beta + \frac{L_h \cdot \dot{\psi}}{v_x} \right) \right) \right] \quad (2.32b)
 \end{aligned}$$

und somit das nichtlineare Einspurmodell.

2.3.4 Nichtlineares Einspurmodell mit Berücksichtigung des Reibwerts

Durch die Berücksichtigung des Reibwerts μ im erweiterten nichtlinearen Reifenmodell (2.27) wird Gleichung (2.32) schließlich zu

$$\begin{aligned} \dot{\beta} = & \frac{1}{m \cdot v_x} \cdot \left[\mu \cdot c_{v1} \cdot \operatorname{atan} \left(\frac{c_{v2}}{\mu} \cdot \left(\delta - \beta - \frac{L_v \cdot \dot{\psi}}{v_x} \right) \right) + \right. & (2.33a) \\ & \left. + \mu \cdot c_{h1} \cdot \operatorname{atan} \left(\frac{c_{h2}}{\mu} \cdot \left(-\beta + \frac{L_h \cdot \dot{\psi}}{v_x} \right) \right) \right] - \dot{\psi}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \ddot{\psi} = & \frac{1}{J_z} \cdot \left[L_v \cdot \mu \cdot c_{v1} \cdot \operatorname{atan} \left(\frac{c_{v2}}{\mu} \cdot \left(\delta - \beta - \frac{L_v \cdot \dot{\psi}}{v_x} \right) \right) - \right. & (2.33b) \\ & \left. - L_h \cdot \mu \cdot c_{h1} \cdot \operatorname{atan} \left(\frac{c_{h2}}{\mu} \cdot \left(-\beta + \frac{L_h \cdot \dot{\psi}}{v_x} \right) \right) \right]. \end{aligned}$$

Kapitel 3

Beobachterentwurf

Zusätzlich zu den in Abschnitt 1.1 angeführten Gründen bezüglich der Notwendigkeit eines Zustandsbeobachters hinsichtlich aktiver Fahrsicherheitssysteme, spielt dieser im Bereich der Regelungstechnik generell eine wichtige Rolle. Vor allem die Thematik rund um die Zustandsrückführung, wie sie klassischerweise bei der Zustandsregelung durchgeführt wird, stellt ein wichtiges Einsatzgebiet der Beobachtertheorie dar. Hierbei wird jedoch implizit die äußerst kritische Annahme getroffen, dass alle Zustandsgrößen messbar sind und somit als bekannt angenommen werden können. Die Hauptgründe warum diese Annahme in den meisten technischen Realisierungen nicht erfüllt werden kann, lassen sich mit

- *Kosten:* Um die Messung aller Zustandsgrößen realisieren zu können, muss in den meisten Fällen ein enormer messtechnischer Aufwand betrieben werden. Dieser Sachverhalt spiegelt sich in Form hoher Kosten wider.
- *Realisierbarkeit:* Aufgrund der physikalischen Gegebenheiten der zu betrachtenden Strecke ist eine messtechnische Erfassung aller Zustandsgrößen oft nicht realisierbar.

angeben.

Um dennoch den vollständigen Zustandsvektor für die oben angeführten Zwecke zur Verfügung zu stellen, bedient man sich dem Prinzip eines Zustandsbeobachters, siehe Abbildung 3.1. Die Aufgabe des Beobachters besteht darin, basierend auf der Stellgröße u , der Messgröße y und dem Streckenmodell einen Schätzwert $\hat{\mathbf{x}}(t)$ des tatsächlichen Zustandsvektors $\mathbf{x}(t)$ zu ermitteln. Wobei als Ziel des Beobachterentwurfs ein asymptotisches Verhalten laut

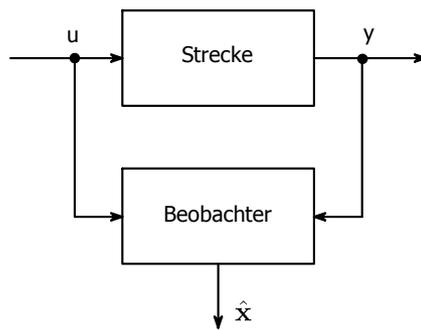


Abbildung 3.1: Beobachterprinzip [Lun10]

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\mathbf{x}(t) - \hat{\mathbf{x}}(t)) = 0 \quad (3.1)$$

angestrebt wird.

Im Zuge dieses Kapitels wird basierend auf der Forderung eines intuitiv zu parametrisierenden Ansatzes zur Bestimmung des Schwimmwinkels β mit der Beschreibung des Luenberger Beobachters begonnen. Darauf aufbauend wird die Theorie nach Luenberger auf den nichtlinearen Fall erweitert und schließlich auf den in Kapitel 2 abgeleiteten Modellen angewendet. Weiters wird im Sinne der effizienten Umsetzung die Theorie rund um den High-Gain Beobachterentwurf über Byrnes-Isidori-Normalform (siehe [Byr88]) näher beleuchtet und umgesetzt. Abschließend werden Betrachtungen zu einer einfachen Reibwertadaption und zur firmeninternen Lösung angestellt.

3.1 Luenberger Beobachter

Den wohl bekanntesten Vertreter im Bereich der linearen Zustandsbeobachter stellt der im Jahre 1964 vorgeschlagene Luenberger-Beobachter [Lue64] dar. Dabei wird ausgehend von einem linearen, beobachtbaren, zeitinvarianten System in Zustandsraumdarstellung

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{b} \cdot u, \quad (3.2)$$

$$y = \mathbf{c}^T \cdot \mathbf{x} \quad (3.3)$$

nach den u.a. in [Hor04] angestellten grundlegenden Betrachtungen ein Beobachter nach

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \underbrace{\mathbf{A} \cdot \hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b} \cdot u}_{\text{Kopie des Systems}} + \underbrace{\mathbf{L} \cdot (y - \hat{y})}_{\text{Korrekturterm}} \quad (3.4)$$

mit der Beobacherverstärkung $\mathbf{L} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ vorgeschlagen. Es lässt sich erkennen, dass der Beobachter aus einer ‘‘Kopie des ursprünglichen Systems‘‘ $(\mathbf{A}, \mathbf{b}, \mathbf{c}^T)$ und einem ‘‘Korrekturterm‘‘ besteht. Letzterer setzt sich als Differenz zwischen der tatsächlichen Messgröße y und der mit Hilfe der Schätzung $\hat{\mathbf{x}}$ modellierten, fiktiven Messgröße $\hat{y} = \mathbf{c}^T \cdot \hat{\mathbf{x}}$ zusammen.

Zur Analyse des Verhaltens des Schätzfehlers $\mathbf{e} = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$ betrachtet man dessen zeitliche Ableitung

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{e}} &= \dot{\mathbf{x}} - \dot{\hat{\mathbf{x}}} = \\ &= \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{b} \cdot u - \mathbf{A} \cdot \hat{\mathbf{x}} - \mathbf{b} \cdot u - \mathbf{L} \cdot (y - \hat{y}) = \\ &= \mathbf{A} \cdot (\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}) - \mathbf{L} \cdot (\mathbf{c}^T \cdot \mathbf{x} - \mathbf{c}^T \cdot \hat{\mathbf{x}}) = \\ &= \mathbf{A} \cdot \underbrace{(\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}})}_{\mathbf{e}} - \mathbf{L} \cdot \mathbf{c}^T \cdot \underbrace{(\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}})}_{\mathbf{e}} = \\ &= \underbrace{(\mathbf{A} - \mathbf{L} \cdot \mathbf{c}^T)}_{\mathbf{F}} \cdot \mathbf{e} \end{aligned} \quad (3.5)$$

und erkennt, dass sich durch eine ‘‘stabile‘‘ Wahl der Eigenwerte der Dynamikmatrix \mathbf{F} das gewünschte asymptotische Abklingen des Schätzfehlers einstellt. Zur Bestimmung der Beobacherverstärkung \mathbf{L} mittels Polvorgabe folgen in Abschnitt 3.2.1 nähere Betrachtungen.

3.2 Beobachterentwurf mittels Linearisierung

3.2.1 Theoretische Grundlagen

In Anlehnung an den soeben beschriebenen linearen Beobachteransatz nach Luenberger wird mit Hilfe dessen Grundidee ein nichtlinearer Beobachterentwurf vorgestellt, [Ada09]. Basierend auf dem betrachteten nichtlinearen System

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}, u), \\ \mathbf{y} &= \mathbf{g}(\mathbf{x})\end{aligned}\tag{3.6}$$

setzt man hierfür analog zur Vorgehensweise in Gleichung (3.4) einen nichtlinearen Beobachter laut

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \underbrace{\mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}, u)}_{\text{Kopie des Systems}} + \underbrace{\mathbf{L}(\hat{\mathbf{x}}, u) \cdot (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}})}_{\text{Korrekturterm}}\tag{3.7}$$

an. Wie die Namensgebung nahelegt, besteht nun die Idee des Beobachterentwurfs mittels Linearisierung darin, die Nichtlinearitäten von Gleichung (3.6) um den jeweiligen Arbeitspunkt zu linearisieren, d.h.

$$\begin{aligned}\mathbf{f}(\mathbf{x}, u) &\approx \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}, u) + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}}(\hat{\mathbf{x}}, u) \cdot (\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}), \\ \mathbf{g}(\mathbf{x}) &\approx \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}) + \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{x}}(\hat{\mathbf{x}}) \cdot (\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}),\end{aligned}\tag{3.8}$$

um somit für die Dynamik des Schätzfehlers den folgenden Zusammenhang zu erhalten

$$\begin{aligned}
 \dot{\mathbf{e}} &= \dot{\mathbf{x}} - \dot{\hat{\mathbf{x}}} = \\
 &= \mathbf{f}(\mathbf{x}, u) - \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}, u) - \mathbf{L}(\hat{\mathbf{x}}, u) \cdot \left(\mathbf{g}(\mathbf{x}) - \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}) \right) = \\
 &= \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}, u) + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}}(\hat{\mathbf{x}}, u) \cdot (\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}) - \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}, u) - \mathbf{L}(\hat{\mathbf{x}}, u) \cdot \left(\mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}) + \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{x}}(\hat{\mathbf{x}}) \cdot (\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}) - \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}) \right) = \\
 &= \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}}(\hat{\mathbf{x}}, u) \cdot \underbrace{(\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}})}_{\mathbf{e}} - \mathbf{L}(\hat{\mathbf{x}}, u) \cdot \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{x}}(\hat{\mathbf{x}}) \cdot \underbrace{(\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}})}_{\mathbf{e}} = \\
 &= \underbrace{\left(\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}}(\hat{\mathbf{x}}, u) - \mathbf{L}(\hat{\mathbf{x}}, u) \cdot \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{x}}(\hat{\mathbf{x}}) \right)}_{\mathbf{F}(\hat{\mathbf{x}}, u)} \cdot \mathbf{e}
 \end{aligned}$$

$$\mathbf{F}(\hat{\mathbf{x}}, u) = \underbrace{\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}}(\hat{\mathbf{x}}, u)}_{\mathbf{A}(\hat{\mathbf{x}}, u)} - \mathbf{L}(\hat{\mathbf{x}}, u) \cdot \underbrace{\frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{x}}(\hat{\mathbf{x}})}_{\mathbf{c}^T(\hat{\mathbf{x}})}. \quad (3.9)$$

Hierbei ist anzumerken, dass nun in diesem Fall die Beobacherverstärkung $\mathbf{L}(\hat{\mathbf{x}}, u)$ eine Funktion der geschätzten Zustandsgrößen $\hat{\mathbf{x}}$ und der Eingangsgröße u darstellt.

Bestimmung der Beobacherverstärkung mittels Polvorgabe:

Bezüglich der Bestimmung der Beobacherverstärkung $\mathbf{L}(\hat{\mathbf{x}}, u)$ gibt es laut [Ada09] zwei grundlegende Herangehensweisen, wobei aufgrund der Tatsache, dass $\mathbf{L}(\hat{\mathbf{x}}, u)$ in jedem Arbeitspunkt neu bestimmt wird, eine zusätzliche Überprüfung der Konstanz der aus Gleichung (3.9) rückgerechneten Fehlerdynamik $\mathbf{F}(\hat{\mathbf{x}}, u)$ notwendig ist.

Bestimmung mittels Wunschpolynom:

Der Grundgedanke liegt hierbei in der Gleichsetzung des charakteristischen Polynoms von $\mathbf{F}(\hat{\mathbf{x}}, u)$ mit einem stabil gewählten Wunschpolynom, λ_i stellen dabei in gewohnter Weise die Eigenwerte dar:

$$\det \left(s \cdot \mathbf{E} - \mathbf{F}(\hat{\mathbf{x}}, u) \right) = \prod_{i=1}^n (s - \lambda_i). \quad (3.10)$$

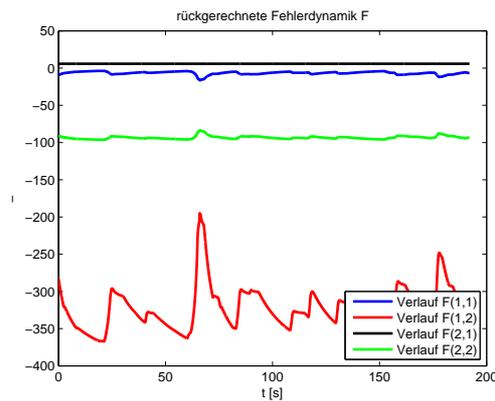


Abbildung 3.2: Verläufe der rückgerechneten Fehlerdynamik F bei Entwurf mittels Wunschpolynom

Folglich kann eine Bestimmung der Beobacherverstärkung über einen Koeffizientenvergleich durchgeführt werden. Aus der Anwendung auf verschiedene Gesamtmodelle - Abschnitte 2.3.1, 2.3.2 und 2.3.3 - und verschiedene Fahrmanöver lassen sich folgende Erkenntnisse ableiten:

- *Rückgerechnete Fehlerdynamik:* Wie in Abbildung 3.2 - am Beispiel lineares Einspurmodell, Fahrmanöver 1a siehe Anhang B - dargestellt, kann die Forderung nach konstanten bzw. wenig variierenden Einträgen der rückgerechneten Fehlerdynamik nicht eingehalten werden.
- *Beobachterergebnis:* Eine ebenso in [Ada09] vorgeschlagene experimentelle Überprüfung der Funktionsweise des Beobachtereinsatzes fällt im Sinne einer Ergebnisverbesserung negativ aus.

Bestimmung mittels Pseudoinverser:

Aufgrund der soeben beschriebenen Problematik und der Tatsache, dass die Bestimmung der Beobacherverstärkung aus Gleichung (3.9) über die Pseudoinverse von $c^T(\hat{x})$ auf gleiche Problemstellungen in der Literatur, u.a. [Kie05], angewendet wird, wird diese Vorgehensweise nachfolgend aufgezeigt. Hierbei wird mit Hilfe der Moore-Penrose Pseudoinverse (3.12) der Zusammenhang für die Fehlerdynamik (3.9) nach Gleichsetzen mit einer Diagonalmatrix Λ , deren Einträge den gewünschten Eigenwerten λ_i entsprechen, nach $L(\hat{x}, u)$ aufgelöst

$$\mathbf{L}(\hat{\mathbf{x}}, u) = (\mathbf{A}(\hat{\mathbf{x}}, u) - \mathbf{\Lambda}) \cdot \left(\mathbf{c}^T(\hat{\mathbf{x}}) \right)^+ \quad (3.11)$$

$$\left(\mathbf{c}^T(\hat{\mathbf{x}}) \right)^+ = \left(\mathbf{c}^T(\hat{\mathbf{x}}) \right)^T \cdot \left(\left(\mathbf{c}^T(\hat{\mathbf{x}}) \right) \cdot \left(\mathbf{c}^T(\hat{\mathbf{x}}) \right)^T \right)^{-1} \quad (3.12)$$

In allgemeiner Notation kann die Vorgehensweise über die Pseudoinverse

$$\begin{aligned} \mathbf{L}(\hat{\mathbf{x}}, u) &= (\mathbf{A}(\hat{\mathbf{x}}, u) - \mathbf{\Lambda}) \cdot \left(\mathbf{c}^T(\hat{\mathbf{x}}) \right)^+ = \\ &= \left(\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} \right) \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} - \lambda_1 & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} - \lambda_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_2} - \lambda_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.13)$$

mit Hilfe der folgenden Betrachtungen

$$\begin{aligned} \mathbf{F}(\hat{\mathbf{x}}, u) &= \mathbf{A}(\hat{\mathbf{x}}, u) - \mathbf{L}(\hat{\mathbf{x}}, u) \cdot \mathbf{c}^T(\hat{\mathbf{x}}) = \\ &= \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{bmatrix} \cdot (0 \ 1) = \\ &= \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} - l_1 \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} - l_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.14)$$

als händische Wahl/Bestimmung der Eigenwerte von $\mathbf{F}(\hat{\mathbf{x}}, u)$ interpretiert werden. Durch $l_1 = \frac{\partial f_1}{\partial x_2}$ aus Gleichung (3.13) folgt aus Gleichung (3.14) eine Fehlerdynamik in Dreiecksform, wobei λ_2 stabil vorgegeben werden kann. Der sich aufgrund der Verwendung der Pseudoinversen ergebende Verlust eines Freiheitsgrades spiegelt sich in der Tatsache, dass sich λ_1 mit $\frac{\partial f_1}{\partial x_1}$ ergibt und nicht beeinflusst werden kann, wider. Nunmehr muss $\lambda_1 < 0$ explizit nachgeprüft

werden. Durch die Erfüllung dieser Forderung liegt ein detektierbares System vor und somit kann nach erfolgtem Entwurf rückwirkend die Sinnhaftigkeit des Beobachtereinsatzes bestätigt werden.

In Anlehnung an die vorher angestellten Betrachtungen kann bei dieser Entwurfsmethodik in den Punkten *rückgerechnete Fehlerdynamik* und *Beobachterergebnis* ein zufriedenstellendes Resultat erreicht werden. Dies bildet die Grundlage für die weitere Verwendung dieser Entwurfsmethode.

3.2.2 Entwurf auf lineares Einspurmodell

Für das in Abschnitt 2.3.1 Gleichung (2.29) angegebene lineare Einspurmodell soll nun basierend auf den soeben beschriebenen Grundlagen ein Beobachterentwurf gemäß Gleichung (3.4) durchgeführt werden. Trotz der Tatsache, dass laut Vereinfachung (A.4) sich die Längsgeschwindigkeit v_x im Vergleich zur Querdynamik sehr langsam ändert, haben Versuche gezeigt, dass die Mitberücksichtigung dieser im Sinne einer Bestimmung der Beobachterverstärkung \mathbf{L} in jedem Arbeitspunkt eine Verbesserung des Beobachterergebnis mit sich bringt. Aus diesem Grund kann die vorliegende Entwurfsaufgabe als Spezialfall des Beobachterentwurfs mittels Linearisierung angesehen und somit die Beobachterverstärkung $\mathbf{L}(\hat{\mathbf{x}}, u)$ aus Gleichung (3.9) bestimmt werden. Hierbei muss die "stabile" Lage des Eigenwerts λ_1 explizit nachgewiesen werden:

$$\lambda_1 = \frac{\partial f_1}{\partial x_1} = \frac{\partial \dot{\beta}}{\partial \beta} = \frac{-C_v - C_h}{m \cdot v_x} < 0. \quad (3.15)$$

3.2.3 Entwurf auf nichtlineares Zweispurmodell

Wendet man für das in Abschnitt 2.3.2 Gleichung (2.31) hergeleitete nichtlineare Zweispurmodell den Beobachterentwurf laut Gleichung (3.7) an, so muss im Zuge der Berechnung der Beobachterverstärkung $\mathbf{L}(\hat{\mathbf{x}}, u)$ die Jacobi-Matrix $\mathbf{A}(\hat{\mathbf{x}}, u) = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}}(\hat{\mathbf{x}}, u)$ mit $\mathbf{x} = (\beta \quad \dot{\psi})^T$ bestimmt werden, man berechnet also

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \dot{\beta}}{\partial \beta} &= \frac{1}{m \cdot v_x} \cdot \left((C_{vl} + C_{vr}) \cdot \left(\delta - \beta - \frac{L_v \cdot \dot{\psi}}{v_x} \right) \cdot \sin(\delta - \beta) - \right. \\
 &\quad - (C_{vl} + C_{vr} + F_{xvl} + F_{xvr}) \cdot \cos(\delta - \beta) - \\
 &\quad - (C_{hl} + C_{hr} + F_{xhl} + F_{xhr} + F_{Wx}) \cdot \cos(\beta) - \\
 &\quad \left. - (C_{hl} + C_{hr}) \cdot \left(-\beta + \frac{L_h \cdot \dot{\psi}}{v_x} \right) \cdot \sin(\beta) \right), \tag{3.16a}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \dot{\beta}}{\partial \dot{\psi}} &= \frac{1}{m \cdot v_x} \cdot \left(-(C_{vl} + C_{vr}) \cdot \frac{L_v}{v_x} \cdot \cos(\delta - \beta) + \right. \\
 &\quad \left. + (C_{hl} + C_{hr}) \cdot \frac{L_h}{v_x} \cdot \cos(\beta) \right) - 1, \tag{3.16b}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \ddot{\psi}}{\partial \beta} &= \frac{1}{J_z} \cdot \left(-L_v \cdot (C_{vl} + C_{vr}) \cdot \cos(\delta) + L_h \cdot (C_{hl} + C_{hr}) + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{b_v}{2} \cdot (C_{vr} - C_{vl}) \cdot \sin(\delta) \right), \tag{3.16c}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \ddot{\psi}}{\partial \dot{\psi}} &= \frac{1}{J_z} \cdot \left(-L_v \cdot (C_{vl} + C_{vr}) \cdot \frac{L_v}{v_x} \cdot \cos(\delta) + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{b_v}{2} \cdot \frac{L_v}{v_x} \cdot \sin(\delta) \cdot (C_{vr} - C_{vl}) - L_h \cdot (C_{hl} + C_{hr}) \cdot \frac{L_h}{v_x} \right). \tag{3.16d}
 \end{aligned}$$

Wiederum folgt aus der Abschätzung $\lambda_1 = \frac{\partial f_1}{\partial x_1} = \frac{\partial \dot{\beta}}{\partial \beta} < 0$ und experimenteller Verifikation das "stabile" Verhalten von λ_1 .

3.2.4 Entwurf auf nichtlineares Einspurmodell

Analog zum vorherigen Abschnitt sind für den Beobachterentwurf auf das Modell (2.32) in Abschnitt 2.3.3 nun die einzelnen Einträge der Jacobi-Matrix

$$\begin{aligned} \frac{\partial \dot{\beta}}{\partial \beta} = \frac{1}{m \cdot v_x} \cdot \left(-c_{v1} \cdot \frac{1}{1 + c_{v2}^2 \cdot \left(\delta - \beta - \frac{L_v \cdot \dot{\psi}}{v_x} \right)^2} \cdot c_{v2} - \right. \\ \left. - c_{h1} \cdot \frac{1}{1 + c_{h2}^2 \cdot \left(-\beta + \frac{L_h \cdot \dot{\psi}}{v_x} \right)^2} \cdot c_{h2} \right), \end{aligned} \quad (3.17a)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \dot{\beta}}{\partial \dot{\psi}} = \frac{1}{m \cdot v_x} \cdot \left(-c_{v1} \cdot \frac{1}{1 + c_{v2}^2 \cdot \left(\delta - \beta - \frac{L_v \cdot \dot{\psi}}{v_x} \right)^2} \cdot c_{v2} \cdot \frac{L_v}{v_x} + \right. \\ \left. + c_{h1} \cdot \frac{1}{1 + c_{h2}^2 \cdot \left(-\beta + \frac{L_h \cdot \dot{\psi}}{v_x} \right)^2} \cdot c_{h2} \cdot \frac{L_h}{v_x} \right) - 1, \end{aligned} \quad (3.17b)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ddot{\psi}}{\partial \beta} = \frac{1}{J_z} \cdot \left(-L_v \cdot c_{v1} \cdot \frac{1}{1 + c_{v2}^2 \cdot \left(\delta - \beta - \frac{L_v \cdot \dot{\psi}}{v_x} \right)^2} \cdot c_{v2} + \right. \\ \left. + L_h \cdot c_{h1} \cdot \frac{1}{1 + c_{h2}^2 \cdot \left(-\beta + \frac{L_h \cdot \dot{\psi}}{v_x} \right)^2} \cdot c_{h2} \right), \end{aligned} \quad (3.17c)$$

$$\frac{\partial \ddot{\psi}}{\partial \dot{\psi}} = \frac{1}{J_z} \cdot \left(-L_v \cdot c_{v1} \cdot \frac{1}{1 + c_{v2}^2 \cdot \left(\delta - \beta - \frac{L_v \dot{\psi}}{v_x} \right)^2} \cdot c_{v2} \cdot \frac{L_v}{v_x} - \right. \quad (3.17d)$$

$$\left. - L_h \cdot c_{h1} \cdot \frac{1}{1 + c_{h2}^2 \cdot \left(-\beta + \frac{L_h \dot{\psi}}{v_x} \right)^2} \cdot c_{h2} \cdot \frac{L_h}{v_x} \right)$$

bzw. die Bestätigung der Forderung $\lambda_1 = \frac{\partial f_1}{\partial x_1} = \frac{\partial \dot{\beta}}{\partial \beta} < 0$ notwendig.

3.3 High-Gain Beobachterentwurf über Byrnes-Isidori-Normalform

3.3.1 Theoretische Grundlagen

High-Gain Beobachter

Um die nötigen theoretischen Grundlagen für den späteren Beobachterentwurf zu erlangen, wird in diesem Abschnitt ein nichtlinearer Beobachter, der so genannte High-Gain Beobachter, basierend auf den Ausführungen in [Ada09], [Röb03] eingeführt.

Als erster, grundlegender Schritt im Entwurf des High-Gain Beobachters wird in der Literatur häufig zur Vereinfachung die Annahme getroffen, dass eine Überführung des Systems

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x}) \cdot u, \\ y &= h(\mathbf{x}) \end{aligned} \quad (3.18)$$

in die nichtlineare Beobachtbarkeitsnormalform durch eine entsprechende Abbildung $\mathbf{q}(\mathbf{x})$ möglich ist. Hinsichtlich einer anschaulichen Erklärung wird weiters der Spezialfall relativer Grad r entspricht Systemordnung n vorausgesetzt. Für diesen Fall $r = n$ motiviert sich die gesuchte Abbildung $\mathbf{q}(\mathbf{x})$ folgendermaßen. Die Definition des relativen Grades

$$\begin{aligned}
 y &= h(\mathbf{x}) , \\
 \dot{y} &= L_{\mathbf{f}}h(\mathbf{x}) + \underbrace{L_{\mathbf{g}}h(\mathbf{x})}_{=0} \cdot u , \\
 \ddot{y} &= L_{\mathbf{f}}^2h(\mathbf{x}) + \underbrace{L_{\mathbf{g}}L_{\mathbf{f}}h(\mathbf{x})}_{=0} \cdot u , \\
 &\vdots \\
 y^{(r-1)} &= L_{\mathbf{f}}^{r-1}h(\mathbf{x}) + \underbrace{L_{\mathbf{g}}L_{\mathbf{f}}^{r-2}h(\mathbf{x})}_{=0} \cdot u , \\
 y^{(r)} &= L_{\mathbf{f}}^r h(\mathbf{x}) + L_{\mathbf{g}}L_{\mathbf{f}}^{r-1}h(\mathbf{x}) \cdot u ,
 \end{aligned} \tag{3.19}$$

in Worten ausgedrückt die Anzahl der Ableitungen, welchen der Ausgang y unterzogen werden muss bis der Eingang u nicht mehr wegfällt [Kug10], und die Einführung einer neuen Zustandsvariable \mathbf{z} liefern

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y \\ \dot{y} \\ \vdots \\ y^{(n-1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h(\mathbf{x}) \\ L_{\mathbf{f}}h(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ L_{\mathbf{f}}^{n-1}h(\mathbf{x}) \end{bmatrix} = \mathbf{q}(\mathbf{x}). \tag{3.20}$$

Mit Gleichung (3.21) wird dabei die Schreibweise der Lie-Ableitungen eingeführt.

$$L_{\mathbf{f}}h(\mathbf{x}) = \frac{\partial h(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{f}(\mathbf{x}) \tag{3.21}$$

Betrachtet man nun Gleichung (3.20) und den letzten Zusammenhang in der Ableitungskette von Gleichung (3.19), so lässt sich die Beobachtbarkeitsnormalform des nichtlinearen Systems mit Gleichung (3.22) anschreiben und in Abbildung 3.3 darstellen. Die Funktion $\varphi(\mathbf{z}, u)$ fasst dabei die Nichtlinearitäten des Systems zusammen. Somit lässt sich Gleichung (3.20) als gesuchte Abbildung $\mathbf{q}(\mathbf{x})$ erkennen.

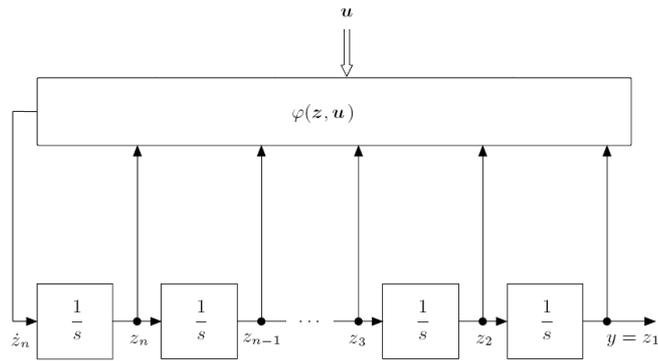


Abbildung 3.3: Nichtlineare Beobachtbarkeitsnormalform [Ada09]

$$\dot{\mathbf{z}} = \begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \vdots \\ \dot{z}_{n-1} \\ \dot{z}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_2 \\ \vdots \\ z_n \\ \underbrace{L_{\mathbf{f}}^n h(\mathbf{q}^{-1}(\mathbf{z})) + L_{\mathbf{g}} L_{\mathbf{f}}^{n-1} h(\mathbf{q}^{-1}(\mathbf{z})) \cdot u}_{\varphi(\mathbf{z}, u)} \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

In Matrixschreibweise folgt aus Gleichung (3.22) schließlich

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{z}} &= \mathbf{A} \cdot \mathbf{z} + \mathbf{b} \cdot \varphi(\mathbf{z}, u), \\ y &= \mathbf{c}^T \cdot \mathbf{z} \end{aligned} \quad (3.23)$$

mit

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{c}^T = (1 \dots 0).$$

Analog zur Vorgehensweise in Abschnitt 3.1 bzw. 3.2.1 wird auch beim High-Gain Beobachter eine Kopie des Systems und ein Korrekturterm angesetzt:

$$\dot{\hat{\mathbf{z}}} = \mathbf{A} \cdot \hat{\mathbf{z}} + \mathbf{b} \cdot \varphi(\hat{\mathbf{z}}, u) + \mathbf{k}(\epsilon) \cdot (y - \hat{y}), \quad (3.24)$$

wobei die Beobacherverstärkung $\mathbf{k}(\epsilon)$ mit

$$\mathbf{k}(\epsilon) = \begin{bmatrix} \frac{1}{\epsilon} & & & \\ & \cdot & & \\ & & \cdot & \\ & & & \frac{1}{\epsilon^n} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} k_1 \\ \vdots \\ k_n \end{bmatrix} = \mathbf{D}^{-1}(\epsilon) \cdot \mathbf{k} \quad (3.25)$$

festgelegt wird.

Wiederum betrachtet man den Schätzfehler $\mathbf{e} = \mathbf{z} - \hat{\mathbf{z}}$ und in weiterer Folge dessen Dynamik nach

$$\dot{\mathbf{e}} = (\mathbf{A} - \underbrace{\mathbf{D}^{-1}(\epsilon) \cdot \mathbf{k} \cdot \mathbf{c}^T}_{\mathbf{k}(\epsilon)}) \cdot \mathbf{e} + \mathbf{b} \cdot \left(\varphi(\mathbf{z}, u) - \varphi(\hat{\mathbf{z}}, u) \right). \quad (3.26)$$

Um das Grundprinzip des High-Gain Beobachters heraus zu arbeiten, bedient man sich mit

$$\mathbf{e} = \epsilon \cdot \mathbf{D}^{-1}(\epsilon) \cdot \hat{\mathbf{e}} \quad (3.27)$$

einer geschickten Transformation des Schätzfehlers \mathbf{e} . Angewandt auf Gleichung (3.26) ergibt sich mit den algebraischen Zusammenhängen

$$\begin{aligned} \epsilon \cdot \mathbf{D}(\epsilon) \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{D}^{-1}(\epsilon) &= \mathbf{A}, \\ \mathbf{k} \cdot \mathbf{c}^T \cdot \epsilon \cdot \mathbf{D}^{-1}(\epsilon) &= \mathbf{k} \cdot \mathbf{c}^T, \\ \mathbf{D}(\epsilon) \cdot \mathbf{b} &= \epsilon^n \cdot \mathbf{b} \end{aligned}$$

und der Reskalierung der Zeit $t = \epsilon \cdot \tau$ jene Gleichung, die für die Funktionsweise des High-Gain Beobachters charakteristisch ist

$$\dot{\hat{\mathbf{e}}} = (\mathbf{A} - \mathbf{k} \cdot \mathbf{c}^T) \cdot \hat{\mathbf{e}} + \epsilon^n \cdot \mathbf{b} \cdot \left(\varphi(\mathbf{z}, u) - \varphi(\hat{\mathbf{z}}, u) \right). \quad (3.28)$$

Es wird ersichtlich, dass der nichtlineare Anteil mit betragsmäßig sinkendem ϵ immer mehr an Bedeutung verliert und somit - wie in [Röb03] zusammengefasst - bei einem High-Gain Beobachter die Nichtlinearitäten durch geeignete Wahl der Beobachterverstärkung keinen wesentlichen Einfluss auf das dynamische Verhalten des Beobachters nehmen. Somit wird das Konvergenzverhalten in Gleichung (3.26) bei geeignet kleiner Wahl von ϵ größtenteils vom linearen Beitrag bestimmt und kann mit der Wahl dessen charakteristischen Polynoms

$$s^n + \frac{k_1}{\epsilon} \cdot s^{n-1} + \dots + \frac{k_n}{\epsilon^n} \quad (3.29)$$

als Hurwitzpolynom stabil ausgelegt werden. Abschließend folgt die Rücktransformation des vorgeschlagenen Beobachters Gleichung (3.24) in die Originalkoordinaten über den Zusammenhang

$$\mathbf{z} = \mathbf{q}(\hat{\mathbf{x}}) \xrightarrow{\frac{d}{dt}} \dot{\mathbf{z}} = \frac{\partial \mathbf{q}(\hat{\mathbf{x}})}{\partial \hat{\mathbf{x}}} \cdot \dot{\hat{\mathbf{x}}} \quad (3.30)$$

zu

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}) + \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}) \cdot u + \left(\frac{\partial \mathbf{q}(\hat{\mathbf{x}})}{\partial \hat{\mathbf{x}}} \right)^{-1} \cdot \mathbf{k}(\epsilon) \cdot (y - \hat{y}). \quad (3.31)$$

Beobachterentwurf über Byrnes-Isidori-Normalform

In Anlehnung an das in [Röb04] eingeführte Entwurfsverfahren eines High-Gain Beobachters für eingangs-/ausgangslinearisierbare Systeme wird in diesem Abschnitt zuerst eine schrittweise Überführung des Systems in die so genannte Byrnes-Isidori-Normalform vorgenommen. Basierend darauf wird dann der zuvor diskutierte High-Gain Beobachter entworfen.

Überführung in Byrnes-Isidori-Normalform:

Unter der Annahme, dass das betrachtete System (3.18) den relativen Grad $r < n$ besitzt, kann eine Abbildung - genauer ein Diffeomorphismus¹ - nach

¹Bijektive stetig differenzierbare Abbildung mit stetig differenzierbarer Umkehrabbildung [Bar07]

$$\Phi = \begin{bmatrix} z_1 = h(\mathbf{x}) \\ z_2 = L_{\mathbf{f}}h(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ z_r = L_{\mathbf{f}}^{r-1}h(\mathbf{x}) \\ \eta_1 = \phi_{r+1}(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ \eta_{n-r} = \phi_n(\mathbf{x}) \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

angegeben werden, welche eine Überführung des betrachteten Systems in die Form

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{z}} &= \mathbf{A} \cdot \mathbf{z} + \mathbf{b} \cdot (\alpha(\mathbf{z}, \boldsymbol{\eta}) + \beta(\mathbf{z}, \boldsymbol{\eta}) \cdot u) , \\ \dot{\boldsymbol{\eta}} &= \mathbf{q}(\mathbf{z}, \boldsymbol{\eta}) + \mathbf{p}(\mathbf{z}, \boldsymbol{\eta}) \cdot u , \\ y &= \mathbf{c}^T \cdot \mathbf{z} , \end{aligned} \quad (3.33)$$

mit $\mathbf{z} = (z_1, \dots, z_r)^T$, $\boldsymbol{\eta} = (\eta_1, \dots, \eta_{n-r})^T$, sowie

$$\begin{aligned} \alpha(\mathbf{z}, \boldsymbol{\eta}) &= L_{\mathbf{f}}^r h \left(\Phi^{-1}(\mathbf{z}, \boldsymbol{\eta}) \right) , \\ \beta(\mathbf{z}, \boldsymbol{\eta}) &= L_{\mathbf{g}} L_{\mathbf{f}}^{r-1} h \left(\Phi^{-1}(\mathbf{z}, \boldsymbol{\eta}) \right) , \\ q_i(\mathbf{z}, \boldsymbol{\eta}) &= L_{\mathbf{f}} \phi_{r+i} \left(\Phi^{-1}(\mathbf{z}, \boldsymbol{\eta}) \right) , \\ p_i(\mathbf{z}, \boldsymbol{\eta}) &= L_{\mathbf{g}} \phi_{r+i} \left(\Phi^{-1}(\mathbf{z}, \boldsymbol{\eta}) \right) \end{aligned}$$

bzw. \mathbf{A} , \mathbf{b} und \mathbf{c} analog zu Abschnitt 3.3.1 erlaubt. Hierbei soll vor allem die Tatsache, dass die Abbildung Φ den Zustandsvektor \mathbf{x} in Originalkoordinaten in die beiden Zustandsvektoren \mathbf{z} - externe Dynamik - und $\boldsymbol{\eta}$ - interne Dynamik - aufspaltet, herausgestrichen werden. Dieser Aspekt spielt in den Betrachtungen des nächsten Abschnitts eine entscheidende Rolle. Werden nun zusätzlich die Funktionen ϕ_i mit Gleichung (3.34) “günstig“ gewählt, so folgt eine weitere Vereinfachung auf die schlussendliche Form (3.35), welche als Byrnes-Isidori-Normalform bezeichnet wird. Vergleiche [Kug10] Lemma zu “Zustandstransformation auf Byrnes-Isidori-

Normalform".

$$L_g \phi_i(\mathbf{x}) = 0 \quad (3.34)$$

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{z}} &= \mathbf{A} \cdot \mathbf{z} + \mathbf{b} \cdot (\alpha(\mathbf{z}, \boldsymbol{\eta}) + \beta(\mathbf{z}, \boldsymbol{\eta}) \cdot u) , \\ \dot{\boldsymbol{\eta}} &= \mathbf{q}(\mathbf{z}, \boldsymbol{\eta}) , \\ y &= \mathbf{c}^T \cdot \mathbf{z} \end{aligned} \quad (3.35)$$

Beobachterentwurf:

In Analogie zu Abschnitt 3.3.1 liegt die externe Dynamik des Systems in nichtlinearer Beobachtbarkeitsnormalform vor und gilt somit als beobachtbar. Wohingegen im Falle der internen Dynamik in [Röb04] gezeigt wird, dass die Beobachtbarkeit im Allgemeinen verloren geht. Um die Idee des folgenden Beobachterentwurfs besser veranschaulichen zu können, wird die zugrundeliegende Motivation aus [Seo00] kurz anhand eines linearen Systems erläutert.

Ausgehend von einem detektierbaren, linearen System

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{b} \cdot u , \\ y &= \mathbf{c}^T \cdot \mathbf{x} , \end{aligned} \quad (3.36)$$

existiert eine Abbildung, welche eine Aufteilung des Zustandsvektors in "beobachtbar" \mathbf{x}_o und "detektierbar" \mathbf{x}_d ermöglicht

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_o &= \mathbf{A}_o \cdot \mathbf{x}_o + \mathbf{b}_o \cdot u , \\ \dot{\mathbf{x}}_d &= \mathbf{A}_{do} \cdot \mathbf{x}_o + \mathbf{A}_d \cdot \mathbf{x}_d + \mathbf{b}_d \cdot u , \\ y &= (\mathbf{c}_o^T \quad \mathbf{c}_d^T) \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{x}_o \\ \mathbf{x}_d \end{bmatrix} , \end{aligned} \quad (3.37)$$

wobei $(\mathbf{A}_o, \mathbf{c}_o)$ beobachtbar und \mathbf{A}_d eine Hurwitzmatrix darstellt, d.h. detektierbar ist.

Nun lässt sich ein Beobachter nach

$$\begin{aligned}\dot{\hat{\mathbf{x}}}_o &= \mathbf{A}_o \cdot \hat{\mathbf{x}}_o + \mathbf{b}_o \cdot u + \mathbf{k} \cdot (y - \mathbf{c}_o^T \cdot \hat{\mathbf{x}}_o), \\ \dot{\hat{\mathbf{x}}}_d &= \mathbf{A}_{do} \cdot \hat{\mathbf{x}}_o + \mathbf{A}_d \cdot \hat{\mathbf{x}}_d + \mathbf{b}_d \cdot u\end{aligned}\tag{3.38}$$

formulieren, welcher durch eine geeignete Wahl von \mathbf{k} und der vorherrschenden Detektierbarkeit als stabil angenommen werden kann. Hierbei soll angemerkt werden, dass für den beobachtbaren Teil ein Beobachter entworfen, der detektierbare Teil jedoch ausschließlich mitmodelliert wurde.

Entsprechend dieser Vorgehensweise wird nun für das System (3.35) ein High-Gain Beobachter

$$\begin{aligned}\dot{\hat{\mathbf{z}}} &= \mathbf{A} \cdot \hat{\mathbf{z}} + \mathbf{b} \cdot (\alpha(\hat{\mathbf{z}}, \hat{\boldsymbol{\eta}}) + \beta(\hat{\mathbf{z}}, \hat{\boldsymbol{\eta}}) \cdot u) + \mathbf{k}(\epsilon) \cdot (y - \mathbf{c}^T \cdot \hat{\mathbf{z}}), \\ \dot{\hat{\boldsymbol{\eta}}} &= \mathbf{q}(\hat{\mathbf{z}}, \hat{\boldsymbol{\eta}})\end{aligned}\tag{3.39}$$

angesetzt. Dieser Schritt ist naheliegend, da der Übergang auf die Byrnes-Isidori-Normalform hinsichtlich der Aufteilung des Zustandsvektors eine ähnliche Ausgangslage wie im linearen Fall liefert. Wobei nun eine zusätzliche Überprüfung der Stabilität der internen Dynamik - Detektierbarkeit - durchgeführt werden muss.

Überprüfung der Stabilität der internen Dynamik:

Laut [Isi95] und zusammenfassend [Sva06] vereinfacht sich die Stabilitätsanalyse der internen Dynamik auf die Überprüfung der asymptotischen Stabilität der so genannten Nulldynamik. Diese stellt die interne Dynamik $\boldsymbol{\eta}$ im Falle einer verschwindenden externen Dynamik \mathbf{z} dar und lässt sich wie folgt angeben:

$$\begin{aligned}\dot{\eta}_1 &= q_1(\mathbf{0}, \boldsymbol{\eta}), \\ &\vdots \\ \dot{\eta}_{n-r} &= q_{n-r}(\mathbf{0}, \boldsymbol{\eta}).\end{aligned}\tag{3.40}$$

Die Definition bezüglich eines nichtlinearen Phasenminimumsystems besagt weiters, dass ein derartiges System genau dann vorliegt, wenn $\boldsymbol{\eta} = 0$ eine asymptotisch stabile Ruhelage der Nulldynamik darstellt. Gleichzeitig ist aus der Theorie der Systemtechnik bekannt, dass ein Minimalphasensystem eine stabile Nulldynamik besitzt. Zusammenfassend kann also die Stabilitätsfrage der internen Dynamik über die Betrachtung der erwähnten Ruhelage geklärt werden. Aus einer asymptotisch stabilen Ruhelage folgt eine stabile Nulldynamik und somit eine stabile interne Dynamik.

Rücktransformation in Originalkoordinaten:

Analog zur vorherigen Rücktransformation kann nun der in Gleichung (3.39) vorgeschlagene Beobachter in Originalkoordinaten wie folgt angegeben werden:

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}) + \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}) \cdot u + \left(\frac{\partial \Phi(\hat{\mathbf{x}})}{\partial \hat{\mathbf{x}}} \right)^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{k}(\epsilon) \\ \mathbf{0}_{n-r} \end{bmatrix} \cdot (y - h(\hat{\mathbf{x}})).\tag{3.41}$$

Die Tatsache, dass für den detektierbaren Teil kein Beobachter entworfen wurde, spiegelt sich in der Auffüllung der Beobacherverstärkung mit einem Nullvektor wider.

Zusammenfassend können u.a. mit Hilfe von [Röb04] folgende Voraussetzungen zur Durchführbarkeit des beschriebenen Beobachterentwurfs formuliert werden:

- lokale Beobachtbarkeit des Systems,
- Überführbarkeit in Byrnes-Isidori-Normalform bzw.
- Stabilität der internen Dynamik.

3.3.2 Entwurf auf nichtlineares Einspurmodell

Bevor nun die in Abschnitt 3.3.1 vorgestellten Entwurfsschritte durchgeführt werden können, muss zum Einen das nichtlineare Einspurmodell (2.32) in das für diesen Beobachterentwurf notwendige System mit affinem Eingang - kurz AI-System, Struktur siehe Gleichung (3.18) - übergeführt werden. Hierbei bedient man sich folgender geschickten Substitution nach [Gao09]:

$$\dot{\beta} = \frac{1}{m \cdot v_x} \cdot \underbrace{\left[c_{v1} \cdot \operatorname{atan} \left(c_{v2} \cdot \left(\delta - \beta - \frac{L_v \cdot \dot{\psi}}{v_x} \right) \right) + c_{h1} \cdot \operatorname{atan} \left(c_{h2} \cdot \left(-\beta + \frac{L_h \cdot \dot{\psi}}{v_x} \right) \right) \right]}_{F_y = m \cdot a_y} - \dot{\psi}, \quad (3.42)$$

wobei die Querbeschleunigung a_y nun die neue Eingangsgröße darstellt und sich somit das AI-System wie folgt anschreiben lässt:

$$\dot{\mathbf{x}} = \underbrace{\begin{bmatrix} -\dot{\psi} \\ -\frac{1}{J_z} \cdot L_v \cdot c_{h1} \cdot \operatorname{atan} \left(c_{h2} \cdot \left(-\beta + \frac{L_h \cdot \dot{\psi}}{v_x} \right) \right) - \frac{1}{J_z} \cdot L_h \cdot c_{h1} \cdot \operatorname{atan} \left(c_{h2} \cdot \left(-\beta + \frac{L_h \cdot \dot{\psi}}{v_x} \right) \right) \end{bmatrix}}_{\mathbf{f}(\mathbf{x})} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{v_x} \\ \frac{L_v \cdot m}{J_z} \end{bmatrix}}_{\mathbf{g}(\mathbf{x})} \cdot u. \quad (3.43)$$

In der zweiten Differentialgleichung von (3.43) wird aufgrund der durchgeführten Substitution die Notwendigkeit eines Kompensationsterms - 1. Term in $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ - sichtbar. Zum Anderen müssen noch die im vorherigen Abschnitt aufgezählten Voraussetzungen zur Durchführbarkeit des Beobachterentwurfs überprüft werden.

Lokale Beobachtbarkeit des Systems:

Mit Hilfe des in [Ada09] vorgeschlagenen Werkzeugs zur Überprüfung der lokalen Beobacht-

barkeit nichtlinearer Systeme wird diese im Falle des vorliegenden Systems mit den Betrachtungen rund um Gleichung (3.44) bestätigt:

$$\begin{aligned}
 \text{rang} \left[\frac{\partial L_{\mathbf{f}}h(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} + \frac{\partial h(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \cdot \frac{\partial L_{\mathbf{g}}h(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \cdot u \right] &= \text{rang} \left[\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left(\frac{\partial h(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \cdot \mathbf{f}(\mathbf{x}) \right) + \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left(\frac{\partial h(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \cdot \mathbf{g}(\mathbf{x}) \right) \cdot u \right] = \\
 &= \text{rang} \left[\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left((0 \ 1) \cdot \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix} \right) + \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left((0 \ 1) \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{v_x} \\ \frac{L_v \cdot m}{J_z} \end{bmatrix}}_{(0 \ 0)} \right) \cdot u \right] = \\
 &= \text{rang} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \end{bmatrix}. \tag{3.44}
 \end{aligned}$$

Ein voller Rang und somit lokale Beobachtbarkeit des zu untersuchenden Systems folgt aus $\frac{\partial f_2}{\partial x_1} \neq 0$, wobei

$$\frac{\partial f_2}{\partial x_1} = -\frac{(L_v + L_h)}{J_z} \cdot c_{h1} \cdot \frac{1}{1 + c_{h2}^2 \cdot \left(-x_1 + \frac{L_h}{v_x} \cdot x_2 \right)^2} \cdot (-c_{h2}) \neq 0.$$

Überführbarkeit in Byrnes-Isidori-Normalform:

Basierend auf den in Abschnitt 3.3.1 angestellten Betrachtungen bezüglich der Überführung eines Systems in die Byrnes-Isidori-Normalform wird mit Gleichung (3.19) und

$$\begin{aligned}
 L_{\mathbf{g}}h(\mathbf{x}) &= \frac{\partial h(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \cdot \mathbf{g}(\mathbf{x}) = (0 \ 1) \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{v_x} \\ \frac{L_v \cdot m}{J_z} \end{bmatrix} = \frac{L_v \cdot m}{J_z} \neq 0, \tag{3.45} \\
 L_{\mathbf{g}}h(\mathbf{x}) &= L_{\mathbf{g}}L_{\mathbf{f}}^{r-1}h(\mathbf{x}) \rightarrow r = 1,
 \end{aligned}$$

d.h. relativer Grad $r <$ Systemordnung n , die zu untersuchende Forderung erfüllt.

Stabilität der internen Dynamik:

Um die Stabilität der internen Dynamik überprüfen zu können, muss als Vorbereitung die Abbildung Φ zur Gänze bestimmt und somit gleichzeitig ein wichtiger Beobachterentwurfsschritt durchgeführt werden. Hierzu wird $\phi_2(\mathbf{x})$ nach Gleichung (3.34) wie nachfolgend beschrieben ermittelt:

$$\begin{aligned}
 L_{\mathbf{g}}\phi_2(\mathbf{x}) &= 0 \\
 \frac{\partial\phi_2(\mathbf{x})}{\partial\mathbf{x}} \cdot \mathbf{g}(\mathbf{x}) &= \left(\frac{\partial\phi_2(\mathbf{x})}{\partial x_1} \frac{\partial\phi_2(\mathbf{x})}{\partial x_2} \right) \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{v_x} \\ \frac{L_v \cdot m}{J_z} \end{bmatrix} = \\
 &= \frac{1}{v_x} \cdot \frac{\partial\phi_2(\mathbf{x})}{\partial x_1} + \frac{L_v \cdot m}{J_z} \cdot \frac{\partial\phi_2(\mathbf{x})}{\partial x_2} \stackrel{!}{=} 0,
 \end{aligned} \tag{3.46}$$

wobei mit

$$\phi_2(\mathbf{x}) = -\frac{L_v \cdot m}{J_z} \cdot x_1 + \frac{1}{v_x} \cdot x_2 \tag{3.47}$$

obige Bedingung erfüllt wird. Damit ergibt sich Abbildung Φ vollständig zu

$$\Phi = \begin{bmatrix} z_1 = h(\mathbf{x}) = x_2 \\ \eta_1 = \phi_2(\mathbf{x}) = -\frac{L_v \cdot m}{J_z} \cdot x_1 + \frac{1}{v_x} \cdot x_2 \end{bmatrix}. \tag{3.48}$$

Basierend auf diesen Erkenntnissen wird die Stabilität der internen Dynamik wie folgt bestätigt. Mit

$$\begin{aligned}
 \dot{\eta}_1 &= q_1(\mathbf{z}, \boldsymbol{\eta}) = L_{\mathbf{f}} \cdot \phi_2 \left(\Phi^{-1}(\mathbf{z}, \boldsymbol{\eta}) \right) = & (3.49) \\
 &= \frac{\partial \phi_2(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \cdot \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix} = \left(-\frac{L_v \cdot m}{J_z} \quad \frac{1}{v_x} \right) \cdot \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix} = -\frac{L_v \cdot m}{J_z} \cdot f_1 + \frac{1}{v_x} \cdot f_2 = \\
 &= -\frac{L_v \cdot m}{J_z} \cdot (-x_2) + \frac{1}{v_x} \cdot \left[-\frac{(L_h + L_v)}{J_z} \cdot c_{h1} \cdot \text{atan} \left(c_{h2} \cdot \left(-x_1 + \frac{L_h}{v_x} \cdot x_2 \right) \right) \right] = \\
 &\stackrel{(3.48)}{=} \frac{L_v \cdot m}{J_z} \cdot z_1 - \frac{(L_h + L_v)}{v_x \cdot J_z} \cdot c_{h1} \cdot \text{atan} \left(c_{h2} \cdot \left(-\frac{J_z}{L_v \cdot m \cdot v_x} \cdot z_1 + \frac{J_z}{L_v \cdot m} \cdot \eta_1 + \frac{L_h}{v_x} \cdot z_1 \right) \right)
 \end{aligned}$$

ergibt sich für die Nulldynamik

$$\begin{aligned}
 \dot{\eta}_1(t) &= q_1(z_1 = 0, \eta_1) = & (3.50) \\
 &= -\frac{(L_h + L_v)}{v_x \cdot J_z} \cdot c_{h1} \cdot \text{atan} \left(c_{h2} \cdot \frac{J_z}{L_v \cdot m} \cdot \eta_1 \right)
 \end{aligned}$$

und weiters mit Hilfe der Methode der 1.Näherung [Ada09] folgende Betrachtungen zur Stabilität der Ruhelage $\eta_1 = 0$:

$$\begin{aligned}
 \frac{d\xi}{dt} &= J \cdot \xi \quad \text{wobei} \\
 J &= \left. \frac{\partial \dot{\eta}_1(t)}{\partial \eta_1} \right|_{\eta_1} = -\frac{(L_h + L_v)}{v_x \cdot J_z} \cdot c_{h1} \cdot \frac{1}{1 + c_{h2}^2 \cdot \left(\frac{J_z}{L_v \cdot m} \cdot \eta_1 \right)^2} \cdot c_{h2} \cdot \frac{J_z}{L_v \cdot m} \Big|_{\eta_1=0} & (3.51) \\
 \dot{\eta}_1 &= \underbrace{-\frac{(L_h + L_v)}{v_x \cdot J_z} \cdot c_{h1} \cdot c_{h2} \cdot \frac{J_z}{L_v \cdot m}}_{\lambda} \cdot \eta_1.
 \end{aligned}$$

Mit $\lambda < 0$ besitzen alle Eigenwerte von J einen negativen Realteil, woraus für die Ruhelage $\eta_1 = 0$ ein asymptotisch stabiles Verhalten folgt. Die in weiterer Folge für die Bestimmung der Beobachterverstärkung erforderliche Ableitung der Abbildung Φ ergibt sich aus den gerade gewonnenen Erkenntnissen schließlich zu

$$\frac{\partial \Phi(\hat{\mathbf{x}})}{\partial \hat{\mathbf{x}}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial h(\hat{\mathbf{x}})}{\partial \hat{\mathbf{x}}} \\ \frac{\partial \phi_2(\hat{\mathbf{x}})}{\partial \hat{\mathbf{x}}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{L_v \cdot m}{J_z} & \frac{1}{v_x} \end{bmatrix}. \quad (3.52)$$

Um nun alle Komponenten des Beobachteransatzes (3.41) angeben zu können, muss schließlich \mathbf{k} noch so gewählt werden, dass sich Gleichung (3.29) als Hurwitz-Polynom ergibt. Dies ist erfüllt, wenn $\mathbf{k} > 0$ gilt.

Erweiterung um modellierte Querbeschleunigung:

Um das zu beobachtende nichtlineare Einspurmodell in eine laut [Röb04] für den High-Gain Beobachterentwurf über Byrnes-Isidori-Normalform passende Form - die eines AI-Systems - zu bringen, wurde in Gleichung (3.42) die Querbeschleunigung a_y substituiert und in weiterer Folge als Messwert betrachtet. Trotz der Tatsache, dass der entworfene Beobachter auf einem AI-System basiert, liegt es nahe, die Substitution versuchsweise rückgängig zu machen. Durch die Rücksubstitution der Querbeschleunigung mit

$$a_y(\hat{\beta}, \hat{\psi}) = \frac{1}{m} \cdot \left[c_{v1} \cdot \operatorname{atan} \left(c_{v2} \cdot \left(\delta - \hat{\beta} - \frac{L_v \cdot \hat{\psi}}{v_x} \right) \right) + \right. \quad (3.53) \\ \left. + c_{h1} \cdot \operatorname{atan} \left(c_{h2} \cdot \left(-\hat{\beta} + \frac{L_h \cdot \hat{\psi}}{v_x} \right) \right) \right]$$

wird diese nun als Funktion des geschätzten Zustandsvektors modelliert. Da es sich demnach um kein AI-System mehr handelt, kann die Stabilität nicht wie oben gezeigt in geradliniger Art und Weise bestätigt werden, jedoch erlaubt folgende Argumentationskette den Versuch der Rücksubstitution. Ausgehend von vernünftigen Werten für die geschätzten Zustandsgrößen $\hat{\beta}$ und $\hat{\psi}$ erhält man über die verifizierte Modellbildung ein sinnvolles, modelliertes $a_y(\hat{\beta}, \hat{\psi})$, welches in weiterer Folge dem als stabil gezeigten Beobachter als Eingang dient. Letztlich kann durch eine Verbesserung der Ergebnisse in Abschnitt 4.3 diese Herangehensweise zwar immer noch nicht mathematisch bewiesen aber untermauert und somit als Adaptionvorschlag eingestuft werden. Auf die Messgröße a_y kann in dieser Realisierung demnach zur Gänze verzichtet werden, womit die Unabhängigkeit von diesem in der Praxis stark fehlerbehafteten Sensorwert erreicht wird.

3.4 Reibwertadaption

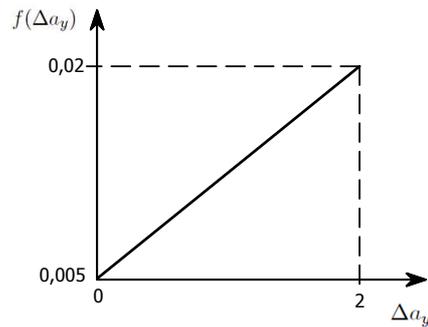
Basierend auf der in [Gao09] vorgeschlagenen Adaption des Reibwerts μ , wird im Zuge dieses Abschnitts aufbauend auf der gleichen Idee eine abgewandelte Form eines Reibwertschätzers beschrieben. Aufgrund der Tatsache, dass μ in Abschnitt 2.2.3 in intuitiver Art und Weise mit Hilfe der Seitenführungskraft mitmodelliert wurde, soll die Reibwertsadaption nun über diese Rückkopplung erfolgen. Anders ausgedrückt wird eine Adaption durch die modellierte Seitenführungskraft bzw. der daraus berechneten Querschleunigung angestrebt.

Adaptionsgesetz:

Das Kernelement des Reibwertschätzers stellt das folgende Adaptionsgesetz dar:

$$\begin{aligned} \mu_{k+1} &= \mu_k + \underbrace{\mu_{sign} \cdot f\left(\overbrace{\left|a_y - \frac{F_y}{m}\right|}^{\Delta a_y}\right)}_{\mu_{schritt}}, \\ \mu_{sign} &= \text{sign}\left(a_y \cdot \left(a_y - \frac{F_y}{m}\right)\right). \end{aligned} \tag{3.54}$$

Hierbei berechnet sich der aktuelle Reibwert μ_{k+1} aus dem alten Reibwert μ_k und dem Adaptionsschritt $\mu_{schritt}$. Dieser wird unter Berücksichtigung der in Anhang A eingeführten Vorzeichenkonvention hinsichtlich einer entsprechenden Gewichtung des Absolutwerts der Differenz zwischen gemessener Querschleunigung a_y und modellierter Querschleunigung $\frac{F_y}{m}$ ermittelt. Um die Bestimmung von μ_{sign} zu veranschaulichen, bedient man sich der Betrachtung einer Rechtskurve. Wurde hier ein zu hohes μ geschätzt, so muss sich in Bezug auf die Annäherung an den wahren Wert ein negatives Vorzeichen einstellen, welches sich aufgrund der Multiplikation mit a_y und der somit direkten Berücksichtigung der Vorzeichenkonvention ergibt. Den zweiten Bestandteil des Adaptionsschritts stellt die Funktion $f(\Delta a_y)$ dar. Hierbei wird wiederum im Sinne einer einfachen Lösung eine triviale Absolutwertbildung mit anschließendem linearem Mapping durchgeführt, siehe Abbildung 3.4. Es sei angemerkt, dass die in Abbildung 3.4 angegebenen Schranken auf experimentelle Art und Weise bestimmt wurden. Um die beschriebene Herangehensweise zusätzlich robuster zu machen, wird das obige Kernelement des Reibwertschätzers nun durch die zusätzliche Berücksichtigung der folgenden zwei

Abbildung 3.4: Grafische Betrachtung zu Adaptionsschritt $\mu_{schritt}$

Spezialfälle erweitert und schließlich im Flussdiagramm 3.5 zusammengefasst.

- *Laterale Anregung:* Wie aus der Kennlinienschar für die Seitenführungskraft, siehe Abbildung 2.12, ersichtlich wird, überlappen sich die einzelnen Kennlinien im linearen Fahrdynamikbereich weitgehend. Aufgrund dieser Tatsache ist in diesem Bereich kein Rückschluss auf den vorherrschenden Reibwert möglich und somit muss in diesem Fall der Adaptionprozess vorübergehend deaktiviert werden. Anders formuliert spricht man im linearen Fahrdynamikbereich von mangelnder lateraler Anregung um den Reibwert schätzen zu können. Die einfachste Möglichkeit diesen Fall zu erkennen, bietet hierbei die Analyse der gemessenen Querbeschleunigung. Experimentell ermittelt, ergibt sich für die Entscheidung ob genügend laterale Anregung für den Adaptionprozess vorherrscht eine Schranke von $|a_y| > 0.5 \frac{m}{s^2}$.
- *Häufigkeit der Adaption:* Vereinfachend kann davon ausgegangen werden, dass der Reibwert μ während einem Streckenabschnitt annähernd konstant bleibt, d.h. klarerweise kann es einen treppenförmigen Verlauf zwischen den Streckenabschnitten geben, jedoch kann während einer Stufe von einem konstanten μ ausgegangen werden. Damit nun der Schätzwert nicht überempfindlich auf jede Schwankung im Messwert a_y reagiert, bedient man sich eines naheliegenden Prinzips hinsichtlich der Steuerung der Adaptionshäufigkeit. Wurde in den letzten n Iterationen eine relative Abweichung von gemessener und modellierter Querbeschleunigung kleiner 10% beobachtet, so wird davon ausgegangen, dass der aktuelle Reibwert gefunden wurde. In weiterer Folge wird nun dieser geschätzte Reibwert so lange beibehalten, bis sich wiederum über n Iterationen eine kontinuierliche

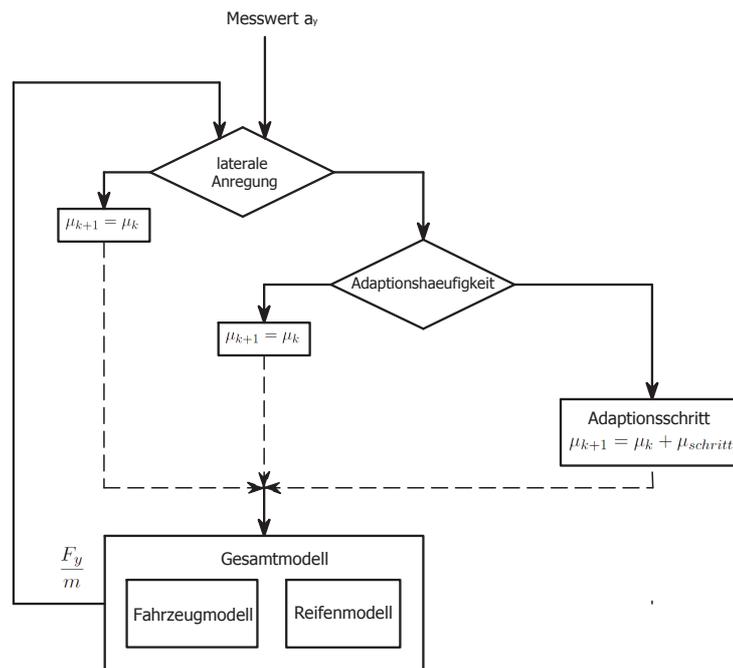


Abbildung 3.5: Prinzipielles Flussdiagramm zur Reibwertadaption

Verschlechterung der betrachteten Abweichung einstellt und somit der Adaptionprozess wieder aktiviert wird. Für die Anzahl der Iterationen wurde hierbei $n = 10$ gewählt.

Betrachtet man den gerade beschriebenen Reibwertschätzer rückwirkend, so lässt die Korrektur auf die gemessene Querbewegung vermuten, dass diese für die Funktionsfähigkeit der Adaption des Reibwerts relativ genau vorliegen muss. Jedoch zeigt sich durch experimentelle Verifikation, siehe Abschnitt 4.4, dass aufgrund der Trägheit dieser einfachen Lösung, diese bezüglich Ungenauigkeiten in a_y - Offset oder/und Rauschen - sehr robust ist und somit unter Berücksichtigung einer Aufwands-/Nutzenabschätzung durchaus ihre Berechtigung hat. Nachteile können

- die hohe Anzahl der Parameter und deren experimentelle Bestimmung bzw.
- der proportionale Zusammenhang hinsichtlich der Konvergenzgeschwindigkeit, d.h. kleine laterale Anregung \rightarrow kleine Konvergenzgeschwindigkeit bzw. große laterale Anregung

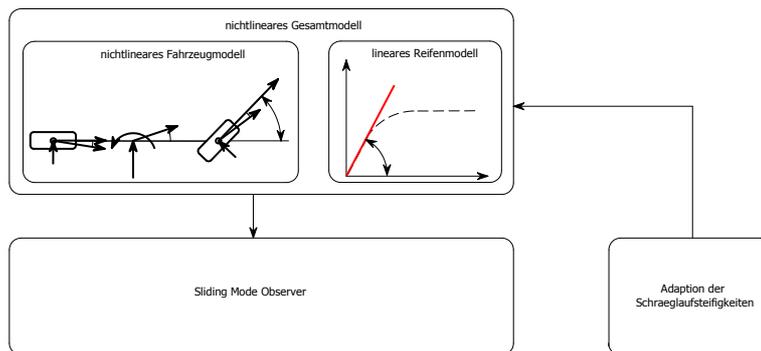


Abbildung 3.6: Prinzip der firmeninternen Lösung

→ große Konvergenzgeschwindigkeit

angemerkt werden.

3.5 Firmeninterne Lösung - Sliding Mode Beobachter

Aufgrund der Tatsache, dass in Abschnitt 4.5 ein Vergleich zwischen bestehender und erarbeiteter Lösung angestellt wird, sollen kurz die wesentlichen Entwurfsideen der firmeninternen Lösung des Beobachters für den Schwimmwinkel β skizziert werden. Ohne näher auf die Einzelheiten der Realisierung eingehen zu dürfen, ist in Abbildung 3.6 das grundlegende Prinzip schematisch dargestellt.

Kapitel 4

Simulation und experimentelle Ergebnisse

Das Ziel dieses Kapitels ist es ausgehend von den in Kapitel 3 entworfenen Beobachtern die Bereiche Fahrzeugmodell, Reifenmodell und Beobachterstrategie mit Hilfe von Simulationsergebnissen zu analysieren und Entscheidungen hinsichtlich einer weiteren Verwendung zu treffen, um abschließend einen resultierenden Beobachter für den Schwimmwinkel β zu erhalten. Um den Entwurf abzurunden, wird dieser im Anschluss mit Hilfe von Testdaten experimentell verifiziert. Aufgrund der Tatsache, dass eine “schlanke“ und “intuitive“ Gesamtlösung gefordert wird, ergibt sich ein schrittweise aufgebauter Entscheidungsprozess. Dieser ist zur besseren Übersicht in Abbildung 4.1 dargestellt. Anschließend folgen Betrachtungen hinsichtlich der vorgestellten Reibwertadaption bzw. ein Vergleich mit der firmeninternen Lösung. Zusammenfassend werden im letzten Abschnitt die gewonnenen Erkenntnisse analysiert und durch ein generelles Fazit vereint. Die verwendete Simulationsumgebung und das Testfahrzeug bzw. die ausgewählten Fahrmanöver und deren Beschreibung werden in Anhang B näher erläutert.

4.1 Analyse Fahrzeugmodell

Um Aufschluss über das für weitere Beobachterentwürfe zu verwendende Fahrzeugmodell - grundlegende Unterscheidung zwischen linearem bzw. nichtlinearem - zu bekommen, wird in diesem Abschnitt eine Aufwands-/Nutzenabschätzung basierend auf den entworfenen Beobachtern aus Abschnitt 3.2.2 bzw. 3.2.3 durchgeführt. Hierfür werden beide Beobachter jeweils

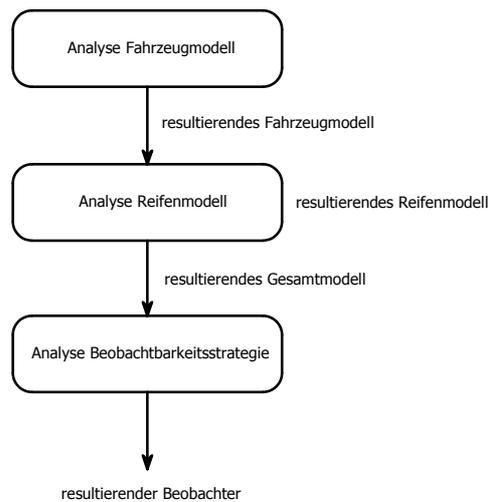


Abbildung 4.1: Phasen des Entscheidungsprozesses

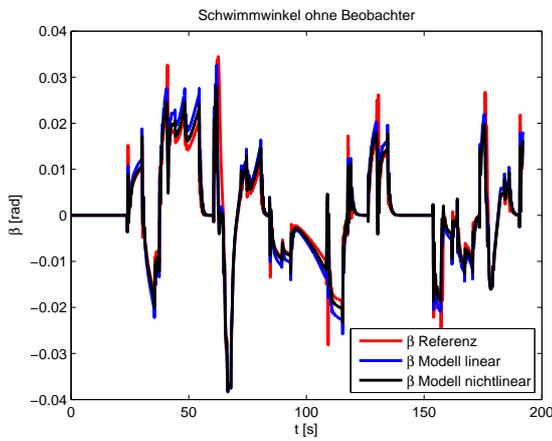
für Manöver im linearen bzw. nichtlinearen Fahrdynamikbereich angewendet und gegenübergestellt.

Betrachtungen im linearen Fahrdynamikbereich:

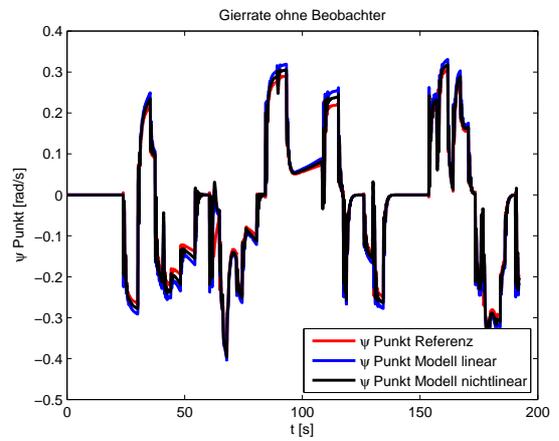
Um den Unterschied in der Gültigkeit des Fahrzeugmodells herausarbeiten zu können, werden für die Betrachtungen im linearen Fahrdynamikbereich die Fahrmanöver 1a bzw. 2a jeweils ohne bzw. mit Einsatz des Beobachters analysiert. Die Simulationsergebnisse hinsichtlich der beiden Zustandsgrößen Schwimmwinkel β und Gierrate $\dot{\psi}$ werden nachfolgend in den Abbildungen 4.2 und 4.3 bzw. 4.4 und 4.5 dargestellt.

Betrachtungen im nichtlinearen Fahrdynamikbereich:

Auch im nichtlinearen Fahrdynamikbereich wird das Systemverhalten ohne bzw. mit Einsatz des Beobachters untersucht. Zur besseren Veranschaulichung ist in Abbildung 4.6 (a) ein Detailausschnitt angeführt. Abbildung 4.6 (b) zeigt hingegen das gesamte Fahrmanöver. Auf die Darstellung der Gierrate wurde aufgrund der Übersichtlichkeit in diesem Fall verzichtet. Um ein höherdynamisches Fahrverhalten nachbilden zu können, bedient man sich hierbei Fahrmanöver 1b.

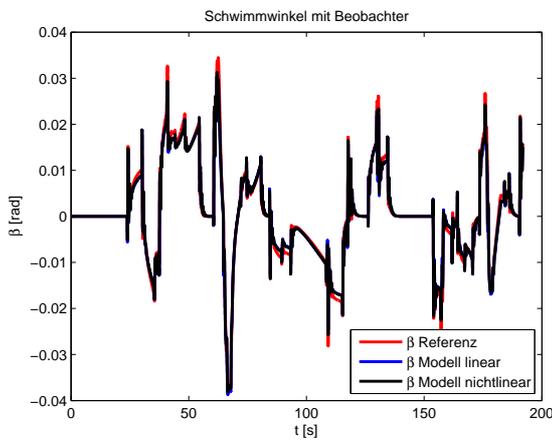


(a) Schwimmwinkel β : Referenz, linear, nichtlinear

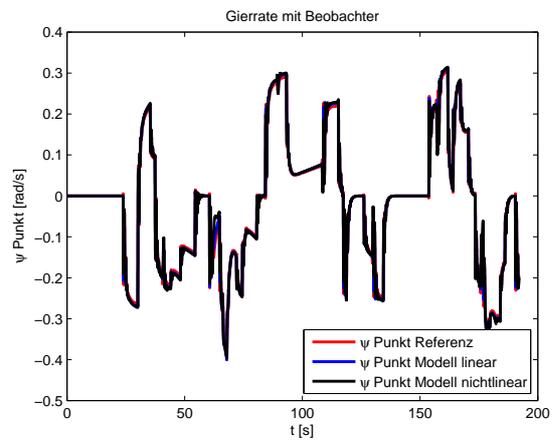


(b) Gierrate $\dot{\psi}$: Referenz, linear, nichtlinear

Abbildung 4.2: Vergleich der Simulationsergebnisse für Fahrmanöver 1a ohne Beobachter

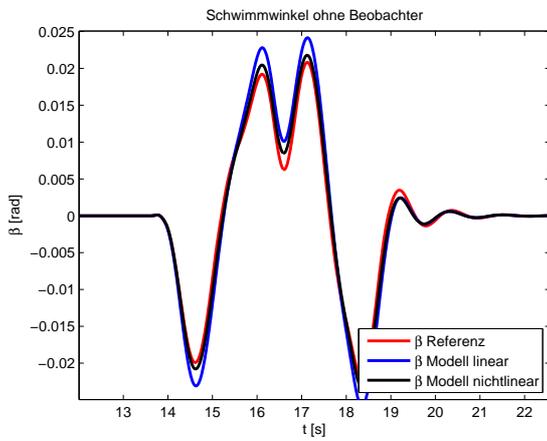


(a) Schwimmwinkel β : Referenz, linear, nichtlinear

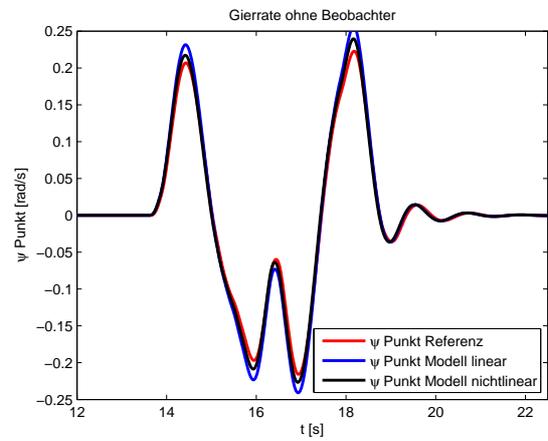


(b) Gierrate $\dot{\psi}$: Referenz, linear, nichtlinear

Abbildung 4.3: Vergleich der Simulationsergebnisse für Fahrmanöver 1a mit Beobachter

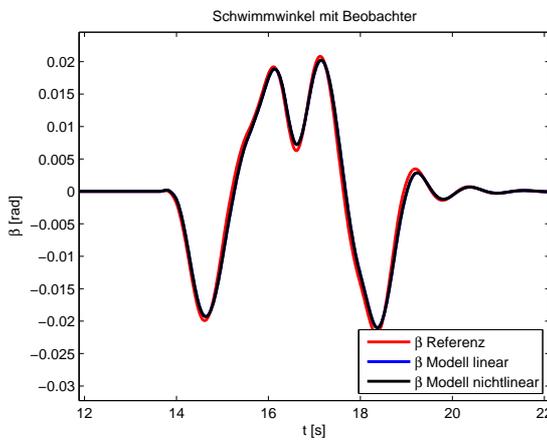


(a) Schwimmwinkel β : Referenz, linear, nichtlinear

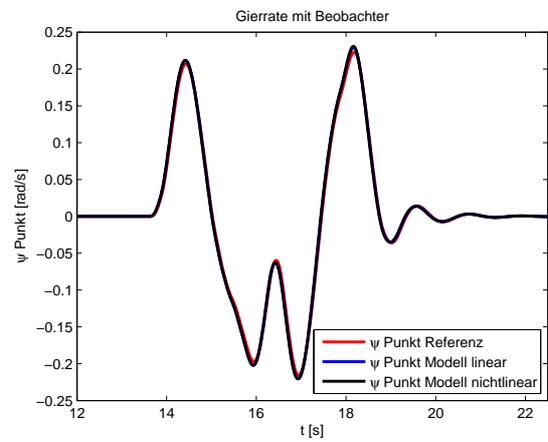


(b) Gierrate $\dot{\psi}$: Referenz, linear, nichtlinear

Abbildung 4.4: Vergleich der Simulationsergebnisse für Fahrmanöver 2a ohne Beobachter



(a) Schwimmwinkel β : Referenz, linear, nichtlinear



(b) Gierrate $\dot{\psi}$: Referenz, linear, nichtlinear

Abbildung 4.5: Vergleich der Simulationsergebnisse für Fahrmanöver 2a mit Beobachter

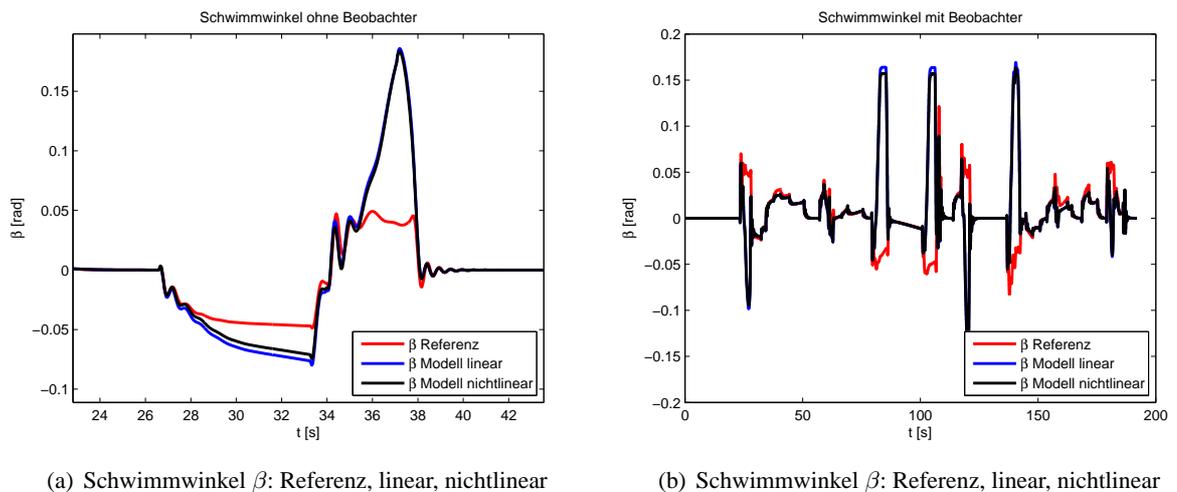


Abbildung 4.6: Vergleich der Simulationsergebnisse für Fahrmanöver 1b ohne bzw. mit Beobachter

Erkenntnisse und Fazit:

Ohne Verwendung des Beobachters wird eine wenn auch minimale Verbesserung der Modellierung durch Einsatz eines nichtlinearen Fahrzeugmodells sowohl im linearen als auch im nichtlinearen Fahrdynamikbereich sichtbar. Jedoch muss weiters angemerkt werden, dass sich eine Verbesserung in der Modellbildung keinesfalls auf die Verbesserung des Beobachterergebnisses auswirkt, wie mit Hilfe von

- *Linearer Fahrdynamikbereich:* Abbildung 4.3 und 4.5 zeigen jeweils, dass für den linearen und nichtlinearen Fall ähnlich gute Ergebnisse erzielt werden können.
- *Nichtlinearer Fahrdynamikbereich:* Abbildung 4.6 zeigt, dass beide Fahrzeugmodelle gleichermaßen versagen und somit darauf geschlossen werden kann, dass im nichtlinearen Fahrdynamikbereich Abbildung 4.6 (a) in den Zeitintervallen $t_1 = 28\text{-}34\text{s}$ bzw. $t_2 = 35\text{-}38\text{s}$ der Einfluss des Reifenmodells gegenüber dem Fahrzeugmodell überwiegt.

experimentell bestätigt werden kann. Da sich somit wie erwähnt ein Übergewicht des Reifenmodells bemerkbar macht, kann durch eine einfache Aufwands-/Nutzenabschätzung und der anstehenden Erhöhung der Komplexität des Reifenmodells für unsere Zwecke das lineare Fahrzeugmodell als Basis für weitere Beobachterentwürfe herangezogen werden.

4.2 Analyse Reifenmodell

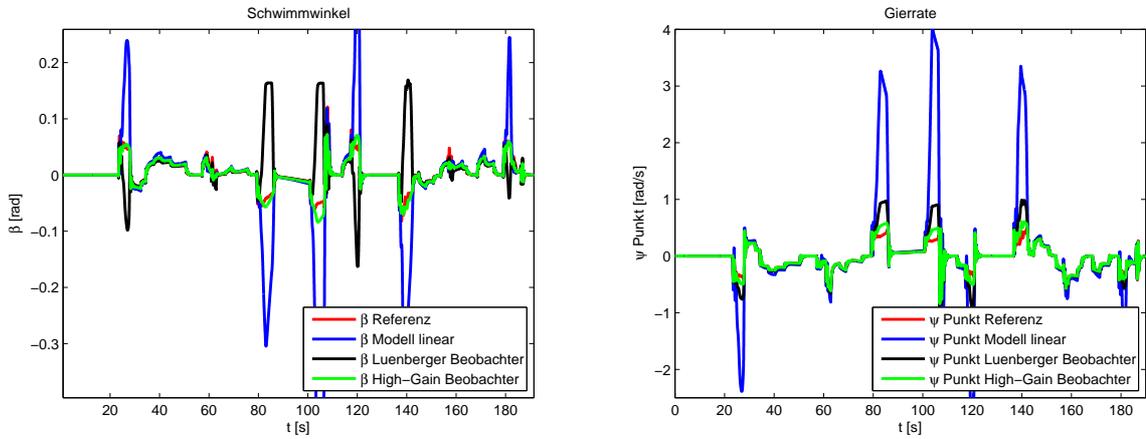
Die im vorherigen Abschnitt gewonnene Erkenntnis, dass der Einfluss durch das Reifenmodell überwiegt, stellt das erste Indiz für die Notwendigkeit des Übergangs auf eine komplexere Modellierung des Reifens dar. Um diese Vermutung untermauern zu können bzw. die Motivation und Vorarbeit für den nachfolgenden Abschnitt zu leisten, bedient man sich des Entwurfs des High-Gain Beobachters auf das gerade ausgewählte lineare Fahrzeugmodell inklusive linearem Reifenmodell. Hierbei sei angemerkt, dass aufgrund der analogen Vorgehensweise wie in Abschnitt 3.3.2 und der damit entstehenden erheblichen Redundanz der Beobachterentwurf für diesen Spezialfall nicht explizit angeführt ist. Interessante Ergebnisse ergeben sich bei der Anwendung des Beobachters auf den nichtlinearen Fahrdynamikbereich. Hierbei lassen sich folgende Betrachtungen anstellen:

- *Verbesserung gegenüber Luenberger Beobachter:* Wie aus den angestellten Vergleichen sowohl in Abbildung 4.7 als auch 4.8 ersichtlich wird, ergibt sich durch den Wechsel auf einen High-Gain Beobachter ein deutlich besseres Ergebnis.
- *Weitgehend bleibende Problematik:* Unter Zuhilfenahme von Abbildung B.3 (b) für die Querbeschleunigung des betrachteten Fahrmanövers ist die bereits erwähnte Problematik bezüglich der Nichtlinearitäten im Fahrdynamikbereich wenn auch abgeschwächt immer noch vorhanden.

Zusammenfassend kann also der in der Literatur übliche Übergang auf ein komplexeres Reifenmodell somit bestätigt werden. Wie bereits in den Abschnitten 2.2.2 und 2.2.3 beschrieben, unterscheidet man hierbei zwischen

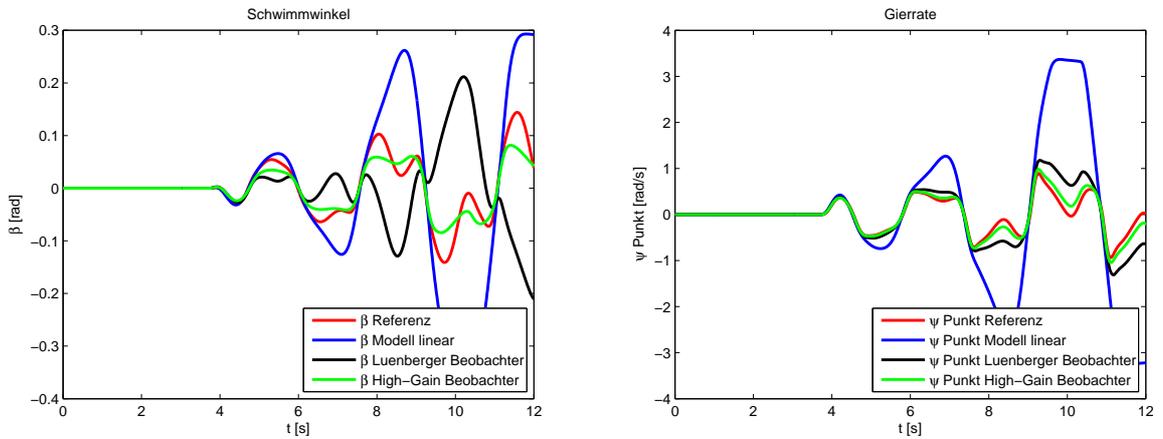
- linearem Reifenmodell mit Adaption der Schräglaufsteifigkeiten und
- nichtlinearem Reifenmodell.

Die bereits angeführten Zweifel der Sinnhaftigkeit der ersten Vorgehensweise bezüglich der Abhängigkeiten von der Querbeschleunigung können mit einer einfachen Empfindlichkeitsanalyse, siehe Abbildung 4.9, experimentell untermauert werden. Hierbei wird die reale Ungenauigkeit des Beschleunigungssensors vereinfachend als Offset modelliert. Bei idealen Verhältnissen erzielt die Adaption erwartungsgemäß sehr zufriedenstellende Ergebnisse, siehe



(a) Schwimmwinkel β : Referenz, Modell, Luenberger bzw. High-Gain Beobachter (b) Gierrate $\dot{\psi}$: Referenz, Modell, Luenberger bzw. High-Gain Beobachter

Abbildung 4.7: Vergleich der Simulationsergebnisse für Fahrmanöver 1b mit Beobachter



(a) Schwimmwinkel β : Referenz, Modell, Luenberger bzw. High-Gain Beobachter (b) Gierrate $\dot{\psi}$: Referenz, Modell, Luenberger bzw. High-Gain Beobachter

Abbildung 4.8: Vergleich der Simulationsergebnisse für Fahrmanöver 3b mit Beobachter

Abbildung 4.9 (b), jedoch kann durch minimale Messungenauigkeiten, siehe Abbildung 4.9 (c) und (d), ein Fehlverhalten gezeigt und somit die starke Empfindlichkeit gegenüber der Querbeschleunigung nachgewiesen werden kann. Aus diesem Grund und der im nachfolgenden Abschnitt implizit angestellten Verifikation wird in weiterer Folge das in Abschnitt 2.2.3 beschriebene nichtlineare Reifenmodell verwendet.

4.3 Analyse Beobachterstrategie

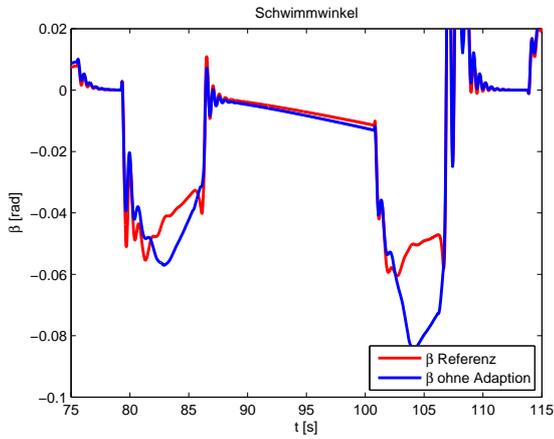
Nach der in den beiden obigen Abschnitten getroffenen Festlegung auf ein lineares Fahrzeugmodell inklusive einem nichtlinearen Reifenmodell und dem daraus resultierenden nichtlinearen Einspurmodell folgen basierend darauf nun Betrachtungen hinsichtlich der Beobachterstrategie. Auf das gewählte und in Abschnitt 2.3.3 beschriebene Gesamtmodell werden nun der nichtlineare Luenberger Beobachter, siehe Abschnitt 3.2.4, der High-Gain Beobachter bzw. dessen Erweiterung nach Abschnitt 3.3.2 angewendet, verglichen und anschließend analysiert. Aufgrund zufriedenstellender Ergebnisse im linearen Fahrdynamikbereich bedient man sich hierbei ausschließlich nichtlinearer Fahrmanöver, siehe 1b, 2b, 3b.

Fahrmanöver	$\frac{\text{mean}(\beta_{\text{Referenz}} - \beta_{\text{Beobachter}})}{ \beta _{\text{max}}}$		
	1b	2b	3b
β Modell nichtlinear	2.31%	1.48%	3.68%
β Luenberger Beobachter	1.80%	0.55%	3.19%
β High-Gain Beobachter	1.73%	0.84%	2.57%
β High-Gain Beobachter erweitert	1.21%	0.39%	1.94%

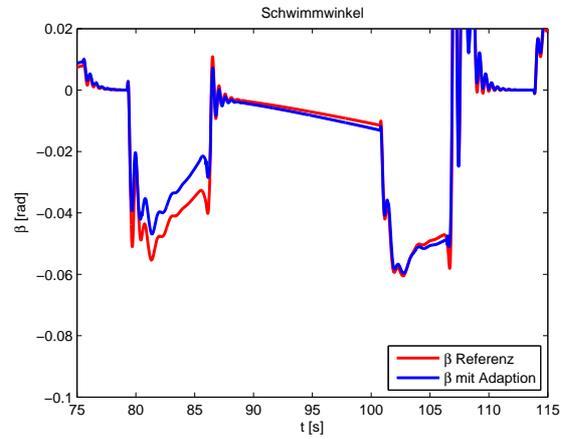
Tabelle 4.1: Vergleichstabelle des relativen Fehlers

Aus den Abbildungen 4.10, 4.11 bzw. 4.12 und der Vergleichstabelle 4.1 des relativen Fehlers lassen sich folgende Erkenntnisse gewinnen:

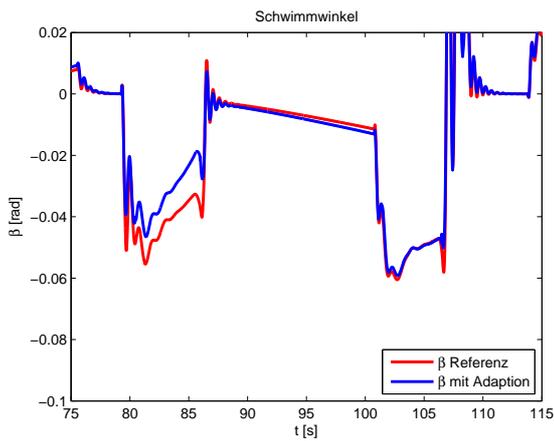
- *hohe Modellgenauigkeit*: Das gewählte nichtlineare Einspurmodell liefert auch ohne Beobachtereinsatz sowohl im linearen als auch nichtlinearen Fahrdynamikbereich ein ansprechendes Ergebnis.



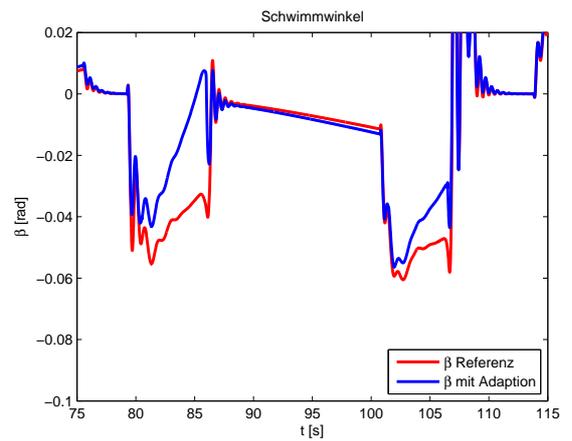
(a) Schwimmwinkel β ohne Adaption



(b) Schwimmwinkel β mit Adaption, a_y unverfälscht



(c) Schwimmwinkel β mit Adaption, a_y mit 0.1% Offset



(d) Schwimmwinkel β mit Adaption, a_y mit 1% Offset

Abbildung 4.9: Empfindlichkeitsanalyse zu Adaption der Schräglaufsteifigkeiten

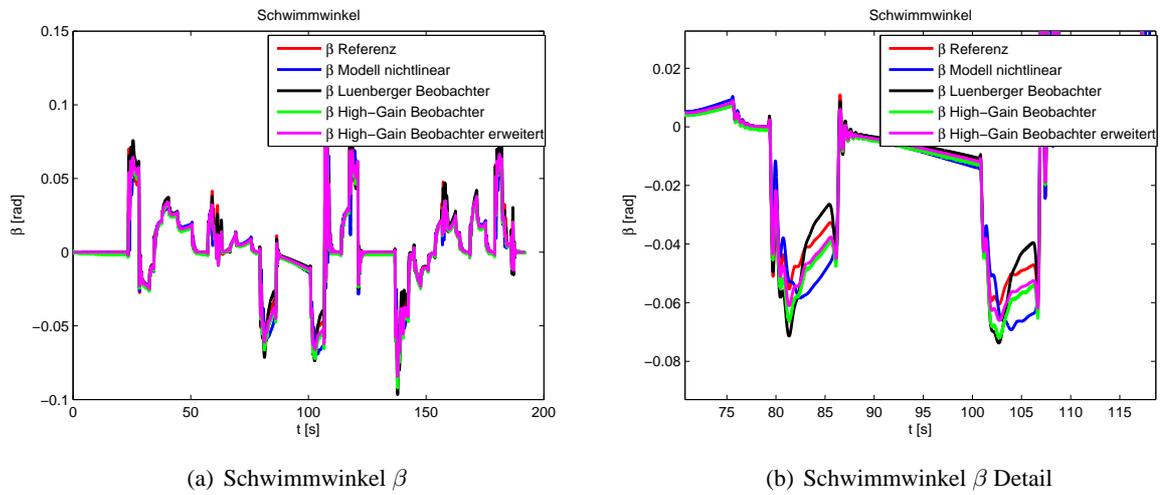


Abbildung 4.10: Vergleich der Simulationsergebnisse für Fahrmanöver 1b mit Beobachter

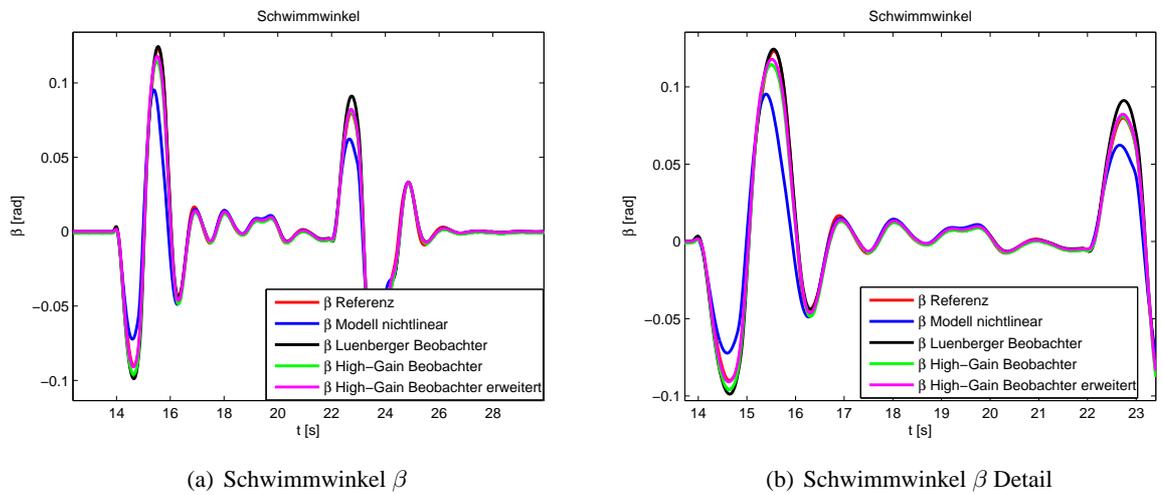


Abbildung 4.11: Vergleich der Simulationsergebnisse für Fahrmanöver 2b mit Beobachter

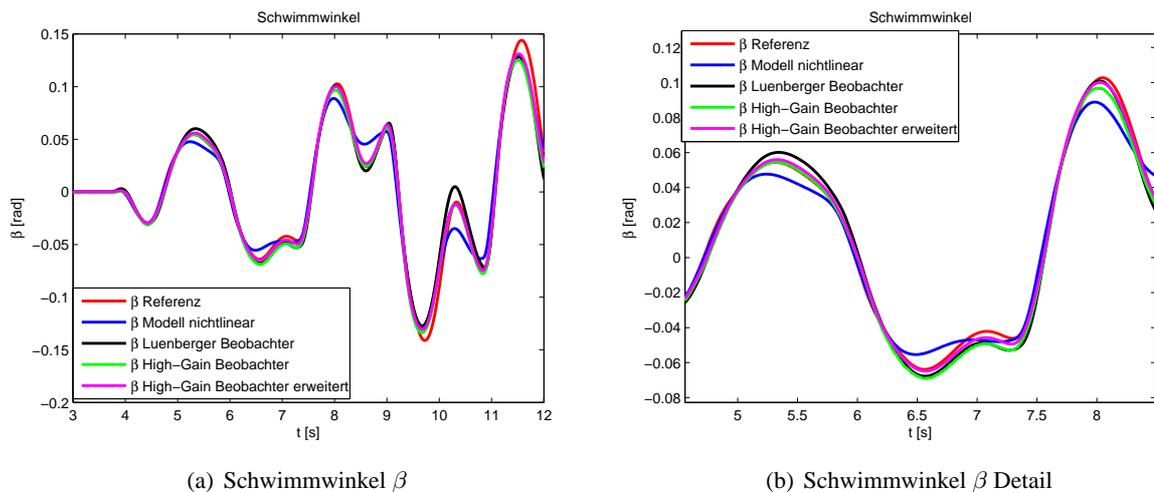


Abbildung 4.12: Vergleich der Simulationsergebnisse für Fahrmanöver 3b mit Beobachter

- *generelle Verbesserung durch Beobachtereinsatz:* Sowohl die grafische Betrachtung als auch die Analyse der Entwicklung des relativen Fehlers zeigen, dass durch den Einsatz eines Beobachters die Genauigkeit des Ergebnisses verbessert werden kann.
- *High-Gain besser als Luenberger Beobachter:* Trotz des geringeren numerischen Aufwandes liefert der High-Gain Beobachter ein besseres Ergebnis als die Beobachterstrategie mittels Luenberger.
- *Durch Erweiterung (Rücksubstitution) zusätzliche Verbesserung:* Wird die in Abschnitt 3.3.2 vorgestellte Erweiterung hinsichtlich des High-Gain Beobachters durchgeführt, so lässt sich weiters eine Verbesserung der Beobachtungsgenauigkeit feststellen.

4.4 Analyse Reibwertadaption

Das Ziel dieses Abschnitts ist zum Einen die generelle Funktionalität der Reibwertadaption und die dadurch in weiterer Folge entstehende Verbesserung des Schwimmwinkels β bzw. zum Anderen die in Abschnitt 3.4 erwähnte Robustheit gegenüber Ungenauigkeiten in der Querbeschleunigung a_y nachzuweisen. Als Fahrmanöver wird hierbei die in den vorherigen Abschnitten als “anspruchvollste“ Testfahrt identifizierte Slalomfahrt herangezogen. Um den Betrachtungen hinsichtlich des Reibwerts gerecht zu werden, ändert sich im Laufe des Fahr-

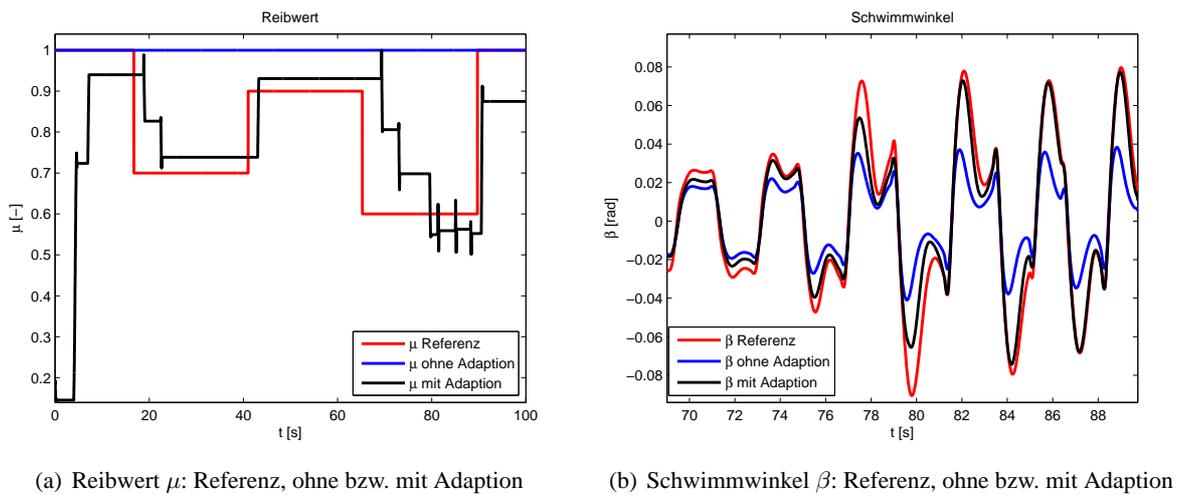


Abbildung 4.13: Simulationsergebnisse zu Reibwertadaption, Fahrmanöver 3c

manövers der Reibwert treppenförmig im Bereich von $\mu = 0.6$ bis 1. Weiters wird durch die auftretenden Querbeschleunigungen der gesamte Fahrdynamikbereich, d.h. sowohl linear als auch nichtlinear, abgedeckt. Das gewählte Fahrmanöver ist unter Anhang B 3c zusammengefasst.

Generelle Funktionalität:

Wie aus Abbildung 4.13 klar ersichtlich wird, kann durch die Adaption des Reibwerts

- in (a) unter Berücksichtigung der Einfachheit des Ansatzes eine zufriedenstellende Schätzung für den aktuellen Reibwert bzw. die in Abschnitt 3.4 erwähnte Problematik hinsichtlich der Konvergenzgeschwindigkeit und
- in (b) eine deutliche Verbesserung des resultierenden Schwimmwinkels

erkannt werden.

Robustheitsanalyse:

Die angestellten Robustheitsanalysen hinsichtlich der Ungenauigkeit der Querbeschleunigung in Form eines Offsets bzw. von Rauschen führen zu den folgenden Erkenntnissen

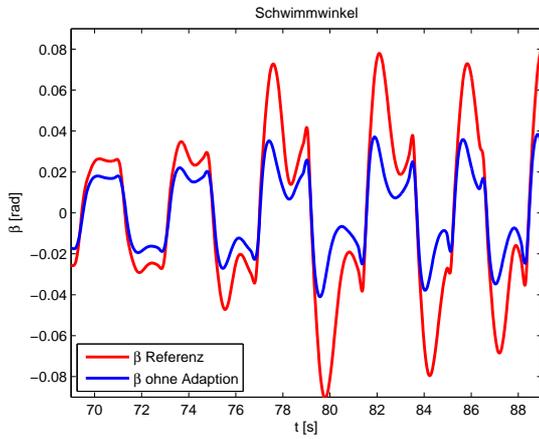
- *bezüglich Offset:* Betrachtet man die Abbildungsreihe 4.14 (a) bis (d) so lässt sich erkennen, dass trotz der Verfälschung der Querbeschleunigung durch einen Offset von bis zu 12.5% bezüglich $a_{y,max}$ - üblicher Wert in Sensorik von Serienfahrzeugen - beachtliche Verbesserungen hinsichtlich des Schwimmwinkels erreicht werden können.
- *bezüglich Rauschen:* Aus Abbildung 4.15 wird ersichtlich, dass trotz der Überlagerung des Messwerts der Querbeschleunigung mit einem gleichverteilten Rauschsignal - Größenordnung siehe vorheriger Punkt - weiterhin eine Verbesserung erreicht werden kann.

und in weiterer Folge zur Bestätigung des robusten Verhaltens der vorgestellten einfachen Reibwertadaption.

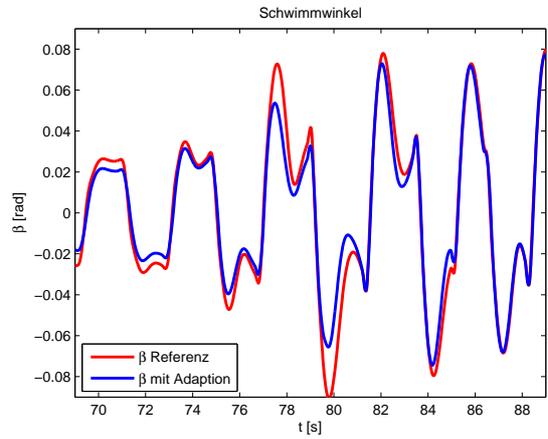
4.5 Vergleich mit firmeninterner Lösung

Es soll nun ein Vergleich zwischen vorgestellter - siehe Abschnitt 3.3.2 - bzw. der bestehenden firmeninternen Lösung - siehe Abschnitt 3.5 - durchgeführt werden. Hierbei werden sowohl linearer als auch nichtlinearer Fahrdynamikbereich abgedeckt bzw. in weiterer Folge Betrachtungen in Bezug auf das Reibwertverhalten angestellt. Zusammenfassend ergeben sich folgende Vergleiche:

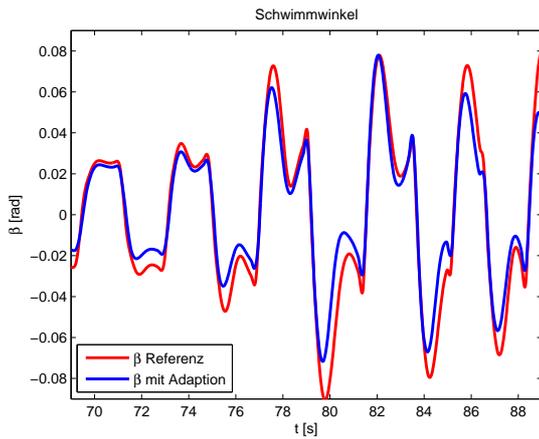
- *zu linearer Fahrdynamikbereich:* Die in Abbildung 4.16 betrachteten Fahrmanöver 1a und 2a zeigen für den linearen Fahrdynamikbereich eine ähnliche Funktionalität der zu vergleichenden Beobachter.
- *zu nichtlinearer Fahrdynamikbereich:* Die Betrachtungen bezüglich des nichtlinearen Fahrdynamikbereichs in Abbildung 4.17 - Fahrmanöver 1b und 3b - zeigen, dass die auftretenden Nichtlinearitäten der firmeninternen Lösung erhebliche Probleme bereiten. Aufgrund der Tatsache, dass diese nur als Blackbox zur Verfügung steht, kann kein Rückschluss auf die grundlegende Problematik gezogen werden.
- *zu Reibwertanalyse:* Da wie erwähnt der bestehende Beobachter keinerlei Rücksicht auf einen Reibwert μ ungleich 1 nimmt, kann dieser erwartungsgemäß die mit der vorgeschlagenen Lösung inklusiver Reibwertsadaption erzielte Genauigkeit nicht erreichen. Abbildung 4.18 zeigt den Vergleich der beiden betrachteten Beobachter anhand Fahrmanöver 3c.



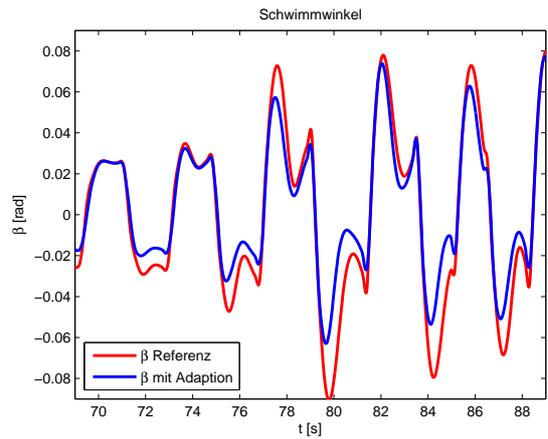
(a) Schwimmwinkel β ohne Adaption



(b) Schwimmwinkel β mit Adaption, a_y unverfälscht

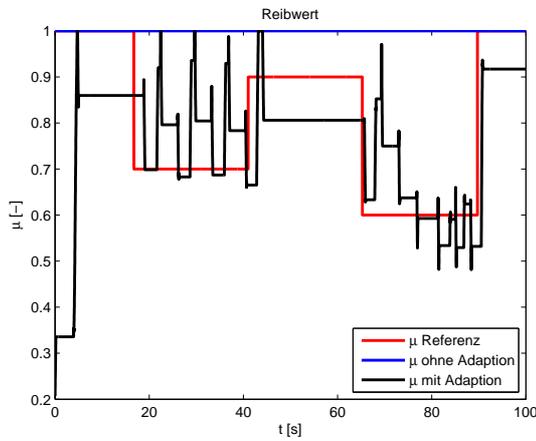


(c) Schwimmwinkel β mit Adaption, a_y mit 7.5% Offset

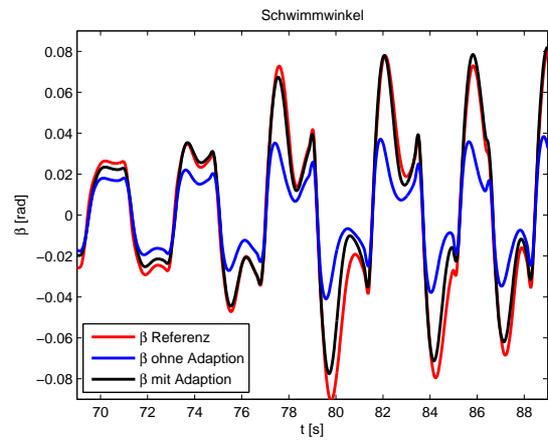


(d) Schwimmwinkel β mit Adaption, a_y mit 12.5% Offset

Abbildung 4.14: Robustheitsanalyse zu Reibwertadaption bezüglich Offset

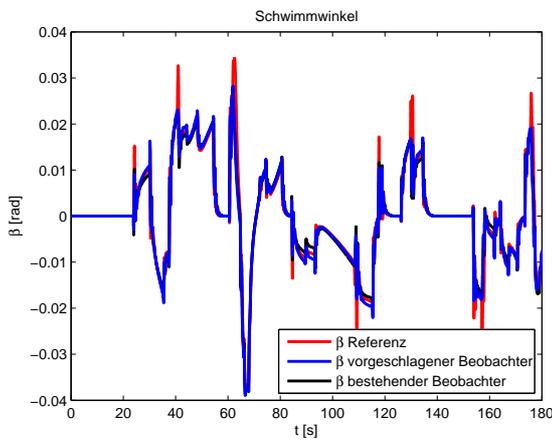


(a) Reibwert μ : Referenz, ohne bzw. mit Adaption

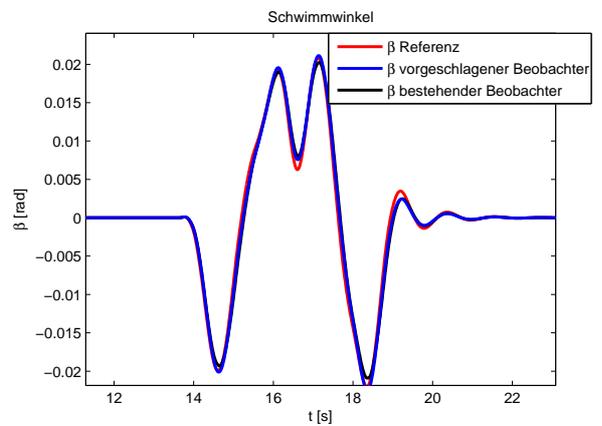


(b) Schwimmwinkel β : Referenz, ohne bzw. mit Adaption

Abbildung 4.15: Robustheitsanalyse zu Reibwertadaption bezüglich Rauschen

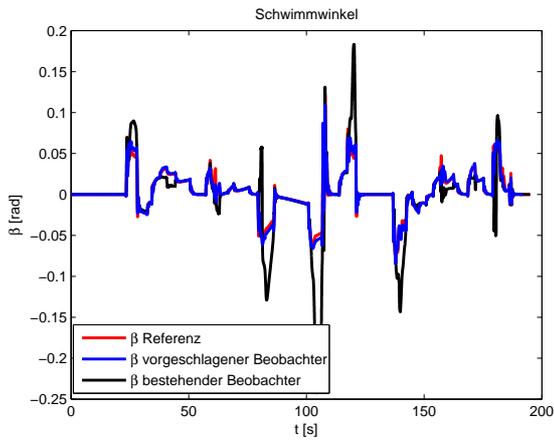


(a) Schwimmwinkel β Vergleich anhand Fahrmanöver 1a

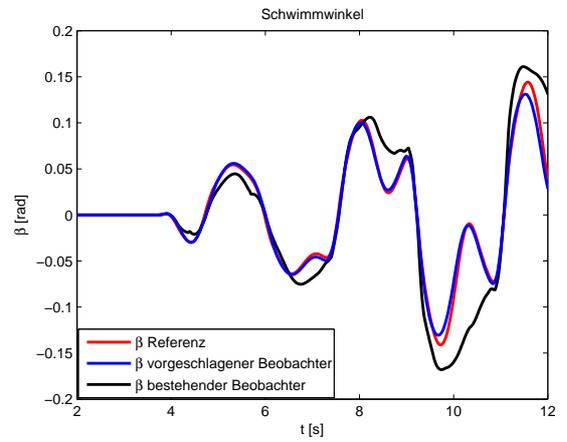


(b) Schwimmwinkel β Vergleich anhand Fahrmanöver 2a

Abbildung 4.16: Vergleich im linearen Fahrdynamikbereich



(a) Schwimmwinkel β Vergleich anhand Fahrmanöver 1b



(b) Schwimmwinkel β Vergleich anhand Fahrmanöver 3b

Abbildung 4.17: Vergleich im nichtlinearen Fahrdynamikbereich

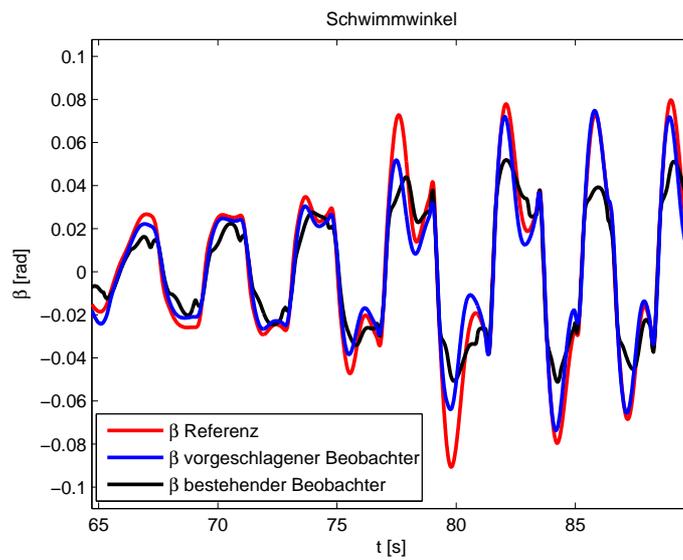
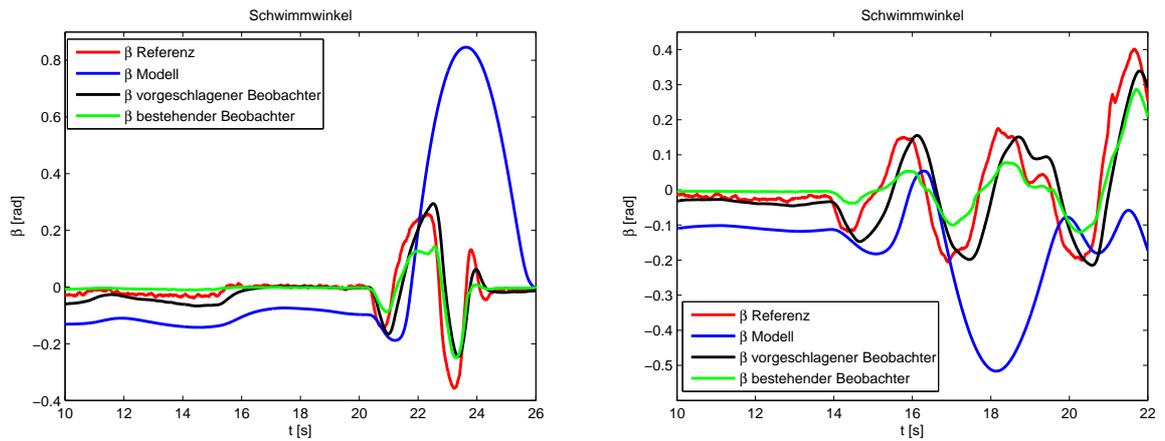


Abbildung 4.18: Vergleich bezüglich Reibwertverhalten anhand Fahrmanöver 3c



(a) Schwimmwinkel β Vergleich anhand Fahrmanöver $2b_{Testdaten}$ (b) Schwimmwinkel β Vergleich anhand Fahrmanöver $3b_{Testdaten}$

Abbildung 4.19: Vergleich im nichtlinearen Fahrdynamikbereich experimentelle Verifikation

4.6 Experimentelle Verifikation

Abschließend soll nun eine experimentelle Verifikation mittels Fahrmanöver, welche mit Hilfe eines Testfahrzeugs, detaillierte Beschreibung siehe Anhang B.2, aufgenommen wurden, durchgeführt und somit die Praxistauglichkeit des vorgeschlagenen Beobachters bestätigt werden. Weiters wird gleichzeitig wiederum eine Gegenüberstellung zur bestehenden Lösung angeführt. Aufgrund zufriedenstellender Ergebnisse im linearen Fahrdynamikbereich beschränkt man sich in diesem Abschnitt auf die Analyse des nichtlinearen Bereichs bzw. des Reibwertverhaltens. Hierbei lassen sich folgende Erkenntnisse gewinnen:

- *zu nichtlinearem Fahrdynamikbereich:* Basierend auf den Fahrmanövern $2b_{Testdaten}$ bzw. $3b_{Testdaten}$ kann aus den Abbildungen 4.19 (a) bzw. (b) ähnlich zum vorangegangenen Abschnitt ebenso eine Verbesserung gegenüber der bestehenden Lösung erkannt werden.
- *zu Reibwertanalyse:* Die in den vorangegangenen Abschnitten gezeigte Funktionalität der Reibwertadaption kann mit Hilfe der experimentellen Verifikation mit Fahrmanöver $4c_{Testdaten}$ Abbildung 4.20 bestätigt werden.

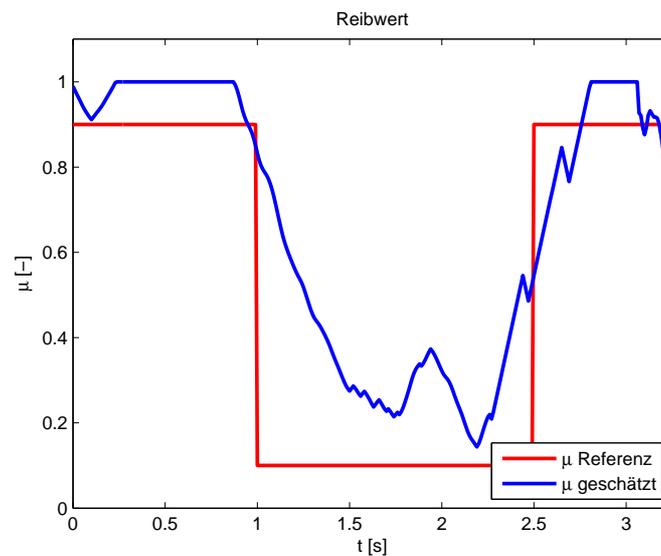


Abbildung 4.20: Reibwertverhalten experimentell anhand Fahrmanöver $4CT_{estdaten}$

4.7 Generelles Fazit

Zusammenfassend lässt sich der in Abschnitt 3.3.2 entworfene erweiterte High-Gain Beobachter auf das im Zuge dieses Kapitels gewählte Gesamtmodell aufgrund der in den letzten Abschnitten gewonnenen Erkenntnisse und der zusätzlichen Erfüllung der geforderten Kriterien

- einfacher Beobachterentwurf,
- Gültigkeitsbereich umfasst sowohl linearen als auch nichtlinearen Fahrdynamikbereich und
- Berücksichtigung des Straßenreibungswerts

als resultierender Beobachter angeben. Überblicksmäßig lässt sich dieses Fazit mit Abbildung 4.21 grafisch darstellen. Darüberhinaus wird durch die Verbesserung gegenüber der bestehenden firmeninternen Lösung, sowohl auf den Simulations- als auch auf den Testdaten, die Sinnhaftigkeit des gewählten Beobachters untermauert.

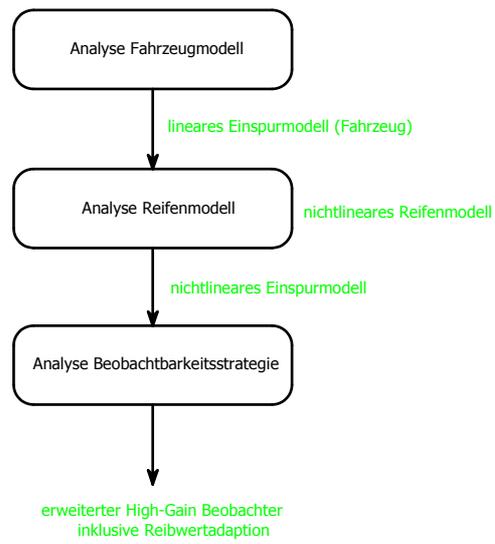


Abbildung 4.21: Entscheidungsprozess Fazit

Kapitel 5

Zusammenfassung und Ausblick

Als Folge des immer stärkeren Einzugs von elektronischen Komponenten (u.a. Steuergeräte und Sensorik) in den Bereich der Fahrzeugtechnik können Fahrsicherheitsysteme immer größere Einsatzgebiete erschließen und gewinnen damit gleichzeitig mehr und mehr an Bedeutung. Die gemeinsame Basis der Regelsysteme zur Verbesserung der Fahrsicherheit in Grenzsituationen bildet das notwendige Wissen über den aktuellen Fahrzeugzustand hinsichtlich seiner Dynamik. Aus diesem Grund macht sich die vorliegende Arbeit die modellbasierte Bestimmung einer grundlegenden Zustandsgröße bezüglich der Fahrzeugstabilität - des Schwimmwinkels - zur Aufgabe. Aufgrund der Tatsache, dass sich das für die Messung des Schwimmwinkels notwendige optische Sensorsystem und der in der Serienproduktion gegenwärtige Kostendruck aktuell noch nicht in Einklang bringen lassen, bietet sich ein Beobachterentwurf als kostengünstiger und hinsichtlich der Genauigkeit durchaus legitimer Umweg an. Demzufolge wird im Zuge dieser Arbeit ein schrittweiser Entscheidungsprozess hinsichtlich Fahrzeugmodell, Reifenmodell und Beobachterstrategie gewählt, um den Forderungen der Kooperationsfirma MAGNA STEYR Fahrzeugtechnik Abteilung Project House Europe nach einem "intuitiven" und "schlanken" Beobachterentwurf gerecht zu werden.

Hierbei wird mit Kapitel 1 die Thematik rund um den Schwimmwinkel näher beleuchtet und weiters die exakte Aufgabenstellung abgesteckt. Das nachfolgende Kapitel 2 setzt es sich zum Ziel, die in weiterer Folge verwendeten Gesamtmodelle des Fahrzeugs als Kombination aus den jeweiligen Fahrzeug- und Reifenmodellen abzuleiten. Bezüglich des Fahrzeugmodells wird dabei grundlegend zwischen dem klassischen linearen Einspurmodell bzw. einem komplexeren, nichtlinearen Zweispurmodell unterschieden. Im Fall des Reifenmodells wird neben der Unter-

scheidung zwischen linearem und nichtlinearem Ansatz weiters durch die Mitberücksichtigung des Straßenreibungswerts der Grundstein für eine nachfolgende Reibwertsadaption gelegt. Kapitel 3 thematisiert in weiterer Folge den Beobachterentwurf auf die abgeleiteten Gesamtmodelle. Basierend auf der Forderung nach einem möglichst übersichtlichen Beobachter werden dabei eine nichtlineare Form des klassischen Luenberger bzw. der High-Gain Beobachter genauer untersucht. Abgerundet wird der Beobachterentwurf durch Betrachtungen hinsichtlich einer einfachen Reibwertschätzung bzw. einem Überblick zur prinzipiellen Herangehensweise der bestehenden und zu Vergleichszwecken benötigten Lösung. Schließlich folgt in Kapitel 4 mittels in DYNA4[©] erstellten Simulationsergebnissen auf Fahrmanövern im linearen sowohl im nichtlinearen Fahrdynamikbereich bzw. sich änderndem Reibwert der oben erwähnte Entscheidungsprozess. Beginnend beim Fahrzeugmodell wird hierbei grundlegend zwischen linearem Einspur- bzw. nichtlinearem Zweispurmodell unterschieden. Basierend auf dieser Entscheidung wird eine Unterscheidung zwischen linearem Reifenmodell mit Adaption der Schräglauftiefigkeiten und einem intuitiv abgeleitetem nichtlinearen Ansatz angestellt. Darauf aufbauend werden die beiden nichtlinearen Beobachterstrategien Beobachterentwurf mittels Linearisierung - adaptierter Luenberger - und High-Gain Beobachterentwurf über Byrnes-Isidori Normalform gegenübergestellt. Aus den abschließenden Betrachtungen hinsichtlich der Reibwertadaption, dem Vergleich zur bestehenden Lösung und einer experimentellen Verifikation kann mit der vorliegenden Arbeit folgendes Fazit gezogen werden:

- *Komplexität*: einfache Parametrisierung und damit geradliniger Beobachterentwurf.
- *Gültigkeitsbereich*: verifiziert für Fahrmanöver im linearen und nichtlinearen Fahrdynamikbereich mittels standardisierter Simulationsumgebung aus der Industrie (TESIS DYNA4[©]) und mit Hilfe experimentell aufgenommener Testdaten (MAGNA STEYR GCC Testfahrzeug).
- *Straßenreibungswert*: Berücksichtigung wechselnder Straßenbedingungen mittels rudimentärem Reibwertschätzer.
- *erzielte Verbesserung* hinsichtlich bestehender Lösung sowohl auf Simulations- als auch Testdaten.

Anhang A

Nomenklatur

Dieser Abschnitt setzt es sich zum Ziel, die für die vorliegende Arbeit benötigte Nomenklatur der Fahrzeugtechnik einzuführen und dadurch eine gemeinsame Begriffsbildung herzustellen.

Allgemeine Bewegungen eines Fahrzeugs:

Nach DIN 70000 *Straßenfahrzeuge; Fahrzeugdynamik und Fahrverhalten; Begriffe* [Deu04] lassen sich die für unsere Zwecke benötigten Fahrzeugbewegungen unter Berücksichtigung von Abbildung A.1 und den Koordinatensystemen:

K_0	fahrbahnfestes Koordinatensystem
K_{cog}	fahrzeugfestes Koordinatensystem
K	reifenfestes Koordinatensystem

jeweils in bzw. um x-, y- bzw. z-Richtung wie folgt definieren:

- translatorische Bewegung bezüglich fahrzeugfestem Koordinatensystem K_{cog}
 - Längsbewegung x_{cog}
 - Querbewegung/Schieben y_{cog}
 - Hubbewegung z_{cog}
- rotatorische Bewegung bezüglich fahrzeugfestem Koordinatensystem K_{cog}
 - Wanken κ_{cog}

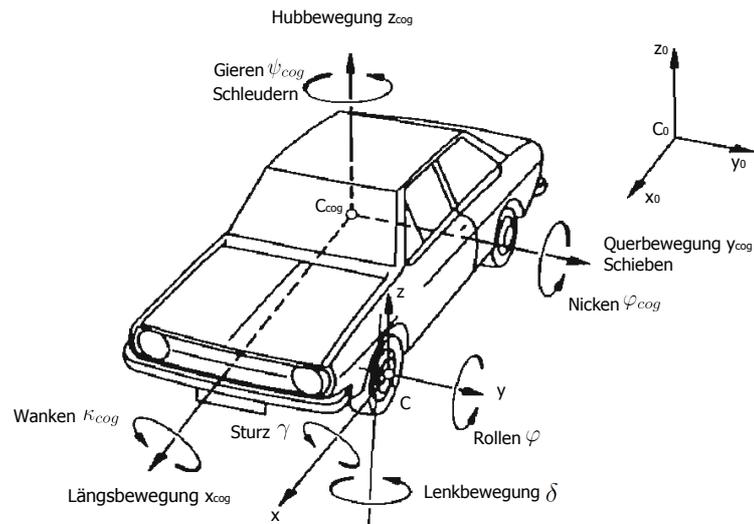


Abbildung A.1: Allgemeine Bewegungen eines Fahrzeugs [Mit04]

- Nicken φ_{cog}
- Gieren ψ_{cog}
- rotatorische Bewegung bezüglich reifenfestem Koordinatensystem K
 - Sturz γ
 - Rollen φ
 - Lenkbewegung δ .

Durch Verwendung der so genannten Absolutbeschleunigung \mathbf{a} kann die relative Bewegung des fahrzeugfesten Koordinatensystems K_{cog} gegenüber dem fahrbahnfesten Koordinatensystem K_0 nach [Ros10] mit

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}^0}{dt} = \frac{d\mathbf{v}^{cog}}{dt} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v} \quad (\text{A.1})$$

berücksichtigt werden, wobei \mathbf{v} den Geschwindigkeits- bzw. $\boldsymbol{\omega}$ den Winkelgeschwindigkeitsvektor darstellen.

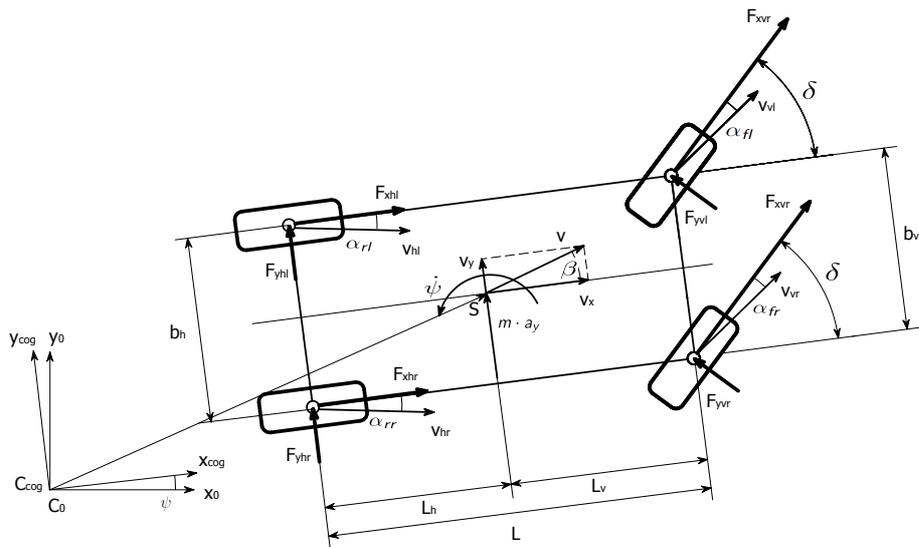


Abbildung A.2: Typisches Fahrzeugmodell mit geometrischen und physikalischen Fahrzeuggrößen

Fahrzeugtechnische Größen:

Mit Hilfe des in Abbildung A.2 dargestellten typischen Fahrzeugmodells werden die im weiteren Verlauf dieser Arbeit verwendeten fahrzeugtechnischen Größen dargestellt und anschließend definiert.

Geometrische Fahrzeuggrößen:

- S Schwerpunkt
- L Radstand
- L_v Länge Schwerpunkt-Vorderachse
- L_h Länge Schwerpunkt-Hinterachse
- b_v Reifenabstand Vorderachse
- b_h Reifenabstand Hinterachse

Physikalische Fahrzeuggrößen:

m	Gesamtmasse
v_x	Längsgeschwindigkeit (Geschwindigkeit in x-Richtung)
v_y	Quergeschwindigkeit (Geschwindigkeit in y-Richtung)
v	resultierende Geschwindigkeit des Schwerpunkts
v_{ij}	resultierende Geschwindigkeit
a_y	Querbeschleunigung (Beschleunigung in y-Richtung)
F_{xij}	Längskraft (Kraft in x-Richtung)
F_{yij}	Seitenführungskraft (Kraft in y-Richtung)
β	Schwimmwinkel, bereits eingeführt in Abschnitt 1.2
δ	Lenkwinkel: Winkel zwischen fahrzeugfesten und reifenfesten Koordinatensystem
α_{ij}	Schräglaufwinkel, bezugnehmend auf reifenfestes Koordinatensystem analoge Definition wie Schwimmwinkel
ψ	Gierwinkel, Winkel zwischen fahrbahnfesten und fahrzeugfesten Koordinatensystem
$\dot{\psi}$	Gierrate, Winkelgeschwindigkeit um Fahrzeughochachse

Um die Modellbildung und weitere mathematische Betrachtungen zu vereinfachen, werden die folgenden - in der Literatur üblichen - Annahmen getroffen:

- *Quergeschwindigkeit* \ll *Längsgeschwindigkeit*: Ausgehend von kleinen Quergeschwindigkeiten gilt folgender vereinfachender Zusammenhang

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \rightarrow v \approx v_x. \quad (\text{A.2})$$

- *kleiner Schwimmwinkel* β : Unter der Annahme kleiner Schwimmwinkel gilt die Linearisierung

$$\beta = \text{atan}\left(\frac{v_y}{v_x}\right) \rightarrow \beta = \frac{v_y}{v_x}. \quad (\text{A.3})$$

Aufgrund des typischen Wertebereichs von β ($< 12^\circ$) bzw. dazu äquivalent die vorherige Annahme kleiner Quergeschwindigkeiten ist die getroffene Annahme durchaus legitim.

- *konstante Längsgeschwindigkeit* v_x : Unter der Annahme einer sich im Gegensatz zur Querdynamik langsam ändernden Längsgeschwindigkeit v_x kann diese als konstant angenommen werden. Dadurch ergibt sich bei Differentiation von Gleichung (A.3) folgender Zusammenhang

$$\beta = \frac{v_y}{v_x} \xrightarrow{\frac{d}{dt}} \dot{\beta} = \frac{\dot{v}_y}{v_x}. \quad (\text{A.4})$$

Vorzeichenkonvention:

Für die Festlegung der Vorzeichenkonvention wurde die nachfolgende, in der Literatur am häufigsten verwendete Konvention, u.a. [Hei08], gewählt. Betrachtet man die Fahrt einer Linkskurve so nehmen die für uns relevanten fahrdynamischen Größen

- Querbeschleunigung a_y und somit die Seitenführungskraft F_y bzw.
- Schwimmwinkel β , Lenkwinkel δ und Schräglaufwinkel α

jeweils positive Werte an.

Einteilung des Fahrdynamikbereichs:

Eine in der Praxis häufig vorgenommene Unterteilung des querdynamischen Fahrdynamikbereichs stützt sich auf den Wertebereich der Querbeschleunigung a_y :

- $|a_y| \leq 4 \frac{m}{s^2} \rightarrow$ linearer Fahrdynamikbereich
- $|a_y| > 4 \frac{m}{s^2} \rightarrow$ nichtlinearer Fahrdynamikbereich.

Der Grundgedanke hierzu kann aus der Analyse einer typischen Reifenkennlinie siehe Abbildung A.3 abgeleitet werden. Diese beschreibt den Zusammenhang zwischen Seitenführungskraft F_y und Schräglaufwinkel α .

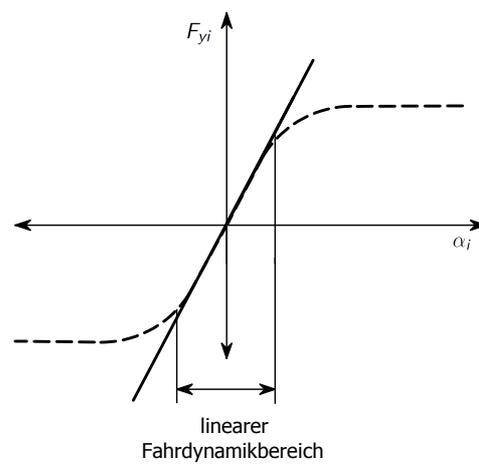


Abbildung A.3: Linearer und nichtlinearer Fahrdynamikbereich anhand einer typischen Reifenkennlinie (Querdynamik)

Anhang B

Simulationsumgebung und Testfahrzeug

Das grundlegende Ziel dieses Abschnitts ist es, die im Zuge der vorliegenden Arbeit verwendete Simulationsumgebung bzw. das zur Aufnahme der experimentellen Testdaten bereitgestellte Testfahrzeug und deren jeweilige Parametrisierung vorzustellen und weiters eine Übersicht der verwendeten Fahrmanöver zu geben.

B.1 Simulationsumgebung

Allgemeines:

Die grundlegende Funktionalität der in dieser Arbeit verwendeten Simulationsumgebung DYNA4[©] der Firma TESIS DYNAware [DYN09a] ist in Abbildung B.1 veranschaulicht. Dabei wurden für die Generierung der Testdaten hauptsächlich die Module Fahrzeugdynamik bzw. Straße verwendet und modifiziert.

Parametrisierung:

Die Simulationsumgebung DYNA4[©] basiert dabei auf einem Mehrkörpersystem inklusive entsprechendem Modell zur Abbildung der Charakteristik zwischen Reifen und Straße. Das im Programm abgebildete Fahrzeugmodell lässt sich nach Tabelle B.1 parametrisieren.

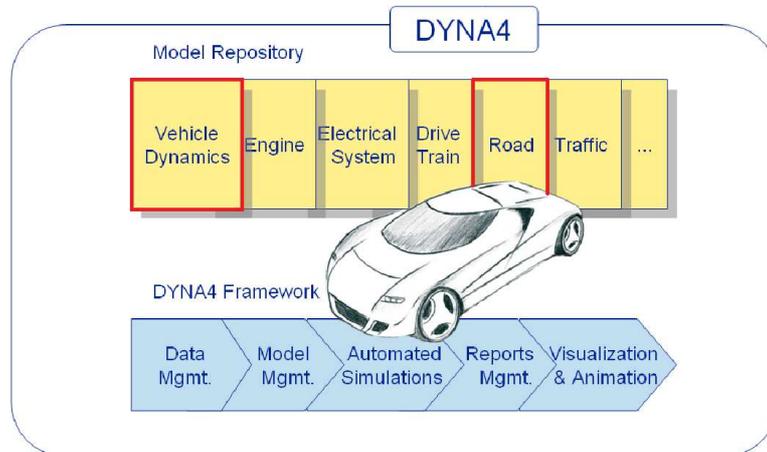


Abbildung B.1: Übersicht der Simulationsumgebung DYNA4[©] [DYN09b]

Bezeichnung	Zeichen	Wert	Einheit
Gesamtmasse	m	1134.8	kg
Trägheitsmoment	J_z	1236.6	$kg \cdot m^2$
Länge Schwerpunkt-Vorderachse	L_v	1.23	m
Länge Schwerpunkt-Hinterachse	L_h	1.33	m
Reifenabstand Vorderachse	b_v	1.424	m
Reifenabstand Hinterachse	b_h	1.583	m
Schräglaufsteifigkeit vorne	C_v	72000	N/rad
Schräglaufsteifigkeit hinten	C_h	72000	N/rad

Tabelle B.1: Wesentliche Parameter des DYNA4[©]-Modells

Streckenprofil	Fahrdynamikbereich	
	linear	nichtlinear
Landstraße	1a	1b
doppelter Spurwechsel	2a	2b
Slalom	-	3b/3c

Tabelle B.2: Übersicht Fahrmanöver (Simulationsdaten)

Bezeichnung	Zeichen	Wertebereich	Einheit
Längsgeschwindigkeit	v_x	30 bis 120 bzw. 50 bis 120	km/h
Quergeschwindigkeit	v_y	-3 bis 3 bzw. -8 bis 8	km/h
Lenkwinkel	δ	-0.1 bis 0.05 bzw. -0.4 bis 0.4	rad
Reibwert	μ	1 bzw. 1	—

Tabelle B.3: Kennwerte Landstraße linear bzw. nichtlinear

Übersicht der Fahrmanöver:

Die für die Verifikation der entworfenen Beobachter verwendeten Fahrmanöver können grob in das zugrundeliegende Streckenprofil und den vorherrschenden Fahrdynamikbereich eingeteilt werden. Eine Übersicht dazu wird in Tabelle B.2 gegeben, wobei das Fahrmanöver 3c einen Spezialfall für die Betrachtungen rund um die Reibwertadaption darstellt.

Fahrmanöver Landstraße:

Die für eine Stadt- bzw. Landstraßenfahrt typische Folge von engen bzw. langgezogenen Kurven sind in Abbildung B.2 (a) und (b) erkennbar. Hierbei wird das vorgegebene Streckenprofil zuerst im linearen bzw. anschließend im nichtlinearen Fahrdynamikbereich bewältigt, siehe Abbildung zur Querschleunigung B.3 (a) bzw. (b). Die Wertebereiche für die weiteren Kenndaten dieses Fahrmanövers sind in Tabelle B.3 zusammengefasst.

Fahrmanöver doppelter Spurwechsel:

Beim Fahrmanöver doppelter Spurwechsel, bzw. anders ausgedrückt klassischer Überholvorgang, werden wiederum die in Abbildung B.4 gezeigten Streckenprofile zum Einen im linearen

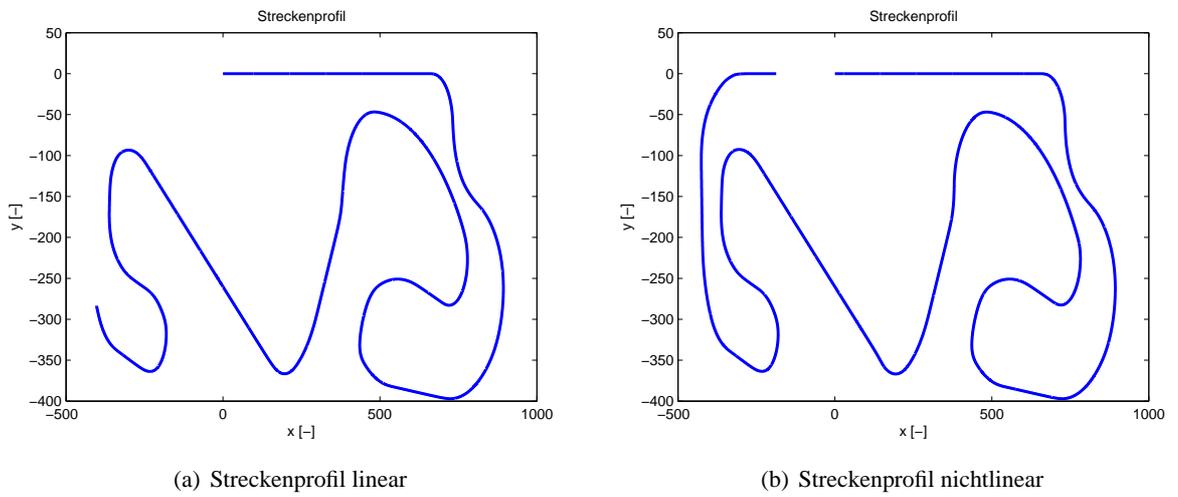


Abbildung B.2: Streckenprofil Landstraße linear bzw. nichtlinear

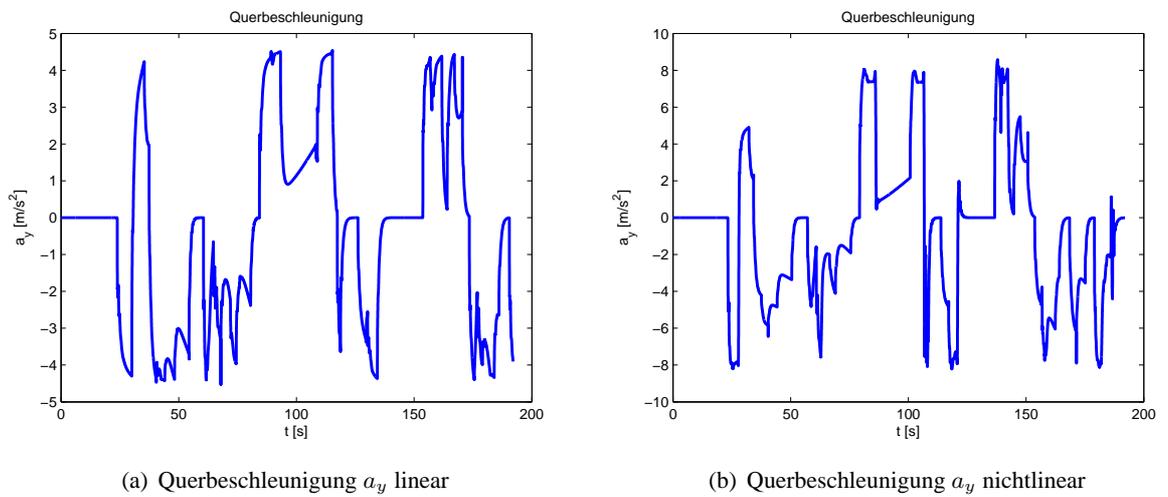


Abbildung B.3: Querbeschleunigung Landstraße linear bzw. nichtlinear

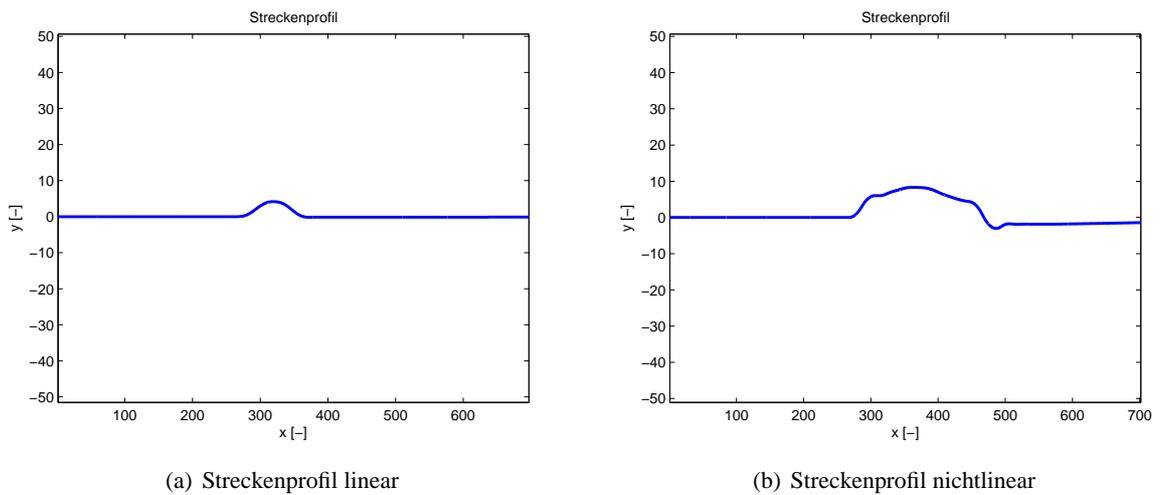


Abbildung B.4: Streckenprofil doppelter Spurwechsel linear bzw. nichtlinear

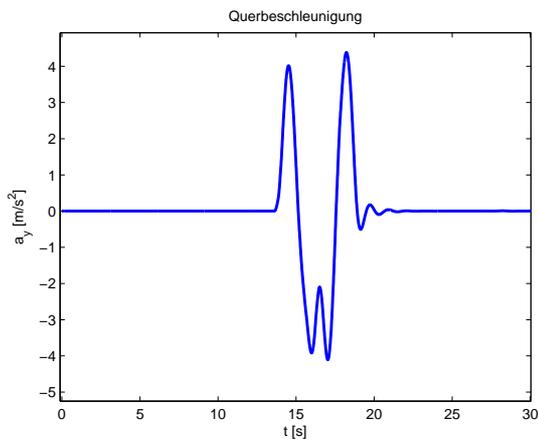
Bezeichnung	Zeichen	Wertebereich	Einheit
Längsgeschwindigkeit	v_x	30 bis 80 bzw. 30 bis 80	km/h
Quergeschwindigkeit	v_y	-1 bis 1 bzw. -6 bis 8	km/h
Lenkwinkel	δ	-0.03 bis 0.03 bzw. -0.15 bis 0.2	rad
Reibwert	μ	1 bzw. 1	—

Tabelle B.4: Kennwerte doppelter Spurwechsel linear bzw. nichtlinear

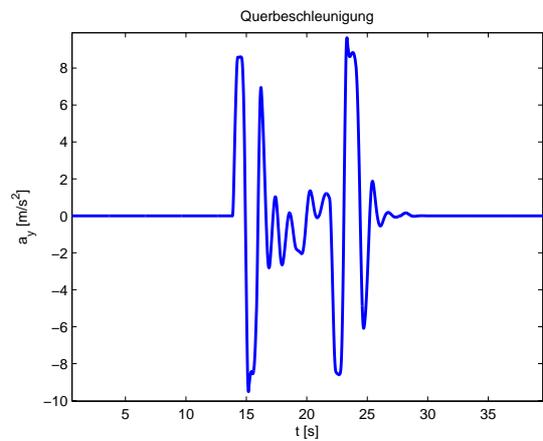
- siehe Abbildung B.5 (a) - und zum Anderen im nichtlinearen Fahrdynamikbereich - siehe Abbildung B.5 (b) - durchlaufen. Tabelle B.4 gibt einen Überblick über die restliche Charakteristik des vorliegenden Fahrmanövers.

Fahrmanöver Slalom:

Im Gegensatz zu den vorherigen Abschnitten beschränkt man sich beim Fahrmanöver Slalom ausschließlich auf Betrachtungen im nichtlinearen Fahrdynamikbereich. Das Streckenprofil und die zugehörigen Querbeschleunigungen können Abbildung B.6 bzw. B.7 entnommen werden. Wie bereits erwähnt, dient die zweite Slalomfahrt zu Analysen hinsichtlich einer Reibwertadaptation, da sich im Laufe dieses Fahrmanövers der Reibwert nach dem in Abbildung B.8 dargestellten treppenförmigen Profil ändert. Tabelle B.5 fasst wiederum die restlichen charakteristischen Kenngrößen zusammen.

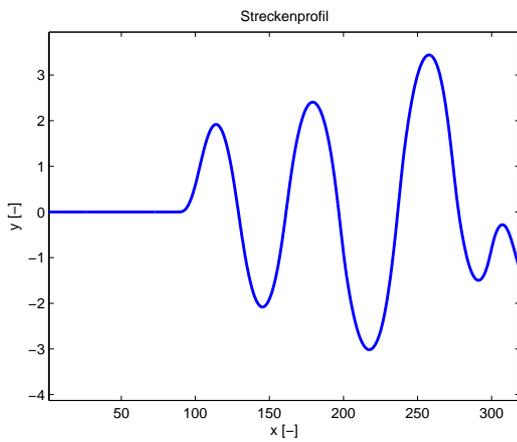


(a) Querbeschleunigung a_y linear

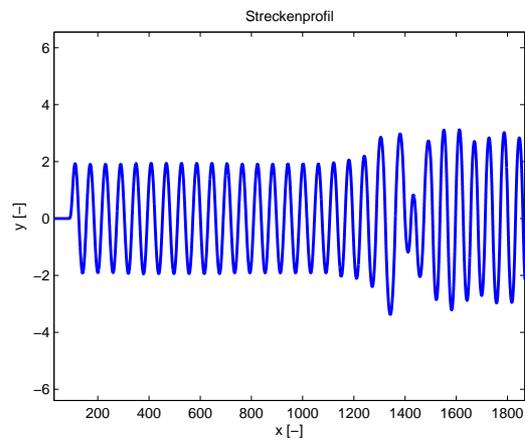


(b) Querbeschleunigung a_y nichtlinear

Abbildung B.5: Querbeschleunigung doppelter Spurwechsel linear bzw. nichtlinear



(a) Streckenprofil nichtlinear



(b) Streckenprofil nichtlinear mit Reibwert

Abbildung B.6: Streckenprofil Slalom nichtlinear bzw. nichtlinear mit Reibwert

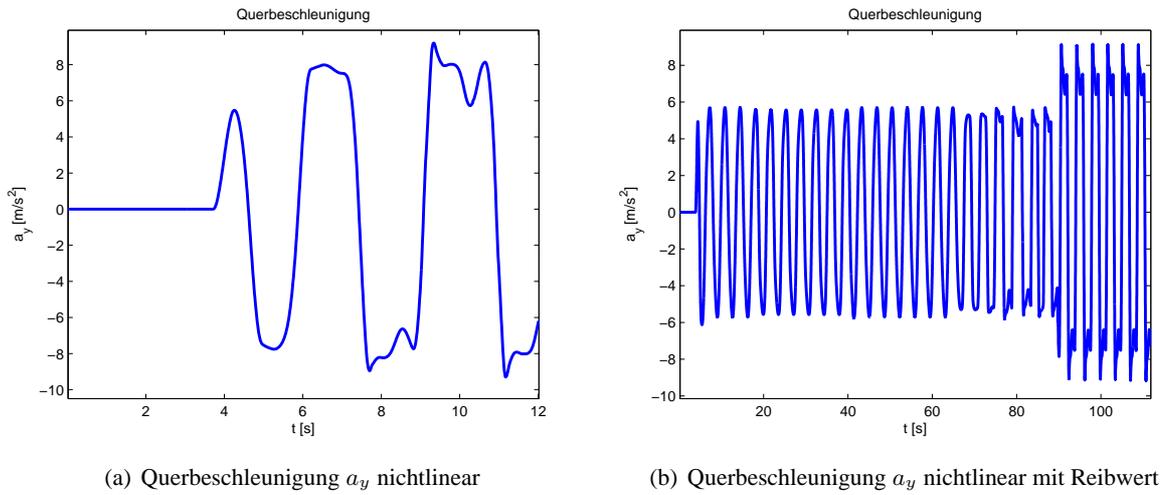


Abbildung B.7: Querbeschleunigung Slalom nichtlinear bzw. nichtlinear mit Reibwert

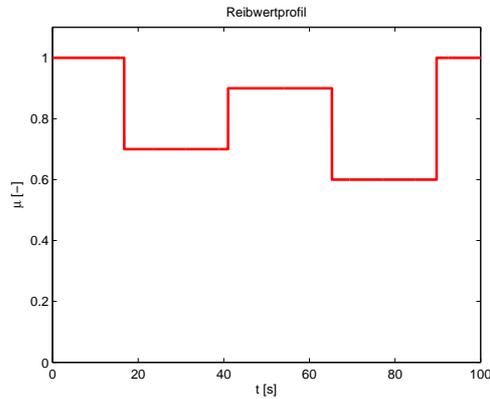


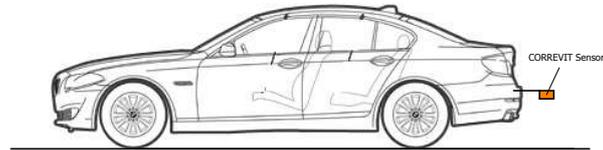
Abbildung B.8: Reibwertprofil Slalom nichtlinear mit Reibwert

Bezeichnung	Zeichen	Wertebereich	Einheit
Längsgeschwindigkeit	v_x	45 bis 80 bzw. 40 bis 65	km/h
Quergeschwindigkeit	v_y	-5 bis 5 bzw. -9 bis 9	km/h
Lenkwinkel	δ	-0.45 bis 0.45 bzw. -0.4 bis 0.4	rad
Reibwert	μ	1 bzw. 0.6 bis 1	—

Tabelle B.5: Kennwerte Slalom nichtlinear bzw. nichtlinear mit Reibwert



(a) GCC Testfahrzeug [MAG11]



(b) Montage CORREVIT[®]-Sensor [BMW11]

Abbildung B.9: Details des verwendeten Testfahrzeugs

B.2 Testfahrzeug

Allgemeines:

Das zur Aufnahme der experimentellen Testdaten bereitgestellte Testfahrzeug kommt im Normalfall im Projekt Global Chassis Controller (GCC) [MAG11] der MAGNA STEYR Fahrzeugtechnik zum Einsatz und kann in Abbildung B.9 (a) betrachtet werden. Neben der Standardsensorik eines Testfahrzeugs lässt sich vor allem der wie in Abbildung B.9 (b) montierte CORREVIT[®]-Sensor [COR03] zur Erfassung der Querdynamik herausstreichen.

Parametrisierung:

Für das verwendete Testfahrzeug lässt sich wie im vorherigen Abschnitt die Parametrisierung ebenso tabellarisch angeben, siehe Tabelle B.6.

Übersicht der Fahrmanöver:

Wie schon im vorherigen Abschnitt lassen sich nun die zur experimentellen Verifikation der entworfenen Beobachter verwendeten Fahrmanöver anhand einer Tabelle B.7 zusammenfassen. Hierbei sei angemerkt, dass aufgrund der zufriedenstellenden Funktionalität im linearen Fahrdynamikbereich ausschließlich Fahrmanöver im absoluten Grenzbereich betrachtet werden.

Bezeichnung	Zeichen	Wert	Einheit
Gesamtmasse	m	1975	kg
Trägheitsmoment	J_z	1750	$kg \cdot m^2$
Länge Schwerpunkt-Vorderachse	L_v	1.3	m
Länge Schwerpunkt-Hinterachse	L_h	1.46	m
Reifenabstand Vorderachse	b_v	1.5	m
Reifenabstand Hinterachse	b_h	1.513	m
Schräglaufsteifigkeit vorne	C_v	71500	N/rad
Schräglaufsteifigkeit hinten	C_h	97500	N/rad

Tabelle B.6: Wesentliche Parameter des GCC-Testfahrzeugs

	Fahrdynamikbereich
Streckenprofil	nichtlinear
doppelter Spurwechsel	$2b_{Testdaten}$
Slalom	$3b_{Testdaten}$
μ_{low} -Spot	$4c_{Testdaten}$

Tabelle B.7: Übersicht Fahrmanöver (Testdaten)

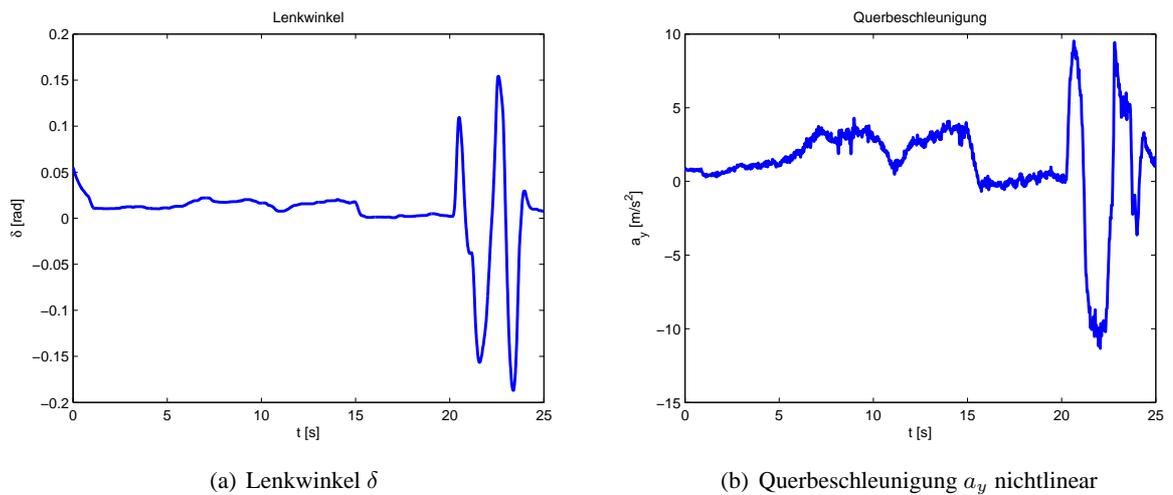


Abbildung B.10: Lenkwinkel bzw. Querbeschleunigung doppelter Spurwechsel Testdaten

Bezeichnung	Zeichen	Wertebereich	Einheit
Längsgeschwindigkeit	v_x	20 bis 100	km/h
Quergeschwindigkeit	v_y	-20 bis 30	km/h
Lenkwinkel	δ	-0.2 bis 0.15	rad
Reibwert	μ	trockener Asphalt (ca. 0.9)	—

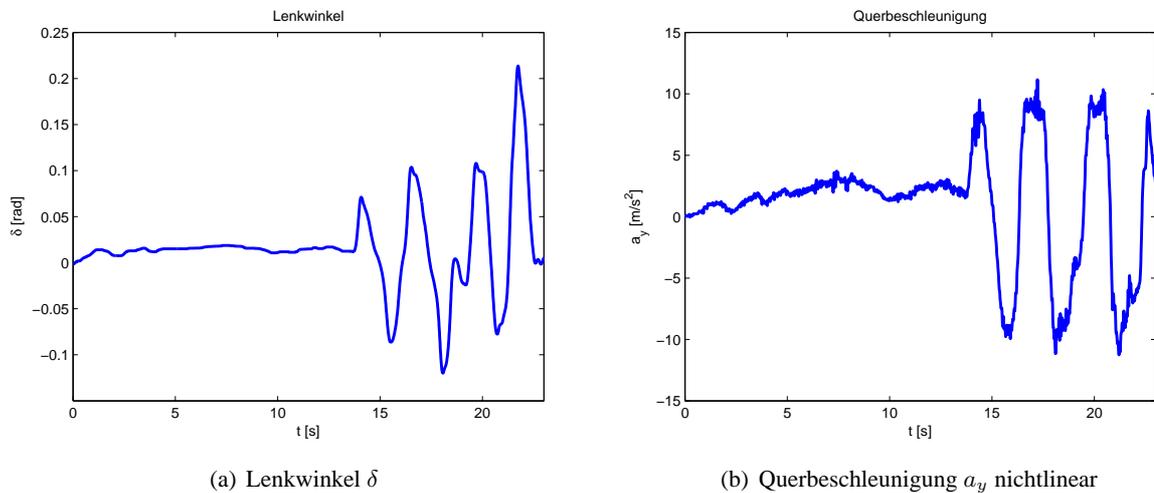
Tabelle B.8: Kennwerte doppelter Spurwechsel Testdaten

Fahrmanöver doppelter Spurwechsel:

Da in der Sensorkonfiguration des Testfahrzeugs kein GPS-System integriert war, wird nachfolgend anstatt des Streckenprofils der Verlauf des Lenkwinkels angegeben, Abbildung B.10 (a). Die Querbeschleunigung, siehe Abbildung B.10 (b), und die Angabe der restlichen Kennwerte, siehe Tabelle B.8, komplettieren die Beschreibung des Fahrmanövers.

Fahrmanöver Slalom:

In gewohnter Weise erfolgt die Beschreibung des betrachteten Fahrmanövers mit Hilfe von Lenkwinkel Abbildung B.11 (a), Querbeschleunigung Abbildung B.11 (b) und den Kennwerten laut Tabelle B.9.

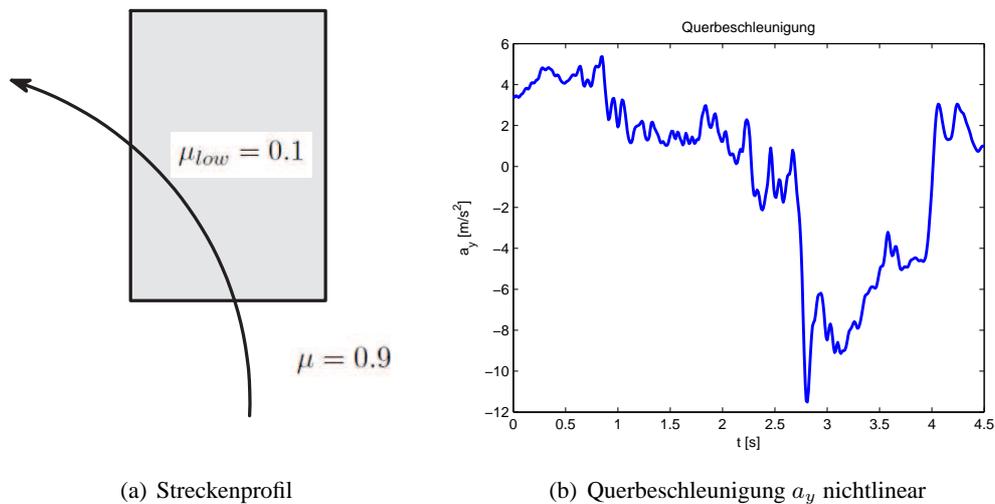

 (a) Lenkwinkel δ

 (b) Querbeschleunigung a_y nichtlinear

Abbildung B.11: Lenkwinkel bzw. Querbeschleunigung Slalom Testdaten

Bezeichnung	Zeichen	Wertebereich	Einheit
Längsgeschwindigkeit	v_x	20 bis 105	km/h
Quergeschwindigkeit	v_y	-40 bis 20	km/h
Lenkwinkel	δ	-0.1 bis 0.2	rad
Reibwert	μ	trockener Asphalt (ca. 0.9)	—

Tabelle B.9: Kennwerte Slalom Testdaten


 Abbildung B.12: Streckenprofil bzw. Querbeschleunigung μ_{low} -Spot Testdaten

Bezeichnung	Zeichen	Wertebereich	Einheit
Längsgeschwindigkeit	v_x	20 bis 50	km/h
Quergeschwindigkeit	v_y	-30 bis 30	km/h
Lenkwinkel	δ	-0.4 bis 0.3	rad
Reibwert	μ	0.1 bzw. 0.9	—

 Tabelle B.10: Kennwerte μ_{low} -Spot Testdaten

Fahrmanöver μ_{low} -Spot:

Der im schematisch dargestellten Streckenprofil Abbildung B.12 (a) befindliche μ_{low} -Spot wurde auf dem MAGNA STEYR Testgelände mit Hilfe einer bewässerten Fliesenfläche realisiert. Die zum Fahrmanöver zugehörige Querbeschleunigung bzw. das Reibwertprofil werden in Abbildung B.12 (b) bzw. Abbildung B.13 gezeigt. Tabelle B.10 beinhaltet wiederum die restlichen Kenngrößen.

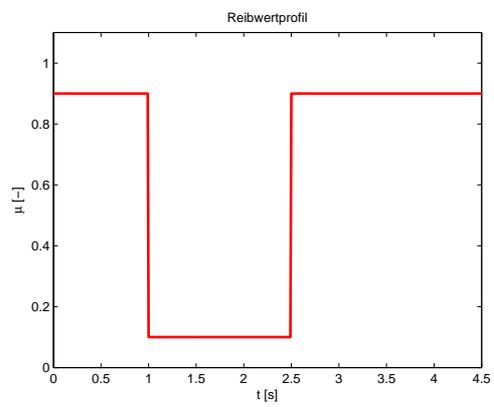


Abbildung B.13: Reibwertprofil μ_{low} -Spot

Abbildungsverzeichnis

1.1	Prinzip eines aktiven Fahrsicherheitssystems [ImS09]	2
1.2	Funktionsweise ESP [Van00]	3
1.3	Definition Schwimmwinkel β [BMW11]	3
1.4	Bedeutung Schwimmwinkel β [Van00]	4
2.1	Gesamtmodell eines Fahrzeugs als Kombination aus Fahrzeug- und Reifenmodell	6
2.2	Lineares Einspurmodell (Fahrzeug)	8
2.3	Reduziertes, nichtlineares Zweispurmodell	10
2.4	Kennfeld der Seitenführungskraft für verschiedene Radlasten; Definition von Haft- bzw. Gleitbereich und Haftlimit	13
2.5	Lineare Reifenkennlinie	14
2.6	Schräglaufwinkel Herleitung [Pru01]	15
2.7	Reifenkennlinie mit Adaption der Schräglaufsteifigkeit	16
2.8	Nichtlineare Reifenkennlinie	18
2.9	Nichtlineare Reifenkennlinie mit physikalischer Bedeutung der Parameter c_{i1} und c_{i2}	19
2.10	Ergebnis der Parametrisierung des nichtlinearen Reifenmodells	21
2.11	Vergleich von Reifenmodellen	23
2.12	Nichtlineare Reifenkennlinie als Funktion des Reibwerts μ	24
2.13	Übersicht der Gesamtmodelle als Kombination aus Fahrzeug- und Reifenmodellen	26
3.1	Beobachterprinzip [Lun10]	30
3.2	Verläufe der rückgerechneten Fehlerdynamik \mathbf{F} bei Entwurf mittels Wunschpolynom	34

3.3	Nichtlineare Beobachtbarkeitsnormalform [Ada09]	41
3.4	Grafische Betrachtung zu Adaptionsschritt $\mu_{schritt}$	54
3.5	Prinzipielles Flussdiagramm zur Reibwertadaption	55
3.6	Prinzip der firmeninternen Lösung	56
4.1	Phasen des Entscheidungsprozesses	58
4.2	Vergleich der Simulationsergebnisse für Fahrmanöver 1a ohne Beobachter	59
4.3	Vergleich der Simulationsergebnisse für Fahrmanöver 1a mit Beobachter	59
4.4	Vergleich der Simulationsergebnisse für Fahrmanöver 2a ohne Beobachter	60
4.5	Vergleich der Simulationsergebnisse für Fahrmanöver 2a mit Beobachter	60
4.6	Vergleich der Simulationsergebnisse für Fahrmanöver 1b ohne bzw. mit Beobachter	61
4.7	Vergleich der Simulationsergebnisse für Fahrmanöver 1b mit Beobachter	63
4.8	Vergleich der Simulationsergebnisse für Fahrmanöver 3b mit Beobachter	63
4.9	Empfindlichkeitsanalyse zu Adaption der Schräglaufsteifigkeiten	65
4.10	Vergleich der Simulationsergebnisse für Fahrmanöver 1b mit Beobachter	66
4.11	Vergleich der Simulationsergebnisse für Fahrmanöver 2b mit Beobachter	66
4.12	Vergleich der Simulationsergebnisse für Fahrmanöver 3b mit Beobachter	67
4.13	Simulationsergebnisse zu Reibwertadaption, Fahrmanöver 3c	68
4.14	Robustheitsanalyse zu Reibwertadaption bezüglich Offset	70
4.15	Robustheitsanalyse zu Reibwertadaption bezüglich Rauschen	71
4.16	Vergleich im linearen Fahrdynamikbereich	71
4.17	Vergleich im nichtlinearen Fahrdynamikbereich	72
4.18	Vergleich bezüglich Reibwertverhalten anhand Fahrmanöver 3c	72
4.19	Vergleich im nichtlinearen Fahrdynamikbereich experimentelle Verifikation	73
4.20	Reibwertverhalten experimentell anhand Fahrmanöver $4^{C_{Testdaten}}$	74
4.21	Entscheidungsprozess Fazit	75
A.1	Allgemeine Bewegungen eines Fahrzeugs [Mit04]	79
A.2	Typisches Fahrzeugmodell mit geometrischen und physikalischen Fahrzeuggrößen	80
A.3	Linearer und nichtlinearer Fahrdynamikbereich anhand einer typischen Reifenkennlinie (Querdynamik)	83

B.1	Übersicht der Simulationsumgebung DYNA4 [©] [DYN09b]	85
B.2	Streckenprofil Landstraße linear bzw. nichtlinear	87
B.3	Querbeschleunigung Landstraße linear bzw. nichtlinear	87
B.4	Streckenprofil doppelter Spurwechsel linear bzw. nichtlinear	88
B.5	Querbeschleunigung doppelter Spurwechsel linear bzw. nichtlinear	89
B.6	Streckenprofil Slalom nichtlinear bzw. nichtlinear mit Reibwert	89
B.7	Querbeschleunigung Slalom nichtlinear bzw. nichtlinear mit Reibwert	90
B.8	Reibwertprofil Slalom nichtlinear mit Reibwert	90
B.9	Details des verwendeten Testfahrzeugs	91
B.10	Lenkwinkel bzw. Querbeschleunigung doppelter Spurwechsel Testdaten	93
B.11	Lenkwinkel bzw. Querbeschleunigung Slalom Testdaten	94
B.12	Streckenprofil bzw. Querbeschleunigung μ_{low} -Spot Testdaten	95
B.13	Reibwertprofil μ_{low} -Spot	96

Tabellenverzeichnis

2.1	Nichtlineares Reifenmodell Parametrisierung	21
2.2	Vergleich der Schräglaufsteifigkeiten des nichtlinearen Reifenmodells, berechnet (Ist) und DYNA4 [©] (Soll)	21
4.1	Vergleichstabelle des relativen Fehlers	64
B.1	Wesentliche Parameter des DYNA4 [©] -Modells	85
B.2	Übersicht Fahrmanöver (Simulationsdaten)	86
B.3	Kennwerte Landstraße linear bzw. nichtlinear	86
B.4	Kennwerte doppelter Spurwechsel linear bzw. nichtlinear	88
B.5	Kennwerte Slalom nichtlinear bzw. nichtlinear mit Reibwert	90
B.6	Wesentliche Parameter des GCC-Testfahrzeugs	92
B.7	Übersicht Fahrmanöver (Testdaten)	92
B.8	Kennwerte doppelter Spurwechsel Testdaten	93
B.9	Kennwerte Slalom Testdaten	94
B.10	Kennwerte μ_{low} -Spot Testdaten	95

Literaturverzeichnis

- [Ada09] Adamy, J. *Nichtlineare Regelungen*. Springer Verlag, 2009.
- [Bak89] Bakker, E.; Pacejka, H.; Linder, L. *A new tire model with an application in vehicle dynamics studies*. In: SAE Transaction, Nr. 98, S. 101-113, 1989.
- [Bar07] Bartsch, H.-J. *Taschenbuch mathematischer Formeln*. Hanser Verlag, 2007.
- [BMW11] BMW AG. *Technische Daten zu Modell BMW 3*. BMW AG, 2011.
- [Bre11] Brenner, D. *Methoden zur Online-Schätzung fahrdynamischer Kenngrößen*. Technische Universität Graz: Institut für Regelungs- und Automatisierungstechnik, Masterarbeit, 2011.
- [Byr88] Byrnes, C.; Isidori, A. *Local stabilization of minimum phase nonlinear systems*. In: Systems & Control Letters, Nr. 11, S. 9-17, 1988.
- [COR03] CORREVIT. *Bedienungsanleitung CORREVIT S-400*. CORRSYS DATRON Sensorsysteme GmbH, 2003.
- [Deu04] Deutsches Institut für Normung. *DIN 70000 Straßenfahrzeuge; Fahrzeugdynamik und Fahrverhalten; Begriffe*. Beuth Verlag, 2004.
- [DYN09a] DYNAware. *DYNA4*. TESIS GmbH, <http://tesis-dynaware.com/>, 2009.
- [DYN09b] DYNAware. *DYNA4 Car Professional Specification*. TESIS GmbH, 2009.
- [Gao09] Gao, X.; Yu, Z.; Neubeck, J.; Wiedemann, J. *Sideslip angle estimation based on input-output linearisation with tire-road friction adaption*. In: Vehicle System Dynamics, Nr. 48, S. 217-234, 2009.

- [Ham05] Hammer, G. *Dokumentation zu MSC.Adams Tire*. FH Osnabrück: Institut für technische Informatik, 2005.
- [Har01] Hardi El, A.; Cadiou, J.C.; Beurier, G.; M'Sirdi, N.K. *Vehicle/road interaction and tyre lateral performance identification*. In: IEEE International Workshop on Robot and Human Interactive Communication, Nr. 1, S. 528-533, 2001.
- [Hei08] Heißing, B. *Fahrwerkhandbuch: Grundlagen, Fahrdynamik, Komponenten, Systeme, Mechatronik, Perspektiven*. Vieweg+Teubner, 2008.
- [Hor04] Horn, M.; Dourdoumas, N. : *Regelungstechnik*. Pearson Studium, 2004.
- [Ims09] Imsland, L.; Johansen, T.; Kalkkuhl, J. *Vehicle Sideslip Estimation - Design, Implementation and experimental Validation*. In: IEEE Control Systems Magazine , Nr. 10, S. 36-52, 2009.
- [Isi95] Isidori, A. *Nonlinear Control Systems*. Springer Verlag, 1995.
- [Kie05] Kiencke, U.; Nielsen, L. *Automotive Control Systems for Engine, Driveline and Vehicle*. Springer Verlag, 2005.
- [Kön07] König, L.; Neubeck, J.; Wiedemann, J. *Nichtlineare Lenkregler für den querdynamischen Grenzbereich*. In: at - Automatisierungstechnik, Nr. 6, S. 314-321, 2007.
- [Kug10] Kugi, A. *Regelungssysteme*. Technische Universität Wien: Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik, 2010.
- [Lue64] Luenberger, D. *Observing the state of a linear system*. In: IEEE Transactions on Military Electronics , Nr. 4, S. 74-80, 1964.
- [Lun10] Lunze, J. *Regelungstechnik 2*. Springer Verlag, 2010.
- [MAG11] MAGNA STEYR, Fahrzeugtechnik. *Chassis and Dynamic Handling Control Systems Project*. MAGNA STEYR AG, <http://www.magna.com/xchg>, 2011.
- [Mat10] Matlab. *Optimization Toolbox 5 User's Guide*. The MathWorks Inc., 2010.
- [Mit04] Mitschke, M.; Wallentowitz, H. *Dynamik der Kraftfahrzeuge*. Springer Verlag, 2004.

- [Pru01] Pruckner, A. *Nichtlineare Fahrzustandsbeobachtung und -regelung einer PKW-Hinterradlenkung*. Technische Hochschule Aachen: Institut für Kraftfahrwesen Aachen, 2001.
- [Röb03] Röbenack, K. *Beobachterentwurf für nichtlineare Zustandssysteme mit Hilfe des automatischen Differenzierens*. Shaker Verlag, 2003.
- [Röb04] Röbenack, K. *Zum High-Gain-Beobachterentwurf für eingangs-/ausgangslinearisierbare SISO-Systeme*. In: at - Automatisierungstechnik, Nr. 10, S. 481-488, 2004.
- [Rei07] Reif, K.; Renner, K.; Saeger, M. *Fahrzustandsschätzung auf Basis eines nichtlinearen Zweispurmodells*. In: ATZ, Nr. 109, S. 682-687, 2007.
- [Rie40] Riekert, P.; Schunck, T. E. *Zur Fahrmechanik des gummibereiften Kraftfahrzeugs*. In: Archive of Applied Mechanics, Nr. 3, S. 210-224, 1940.
- [Ros10] Rosinger, W. *Sollgrößengenerierung für Fahrdynamikregelsysteme*. Technische Universität Graz: Institut für Fahrzeugtechnik, Dissertation, 2010.
- [Sch10] Schramm, D.; Hiller, M.; Bardini, R. *Modellbildung und Simulation der Dynamik von Kraftfahrzeugen*. Springer Verlag, 2010.
- [Seo00] Seo, J. H.; Jo, N. H. *Input output linearization approach to state observer design for nonlinear system*. In: IEEE Transactions on Automatic Control, Nr. 45/12, S. 2388-2393, 2000.
- [Sva06] Svaricek, F. *Nulldynamik linearer und nichtlinearer Systeme: Definitionen, Eigenschaften und Anwendungen*. In: at - Automatisierungstechnik, Nr. 7, S. 310-322, 2006.
- [Van00] Van Zanten, A. T. *Arbeitsunterlagen zum Seminar Fahrdynamikregelung*. Robert Bosch GmbH, 2000.
- [Wal02] Wallentowitz, H. *Vertikal-/Querdynamik von Kraftfahrzeugen*. Technische Hochschule Aachen: Institut für Kraftfahrwesen Aachen, 2002.
- [Web04] Weber, I. *Verbesserungspotenzial von Stabilisierungssystemen im Pkw durch eine Reibwertsensorik*. Technische Universität Darmstadt, Dissertation, 2004.