

Klaus Sobe

Entwicklung eines Konzepts zur Regelung servohydraulischer Prüfzylinder

Diplomarbeit

Technische Universität Graz

Institut für Regelungs- und Automatisierungstechnik
Leiter: Univ.-Prof.Dipl-Ing.Dr.techn. Nicolaos Dourdoumas

Betreuer:

Ao.Univ.-Prof.Dipl-Ing.Dr.techn. Anton Hofer
Dr.techn. Thomas Thurner

Graz, September 2011

Eidesstattliche Erklärung¹

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt, und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommene Stellen als solche kenntlich gemacht habe.

Graz, am _____

Datum

Unterschrift

¹Beschluss der Curricula-Kommission für Bachelor-, Master- und Diplomstudien vom 10.11.2008; Genehmigung des Senates am 1.12.2008

Kurzfassung

Servohydraulische Prüfzylinder sind hochwertige hydraulische Linearantriebe, die über Servoventile angesteuert werden und als Aktoren in verschiedensten Prüfständen zum Einsatz gelangen. Im Zuge dieser Arbeit wird ein Konzept zur robusten und dennoch leistungsfähigen Positions- und Kraftregelung dieser Zylinder entworfen und an einem realen Aufbau erprobt. Der Fokus liegt dabei nicht primär auf der optimalen Regelung einer bestimmten Strecke, sondern auf der Entwicklung einer Dimensionierungsrichtlinie, die auch weniger erfahrenen Anwendern die Auslegung eines robusten Reglers mit hervorragendem Führungs- und Störverhalten gestattet.

Aufgrund der Tatsache, dass der Entwurf einer leistungsfähigen Regelung grundsätzlich die Kenntnis der genauen Streckendynamik erfordert, stellt das Thema Systemidentifikation einen wesentlichen Schwerpunkt dieser Arbeit dar. Durch die speziellen Anforderungen, die sich im Prüfstandsbetrieb ergeben, können dafür notwendige Experimente nur bei aktiver Regelung erfolgen. Damit liegt das Hauptaugenmerk der Identifikation vor allem auf Streckenmodellen in geschlossenen Regelkreisen. Zur Untersuchung des prinzipiellen dynamischen Verhaltens von Prüfstandsaufbauten mit und ohne Kraftschluss wird eine analytische Modellbildung durchgeführt. Dabei zeigt sich, dass positions- und kraftgeregelter Aufbau unter gewissen Voraussetzungen mithilfe eines relativ einfachen Modells ausreichend genau beschrieben werden können. Für diesen speziellen Streckentyp, der in nahezu allen relevanten Prüfstandsanwendungen angetroffen wird, lässt sich eine einfache und effektive Synthesevorschrift angeben, welche die Auslegung einer erweiterten Regelkreisstruktur mit den gewünschten Eigenschaften hinsichtlich des Führungs- und Störverhaltens erlaubt. Mit der entwickelten Methodik können servohydraulische Prüfzylinder mit vergleichsweise geringem Parametrierungsaufwand robust und leistungsfähig geregelt werden.

Abstract

Servo-hydraulic test cylinders are linear actuators of high quality which are controlled by servo valves. Such cylinders are typically used as actuation devices within various mechanical test rigs. The work in hand focuses on the development of a concept for robust position and force control of test cylinders with high performance. However, the key objective is not to design an optimal controller for a very specific plant but to find a control system which can be parametrized easily and still results in a robust control loop with excellent setpoint response and effective disturbance rejection.

Due to the fact that the design of high performance controllers requires detailed knowledge of the plant, experimental identification of unknown systems is discussed. Since the given requirements for test applications prohibit any kind of open loop operation, emphasis is put on the identification of closed loop systems. To examine the fundamental characteristics of test rigs with and without closed mechanical linkages, mathematical system models are derived analytically. The obtained results reveal that position as well as force controlled assemblies can be sufficiently described by relatively simple plant models, provided that some conditions hold. For this certain type of plant – which can be used for virtually all practical test rig applications – a robust yet powerful controller consisting of a feedback and a feedforward path is found. The derived control system can be parametrized easily and results in excellent performance regarding setpoint response and disturbance rejection.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Motivation	1
1.2	Aufgabenstellung	2
1.3	Vorgehensweise	2
1.4	Gliederung	3
I	Theorie	4
2	Systemidentifikation	5
2.1	Identifikation im Regelkreis	6
2.2	Identifikation mit Leistungsdichtespektren	9
2.3	Identifikation mit Prädiktionsfehlern	17
2.4	Anregungssignale	25
3	Regelkreise	28
3.1	Standardregelkreis	28
3.2	Erweiterte Regelkreisstruktur	32
3.3	Stabilität von Regelkreisen	33
3.4	Abtastregelkreise	37
4	Reglerentwurfsverfahren	43
4.1	Entwurf mittels Frequenzkennlinien	44
4.2	Dimensionierung von Standardreglern: PID	49
4.3	Entwurf von Vorsteuerungen	55
II	Modellbildung, Reglerentwurf und Implementierung	58
5	Prüfstände	59
5.1	Hydraulikzylinder	60
5.2	Servoventil	61
5.3	Sensorik	62
6	Strecke	66
6.1	Hydraulik	66

6.2	Servoventil	69
6.3	Hydraulikzylinder	72
6.4	Übertragungsverhalten	75
6.5	Zusammenfassung	78
7	Identifikation einer Strecke	79
7.1	Simulationsmodell	79
7.2	Führungssignale	81
7.3	Identifikation mit Leistungsdichtespektren	82
7.4	Identifikation mit Prädikationsfehlern	88
7.5	Zusammenfassung	98
8	Regelung einer Strecke	100
8.1	Spezifikation der Entwurfsvorgaben	100
8.2	Entwurf mit Frequenzkennlinien	102
8.3	PID-Regler	104
8.4	Vorsteuerung	110
8.5	Zusammenfassung	113
9	Implementierung	115
9.1	Hardware	115
9.2	Software	117
9.3	Regelalgorithmus	118
III	Ergebnisse	121
10	Positionsregelung einer Zugprüfmaschine	122
10.1	Versuchsaufbau	122
10.2	Analytische Modellbildung	123
10.3	Systemidentifikation	125
10.4	Regelung	128
11	Kraftregelung einer Zugprüfmaschine	135
11.1	Analytische Modellbildung	135
11.2	Systemidentifikation	137
11.3	Regelung	138
12	Zusammenfassung und Ausblick	146

Kapitel 1

Einleitung

Servohydraulische Prüfzylinder sind hochwertige hydraulische Linearantriebe, die über Servoventile angesteuert werden und als Aktoren in verschiedensten Prüfständen zum Einsatz kommen. Sie zeichnen sich durch ihre hohe Dynamik und Präzision aus und ermöglichen damit sowohl die Einleitung wohldefinierter Kräfte in einen Prüfling als auch die exakte Vorgabe von Positionen, Geschwindigkeiten und Beschleunigungen. Im Vergleich zu elektromagnetischen Aktoren weisen hydraulische Systeme zudem eine ausgesprochen hohe Energiedichte auf, die insbesondere zur Einbringung hoher Prüf- und Beschleunigungskräfte auf verhältnismäßig engem Raum erforderlich ist.

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit der Identifikation und Regelung dieser Prüfzylinder und entstand in Zusammenarbeit mit dem Institut für Leichtbau sowie dem Institut für Regelungs- und Automatisierungstechnik der Technischen Universität Graz.

1.1 Motivation

Das Institut für Leichtbau beschäftigt sich im Zuge seiner Forschungs- und Dienstleistungstätigkeiten vorwiegend mit dem Themenbereich *Betriebsfestigkeit und Systemzuverlässigkeit* und entwickelt dabei Methoden und Werkzeuge, die eine Abschätzung und Erhöhung der Lebensdauer komplexer mechanischer Strukturen zum Ziel haben. Neben Kompetenzen in den Bereichen FEM-Simulation und Berechnung verfügt es in der *Schwingprüfhalle* außerdem über die Möglichkeit, Bauteile unter Real- und Laborbedingungen zu testen. Zur Klärung experimenteller Fragestellungen befasst man sich hier mit der Entwicklung, dem Bau und dem Betrieb von Prüfständen.

Im überwiegenden Teil dieser Prüfstände werden servohydraulische Zylinder als Aktoren eingesetzt, die eine präzise Vorgabe genau spezifizierter Kraft- und Bewegungssequenzen ermöglichen. Aufgrund der Komplexität der einzelnen Experimente stellen die entwickelten Aufbauten typischerweise Sonderanfertigungen dar, die speziell für bestimmte Fragestellungen entwickelt werden und sich im Allgemeinen vollständig hinsichtlich ihrer statischen und dynamischen Eigenschaften unterscheiden. Aus regelungstechnischer Sicht variieren die Streckeneigenschaften damit dramatisch je nach Prüfstandsaufbau,

teilweise mit erheblichen Erschwernissen wie Nichtlinearitäten, zeitvarianten Effekten und Kopplungen der Zylinder untereinander.

Zur Automatisierung mehraxialer Prüfstände wird derzeit ein kommerziell verfügbares Regelsystem eingesetzt, das in der Lage ist, zwölf Hydraulikzylinder synchron anzusteuern. Aufgrund der ständig wachsenden Anforderungen an die Prüfstände stößt dieses System jedoch immer mehr an seine Grenzen, weshalb das Institut für Leichtbau beabsichtigt, mittelfristig selbst eine skalierbare und flexible Hard- und Softwarelösung zu entwickeln. Die beschriebenen Schwierigkeiten sollen mithilfe einer hierarchischen Regelung bewältigt werden: auf unterer Ebene wird jeder Zylinder für sich geregelt, übergeordnet kümmern sich adaptive Verfahren um deren Zusammenspiel. Im Prinzip basiert diese Methode auf einer gezielten Vorverzerrung der meist periodischen Führungssignale.

1.2 Aufgabenstellung

Ziel dieser Arbeit ist die Entwicklung einer Regelung zur Vorgabe der Kolbenposition und der Kolbenkraft einzelner Prüfzylinder, was im vorhin besprochenen Mehrgrößenfall sozusagen der tiefer liegenden Reglerebene entspricht. Aufgrund der Tatsache, dass im Allgemeinen keine Regelstrecke der anderen gleicht, soll der Fokus dabei naturgemäß nicht auf der optimalen Regelung eines bestimmten Prüfaufbaus liegen, sondern auf der Entwicklung einer wiederverwendbaren Entwurfsmethode, die auch von weniger erfahrenen Anwendern eingesetzt werden kann.

Um Modellunsicherheiten und zeitvarianten Effekten Rechnung zu tragen, die typischerweise aufgrund von Materialermüdung auftreten, muss sich der resultierende Regler vor allem durch Robustheit auszeichnen. Darüber hinaus sind jedoch auch Anforderungen an das Stör- und Führungsverhalten zu berücksichtigen. Während eine effektive Störunterdrückung die Auswirkungen eventuell vorhandener Kopplungen im Mehrgrößenfall reduziert und somit die übergeordnete Regelung vereinfacht, ergibt sich durch Optimierung des Führungsverhaltens eine gute Übereinstimmung zwischen Referenz- und Ausgangsgröße, die unabdingbar für die ordnungsgemäße Einhaltung von Prüfspezifikationen ist.

1.3 Vorgehensweise

In Anbetracht der Vielfalt an möglichen Regelstrecken scheint die Ermittlung allgemeingültiger und einfacher Einstellregeln, ähnlich jenen von Ziegler und Nichols, ein unrealistisches Ziel zu sein. Für spezielle Klassen von Systemen, die in der Praxis häufig anzutreffen sind, ist die Entwicklung einer einfachen Entwurfsvorschrift jedoch durchaus machbar und auch sinnvoll. Im Zuge dieser Arbeit wird ein totzeitbehafteter Tiefpass erster Ordnung angenommen und für diesen eine Entwurfsprozedur vorgeschlagen, die

auf sehr einfachen Messungen basiert und einen PI-Regler samt Vorsteuerung liefert. Es ist äußerst bemerkenswert, dass die mit der Tiefpasscharakteristik der Strecke einhergehende Polstelle üblicherweise nahe bei null liegt und deshalb in sehr guter Näherung von einem totzeitbehafteten Integrierer ausgegangen werden kann. Zur Regelung von Strecken, die sich nicht oder nur unzureichend durch diese Modellklasse beschreiben lassen, ist es zweckmäßig, zunächst eine Systemidentifikation vorzunehmen und darauf aufbauend einen individuellen Regler zu entwerfen, etwa auf Basis logarithmischer Frequenzkennlinien. Nachdem die Identifikation in diesem Zusammenhang ausschließlich bei aktiver Regelung erfolgen darf, was bekanntlich eine nicht ganz unproblematische Angelegenheit ist, wird auf diese Thematik eigens eingegangen.

1.4 Gliederung

Der erste Teil dieser Arbeit setzt sich aus drei Kapiteln zusammen und stellt eine Zusammenfassung des theoretischen Hintergrunds dar, der zum Verständnis der eingesetzten Verfahren erforderlich ist. Aufgrund des fächerübergreifenden Charakters dieser Arbeit werden die jeweiligen Inhalte zwar bewusst ausführlich behandelt, durch die Strukturierung sollte es dem Leser jedoch einfach möglich sein, diverse Abschnitte zu überspringen. Kapitel 2 befasst sich zunächst mit dem Thema Systemidentifikation, ehe in den Kapiteln 3 und 4 auf wesentliche Eigenschaften von Regelkreisen und gängige Reglerentwurfsverfahren eingegangen wird.

In Kapitel 5 erfolgt zunächst eine Beschreibung der Aktoren und Sensoren, die innerhalb eines Prüfstands zum Einsatz kommen. Anschließend wird in Kapitel 6 eine analytische Modellbildung durchgeführt und besprochen, unter welchen Voraussetzungen die Regelstrecke durch ein Modell erster Ordnung approximiert werden darf. Nach der Untersuchung der Identifikations- und Reglerentwurfsverfahren mithilfe von Simulationsstudien in den Kapiteln 7 und 8, kommt in Kapitel 9 auch die Implementierung des Reglers in Hard- und Software zur Sprache, die ebenfalls einen wesentlichen Teil dieser Diplomarbeit bildet.

Schließlich erfolgt in den Kapiteln 10 und 11 die Identifikation und Regelung eines realen Prüfaufbaus, ehe die wesentlichen Erkenntnisse und Ergebnisse in Kapitel 12 noch einmal kurz zusammengefasst werden.

Teil I

Theorie

Kapitel 2

Systemidentifikation

Unter *Systemidentifikation* versteht man die *experimentelle Modellbildung* für ein dynamisches System. Im Gegensatz zur analytischen Modellbildung, bei der ein mathematisches Modell ausgehend von bekannten, z. B. physikalischen Gesetzmäßigkeiten hergeleitet wird, ermittelt man das Systemverhalten hier durch Untersuchung gemessener Ein- und Ausgangssignale. Dies ist im Allgemeinen weit weniger zeitintensiv und erfordert auch kein genaues Verständnis des Systems.[16]

Der Erfolg eines Identifikationsversuchs ist jedoch nicht garantiert und wesentlich von

- den Messdaten,
- der gewählten Modellstruktur und
- der Identifikationsmethode

abhängig.[21] Die *Messdaten* ergeben sich naturgemäß aus einem bestimmten Experiment, weshalb die Gestaltung dieses Experiments eine sehr zentrale Rolle spielt. Wichtig ist hier beispielsweise, ob das System einer Regelung unterworfen ist oder mit welchem Signal es angeregt wird. Im Rahmen dieser Arbeit geschehen alle Messungen im geschlossenen Regelkreis, was bekanntlich einige Schwierigkeiten birgt. Dies soll in Abschnitt 2.1 näher erläutert werden.

Die bekanntesten *Modellstrukturen* und *Identifikationsmethoden* werden bereits von speziellen Frameworks² bereitgestellt und somit meist als gegeben hingenommen. Um diese jedoch optimal einsetzen zu können, ist ein Verständnis der einzelnen Verfahren unabdingbar.

Grundsätzlich unterscheidet man zwischen parametrischen und nicht-parametrischen Identifikationsmethoden. *Nicht-parametrische Verfahren* ermitteln eine Übertragungsfunktion oder Impulsantwort ohne vorherige Einschränkung auf eine bestimmte Systemklasse. Ein einfaches Beispiel dafür ist die Aufnahme bestimmter Frequenzgangspunkte mit Hilfe sinusförmiger Anregungen. Dabei macht man sich die Eigenschaft linearer

²Im Rahmen dieser Arbeit wird vorwiegend MATLAB in Kombination mit der *Signal Processing* und der *System Identification Toolbox* verwendet.

und zeitinvarianter Systeme zu Nutze, wonach eine sinusförmige Anregung nach Abschluss der transienten Vorgänge zu einer sinusförmigen Antwort mit derselben Frequenz führt.[17]

Bei *parametrischen Verfahren* führt man bereits vor der eigentlichen Identifikation eine Einschränkung auf eine bestimmte Systemklasse durch. Einen bekannten Vertreter bilden beispielsweise die Modelle erster Ordnung mit Totzeit.

$$P(s) = \frac{K}{\frac{s}{\omega_g} + 1} e^{-sT}$$

Im Vergleich zu nicht-parametrischen Verfahren, wo theoretisch unendlich viele Frequenzgangpunkte bestimmt werden müssten, reicht hier die Ermittlung der drei Parameter K , T und ω_g aus, um das System vollständig zu beschreiben.[17, 29]

Auf je ein nicht-parametrisches und ein parametrisches Verfahren zur Identifikation *linearer und zeitinvarianter Systeme* soll in den Abschnitten 2.2 und 2.3 näher eingegangen werden. In Abschnitt 2.4 erfolgt abschließend die Vorstellung einiger gängiger Anregungssignale.

2.1 Identifikation im Regelkreis

Im Rahmen des gesamten Kapitels wird das unbekannte, zu identifizierende System als linear, zeitinvariant, kausal und zeitdiskret angenommen. Beaufschlagt man ein solches System, das durch die z -Übertragungsfunktion $P(z)$ beschrieben werden kann, mit einem Eingangssignal $u[n]$, so ergibt sich das Ausgangssignal $y[n]$ bekanntlich zu³

$$y[n] = \sum_{k=0}^n p[k]u[n-k] + v[n] = p[n] * u[n] + v[n] = P(q)u[n] + v[n], \quad (2.1)$$

wenn $p[n]$ die Impulsantwort des Systems darstellt und in $v[n]$ die Störgrößen und das Messrauschen zusammengefasst werden. Ein prototypisches Problem der Systemidentifikation ist nun die Ermittlung der Übertragungsfunktion $P(z)$ anhand der Messdaten $u[n]$ und $y[n]$. Die Störung $v[n]$ selbst ist unbekannt, wird in der Regel jedoch als

$$v[n] = \sum_{k=0}^n h[k]e[n-k] = h[n] * e[n] = H(q)e[n] \quad (2.2)$$

mit weißem Rauschen $e[n]$ modelliert.[17]

Eine wesentliche Zusatzannahme vieler Verfahren ist außerdem, dass Eingangssignal $u[n]$ und Störung $v[n]$ unkorreliert sind. Offensichtlich ist diese Voraussetzung bei einer

³ Die Notation $P(q)$ wird von Ljung in [17] als *transfer operator* bezeichnet und ist in der Systemidentifikationsliteratur eine gängige Kurzschreibweise für die Faltungssumme. Der Operator q ist der zeitdiskrete Shiftoperator, es gilt $q^{-1}u[n] = u[n-1]$.

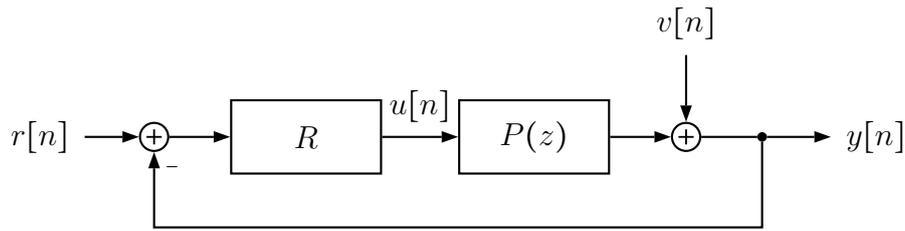


Abbildung 2.1: Identifikation im Regelkreis

Regelung gemäß Abbildung 2.1 jedoch nicht gegeben. Die Identifikation mit Messwerten, die einem Regelkreis entnommen wurden (engl. *Closed-Loop Identification*), ist also nicht ohne Weiteres erlaubt.[6]

Auf diese Problematik wird in Abschnitt 2.1.1 nun noch ausführlicher eingegangen, ehe in 2.1.2 einfache Möglichkeiten präsentiert werden, um Closed-Loop- in Open-Loop-Probleme umzuwandeln.

2.1.1 Problematik der direkten Identifikation

Ermittelt man bei einem Aufbau gemäß Abbildung 2.1 das Systemmodell $P(z)$ nur anhand des Eingangssignals $u[k]$ und des Ausgangssignals $y[k]$, spricht man von *direkter* Systemidentifikation. Dieser Ansatz – also das Ignorieren der Rückkopplung – führt jedoch zu Problemen mit Verfahren, die die Unkorreliertheit von $u[k]$ und $v[k]$ voraussetzen. Im Falle eines linearen Regelkreises sieht man mit

$$u[k] = \frac{R(q)}{1 + R(q)P(q)}(r[k] + v[k])$$

nämlich sofort, dass die Störgröße v_k in u_k enthalten ist und somit nicht unkorreliert sein kann. Die direkte Identifikation mit Leistungsdichtespektren liefert beispielsweise das Ergebnis

$$\hat{P}(e^{j\omega_n}) = \frac{\Phi_{yy}}{\Phi_{uu}} = \frac{P(e^{j\omega_n})\Phi_{rr}(\omega_n) - R^{-1}(e^{j\omega_n})\Phi_{vv}(\omega_n)}{\Phi_{rr}(\omega_n) + \Phi_{vv}(\omega_n)},$$

was dem gewichteten Mittelwert aus Strecke P und inversem Regler $-R^{-1}$ entspricht. Betrachtet man Abbildung 2.1, so ist dies keine Überraschung, da es zwei Pfade von u nach y gibt: der eine führt über die Strecke, der andere über den inversen Regler und den Addierer. Auf die genaue Bedeutung der Symbole in obiger Gleichung wird in Abschnitt 2.2 näher eingegangen.

Neben spektral- und korrelationsbasierten Methoden scheitern meist auch Subspace- und IV-Verfahren bei direkter Identifikation.[6] Das *Prädiktionsfehlerverfahren* trifft zwar keine Annahme bezüglich der Korrelation von u und v , um zu einem brauchbaren Ergebnis zu kommen, gilt es jedoch auch hier einiges zu beachten (siehe Abschnitt 2.3.3).

2.1.2 Indirekte Identifikation

Alternativ zur direkten Identifikation der Strecke kann auch das Übertragungsverhalten des gesamten Regelkreises bestimmt und anschließend auf die unbekannte Strecke zurückgerechnet werden. Im Prinzip erhält man damit ein Open-Loop-Problem, das sich mit beliebigen Identifikationsverfahren lösen lässt.

Variante 1

Eine einfache Möglichkeit ist die Identifikation der gesamten Führungsübertragungsfunktion

$$r \rightarrow y: \quad T(z) = \frac{R(z)P(z)}{1 + R(z)P(z)} \quad (2.3)$$

anhand der gemessenen Signale r und y . Kennt man die Reglerübertragungsfunktion $R(z)$, erhält man für die Strecke

$$P(z) = \frac{1}{R(z)} \frac{T(z)}{1 - T(z)} \quad (2.4)$$

Üblicherweise wird in der Literatur genau dieses Vorgehen als *indirekte Identifikation* bezeichnet.

Variante 2

Von der Idee her ähnlich ist die sogenannte *Joint-Input-Output Identifikation*. Man identifiziert dabei die beiden Übertragungsfunktionen

$$r \rightarrow u: \quad T_u(z) = \frac{R(z)}{1 + R(z)P(z)} \quad (2.5)$$

$$r \rightarrow y: \quad T(z) = \frac{R(z)P(z)}{1 + R(z)P(z)} \quad (2.6)$$

und bestimmt anschließend gemäß

$$P(z) = \frac{T(z)}{T_u(z)} \quad (2.7)$$

das Übertragungsverhalten der Strecke. Die Kenntnis der Funktion $R(z)$ ist dazu nicht erforderlich.

Variante 3

Einen völlig anderen Ansatz stellt das nachfolgend beschriebene zweistufige Verfahren dar. Dabei identifiziert man zunächst wieder die Übertragungsfunktion

$$r \rightarrow u: \quad T_u(z) = \frac{R(z)}{1 + R(z)P(z)} \quad (2.8)$$

und konstruiert anschließend mittels Simulation das Stellsignal

$$\hat{u}[n] = \hat{T}_u(q)r[n], \quad (2.9)$$

das nun unkorreliert mit dem Ausgangsrauschen ist und gemeinsam mit y zur Identifikation der Strecke verwendet werden kann.

2.2 Identifikation mit Leistungsdichtespektren

Dieser Abschnitt beschreibt die Systemidentifikation mit Hilfe von Leistungsdichtespektren. Es handelt sich dabei um ein *nicht-parametrisches Verfahren* zur Bestimmung des Frequenzgangs eines unbekanntes Systems.

In 2.2.1 werden kurz die wesentlichsten Grundlagen erklärt, ehe 2.2.2 dann tatsächlich das Thema Systemidentifikation zum Inhalt hat – hier wird von der Kenntnis der „wahren“ Leistungsdichtespektren ausgegangen. Diese können in der Realität jedoch nicht berechnet werden, weshalb in 2.2.3 bekannte Schätzalgorithmen vorgestellt werden.

2.2.1 Grundlagen

Für zwei reelle, stationäre (ergodische) und mittelwertfreie Zufallssignale x und y ist die *Kreuzkorrelationsfolge* als⁴⁵

$$R_{xy}[m] = E\{x[n]y[n+m]\} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N x[n]y[n+m] \quad (2.10)$$

definiert. Das zugehörige *Kreuzleistungsdichtespektrum* Φ_{xy} erhält man gemäß *Wiener-Chinchin-Theorem* durch zeitdiskrete Fouriertransformation

$$\Phi_{xy}(\omega_n) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} R_{xy}[m]e^{-j\omega_n m} \quad (2.11a)$$

$$R_{xy}[m] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} \Phi_{xy}(\omega_n)e^{j\omega_n m} d\omega_n, \quad (2.11b)$$

⁴Genauer gesagt müssen die Zufallssignale zur Berechnung der Kreuzkorrelation *verbundstationär* (engl. *jointly stationary*) sein.

⁵Aufgrund der Ergodizität kann der Scharmittelwert durch den Zeitmittelwert ersetzt werden. Dies wurde in Gleichung 2.10 stillschweigend durchgeführt.

wobei ω_n eine normierte Kreisfrequenz darstellt. Diese lässt sich über

$$\omega_n = 2\pi \frac{f}{f_s} = \omega T_s \quad (2.12)$$

in eine physikalische Kreisfrequenz ω umrechnen, wenn T_s die Abtastzeit der Signale x und y ist.[5]

Für den Fall, dass $y = x$ gilt, erhält man die *Autokorrelationsfolge* R_{xx} bzw. das *Autoleistungsdichtespektrum* Φ_{xx} , das sich physikalisch sehr gut interpretieren lässt. Für $m = 0$ entspricht die Autokorrelation nämlich der mittleren Leistung des Signals x und Φ_{xx} einem Maß, wie diese Leistung auf die einzelnen Frequenzen aufgeteilt ist.[5]

$$R_{xx}[0] = E\{x^2[n]\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} \Phi_{xx}(\omega_n) d\omega_n$$

Für reelle Signale besitzen Auto- und Kreuzkorrelation bzw. Auto- und Kreuzleistungsdichtespektrum unter anderem folgende Eigenschaften:

$$R_{xx}[m] = R_{xx}[-m] \quad (2.13a) \qquad \Phi_{xx}(\omega_n) = \Phi_{xx}(-\omega_n) \quad (2.14a)$$

$$R_{xx}[m] \leq R_{xx}[0] \quad (2.13b) \qquad \Phi_{xx}(\omega_n) \geq 0 \quad (2.14b)$$

$$\Im \{ \Phi_{xx}(\omega_n) \} = 0 \quad (2.14c)$$

$$R_{xy}[m] = R_{yx}[-m] \quad (2.13c) \qquad \Phi_{xy}(\omega_n) = \Phi_{yx}(-\omega_n) = \Phi_{yx}^*(\omega_n) \quad (2.14d)$$

Nachdem es sich bei den Leistungsdichtespektren hier um die Fouriertransformierten diskreter Signale handelt, sind sie außerdem periodisch mit 2π . [5]

2.2.2 Systemidentifikation

Obwohl das erklärte Ziel die Systemidentifikation innerhalb eines Regelkreises ist, soll zunächst der einfache Fall in Abbildung 2.2 betrachtet werden. Für das lineare System $P(z)$ mit der Impulsantwort $p[n]$ gilt

$$y[n] = x[n] + v[n]$$

$$x[n] = \sum_{k=0}^n p[k]u[n-k] = p[n] * u[n].$$

Damit ergibt sich die Autokorrelation des Ausgangssignals zu

$$\begin{aligned} R_{yy}[m] &= E \{ y[n]y[n+m] \} \\ &= E \{ (x[n] + v[n]) (x[n+m] + v[n+m]) \} \\ &= R_{xx}[m] + R_{xv}[m] + R_{vx}[m] + R_{vv}[m] \end{aligned}$$

mit

$$\begin{aligned}
R_{xx}[m] &= E \{x[n]x[n+m]\} \\
&= E \left\{ \sum_{k=-\infty}^{+\infty} p[k]u[n-k] \sum_{l=-\infty}^{+\infty} p[l]u[n+m-l] \right\} \\
&= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \sum_{l=-\infty}^{+\infty} E \{u[n-k]u[n+m-l]\} p[k]p[l] \\
&= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \sum_{l=-\infty}^{+\infty} R_{uu}[m-l+k]p[k]p[l] \\
&= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (R_{uu}[m+k] * p[m+k])p[k] \\
&= \sum_{h=-\infty}^{+\infty} (R_{uu}[m-h] * p[m-h])p[-h] \\
&= R_{uu}[m] * p[m] * p[-m]
\end{aligned}$$

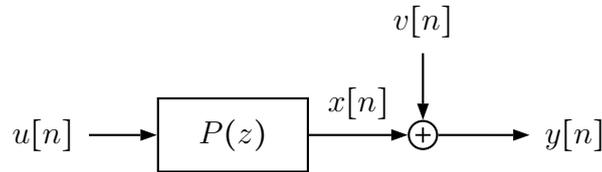


Abbildung 2.2: System mit Störung

Durch Fouriertransformation erhält man schnell

$$\Phi_{yy}(\omega_n) = \Phi_{xx}(\omega_n) + \Phi_{xv}(\omega_n) + \Phi_{vx}(\omega_n) + \Phi_{vv}(\omega_n)$$

mit

$$\begin{aligned}
\Phi_{xx}(\omega_n) &= \Phi_{uu}(\omega_n)P(e^{j\omega_n})P(e^{-j\omega_n}) \\
&= \Phi_{uu}(\omega_n)P(e^{j\omega_n})P^*(e^{j\omega_n}) \\
&= \Phi_{uu}(\omega_n) |P(e^{j\omega_n})|^2.
\end{aligned}$$

Auf ähnliche Weise berechnen sich auch die anderen Korrelationen und Leistungsdichtespektren zu

$$R_{ux}[m] = R_{uu}[m] * p[m] \quad (2.15a) \quad \Phi_{ux}(\omega_n) = \Phi_{uu}(\omega_n)P(e^{j\omega_n}) \quad (2.16a)$$

$$R_{xu}[m] = R_{uu}[m] * p[-m] \quad (2.15b) \quad \Phi_{xu}(\omega_n) = \Phi_{uu}(\omega_n)P^*(e^{j\omega_n}) \quad (2.16b)$$

$$R_{xx}[m] = R_{uu}[m] * p[m] * p[-m] \quad (2.15c) \quad \Phi_{xx}(\omega_n) = \Phi_{uu}(\omega_n)P(e^{j\omega_n})P^*(e^{j\omega_n}) \quad (2.16c)$$

$$R_{xy}[m] = R_{xx}[m] + R_{xv}[m] \quad (2.15d) \quad \Phi_{xy}(\omega_n) = \Phi_{xx}(\omega_n) + \Phi_{xv}(\omega_n) \quad (2.16d)$$

$$R_{yx}[m] = R_{xx}[m] + R_{vx}[m] \quad (2.15e) \quad \Phi_{yx}(\omega_n) = \Phi_{xx}(\omega_n) + \Phi_{vx}(\omega_n) \quad (2.16e)$$

$$R_{yy}[m] = R_{xx}[m] + R_{vv}[m] \quad (2.15f) \quad \Phi_{yy}(\omega_n) = \Phi_{xx}(\omega_n) + \Phi_{vv}(\omega_n) \quad (2.16f)$$

$$+ R_{xv}[m] + R_{vx}[m] \quad + \Phi_{xv}(\omega_n) + \Phi_{vx}(\omega_n)$$

$$R_{uy}[m] = R_{ux}[m] + R_{uv}[m] \quad (2.15g) \quad \Phi_{uy}(\omega_n) = \Phi_{ux}(\omega_n) + \Phi_{uv}(\omega_n) \quad (2.16g)$$

$$R_{yu}[m] = R_{xu}[m] + R_{vu}[m] \quad (2.15h) \quad \Phi_{yu}(\omega_n) = \Phi_{xu}(\omega_n) + \Phi_{vu}(\omega_n) \quad (2.16h)$$

Unter der Voraussetzung, dass $u[n]$ und $v[n]$ unkorreliert sind, gilt

$$\Phi_{uv}(\omega_n) = \Phi_{vu}(\omega_n) = \Phi_{xv}(\omega_n) = \Phi_{vx}(\omega_n) = 0 \quad (2.17)$$

womit sich obige Beziehungen noch deutlich vereinfachen.[5]

Zur Identifikation des Frequenzgangs $P(e^{j\omega_n})$ anhand der gemessenen Signale u und y ergeben sich nun folgende Möglichkeiten:

$$|\hat{P}(e^{j\omega_n})|^2 = \frac{\Phi_{yy}}{\Phi_{uu}} = |P(e^{j\omega_n})|^2 + \frac{\Phi_{vv}}{\Phi_{uu}} \quad (2.18)$$

$$\hat{P}_1(e^{j\omega_n}) = \frac{\Phi_{uy}}{\Phi_{uu}} = P(e^{j\omega_n}) \quad (2.19)$$

$$\hat{P}_2(e^{j\omega_n}) = \frac{\Phi_{yy}}{\Phi_{yu}} = P(e^{j\omega_n}) + \frac{\Phi_{vv}}{\Phi_{yu}} \quad (2.20)$$

Die erste Berechnungsvorschrift liefert den Betragsgang mit Hilfe der Autoleistungsdichtespektren von Ein- und Ausgangssignal. Offensichtlich wird für eine gute Übereinstimmung von \hat{P} und P ein hohes Signal-Rauschverhältnis benötigt.

Bei den Gleichungen (2.19) und (2.20) handelt es sich um sogenannte H_1 - bzw. H_2 -Schätzer, die nicht nur Betrags-, sondern auch Phaseninformation bereitstellen. Es ist deutlich zu sehen, dass der H_1 -Schätzer den Einfluss der ausgangsseitigen Störung minimiert, der H_2 -Schätzer nicht. Genau umgekehrt verhält es sich jedoch, wenn die Messung des Eingangssignals verrauscht ist.[5, 9]

Ein Maß für die lineare Abhängigkeit der beiden Signale u und y ist durch die *Kohärenzfunktion*

$$\gamma_{uy}^2(\omega_n) = \frac{|\Phi_{uy}(\omega_n)|^2}{\Phi_{uu}(\omega_n)\Phi_{yy}(\omega_n)} \quad (2.21)$$

gegeben, für die allgemein

$$0 \leq \gamma_{uy}^2(\omega_n) \leq 1 \quad (2.22)$$

gilt. Für obiges Beispiel berechnet man leicht

$$\begin{aligned} \gamma_{uy}^2(\omega_n) &= \frac{\Phi_{uy}(\omega_n)\Phi_{yu}(\omega_n)}{\Phi_{uu}(\omega_n)\Phi_{yy}(\omega_n)} \\ &= \frac{\Phi_{uu}^2(\omega_n) |P(e^{j\omega_n})|^2}{\Phi_{uu}^2(\omega_n) |P(e^{j\omega_n})|^2 + \Phi_{uu}(\omega_n)\Phi_{vv}(\omega_n)} \\ &= 1 - \frac{\Phi_{vv}(\omega_n)}{\Phi_{yy}(\omega_n)} \end{aligned} \quad (2.23)$$

und erkennt, dass ohne Störung $\gamma_{uy}^2 = 1$ gilt. Die Beziehung zwischen u und y ist dann nämlich perfekt linear. Für den Fall, dass $\gamma_{uy}^2 < 1$ ist, gibt es zwei Begründungen:

1. Eine externe Störung beeinflusst die gemessenen Daten, z. B. ein Ausgangsrauschen.
2. Die Beziehung zwischen u und y ist nicht linear.

Der Vollständigkeit halber sollte an dieser Stelle erwähnt werden, dass man in der Realität üblicherweise keine wahren Leistungsdichtespektren kennt. Sie müssen geschätzt werden und die dabei entstehenden Fehler können natürlich ebenfalls zu einer niedrigeren Kohärenz führen.[5]

Aus Abschnitt 2.1.1 ist bekannt, dass ausgangsseitige Störung v und Stellgröße u in einem Regelkreis nach Abbildung 2.3 nicht unkorreliert sind. Die Störung wird gemeinsam mit dem Ausgangssignal gemessen und der Strecke über Rückkopplung und Regler zugeführt.

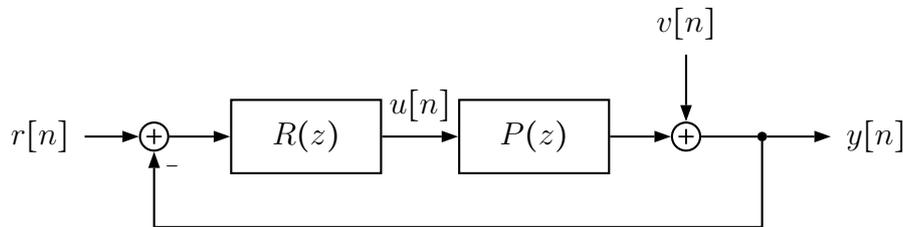


Abbildung 2.3: Regelkreis mit Störung

Wendet man den H_1 -Schätzer aus Gleichung (2.19) jedoch trotzdem auf die Messdaten u und y an, ergibt sich nach längerer Rechnung

$$\hat{P}(e^{j\omega_n}) = \frac{\Phi_{uy}(\omega_n)}{\Phi_{uu}(\omega_n)} = \frac{P(e^{j\omega_n})\Phi_{rr}(\omega_n) - R^{-1}(e^{j\omega_n})\Phi_{vv}(\omega_n)}{\Phi_{rr}(\omega_n) + \Phi_{vv}(\omega_n)} \quad (2.24)$$

also eine fehlerbehaftete Schätzung des Streckenfrequenzgangs. Anhand der beiden Extremfälle

$$\Phi_{vv}(\omega_n) \equiv 0: \quad \hat{P}(e^{j\omega_n}) = P(e^{j\omega_n}) \quad (2.25a)$$

$$\Phi_{rr}(\omega_n) \equiv 0: \quad \hat{P}(e^{j\omega_n}) = -R^{-1}(e^{j\omega_n}) \quad (2.25b)$$

ist ersichtlich, dass das Ergebnis dem gewichteten Mittelwert aus Strecke und negativem, inversem Regler entspricht. Dies ist nicht überraschend, immerhin ergeben sich zwei „Pfade“ von u nach y : einer verläuft über die Strecke, der andere über den Regler, den Addierer und die Rückkopplung. Nur wenn $\Phi_{vv} \equiv 0$ gilt, ist der Zusammenhang zwischen u und y vollständig durch die Strecke P erklärt.[6, 34]

Ein besseres Ergebnis erhält man durch explizite Berücksichtigung der Regelschleife nach Abschnitt 2.1.2. Dabei identifiziert man im Prinzip die zwei rückkopplungsfreien Systeme T und T_u mit Hilfe von H_1 -Schätzern und berechnet anschließend die Streckenübertragungsfunktion gemäß

$$\hat{P}(e^{j\omega_n}) = \frac{\hat{T}(e^{j\omega_n})}{\hat{T}_u(e^{j\omega_n})} = \frac{\Phi_{ry}(\omega_n)/\Phi_{rr}(\omega_n)}{\Phi_{ru}(\omega_n)/\Phi_{rr}(\omega_n)} = \frac{\Phi_{ry}(\omega_n)}{\Phi_{ru}(\omega_n)} = P(e^{j\omega_n}) \quad (2.26)$$

Diese indirekte Methode eliminiert nun den Einfluss des Ausgangsrauschens v , benötigt jedoch neben den Messsignalen u und y auch das Führungssignal r . Die zugehörigen Kohärenz-Funktionen lauten

$$\gamma_{ru}^2(\omega_n) = \frac{\Phi_{ru}(\omega_n)\Phi_{ur}(\omega_n)}{\Phi_{rr}(\omega_n)\Phi_{uu}(\omega_n)} = \frac{\Phi_{rr}(\omega_n)}{\Phi_{rr}(\omega_n) + \Phi_{vv}(\omega_n)} \quad (2.27a)$$

$$\gamma_{ry}^2(\omega_n) = \frac{\Phi_{ry}(\omega_n)\Phi_{yr}(\omega_n)}{\Phi_{rr}(\omega_n)\Phi_{yy}(\omega_n)} = \frac{\Phi_{rr}(\omega_n)}{\Phi_{rr}(\omega_n) + \Phi_{vv}(\omega_n)/|R(e^{j\omega_n})P(e^{j\omega_n})|^2} \quad (2.27b)$$

2.2.3 Schätzung des Leistungsdichtespektrums

Zur Berechnung eines Leistungsdichtespektrums gemäß Abschnitt 2.2.1 sind offensichtlich unendlich viele Messwerte notwendig. Da dies in der Realität jedoch ein Problem darstellt, müssen Leistungsdichtespektren auf Basis endlich langer Messsignale *geschätzt* werden.

Periodogramme

Eine sehr einfache Möglichkeit stellt die Berechnung sogenannter *Periodogramme* dar. Dazu wendet man zunächst ein Rechteck-Fenster der Länge N gemäß

$$\begin{aligned} x_N[n] &= w_R[n]x[n] & y_N[n] &= w_R[n]y[n] \\ &= \begin{cases} x[n] & \text{für } 0 \leq n < N \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} & &= \begin{cases} y[n] & \text{für } 0 \leq n < N \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \end{aligned}$$

an und erhält die Korrelationsfolge

$$\hat{R}_{xy}[m] = \frac{1}{N} \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_N[n]y_N[n+m] = \frac{1}{N}x_N[-m] * y_N[m],$$

die offensichtlich nur für $|m| < N - 1$ Werte ungleich null liefert. Durch zeitdiskrete Fouriertransformation ergibt sich das Periodogramm zu

$$\hat{\Phi}_{xy}(\omega_n) = \frac{1}{N}X_N^*(e^{j\omega_n})Y_N(e^{j\omega_n}). \quad (2.28)$$

Üblicherweise nimmt man eine Diskretisierung des Frequenzbereichs gemäß

$$\omega_n = \frac{2\pi}{N}k, \quad k = 0, \dots, N - 1$$

vor und geht so von der zeitdiskreten auf die diskrete Fouriertransformation über. Das Periodogramm ist *asymptotisch erwartungstreu* (englisch *asymptotically unbiased*), es gilt also

$$\lim_{N \rightarrow \infty} E\{\hat{\Phi}_{xy}(\omega_n)\} = \Phi_{xy}(\omega_n).$$

Allerdings konvergiert es auch für $N \rightarrow \infty$ nicht gegen den wahren Wert. Es handelt sich somit um einen *nicht konsistenten* Schätzer.[11, 37]

Modifizierte Periodogramme

Periodogramme verwenden Rechteckfenster w_R zur Gewinnung von Signalen mit endlicher Länge N . Es kann gezeigt werden (siehe [11, S. 408f]), dass für den Erwartungswert des Periodogramms

$$E\{\hat{\Phi}_{xy}(\omega_n)\} = \frac{1}{2\pi N} \Phi_{xy}(\omega_n) * |W_R(e^{j\omega_n})|^2 \quad (2.29)$$

gilt, wobei es sich bei

$$W_R(e^{j\omega_n}) = \frac{\sin(N\omega_n/2)}{\sin(\omega_n/2)} e^{-j(N-1)\omega_n/2} \quad (2.30)$$

um die Fouriertransformierte des Rechteckfensters handelt, welches maßgeblich für Bias und Glättung verantwortlich ist. Aufgrund der Tatsache, dass $|W_R|^2/(2\pi N)$ für unendlich viele Messwerte zu einem Impuls konvergiert, ergibt sich asymptotische Erwartungstreue.

Die Verwendung anderer Fenstertypen führt nun auf sogenannte *modifizierte Periodogramme*. Abbildung 2.4 ist zu entnehmen, dass Rechteckfenster im Frequenzbereich eine schmale Hauptkeule besitzen, das Spektrum so vergleichsweise schwach glätten und infolgedessen eine relativ hohe Auflösung ermöglichen. Die hohen Nebenkeulen führen allerdings zum sogenannten *Leakage-Effekt* und verstecken dadurch unter Umständen schwache und schmalbandige Signalanteile.

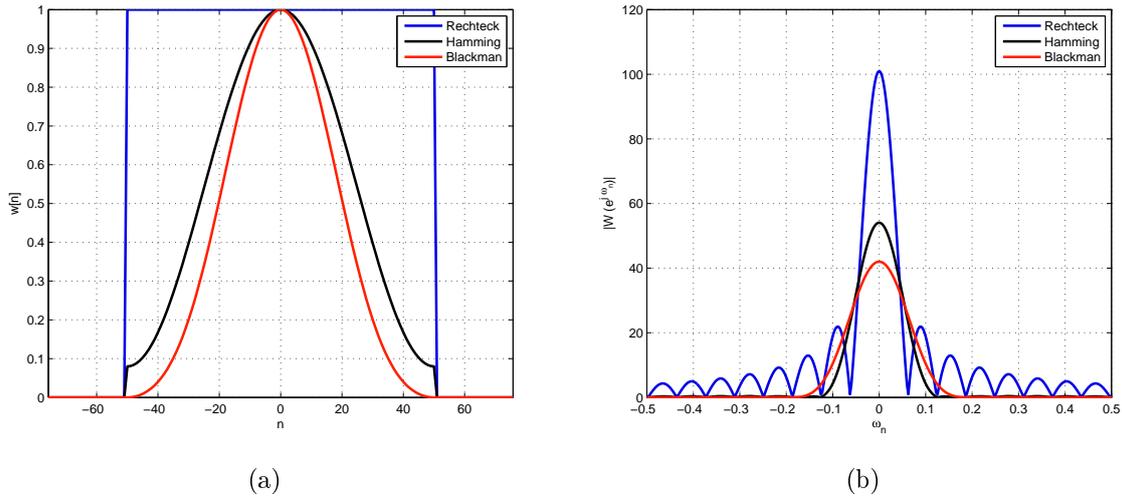


Abbildung 2.4: Fensterfunktionen im Zeit- und Frequenzbereich

Zur Verringerung dieses Effekts können andere Fenstertypen – etwa *Hamming*-, *Hanning*- oder *Blackman-Fenster* – mit niedrigeren Nebenkeulen verwendet werden. Dies hat jedoch eine Verbreiterung der Hauptkeule, also eine Verschlechterung der Auflösung zur Folge.

Bezüglich Erwartungstreue und Konsistenz ändert sich durch Verwendung anderer Fenstertypen nichts. Modifizierte Periodogramme sind ebenfalls *erwartungstreue* und *nicht-konsistente* Schätzer.[11]

Mittelung von (modifizierten) Periodogrammen

Die noch fehlende Eigenschaft der *Konsistenz* erhält man nun durch *Mittelung von Periodogrammen*. Betrachtet man die bereits bekannte Beziehung

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \mathbb{E} \{ \hat{\Phi}_{xy}(\omega_n) \} = \Phi_{xy}(\omega_n),$$

so ist dies wenig überraschend, stellt $\mathbb{E} \{ \hat{\Phi}_{xy} \}$ doch einen Mittelwert dar. Mit K unkorrelierten Realisierungen der Zufallssignale x und y lässt sich die Varianz so um den Faktor $1/K$ verringern.

In der Realität hat man jedoch keine unkorrelierten Realisierungen zur Verfügung sondern lediglich eine einzige der Länge N . Gemäß der *Methode von Bartlett* zerlegt man diese in K *nicht-überlappende* Teile der Länge $L = N/K$, berechnet für jeden das Periodogramm und führt anschließend eine Mittelung durch. Die aufgrund der Zerlegung entstehenden Signalteile sind zwar nur mehr näherungsweise unkorreliert, für großes N ist die Varianz aber dennoch umgekehrt proportional zu K .

Die *Methode nach Welch* unterscheidet sich von Bartletts Methode in zwei Punkten. Zum einen wird das Signal in *überlappende* Anteile zerlegt und zum anderen werden *modifizierte* Periodogramme berechnet. Durch die Überlappung erhält man entweder mehrere oder längere Teilsignale, was eine Verringerung der Varianz bzw. eine Verbesserung der Auflösung nach sich zieht. Gebräuchlich ist eine Überlappung von 50% und die Verwendung eines Hamming-Fensters.

Sowohl Bartletts als auch Welchs Methode führen zu *asymptotisch erwartungstreuen und konsistenten Schätzern*. Die Wahl der Teilsignalanzahl bzw. -länge stellt einen Kompromiss hinsichtlich geringem Bias und niedriger Varianz dar.[11]

2.3 Identifikation mit Prädiktionsfehlern

Die Systemidentifikation basierend auf der Minimierung von *Prädiktionsfehlern* (englisch *Prediction-Error Method*) gehört zur Gruppe der *parametrischen Identifikationsverfahren*. Man geht dabei von einer festgelegten Modellstruktur aus, die mit dem Vektor θ parametrisiert werden kann. Die Identifikation eines dynamischen Systems läuft somit auf die Schätzung des Parametervektors θ hinaus.

Abschnitt 2.3.1 erläutert zunächst die im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Modellstrukturen, ehe in Abschnitt 2.3.2 auf die Systemidentifikation mit Prädiktionsfehlern eingegangen wird. Was es bei der Identifikation im Regelkreis zu beachten gilt, ist kurz in Abschnitt 2.3.3 zusammengefasst.

2.3.1 Modellstrukturen

Zur Erklärung der Prädiktionsfehlermethode soll wie bisher von einem linearen System der Gestalt

$$y[n] = P(q)u[n] + \underbrace{H(q)e[n]}_{=:v[n]} \quad (2.31)$$

ausgegangen werden. Dabei stellt u den Eingang und y den mit einer Störung v überlagerten Ausgang der Strecke $P(z)$ dar. Die Störung v entsteht durch Filterung eines mittelwertfreien, weißen Rauschsignals e mit dem System $H(z)$.

Weiters werden die Zusatzannahmen

$$P(q) = 0 + \sum_{k=1}^{\infty} p[k]q^{-k} \quad (2.32a)$$

$$H(q) = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} h[k]q^{-k} \quad (2.32b)$$

getroffen, wobei erstere eine Einschränkung auf *nicht-sprungfähige Strecken* $P(z)$ bedeutet und letztere verlangt, dass $H(z)$ ein *monisches Filter* ist. Nachdem Strecken

Verwendete Polynome	Name der Modellstruktur
B	FIR (finite impulse response)
AB	ARX
ABC	ARMAX
BF	OE (Output Error)
$BFCD$	BJ (Box-Jenkins)

Tabelle 2.1: Zeitdiskrete Übertragungsfunktionen als Modellstrukturen (nach [17, S.88])

üblicherweise Tiefpasscharakter aufweisen, stellt Gleichung (2.32a) in der Realität kein großes Problem dar. Ebenso wenig kritisch ist die Normierung gemäß Gleichung (2.32b), da eine Skalierung des Störsignals v noch immer über die Varianz des Rauschsignals e möglich ist.

Zu den bekanntesten Vertretern linearer Modelltypen zählen zeitdiskrete Übertragungsfunktionen. Häufig anzutreffen sind Spezialfälle der sehr allgemein gehaltenen Struktur

$$A(q,\theta)y[n] = \frac{B(q,\theta)}{F(q,\theta)}u[n] + \frac{C(q,\theta)}{D(q,\theta)}e[n], \quad (2.33)$$

wobei es sich bei A , C , D und F um monische Polynome handelt und für das Polynom B laut Bedingung (2.32a) $b_0 = 0$ gilt. Das ARX-Modell (siehe Tabelle 2.1)

$$\begin{aligned} y[n] + a_1y[n-1] + \dots + a_{n_a}y[n-n_a] \\ = b_1u[n-1] + \dots + b_{n_b}u[n-n_b] + e[n], \end{aligned} \quad (2.34)$$

das lediglich die beiden Polynome A und B benötigt, stellt wohl eine der einfachsten Systembeschreibungen dar. Der Parametervektor θ setzt sich in diesem Fall aus

$$\theta = [a_1 \quad a_2 \dots a_{n_a} \quad b_1 \dots b_{n_b}]^T \quad (2.35)$$

zusammen.

Je nachdem, ob Dynamikmodell $P(q)$ und Störmodell $H(q)$ über ein gemeinsames Nennerpolynom $A(q)$ verfügen oder nicht, unterscheidet man zwischen *Equation-Error-* und *Output-Error-Modellen*. Betrachtet man Abbildung 2.5, so ist die Unterscheidung relativ einsichtig – ohne das gemeinsame Nennerpolynom $1/A(q)$ geht der Störterm direkt in den Systemausgang ein.

Neben diesen Modellen sind in der Literatur noch unzählige weitere bekannt, darunter auch nichtlineare und zeitkontinuierliche Modelle.[17]

2.3.2 Verfahren

Das beschriebene Identifikationsverfahren basiert auf der Minimierung eines Gütekriteriums, in den als zentrales Element der sogenannte *Prädiktionsfehler* eingeht. Abhängig

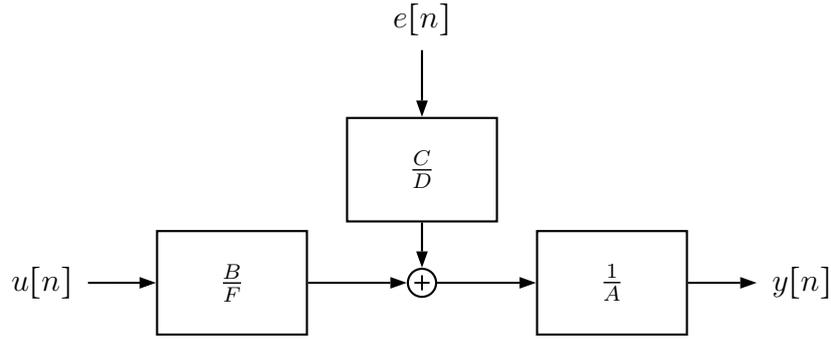


Abbildung 2.5: Zeitdiskrete Übertragungsfunktionen als Modellstrukturen (nach [17, S. 85])

von der Wahl der Modellstruktur und des Gütekriteriums ist die Lösung dieses Problems mehr oder weniger komplex. Im Zuge dieses Abschnitts soll daher nur die Grundidee des Verfahrens und ein sehr einfacher Lösungsalgorithmus präsentiert werden.

Prädiktion

Ziel der Prädiktion ist die Vorhersage von $y[n]$ auf Basis bekannter Verläufe $y[k]$ und $u[k]$ für $k \leq n-1$. Betrachtet man zunächst nur den Störterm v , so gilt

$$v[n] = \sum_{k=0}^{\infty} h[k]e[n-k] = e[n] + \underbrace{\sum_{k=1}^{\infty} h[k]e[n-k]}_{=:m[n-1]},$$

wobei $m[n-1]$ bereits zum Zeitpunkt $n-1$ bekannt ist. Da wir von mittelwertfreiem Rauschen e ausgehen, lautet die *Ein-Schritt-Prädiktion* (englisch *One-step-ahead Prediction*)

$$\begin{aligned} \hat{v}[n|n-1] &= 0 + m[n-1] = \left[\sum_{k=1}^{\infty} h[k]q^{-k} \right] e[n] = [H(q) - 1] e[n] \\ &= \frac{H(q) - 1}{H(q)} v[n] = [1 - H^{-1}(q)] v[n]. \end{aligned} \quad (2.36)$$

Nachdem $y[n]$ aufgrund der Bedingung (2.32a) nur von $u[k]$ mit $k \leq n-1$ abhängt, lässt sich sofort

$$\begin{aligned} \hat{y}[n|n-1] &= P(q)u[n] + \hat{v}[n|n-1] \\ &= P(q)u[n] + [1 - H^{-1}(q)] v[n] \\ &= P(q)u[n] + [1 - H^{-1}(q)] (y[n] - P(q)u[n]) \\ &= H^{-1}(q)P(q)u[n] + [1 - H^{-1}(q)] y[n] \end{aligned} \quad (2.37)$$

anschreiben.[17]

Gütekriterium

Das zentrale Element des Gütekriteriums ist der *Prädiktionsfehler*

$$\varepsilon(n, \theta) = y[n] - \hat{y}[n|\theta], \quad (2.38)$$

wobei $y[n]$ den tatsächlichen Messwert zum Zeitpunkt n und

$$\hat{y}[n|\theta] = H^{-1}(q, \theta)P(q, \theta)u[n] + (1 - H^{-1}(q, \theta))y[n] \quad (2.39)$$

den prädizierten Wert darstellt. Die Prädiktion erfolgt auf Basis des Parametervektors θ sowie der Verläufe $u[k]$ und $y[k]$ für $k \leq n - 1$. Das eigentliche Gütekriterium für Messsignale der Länge N ist durch die Norm

$$V_N(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N l(\varepsilon_F(n, \theta)), \quad (2.40)$$

mit

$$\varepsilon_F(n, \theta) = L(q)\varepsilon(n, \theta) \quad (2.41)$$

gegeben, wobei das Filter $L(q)$ eine Gewichtung im Frequenz- und die Funktion $l(\cdot)$ eine Gewichtung im Zeitbereich ermöglicht. Durch Einsetzen von (2.38) und (2.39) in (2.41) erhält man

$$\begin{aligned} \varepsilon_F(n, \theta) &= \frac{L(q)}{H(q, \theta)} (y[n] - P(q, \theta)u[n]) \\ &= \frac{1}{H(q, \theta)} (L(q)y[n] - P(q, \theta)L(q)u[n]) \end{aligned} \quad (2.42)$$

und erkennt sofort, dass die Filterung des Prädiktionsfehlers äquivalent zur Filterung der Signale u und y ist. Offensichtlich entspricht $L^{-1}(q)$ außerdem einem fixen, also von θ unabhängigen Anteil des Störmodells.[17]

Minimierung des Gütekriteriums

Das Ziel des Verfahrens ist die Schätzung eines Parametervektors durch Minimierung des Gütekriteriums, also

$$\hat{\theta}_N = \arg \min_{\theta} V_N(\theta). \quad (2.43)$$

Abhängig von der Wahl des Gütekriteriums und der Modellstruktur gestaltet sich die Bestimmung des Parametervektors $\hat{\theta}_N$ mehr oder weniger schwierig. Einen sehr einfachen Fall stellt beispielsweise die Kombination aus quadratischem Gütekriterium

$$V_N(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \frac{1}{2} (y[n] - \hat{y}[n|\theta])^2 \quad (2.44)$$

und ARX-Modell

$$y[n] = \frac{B(q)}{A(q)}u[n] + \frac{1}{A(q)}e[n] \quad (2.45)$$

dar. Diese Problemstellung besitzt eine eindeutige Lösung und führt zur *Methode der kleinsten Fehlerquadrate*. Mit Hilfe der Beziehungen (2.37) und (2.45) erhält man für das ARX-Modell den Prädiktor

$$\begin{aligned} \hat{y}[n|\theta] &= B(q)u[n] + (1 - A(q))y[n] \\ &= b_1u[n-1] + \dots + b_{n_b}u[n-n_b] - a_1y[n-1] - \dots - a_{n_a}y[n-n_a] \\ &= \varphi^T[n]\theta = \theta^T\varphi[n] \end{aligned} \quad (2.46)$$

mit

$$\begin{aligned} \varphi[n] &= [-y[n-1] \dots - y[n-n_a] \quad u[n-1] \dots u[n-n_b]]^T \\ \theta &= [a_1 \dots a_{n_a} \quad b_1 \dots b_{n_b}]^T. \end{aligned}$$

Nachdem es sich beim Gütekriterium um eine quadratische Funktion handelt, ergibt sich die Lösung durch Ableiten und Nullsetzen gemäß

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{d}{d\theta} V_N(\theta) = \frac{2}{N} \sum_{n=1}^N \varphi[n] (y[n] - \varphi^T[n]\theta) \\ \sum_{n=1}^N \varphi[n]\varphi^T[n]\theta &= \sum_{n=1}^N \varphi[n]y[n] \end{aligned}$$

zu

$$\hat{\theta}_N = \left[\sum_{n=1}^N \varphi[n]\varphi^T[n] \right]^{-1} \left[\sum_{n=1}^N \varphi[n]y[n] \right]. \quad (2.47)$$

Im Zusammenhang mit ARMAX-Modellen kann dieser Lösungsweg jedoch nicht gewählt werden. Durch Hinzunehmen des Polynoms $C(q)$ erhält man

$$y[n] = \frac{B(q)}{A(q)}u[n] + \frac{C(q)}{A(q)}e[n] \quad (2.48)$$

und den Prädiktor

$$\begin{aligned} \hat{y}[n|\theta] &= \frac{B(q)}{C(q)}u[n] + \left(1 - \frac{A(q)}{C(q)}\right)y[n] \\ C(q)\hat{y}[n|\theta] &= B(q)u[n] + (C(q) - A(q))y[n] \\ \hat{y}[n|\theta] &= B(q)u[n] + (C(q) - A(q))y[n] - (C(q) - 1)\hat{y}[n|\theta] \\ \hat{y}[n|\theta] &= B(q)u[n] + (1 - A(q))y[n] - (C(q) - 1)(y[n] - \hat{y}[n|\theta]) \\ \hat{y}[n|\theta] &= B(q)u[n] + (1 - A(q))y[n] - (C(q) - 1)\varepsilon[n, \theta] \\ \hat{y}[n|\theta] &= \varphi^T[n, \theta]\theta \end{aligned} \quad (2.49)$$

mit

$$\begin{aligned}\varphi[n, \theta] &= [-y[n-1] \dots -y[n-n_a] \quad u[n-1] \dots \\ &\quad u[n-n_b] \quad \varepsilon[n-1, \theta] \dots \varepsilon[n-n_c, \theta]]^T \\ \theta &= [a_1 \dots a_{n_a} \quad b_1 \dots b_{n_b} \quad c_1 \dots c_{n_c}]^T.\end{aligned}$$

Offensichtlich stellt dieser Prädiktor nun keine lineare Beziehung in θ mehr dar, was die Lösung des Minimierungsproblems erheblich verkompliziert.

Im Allgemeinen lässt sich das Gütekriterium V_N aus Gleichung (2.40) nicht analytisch minimieren. Die Lösung wird stattdessen mit iterativen, numerischen Methoden gemäß

$$\hat{\theta}_N^{(i+1)} = \hat{\theta}_N^{(i)} + \alpha f^{(i)}$$

bestimmt, wobei f eine Suchrichtung, etwa den negativen Gradienten des Gütekriteriums und α eine Schrittweite darstellt.[17]

2.3.3 Systemidentifikation

Es lässt sich zeigen (siehe [17, S. 253ff]), dass die vorgestellte Methode für $N \rightarrow \infty$ tatsächlich jenen Parametervektor liefert, der das Gütekriterium

$$\bar{V}(\theta) = \bar{\mathbb{E}} \{l(\varepsilon[n, \theta])\} \quad \text{mit} \quad \bar{\mathbb{E}}f(n) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \mathbb{E}f(n) \quad (2.50)$$

minimiert. Die Schätzung konvergiert somit zur bestmöglichen Approximation des Systems, die sich auf Basis der gewählten Modellstruktur finden lässt. Voraussetzung für ein gutes Identifikationsergebnis ist daher eine realitätsnahe Modellstruktur.

Handelt es sich um ein quadratisches Gütekriterium, lässt sich dieses gemäß

$$\bar{V}(\theta) = \bar{\mathbb{E}} \left\{ \frac{1}{2} \varepsilon^2(n, \theta) \right\} = \frac{1}{4\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \Phi_{\varepsilon\varepsilon}(\omega_n, \theta) d\omega_n \quad (2.51)$$

auch über das Autoleistungsdichtespektrum des Prädiktionsfehlers ε ausdrücken. Mit der Kurzschreibweise $P_\theta = P(q, \theta)$ bzw. $H_\theta = H(q, \theta)$, den wahren Systemen P_0 und H_0 sowie der Varianz λ_0 des weißen Rauschens e_0 ergibt sich

$$\Phi_{\varepsilon\varepsilon}(\omega_n, \theta) = \frac{|P_0 + B_\theta - P_\theta|^2 \Phi_{uu}}{|H_\theta|^2} + \frac{|H_0 - H_\theta|^2 \left(\lambda_0 - \frac{|\Phi_{ue}|^2}{\Phi_{uu}} \right)}{|H_\theta|^2} + \lambda_0, \quad (2.52)$$

wobei

$$B_\theta = B(e^{j\omega_n}, \theta) = \frac{(H_0 - H_\theta) \Phi_{ue}}{\Phi_{uu}} \quad (2.53)$$

gilt und als *Bias* bezeichnet wird. Kann die gewählte Modellstruktur das tatsächliche Systemverhalten exakt nachbilden, so liefert die Identifikation den Parameter θ_0 womit sich $P_{\theta_0} = P_0$ und $H_{\theta_0} = H_0$ ergibt. Damit verschwinden die ersten beiden Terme in Gleichung (2.52) und für den Prädiktionsfehler gilt $\Phi_{\varepsilon\varepsilon} = \lambda_0$.

Auf Basis obiger Gleichungen lassen sich auch Aussagen über das Resultat der Parameterschätzung treffen, wenn die gewählte Modellstruktur das wahre Systemverhalten nur näherungsweise widerspiegeln kann. Dies soll zunächst für Open-Loop und anschließend für Closed-Loop-Probleme besprochen werden.

Open-Loop Identifikation

Ohne Rückkopplung sind die Signale u und e unkorreliert, es gilt also $\Phi_{ue} \equiv 0$ und in weiterer Folge $B = 0$. Nimmt man zunächst ein von θ unabhängiges, *fixes Störmodell* $H(q, \theta) = H_*(q)$ an, so spielt der zweite Term in Gleichung (2.52) keine Rolle für die Minimierung des Gütekriteriums. Für den Parametervektor ergibt sich demnach

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\theta} \int_{-\pi}^{\pi} |P_0(e^{j\omega_n}) - P(e^{j\omega_n}, \theta)|^2 Q_*(\omega_n) d\omega_n \quad (2.54a)$$

$$Q_*(\omega_n) = \frac{\Phi_{uu}(\omega_n)}{|H_*(e^{j\omega_n})|^2}. \quad (2.54b)$$

Dabei stellt Q_* eine Gewichtung im Frequenzbereich dar. Wo diese Funktion hohe Werte annimmt, ist die Approximation am besten. Beispielhaft sei an dieser Stelle das OE-Modell mit $H(q) = 1$ erwähnt (siehe Tabelle 2.1). In Kombination mit einer Vorfilterung lassen sich gemäß (2.42) jedoch beliebige Störmodelle erzeugen.

Für den Fall, dass *Dynamik- und Störmodell unabhängig* voneinander parametrisiert werden, also

$$\begin{aligned} \theta &= [\rho \quad \eta] \\ P(q, \theta) &= P(q, \rho) \\ H(q, \theta) &= H(q, \eta) \end{aligned}$$

gilt, erhält man ein ähnlich gut interpretierbares Ergebnis. Dazu definiert man zuerst das Autoleistungsdichtespektrum des Output-Errors

$$(P_0(q) - P(q, \rho)) u[n] + H_0(q) e_0[n]$$

als $\Phi_{ER}(\omega_n, \rho) = \beta_\rho |R(e^{j\omega_n}, \rho)|^2$ und erhält damit für den Ergebnisvektor $\hat{\theta} = [\hat{\rho} \quad \hat{\eta}]$

$$\hat{\rho} = \arg \min_{\rho} \int_{-\pi}^{\pi} |P_0(e^{j\omega_n}) - P(e^{j\omega_n}, \theta)|^2 Q_*(\omega_n, \hat{\eta}) d\omega_n \quad (2.55a)$$

$$Q_*(\omega_n, \eta) = \frac{\Phi_{uu}(\omega_n)}{|H(e^{j\omega_n}, \eta)|^2} \quad (2.55b)$$

$$\hat{\eta} = \arg \min_{\eta} \int_{-\pi}^{\pi} \left| \frac{1}{H(e^{j\omega_n}, \eta)} - \frac{1}{R(e^{j\omega_n}, \hat{\rho})} \right|^2 \Phi_{ER}(\omega_n, \hat{\rho}) d\omega_n. \quad (2.55c)$$

Die Approximation des Modells $P(q)$ erfolgt wieder gemäß einer Norm Q_* . Diese Norm ergibt sich erst im Laufe der Minimierung, kann nachträglich jedoch einfach ermittelt werden. Das Rauschmodell H approximiert R , also das Spektrum des Output-Errors. Als Beispiel dieses Modelltyps sei das BJ-Modell genannt.

Für den allgemeinen Fall, in dem Dynamik- und Rauschmodell gemeinsame Parameter besitzen, gibt es keine so anschauliche Erklärung, wohin die Parameter θ konvergieren. Einfach ausgedrückt ergibt sich jedoch ein Kompromiss zwischen der Approximation des Systems P_0 durch P_θ und der Approximation von R durch H_θ . [17]

Closed-Loop Identifikation

Innerhalb eines Regelkreises kommt es zur Rückkopplung der ausgangsseitigen Störung auf den Eingang, u und e sind daher korreliert und führen zu einem Bias von

$$|B(e^{j\omega_n}, \theta)|^2 = \frac{\lambda_0}{\Phi_{uu}(\omega_n)} \frac{\Phi_{uu}^e(\omega_n)}{\Phi_{uu}(\omega_n)} |H_0(e^{j\omega_n}) - H(e^{j\omega_n}, \theta)|^2. \quad (2.56)$$

Dabei stellt Φ_{uu}^e gemäß

$$\Phi_{uu}(\omega_n) = \Phi_{uu}^r(\omega_n) + \Phi_{uu}^e(\omega_n)$$

jenen Teil des Eingangsspektrums dar, der vom Rauschen e_0 verursacht wird. Offensichtlich ist der Bias klein,

- wenn das Rauschmodell gut ist, dann ist $H_0 - H$ klein,
- wenn das Ausgangsrauschen verhältnismäßig schwach in das Eingangssignal eingeht, dann ist Φ_{uu}^e/Φ_{uu} klein oder
- wenn das Signal-Rauschverhältnis hoch ist, dann ist λ_0/Φ_{uu} klein.

Verwendet man also ein sehr flexibles und von der Strecke P unabhängig parametrisierbares Rauschmodell H , dann sollte der Bias vernachlässigbar sein. Im Falle instabiler Systeme muss jedoch sichergestellt werden, dass sich alle instabilen Pole der Strecke P auch im Rauschmodell H wiederfinden, wie etwa bei ARX- oder ARMAX-Modellen. [17]

2.4 Anregungssignale

Den mathematischen Beziehungen in Abschnitt 2.2.2 und 2.3.3 zufolge ist das Identifikationsergebnis wesentlich vom Leistungsdichtespektrum des Anregungssignals, also der Führungs- bzw. Stellgröße abhängig. Da die eigentliche Signalform hingegen keine Rolle spielt, verfügt man hier über einen Spielraum.

Als Unterscheidungsmerkmal mittelwertfreier Stellsignale u wird in [17, S. 415] der sogenannte *Scheitel-* oder *Crest-Faktor* C_r gemäß

$$C_r^2 = \frac{\max u^2[n]}{\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N u^2[n]} \quad (2.57)$$

definiert. Er beschreibt das Verhältnis zwischen Scheitel- und Effektivwert und kann nur Werte $C_r \geq 1$ annehmen. Aus praktischen Überlegungen sind Eingangssignale mit niedrigem Scheitelfaktor sehr beliebt. Man sorgt damit für ein großes Signal-Rausch-Verhältnis bei vergleichsweise niedriger Amplitude und trägt so der Tatsache Rechnung, dass die Stellgröße im Allgemeinen Beschränkungen der Gestalt

$$u_{min} \leq u \leq u_{max} \quad (2.58)$$

unterworfen ist. Bei geregelten Systemen ist diese Kennzahl von geringerem Interesse, da sich bekanntlich nur die Führungsgröße r direkt vorgeben lässt. Das Stellsignal u ergibt sich laut

$$u[n] = \frac{R(q)}{1 + R(q)P(q)} r[n] \quad (2.59)$$

durch Hochpassfilterung des Führungssignals.

In den folgenden drei Unterabschnitten sollen nun ein paar der bekanntesten Signalformen und ihre Eigenschaften vorgestellt werden. Dabei wird deutlich, dass sich im Allgemeinen nur die Spektren jener Signale gut formen lassen, die einen vergleichsweise hohen Scheitelfaktor aufweisen. Obwohl es sich bei einer Anregung von Fall zu Fall um die Führungs- oder die Stellgröße handeln kann, wird das Anregungssignal in weiterer Folge stets mit u bezeichnet.[17]

2.4.1 Gefiltertes weißes Rauschen

Die wohl einfachste Möglichkeit, ein Anregungssignal mit definiertem Leistungsdichtespektrum zu erzeugen, stellt die Filterung eines weißen Rauschsignals dar. Das aus dieser Filterung resultierende, gefärbte Rauschen kann gemäß dem *Zentralen Grenzwertsatz* praktisch immer als normalverteilt angenommen werden, unabhängig von der Verteilung des weißen Rauschens. Dieser Satz besagt, dass die Summe von N beliebig verteilten Zufallsvariablen für $N \rightarrow \infty$ auf eine Normalverteilung führt.

Bekanntlich ist die Amplitude eines Zufallssignals mit Normalverteilung unbegrenzt, der Crest-Faktor damit unendlich. In der Praxis beschneidet man das Signal jedoch auf Werte

$$-3\sigma_u \leq u \leq 3\sigma_u, \quad (2.60)$$

wobei σ_u die Standardabweichung von u bezeichnet, und erhält damit einen Scheitelfaktor von

$$C_r = \frac{3\sigma_u}{\sigma_u} = 3. \quad (2.61)$$

Da die Realisierungen einer normalverteilten Zufallsvariablen mit einer Wahrscheinlichkeit von 99,7% innerhalb der Drei-Sigma-Schranke liegen, führt das Abschneiden zu keinen nennenswerten Verzerrungen.[17, 28]

2.4.2 Treppenfunktionen

Eine weitere bekannte Signalform zur Anregung dynamischer Systeme stellen sogenannte Treppenfunktionen dar. Auch sie lassen sich ausgehend von weißem Rauschen erzeugen, indem man die einzelnen Zufallswerte für eine festgelegte Anzahl von Samples konstant hält. Da sich durch diese Operation weder die Amplitude, noch die Varianz ändert, ist der Scheitelfaktor C_r nur von der Verteilungsfunktion des weißen Rauschens abhängig und beträgt für eine Gleichverteilung

$$C_r = \sqrt{3} \approx 1,73. \quad (2.62)$$

Das Leistungsdichtespektrum des treppenförmigen Signals ergibt sich zu

$$\Phi(\omega_n) = \frac{\sigma_u^2}{2\pi N_c} \frac{1 - \cos N\omega_n}{1 - \cos \omega_n}, \quad (2.63)$$

wobei σ_u^2 die Varianz und N_c die Anzahl der konstanten Samples bezeichnet.[25]

2.4.3 Symmetrische binäre Zufallssignale

Binäre und symmetrische Zufallssignale werden beispielsweise durch Anwenden der Sigmoid-Funktion auf ein gefiltertes, weißes Rauschen generiert. Sie nehmen gemäß

$$u = \pm u_{max} \quad (2.64)$$

nur zwei verschiedene Werte an und weisen daher immer ein Scheitelfaktor von

$$C_r = 1 \quad (2.65)$$

auf. Der Preis für den niedrigen Crest-Faktor ist jedoch ein relativ starres Spektrum, das sich durch die Filterung des Rauschens nur begrenzt beeinflussen lässt.

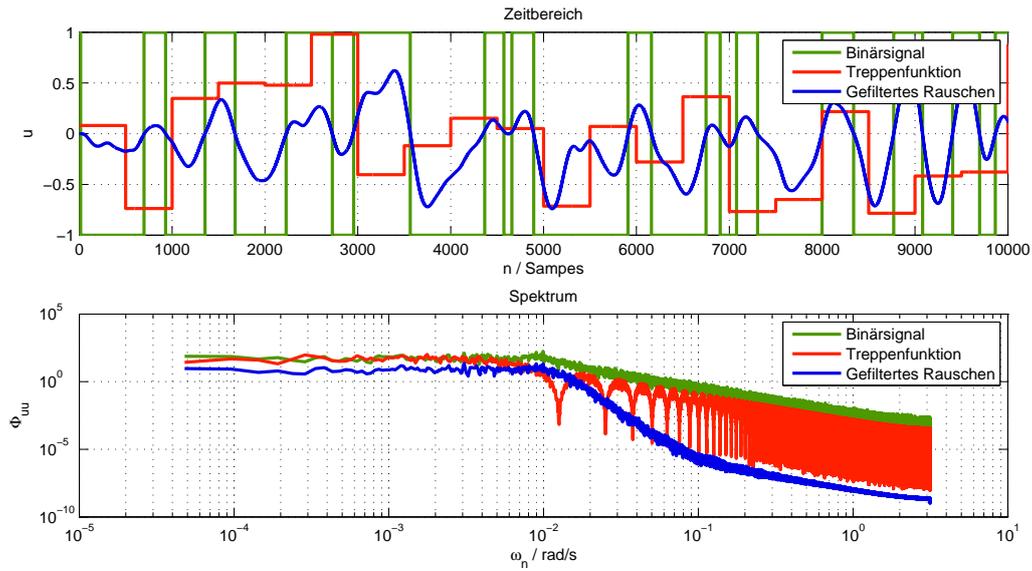


Abbildung 2.6: Anregungssignale im Zeit- und Frequenzbereich

Beispiele der in diesem Abschnitt vorgestellten Signalformen können Abbildung 2.6 entnommen werden. Das blau dargestellte Rauschsignal wurde mit einem Tiefpassfilter vierter Ordnung erhalten und stellt den Ausgangspunkt für das binäre Signal dar. Offensichtlich kann das Spektrum des Binärsignals durch Filterung des Rauschens geformt werden. Aufgrund der stets vorhandenen steilen Flanken hat diese Formbarkeit jedoch ihre Grenzen.[17]

Kapitel 3

Regelkreise

Im Zuge dieses Kapitels sollen grundlegende Eigenschaften von Regelkreisen untersucht werden, die sich aus linearen und zeitinvarianten Teilsystemen zusammensetzen. Da zum Reglerentwurf im Rahmen dieser Arbeit ausschließlich Frequenzkennlinien herangezogen werden, geschehen sämtliche Überlegungen dieses Kapitels im Frequenzbereich.

In den Abschnitten 3.1 und 3.2 erfolgt zunächst eine Vorstellung möglicher Reglerstrukturen, ehe in 3.3 näher auf die Stabilitätseigenschaft von Regelkreisen eingegangen wird. Die Betrachtungen geschehen bis hierher zwar ausschließlich für den zeitkontinuierlichen Fall, aus Abschnitt 3.4 geht jedoch hervor, dass sich wesentliche Eigenschaften und Verfahren auch auf zeitdiskrete Regelkreise übertragen lassen.

3.1 Standardregelkreis

Die klassische Regelkreisstruktur ist in Abbildung 3.1 dargestellt und enthält zwei lineare und zeitinvariante Systeme: die Regelstrecke $P(s)$ sowie den Regler $R(s)$. Zweck des Regelkreises ist es, die Strecke durch gezielte Wahl der Stellgröße u so zu beeinflussen, dass die Ausgangsgröße y der Führungsgröße r trotz einer eventuell vorhandenen Störung d und eines Messrauschens n so gut wie möglich folgt. Anhand der grafischen Darstellung ist einfach ersichtlich, dass die Idee der Regelung ausschließlich auf der Minimierung des Regelfehlers e beruht.

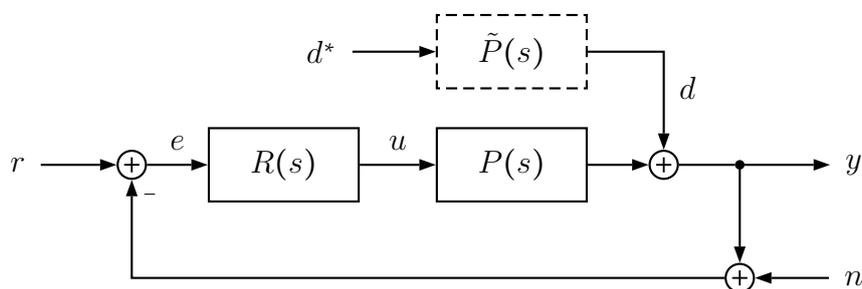


Abbildung 3.1: Standardregelkreis (nach [14, S. 163] und [18, S. 346])

Störungen werden in Anlehnung an [14, 18] durch das am Streckenausgang einwirkende Signal d modelliert.⁶⁷ Tatsächlich in der Realität auftretende Störungen d^* greifen im Allgemeinen zwar nicht wirklich am Ausgang, sondern an irgendeiner Stelle der Strecke an, lassen sich durch Einführung des fiktiven Systems $\tilde{P}(s)$ jedoch dorthin verschieben. Wie in Abschnitt 3.1.3 zu sehen sein wird, ist diese Verschiebung im Hinblick auf die gezielte Unterdrückung von Störungen unbedingt zu berücksichtigen.[14, 18]

3.1.1 Führungsverhalten und Störunterdrückung

Im Frequenz- oder Bildbereich werden die wichtigsten Eigenschaften des Regelkreises durch die Übertragungsfunktionen

$$r \rightarrow y: \quad T(s) = \frac{R(s)P(s)}{1 + R(s)P(s)} = \frac{L(s)}{1 + L(s)} \quad (3.1)$$

$$d \rightarrow y: \quad S(s) = \frac{1}{1 + R(s)P(s)} = \frac{1}{1 + L(s)} \quad (3.2)$$

beschrieben, wobei $T(s)$ als *Führungsübertragungsfunktion*, $S(s)$ *Störübertragungsfunktion* und

$$L(s) = R(s)P(s) \quad (3.3)$$

als Übertragungsfunktion des *offenen Kreises* bezeichnet wird. Aufgrund der Identität

$$T(s) + S(s) = 1 \quad (3.4)$$

ist einsichtig, dass das Störverhalten bei dieser Regelkreisstruktur nicht unabhängig vom Führungsverhalten vorgegeben werden kann. Es ist daher beispielsweise nicht möglich, $|T(s)|$ und $|S(s)|$ im selben Frequenzbereich klein zu gestalten, um etwa Störungen und Messrauschen gleichzeitig zu unterdrücken. Unter Zuhilfenahme der inversen Laplace-Transformation erhält man für die zugehörigen Sprungantworten

$$\frac{1}{s}T(s) + \frac{1}{s}S(s) = \frac{1}{s} \quad \bullet \text{---} \circ \quad h_T(t) + h_S(t) = 1, \quad (3.5)$$

sie müssen demnach dieselben Über- und Einschwingzeiten aufweisen.

Die Störübertragungsfunktion S beschreibt die Auswirkung der physikalischen Störung d^* auf den Ausgang y offensichtlich nur dann, wenn $\tilde{P} = 1$ gilt. Unabhängig vom tatsächlichen Aussehen dieses fiktiven Systems lässt sich S jedoch als Verbesserung bzw.

⁶Diese Definition der Störgröße ist in der Literatur nicht einheitlich. In [29, 30] greift das Signal d beispielsweise am Streckeneingang ein.

⁷Im Unterschied zu Kapitel 2 wird die Störgröße hier nicht mehr mit v sondern mit d bezeichnet. In der Regelungstechnik ist dies gängig und soll daher so beibehalten werden. Angemerkt sei an dieser Stelle außerdem, dass der Zweck von v im Zusammenhang mit Systemidentifikation hauptsächlich die Modellierung des Messrauschens ist. Dies ist hier nicht der Fall, das Messrauschen greift korrekterweise in der Rückkopplung ein.

Verschlechterung des Störverhaltens im Vergleich zu einer Steuerung interpretieren:

$$\frac{y_{Reg}(s)}{y_{St}(s)} = \frac{\tilde{P}(s)S(s)}{\tilde{P}(s)} = S(s) = \frac{1}{1 + R(s)P(s)} \quad (3.6)$$

Zur Unterdrückung von Störungen liegt es daher nahe, S im interessierenden Frequenzbereich möglichst klein zu wählen, woraus $T \approx 1$ folgt. Laut dem *Gleichgewichtstheorem* (engl. *Bode Integral*), welches für Übertragungsfunktionen L mit einem Polüberschuss von zwei anwendbar ist, gilt

$$\int_0^{+\infty} \log |S(j\omega)| d\omega = \pi \sum_i^{N_i} \operatorname{Re} \{s_i\}, \quad (3.7)$$

wobei N_i die Anzahl der instabilen Pole s_i bezeichnet, die in der Übertragungsfunktion L enthalten sind. Die Störübertragungsfunktion kann somit nicht in allen Frequenzbereichen beliebig klein gemacht werden, eine Verbesserung in einem Bereich bewirkt eine Verschlechterung in einem anderen. Je mehr instabile Pole die Strecke besitzt, umso mehr verschlechtert sich die Situation, da auf der rechten Seite nicht mehr null, sondern ein von der Anzahl der instabilen Pole abhängiger, stets positiver Ausdruck steht. Für Systeme mit einem Polüberschuss von eins kann S theoretisch zwar beliebig klein gemacht werden, in der Realität weisen Strecken dieses Verhalten jedoch eher selten auf.[14, 18]

3.1.2 Empfindlichkeit

Da die Übertragungsfunktionen S und T ein Maß dafür sind, wie deutlich sich Änderungen der Strecke auf das Regelkreisverhalten auswirken, werden sie auch als *Sensitivitätsfunktion* und *komplementäre Sensitivitätsfunktion* bezeichnet.

Die Empfindlichkeit der Führungsübertragungsfunktion T gegenüber einer infinitesimalen Änderung der Streckenübertragungsfunktion P ergibt sich durch Ableitung im logarithmischen Maßstab zu

$$\frac{d \log T(s)}{d \log P(s)} = \frac{dT(s)/T(s)}{dP(s)/P(s)} = S(s) \quad (3.8)$$

$$\frac{dT(s)}{T(s)} = \frac{dP(s)}{P(s)} S(s). \quad (3.9)$$

Der Zusammenhang zwischen der relativen Änderung der Strecke und der relativen Änderung der Führungsübertragungsfunktion ist somit durch die Empfindlichkeitsfunktion S gegeben. Offensichtlich ist das Führungsverhalten in Frequenzbereichen, in denen $|S|$ klein ist, *robust* gegenüber Varianzen des Streckenverhaltens.

Ein analoges Vorgehen für Störübertragungsfunktion S liefert

$$\frac{d \log S(s)}{d \log P(s)} = \frac{dS(s)/S(s)}{dP(s)/P(s)} = -T(s) \quad (3.10)$$

$$\frac{dS(s)}{S(s)} = -\frac{dP(s)}{P(s)} T(s). \quad (3.11)$$

Die komplementäre Empfindlichkeitsfunktion T beschreibt daher die Robustheit des Störverhaltens gegenüber Streckenvarianzen.[30, 18]

3.1.3 Inneres-Modell-Prinzip

Da alle transienten Vorgänge innerhalb eines stabilen Regelkreises nach hinreichend langer Zeit als abgeschlossen angenommen werden können, ist der stationäre Zustand eines solchen ausschließlich von den Eingangsgrößen r und d abhängig. Setzt man für diese die gebrochenrationalen Funktionen

$$r(s) = \frac{z_r(s)}{n_r(s)} \quad \text{Grad } z_r(s) < \text{Grad } n_r(s) \quad (3.12)$$

$$d(s) = \frac{z_d(s)}{n_d(s)} \quad \text{Grad } z_d(s) < \text{Grad } n_d(s) \quad (3.13)$$

an, so lässt sich eine Aussage über den Verlauf der anderen Regelkreisgrößen im stationären Zustand treffen. Dabei sollte sinnvollerweise jedoch nicht von stabilen Polynomen n_r und n_d ausgegangen werden, sonst wäre trivialerweise

$$d(t) = r(t) = y(t) = e(t) = 0 \quad \text{für } t \rightarrow \infty \quad (3.14)$$

erfüllt. Im Zuge der weiteren Betrachtungen soll stets angenommen werden, die Nennerpolynome hätten ausschließlich Nullstellen mit einem Realteil größer oder gleich null.

Zum Erhalt stationärer Genauigkeit des Führungsverhaltens muss der Regelfehler nach hinreichend langer Zeit verschwinden, was gleichbedeutend mit Forderung einer stabilen Laplace-Transformierten

$$e(s) = S(s)r(s) = \frac{1}{1 + L(s)} \frac{z_r(s)}{n_r(s)} \quad (3.15)$$

ist. Ein abklingender Fehler setzt offensichtlich die Kürzung des instabilen Nennerpolynoms n_r voraus und führt damit auf die Bedingung

$$S(s) = \frac{1}{1 + L(s)} = \frac{n_L(s)}{n_L(s) + z_L(s)} \stackrel{!}{=} \frac{n_r(s)\tilde{n}_L(s)}{n_L(s) + z_L(s)}, \quad (3.16)$$

die verlangt, dass die Übertragungsfunktion des offenen Kreis L alle Nullstellen von n_r , also ein *inneres Modell* des Signals r enthält.

Durch analoge Vorgehensweise erhält man eine ähnliche Bedingung für die stationäre Unterdrückung von Störungen. Da der Regelfehler sich in diesem Fall gemäß

$$e(s) = -S(s)d(s) = -S(s)\tilde{P}(s)d^*(s) \quad (3.17)$$

zusammensetzt, müssen neben der physikalisch interpretierbaren Störgröße d^* unbedingt auch die nicht-stabilen Polstellen des Systems \tilde{P} berücksichtigt werden.

Die Ausführungen dieses Abschnitts zeigen deutlich, dass sich stationäre Genauigkeit im Allgemeinen nur für bestimmte, wohldefinierte Typen von Eingangssignalen erreichen lässt. Beispiele dafür stellen etwa sprung- oder rampenförmige Führungs- bzw. Störsignale dar.[18]

3.2 Erweiterte Regelkreisstruktur

Die erweiterte Regelkreisstruktur ist Abbildung 3.2 zu entnehmen und enthält einen Regler, der sich aus den Systemen V und R zusammensetzt. Aufgrund der Tatsache, dass diese Struktur nun zwei Freiheitsgrade besitzt, bietet sie wesentlich mehr Flexibilität als der Standardregelkreis aus Abschnitt 3.1.

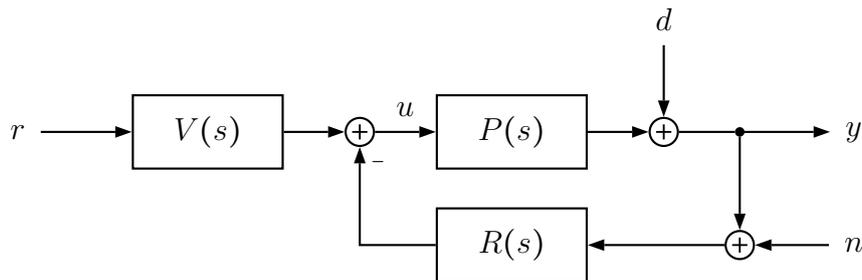


Abbildung 3.2: Erweiterte Regelkreisstruktur (nach [14, S. 164])

Das Ein-Ausgangsverhalten lässt sich mit Hilfe der Übertragungsfunktionen

$$r \rightarrow y: \quad T(s) = \frac{V(s)P(s)}{1 + R(s)P(s)} \quad (3.18)$$

$$d \rightarrow y: \quad S(s) = \frac{1}{1 + R(s)P(s)} \quad (3.19)$$

beschreiben, wobei die Führungsübertragungsfunktion T und die Störübertragungsfunktion S sich nun nicht mehr zwangsläufig zu eins ergänzen. Aus den Gleichungen (3.18) und (3.19) geht deutlich hervor, dass das Störverhalten mittels R , das Führungsverhalten mittels V und R eingestellt werden kann.

Die Reglerübertragungsfunktionen V und R werden üblicherweise als ein dynamisches System realisiert. In diesem Fall weisen beide Übertragungsfunktionen dasselbe Nennerpolynom auf. Eine getrennte Realisierung ist grundsätzlich zwar ohne weiteres möglich, setzt allerdings eine stabile Übertragungsfunktion V voraus, was eine erhebliche Einschränkung darstellt. Betrachtet man etwa den Spezialfall $V = R$, der auf den Standardregelkreis führt, so ist offensichtlich, dass bereits der Wunsch nach integrierendem Reglerverhalten problematisch ist.

3.3 Stabilität von Regelkreisen

Die Stabilisierung des Regelkreises stellt wohl die elementarste Anforderung dar, die ein Regler erfüllen muss. Im Zuge dieses Abschnitts soll daher zunächst auf den Begriff der internen Stabilität und anschließend auf das bekannte Stabilitätskriterium von Nyquist eingegangen werden.

3.3.1 Interne Stabilität

Grundsätzlich ist es beim Entwurf eines Reglers nicht ausreichend, die BIBO-Stabilität der Führungsübertragungsfunktion oder der Störübertragungsfunktion allein sicherzustellen. Alle Übertragungsfunktionen (siehe [14, S. 170f]), die sich für einen Regelkreis anschreiben lassen, müssen stabil sein. Ist dies der Fall, spricht man von *interner Stabilität*. Wie die folgenden Ausführungen zeigen, ist es zum Nachweis der internen Stabilität jedoch nicht notwendig, sämtliche Übertragungsfunktionen einzeln zu untersuchen. Unter gewissen Voraussetzungen kann von der BIBO-Stabilität einer Übertragungsfunktion auf die interne Stabilität des gesamten Regelkreises geschlossen werden.

Zur Untersuchung dieses Sachverhalts soll zunächst vom Standardregelkreis aus Abbildung 3.1 ausgegangen werden. Bekanntlich enthalten alle Übertragungsfunktionen, die sich für diese Regelkreisstruktur anschreiben lassen, den gemeinsamen Faktor

$$S(s) = \frac{1}{1 + L(s)} = \frac{1}{1 + \frac{\mu(s)}{\nu(s)}} = \frac{\nu(s)}{\mu(s) + \nu(s)}, \quad (3.20)$$

wobei die Polynome μ und ν als gekürzt und teilerfremd vorausgesetzt werden können. Die Nennerpolynome der Übertragungsfunktionen weisen zwar stets die Nullstellen des Polynoms $(\mu + \nu)$ auf, enthalten im Allgemeinen aber auch noch weitere. Da diese jedoch ausschließlich den Pol- bzw. Nullstellen entsprechen, die bei der Berechnung von L gekürzt werden, lässt sich folgende Aussage treffen: die interne Stabilität ist äquivalent zur BIBO-Stabilität einer beliebigen Übertragungsfunktion des geschlossenen Kreises, wenn bei der Berechnung von L keine Kürzung instabiler Pole durch entsprechende Nullstellen erfolgt.

Dieselbe Bedingung ist auch auf die erweiterte Regelkreisstruktur aus Abbildung 3.2 anwendbar, sofern R und V als ein dynamisches System realisiert sind oder V eine stabile Übertragungsfunktion darstellt.

Es ist bemerkenswert, dass eine Kürzung instabiler Pol- und Nullstellen stets den Verlust der internen Stabilität zur Folge hat.[14, 18]

3.3.2 Nyquist-Kriterium

Das *Nyquist-Kriterium* ist ein grafisches Verfahren zur Überprüfung der Stabilität eines geschlossenen Regelkreises anhand der Übertragungsfunktion des offenen Kreises. Man betrachtet dazu die gebrochenrationale Funktion

$$F(s) = 1 + L(s) = 1 + \frac{\mu(s)}{\nu(s)} = \frac{\mu(s) + \nu(s)}{\nu(s)} \quad (3.21)$$

mit den teilerfremden Polynomen μ und ν und untersucht, ob ihre Nullstellen in der linken offenen komplexen s -Ebene liegen. Wie die nachfolgenden Ausführungen zeigen, ist dies durch visuelle Inspektion der Ortskurve $L(j\omega)$ möglich.

Zur Formulierung des Nyquist-Kriteriums wird für die in Gleichung (3.21) eingeführte Übertragungsfunktion

$$F(s) = K \frac{\prod_{i=1}^N (s - \beta_i)}{\prod_{i=1}^n (s - \alpha_i)} \quad (3.22)$$

angesetzt. In Abhängigkeit der Frequenz ω ergibt sich für den Winkel zunächst

$$\begin{aligned} \text{arc}\{F(j\omega)\} &= \text{arc}\left\{K \frac{\prod_{i=1}^N (j\omega - \beta_i)}{\prod_{i=1}^n (j\omega - \alpha_i)}\right\} \\ &= \text{arc}\{K\} + \sum_{i=1}^N \text{arc}\{j\omega - \beta_i\} - \sum_{i=1}^n \text{arc}\{j\omega - \alpha_i\} \end{aligned} \quad (3.23)$$

und für die *stetige Winkeländerung* der Ortskurve bei Variation der Frequenz ω von 0 bis ∞

$$\begin{aligned} \Delta \text{arc}\{F(j\omega)\} &= \frac{\pi}{2} (N_l - N_r) - \frac{\pi}{2} (n_l - n_r) \\ &= \frac{\pi}{2} (N - N_a - 2N_r) - \frac{\pi}{2} (n - n_a - 2n_r) \\ &= \frac{\pi}{2} [(N - n) - (N_a + 2N_r) + (n_a + 2n_r)], \end{aligned} \quad (3.24)$$

wobei N_l, N_r, N_a bzw. n_l, n_r, n_a die Anzahl der Null- bzw. Polstellen „links“, „rechts“ und „auf“ der imaginären Achse der komplexen s -Ebene kennzeichnet. Da L Tiefpasscharakter aufweist, besitzen das Zähler- und das Nennerpolynom von F denselben Grad $N = n$ und die stetige Winkeländerung beträgt

$$\Delta \text{arc} \{1 + L(j\omega)\} = \frac{\pi}{2} [-(N_a + 2N_r) + (n_a + 2n_r)]. \quad (3.25)$$

Wenn der geschlossene Regelkreis stabil ist, gilt $N_a = N_r = 0$ und infolgedessen

$$\Delta \text{arc} \{1 + L(j\omega)\} = \pi \left(\frac{n_a}{2} + n_r \right). \quad (3.26)$$

Ist umgekehrt Bedingung (3.26) erfüllt – da N_a und N_r stets größer oder gleich null sind, muss $N_a = N_r = 0$ gelten –, folgt daraus auch die Eigenschaft der Stabilität. Gleichung (3.26) stellt somit eine notwendige und hinreichende Bedingung für die Stabilität des Regelkreises dar.

Die Untersuchung der Ortskurve F ist offensichtlich äquivalent zur Untersuchung der Ortskurve L , wenn man sich den *kritischen Punkt* -1 als Ursprung denkt.[14]

3.3.3 Vereinfachtes Nyquist-Kriterium

Besitzt die Übertragungsfunktion L Tiefpasscharakter, einen positiven Verstärkungsfaktor, abgesehen von einem eventuell vorhandenen einfachen Pol bei null ausschließlich solche mit negativem Realteil und gilt darüber hinaus

$$|L(j\omega_c)| = 1 \quad (3.27)$$

nur an einer einzigen Frequenz, der sogenannten *Durchtrittsfrequenz* ω_c , dann lässt sich obiges Kriterium noch deutlich vereinfachen. In diesem Fall ist die Eigenschaft der Stabilität nämlich genau dann gegeben, wenn für die Phasenreserve

$$\phi_r = \text{arc} \{L(j\omega_c)\} + \pi > 0 \quad (3.28)$$

gilt (siehe Abbildung 3.3). Dieses Kriterium ist zwar nur beschränkt einsetzbar, hat jedoch den großen Vorteil, dass zur Untersuchung der Stabilität keine Ortskurve vorliegen muss. Die Phasenreserve ϕ_r lässt sich direkt aus dem Bode-Diagramm ablesen.

3.3.4 Stabilitätsreserve

Eine sehr wichtige Eigenschaft von Regelkreisen stellt dessen Robustheit gegenüber Parameterschwankungen und Unsicherheiten des Streckenmodells dar. Da dies insbesondere für die Eigenschaft der Stabilität gilt, soll nachfolgend auf gängige Methoden zur Charakterisierung der Stabilitätsreserve eines Regelkreises eingegangen werden.

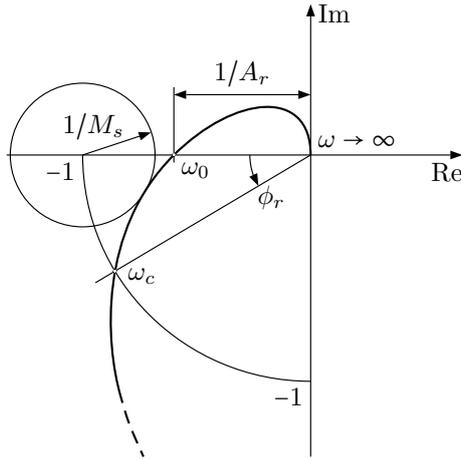


Abbildung 3.3: Maße der Stabilitätsreserve (nach [14, S. 171ff] und [30, S. 113])

Im Zusammenhang mit dem in Abschnitt 3.3.2 erklärten Nyquist-Kriterium scheint es sinnvoll, die Stabilitätsreserve als den minimalen Abstand zwischen Ortskurve und kritischem Punkt -1 zu definieren. Durch Differenzbildung ergibt sich der Abstand ρ offensichtlich zu

$$\rho = \min_{\omega} |1 + L(j\omega)| = \frac{1}{M_s}, \quad (3.29)$$

mit

$$M_s = \max_{\omega} |S(j\omega)| = \max_{\omega} \frac{1}{|1 + L(j\omega)|}. \quad (3.30)$$

Diese Methode zur Quantifizierung der Stabilitätsreserve ist zwar sehr intuitiv, lässt sich jedoch kaum mit manuellen Entwurfsmethoden vereinen, die auf den Bode-Diagrammen des offenen Kreises L beruhen.

Anders verhält es sich für die Phasenreserve ϕ_r sowie die Amplitudenreserve A_r , die gemäß

$$\phi_r := \pi + \arccos \{ |L(j\omega_c)| \} \quad \text{mit } |L(j\omega_c)| = 1 \quad (3.31)$$

$$A_r := \frac{1}{|1 + L(j\omega_0)|} \quad \text{mit } \angle L(j\omega_0) = -\pi \quad (3.32)$$

definiert sind und besonders in Kombination mit dem vereinfachten Stabilitätskriterium aus Abschnitt 3.3.3 interessant sind. Beide Größen lassen sich einfach aus dem Bode-Diagramm ablesen, betrachten die Ortskurve allerdings nur an zwei verschiedenen Stellen. Wie groß der wirkliche Abstand zum kritischen Punkt ist, geht nicht hervor. Um Ortskurvenverläufe zu verhindern, die zwar eine große Phasenreserve aufweisen, dann jedoch entlang dem Einheitskreis in Richtung -1 verlaufen, wird üblicherweise ein hinreichend steiler Abfall der Betragskennlinie im Bereich der Frequenz ω_c gefordert. Ausgehend von geometrischen Betrachtungen kann die Forderung nach einem Abstand

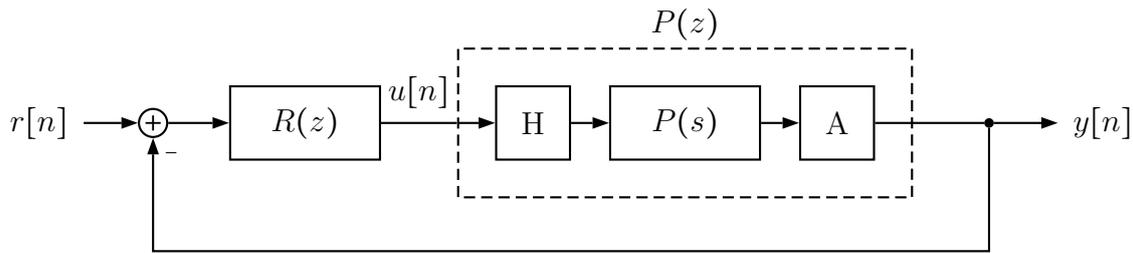


Abbildung 3.4: Abtastregelkreis (nach [17, S. 61])

ρ in die Ungleichungen

$$\phi_r \geq 2 \arcsin \frac{\rho}{2} \quad (3.33)$$

$$A_r \geq \frac{1}{1 - \rho} \quad (3.34)$$

übersetzt werden. [14, 30]

3.4 Abtastregelkreise

Eine Vielzahl von Regelungsaufgaben wird heute bereits mit Digitalrechnern gelöst. Der Grund dafür ist unter anderem in der enormen Flexibilität im Vergleich zu analogen Regelsystemen zu suchen. Aus Sicht der Regelungstechnik kommt es dabei zur Zusammenschaltung zeitkontinuierlicher und zeitdiskreter Systeme in Form sogenannter Abtastregelkreise.

Ein einfacher *Abtastregelkreis* ist Abbildung 3.4 zu entnehmen und zeigt eine zeitkontinuierliche Strecke $P(s)$, die mit Hilfe eines zeitdiskreten Systems $R(z)$ geregelt wird, als Schnittstellen fungieren die Abtast- und Halteglieder A und H. Im Prinzip entspricht ein Abtastglied dem Modell eines idealen A/D-Wandler mit unendlich feiner Quantisierung und verschwindend kleiner Wandlungszeit. Das Halteglied modelliert einen idealen D/A-Wandler, ist somit verzugszeitfrei und kann zu den Wandlungszeitpunkten jeden beliebigen Wert annehmen. Es habe eine Ordnung von null, was bedeutet, dass der vom Regler ausgegebene Stellgrößenwert über die gesamte Abtastperiode konstant gehalten wird.

Im Zuge dieses Abschnitts wird deutlich, dass Abtastregelkreise aus regelungstechnischer Sicht sehr gut handhabbar sind. Viele Begriffe und Methoden der zeitkontinuierlichen Regelungstechnik können mehr oder weniger unverändert übernommen werden.

3.4.1 Diskretisierung

Abbildung 3.4 lässt erkennen, dass die Kombination aus Halteglied H, zeitkontinuierlicher Strecke $P(s)$ und Abtastglied A einem zeitdiskreten System $P(z)$ entspricht. Für eine solche Konfiguration lassen sich sehr interessante Zusammenhänge zwischen dem zeitkontinuierlichen Modell (3.35)–(3.37) und dem durch Abtastung entstandenen zeitdiskreten Modell (3.38)–(3.40) herstellen.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + bu(t) \quad (3.35) \qquad x[n+1] = A_d x[n] + b_d u[n] \quad (3.38)$$

$$y(t) = c^T x(t) \quad (3.36) \qquad y[n] = c_d^T x[n] \quad (3.39)$$

$$P(s) = c^T (sE - A)^{-1} b \quad (3.37) \qquad P(z) = c_d^T (zE - A_d)^{-1} b_d \quad (3.40)$$

Diskretisierung des Zustandsraummodells

Liegt das zeitkontinuierliche System als Zustandsraummodell vor, dann lassen sich mit Hilfe der *Transitionsmatrix*

$$\Phi(t) = e^{At} = \mathcal{L}^{-1} \{ (sE - A)^{-1} \}, \quad (3.41)$$

die die Veränderung des Zustandsvektors eines freien Systems beschreibt, auch die Parameter A_d , b_d und c_d des zeitdiskreten Systems bestimmen. Die dazu nötigen Berechnungsvorschriften lauten

$$A_d = \Phi(T_s) = e^{AT_s} \quad (3.42)$$

$$b_d = \int_0^{T_s} e^{At} b dt \quad (3.43)$$

$$c_d = c \quad (3.44)$$

und überraschen nicht: der Parameter A_d beschreibt den Zustandsübergang von einem Abtastschritt zum nächsten, der Parameter b_d gibt Auskunft darüber, wie sich eine über das gesamte Abtastintervall T_s konstant gehaltene Eingangsgröße u auf den Zustandsvektor x auswirkt und nachdem

$$u[n] = u(nT_s)$$

$$x[n] = x(nT_s)$$

$$y[n] = y(nT_s)$$

gilt, muss naturgemäß auch $c_d = c$ lauten.[14]

Diskretisierung der Übertragungsfunktion

Für den Fall, dass nicht das Zustandsraummodell, sondern die Übertragungsfunktion $P(s)$ vorliegt, wird man üblicherweise einen anderen Weg einschlagen. Bekanntlich lauten die *Sprungantworten* eines zeitkontinuierlichen und eines zeitdiskreten Systems

$$y_c(t) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ P(s) \frac{1}{s} \right\} \quad (3.45)$$

$$y_d[n] = \mathcal{Z}^{-1} \left\{ P(z) \frac{z}{z-1} \right\}. \quad (3.46)$$

Da in diesem Fall

$$y_c(nT_s) = y_d[n] \quad (3.47)$$

gilt, ergibt sich für die Umrechnung die Vorschrift

$$P(z) = \frac{z-1}{z} \mathcal{Z} \left\{ P(s) \frac{1}{s} \right\}, \quad (3.48)$$

wobei $\mathcal{Z}\{\cdot\}$ die Kurzschreibweise für die inverse Laplace-Transformation, Abtastung mit T_s und anschließende z -Transformation darstellt. Für Rechenregeln und eine Korrespondenztabelle sei auf [7, S. 38ff] verwiesen. [7, 14]

Eigenschaften und Zusammenhänge

Es ist äußerst bemerkenswert, dass bei der Diskretisierung eines dynamischen Systems die Links- und Rechts-Eigenvektoren der Matrizen A und A_d ident sind und aus den zeitkontinuierlichen Eigenwerten bzw. Polstellen s_i die zeitdiskreten Eigenwerte bzw. Polstellen durch den Zusammenhang

$$z_i = e^{s_i T_s} \quad (3.49)$$

hervorgehen. Besitzt also das zeitkontinuierliche System die Eigenschaft der *asymptotischen* bzw. *BIBO-Stabilität*, dann auch das zeitdiskrete.

Vor allem für die Wahl der Abtastzeit T_s ist die Tatsache wesentlich, dass sowohl s_i als auch s_l auf denselben Punkt der komplexen z -Ebene abgebildet werden, wenn

$$s_i = s_l + j \frac{2\pi k}{T_s} \quad \text{mit } k \in \mathbb{Z} \quad (3.50)$$

gilt. Durch unglückliche Wahl der Diskretisierungszeit ist außerdem auch der Verlust der Steuer- bzw. Beobachtbarkeit möglich. Laut dem Satz von Kalman geht durch Abtastung eines steuerbaren und beobachtbaren zeitkontinuierlichen Systems ein zeitdiskretes System mit denselben beiden Eigenschaften hervor, wenn für alle Eigenwerte mit demselben Realteil

$$s_i = \sigma + j\omega_i \quad (3.51)$$

$$s_l = \sigma + j\omega_l \quad (3.52)$$

die Ungleichung

$$(\omega_i - \omega_l) T_s \neq \pm k 2\pi \quad \text{mit } k = 1, 2, 3, \dots \quad (3.53)$$

erfüllt ist.[14, 32]

3.4.2 Frequenzgang und bilineare Transformation

Der Frequenzgang eines zeitdiskreten Systems

$$P(z) = \frac{\mu_{n-1} z^{n-1} + \dots + \mu_1 z + \mu_0}{\nu_n z^n + \nu_{n-1} z^{n-1} + \dots + \nu_1 z + \nu_0} \quad (3.54)$$

ergibt sich durch Einsetzen von

$$z = e^{j\omega T_s} \quad (3.55)$$

in die Übertragungsfunktion $P(z)$ und stellt im Gegensatz zum zeitkontinuierlichen Fall keine gebrochenrationale sondern eine transzendente Funktion in $j\omega$ dar. Unter Zuhilfenahme spezieller Software lässt sich eine solche Funktion zwar problemlos grafisch darstellen, an eine gezielte Manipulation des Frequenzgangs $L(e^{j\omega T_s})$ zum Zwecke des Reglerentwurfs ist allerdings nicht zu denken.

Bilineare Transformation

Einen Ausweg aus dieser Situation bietet die Idee, die Exponentialfunktion in eine Potenzreihe

$$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots \quad (3.56)$$

zu entwickeln und nach dem linearen Term abzuberechnen. Der Ansatz

$$z = e^{sT_s} = \frac{e^{sT_s/2}}{e^{-sT_s/2}} \approx \frac{1 + s\frac{T_s}{2}}{1 - s\frac{T_s}{2}} \quad (3.57)$$

führt auf das bilineare Transformationspaar^{8 9}

$$z = \frac{1 + q\frac{T_s}{2}}{1 - q\frac{T_s}{2}} \quad (3.58)$$

$$q = \frac{2}{T_s} \frac{z - 1}{z + 1} \quad (3.59)$$

⁸In der englischsprachigen Literatur ist diese Transformation unter dem Namen *Tustin's Method* bekannt.

⁹Es wird ausdrücklich darauf hingewiesen, dass mit q hier eine komplexe Variable bezeichnet wird, die in keinerlei Zusammenhang zum Verschiebeoperator q in Kapitel 2 steht.

mit der sich der transzendente Frequenzgang in einen gebrochenrationalen überführen lässt. Aus

$$\begin{aligned} q &= \frac{2}{T_s} \frac{z-1}{z+1} = \frac{2}{T_s} \frac{e^{j\omega T_s} - 1}{e^{j\omega T_s} + 1} = \frac{2}{T_s} \frac{e^{j\omega T_s/2} - e^{-j\omega T_s/2}}{e^{j\omega T_s/2} + e^{-j\omega T_s/2}} \\ &= \frac{2}{T_s} \frac{\sinh j\omega T_s/2}{\cosh j\omega T_s/2} = \frac{2}{T_s} \tanh j\omega T_s/2 = j \underbrace{\frac{2}{T_s} \tan \omega T_s/2}_{=: \Omega} = j\Omega \end{aligned}$$

ergibt sich der Zusammenhang zwischen realer Frequenz ω und transformierter Frequenz Ω zu

$$\Omega = \frac{2}{T_s} \tan \omega T_s/2 \quad \text{mit } 0 \leq \omega < \frac{\pi}{T_s}, \quad 0 \leq \Omega < \infty, \quad (3.60)$$

wobei im Bereich niedriger Frequenzen $\Omega \approx \omega$ gilt.[7, 14]

Eigenschaften und Zusammenhänge

Die bilineare Transformation der zeitdiskreten Übertragungsfunktion $P(z)$ liefert eine Übertragungsfunktion

$$P(q) = P\left(z = \frac{1 + q \frac{T_s}{2}}{1 - q \frac{T_s}{2}}\right) \quad (3.61)$$

in der q -Ebene. Der zugehörige Frequenzgang $P(q = j\Omega)$ ist damit eine gebrochenrationale Funktion der transformierten Frequenz Ω und kann einfach mit Hilfe logarithmischer Frequenzkennlinien manipuliert werden.

Da obige Transformationsvorschrift jedem Punkt im Inneren des Einheitskreises der z -Ebene eindeutig ein Punkt in der linken offenen q -Halbebene zuordnet, lässt sich anhand der Übertragungsfunktionen $P(q)$ außerdem die BIBO-Stabilität des Abtastsystems untersuchen: wie bei zeitkontinuierlichen Systemen $P(s)$ müssen auch hier alle Pole in der linken offenen q -Halbebene liegen.

Ausgehend von einer zeitkontinuierlichen Übertragungsfunktion $P(s)$ kann $P(q)$ auch direkt, also ohne Kenntnis der zeitdiskreten Übertragungsfunktion $P(z)$ berechnet werden. Dazu sei auf die Korrespondenztabelle in [7, S. 78] verwiesen. Anhand dieser Tabelle ist ersichtlich, dass bei hinreichend rascher Abtastung die Näherungsbeziehung

$$P(q) \approx P(s) \quad \text{mit } q = s \quad (3.62)$$

gilt. Für den Grenzfall $T_s \rightarrow 0$ gleichen s - und q -Übertragungsfunktion einander vollständig. Aus oben erwähnter Korrespondenztabelle gehen außerdem folgende Eigenschaften hervor:

- Reelle Pole s_i werden zu reellen Polen q_i .
- Komplexe Pole s_i werden abgesehen von Spezialfällen zu komplexen Polen q_i .

- Stabile Pole s_i werden zu stabilen Polen q_i .
- Pole auf der imaginären $j\omega$ -Achse der s -Ebene werden zu Polen auf der imaginären $j\Omega$ -Achse der q -Ebene.

Im Gegensatz zu Übertragungsfunktionen $P(s)$, die in der Realität stets Tiefpasscharakter aufweisen, sind Übertragungsfunktionen $P(q)$ im Allgemeinen sprunghaft und besitzen, sofern $P(s)$ Tiefpasscharakter aufweist, zumindest einen Pol bei $q = 2/T_s$.

Während die Realisierbarkeit zeitkontinuierlicher und zeitdiskreter Übertragungsfunktionen genau dann gegeben ist, wenn deren Zählergrad kleiner oder gleich dem Nennergrad ist, sind q -Übertragungsfunktionen genau dann realisierbar, wenn sie keine Polstelle bei $q = 2/T_s$ besitzen.[7]

Interpretation der bilinearen Transformation

Approximiert man das Integral

$$y(t) = \int_0^t u(\tau) d\tau \quad \circ \text{---} \bullet \quad \frac{y(s)}{u(s)} = \frac{1}{s} \quad (3.63)$$

durch Anwendung der *Trapezregel*, ergibt sich mit dem Abtastintervall T_s folgende rekursive Berechnungsvorschrift:

$$y[n+1] = y[n] + \frac{T_s}{2} (u[n] + u[n+1]) \quad \square \text{---} \blacksquare \quad \frac{y(z)}{u(z)} = \frac{T_s}{2} \frac{z+1}{z-1} \quad (3.64)$$

Der Zusammenhang mit Gleichung (3.59) ist offensichtlich: $1/q$ kann auch als numerische Integration mit Hilfe der Trapezregel aufgefasst werden.

Kapitel 4

Reglerentwurfverfahren

Beim Entwurf eines Reglers müssen neben der Stabilität typischerweise auch Anforderungen hinsichtlich des Führungsverhaltens, der Störunterdrückung und der Robustheit des Regelkreises berücksichtigt werden. Letzteres ist besonders im Hinblick auf die Stabilität interessant, da diese als wohl wichtigste Eigenschaft des Regelkreises unter gar keinen Umständen verloren gehen darf. Eine wesentliche Zusatzanforderung stellt in gewissen Anwendungsbereichen außerdem die einfache Parametrierbarkeit des Algorithmus dar.

Im Rahmen dieses Kapitels wird eine Regelkreisstruktur gemäß Abbildung 4.1 vorausgesetzt, bei der es sich um eine Kombination aus Standardregelkreis und Vorsteuerung handelt. Prinzipiell entspricht diese der erweiterten Regelkreisstruktur aus Abbildung 3.2, wenn

$$V(s) = V_r(s)R(s) + V_u(s) \quad (4.1)$$

gewählt wird. Eine getrennte Realisierung von V_r , V_u und R ist ohne Weiteres möglich, solange V_r und V_u stabile Teilsysteme sind.

Die ersten beiden Abschnitte dieses Kapitels haben die Auslegung des Standardregelkreises mithilfe des Reglers R zum Inhalt, im letzten Abschnitt erfolgt eine Vorstellung einfacher Möglichkeiten zur Verbesserung des Führungsverhaltens mittels V_r und V_u . Sämtliche Überlegungen erfolgen für den zeitkontinuierlichen Fall, eine Umlegung der Erkenntnisse auf zeitdiskrete Systeme ist unter Zuhilfenahme der Erklärungen aus Abschnitt 3.4 jedoch einfach möglich.

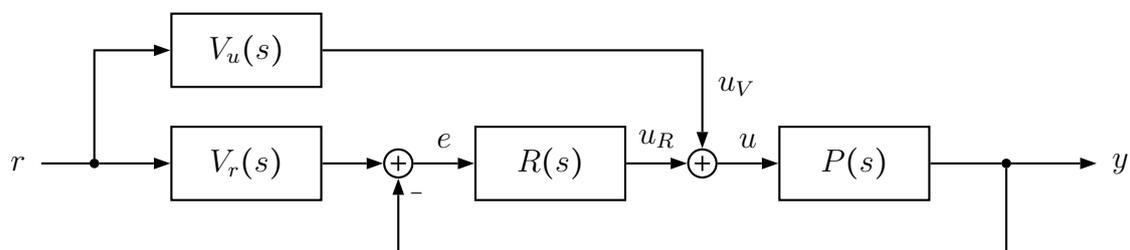


Abbildung 4.1: Regelkreisstruktur

4.1.1 Entwurfsspezifikationen und Zielsetzungen

Der Entwurfsvorgang basiert auf der Vorgabe des gewünschten Verhaltens des geschlossenen Regelkreises. Die Anforderungen an das dynamische Verhalten werden durch die Überschwingweite M_p sowie die Anstiegszeit t_r ausgedrückt (siehe Abbildung 4.2), die Anforderungen an das statische Verhalten durch die bleibende Regelabweichung

$$e_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} (r(t) - y(t)). \quad (4.3)$$

Abschnitt 3.1.3 ist zu entnehmen, dass das *stationäre Verhalten* eines Regelkreises immer nur hinsichtlich bestimmter Typen von Führungs- und Störsignalen optimiert werden kann. Nachdem diese in vielen Fällen sprung- oder rampenförmiges Aussehen besitzen, lässt sich ein definierter Fehler e_∞ durch Vorgabe des integrierenden Charakters λ und der Verstärkung V des offenen Kreises

$$L(s) = V \frac{z(s)}{s^\lambda n(s)} \quad \text{mit } z(0) = n(0) = 1 \quad (4.4)$$

gemäß Tabelle 4.1 einstellen.

Die Anforderungen an das *dynamische Verhalten* können für Systeme mit dominantem Polpaar gemäß den Faustregeln

$$\ddot{u} [\%] = 100 (M_p - 1) \quad (4.5)$$

$$\phi_r [^\circ] \approx 70 - \ddot{u} [\%] \quad (4.6)$$

$$\omega_c [\text{rad/s}] \approx \frac{1.5}{t_r [\text{s}]} \quad (4.7)$$

in Entwurfsspezifikationen im Frequenzbereich umgelegt werden. Offensichtlich betreffen diese Spezifikationen nur einen einzigen Punkt des Frequenzgangs $L(j\omega)$, der gemäß

$$|L(j\omega_c)|_{dB} = 0 \quad (4.8)$$

$$\text{arc} \{L(j\omega_c)\} = \phi_r - 180^\circ \quad (4.9)$$

durch die Durchtrittsfrequenz ω_c sowie die Phasenreserve ϕ_r gegeben ist.

	$\sigma(t)$	$t\sigma(t)$	$\frac{t^2}{2}\sigma(t)$
$\lambda = 0$	$\frac{1}{1+V}$	∞	∞
$\lambda = 1$	0	$\frac{1}{V}$	∞
$\lambda = 2$	0	0	$\frac{1}{V}$

Tabelle 4.1: Bleibende Regelabweichung in Abhängigkeit der Signalform, des integrierenden Charakters sowie der Verstärkung von L [14, S. 183]

Da für das Übertragungsverhalten des Regelkreises natürlich nicht nur ein einziger Punkt sondern der Verlauf des gesamten Frequenzgangs $L(j\omega_c)$ interessant ist, soll dieser außerdem folgende Zusatzanforderungen erfüllen:

$$|L(j\omega_c)|_{dB} \gg 0 \quad \text{für } w < w_c \quad (4.10)$$

$$\frac{d |L(j\omega_c)|_{dB}}{d \log_{10} \omega_c} \leq -20 \text{ dB/Dekade} \quad \text{für } w \approx w_c \quad (4.11)$$

$$|L(j\omega_c)|_{dB} \ll 0 \quad \text{für } w > w_c \quad (4.12)$$

Gleichung (4.10) fordert eine hohe Verstärkung im Bereich niedriger Frequenzen und impliziert $|T(j\omega_c)| \approx 1$ und $|S(j\omega_c)| \ll 1$, also ein gutes Führungs- und Störverhalten im Bereich niedriger Frequenzen. Bedingung (4.11) stellt sicher, dass die Ortskurve nicht entlang des Einheitskreis in Richtung kritischem Punkt -1 verläuft (siehe Abschnitt 3.3.4). Aus Gleichung (4.12) folgt $|T(j\omega_c)| \ll 1$ und $|S(j\omega_c)| \approx 1$, womit zwar dem hochfrequenten Messrauschen, nicht jedoch hochfrequenten Störungen d entgegen gewirkt wird.[14]

4.1.2 Korrekturglieder

Die Manipulation des Frequenzgangs $L(j\omega)$ erfolgt durch die Reglerübertragungsfunktion $R(s)$, die aus einer Kombination der Korrekturglieder

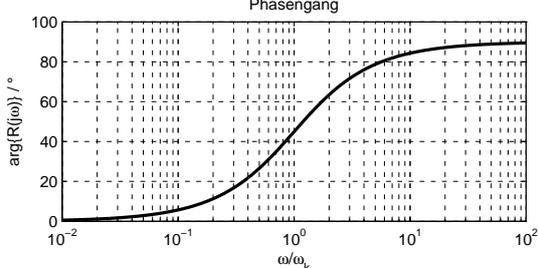
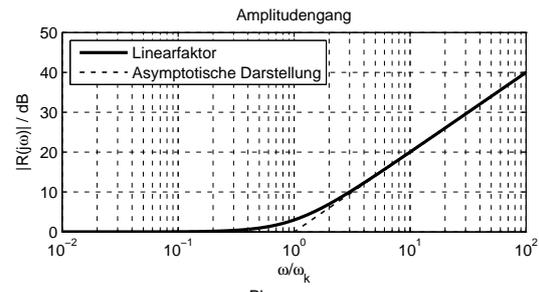
$$R_p(s) = K \quad \text{mit } k \in \mathbb{R} \quad (4.13)$$

$$R_i(s) = \frac{1}{s} \quad (4.14)$$

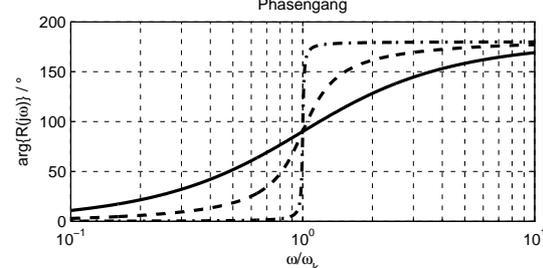
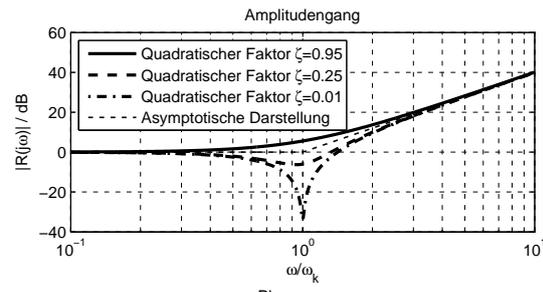
$$R_l(s) = 1 + \frac{s}{\omega_k} \quad \text{mit } \omega_k > 0 \quad (4.15)$$

$$R_q(s) = 1 + 2\zeta \frac{s}{\omega_k} + \left(\frac{s}{\omega_k} \right)^2 \quad \text{mit } \omega_k > 0, \zeta > 0 \quad (4.16)$$

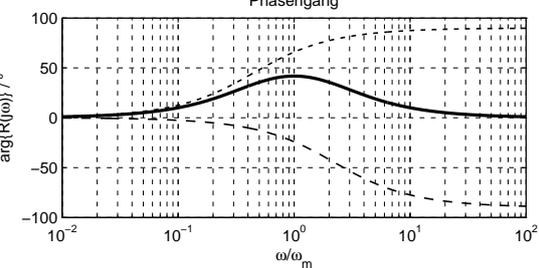
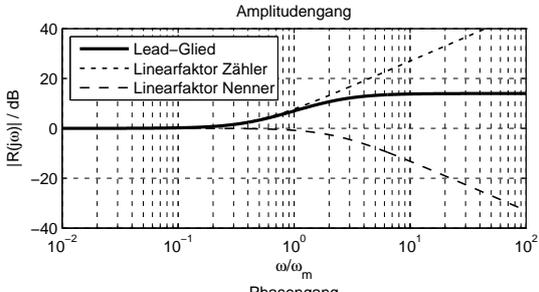
besteht. Diese Standardbausteine werden als *Proportionalglied*, *Integrierglied*, *Linearfaktor* bzw. *quadratischer Faktor* bezeichnet, können sowohl im Zähler als auch im Nenner der Reglerübertragungsfunktion auftreten und lassen sich im Frequenzbereich sehr einfach darstellen. Abbildung 4.3(a)–(b) sind die Kennlinien des linearen und quadratischen Faktors zu entnehmen. Offensichtlich steigt der Betrag des Linearfaktors ab der Knickfrequenz ω_k mit 20 dB pro Dekade, jene des quadratischen Faktors mit 40 dB pro Dekade. Damit einher geht eine Anhebung der Phase um bis zu 90° bzw. 180° . Befinden sich die Korrekturglieder nicht im Zähler, sondern im Nenner des Reglers, kommt es zur Spiegelung der Betrags- und Phasenkennlinien um die x-Achse.[14]



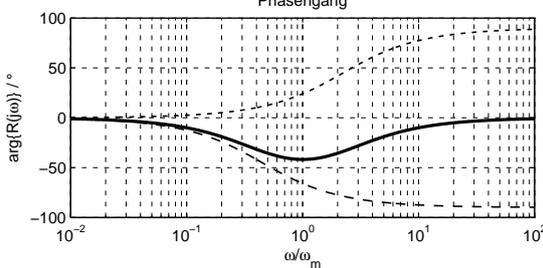
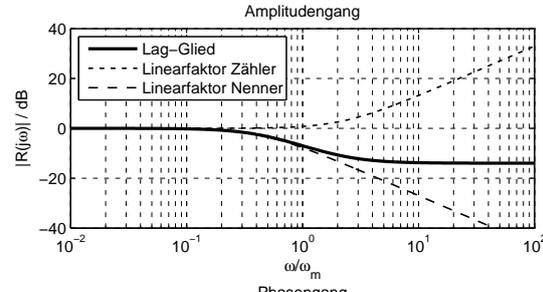
(a)



(b)



(c)



(d)

Abbildung 4.3: Frequenzkennlinien ausgewählter Korrekturglieder: (a) Linearfaktor, (b) quadratischer Faktor (c) Lead-Glied (d) Lag-Glied (nach [14, S. 274ff])

Lead- und Lag-Glieder

Lead- und Lag-Glieder stellen bekannte Korrekturglieder erster Ordnung dar. Sie bestehen gemäß

$$R(s) = \frac{1 + \frac{s}{\omega_Z}}{1 + \frac{s}{\omega_N}} \quad \text{mit } \omega_Z > 0, \omega_N > 0 \quad (4.17)$$

aus zwei Linearfaktoren mit unterschiedlichen Knickfrequenzen ω_Z und ω_N . Ist $\omega_Z < \omega_N$ spricht man von einem phasenhebenden Lead-Glied, ist $\omega_Z > \omega_N$ von einem phasenabsenkenden Lag-Glied (siehe Abbildung 4.3(c)–(d)).

Mit der Definition

$$m = \frac{\omega_N}{\omega_Z} \quad (4.18)$$

und der Mittenfrequenz

$$\omega_m = \sqrt{\omega_Z \omega_N} \quad (4.19)$$

lässt sich das Aussehen der Frequenzkennlinien sehr gut beschreiben. Der Phasenhub bei der Mittenfrequenz ω_m ist gemäß

$$\Delta\varphi_{max} = \arcsin \frac{m-1}{m+1}, \quad (4.20)$$

die Betragsanhebung bzw. -absenkung für verhältnismäßig große Frequenzen $\omega \gg \omega_m$ gemäß

$$\Delta A_{max} = 20 \log m \quad (4.21)$$

spezifiziert.

Während Lag-Glieder in der Regel zur Absenkung der Betragskennlinie eingesetzt und daher „links“ der Durchtrittsfrequenz positioniert werden – zum Beispiel wenn der Verstärkungsfaktor des offenen Kreises bereits durch die Anforderungen an das stationäre Verhalten gegeben ist –, erfolgt mit Lead-Gliedern eine Anhebung der Phase im Bereich der Durchtrittsfrequenz. In vielen Fällen ist es lohnend, die Mittenfrequenz des Lead-Gliedes nicht direkt auf, sondern „rechts“ der Durchtrittsfrequenz zu positionieren. Dazu ist die nichtlineare Beziehung

$$\frac{m-1}{\sqrt{m}} = \frac{\alpha^2+1}{\alpha} \tan \Delta\varphi_0 \quad \text{mit } \omega_m = \alpha\omega_0, \alpha > 1 \quad (4.22)$$

nach m zu lösen, wobei ω_0 jene Frequenz darstellt, an der eine Phasenhebung von $\Delta\varphi_0$ erfolgen soll.[14]

Zusammenhang zwischen Betrag und Phase

Betrag und Phase eines Frequenzgangs können nicht unabhängig voneinander vorgegeben werden. Laut [14, S. 185ff] gilt für Systeme, die ausschließlich Pole und Nullstellen

mit negativem Realteil aufweisen eine einfache Näherungsbeziehung. Diese besagt, dass die Phasenkennlinie um $n \cdot \pi/2$ ansteigt bzw. absinkt, wenn die Betragskennlinie um $n \cdot 20$ dB ansteigt bzw. absinkt. Da Reglerubertragungsfunktionen abgesehen von einem integrierenden Anteil – für diesen gilt die erwähnte Relation sogar exakt – oft minimalphasige Systeme darstellen, lässt sich bereits vor dem eigentlichen Reglerentwurf sehr gut abschätzen, wie hoch die Durchtrittsfrequenz ω_c sinnvollerweise angesetzt werden kann.[14]

4.2 Dimensionierung von Standardreglern: PID

In industriellen Anwendungen stellen PID-Regler wohl die am häufigsten anzutreffenden Regelalgorithmen dar. Laut [30, S. 1] gilt dies speziell für die Prozessleittechnik, wo mehr als 95 % aller Regelschleifen diesen Typ Regler enthalten. PID-Regler zeichnen sich durch ihre einfache und leicht verständliche Struktur aus und eignen sich insbesondere zur Regelung verhältnismäßig „gutmütiger“ Strecken. Darüberhinaus vereinen sie zwei aus regelungstechnischer Sicht wesentliche Konzepte: sie enthalten einen Integrierer zur Elimination von Fehlern im stationären Zustand sowie einen Differenzierer zur Phasenhebung im Bereich höherer Frequenzen.

Im Verlauf dieses Kapitels soll zunächst auf die Eigenschaften idealer und realer PID-Regler eingegangen werden, ehe anschließend auf verschiedene Möglichkeiten zur Parametrierung eingegangen wird.

4.2.1 PID-Regler

Der Zusammenhang zwischen Eingang e und Ausgang u eines *idealen* PID-Reglers ist im Zeitbereich gemäß

$$\begin{aligned} u(t) &= K_P e(t) + K_I \int_0^t e(\tau) d\tau + K_D \frac{de(t)}{dt} \\ &= K_P \left[e(t) + \frac{1}{T_I} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_D \frac{de(t)}{dt} \right] \end{aligned} \quad (4.23)$$

gegeben, wobei K_P als Proportionalbeiwert, T_I als Nachstellzeit und T_D als Vorhaltezeit bezeichnet wird. Offensichtlich setzt sich die ausgegebene Stellgröße aus drei Komponenten zusammen: dem P-Anteil, der den augenblicklichen Wert des Fehlers e berücksichtigt, dem I-Anteil, der den bisherigen Verlauf des Regelfehlers berücksichtigt und dem D-Anteil, der die anderungstendenz des Regelfehlers berücksichtigt. Durch

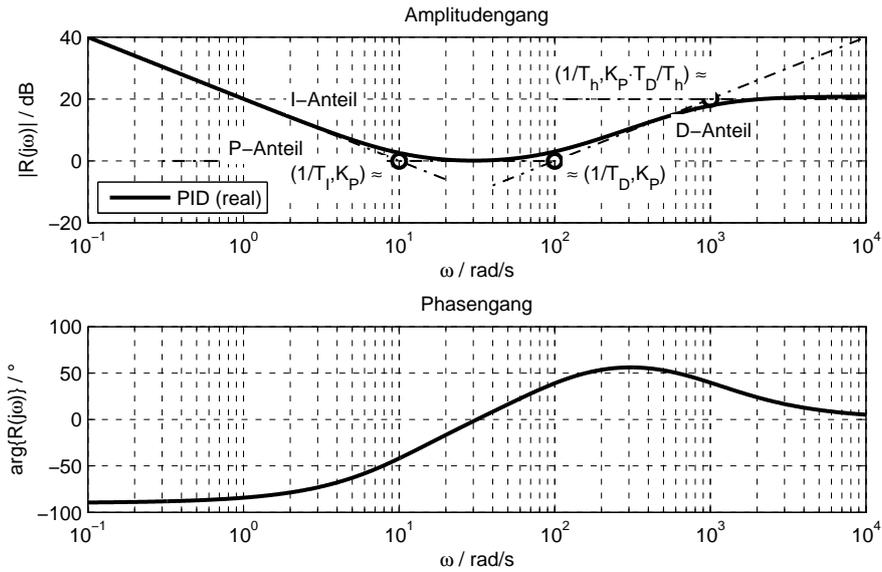


Abbildung 4.4: Frequenzkennlinien des PID-Reglers (nach [33, S. 177])

Laplace-Transformation erhält man im Bildbereich

$$\begin{aligned}
 R(s) &= \frac{u(s)}{e(s)} = K_P + K_I \frac{1}{s} + K_D s \\
 &= K_P \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right)
 \end{aligned} \tag{4.24}$$

und sieht, dass der Zählergrad größer als der Nennergrad, die Übertragungsfunktion damit nicht realisierbar ist. Zur Sicherstellung der Realisierbarkeit muss eine zusätzliche Polstelle eingefügt werden, was der Filterung des D-Anteils entspricht und auf eine Übertragungsfunktion der Gestalt

$$\begin{aligned}
 R(s) &= K_P + K_I s + \frac{K_D s}{1 + T_h s} \\
 &= K_P \left(1 + \frac{1}{T_I s} + \frac{T_D s}{1 + T_h s} \right)
 \end{aligned} \tag{4.25}$$

führt. Die zu Gleichung 4.25 gehörigen Frequenzkennlinien sind Abbildung 4.4 zu entnehmen und zeigen deutlich, dass der I-Anteil des Reglers zwar die Verstärkung im Bereich niedriger Frequenzen erhöht, gleichzeitig jedoch die Phase absenkt und damit prinzipiell destabilisierend wirkt. Im Gegensatz dazu führt der D-Anteil, der üblicherweise im Bereich der Durchtrittsfrequenz ω_c eingreift, zu einer Phasenhebung und damit zur Erhöhung der Phasenreserve.

In praktischen Anwendungen ist es oftmals von Vorteil, in den P- und den D-Anteil nicht den tatsächlichen Regelfehler

$$e = r - y \tag{4.26}$$

einfließen zu lassen, sondern eine Modifikation gemäß

$$e_P = br - y \quad \text{mit } 0 \leq b \quad (4.27)$$

$$e_D = cr - y \quad \text{mit } 0 \leq c \quad (4.28)$$

vorzunehmen. Diese Methode wird im Englischen als *Setpoint Weighting* bezeichnet und führt auf die erweiterte Regelkreisstruktur aus Abbildung 3.2. An dieser Stelle sei lediglich darauf hingewiesen, dass die besprochene Methode mit $b = 0$ und $c = 0$ auf den sogenannten I-PD-Regler und mit $b = 1$ und $c = 0$ auf den PI-D-Regler führt. Ausführlichere Erklärungen, die Wahl der Parameter b und c betreffend, sind Abschnitt 4.3.2 zu entnehmen.[29]

4.2.2 Klassische Einstellregeln

Im Zusammenhang mit PID-Reglern sind mittlerweile unzählige Einstellregeln bekannt, die in Kombination mit einfachen Systemidentifikationsroutinen eine mehr oder weniger automatische Parametrierung von Regelalgorithmen erlauben.

Typische Reglerentwurfverfahren, die auf der algebraischen Synthese zur Platzierung von Polen, auf Loop-Shaping oder auf Optimierungsansätzen basieren, sind in der Regel relativ aufwändig und erfordern ein gewisses Maß an Erfahrung des Anwenders. Zur Vereinfachung der Reglerparametrierung zielt man daher darauf ab, den eigentlich aufwändigen Reglerentwurf nur einmalig, dafür jedoch für eine ganze Klasse von Systemen durchzuführen und diesen dann in Form einfacher Einstellregeln für alle Instanzen wiederzuverwenden. Zu den geläufigsten Einstellregeln zählen wohl jene von Ziegler und Nichols, von Chien, Hrones und Reswick sowie von Cohen und Coon. Aufgrund ihrer Bekanntheit kann auf eine genauere Erläuterung an dieser Stelle verzichtet werden. Für nähere Informationen sei auf [30, S. 159ff] verwiesen.

Aufgrund der Tatsache, dass das tatsächliche Streckenverhalten in der Regel nur näherungsweise durch das Streckenmodell erfasst wird, das den Einstellregeln zugrunde liegt, kann prinzipiell keine sichere Aussage über die Stabilität des resultierenden Regelkreises getroffen werden.[14, 29, 30]

4.2.3 Vorgabe eines Frequenzgangspunkts

Ein PID-Regler ist grundsätzlich in der Lage, einen Punkt der Übertragungsfunktion des offenen Kreises L gemäß

$$L(j\omega_s) = \rho_s e^{j\varphi_s} \quad (4.29)$$

betrags- und phasenmäßig festzulegen. Setzt man für den Frequenzgang der Strecke

$$P(j\omega) = \alpha(\omega) + j\beta(\omega) = \rho(\omega) e^{j\varphi(\omega)} \quad (4.30)$$

an und definiert

$$K_{ID} = K_I - K_D \omega^2, \quad (4.31)$$

so ergibt sich mit einem idealen PID-Regler für den offenen Kreis

$$\begin{aligned} L(j\omega) &= R(j\omega)P(j\omega) \\ &= \left(K_P + j \left(K_D \omega - \frac{K_I}{\omega} \right) \right) (\alpha(\omega) + j\beta(\omega)) \\ &= \left(K_P - j \frac{K_{ID}}{\omega} \right) (\alpha(\omega) + j\beta(\omega)) \\ &= K_P \alpha(\omega) + \frac{K_{ID}}{\omega} \beta(\omega) + j \left(K_P \beta(\omega) - \frac{K_{ID}}{\omega} \alpha(\omega) \right). \end{aligned}$$

Die Forderungen

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} \{L(j\omega_s)\} &= K_P \alpha(\omega_s) + \frac{K_{ID}}{\omega_s} \beta(\omega_s) \stackrel{!}{=} \rho_s \cos \varphi_s \\ \operatorname{Im} \{L(j\omega_s)\} &= K_P \beta(\omega_s) - \frac{K_{ID}}{\omega_s} \alpha(\omega_s) \stackrel{!}{=} \rho_s \sin \varphi_s \end{aligned}$$

führen nach kurzer Umformung auf folgende Berechnungsvorschriften:

$$K_P = \frac{\rho_s (\alpha(\omega_s) \cos \varphi_s + \beta(\omega_s) \sin \varphi_s)}{\alpha(\omega_s)^2 + \beta(\omega_s)^2} = \frac{\rho_s}{\rho(\omega_s)} \cos(\varphi(\omega_s) - \varphi_s) \quad (4.32)$$

$$K_{ID} = \frac{\omega_s \rho_s (\beta(\omega_s) \cos \varphi_s - \alpha(\omega_s) \sin \varphi_s)}{\alpha(\omega_s)^2 + \beta(\omega_s)^2} = \frac{\omega_s \rho_s}{\rho(\omega_s)} \sin(\varphi(\omega_s) - \varphi_s) \quad (4.33)$$

Aus Definition (4.31) geht hervor, dass obige Gleichungen keine eindeutigen Werte für die Parameter K_I und K_D liefert. Je höher der D-Anteil gewählt wird, umso höher darf auch der I-Anteil sein. Diese Erkenntnis ist nicht überraschend, hebt doch der D-Anteil die Phase an, während der I-Anteil diese verringert.

Eine naheliegende Vorgehensweise ist nun, für die Vorgabe eines Frequenzgangspunkts die Durchtrittsfrequenz ω_c sowie die Phasenreserve ϕ_r zu verwenden. Eine durchaus gängige Zusatzbedingung lautet

$$T_I = 4T_D \quad (4.34)$$

und führt auf eindeutige I- und D-Anteile.[29, 30]

4.2.4 MIGO-Methode

Die in diesem Abschnitt besprochene Methode ist eine verhältnismäßig neue Variante zur Dimensionierung von PID-Reglern. Das Entwurfsziel ist die bestmögliche Unterdrückung niederfrequenter Störungen bei gleichzeitiger Erfüllung einer Robustheitsanforderung. Die Unterdrückung von Störungen ergibt sich gemäß Abschnitt 3.1.1 durch Erhöhung der Schleifenverstärkung $|L|$ und erfolgt hier durch Maximierung des Integralteils K_I . Die

Robustheitsanforderung stellt sicher, dass die Ortskurve des offenen Kreises L außerhalb einer kreisförmigen Zone liegt, die durch einen Mittelpunkt c sowie den Radius r gegeben ist. Gemäß Abschnitt 3.3.4 lässt sich durch die Wahl $c = -1$ und $r = 1/M_s$ etwa ein maximaler Sensitivitätswert

$$M_s = \max_{\omega} |S(j\omega)| = \max_{\omega} \frac{1}{|1 + L(j\omega)|}. \quad (4.35)$$

festlegen.[30, 31]

Formulierung und Untersuchung des Optimierungsproblems

Mathematisch lässt sich die Entwurfsvorschrift folgendermaßen formulieren: maximiere K_I unter der Nebenbedingung

$$f(K_P, K_I, K_D, \omega) = |c + L(j\omega)|^2 = |c + (K_P + j(K_D\omega - K_I/\omega))P(j\omega)|^2 \geq r^2 \quad (4.36)$$

und stelle zusätzlich die Stabilität des geschlossenen Kreises mithilfe des Nyquist-Kriteriums sicher. Dieses Optimierungsproblem ist im Allgemeinen zwar nicht-konvexer Natur, lässt sich durch genauere Betrachtung der Nebenbedingungen aber meist gut lösen.

Mit der Definition

$$P(j\omega) = \alpha(\omega) + j\beta(\omega) = \rho(\omega)e^{j\varphi(\omega)} \quad (4.37)$$

ergibt sich für Gleichung (4.36) nach einiger Rechnung (siehe [30, S. 207f])

$$f(K_P, K_I, K_D, \omega)/r^2 = \left(\frac{\rho(\omega)}{r}\right)^2 \left(K_P + \frac{\alpha(\omega)c}{\rho^2(\omega)}\right)^2 + \left(\frac{\rho(\omega)}{\omega r}\right)^2 \left(K_I + \frac{\omega\beta(\omega)c}{\rho^2(\omega)} - K_D\omega^2\right)^2 \geq 1. \quad (4.38)$$

Für fixes ω und K_D beschreibt diese Bedingung den äußeren Bereich einer Ellipse in der K_P - K_I -Ebene. Lässt man die Frequenz ω von 0 bis ∞ laufen – man kann sich vorstellen, dass dies eine Vielzahl von Ellipsen erzeugt –, ergeben sich zwei Einhüllende, die gemäß

$$f(K_P, K_I, K_D, \omega) = r^2 \quad (4.39)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \omega}(K_P, K_I, K_D, \omega) = 0 \quad (4.40)$$

definiert sind und den Rand aller Ellipsen in der K_P - K_I -Ebene beschreiben. Da zwischen den Einhüllenden die Stabilitätsgrenze liegt, führt nur eine der beiden auf einen stabilen Regelkreis. Die Stabilitätsgrenze ist durch die Ortskurve gegeben, die durch die Zentren aller Ellipsen verläuft.[30, 31]

Lösung des Optimierungsproblems mit fixem D-Anteil

Im einfachsten Fall kommt es zu keiner Überschneidung der Einhüllenden und es ist ausreichend, den Punkt der Ortskurve

$$K_P(\omega) = -\frac{\alpha(\omega)c}{\rho^2(\omega)} = -\frac{c}{\rho(\omega)} \cos \varphi(\omega) \quad (4.41)$$

$$K_I(\omega) = -\frac{\omega r}{\rho(\omega)} - \frac{\omega \beta(\omega)c}{\rho^2(\omega)} + K_D \omega^2 = -\frac{\omega}{\rho(\omega)} (r + c \sin \varphi(\omega)) + K_D \omega^2 \quad (4.42)$$

zu ermitteln, an dem K_I maximal ist. Obige Ortskurve verläuft durch jene Scheitelpunkte der Ellipsen, an denen K_I minimal ist und fällt im gesuchten Punkt mit der stabilen Einhüllenden zusammen.

Ein schwieriger lösbares Problem ergibt sich, wenn es zur Überschneidung der Einhüllenden kommt. In diesem Fall tangiert die Ortskurve des offenen Kreises L den verbotenen Bereich in der komplexen s -Ebene an zwei Punkten, die durch die Frequenz ω_1 und ω_2 gegeben sind. Die Bestimmung der Parameter K_P und K_I läuft daher auf die Lösung des algebraischen Gleichungssystems

$$f(K_P, K_I, K_D, \omega_1) = r^2 \quad (4.43)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \omega}(K_P, K_I, K_D, \omega_1) = 0 \quad (4.44)$$

$$f(K_P, K_I, K_D, \omega_2) = r^2 \quad (4.45)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \omega}(K_P, K_I, K_D, \omega_2) = 0 \quad (4.46)$$

mit den vier unbekanntenen Parametern K_P , K_I , ω_1 und ω_2 hinaus.[30, 31]

Lösung des Optimierungsproblems mit variablem D-Anteil

Die Ermittlung eines idealen PID-Reglers erfolgt unter Zuhilfenahme des obigen Lösungsansatzes, der die optimalen Parameter K_P und K_I zu einem festgelegten K_D bestimmt. Da eine Erhöhung des Parameters K_D im Allgemeinen auch eine Erhöhung des Parameters K_I ermöglicht, handelt es sich um einen iterativen Algorithmus, der K_D ausgehend von einem bestimmten Startwert so lange erhöht, bis keine Parameter K_I und K_D mehr gefunden werden können, die die Robustheitsbedingung (4.36) erfüllen. Der Algorithmus terminiert außerdem, wenn die Bestimmung der Parameter K_I und K_D auf die Lösung des algebraischen Gleichungssystems (4.43)–(4.46) hinausläuft und sich die Ortskurve des offenen Kreises zwischen ω_1 und ω_2 zu weit vom verbotenen Bereich entfernt. Dieses Verfahren wird im Englischen als *M constrained Integral Gain Optimization* (MIGO) bezeichnet.[27, 30]

4.2.5 AMIGOf-Einstellregeln

Anhand der Erklärungen in Abschnitt 4.2.4 ist ersichtlich, dass der Entwurf von PID- und PI-Reglern mit Hilfe der MIGO-Methode die Implementierung verhältnismäßig aufwändiger Optimierungsalgorithmen erfordert. Zur einfachen Parametrierung von PI-Reglern haben die Erfinder dieser Methode daher eine Reihe einfacher Formeln mit approximativem Charakter entwickelt und unter der Bezeichnung *Approximate MIGO Based on Frequency Response Data* (AMIGOf) veröffentlicht. Im Prinzip wurde die MIGO-Methode dabei auf eine Sammlung ausgewählter Übertragungsfunktionen mit relativ monotonem Frequenzgangsverlauf angewendet und untersucht, inwiefern sich eine einfache Beziehung zwischen den dominierenden Streckeneigenschaften und dem zugehörigen PI-Regler herstellen lässt. Als Maß für die Robustheit wurde

$$M_s = \max_{\omega} |S(j\omega)| \quad (4.47)$$

herangezogen, wobei sinnvolle Werte üblicherweise im Bereich zwischen 1,2 und 2,0 liegen. Je höher M_s ist, umso besser ist die Störunterdrückung im Bereich niedriger Frequenzen, umso geringer ist gleichzeitig jedoch die Stabilitätsreserve. Der Wert 1,4 stellt im Normalfall einen guten Kompromiss dar und führt bei sprunghafter Änderung der Führungsgröße erfahrungsgemäß gerade noch nicht zur Oszillation der Ausgangsgröße.

Definiert man die interessanten Streckeneigenschaften K_ϕ , T_ϕ und κ_ϕ gemäß

$$P(j\omega_\phi) = K_\phi e^{-j\phi} \quad (4.48)$$

$$T_\phi = \frac{2\pi}{\omega_\phi} \quad (4.49)$$

$$|P(j0)| = K_0 \quad (4.50)$$

$$\kappa_\phi = \frac{K_\phi}{K_0}, \quad (4.51)$$

wobei ω_ϕ jene Frequenz darstellt, bei welcher der Phasengang den Wert $-\phi$ annimmt, lassen sich die AMIGOf-Einstellregeln als

$$K_P K_\phi = \frac{a}{1 + b\kappa_\phi} \quad (4.52)$$

$$\frac{T_I}{T_\phi} = \frac{c}{(1 + d\kappa_\phi)^2} \quad (4.53)$$

anschreiben, wobei die Parameter a , b , c und d Tabelle 4.2 zu entnehmen sind. Für integrierende Strecken ist $\kappa_\phi = 0$, was eine deutliche Vereinfachung obiger Einstellregeln nach sich zieht.[10]

4.3 Entwurf von Vorsteuerungen

Im Rahmen dieses Abschnitts sollen zwei einfache Verfahren zur Verbesserung des Führungsverhaltens eines Regelkreises besprochen werden. Die vorgestellten Methoden ba-

	$M_s = 1,2$	$M_s = 1,4$	$M_s = 2,0$
a	$2,01 - 0,80 \phi$ [rad]	$2,50 - 0,92 \phi$ [rad]	$3,43 - 1,15 \phi$ [rad]
b	$15,45 - 6,30 \phi$ [rad]	$10,75 - 4,01 \phi$ [rad]	$11,30 - 4,01 \phi$ [rad]
c	$-2,55 + 1,72 \phi$ [rad]	$-3,05 + 1,72 \phi$ [rad]	$-1,50 + 0,86 \phi$ [rad]
d	$-5,20 + 3,44 \phi$ [rad]	$-6,10 + 3,44 \phi$ [rad]	$-2,90 + 1,72 \phi$ [rad]
Bereich	$110^\circ < \phi < 135^\circ$	$120^\circ < \phi < 140^\circ$	$135^\circ < \phi < 155^\circ$

Tabelle 4.2: Parameter der AMIGOf-Einstellregeln[10, S. 476]

sieren im Prinzip auf der *Vorfilterung* des Führungssignals und sind daher sehr einfach realisierbar.

4.3.1 Streckeninverse

Für den in Abbildung 4.1 dargestellten Regelkreis ergibt sich die Führungsübertragungsfunktion

$$T(s) = \frac{P(RV_r + V_u)}{1 + RP} = V_r + \frac{PV_u - V_r}{1 + RP}, \quad (4.54)$$

wobei V_r das angestrebte Übertragungsverhalten des Regelkreises darstellt. Dem letzten Term obiger Gleichung ist zu entnehmen, dass das tatsächliche Führungsverhalten dem gewünschten in jenen Frequenzbereichen sehr nahe kommt, in denen entweder die Schleifenverstärkung $|RP|$ sehr hohe Werte annimmt oder die Differenz $PV_u - V_r$ zu null wird. Es liegt daher nahe, V_u gemäß

$$V_u = P^{-1}V_r \quad (4.55)$$

zu wählen. Die dafür notwendige Invertierung der Streckenübertragungsfunktion ist allerdings eine problematische Angelegenheit und dies aus mehreren Gründen: Strecken weisen in der Realität üblicherweise Tiefpasscharakter auf und haben deshalb eine nicht-realisierbare Inverse, Streckennullstellen in der rechten komplexen s -Ebene führen auf eine instabile Inverse und die Kompensation einer eventuell vorhandenen Totzeit würde es erfordern, „in die Zukunft blicken“ zu können.

Durch eine realistische Zielvorgabe – also durch geeignete Wahl des Systems V_r – lässt sich das Problem bei der Invertierung der Streckenübertragungsfunktion jedoch umgehen. Gleichung (4.55) zufolge muss V_r zumindest denselben Polüberschuss wie die Strecke aufweisen und darüber hinaus alle instabilen Nullstellen sowie die Totzeit der Strecke enthalten.[30]

4.3.2 Setpoint Weighting

Ein idealer PID-Regler mit Setpoint-Weighting lässt sich im Zeitbereich als

$$u(t) = K_P e_P(t) + K_I \int_0^t e(\tau) d\tau + K_D \frac{de_D(t)}{dt} \quad (4.56)$$

mit

$$e(t) = r(t) - y(t) \quad (4.57)$$

$$e_P(t) = br(t) - y(t) \quad (4.58)$$

$$e_D(t) = cr(t) - y(t) \quad (4.59)$$

anschreiben. Dies entspricht offensichtlich der erweiterten Regelkreisstruktur aus Abbildung 3.2, für die im Frequenzbereich

$$V(s) = \frac{cK_D s^2 + bK_P s + K_I}{s} \quad (4.60)$$

$$R(s) = \frac{K_D s^2 + K_P s + K_I}{s} \quad (4.61)$$

und in weiterer Folge

$$T(s) = \frac{V(s)P(s)}{1 + R(s)P(s)} = \frac{cK_D s^2 + bK_P s + K_I}{\underbrace{K_D s^2 + K_P s + K_I}_{=V_r(s)}} \frac{R(s)P(s)}{1 + R(s)P(s)} \quad (4.62)$$

gilt. Mit $b = c = 1$, also ohne Setpoint Weighting, nimmt der Betrag $|T|$ in der Nähe der Durchtrittsfrequenz des offenen Kreises L üblicherweise Werte größer als eins an, was eine übermäßige Verstärkung in diesem Frequenzbereich bedeutet. Das Ziel bei der Wahl der Parameter b und c ist im Allgemeinen also eine Herabsetzung der Verstärkung $|T|$.

In der Regel wird $c = 0$ gewählt, um das Auftreten hoher Stellgrößenimpulse zu verhindern, die sich aufgrund des D-Anteils bei sprunghaften Änderungen der Führungsgröße ergeben. Dies führt auf einen Vorfilter der Gestalt

$$V_r = \frac{bK_P s + K_I}{K_D s^2 + K_P s + K_I}, \quad (4.63)$$

der offensichtlich Tiefpasscharakter aufweist. Je weiter die Nullstelle von V_r durch Verringerung von b in den höherfrequenten Bereich geschoben wird, umso deutlicher ausgeprägt ist das Tiefpassverhalten bei niedrigen Frequenzen. Da instabile Nullstellen grundsätzlich eine nicht wünschenswerte Eigenschaft des geschlossenen Regelkreises darstellen, muss $b \geq 0$ gelten.[30]

Teil II

Modellbildung, Reglerentwurf und Implementierung

Kapitel 5

Prüfstände

Zentrale Elemente eines Prüfstands stellen neben dem Prüfling selbst die *Aktoren* dar, die entweder Positionieraufgaben übernehmen oder definierte Kraftsignale einleiten. Zum Einsatz kommen dabei sogenannte *Hydropuls-Prüfzylinder*, die von einer Pumpe mit Hydraulikflüssigkeit auf Mineralölbasis versorgt werden.

Da die erzeugte Kolbenkraft von der Druckdifferenz in den Zylinderkammern abhängt, sind zur Ansteuerung eines Hydraulikzylinders grundsätzlich zwei Methoden denkbar: entweder man gibt die benötigten Kammerdrücke direkt durch eine Pumpe vor oder man nutzt ein Ventil, das zwischen Pumpe und Zylinder geschaltet ist. Für den Prüfstands-betrieb kommt lediglich die zweite Variante in Frage. Die Verwendung von Ventilen zur Druckvorgabe ermöglicht nämlich wesentlich schnellere Antwortzeiten und erlaubt außerdem die Speisung mehrerer unabhängiger Zylinder durch dieselbe Pumpe. Im Prinzip sorgt die Hydraulikpumpe also für einen konstanten Versorgungsdruck von etwa 300 bar, sogenannte *Servoventile* regulieren die Kammerdrücke der jeweiligen Zylinder.

Servoventile werden heutzutage überwiegend durch einen elektrischen Strom angesteuert. Dieser bestimmt die Ventilöffnung und infolgedessen die Ölzufuhr zu den Zylinderkammern. Zwischen den Zylinderkammern stellt sich dadurch eine entsprechende Druckdifferenz ein, die wiederum ein Ziehen oder Drücken des Kolbens bewirkt. Aufgrund der mechanischen Kopplung mit dem Prüfling ergibt sich eine bestimmte Kolbenkraft und eine bestimmte Kolbenposition.

Üblicherweise werden sowohl Kolbenkraft als auch die Kolbenposition messtechnisch bestimmt. Während der magnetostriktive Wegsensor zur Positionsmessung direkt im Zylinder verbaut ist, befindet sich der Kraftaufnehmer meist zwischen Kolbenstange und Prüfling (siehe Abbildung 5.1).

Im Rest dieses Kapitels soll nun genauer auf die wesentlichsten der hier angesprochenen Komponenten eingegangen werden. Die grundsätzliche Funktionsweise hydraulischer Zylinder und Servoventile wird in den Abschnitten 5.1 und 5.2 erklärt, Abschnitt 5.2 befasst sich mit dem Messprinzip von Positions- und Kraftsensor.

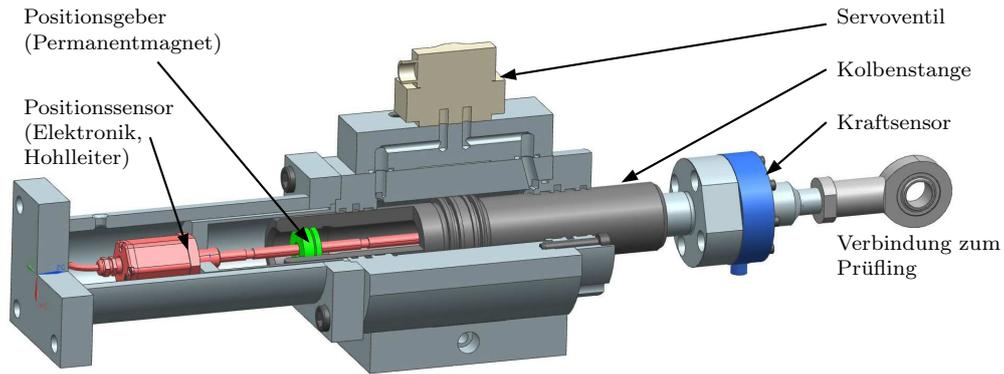


Abbildung 5.1: Schnittbild eines Zylinders mit Ventil und Sensorik

5.1 Hydraulikzylinder

Hydraulikzylinder sind *lineare hydraulische Antriebe*. Sie besitzen zwei Kammern, die durch den sogenannten Zylinderkolben voneinander getrennt sind. Je nachdem, ob die beiden Kolbenstangen denselben Durchmesser besitzen oder nicht, spricht man von *Gleichgang-* oder *Differentialzylindern* (siehe Abbildung 5.2).

Das grundlegende Funktionsprinzip dieser Antriebe ist sehr einfach. Betrachtet man den allgemeinen Fall eines Differentialzylinders aus Abbildung 5.2(b), so ergibt sich mit den verschieden großen Wirkflächen A_p und αA_p sowie den Kammerdrücken p_1 und p_2 eine Kolbenkraft von

$$F = A_p p_1 - \alpha A_p p_2 = A_p (p_1 - \alpha p_2). \quad (5.1)$$

Mit $\alpha = 1$ erhält man als Spezialfall die Beziehung für Gleichgangzylinder.

Hinsichtlich der Lagerung und Abdichtung des Zylinderkolbens unterscheidet man zwischen berührend gedichteten Zylindern und solchen mit hydrostatischer Lagerung. Bei *berührend gedichteten Zylindern* kommen in der Regel reibungsarme Dichtelemente auf Teflon-Basis (PTFE) in Kombination mit Führungsbändern aus Hartgewebe zum Einsatz. Letztere dienen der Aufnahme von Querkräften und führen je nach Größe dieser Kräfte zu merklicher Reibung.

Bei Prüfungen mit besonders hohen Anforderungen hinsichtlich der Dynamik werden *Zylinder mit hydrostatischer Lagerung* verwendet. Die Führung übernehmen hier nicht mehr Führungsbänder sondern Hydrauliköl, das unter Druck zwischen die Lagerflächen gepresst wird. Dadurch minimiert man zwar die Reibung – was verbleibt sind im Wesentlichen die Scherkräfte der Flüssigkeit –, gleichzeitig tritt jedoch mehr Lecköl aus dem Zylinder aus und muss abgeführt werden.

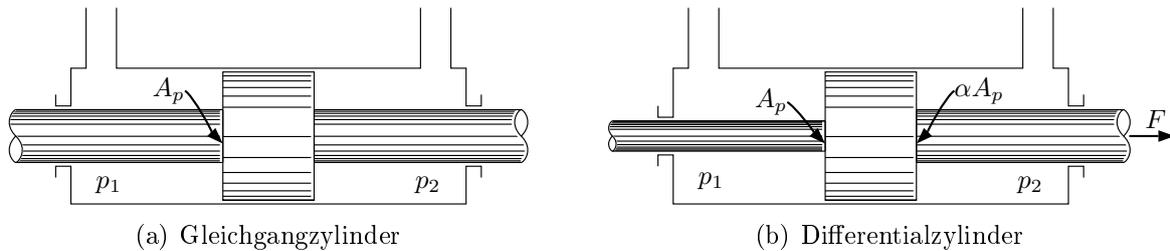


Abbildung 5.2: Prinzipskizzen hydraulischer Zylinder (nach [22, S. 55] und [19, S. 34f])

5.2 Servoventil

Zur Vorgabe der Kammerdrücke sind Servoventile direkt an den Zylindern angebracht. Da sie vier hydraulische Anschlüsse aufweisen – zwei führen zur Ölversorgung, die anderen beiden zu den Zylinderkammern – spricht man von sogenannten *Vier-Wege-Ventilen*. Servoventile gehören außerdem zur Gruppe der *Stetigventile*, sie werden nämlich als Drossel, nicht als Schalter verwendet.

In der überwiegenden Anzahl der Fälle kommen *zweistufige* Servoventile zum Einsatz, die aus einem Torquemotor sowie aus einer Vor- und einer Hauptsteuerstufe bestehen. Eine häufig anzutreffende Bauweise ist in Abbildung 5.3 dargestellt. Ein positiver Strom i führt zu einem Drehmoment des Ankers gegen die Uhrzeigerrichtung und somit zu einer Rechtsbewegung der Prallplatte. Damit verringert sich der Ölaustritt der rechten Düse im Vergleich zur linken, wodurch der Druck p_{2p} steigt und der Druck p_{1p} fällt. Infolgedessen verschiebt sich der Steuerkolben nach links und zieht dabei Anker und Prallplatte mit Hilfe der Blattfeder zurück in die Mittenstellung. Im eingeschwungenen Zustand erreicht der Steuerkolben so eine Position, die dem Ventilstrom direkt proportional ist. Befindet sich der Steuerkolben aufgrund eines positiven Ventilstroms links der Mitte, so ist der Zulauf der Ölversorgung mit Zylinderkammer 2, der Rücklauf mit Zylinderkammer 1 verbunden. Naturgemäß kommt es abhängig von der Ventilöffnung zu einer mehr oder weniger starken Drosselung des Durchflusses.

Abbildung 5.3 zeigt nur eine von vielen Bauweisen zweistufiger Servoventile. Während die Kombination aus Torquemotor, Düsen-Prallplattensystem als Vor- und Pleuellringventil als Hauptsteuerstufe sehr häufig anzutreffen ist, gibt es einige Alternativen zur Blattfeder, die im Prinzip zur Rückkopplung der Steuerkolbenposition dient. Für detailliertere Informationen sei an dieser Stelle auf [22, Kap. 7] verwiesen.

Einstufige Servoventile besitzen im Gegensatz zu zweistufigen keine Vorsteuerstufe. Sie bestehen nur aus einem *Torquemotor* und einem *Steuerkolben*, der direkt durch den Motor verstellt wird. Da auf diesen Steuerkolben mit zunehmendem Betriebsdruck jedoch erhebliche Kräfte wirken – durch die Querschnittsveränderung kommt es zu einer Beschleunigung der Hydraulikflüssigkeit und zu einer Kraftwirkung auf den Pleuellring –,

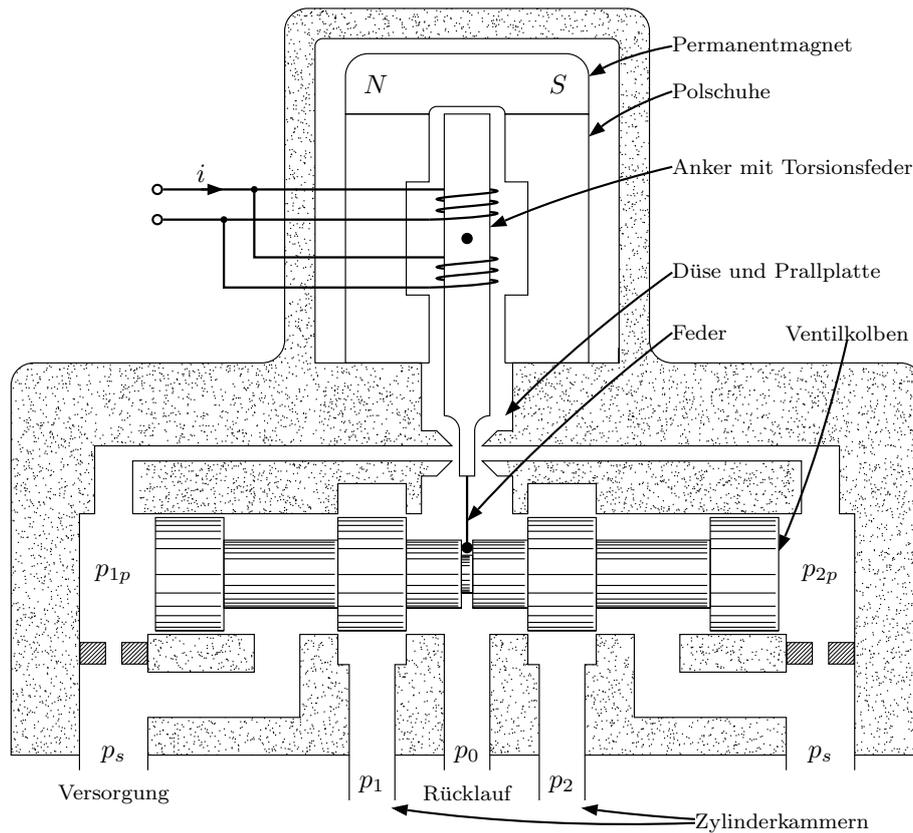


Abbildung 5.3: Prinzipskizze eines Servoventils (nach [22, S. 213])

beschränkt sich die Verwendung dieser Bauweise auf Anwendungen mit niedrigem Betriebsdruck. Für höhere Drücke wären relativ leistungsstarke Motoren nötig, die jedoch zur Herabsetzung der Grenzfrequenz des Ventils führen würden.[3, 22]

In Kombination mit den Hydropuls-Prüfzylindern kommen unter anderem zweistufige Moog-Servoventile der Baureihe *D761* zum Einsatz. Bei den verwendeten Typen handelt es sich ausschließlich um High-Response-Ventile mit einer Bandbreite von bis zu 150 Hz. Die Nenndurchflüsse dieser Baureihe sind bei einem Druckabfall von 70 bar am gesamten Ventil, also 35 bar pro Steuerkolbenkante angegeben und liegen für die High-Response-Typen zwischen 3,81/min und 381/min. Die Ansteuerung erfolgt über einen Strom von ± 20 mA pro Wicklung.[24]

5.3 Sensorik

Je nach Spezifikation werden im Prüfbetrieb verschiedenste Größen erfasst und aufgezeichnet, darunter Wege, Beschleunigungen, Kräfte, Dehnungen und Temperaturen, um nur einige zu nennen. Für die Regelung interessant sind derzeit nur Kolbenkraft und

-position. Der hierfür verwendeten Sensorik ist daher der Rest dieses Abschnitts gewidmet.

5.3.1 Positionsmessung

Die Positionsmessung erfolgt auf Basis des *magnetostruktiven Effekts*, demzufolge sich ein Material durch Anlegen eines Magnetfelds verformt. Diese Deformation erfolgt aufgrund der Ausrichtung der *Weisschen Bezirke* und führt zu Längenänderungen von bis zu $\Delta l/l = 5 \cdot 10^{-5}$.

Der Aufbau eines magnetostruktiven Wegsensors ist teilweise in Abbildung 5.1 zu erkennen. In einem hohlen Wellenleiter, bestehend aus einer speziellen Nickel-Eisen-Legierung, befindet sich ein elektrischer Leiter aus Kupfer. Schickt man durch diesen Kupferleiter einen Stromimpuls, entsteht ein zirkulares Erregermagnetfeld, das sich mit dem Feld der Positionsgebermagnete überlagert und zu einer Verformung des rohrförmigen Wellenleiters gemäß Abbildung 5.4 führt.

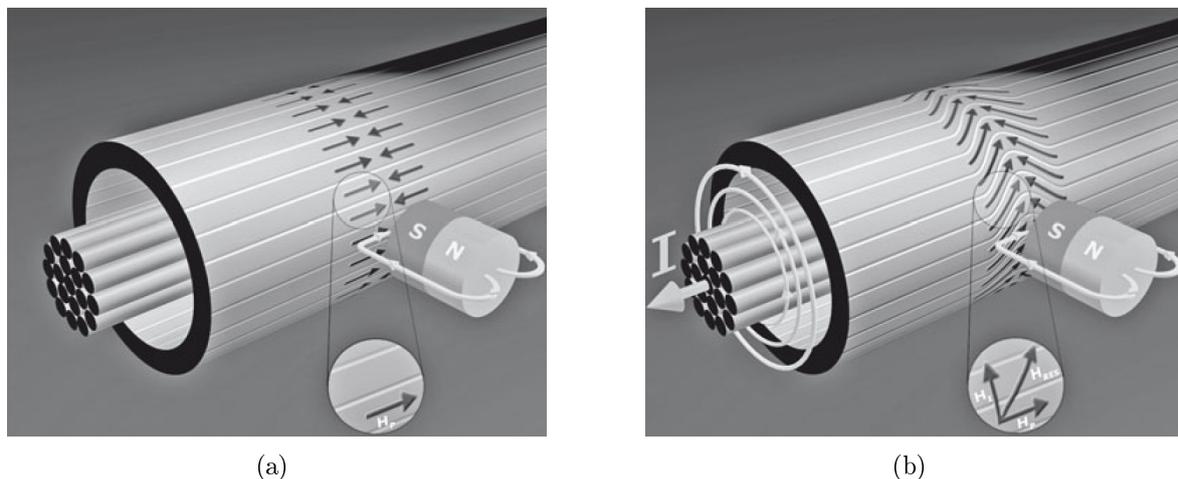


Abbildung 5.4: Deformation des Außenrohrs bei einem Stromimpuls (Quelle: [13, S. 196])

Aufgrund dieser kurzzeitigen Deformation entsteht eine Körperschallwelle, die sich mit einer Geschwindigkeit von etwa 2830 m/s entlang des Wellenleiters ausbreitet und entsprechend dem umgekehrten magnetostruktiven Effekt – eine Bewegung der Weisschen Bezirke verursacht eine Änderung des Magnetfelds – elektronisch erkannt wird. Durch Messung der Laufzeit, die die Welle vom Gebermagneten bis zur Auswerteelektronik benötigt, kann der absolute Abstand mit sehr hoher Genauigkeit gemessen werden.[2, 13, 19]

Zum Einsatz kommen beispielsweise *Temposonics® RD4* Sensoren der Firma MTS, die sich wegen ihrer platzsparenden Konstruktion besonders für den Hydraulikbereich eignen – der Positionssensor wird hier meist im Zylinder verbaut. Laut Herstellerangaben

benötigt ein Messzyklus für Wellenleiter bis 1200 mm Länge 0,5 ms. Der maximale Linearitätsfehler beträgt 0,02 % und die Wiederholbarkeit 0,001 % des Endwerts. Zum Betrieb des Sensors wird eine Versorgungsspannung von 24 V benötigt, ausgangsseitig liefert er eine Spannung im Bereich von -10 V bis $+10\text{ V}$. [35]

5.3.2 Kraftmessung

Als Kraftsensoren werden sogenannte *Kraftmessdosen* oder *Wägezellen* verwendet. Diese befinden sich typischerweise zwischen Kolbenstange und Prüfling und verformen sich unter Belastung. Durch Messung der Verformung können Rückschlüsse auf die verursachende Kraft gezogen werden.

Das *Hooksche Gesetz* besagt, dass die Deformation eines elastischen Körpers proportional der einwirkenden Belastung ist. Für den eindimensionalen Fall gilt

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad \text{mit } \sigma = \frac{F}{A}, \varepsilon = \frac{\Delta l}{l}. \quad (5.2)$$

Dabei bezeichnet E den *Elastizitätsmodul*, σ die *Spannung* und ε die *relative Dehnung*. Betrachtet man beispielsweise einen Stab mit dem Elastizitätsmodul E , der Querschnittsfläche A und der Länge l , dann verlängert sich dieser aufgrund einer Zugkraft F um

$$\Delta l = \frac{1}{E} \frac{lF}{A}.$$

Zur Ermittlung der Dehnung werden *Dehnungsmessstreifen* (DMS) im Inneren der Kraftmessdose appliziert. Im Prinzip handelt es sich dabei um eine dünne Folie, auf der eine Leiterbahn aufgebracht ist. Dehnungen und Stauchungen führen damit zu einer Änderung des Leiterbahnquerschnitts und der Leiterbahnlänge und schlagen sich so in einer Widerstandsänderung nieder. Für DMS gilt im Allgemeinen

$$\frac{\Delta R}{R} = k \frac{\Delta l}{l} = k\varepsilon \quad \text{mit } k = 2, \quad (5.3)$$

wobei in der Praxis Streuungen des k -Wertes bis etwa 5 % auftreten. Üblicherweise verschaltet man in einer Wägezelle vier solcher Sensoren zu einer *Vollbrücke* gemäß Abbildung 5.5. Die Geometrie der Wägezelle und die Position der Dehnmessstreifen müssen dabei so gewählt werden, dass

$$\begin{aligned} R_1 &= R_4 = R + \Delta R \\ R_2 &= R_3 = R - \Delta R \end{aligned} \quad (5.4)$$

gilt. Man erhält dann

$$\frac{U_m}{U_0} = \frac{\Delta R}{R} = k\varepsilon, \quad (5.5)$$

also eine Proportionalität zwischen Brückenverstimmung U_m und Dehnung ε . [4, 13, 38]

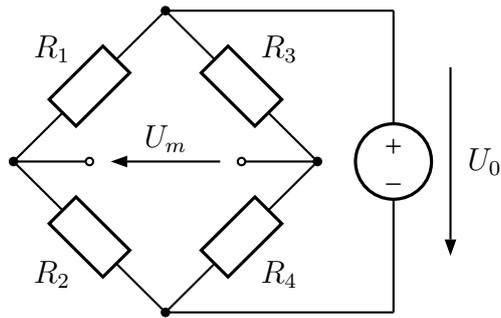


Abbildung 5.5: Wheatstonesche Messbrücke

Zum Einsatz kommen unter anderem *U2B-Kraftaufnehmer* der Firma HBM. Abhängig vom Typ sind diese für Zug- und Druckkräfte von bis zu 200 kN ausgelegt und besitzen eine Genauigkeit von 0,1% des Endwerts. Laut Herstellerangaben beträgt der k-Wert 2, die Abweichung liegt für Zug und Druck bei 0,2% bzw. 0,5%. Mechanisch liegt der Nennmessweg unter 0,1 mm, die Resonanzfrequenz je nach Typ zwischen 4 kHz und 18 kHz.[12]

Kapitel 6

Strecke

In Kapitel 5 wurde der prinzipielle Aufbau von Prüfständen erläutert, ohne dabei auf mathematische Zusammenhänge einzugehen. Nachdem Prüfstände aus Sicht der Regelungstechnik jedoch als Strecken aufzufassen sind, soll in diesem Kapitel eine *analytische Modellbildung* für Systeme, bestehend aus Ventil, Zylinder und Prüfling erfolgen. Die Dynamik der Messtechnik wird dabei als ideal angenommen.

Zur mathematischen Beschreibung dieser Systeme ist die Kenntnis bestimmter hydraulischer Grundlagen unerlässlich. In Abschnitt 6.1 sollen daher kurz die wesentlichsten Gleichungen der Hydraulik besprochen werden, ehe in 6.2 und 6.3 eine Herleitung der Modelle für Ventil und Zylinder erfolgt. Abschnitt 6.4 stellt eine Zusammenfassung der gewonnenen Erkenntnisse in Form von Übertragungsfunktionen dar, die sich typischerweise bei Weg- oder Kraftregelungen ergeben.

6.1 Hydraulik

Im Zuge der Modellbildung von Ventil und Zylinder kommen verschiedene hydraulische Formeln zum Einsatz. Auf diese soll nun im Rahmen dieses Abschnitts gesammelt eingegangen werden.

6.1.1 Hydraulische Flüssigkeiten

Gleichungen, die eine Beziehung zwischen Temperatur T , Druck p und Dichte ρ eines Stoffes herstellen, werden in der Thermodynamik als *Zustandsgleichungen* bezeichnet. Diese Zustandsgleichungen sind Materialgesetze und werden üblicherweise experimentell ermittelt.[1]

Da Änderungen der Temperatur und des Drucks bei Flüssigkeiten nur zu relativ kleinen Änderungen der Dichte führen, wird oft eine lineare Approximation gemäß

$$\begin{aligned}\rho &= \rho_0 + \left. \frac{\partial \rho}{\partial p} \right|_0 (p - p_0) + \left. \frac{\partial \rho}{\partial T} \right|_0 (T - T_0) \\ &= \rho_0 \left[1 + \frac{1}{\beta} (p - p_0) - \alpha (T - T_0) \right]\end{aligned}\quad (6.1)$$

mit

$$\beta = \rho_0 \left. \frac{\partial p}{\partial \rho} \right|_0 = -V_0 \left. \frac{\partial p}{\partial V} \right|_0 \quad \text{und} \quad \alpha = -\frac{1}{\rho_0} \left. \frac{\partial \rho}{\partial T} \right|_0 = \frac{1}{V_0} \left. \frac{\partial V}{\partial T} \right|_0 \quad (6.2)$$

verwendet, wobei β als *Kompressionsmodul* und α als *Ausdehnungskoeffizient* bezeichnet wird. Der Kompressionsmodul ist offenbar für ein federähnliches Verhalten der Hydraulikflüssigkeit verantwortlich – man spricht deshalb von hydraulischen Federn oder Ölfedern. Für reale Aufbauten ist meist der *effektive* Kompressionsmodul β_e interessant, der sich aus den Kompressionsmodulen von Hydraulikflüssigkeit und eingeschlossener Luft sowie aus der Nachgiebigkeit des Behälters zusammensetzt.[22]

Der Vollständigkeit halber soll an dieser Stelle noch die *Viskosität* η erwähnt werden. Sie beschreibt die Zähigkeit, also die innere Reibung einer Flüssigkeit und ist eine besonders wichtige Kenngröße in der Hydraulik. Da sie für die nachfolgenden Berechnungen und Herleitungen jedoch nicht relevant ist, wird auf eine mathematische Definition an dieser Stelle verzichtet.

6.1.2 Kontinuitätsgleichung

Die Kontinuitätsgleichung beschreibt die Masseerhaltung, wonach Masse weder erzeugt noch vernichtet werden kann. Die Masse in einem Volumen V ändert sich gemäß

$$\sum \hat{Q}_{zu} - \sum \hat{Q}_{ab} = \frac{dm}{dt} = \frac{d(\rho V)}{dt} \quad (6.3)$$

also nur aufgrund der zu- und abfließenden Massenströme \hat{Q} . Durch Annahme einer konstanten Temperatur – in der betrachteten Anlage ist dies aufgrund der Kühlung der Hydraulikflüssigkeit gerechtfertigt – vereinfacht sich Gleichung (6.1) zu

$$\rho = \rho_0 + \frac{\rho_0}{\beta} p, \quad (6.4)$$

wobei ρ_0 und β die Dichte und den Kompressionsmodul bei einem Druck von null darstellen. Liegt der Fokus auf Volumenströmen $Q = \hat{Q}/\rho$, so lässt sich die Kontinuitätsgleichung

auf

$$\begin{aligned}
\sum Q_{zu} - \sum Q_{ab} &= \frac{1}{\rho} \frac{d(\rho V)}{dt} = \frac{dV}{dt} + \frac{V}{\rho} \frac{d\rho}{dt} \\
&= \frac{dV}{dt} + \frac{1}{1 + \frac{p}{\beta}} \frac{V}{\beta} \frac{dp}{dt} \\
&\approx \frac{dV}{dt} + \frac{V}{\beta} \frac{dp}{dt}
\end{aligned} \tag{6.5}$$

umformen. Der Term p/β wurde dabei vernachlässigt, da er in der Größenordnung von etwa einem Prozent liegt.[8, 22]

6.1.3 Strömung durch Blenden

Zur mathematischen Beschreibung einer strömenden Flüssigkeit verwendet man in der Hydraulik üblicherweise nicht die allgemeine Navier-Stokes-Gleichung aus [4, S.244]. Vielmehr konzentriert man sich auf bestimmte Sonderfälle, die wesentlich einfacher handzuhaben sind als dieses System partieller Differentialgleichungen zweiter Ordnung.

In vielen Fällen ist es beispielsweise ausreichend, die Einflüsse von Rohrleitungen und Knicken zu vernachlässigen und nur jene Widerstände zu berücksichtigen, die absichtlich in das hydraulische System eingebaut wurden. Sehr bekannte Formeln stellen daher die *Blendengleichungen* dar, die bei plötzlichen und kurzen Verringerungen des Leitungsquerschnitts, sogenannten Blenden gelten. Dominieren die Trägheits- gegenüber den Zähigkeitskräften der Flüssigkeit, kommt es zu *turbulenter Strömung* wie sie in Abbildung 6.1(a) dargestellt ist. Im stationären Zustand gilt dann für den Volumenstrom

$$Q = c_d A_0 \sqrt[4]{\frac{2}{\rho} (p_1 - p_2)}, \tag{6.6}$$

mit der Blendenöffnung A_0 , der Dichte ρ und der Definition

$$\sqrt[4]{\cdot} := \text{sign}(\cdot) \sqrt{|\cdot|}, \tag{6.7}$$

die der einfachen Schreibweise wegen von [19, S.10] übernommen wurde. Der Durchflussbeiwert c_d ergibt sich aus der Geometrie und wird für den Fall, dass $A_0 \ll A$ gilt meist als $c_d \approx 0,6$ angenommen.

Stellen, wie in Abbildung 6.1(b) dargestellt, die Zähigkeitskräfte den bestimmenden Faktor dar, so spricht man von *laminarer Strömung*. In diesem Fall gilt die lineare Beziehung

$$Q = \frac{2\delta^2 d_h A_0}{\eta} (p_1 - p_2) \tag{6.8}$$

mit der Viskosität η , dem hydraulischen Durchmesser d_h und dem Koeffizienten δ , der wieder von der Geometrie abhängt.[19, 22]

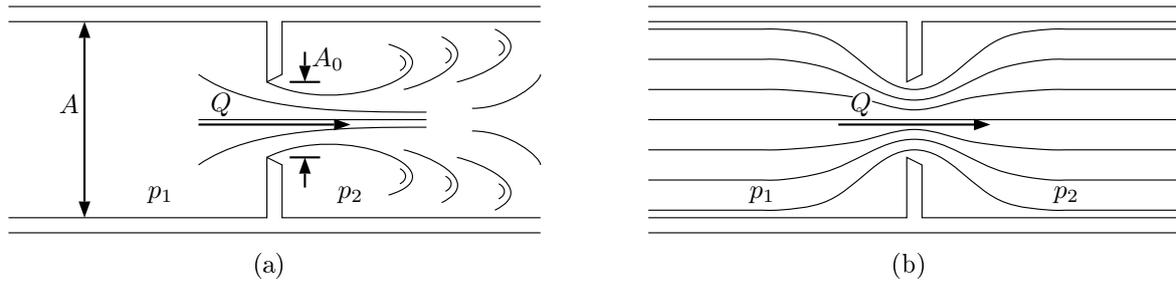


Abbildung 6.1: Strömung durch Blenden (nach [22, S. 40])

6.2 Servoventil

In Abschnitt 5.2 wurde bereits erwähnt, dass die Knickfrequenzen schneller Servoventile jenseits von 100 Hz liegen – die Dynamik des mechanischen Systems bestehend aus Zylinder und Prüfling liegt deutlich darunter. Im Zuge der Modellbildung wird daher vereinfachend ein ideales Übertragungsverhalten des Servoventils angenommen. Die Vorverstärkung wird dabei außer Acht gelassen und nur der stationäre Zustand der Hauptsteuerstufe betrachtet.

6.2.1 Hydraulische Widerstandssteuerung

Für die Hauptsteuerstufe, die üblicherweise als Kolbenventil gemäß Abbildung 6.2 realisiert ist, gilt im stationären Fall allgemein

$$Q_L = Q_L(x_v, p_L), \quad (6.9)$$

wobei Q_L den Volumenstrom zur Last, x_v die Position des Ventilkolbens und p_L den Lastdruck

$$p_L = p_1 - p_2 \quad (6.10)$$

darstellt. Zur genaueren Betrachtung dieses Zusammenhangs soll innerhalb des Ventils turbulente Strömung angenommen werden. Die Anwendung der Blendengleichung (6.6) liefert dann für die Volumenströme über die Steuerkanten

$$Q_1 = c_d A_1 \hat{\sqrt{\frac{2}{\rho}} (p_S - p_1)} \quad (6.11)$$

$$Q_2 = c_d A_2 \hat{\sqrt{\frac{2}{\rho}} (p_S - p_2)} \quad (6.12)$$

$$Q_3 = c_d A_3 \hat{\sqrt{\frac{2}{\rho}} (p_2 - p_0)} \quad (6.13)$$

$$Q_4 = c_d A_4 \hat{\sqrt{\frac{2}{\rho}} (p_1 - p_0)} \quad (6.14)$$

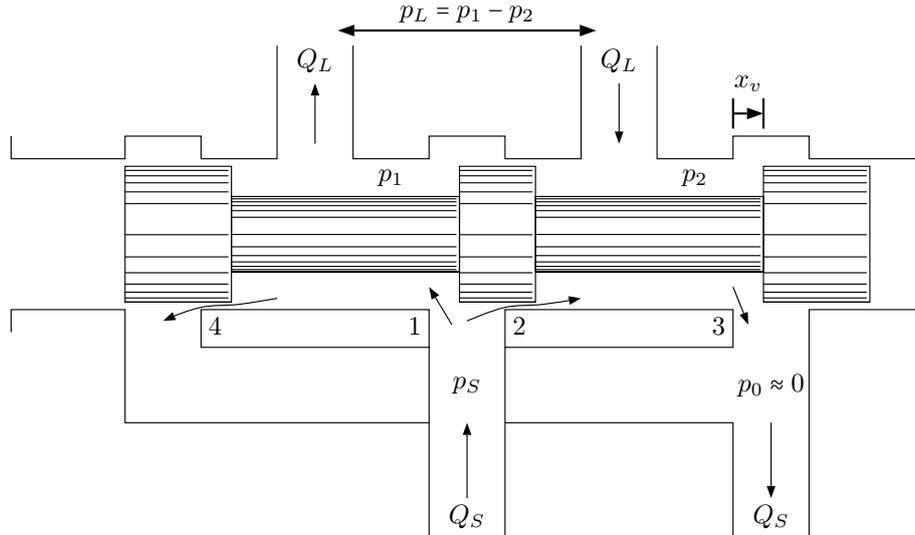


Abbildung 6.2: Vier-Wege-Ventil mit Nullüberdeckung (nach [22, S. 80])

mit den Ventilöffnungen A_1 bis A_4 , dem Versorgungsdruck p_S , dem Rücklaufdruck $p_0 \approx 0$ und den Kammerdrücken p_1 bzw. p_2 . Symmetrisch ausgeführte Ventilöffnungen

$$A(x_v) = A_1(x_v) = A_3(x_v) = A_2(-x_v) = A_4(-x_v) \quad (6.15)$$

führen auf die Beziehungen

$$Q_1 = Q_3 \quad (6.16)$$

$$Q_2 = Q_4 \quad (6.17)$$

und

$$p_S = p_1 + p_2.$$

Für die Kammerdrücke gilt in weiterer Folge

$$p_1 = \frac{p_S + p_L}{2} \quad (6.18)$$

$$p_2 = \frac{p_S - p_L}{2} \quad (6.19)$$

und für Gleichung (6.9) ergibt sich aufgrund der Symmetriebedingungen (6.15)

$$\begin{aligned} Q_L &= Q_1 - Q_4 = Q_1 - Q_2 \\ &= c_d A_1 \hat{\sqrt{\frac{2}{\rho}(p_S - p_1)}} - c_d A_2 \hat{\sqrt{\frac{2}{\rho}(p_S - p_2)}} \\ &= c_d A_1 \hat{\sqrt{\frac{1}{\rho}(p_S - p_L)}} - c_d A_2 \hat{\sqrt{\frac{1}{\rho}(p_S + p_L)}}. \end{aligned} \quad (6.20)$$

Abhängig von der Funktion $A(x_v)$ unterscheidet man zwischen Ventilen mit positiver, mit negativer und mit Nullüberdeckung. Für regelungstechnische Aufgaben kommen

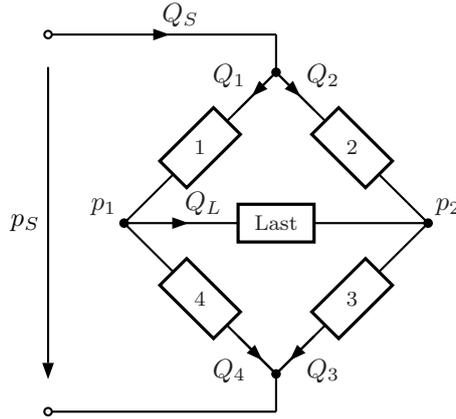


Abbildung 6.3: Hydraulische Vollbrücke (nach [22, S. 80])

meist Ventile mit Nullüberdeckung, sogenannte *Nullschnittventile* zum Einsatz. Eine positive Überdeckung würde nämlich zu einer toten Zone im Bereich kleiner Steuerkolbenauslenkungen x_v führen, eine negative Überdeckung zu unerwünschten Verlusten aufgrund von Leckströmen. Für ideale, also leakagefreie Ventile mit Nullüberdeckung und linearer Ventilöffnung gilt

$$A = A(x_v) = \begin{cases} wx_v & \text{für } x_v \geq 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (6.21)$$

wobei w den Flächengradienten darstellt. Mit (6.15) und (6.21) vereinfacht sich Beziehung (6.20) weiter zu

$$\begin{aligned} Q_L &= c_d |A(x_v)| \frac{x_v}{|x_v|} \hat{\sqrt{\frac{1}{\rho} \left(p_S - \frac{x_v}{|x_v|} p_L \right)}} \\ &= c_d w x_v \hat{\sqrt{\frac{1}{\rho} \left(p_S - \frac{x_v}{|x_v|} p_L \right)}}. \end{aligned} \quad (6.22)$$

Die in diesem Abschnitt betrachteten Vier-Wege-Ventile werden in der Literatur auch als *hydraulische Vollbrücke* bezeichnet und lassen sich einfach mit Hilfe des Ersatzschaltbilds aus Abbildung 6.3 beschreiben. Volumenströme entsprechen elektrischen Strömen, Drücke elektrischen Spannungen und Drosseln nichtlinearen ohmschen Widerständen.[8, 15, 22]

6.2.2 Ventilkoeffizienten

Um eine Ventilbeschreibung zu erhalten, die auch in Kombination mit Übertragungsfunktionen einsetzbar ist, muss Gleichung (6.9) linearisiert werden. Man entwickelt daher

die Taylorreihe

$$\begin{aligned} Q_L &= Q_{L,0} + \Delta Q_L \\ &= Q_{L,0} + \left. \frac{\partial Q_L}{\partial x_v} \right|_0 (x_v - x_{v,0}) + \left. \frac{\partial Q_L}{\partial p_L} \right|_0 (p_L - p_{L,0}) + \dots \end{aligned} \quad (6.23)$$

und bricht nach den Termen erster Ordnung ab. Das Verhalten des Ventils im Bereich des Arbeitspunkts $(x_{v,0}, p_{L,0})$ wird gemäß

$$\Delta Q_L = G_q \Delta x_v - G_{pq} \Delta p_L \quad (6.24)$$

in erster Näherung durch die Ventilkoeffizienten

$$G_q = \left. \frac{\partial Q_L}{\partial x_v} \right|_0 \quad (6.25)$$

$$G_{pq} = - \left. \frac{\partial Q_L}{\partial p_L} \right|_0 \quad (6.26)$$

bestimmt, die als *Durchflussverstärkung* (englisch *Flow Gain*) bzw. *Durchfluss-Druckkoeffizient* (englisch *Flow-Pressure Coefficient*) bezeichnet werden. Mit dem negativen Vorzeichen in Gleichung (6.26) wird der Tatsache Rechnung getragen, dass die partielle Ableitung nach dem Lastdruck stets Werte kleiner null liefert.

Ausgehend von der Beziehung (6.22) lassen sich die Koeffizienten eines idealen Nullschnittventils mit linearer Ventilöffnung im Prinzip einfach berechnen. In der Realität ist dabei jedoch Vorsicht geboten, zumindest im Bereich der Mittenstellung $x_{v,0} = 0$. Die aufgrund des radialen Spiels zwischen Kolben und Buchse stets vorhandene Leckage ist in diesem Arbeitspunkt nämlich nicht mehr vernachlässigbar – das Nullschnittventil ähnelt einem Ventil mit negativer Überdeckung. Sowohl die Durchflussverstärkung G_q als auch der Durchfluss-Druckkoeffizient G_{pq} sind damit höher, als in der Theorie.[8, 22]

6.3 Hydraulikzylinder

Der schematische Aufbau eines dynamischen Systems bestehend aus Ventil, Hydraulikzylinder und Last ist Abbildung 6.4 zu entnehmen. Wie schon im vorherigen Abschnitt, soll zur Beschreibung des Ventils auch hier nur die Hauptsteuerstufe betrachtet werden. Die Dynamik der Vorsteuerstufe wird demnach als ideal angenommen, die Steuerkolbenposition ist gemäß

$$i_v \sim x_v \quad (6.27)$$

direkt proportional zum Ventilstrom. Der Hydraulikzylinder sei in Gleichgangbauweise ausgeführt und mit einem Feder-Masse-Dämpfer-System als Last verbunden. Externe und interne Leckagen finden als laminare Strömung Berücksichtigung. Ausgehend von

der Kontinuitätsgleichung (6.5) und dem aus der Mechanik bekannten Impulserhaltungssatz lässt sich der betrachtete Aufbau durch das Differentialgleichungssystem

$$\frac{dV_1}{dt} + \frac{V_1}{\beta_e} \frac{dp_1}{dt} = Q_1 - c_{ip}(p_1 - p_2) - c_{ep}p_1 \quad (6.28)$$

$$\frac{dV_2}{dt} + \frac{V_2}{\beta_e} \frac{dp_2}{dt} = c_{ip}(p_1 - p_2) - c_{ep}p_2 - Q_2 \quad (6.29)$$

$$A_p(p_1 - p_2) = m \frac{d^2 x_p}{dt^2} + d_p \frac{dx_p}{dt} + k_p x_p \quad (6.30)$$

mit

$$Q_1 = c_d A_1(x_v) \hat{\sqrt{\frac{2}{\rho}}(p_S - p_1)} - c_d A_4(x_v) \hat{\sqrt{\frac{2}{\rho}}p_1} \quad (6.31)$$

$$Q_2 = c_d A_2(x_v) \hat{\sqrt{\frac{2}{\rho}}(p_S - p_2)} - c_d A_3(x_v) \hat{\sqrt{\frac{2}{\rho}}p_2} \quad (6.32)$$

beschreiben, wobei V_1 und V_2 gemäß

$$\begin{aligned} V_1 &= V_{01} + A_p x_p + A_v x_v \\ &\approx V_{01} + A_p x_p \end{aligned} \quad (6.33)$$

$$\begin{aligned} V_2 &= V_{02} - A_p x_p - A_v x_v \\ &\approx V_{02} - A_p x_p \end{aligned} \quad (6.34)$$

die eingeschlossenen Ölvolumen, bestehend aus Zylinderkammer, Ventilkammer und Verbindungsleitung darstellen. Die Koeffizienten c_{ip} und c_{ep} beschreiben interne und externe Leckagen, A_p stellt die Kolbenfläche, $m = m_p + m_l$ die Gesamtmasse des Kolbens und der Last, β_e den effektiven Kompressionsmodul, d_p die Dämpfung und k_p die Federkonstante dar. Der Systemdruck p_S wird üblicherweise konstant und der Rücklaufdruck als $p_0 \approx 0$ angenommen.

Obige Beziehungen stellen ein nichtlineares Differentialgleichungssystem vierter Ordnung dar, das sich offensichtlich nicht als Basis für einen linearen Reglerentwurf eignet. In [19, S.47ff] erfolgt daher eine Linearisierung im Arbeitspunkt

$$x_v = 0, \quad x_p = 0, \quad \dot{x}_p = 0, \quad p_1 = \frac{p_S}{2}, \quad p_2 = \frac{p_S}{2} \quad (6.35)$$

sowie die Zustandstransformation

$$p_\Sigma = p_1 + p_2 \quad (6.36)$$

$$p_L = p_1 - p_2. \quad (6.37)$$

Bedeutet der Arbeitspunkt die mittige Ausrichtung des Zylinderkolbens, gilt also

$$V_0 = V_{01} = V_{02}, \quad (6.38)$$

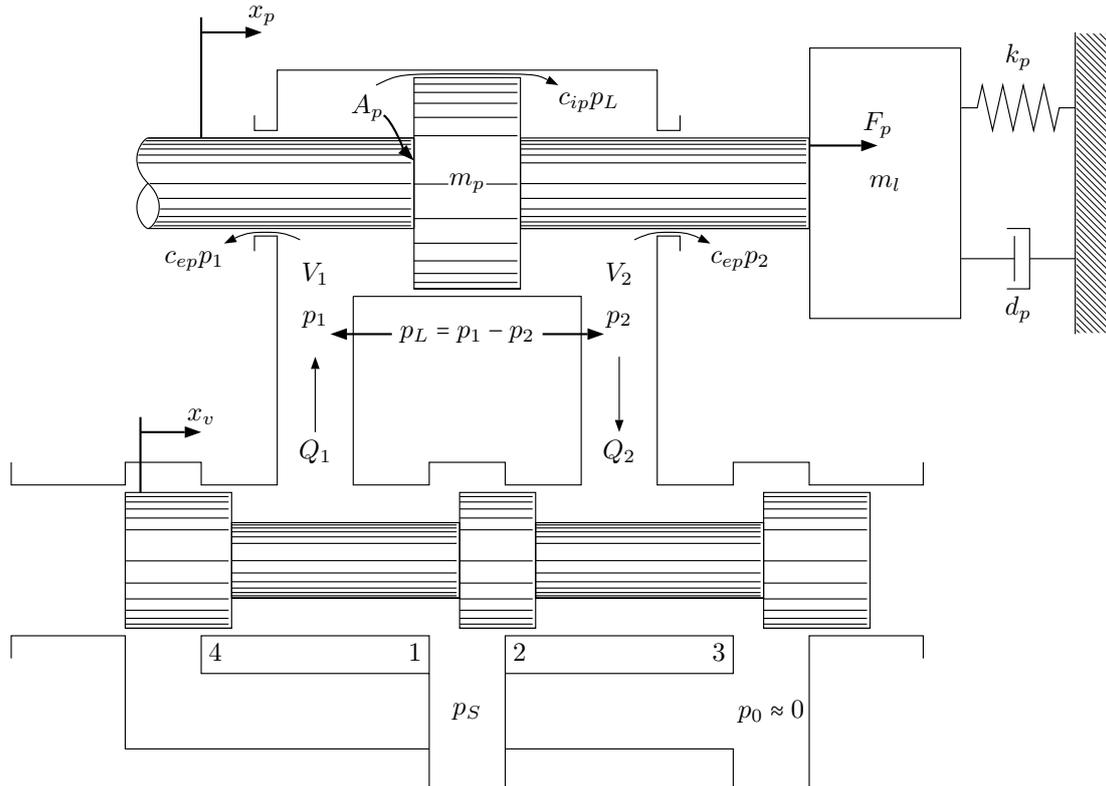


Abbildung 6.4: Ventil und Zylinder (nach [22, S. 147])

dann gehen sowohl Steuerbarkeit als auch Beobachtbarkeit verloren und der Grad der Übertragungsfunktion ist kleiner als die Systemordnung. Voraussetzung für diese Gradreduktion ist jedoch ein ideales Nullschnittventil.

Einen anderen, etwas einfacher nachvollziehbaren Ansatz verfolgt [22, S. 145]. Aufgrund der externen Leckage des Zylinders wird der Lastdurchfluss gemäß

$$Q_L = \frac{Q_1 + Q_2}{2} \quad (6.39)$$

neu definiert und angenommen, dass Beziehung (6.9) noch immer Gültigkeit besitzt, der Lastdurchfluss also einzig durch die Ventilkolbenposition x_v und die Druckdifferenz

$$p_L = p_1 - p_2 \quad (6.40)$$

bestimmt ist. Einsetzen von (6.28) und (6.29) in (6.39) führt mit

$$V_0 = V_{01} = V_{02} \quad (6.41)$$

zunächst auf

$$\begin{aligned} Q_L &= \frac{1}{2} \left(\frac{dV_1}{dt} - \frac{dV_2}{dt} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{V_1}{\beta_e} \frac{dp_1}{dt} - \frac{V_2}{\beta_e} \frac{dp_2}{dt} \right) + \left(c_{ip} + \frac{c_{ep}}{2} \right) p_L \\ &= A_p \frac{dx_p}{dt} + \frac{V_0}{2\beta_e} \frac{dp_L}{dt} + \frac{A_p x_p}{\beta_e} \left(\frac{dp_1}{dt} + \frac{dp_2}{dt} \right) + \left(c_{ip} + \frac{c_{ep}}{2} \right) p_L. \end{aligned}$$

Nimmt man weiters

$$\frac{dp_1}{dt} + \frac{dp_2}{dt} \approx 0 \quad (6.42)$$

an – dies ist streng genommen nur in Abwesenheit externer Leckagen erlaubt –, so ergibt sich die Beziehung

$$Q_L = A_p \frac{dx_p}{dt} + \frac{V_0}{2\beta_e} \frac{dp_L}{dt} + \left(c_{ip} + \frac{c_{ep}}{2} \right) p_L. \quad (6.43)$$

Das linearisierte Modell zur Beschreibung des Gesamtsystems lautet damit

$$Q_L = A_p \frac{dx_p}{dt} + \frac{V_0}{2\beta_e} \frac{dp_L}{dt} + \left(c_{ip} + \frac{c_{ep}}{2} \right) p_L \quad (6.44)$$

$$A_p p_L = m \frac{d^2 x_p}{dt^2} + d_p \frac{dx_p}{dt} + k_p x_p \quad (6.45)$$

$$Q_L = G_q x_v - G_{pq} p_L, \quad (6.46)$$

wobei die Ventilstellung x_v als Eingangsgröße und die Kolbenposition x_p sowie die aufgebraachte Kolbenkraft

$$F_p = A_p p_L - m_p \frac{d^2 x_p}{dt^2} = m_l \frac{d^2 x_p}{dt^2} + d_p \frac{dx_p}{dt} + k_p x_p \quad (6.47)$$

als Ausgangsgrößen aufzufassen sind.[19, 22]

6.4 Übertragungsverhalten

Ausgehend vom linearen Systemmodell (6.44)–(6.46) erhält man mit Hilfe der Laplace-Transformation sowie einigen Umformungen die Übertragungsfunktionen

$$x_v \rightarrow x_p : \quad P_x(s) = \frac{x_p(s)}{x_v(s)} = \frac{\frac{G_q}{A_p}}{\frac{mV_0}{2\beta_e A_p^2} s^3 + \left(\frac{mc_p}{A_p^2} + \frac{d_p V_0}{2\beta_e A_p^2} \right) s^2 + \left(1 + \frac{c_p d_p}{A_p^2} + \frac{k_p V_0}{2\beta_e A_p^2} \right) s + \frac{c_p k_p}{A_p^2}} \quad (6.48)$$

$$x_v \rightarrow F_p : \quad P_F(s) = \frac{F_p(s)}{x_v(s)} = \frac{\frac{m_l G_q}{A_p} s^2 + \frac{d_p G_q}{A_p} s + \frac{k_p G_q}{A_p}}{\frac{mV_0}{2\beta_e A_p^2} s^3 + \left(\frac{mc_p}{A_p^2} + \frac{d_p V_0}{2\beta_e A_p^2} \right) s^2 + \left(1 + \frac{c_p d_p}{A_p^2} + \frac{k_p V_0}{2\beta_e A_p^2} \right) s + \frac{c_p k_p}{A_p^2}} \quad (6.49)$$

mit

$$c_p = G_{pq} + c_{ip} + \frac{c_{ep}}{2}. \quad (6.50)$$

Aufgrund der in Abschnitt 6.3 getroffenen Annahmen ist klar, dass diese Beziehungen nicht in allen Arbeitspunkten gelten können. Neben der Linearität des Ventils wurden vernachlässigbare externe Leckage sowie die Mittenstellung des Zylinderkolbens bei $x_p = 0$ vorausgesetzt.

Einen kritischen Faktor bei der Modellbildung stellen außerdem die Modellparameter dar. Während man das Kammervolumen V_0 , die Kolbenfläche A_p und die Masse m im Normalfall relativ genau kennt, sind der effektive Kompressionsmodul β_e sowie die Leakage-Koeffizienten c_{ip} und c_{ep} selten a priori bekannt. Sie müssen bei Bedarf messtechnisch ermittelt werden. Der Dämpfungswert d_p und die Federkonstante k_p werden im Wesentlichen durch die Last, also den Prüfstands Aufbau bestimmt. Sowohl nichtlineare Erscheinungen als auch zeitvariante Effekte sind hier keine Seltenheit.

Die *Durchflussverstärkung* G_q des Servoventils geht offenbar direkt in die Verstärkung des Gesamtsystems ein und spielt für die Stabilität der Regelung somit eine wesentliche Rolle. Bei Ventilen mit negativer oder Nullüberdeckung weist die Verstärkung ihr Maximum bei $x_v = 0$ auf, weshalb dieser Arbeitspunkt hinsichtlich der Stabilitätsreserve am kritischsten ist. Gleichzeitig ist hier auch der *Durchfluss-Druckkoeffizient* G_{pq} minimal, was gemäß Gleichung (6.55) zu einer verhältnismäßig schwachen Dämpfung der hydraulischen Resonanz führt.[22]

6.4.1 Aufbauten ohne Kraftschluss

Aufbauten ohne Kraftschluss zeichnen sich durch eine Federkonstante $k_p = 0$ aus sind ausschließlich im Zusammenhang mit *Positionsregelungen* anzutreffen. Im Normalfall ist aufgrund der niedrigen Leckagen und der schwachen Dämpfung die Annahme

$$\frac{c_p d_p}{A_p^2} \ll 1 \quad (6.51)$$

gerechtfertigt, womit man für obige Übertragungsfunktionen

$$x_v \rightarrow x_p: \quad P_x(s) = \frac{x_p(s)}{x_v(s)} = \frac{\frac{G_q}{A_p}}{s \left(\frac{1}{\omega_h^2} s^2 + \frac{2\zeta_h}{\omega_h} s + 1 \right)} \quad (6.52)$$

$$x_v \rightarrow F_p: \quad P_F(s) = \frac{F_p(s)}{x_v(s)} = \frac{\frac{m_l G_q}{A_p} s + \frac{d_p G_q}{A_p}}{\frac{1}{\omega_h^2} s^2 + \frac{2\zeta_h}{\omega_h} s + 1} \quad (6.53)$$

mit

$$\omega_h = \sqrt{\frac{2\beta_e A_p^2}{m V_0}} \quad (6.54)$$

$$\zeta_h = \frac{c_p}{A_p} \sqrt{\frac{\beta_e m}{2V_0}} + \frac{d_p}{A_p} \sqrt{\frac{V_0}{8\beta_e m}} \quad (6.55)$$

erhält. Gilt außerdem $d_p = 0$, vereinfacht sich Gleichung 6.45 zu

$$F_p = m_l \ddot{x}_p$$

und P_F weist erwartungsgemäß differenzierendes Verhalten auf.[22]

6.4.2 Aufbauten mit Kraftschluss

Aufbauten mit Kraftschluss besitzen eine Federkonstante $k_p > 0$ und werden typischerweise einer *Kraftregelung* unterworfen. Berücksichtigt man die Größenordnungen der Modellparameter in Gleichung (6.48) bzw. (6.49), so lassen sich die Übertragungsfunktionen auch hier deutlich vereinfachen.

Ausgehend von Bedingung (6.51) kann für das Nennerpolynom obiger Übertragungsfunktionen

$$\begin{aligned} \frac{mV_0}{2\beta_e A_p^2} s^3 + \left(\frac{mc_p}{A_p^2} + \frac{d_p V_0}{2\beta_e A_p^2} \right) s^2 + \left(1 + \frac{k_p V_0}{2\beta_e A_p^2} \right) s + \frac{c_p k_p}{A_p^2} = \\ \frac{1}{\omega_h^2} s^3 + \frac{2\zeta_h}{\omega_h} s^2 + \left(1 + \frac{k_p V_0}{2\beta_e A_p^2} \right) s + \frac{c_p k_p}{A_p^2} = \\ \left(\frac{1}{\omega_h^2} s^2 + \frac{2\zeta_h}{\omega_h} s + 1 \right) \left(s + \frac{c_p k_p}{A_p^2} \right) - \frac{1}{\omega_h^2} \frac{c_p k_p}{A_p^2} s^2 - \frac{2\zeta_h}{\omega_h} \frac{c_p k_p}{A_p^2} s + \frac{k_p V_0}{2\beta_e A_p^2} s \end{aligned}$$

geschrieben werden. Unter der Voraussetzung, dass die Dämpfung d_p verhältnismäßig gering ist, vereinfacht sich Beziehung (6.55) zu

$$\zeta_h \approx \frac{c_p}{A_p} \sqrt{\frac{\beta_e m}{2V_0}}. \quad (6.56)$$

Nimmt man außerdem eine hinreichend kleine Federkonstante k_p an, gilt

$$\frac{k_p V_0}{2\beta_e A_p^2} \ll 1 \quad (6.57)$$

$$\left(\frac{c_p \sqrt{mk_p}}{A_p^2} \right)^2 \ll 1 \quad (6.58)$$

und es ergibt sich

$$x_v \rightarrow x_p: \quad P_x(s) = \frac{x_p(s)}{x_v(s)} = \frac{\frac{G_q}{A_p}}{\left(\frac{1}{\omega_h^2} s^2 + \frac{2\zeta_h}{\omega_h} s + 1 \right) \left(s + \frac{c_p k_p}{A_p^2} \right)} \quad (6.59)$$

$$x_v \rightarrow F_p: \quad P_F(s) = \frac{F_p(s)}{x_v(s)} = \frac{\frac{m_l G_q}{A_p} s^2 + \frac{d_p G_q}{A_p} s + \frac{k_p G_q}{A_p}}{\left(\frac{1}{\omega_h^2} s^2 + \frac{2\zeta_h}{\omega_h} s + 1 \right) \left(s + \frac{c_p k_p}{A_p^2} \right)}. \quad (6.60)$$

mit

$$\omega_h = \sqrt{\frac{2\beta_e A_p^2}{mV_0}} \quad (6.61)$$

$$\zeta_h = \frac{c_p}{A_p} \sqrt{\frac{\beta_e m}{2V_0}}. \quad (6.62)$$

Die Zulässigkeit der Annahmen (6.56)–(6.58) kann an dieser Stelle nicht überprüft werden. Eine Rechtfertigung der Vereinfachungen muss grundsätzlich für den jeweiligen Einzelfall erfolgen.[22]

6.5 Zusammenfassung

Um das prinzipielle Verhalten servohydraulischer Zylinder innerhalb eines Prüfaufbaus zu veranschaulichen, wurde im Rahmen dieses Kapitels ein mathematisches Modell zur Beschreibung des dynamischen Systems, bestehend aus Ventil, Zylinder und Last hergeleitet. Die Ergebnisse der analytischen Modellbildung sind in Abschnitt 6.4 als Übertragungsfunktionen zusammengefasst und zeigen typische Streckencharakteristika, die bei Positions- und Kraftregelungen anzutreffen sind.

Positionsregelungen kommen üblicherweise bei vernachlässigbarem oder gänzlich fehlendem Kraftschluss zum Einsatz. Das Übertragungsverhalten der Strecke kann in diesem Fall gemäß Gleichung (6.52) beschrieben werden und entspricht in erster Näherung einem Integrierer. Aufgrund der Kompressibilität der Hydraulikflüssigkeit enthält das Streckenmodell zudem eine Resonanz, deren Frequenz in der Regel sehr hoch ist und von der Geometrie des Zylinders, den Eigenschaften der Hydraulikflüssigkeit und der gesamten bewegten Masse abhängt.

Die Regelung der Kolbenkraft ist bei Linearantrieben aufgrund des beschränkten Arbeitsbereichs naturgemäß nur dann sinnvoll, wenn ein Kraftschluss besteht. Unter der Voraussetzung, dass die mechanische Steifigkeit k_p hinreichend niedrig ist, lässt sich die Regelstrecke gemäß Gleichung (6.60) modellieren. Sind außerdem m_l und d_p vergleichsweise klein, ergibt sich ein sehr ähnliches Bild wie im Fall der Wegregelung.

Kapitel 7

Identifikation einer Strecke

In Kapitel 2 wurden wesentliche Grundlagen zum Thema Systemidentifikation vorgestellt, ohne dabei auf eine konkrete Anwendung einzugehen. Im Rahmen dieses Kapitels soll die bekannte Theorie nun erstmals in die Praxis umgesetzt werden – bei der Identifikation einer geregelten Strecke.

Die zur Identifikation notwendigen Ein- und Ausgangssignale entspringen jedoch nicht einem realen Experiment, sondern einer Simulation. Damit ist das wahre Übertragungsverhalten der Strecke bekannt und lässt sich gut mit den erhaltenen Resultaten vergleichen. Zusätzlich sind die Auswirkungen unterschiedlicher Identifikationsparameter auf die Qualität der Ergebnisse ersichtlich, womit sich ein „Gefühl“ für die verwendeten Identifikationswerkzeuge entwickeln lässt.

In den Abschnitten 7.1 und 7.2 erfolgt zunächst eine Vorstellung des verwendeten Simulationsmodells und der eingesetzten Führungssignale. Auf die eigentliche Identifikation soll dann ausführlich in den Abschnitten 7.3 und 7.4 eingegangen werden.

7.1 Simulationsmodell

Wie einleitend erwähnt, beschäftigt sich dieses Kapitel mit Closed-Loop-Identifikation basierend auf Simulationsdaten. Der Aufbau des dafür notwendigen Simulationsmodells ist Abbildung 7.1 zu entnehmen und entspricht offensichtlich einem Abtastregelkreis mit

$$f_s = 5 \text{ kHz} \quad (7.1)$$

$$T_s = \frac{1}{f_s} = 0,2 \text{ ms}, \quad (7.2)$$

$$(7.3)$$

wobei f_s die Frequenz und T_s das Intervall der Abtastung darstellt. Die Strecke wird als zeitkontinuierliche Übertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = \frac{V}{s \left(\frac{1}{\omega_2^2} s^2 + \frac{2\zeta_1}{\omega_1} s + 1 \right) \left(\frac{s}{\omega_2} + 1 \right) \left(\frac{s}{\omega_3} + 1 \right)} e^{-sT_s} \quad (7.4)$$

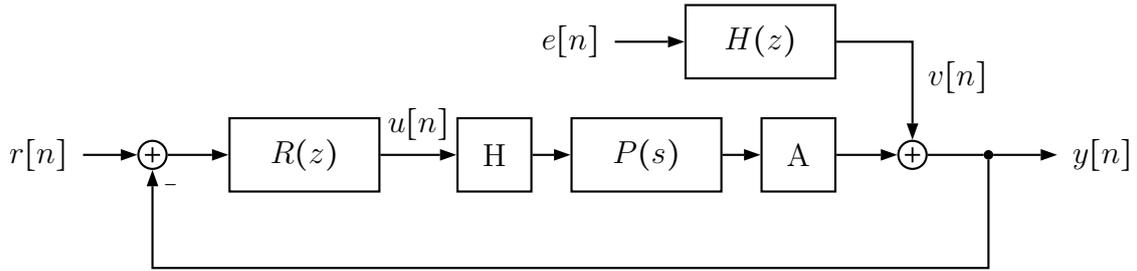


Abbildung 7.1: Simulationsmodell

mit den Parametern

$$V = 2,5 \frac{\text{mm/s}}{\text{mA}} \quad (7.5)$$

$$\zeta_1 = 0,02 \quad (7.6)$$

$$\omega_1 = 2\pi \cdot 160 \text{ Hz} \quad (7.7)$$

$$\omega_2 = 2\pi \cdot 170 \text{ Hz} \quad (7.8)$$

$$\omega_3 = 2\pi \cdot 300 \text{ Hz} \quad (7.9)$$

$$T_t = 6,0 \text{ ms} = 30 \cdot T_s \quad (7.10)$$

modelliert und weist ein für Positionsregelungen typisches Verhalten auf. Bei der A/D-Wandlung kommt ein ideales Abtastglied, bei der D/A-Wandlung ein ideales Halteglied nullter Ordnung zum Einsatz. Letzteres sorgt dafür, dass die Stellgröße zwischen den Abtastzeitpunkten konstant bleibt, $u(t)$ also einer Treppenfunktion gleicht. Abschnitt 3.4.1 zufolge ergibt sich aus Sicht des Reglers ein zeitdiskretes Streckenmodell der Gestalt

$$P(z) = \frac{z}{z-1} \mathcal{Z} \left\{ P(s) \frac{1}{s} \right\}. \quad (7.11)$$

Der zeitdiskrete Proportionalregler

$$R(z) = 10 \frac{\text{mA}}{\text{mm}} \quad (7.12)$$

erhebt keinen Anspruch auf Optimalität. Er dient im Wesentlichen nur der Stabilisierung und stellt einen Kompromiss zwischen schneller Anstiegszeit und niedrigem Einfluss der Resonanz bei ω_1 dar.

Die Modellierung der Störung $v[n]$ erfolgt durch Tiefpassfilterung eines mittelwertfreien weißen Rauschsignals $e[n]$. Zur Implementierung des Tiefpasses $H(z)$ wird ein Butterworth-Filter sechster Ordnung mit Knickfrequenz $f_c = 500 \text{ Hz}$ eingesetzt.

Um in der Simulation möglichst realitätsnahe Wertebereiche sicherzustellen, sollen Stell- und Ausgangssignal den Beschränkungen

$$-40 \text{ mA} \leq u \leq 40 \text{ mA} \quad (7.13)$$

$$-20 \text{ mm} \leq y \leq 20 \text{ mm} \quad (7.14)$$

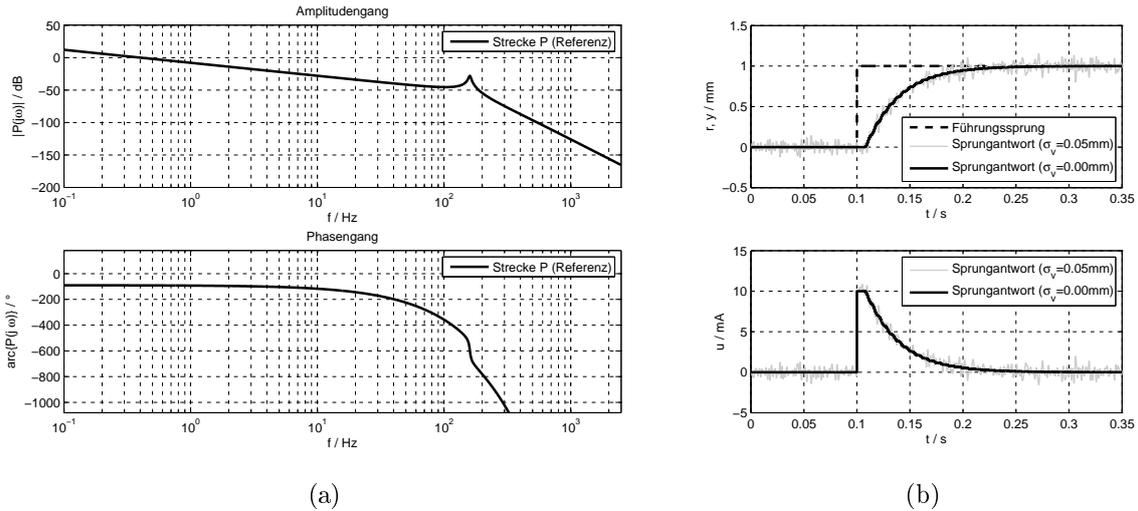


Abbildung 7.2: Verhalten des Simulationsmodells: (a) Bodediagramm der Strecke, (b) Sprungantwort des Regelkreises

unterliegen. Die ausgangsseitige Störgröße $v[n]$ weist im Regelfall eine Standardabweichung von $\sigma_v = 0,05$ mm auf, wird zur Verdeutlichung gewisser Effekte jedoch auch erhöht oder gleich null gesetzt.

7.2 Führungssignale

Um den Einfluss der Signalform auf das Identifikationsergebnis zu untersuchen, soll die Anregung sowohl mit *Rauschen*, als auch mit *Binärsignalen* erfolgen. Diese Signale unterscheiden sich vor allem durch die Höhe des Scheitelfaktors sowie die Formbarkeit des Spektrums und stellen hinsichtlich der beiden genannten Kriterien im Prinzip die Extremfälle dar (siehe Abschnitt 2.4).

Die Anwendung indirekter Identifikationsverfahren setzt bekanntlich die Linearität des gesamten Regelkreises voraus. Ein nichtlineares Verhalten der Strecke darf ebenso wenig auftreten, wie die Sättigung des Reglerausgangs durch die Stellgrößenbeschränkung (siehe Abschnitt 2.1). Aus dieser Forderung ergibt sich offensichtlich ein Maximalwert für die Führungsgröße, der aufgrund der einfachen Natur und konservativen Einstellung des Reglers einfach abgeschätzt werden kann. Unter der Annahme, dass sich die Strecke in einem stationären Zustand befindet, führt ein Führungssprung von $\Delta r_{max} = 4$ mm zu einem Stellgrößenimpuls von $u = u_{max} = 40$ mA. Berücksichtigt man das Rauschen sowie leichte Überschwinger des Ausgangssignals in einem Sicherheitsfaktor, ergibt sich für das Führungssignal die Bedingung

$$|r[n]| \leq 0,95 \frac{\Delta r_{max}}{2} = 1,9 \text{ mm}, \quad (7.15)$$

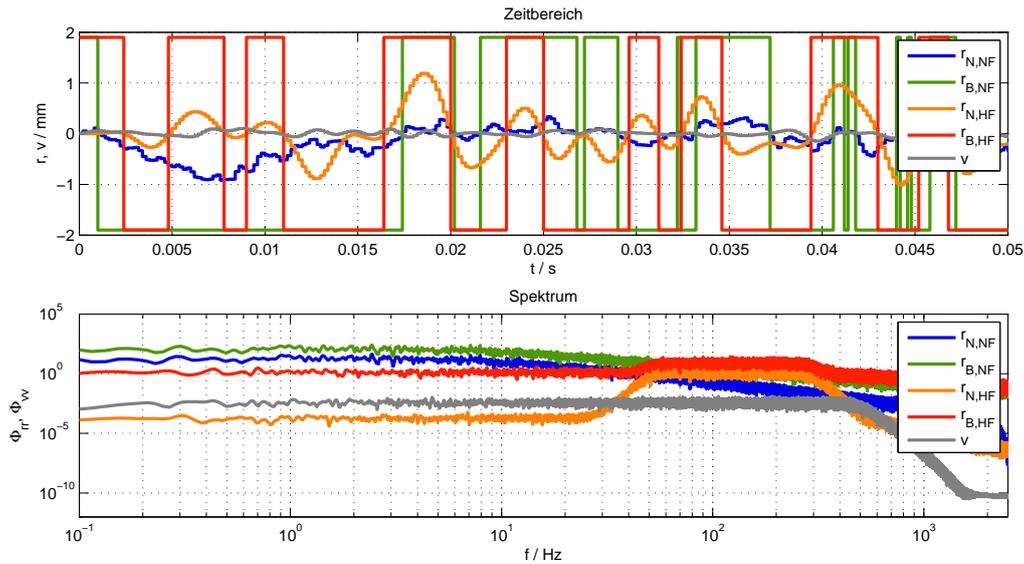


Abbildung 7.3: Führungssignale zur Identifikation mit Leistungsdichtespektren

Name	Erzeugung	n	f/Hz	$\max r /\text{mm}$	σ_r/mm
$r_{N,NF}$	Tiefpass Butterworth	1	0–10	1,90	0,63
$r_{N,HF}$	Bandpass Butterworth	12	50–300	1,90	0,63
$r_{B,NF}$	Tiefpass Butterworth, Signum	1	0–10	1,90	1,90
$r_{B,HF}$	Bandpass Butterworth, Signum	12	50–300	1,90	1,90

Tabelle 7.1: Führungssignale zur Identifikation mit Leistungsdichtespektren: n und f bezeichnen Ordnung und Durchlassbereich des Filters, $\max|r|$ und σ_r den Maximalwert und die Standardabweichung des Führungssignals

mit der eine Sättigung der Stellgröße verhindert werden sollte.

Zur Optimierung des Signal-Rausch-Verhältnisses ist es bekanntlich von Vorteil, mit möglichst hoher Leistung anzuregen. Aufgrund obiger Amplitudenbeschränkung kann die Leistung des Führungssignals jedoch nicht in allen Frequenzbereichen beliebig hoch gewählt werden. Es ist daher notwendig, einzelne Bereiche separat zu untersuchen. Abbildung 7.3 sowie Tabelle 7.1 sind die Eigenschaften der Führungssignale zu entnehmen, mit denen entweder niederfrequent (NF) oder hochfrequent (HF) angeregt und identifiziert werden kann.

7.3 Identifikation mit Leistungsdichtespektren

Die Systemidentifikation mit Hilfe der spektralen Leistungsdichte stellt ein nicht-parametrisches Verfahren zur Bestimmung von Frequenzgängen dar. Im Zuge dieses Abschnitts

wird zunächst auf die Spektralschätzung mit MATLAB und anschließend auf die Lösung des eigentlichen Identifikationsproblems eingegangen.

7.3.1 Werkzeuge in MATLAB

Für die Schätzung von Frequenzgängen dynamischer Systeme bieten sich die MATLAB-Funktionen `cpsd` und `mscohere` an, die in der *Signal Processing Toolbox* enthalten sind. Sie stellen die Funktionalität zur Bestimmung von Kreuzleistungsdichte- und Kohärenzspektren bereit und decken aufgrund ihrer vielseitigen Parametrierbarkeit alle in Abschnitt 2.2.3 vorgestellten Algorithmen ab. Die Schätzung der Spektren basiert grundsätzlich auf der Mittelung modifizierter Periodogramme, wobei jedoch die Fensterlänge, die Fensterfunktion und die Überlappung einstellbar ist.

Im Rahmen dieser Arbeit finden stets Hamming-Fenster und Überlappungen von 50% Anwendung – dies entspricht der klassischen Methode nach Welch. Die Verwendung der oben erwähnten Funktionen ist in Auflistung 7.1 dargestellt und im Prinzip selbsterklärend. Hingewiesen werden sollte jedoch auf die Berechnung des Kreuzleistungsdichtespektrums in Zeile 10. Da MATLAB gemäß [20] eine von Gleichung (2.10) abweichende Definition der Kreuzkorrelation verwendet, muss zuerst y und dann x an die Funktion `cpsd` übergeben werden. Bei komplexwertigen Signalen x und y ist zusätzlich noch die komplexe Konjugation zu berücksichtigen.

```
1 Nwin = ...           % Fensterlänge
2 win = hamming(Nwin); % Hamming-Fenster
3 Novl = ceil(0.5*Nwin); % Überlappung 50%
4
5 % Autoleistungsdichtespektren
6 [Phi_xx, wn] = cpsd(x, x, win, Novl);
7 [Phi_yy, ~] = cpsd(y, y, win, Novl);
8
9 % Kreuzleistungsdichtespektren
10 [Phi_xy, ~] = cpsd(y, x, win, Novl);
11 [Phi_yx, ~] = cpsd(x, y, win, Novl); % = conj(Phi_xy)
12
13 % Kohärenzspektrum
14 [gamma_2, ~] = mscohere(x, y, win, Novl);
```

Auflistung 7.1: Schätzung von Leistungsdichte- und Kohärenzspektren mit MATLAB R2009b

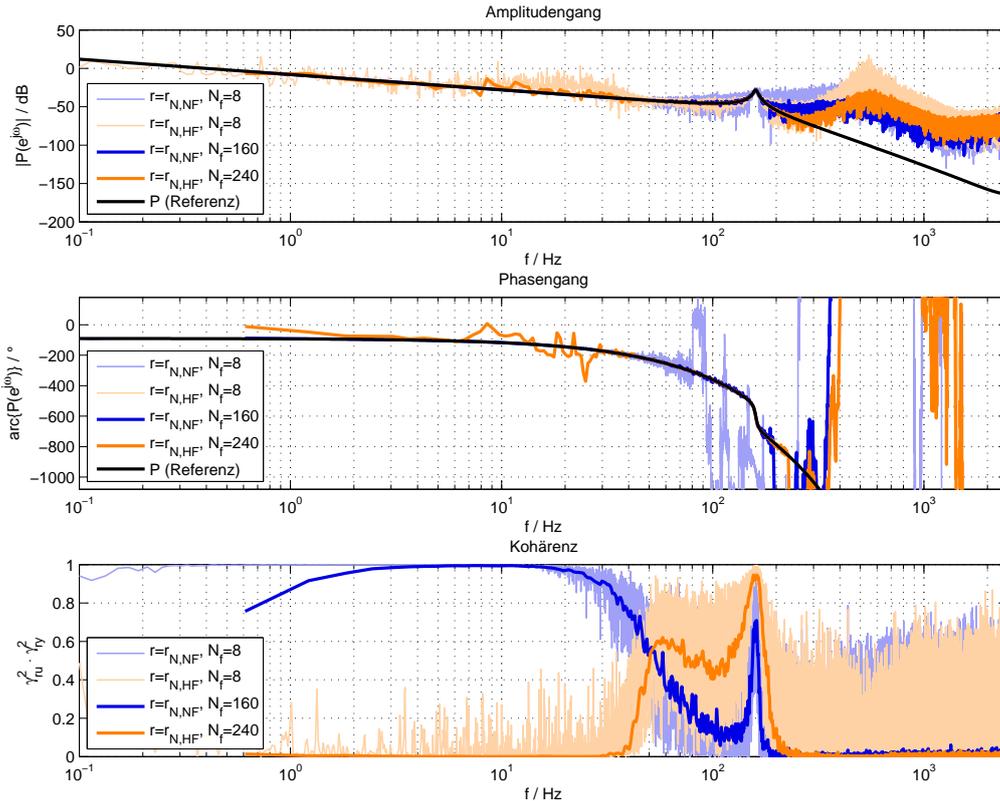


Abbildung 7.4: Identifikationsergebnis auf Basis rauschförmiger Führungssignale (Auswertung nach Welch mit 50% Überlappung und Hamming-Fenster, Messdauer $T_{mess} = T_{sim} = 120$ s)

7.3.2 Systemidentifikation

Nachdem sich die zu identifizierende Strecke innerhalb eines Regelkreises befindet, erfolgt die Bestimmung des Frequenzganges *indirekt*, unter Zuhilfenahme der Beziehung

$$\hat{P}(e^{j\omega_n}) = \frac{\Phi_{ry}(\omega_n)}{\Phi_{ru}(\omega_n)}$$

sowie der Kohärenzfunktionen γ_{ru}^2 und γ_{ry}^2 . Letztere dienen zwar nicht der eigentlichen Modellbildung, stellen jedoch ein nützliches Maß für den linearen Zusammenhang zwischen r und u bzw. r und y dar (siehe Abschnitt 2.2.2).

Bei der Schätzung der Kreuzleistungsdichtespektren und Kohärenzfunktionen kommt das klassische Verfahren nach Welch zum Einsatz: die Fensterung erfolgt mit Hamming-Funktionen, die Überlappung beträgt 50%. Als Einstellmöglichkeiten verbleiben somit nur noch die Anzahl und die Länge der Fenster, wobei diese beiden Parameter bei einer festgelegten Messdauer natürlich nicht unabhängig voneinander vorgebar sind. Es gilt

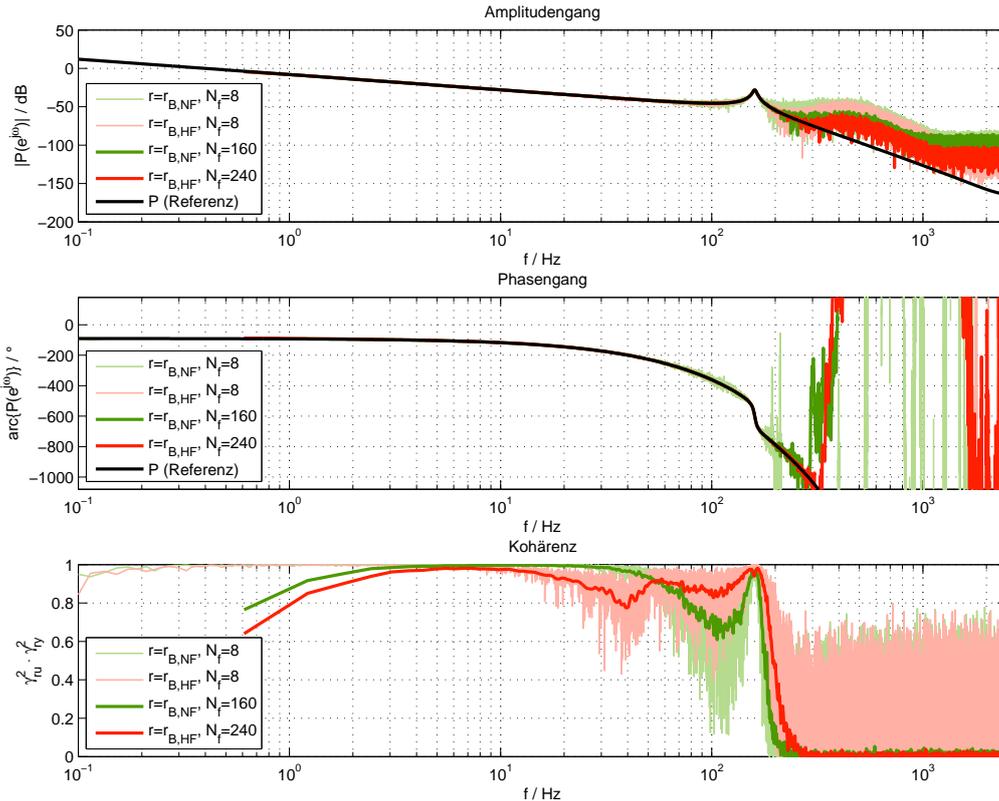


Abbildung 7.5: Identifikationsergebnis auf Basis binärer Führungssignale
(Auswertung nach Welch mit 50% Überlappung und
Hamming-Fenster, Messdauer $T_{mess} = T_{sim} = 120$ s)

daher, einen Kompromiss aus geringem Bias und niedriger Varianz zu finden – eine Minimierung des Bias erfolgt mit langen, eine Minimierung der Varianz mit vielen Fenstern (siehe Abschnitt 2.2.3).

Durch separate Anregung des Systems mit jedem der vier Führungssignale aus Tabelle 7.1 ergeben sich die in Abbildung 7.4 und 7.5 dargestellten Resultate. Bei geeigneter Wahl der Fensteranzahl N_f erhält man sehr gute Übereinstimmungen bis etwa 200 Hz mit rauschförmigen bzw. 250 Hz mit binären Anregungen. Über diesen Frequenzen stellt die Störung v den größten Anteil des Ausgangssignals y dar und verhindert damit eine zuverlässige Schätzung des Kreuzleistungsdichtespektrums Φ_{ry} auf Basis endlich langer Messdaten. Die eigentlich unkorrelierte Störung lässt sich nicht vollständig herausmitteln und führt so auf ein betragsmäßig zu großes Spektrum Φ_{ry} , womit sich auch der Anstieg des Amplitudengangs für hohe Frequenzen erklären lässt. Der schlechte Rauschabstand in diesem Frequenzbereich ist deutlich am Produkt der Kohärenzfunktionen erkennbar, welches im Wesentlichen den Verlauf von γ_{ru}^2 widerspiegelt, da für hohe Frequenzen $\gamma_{ru}^2 \approx 1$ gilt.

Anders als hier, ist das wahre Systemverhalten in der Realität natürlich unbekannt und eine Aussage über die Verlässlichkeit des Identifikationsergebnisses nicht ohne weiteres möglich. Kohärenzfunktionen stellen deshalb ein sehr nützliches Hilfsmittel bei der Interpretation erhaltener Resultate dar. Sie geben zwar keine Auskunft über die Richtigkeit des Identifikationsergebnisses selbst, unter der Annahme eines linearen Systems sind sie jedoch ein gutes Maß für das frequenzabhängige Signal-Rausch-Verhältnis. Je niedriger dieses ist, umso schwieriger gestaltet sich die Schätzung der Leistungsdichtespektren und umso kritischer ist das Identifikationsergebnis auch zu hinterfragen. Man sollte sich an dieser Stelle jedoch darüber im Klaren sein, dass auch die Kohärenz nur einen geschätzten Funktionsverlauf darstellt.

Grundsätzlich ist es zur Prüfung eines Ergebnisses auf Plausibilität außerdem stets von Vorteil, die Funktionsweise der Strecke zu verstehen und den qualitativen Verlauf des Frequenzgangs bereits vor der Identifikation zu kennen.

7.3.3 Anmerkungen

Obwohl die Systemidentifikation mit Hilfe der spektralen Leistungsdichte zwar keine Kenntnis der Modellstruktur oder -ordnung voraussetzt, ist die Richtigkeit des Identifikationsergebnisses nicht garantiert. Im Zuge dieses Abschnitts soll auf Fehler hingewiesen werden, die es bei der Anwendung dieses Verfahrens unbedingt zu vermeiden gilt.

Direkte Identifikation

Die direkte Identifikation der geregelten Strecke führt auf ein Ergebnis der Gestalt

$$\hat{P}(e^{j\omega_n}) = \frac{\Phi_{uy}(\omega_n)}{\Phi_{uu}(\omega_n)} = \frac{P(e^{j\omega_n})\Phi_{rr}(\omega_n) - R^{-1}(e^{j\omega_n})\Phi_{vv}(\omega_n)}{\Phi_{rr}(\omega_n) + \Phi_{vv}(\omega_n)},$$

das offensichtlich nicht dem wirklichen Frequenzgang der Strecke entspricht, sondern dem gewichteten Mittelwert aus Strecke und negativem, inversem Regler. Der auftretende Fehler ist frequenzabhängig und systematisch, verschwindet also auch bei unendlich langer Messdauer nicht (siehe Abschnitt 2.2.2).

Zur Verdeutlichung dieses Effekts soll erneut eine Simulation, jedoch mit vergrößerter Varianz des ausgangsseitigen Rauschens dienen. In Abbildung 7.6(a) ist zu erkennen, dass das Identifikationsergebnis im Bereich hoher Frequenzen deutlich das Verhalten des inversen Reglers widerspiegelt. Gleichzeitig nimmt hier auch die Kohärenzfunktion größere Werte an, da die Rückkopplung der Störung v über den linearen Regler den Zusammenhang zwischen u und y dominiert.

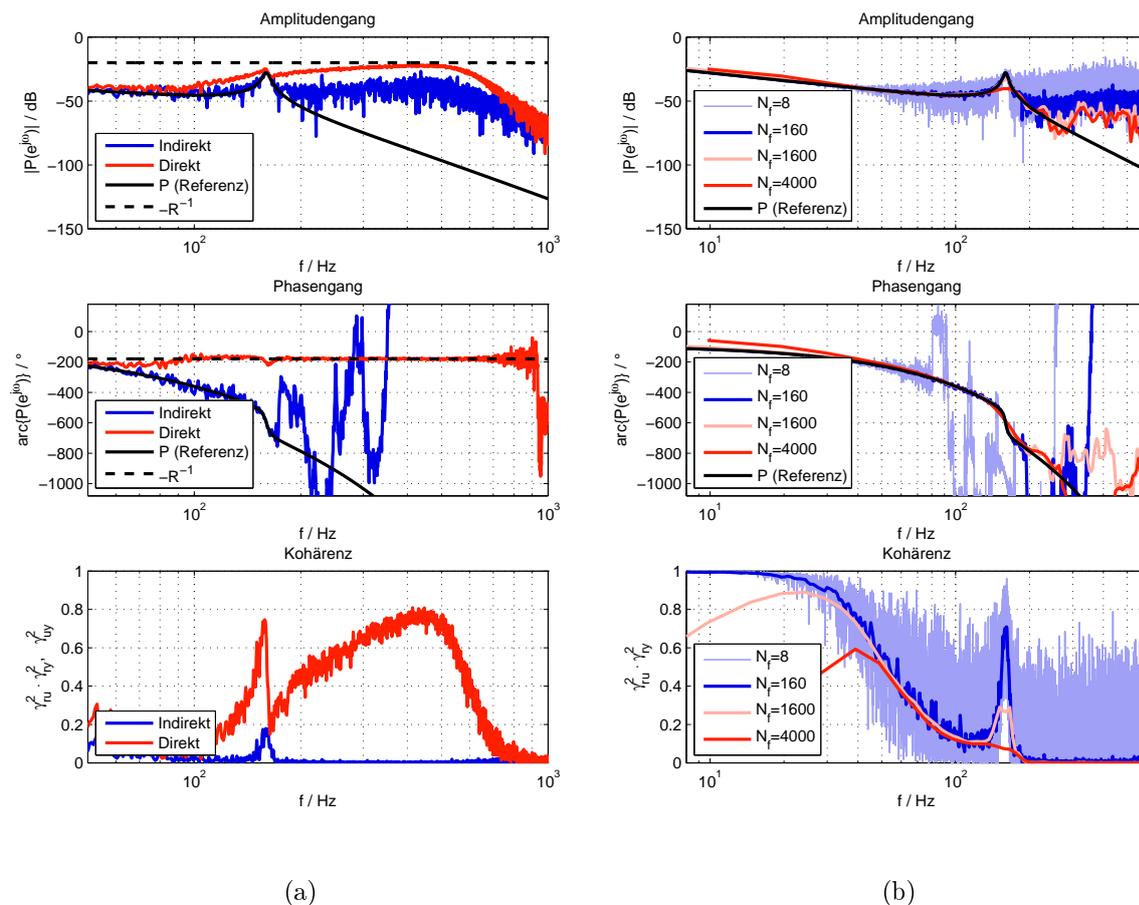


Abbildung 7.6: Mögliche Fehler bei der Identifikation mit Leistungsdichtespektren:
 (a) direkte Identifikation ($r = r_{N,NF}$, Störvarianz $10\sigma_v^2$, $N_f = 160$)
 (b) zu kurze Fenster ($r = r_{N,NF}$, Störvarianz σ_v^2)

Fensterung

Die geeignete Fensterung endlich langer Messsignale ist ein bedeutender Faktor bei der Identifikation mit Leistungsdichtespektren. Bei gleichbleibender Überlappung führt eine Erhöhung der Fensteranzahl naturgemäß zu einer Verringerung der Fensterlänge. Daraus folgt Reduktion der Varianz und eine Erhöhung des Bias. In Abbildung 7.6(b) ist gut zu sehen, dass die Wahl der Fensteranzahl N_f hinsichtlich dieser Kriterien einen Kompromiss darstellt – die Glättung des Spektrums ist demnach nur bis zu einer gewissen Grenze sinnvoll (siehe Abschnitt 2.2.3).

7.4 Identifikation mit Prädikationsfehlern

Die Prädiktionsfehlermethode stellt eines der bekanntesten parametrischen Verfahren zur Bestimmung zeitdiskreter Übertragungsfunktionen dar. Im Zuge dieses Abschnitts wird zunächst wieder auf die von MATLAB bereitgestellten Identifikationsroutinen und anschließend auf die Lösung des eigentlichen Identifikationsproblems eingegangen.

7.4.1 Werkzeuge in MATLAB

Zur Identifikation zeitdiskreter Übertragungsfunktionen mit Hilfe des Prädiktionsfehlerverfahrens kommt im Rahmen dieser Arbeit vorwiegend MATLAB in Kombination mit der *System Identification Toolbox* zum Einsatz. Dieses Programmpaket stellt unter anderem die Funktionen `arx`, `armax`, `oe` und `bj` bereit, die offensichtlich zur Ermittlung von ARX-, ARMAX-, Output-Error- und Box-Jenkins-Modellen bestimmt sind.

Im Verlauf dieses Abschnitts soll die Verwendung der oben genannten Identifikationsroutinen nun anhand der Schätzung eines BJ-Modells erklärt werden. Da sich der Einsatz der anderen drei Funktionen im Wesentlichen nur hinsichtlich der Vorgabe der Polynomgrade unterscheidet, kann auf eine gesonderte Erläuterung dieser verzichtet werden.

Definition der BJ-Struktur in MATLAB

Laut [21] sind BJ-Modelle in MATLAB gemäß

$$y(z) = \frac{B(z)}{F(z)}u(z)z^{-n_k} + \frac{C(z)}{D(z)}e(z) \quad (7.16)$$

und

$$B(z) = b_1 + b_2z^{-1} + \dots + b_{n_b}z^{-n_b+1} \quad (7.17)$$

$$C(z) = 1 + c_1z^{-1} + \dots + c_{n_c}z^{-n_c} \quad (7.18)$$

$$D(z) = 1 + d_1z^{-1} + \dots + d_{n_d}z^{-n_d} \quad (7.19)$$

$$F(z) = 1 + f_1z^{-1} + \dots + f_{n_f}z^{-n_f} \quad (7.20)$$

definiert, wobei mit n_b , n_c , n_d und n_f die Polynomgrade und mit n_k die Totzeit festgelegt werden. Besonders im Hinblick auf die Vorgabe der Totzeit ist zu berücksichtigen, dass es sich bei den Gleichungen (7.17)–(7.20) um Polynome in z^{-1} handelt. Durch kurze Umformung ergibt sich für das Streckenmodell nämlich

$$\begin{aligned} P(z) &= \frac{b_1 + b_2z^{-1} + \dots + b_{n_b}z^{-n_b+1}}{1 + f_1z^{-1} + \dots + f_{n_f}z^{-n_f}} z^{-n_k} \\ &= \frac{b_1z^{n_b-1} + b_2z^{n_b-2} + \dots + b_{n_b}}{z^{n_f} + f_1z^{n_f-1} + \dots + f_{n_f}} z^{-n_k+n_f-n_b+1} \end{aligned} \quad (7.21)$$

mit Zähler- und Nennerpolynom in z .

```

1 %% ##### Laden und Vorverarbeiten der Messdaten #####
2 [...]
3
4 %% ##### Bündelung der Messdaten #####
5 mydata = iddata(y, u, Ts);
6
7
8 %% ##### Identifikation #####
9 %% Variante 1 - Identifikation ohne Vorgabe der Anfangswerte
10 % Spezifikation der Polynomgrade
11 nb = 5; nc = 10; nd = 10; nf = 5; nk = 31;
12 % Identifikation
13 mymdl = bj(mydata, [nb nc nd nf nk], ...
14             'Focus', 'Prediction', ... % alternativ 'Simulation'
15             'MaxIter', 200, ...       % Abbruchkriterium (Standard 20)
16             'Tolerance', 1e-6);      % Abbruchkriterium (Standard 0.01)
17
18 %% Variante 2 - Identifikation mit Vorgabe der Anfangswerte
19 % Spezifikation von B(1/z), C(1/z), D(1/z) u. F(1/z) + Varianz von e
20 B = [...]; C = [...]; D = [...]; F = [...]; s2e = [...];
21 % Identifikation
22 bjInit = idpoly(1, B, C, D, F, s2e, Ts,
23               'nb', nb, 'nc', nc, 'nd', nd, 'nf', nf, 'nk', nk, ...
24               'Focus', [...]);
25 mymdl = bj(mydata, bjInit);
26
27 %% Variante 3 - Fortsetzen einer Identifikation
28 mymdl = bj(mydata, mymdl);
29
30
31 %% ##### Ergebnisse #####
32 mymdl.EstimationInfo % Statusinformationen
33 Pz = tf(mymdl('m')); % Streckenmodell
34 Hz_n = tf(mymdl('n')); % normiertes Störmodell

```

Auflistung 7.2: Schätzung von Übertragungsfunktionen mit MATLAB R2009b

Identifikationsroutine

Die Identifikation eines BJ-Modells ist beispielhaft in Auflistung 7.2 dargestellt und bedarf keiner besonders ausführlichen Erklärung. Erwähnenswert scheint an dieser Stelle lediglich der Aufruf der Identifikationsroutine in Zeile 13, wo neben den Messdaten und der genauen Spezifikation der Modellstruktur auch die optionalen Parameter *Focus*, *MaxIter* und *Tolerance* übergeben werden. Diese Zusatzparameter stellen nur zwei von vielen möglichen dar und dienen der Konfiguration des Lösungsalgorithmus. Da eine Erklärung aller verfügbaren Optionen den entsprechenden Hilfeseiten in MATLAB zu entnehmen ist, soll in weiterer Folge nur auf den verhältnismäßig knapp dokumentierten *Focus*-Parameter eingegangen werden. Dieser hat eine deutliche Auswirkung auf das Identifikationsergebnis.

Zur Erklärung des Parameters *Focus* sei zunächst an Gleichung (2.42) in Abschnitt 2.3.2 erinnert. Gemäß

$$\varepsilon(n, \theta) = \frac{1}{H(q, \theta)} (y[n] - P(q, \theta)u[n])$$

erhält man den Prädiktionsfehler $\varepsilon(n, \theta)$ durch Filterung der Differenz aus gemessenem und simuliertem Ausgangssignal mit dem inversen Störmodell $H^{-1}(q, \theta)$. Diese Filterung entspricht im Prinzip einer Gewichtung im Frequenzbereich, die nicht immer erwünscht ist, da ein Tiefpasscharakter von $H(q, \theta)$ zur Verstärkung hoher Frequenzen führt. Um dies zu vermeiden, kann der Focus-Parameter auf *Simulation* gesetzt werden, womit es zu einer zweistufigen Identifikation des BJ-Modells kommt: im ersten Schritt erfolgt die Schätzung des Streckenmodells unter der Annahme, dass $H(q) = 1$ gilt, im zweiten Schritt erst die Ermittlung des eigentlichen Störmodells. Ist man nur am Streckenmodell selbst interessiert, könnte man folglich genauso gut das OE-Modell verwenden. Aufgrund der Tatsache, dass sich diese Option eher zur Identifikation un geregelter Strecken eignet, wird hier stets von der Standardeinstellung *Prediction* ausgegangen. Diese führt auf die „normale“ Prädiktionsfehlermethode.

7.4.2 Systemidentifikation

Die Identifikation der Strecke als zeitdiskrete Übertragungsfunktion soll auf *direktem Wege* erfolgen – einerseits weil indirekte Verfahren aufgrund der zusätzlich notwendigen Rechenschritte ein höheres Fehlerpotenzial mit sich bringen und andererseits weil die verhältnismäßig lange Totzeit von etwa 30 Samples auf eine sehr hohe Ordnung der Streckenübertragungsfunktion führen würde. Kapitel 2 ist zu entnehmen, dass die direkte Identifikation einer geregelten Strecke mit Hilfe der Prädiktionsfehlermethode zwar schwierig, grundsätzlich jedoch möglich ist.

Den wesentlichen Unterschied zwischen Open- und Closed-Loop-Identifikation macht das *Störmodell* aus. Während es in ersterem Fall durch Verwendung der OE-Modellstruktur bedenkenlos als fix angenommen werden darf, stellt es bei der Closed-Loop-Identifikation einen wesentlichen Einflussfaktor dar, der die Qualität des Ergebnisses mitbestimmt. Die Sicherstellung eines realitätsnahen Störmodells soll hier deshalb mit Hilfe der BJ-Struktur erfolgen, die sich durch ihr unabhängig von der Strecke parametrierbares Störmodell auszeichnet (siehe Abschnitt 2.3.3)

Bekanntlich läuft die Schätzung von Modellparametern in den allermeisten Fällen auf die iterative Lösung eines Optimierungsproblems hinaus (siehe Abschnitt 2.3.2). Da der Erfolg solcher Verfahren in der Regel jedoch von der Qualität der Startwerte abhängt, sollten im Idealfall bereits vor der Identifikation der eigentlichen BJ-Struktur brauchbare Strecken- und Störmodelle vorliegen. Erreicht wird dies hier durch ein mehrstufiges Identifikationsverfahren, in dem zunächst ein ARMA-Modell für die Störung und anschließend ein OE-Modell für die Strecke bestimmt wird.

Messung

Zur Identifikation des Störmodells $H(z)$ muss messtechnisch ein beispielhafter Verlauf des Störsignals v ermittelt werden. Dies geschieht am einfachsten durch Erfassung der Ausgangsgröße y bei abgeschaltetem Regler.

Die Identifikation des Streckenmodells $P(z)$ erfolgt erneut auf Basis der in Abschnitt 7.2 vorgestellten Rauschsignale $r_{N,NF}$ und $r_{N,HF}$. Durch *separate Anregung* ergeben sich zwei Ein- und Ausgangssignalpaare, die aufgrund der Linearitätsannahme zu

$$u_{N,Ges} = u_{N,NF} + u_{N,HF} \quad (7.22)$$

$$y_{N,Ges} = y_{N,NF} + y_{N,HF} \quad (7.23)$$

zusammengefasst werden können und damit sowohl nieder- als auch hochfrequente Informationen über die Strecke enthalten.

Identifikation

Einleitend wurde bereits erwähnt, dass zur Identifikation des Streckenmodells ein mehrstufiges Verfahren eingesetzt werden soll. Im Wesentlichen umfasst dieses die folgenden fünf Schritte:

- Identifikation eines ARMA-Störmodells
- Reduktion auf eine stabile Strecke
- Identifikation eines (reduzierten) OE-Streckenmodells
- Korrektur des (reduzierten) OE-Streckenmodells
- Identifikation eines (reduzierten) BJ-Modells

Den ersten Schritt stellt hier die Identifikation eines *ARMA-Störmodells* auf Basis des gemessenen Signals v dar. Diese Struktur führt bei der Bestimmung der Modellparameter zwar auf ein iteratives Berechnungsschema, ist im Vergleich zur AR-Struktur jedoch sehr flexibel und lässt sich einfach als Startwert bei der Identifikation des BJ-Modells festlegen.

Bei der Lösung einer Identifikationsaufgabe mit Hilfe des Prädiktionsfehlerverfahrens ist stets die Stabilität des Prädiktors sicherzustellen. Im Falle einer instabilen Strecke kann dies beispielsweise durch Verwendung von ARX- oder ARMAX-Modellen erfolgen (siehe Abschnitt 2.3.3). Da die Störmodelle dieser Strukturen jedoch weit weniger flexibel und zudem nicht unabhängig von der Strecke parametrierbar sind, soll hier ein anderer Ansatz gewählt werden. Aufgrund der Tatsache, dass die Instabilität gut bekannt und lediglich auf einen Integrierer, also einen Pol bei $z = 1$ zurückzuführen ist, bietet sich

nämlich die Identifikation einer *reduzierten Strecke* an. Durch Vorfilterung der Stellgröße gemäß

$$u_{N,Red}[n] = \frac{1}{q-1} u_{N,Ges}[n] \quad (7.24)$$

eliminiert man den Integrierer aus der Ein- und Ausgangsbeziehung und erhält damit einen stabilen Zusammenhang zwischen $u_{N,Red}$ und $y_{N,Ges}$.

Auf Basis der bearbeiteten Ein- und Ausgangsdaten erfolgt im nächsten Schritt die Ermittlung eines *OE-Streckenmodells*. Diese Struktur führt bei der Identifikation geregelter Systeme im Allgemeinen zu einem Bias aufgrund der unzureichenden Modellierung der rückgekoppelten Störgröße. Da sich der Modellfehler vorwiegend auf den hochfrequenten Bereich auswirkt – hier dominiert die Störung den Verlauf des Ausgangssignals –, ist es daher naheliegend, den Fokus der Identifikation auf den unteren Frequenzbereich zu richten. Am einfachsten erfolgt dies durch Vorfilterung von $u_{N,Red}$ und $y_{N,Ges}$ mit einem Tiefpass hoher Ordnung. Damit verschwindet der Bias zwar nicht, verschiebt sich jedoch tendenziell in den Bereich hoher Frequenzen (vgl. Abschnitt 7.4.3). Ein nachfolgender *Korrekturschritt* reduziert anschließend unrealistische Knicke und Resonanzen im Kilohertzbereich durch die Elimination bestimmter Null- und Polstellen.

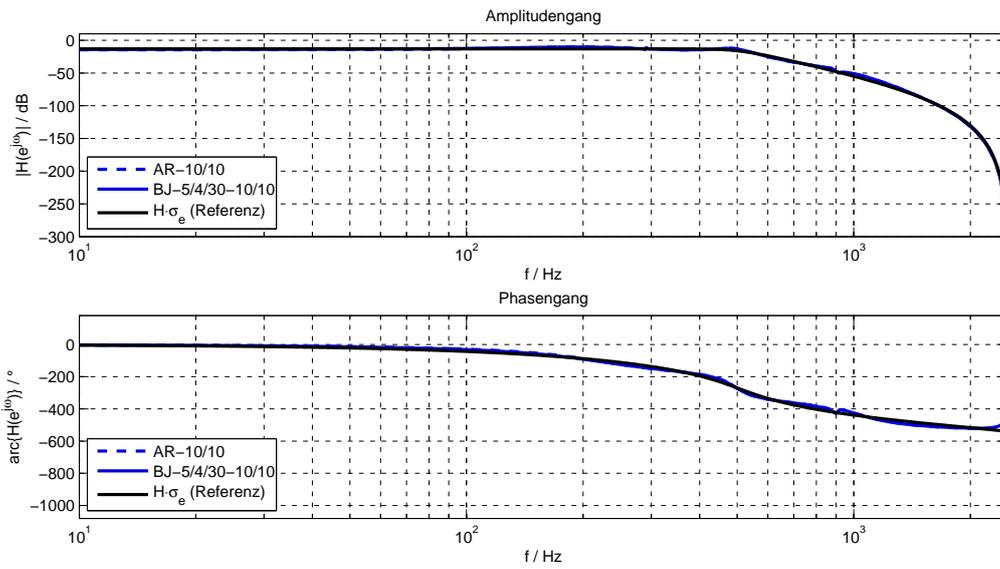
Die Identifikation des finalen *BJ-Modells* erfolgt erneut auf Basis der Ein- und Ausgangssignale $u_{N,Red}$ bzw. $y_{N,Ges}$. Den Ausgangspunkt bei der iterativen Ermittlung der Modellparameter bildet das korrigierte OE-Streckenmodell in Kombination mit dem ARMA-Störmodell.

Abbildung 7.7 ist zu entnehmen, dass sämtliche Identifikationsergebnisse bis etwa 300 Hz sehr gut mit dem wahren Streckenverhalten übereinstimmen. Für höhere Frequenzen zeigen die OE-Modelle deutliche Abweichungen. Diese sollten jedoch nicht sonderlich überraschen, handelt es sich doch um Schätzungen, die mit einem Bias behaftet sind. Die Vorfilterung stellt offenbar eine sehr effektive Maßnahme zur Verschiebung des Bias in hohe Frequenzbereiche dar. Voraussetzung dafür ist allerdings ein gutes Signal-Rauschverhältnis bis zur Knickfrequenz des Tiefpassfilters.

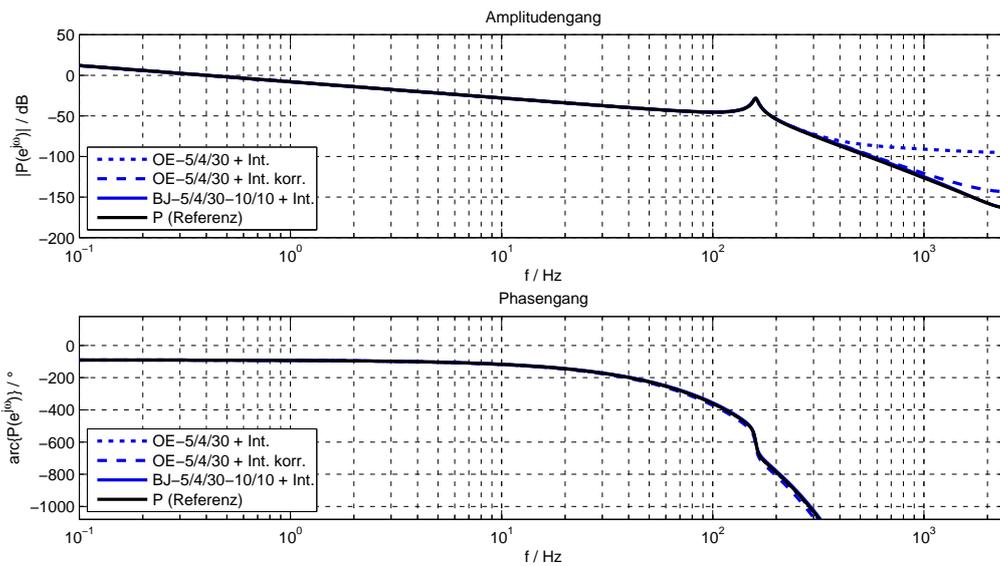
Das identifizierte BJ-Modell spiegelt den Verlauf des wahren Frequenzgangs über weite Bereiche sehr gut wider und bestätigt damit die Behauptung aus Abschnitt 2.3.3, wonach das Prädiktionsfehlerverfahren tatsächlich die wahre Systembeschreibung liefert, sofern eine ausreichend mächtige Modellstruktur gewählt wird. Bei der Closed-Loop-Identifikation zählt dazu insbesondere auch die Entscheidung für ein Störmodell mit genügend hoher Ordnung. Overmodelling stellt hier im Allgemeinen keinen Fehler dar.

Validierung

Zur Validierung der eben erhaltenen Identifikationsergebnisse soll anhand einer Simulation das Ein-Ausgangsverhalten der Modelle im Zeitbereich untersucht werden. Die Streckenmodelle werden dazu aufgrund ihres integrierenden Charakters einer Regelung



(a)



(b)

Abbildung 7.7: Identifikationsergebnisse: (a) Störmodell, (b) Streckenmodell
 (Störmodell normiert mit Standardabweichung des weißen Rauschens e ,
 Messdauer $T_{mess} = T_{sim} = 60$ s je Führungssignal, Vorfilterung für OE-
 Modell mittels Butterworth-Tiefpassfilter 10. Ordnung bei 250 Hz, Tol-
 eranz 10^{-6} , Max. Iterationen 200, Ordnungsangabe der BJ-Struktur
 gemäß $n_b/n_f/n_k - n_c/n_d$, der OE-Struktur gemäß $n_b/n_f/n_k$)

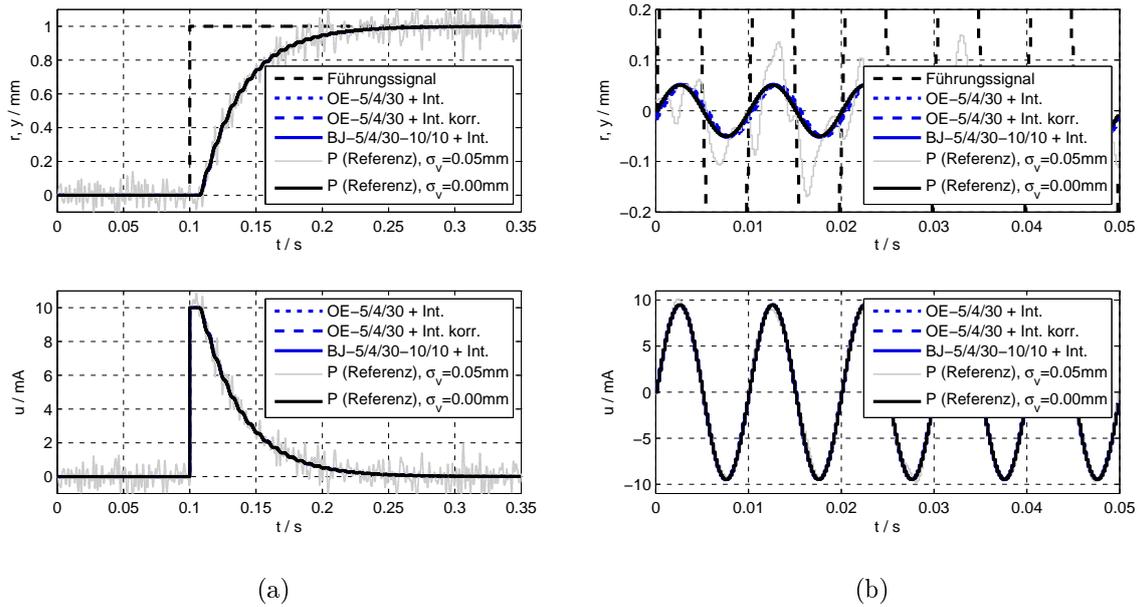


Abbildung 7.8: Validierung mittels (a) Führungssprung und (b) 100 Hz-Sinus. Aufgrund des guten Identifikationsergebnisses überlagern sich die einzelnen Verläufe sehr genau. (Regler wie in Abschnitt 7.1 vorgeschlagen, Ordnungsangabe für BJ gemäß $n_b/n_f/n_k - n_c/n_d$, für OE gemäß $n_b/n_f/n_k$)

unterworfen, die Störmodelle bleiben unberücksichtigt – sie stellen mehr das Nebenprodukt der Identifikation dar. Als Anregung dienen zwei verschiedene Signalformen: ein Führungssprung sowie ein Sinus der Frequenz 100 Hz.

Den Validierungsergebnissen in Abbildung 7.8 zufolge eignen sich im Prinzip alle drei Streckenmodelle zur Simulation und zum Reglerentwurf. Die deutlichen Abweichungen der OE-Modelle für Frequenzen jenseits von 300 Hz spielen keine Nennenswerte Rolle, hier ist die Verstärkung bereits sehr gering.

7.4.3 Anmerkungen

Im Zuge dieses Abschnitts soll zuallererst die Sinnhaftigkeit des eben vorgeschlagenen, mehrstufigen Identifikationsvorgangs begründet werden. Anschließend erfolgt eine Untersuchung der Einflüsse unterschiedlicher Parameter auf das Identifikationsergebnis ehe am Ende auf einen alternativen Weg zur Closed-Loop-Identifikation mittels MATLAB hingewiesen wird.

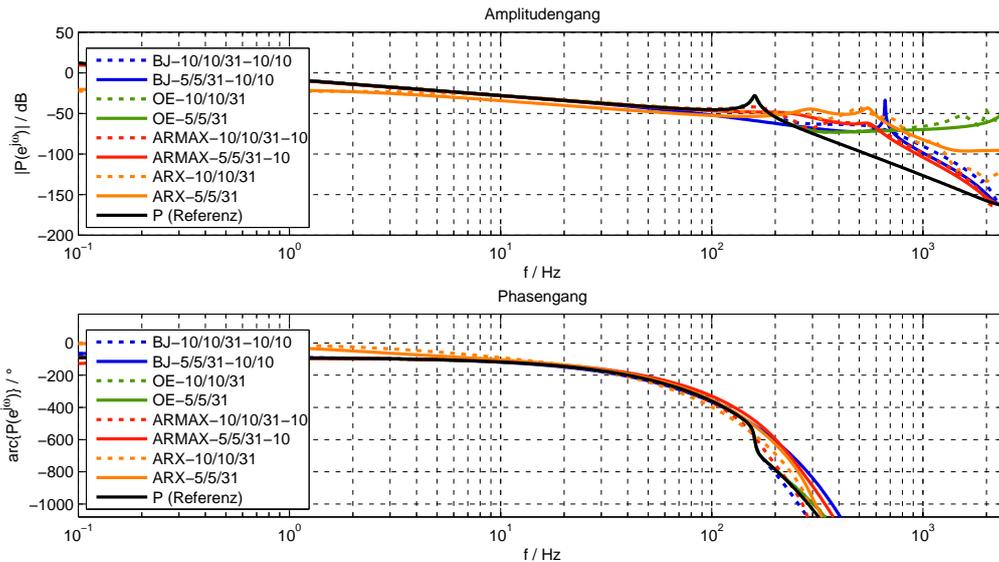


Abbildung 7.9: Unbedachte Anwendung der MATLAB-Identifikationsroutinen (Messdauer $T_{mess} = T_{sim} = 60$ s je Führungssignal, Ordnungsangabe der BJ-Struktur gemäß $n_b/n_f/n_k - n_c/n_d$, der OE-Struktur gemäß $n_b/n_f/n_k$, der ARMAX-Struktur gemäß $n_b/n_a/n_k - n_c$, der ARX-Struktur gemäß $n_b/n_a/n_k$)

Unbedachte Herangehensweise

Die in Abschnitt 7.4.2 vorgeschlagene Prozedur zur Identifikation einer geregelten Strecke ist aufgrund der vielen Schritte offenbar verhältnismäßig aufwändig. Die Sinnhaftigkeit dieser mehrstufigen Vorgehensweise lässt sich jedoch schnell verdeutlichen, wenn man vergleichsweise die Resultate in Abbildung 7.9 betrachtet. Sie basieren auf der bloßen Anwendung der Identifikationsroutinen `arx`, `armax`, `oe` und `bj`.

Bei weitem die schlechtesten Ergebnisse liefern ARX- und ARMAX-Modelle. Da deren Störmodelle nicht unabhängig von der Strecke parametrisiert werden können – es handelt sich um sogenannte Equation-Error-Modelle –, ergibt sich auch bei Overmodelling mit Ordnung 10 keine nennenswerte Verbesserung. Die Resonanzspitze bei 160 Hz wird von keinem der beiden Strukturen auch nur annähernd getroffen, weshalb sich die erhaltenen Modelle weder zur Simulation noch zur Reglerauslegung eignen.

Das OE-Modell liefert ein deutlich besseres Bild. Aufgrund des guten Signal-Rauschverhältnisses in Kombination mit der ausreichend hohen Systemordnung taucht die Resonanzspitze in beiden Modellen auf. Ein Vergleich mit Abbildung 7.7(b) zeigt aber, dass durch Vorfilterung und nachfolgende Korrektur noch bessere Ergebnisse erreichbar wären.

Aus dem vorangegangenen Abschnitt ist bekannt, dass die hier zum Einsatz kommenden BJ-Modelle theoretisch mächtig genug wären, das wahre Systemverhalten zu erfassen.

Die hier ersichtlichen Abweichungen zeigen somit deutlich, dass die Qualität des Identifikationsergebnisses sehr stark vom Anfangswert des Suchalgorithmus abhängt.

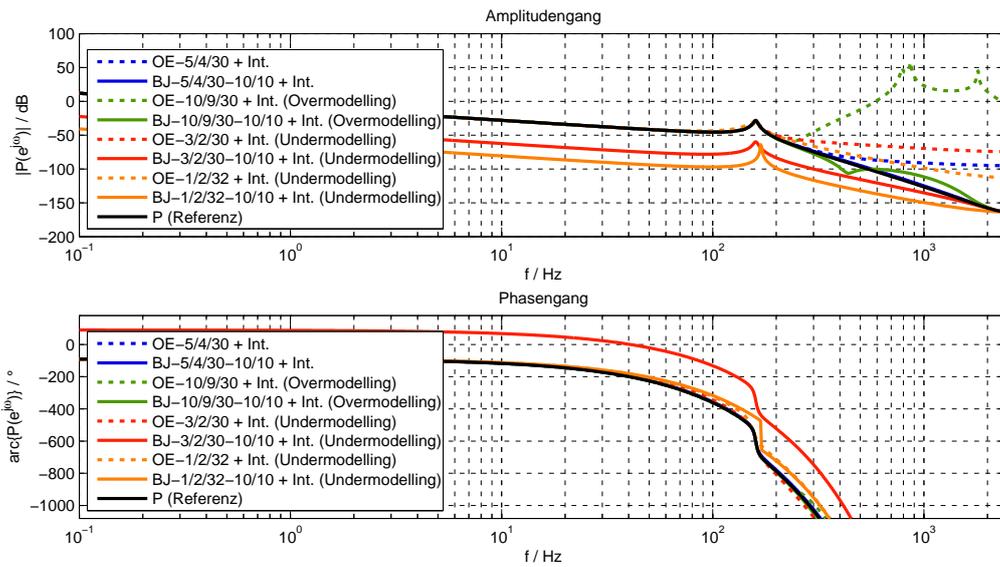
Einfluss von Modellordnung und Totzeit

Die Anwendung parametrischer Identifikationsverfahren benötigt bekanntlich einiges an Vorwissen, das im Rahmen der in Abschnitt 7.4.2 durchgeführten Untersuchungen einfach als gegeben vorausgesetzt wurde. Besonders die Wahl der Modellordnung und der Totzeit stellt einen wesentlichen Faktor dar, der über Erfolg oder Misserfolg eines Identifikationsversuchs entscheidet. Anders als hier, wo sämtliche Systemparameter bereits aus Abschnitt 7.1 bekannt sind, hat man diese in der Realität natürlich nicht vorliegen. Man muss sie abschätzen, beispielsweise aufgrund von Erfahrungswerten oder einer nicht-parametrischen Identifikation. Nachdem diese Abschätzungen im Allgemeinen jedoch fehlerbehaftet sein können, soll in weiterer Folge kurz auf die Auswirkungen falsch angenommener Parameterwerte eingegangen werden.

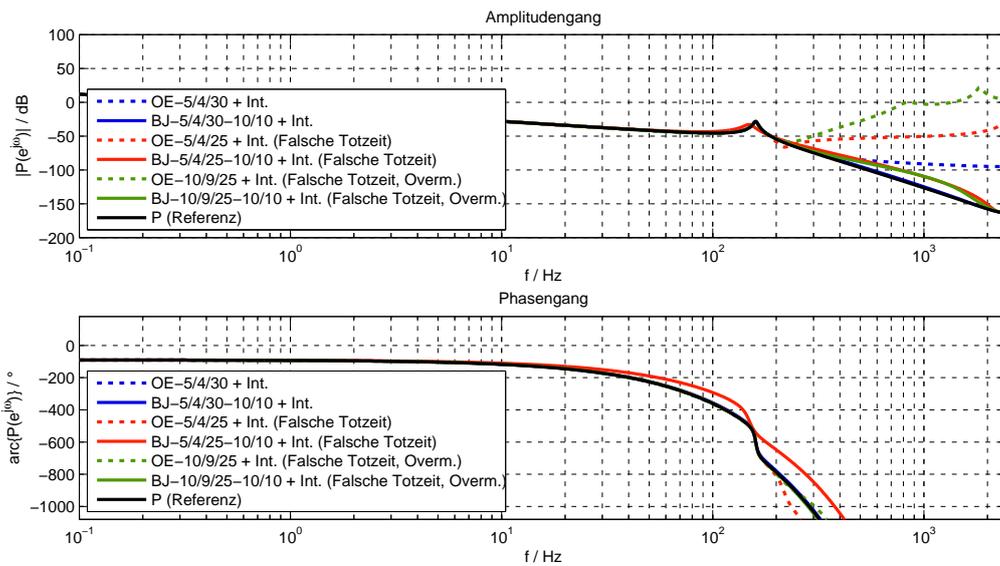
Abbildung 7.10(a) sind die Auswirkungen von Under- und Overmodelling auf das Identifikationsergebnis zu entnehmen. Von *Undermodelling* ist die Rede, wenn man die Ordnung des Streckenmodells kleiner als die tatsächliche Systemordnung wählt. Zur Identifikation unregelter Systeme ist dieser Ansatz prinzipiell sehr sinnvoll, vor allem bei der Verwendung von OE-Modellen in Kombination mit einer Vorfilterung. Laut Gleichung (2.54) erreicht man damit eine Approximation der Übertragungsfunktion, die besonders in jenem Frequenzbereich mit der Realität übereinstimmt, in dem sich die meiste Eingangsleistung befindet und der Vorfilter seinen Durchlassbereich aufweist.

Für Closed-Loop-Systeme gilt dies nur bedingt. In Frequenzbereichen mit gutem Signal-Rauschverhältnis ist der Bias gemäß Gleichung (2.56) zwar vernachlässigbar, durch die beschränkte Formbarkeit der Übertragungsfunktion kann sich dieser jedoch auch auf andere Frequenzbereiche auswirken. Je niedriger die Ordnung der Übertragungsfunktion ist, umso niedriger ist dessen Flexibilität und umso deutlicher sind auch die Auswirkungen des Bias auf Frequenzbereiche mit eigentlich gutem Signal-Rauschverhältnis. Die BJ-Struktur ist für eine Approximation tendenziell weniger gut geeignet, was sich durch die in Gleichung (2.42) beschriebene Äquivalenz von Vorfilter und inversem Störmodell begründen lässt. Aufgrund der Tiefpasscharakteristik des Störmodells werden die höheren Frequenzen offensichtlich wesentlich besser approximiert, als die niedrigen.

Als *Overmodelling* bezeichnet man die Wahl einer Modellordnung, die höher als die Ordnung des zu identifizierenden Systems ist. In Abbildung 7.10(a) ist deutlich zu sehen, dass das BJ-Modell für diesen Fall ein sehr gutes Identifikationsergebnis liefert. Die Abweichungen im Bereich jenseits der 300 Hz verschwinden durch Erhöhung der Messdauer vollständig. Für OE-Modelle gilt dies zwar nicht, die Übertragungsfunktion ist nun allerdings flexibel genug, um die Auswirkungen des Bias auf tiefere Frequenzen zu verhindern.



(a)



(b)

Abbildung 7.10: Einfluss von (a) Modellordnung und (b) Totzeit auf das Ergebnis (Störmodell normiert mit Standardabweichung des weißen Rauschens e , Messdauer $T_{mess} = T_{sim} = 60$ s je Führungssignal, Vorfilterung für OE-Modell mittels Butterworth-Tiefpassfilter 10. Ordnung bei 250 Hz, Toleranz 10^{-6} , Max. Iterationen 200, Ordnungsangabe der BJ-Struktur gemäß $n_b/n_f/n_k - n_c/n_d$, der OE-Struktur gemäß $n_b/n_f/n_k$)

Aus Abbildung 7.10(b) geht hervor, dass auch die Wahl der *Totzeit* einen deutlichen Einfluss auf das Identifikationsergebnis ausübt. Das BJ-Modell zeigt bei einer fehlerbehafteten Totzeitangabe deutliche Abweichungen, die sich erst durch Overmodelling verringern lassen. Aufgrund dieser Maßnahme verfügt das System über ein Mehr an Freiheitsgraden zur Approximation der eigentlich totzeitbedingten Phasenverzögerung durch Pol- und Nullstellen. Für OE-Modelle scheint die Situation etwas besser zu sein: es kommt zu einer Art implizitem Undermodelling, wodurch auch bei einem System fünfter Ordnung Pol- und Nullstellen zur näherungsweisen Beschreibung der Totzeit vorhanden sind.

Prozessmodelle als Alternative

Das Prädiktionsfehlerverfahren ist zwar meist nur im Zusammenhang mit zeitdiskreten Übertragungsfunktionen bekannt, erlaubt grundsätzlich jedoch auch die Identifikation zeitkontinuierlicher Systeme. MATLAB stellt dafür unter anderem die sogenannten *Prozessmodelle* (engl. *Process Models*) zur Verfügung, die aus einer zeitkontinuierlichen Übertragungsfunktionen zur Beschreibung der Strecke sowie einem zeitdiskreten ARMA-Modell zur Beschreibung der Störung bestehen. Aufgrund der Tatsache, dass das Streckenmodell maximal vierte, das Störmodell maximal zweite Ordnung aufweisen darf, ist an eine fehlerfreie Identifikation eigentlich nicht zu denken. Es soll an dieser Stelle jedoch nicht verschwiegen werden, dass sich mit einem hohen Signal-Rauschverhältnis unter Umständen trotzdem sehr gute Ergebnisse erzielen lassen.

Wählt man für das Streckenmodell die Struktur

$$\hat{P}(s) = \frac{\hat{V}}{s \left(\frac{1}{\hat{\omega}_1^2} s^2 + \frac{2\hat{\zeta}_1}{\hat{\omega}_1} s + 1 \right)} e^{-s\hat{T}_t},$$

dann ergeben sich mit Messdaten der Länge $T_{mess} = T_{sim} = 15$ s die Parameter

$$\begin{aligned} \hat{V} &= 2,472 \frac{\text{mm/s}}{\text{mA}} \\ \hat{T}_t &= 7,202 \text{ ms} \approx 36 \cdot T_s \\ \hat{\omega}_1 &= 2\pi \cdot 159,926 \text{ Hz} \\ \hat{\zeta}_1 &= 0,034 \end{aligned}$$

die den tatsächlichen Parameterwerten aus Abschnitt 7.1 relativ nahe kommen.

7.5 Zusammenfassung

Im Rahmen dieses Kapitels wurden zwei grundsätzlich verschiedene Verfahren zur Identifikation geregelter Systeme untersucht, deren unterschiedliche Eigenschaften und Stärken einen kombinierten Einsatz nahelegen. Geht man von keinerlei Vorwissen bezüglich

des dynamischen Verhaltens der Regelstrecke aus, ist man zunächst gut beraten, den Frequenzgangverlauf punktweise, mithilfe der in Abschnitt 7.3 thematisierten, nicht-parametrischen Schätzung spektraler Leistungsdichtefunktionen zu ermitteln. Dieser Frequenzgang liefert einen ersten Eindruck des Systemverhaltens und erlaubt zudem bereits einen frequenzkennlinienbasierten Reglerentwurf. Bemerkenswert scheint an dieser Stelle außerdem, dass man mit den Kohärenzfunktionen im Prinzip auch über ein Maß für das frequenzabhängige Signal-Rauschverhältnis verfügt. Dies ist besonders im Zusammenhang mit der Wahl bzw. Formung des anregenden Führungssignals von Interesse.

In einem weiteren Schritt kann dann die Identifikation der Streckenübertragungsfunktion gemäß der in Abschnitt 7.4 besprochenen Prädiktionsfehlermethode erfolgen. Die dazu nötigen Streckenparameter Ordnung und Totzeit lassen sich fürs Erste zwar grob anhand des bereits ermittelten Frequenzgangverlaufs abschätzen, müssen üblicherweise jedoch in mehreren Iterationen manuell adaptiert werden. Dabei liefern der Vergleich mit dem punktweise gegebenen Frequenzgang sowie die Validierung mithilfe einer Simulation sehr gute Anhaltspunkte, inwiefern das Identifikationsergebnis noch von der Realität abweicht.

Offensichtlich setzen beide Identifikationsmethoden, auf die im Verlauf dieses Kapitels eingegangen wurde, das Vorhandensein eines stabilisierenden Reglers voraus. Zur Ermittlung dieses Reglers werden in der Praxis oft *Relais* eingesetzt. Diese nichtlinearen Reglertypen lassen sich im Normalfall mit sehr wenig Einsicht in die tatsächliche Streckendynamik parametrieren und verursachen in vielen Fällen einen stabilen Grenzzyklus, also eine periodische Schwingung des Stell- und Ausgangssignals. Von besonderer Relevanz ist dabei das Zweipunktglied ohne Hysterese, das durch das nichtlineare Regelgesetz

$$u = \begin{cases} +u_R & \text{für } e \geq 0 \\ -u_R & \text{für } e < 0 \end{cases} \quad (7.25)$$

beschrieben wird und mit einer verschwindenden Führungsgröße $r = 0$ auf die Bedingung

$$\text{sign}(u) = -\text{sign}(y) \quad (7.26)$$

führt. Durch Fourierzerlegung können die jeweiligen Grundschwingungsanteile dieser Signale extrahiert und damit jener Punkt des Frequenzgangs bestimmt werden, der eine Phasenverschiebung von 180° aufweist. Nachdem dies bekanntlich genau dem Punkt der Ortskurve entspricht, der die negative imaginäre Achse schneidet, lässt sich ausgehend davon ein P-Regler mit definierter Amplitudenreserve einstellen. Aufgrund der Bekanntheit dieser einfachen Identifikationsmethode soll hier auf ausführlichere Erklärungen und Untersuchungen verzichtet werden. Für weiterführende Informationen sei jedoch auf die in [36, S. 157ff] erklärte *Methode der harmonischen Balance* verwiesen.

Kapitel 8

Regelung einer Strecke

In den Kapiteln 3 und 4 wurden grundlegende Eigenschaften von Regelkreisen besprochen und gängige Methoden zum Entwurf einfacher Regler mit Hilfe von Frequenzkennlinien vorgestellt. Im Zuge der folgenden Abschnitte soll die besprochene Theorie nun in die Praxis umgesetzt und dabei ein Gefühl für die Vor- und Nachteile der einzelnen Entwurfsverfahren entwickelt werden.

Als Regelstrecke dient das bereits aus Abschnitt 7.1 bekannte Modell, das aufgrund des integrierenden Charakters einem *positionsgeregelten Hydraulikzylinder ohne Kraftschluss* entspricht. Dieses Modell stellt mit der hohen Totzeit und der relativ schwach gedämpften Resonanz eine Art Worst-Case-Szenario dar, das sich zur Erprobung verschiedener Entwurfsstrategien eignen sollte.

Zum Entwurf und simulationsbasierten Test von Reglern kommt in weiterer Folge ausschließlich das Programmpaket MATLAB/Simulink in Kombination mit der *Control System Toolbox* zum Einsatz. Anders als die Systemidentifikationsroutinen sind die Funktionen dieser Bibliothek in der Regel sehr gut bekannt und werden daher nicht näher erläutert.

8.1 Spezifikation der Entwurfsvorgaben

Im Rahmen dieses Kapitels werden Regler mit zwei Freiheitsgraden entworfen, die eine Struktur gemäß Abbildung 8.1 aufweisen. Da es sich um einen *Abtastregelkreis* handelt, wird die Streckenübertragungsfunktion in den q -Bereich transformiert, wo der Reglerentwurf genau wie im zeitkontinuierlichen Fall erfolgt. Die tatsächlich implementierte, zeitdiskrete Reglerübertragungsfunktion ergibt sich durch Transformation vom q - in den z -Bereich (siehe Abschnitt 3.4).

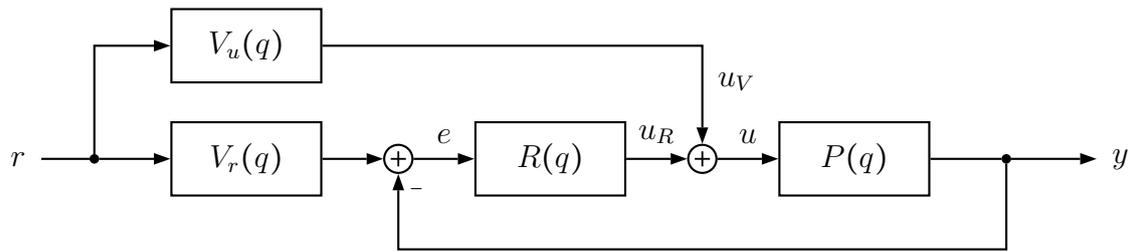


Abbildung 8.1: Struktur des Abtastregelkreises im q -Bereich

8.1.1 Störverhalten und Stabilitätsreserve

In den Abschnitten 8.2 und 8.3 wird zunächst die Auslegung des Standardregelkreises, also die Dimensionierung des Reglers R besprochen. Der Fokus liegt dabei auf der Optimierung des *Störverhaltens* bei gleichzeitiger Wahrung einer definierten *Stabilitätsreserve*. Ersteres erreicht man durch Maximierung von $|L(j\Omega)|$ im Bereich niedriger Frequenzen $\Omega \ll \Omega_c$, letzteres soll durch Sicherstellung eines minimalen Abstands $\rho = 1/M_s$ zwischen Ortskurve $L(j\Omega)$ und kritischem Punkt -1 erfolgen (siehe Abschnitt 3.3.4).

Als Entwurfsvorgabe wird der Wert

$$M_s = \max_{\Omega} |S(j\Omega)| = 1,4 \quad (8.1)$$

festgelegt, der in vielen Fällen einen guten Kompromiss aus erreichbarer Störunterdrückung und Stabilitätsreserve darstellt. Für den Reglerentwurf basierend auf logarithmischen Frequenzkennlinien ist es zudem sinnvoll, mit Phasen- und Amplitudenreserve

$$\phi_r = 2 \arcsin \frac{\rho}{2} = 41,8^\circ \quad (8.2)$$

$$A_r = \frac{1}{1 - \rho} = 3,5 \quad (8.3)$$

zu operieren, da sich diese Größen direkt aus den Kennlinien ablesen lassen.

Im *stationären* Zustand sollen sprungförmige und am *Eingang* der Strecke angreifende Störgrößen vollständig unterdrückt werden, wozu gemäß dem Inneren-Modell-Prinzip ein *integrierender Regler* notwendig ist. Da das Streckenmodell einem positionsgeregelten Hydraulikzylinder ohne Kraftschluss entspricht, handelt es sich bei den beaufschlagten Störungen in der Realität meist um extern eingebrachte Kolbenkräfte, die nicht direkt dem Streckenausgang überlagert angenommen werden dürfen. Durch Erweiterung von Gleichung (6.30) um die externe Kraft F_{ext} ergibt sich mit $k_p = 0$ die Beziehung

$$A_p(p_1 - p_2) = m \frac{d^2 x_p}{dt^2} + d_p \frac{dx_p}{dt} + F_{ext} \quad (8.4)$$

und es ist offensichtlich, dass die Übertragungsfunktion $x_p(s)/F_{ext}(s)$ einen integrierenden Anteil enthält. Eine externe Kraft F_{ext} entspricht damit näherungsweise einer am Eingang der Strecke angreifenden Störung (siehe Abschnitte 3.1.3 und 6.3)

8.1.2 Führungsverhalten

In Abschnitt 8.4 soll das *dynamische* Führungsverhalten des Standardregelkreises durch Verringerung der Überschwingweite bei gleichzeitiger Erhöhung der Anstiegszeit verbessert werden. Aus Sicht des Reglers R handelt es sich dabei um zwei gegenläufige Anforderungen, weshalb eine geeignete Auslegung der aus V_r und V_u bestehenden Vorsteuerung notwendig ist. Als besonders vorteilhaft erweist sich an dieser Stelle die Tatsache, dass die Vorsteuerung keinerlei Einfluss auf die Stabilität und das Störverhalten des Regelkreises hat.

Die Kombination aus integrierendem Regler und integrierender Strecke führt auf einen doppelt integrierenden offenen Kreis $L = RP$ und ermöglicht im stationären Zustand auch das fehlerfreie Nachfahren rampenförmiger Führungssignale (siehe Abschnitte 3.1.3 und 4.1.1).

8.2 Entwurf mit Frequenzkennlinien

Im Verlauf dieses Abschnitts erfolgt eine Synthese verschiedener Regler mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens. Aufgrund der Transparenz erfolgt die Reglerauslegung zwar primär anhand der logarithmischen Frequenzkennlinien, erfordert zu Kontrollzwecken jedoch auch die Darstellung der Ortskurve des offenen Kreises (siehe Abschnitt 4.1).

8.2.1 Vorgabe der Phasenreserve

Da zur vollständigen Unterdrückung sprunghafter, am Eingang der Strecke angreifender Störungen ein integrierender Anteil des Reglers notwendig ist, ergibt sich für das erste Korrekturglied

$$R_{1,a}(q) = \frac{1}{q}. \quad (8.5)$$

Die Übertragungsfunktion $L_{1,a} = R_{1,a}P$ weist damit bis zu einer Frequenz von etwa 600 rad/s eine mit 40 dB pro Dekade fallende Betragskennlinie auf. Fordert man vom offenen Kreis einen 20 dB-Abfall im Bereich der Durchtrittsfrequenz Ω_c , dürfen die weiteren Korrekturglieder die Steigung dieser Kennlinie um maximal 20 dB anheben, was auch eine Obergrenze von etwa 90° für den Phasenhub bedeutet. Mit der Relation

$$\begin{aligned} \arccos \{L(j\Omega_{c,1})\} &= \arccos \{R_{1,a}(j\Omega_{c,1})R_{1,b}(j\Omega_{c,1})P(j\Omega_{c,1})\} \stackrel{!}{=} -180^\circ + \phi_r \\ &= -90^\circ + 90^\circ + \arccos \{P(j\Omega_{c,1})\} \stackrel{!}{=} -180^\circ + \phi_r \end{aligned}$$

lässt sich die erreichbare Durchtrittsfrequenz anhand der Phasenkennlinie der Regelstrecke abschätzen: für eine Phasenreserve von $\phi_r = 41,8^\circ$ ergibt sich $\Omega_{c,1} = 110,53$ rad/s.

Erfolgt die Phasenhebung an dieser Stelle mithilfe zweier mittig positionierter Lead-Glieder, die einen Phasenhub von jeweils $\Delta\phi = 45^\circ$ bewirken, erhält man gemäß den Beziehungen(4.18)–(4.20) das Korrekturglied

$$R_{1,b}(q) = \left(\frac{1 + \frac{q}{\Omega_{m,1}/\sqrt{m_1}}}{1 + \frac{q}{\Omega_{m,1}\sqrt{m_1}}} \right)^2 \quad \text{mit} \quad \begin{array}{l} \Omega_{m,1} = \Omega_{c,1} \\ m_1 = 5,83. \end{array} \quad (8.6)$$

Die Anpassung des Verstärkungsfaktors mittels

$$R_{1,c}(q) = 834,18 \quad (8.7)$$

schiebt die Durchtrittsfrequenz an die vorgesehene Stelle und komplettiert den Regler

$$R_1(q) = R_{1,a}(q)R_{1,b}(q)R_{1,c}(q). \quad (8.8)$$

Anhand der Ergebnisse, die in den Abbildungen 8.2(a)–(c) sowie der Tabelle 8.1 dargestellt sind, ist klar ersichtlich, dass die Vorgabe der Phasenreserve trotz der mit -20 dB pro Dekade abfallenden Betragskennlinie nicht ausreichend ist, um einen hinreichend großen Abstand zum kritischen Punkt -1 zu gewährleisten. Sowohl die Phasenreserve ϕ_r als auch der Abstand $1/M_s$ liegen unter den Vorgabewerten. Als Grund hierfür ist vor allem der totzeitinduzierte Phasenverlust zu nennen, der eine Anhebung der Phase auch über der Durchtrittsfrequenz erfordert.

Aus dem Bode-Diagramm und der Ortskurve geht hervor, dass der Regler die Betragskennlinie bei der Resonanzfrequenz über 0 dB hebt. Genau genommen ist die Durchtrittsfrequenz damit nicht mehr eindeutig und die Phasenreserve kein wirklich geeignetes Maß für die Stabilität mehr. Abweichungen der Totzeit und der Resonanzfrequenz könnten verhältnismäßig schnell einen Stabilitätsverlust des Regelkreises bedeuten.

8.2.2 Vorgabe der Phasen- und Amplitudenreserve

Eine außermittige Positionierung der Lead-Glieder bei gleichbleibender Durchtrittsfrequenz scheint nicht sinnvoll, da damit eine weitere Anhebung der Betragskennlinie einhergeht und aufgrund der Resonanzüberhöhung zur Instabilität des Regelkreises führt. Durch sukzessive Verringerung der Durchtrittsfrequenz und außermittige Positionierung eines Lead-Glieds gemäß Gleichung (4.22) lässt sich die Betragskennlinie jedoch auch bei der Resonanzfrequenz unter 0 dB halten und gleichzeitig die gewünschte Phasen- und Amplitudenreserve einstellen. Für $\Omega_{c,2} = 58,18$ rad/s ergibt sich der Regler zu

$$R_2(q) = \frac{515,82}{q} R_{2,a}(q), \quad (8.9)$$

wobei das Lead-Glied

$$R_{2,a}(q) = \frac{1 + \frac{q}{\Omega_{m,2}/\sqrt{m_2}}}{1 + \frac{q}{\Omega_{m,2}\sqrt{m_2}}} \quad \text{mit} \quad \begin{array}{l} \Omega_{m,2} = 8\Omega_{c,2} \\ m_2 = 375,61. \end{array} \quad (8.10)$$

bei der Durchtrittsfrequenz eine Anhebung der Phase um $\Delta\phi = 67,2^\circ$ vornimmt.

Anhand der Abbildungen 8.2(a)–(c) und der Tabelle 8.1 ist erkennbar, dass der Regelkreis die Entwurfsspezifikationen nun bereits viel besser erfüllt als zuvor. Da die Ortskurve im Bereich der Resonanzfrequenz jedoch sehr nahe am Punkt -1 verläuft, ergibt sich ein verhältnismäßig hoher Wert M_s sowie deutlich erkennbare, hochfrequenten Schwingungen des Ausgangssignals. Offensichtlich ist die Stabilitätsreserve auch in diesem Fall nicht sonderlich hoch.

8.2.3 Vorgabe von M_s

Durch weitere Reduktion der Durchtrittsfrequenz und Verwendung zweier versetzt positionierter Lead-Glieder soll nun auch die Vorgabe von M_s erfolgen. Die Reglersynthese erfordert damit allerdings das Vorliegen der Ortskurve des offenen Kreises, was ohne Rechnerunterstützung kaum denkbar ist. Für eine Durchtrittsfrequenz von $\Omega_{c,3} = 44,21$ rad/s ergibt sich der Regler

$$R_3(q) = \frac{471,53}{q} R_{3,a}(q) R_{3,b}(q), \quad (8.11)$$

wobei die Lead-Glieder $R_{3,a}$ und $R_{3,b}$ gemäß

$$R_{3,a}(q) = \frac{1 + \frac{q}{\Omega_{m,3a}/\sqrt{m_{3a}}}}{1 + \frac{q}{\Omega_{m,3a}\sqrt{m_{3a}}}} \quad \text{mit} \quad \begin{aligned} \Omega_{m,3a} &= 2\Omega_{c,3} \\ m_{3a} &= 4,68 \end{aligned} \quad (8.12)$$

bzw.

$$R_{3,b}(q) = \frac{1 + \frac{q}{\Omega_{m,3b}/\sqrt{m_{3b}}}}{1 + \frac{q}{\Omega_{m,3b}\sqrt{m_{3b}}}} \quad \text{mit} \quad \begin{aligned} \Omega_{m,3b} &= 5,5\Omega_{c,3} \\ m_{3b} &= 10,21 \end{aligned} \quad (8.13)$$

gegeben sind und die Phase bei der Durchtrittsfrequenz um $61,12^\circ$ anheben.

Im Hinblick auf die weiteren Reglerentwürfe ist äußerst bemerkenswert, dass der Nenner des Korrekturglieds $R_{3,a}$ in etwa dem Zähler von $R_{3,b}$ entspricht. Das Entwurfsergebnis (8.11) lässt sich somit durch eine Kombination aus PI-Regler und Tiefpassfilter approximieren.

8.3 PID-Regler

Im Zuge dieses Abschnitts sollen unterschiedliche Möglichkeiten zur Parametrierung von PID-Reglern untersucht werden. Nachdem der differenzierende Anteil sehr schwierig auszulegen ist – die nach der Durchtrittsfrequenz auftretende Resonanzüberhöhung erfordert eine präzise abgestimmte Dämpfung des Differenzierers –, soll auf diesen verzichtet werden. Dies geht unter Umständen zwar zu Lasten der Performanz, führt jedoch zu einer erheblichen Verbesserung der Parametrierbarkeit.

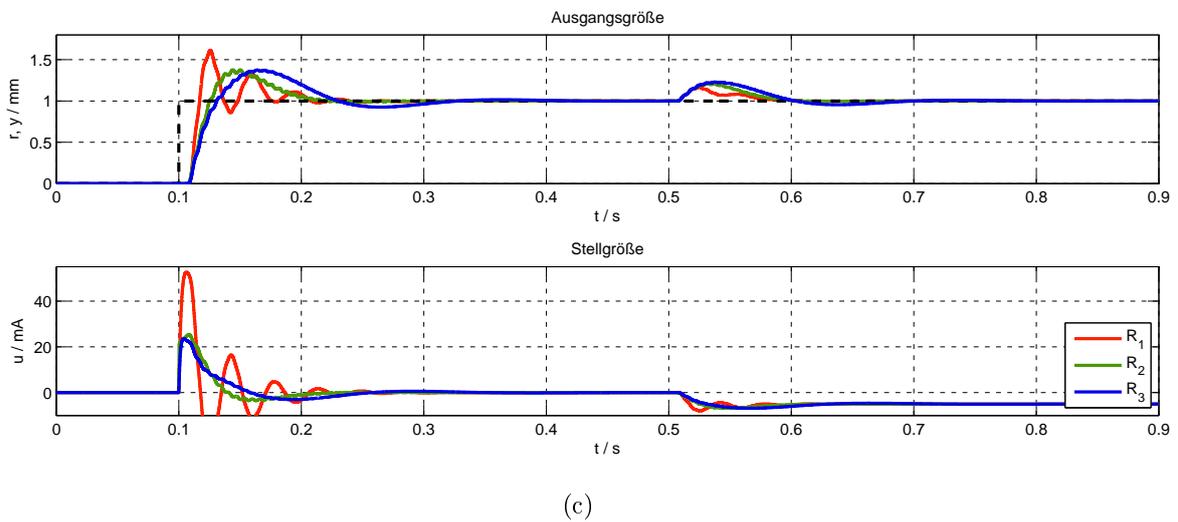
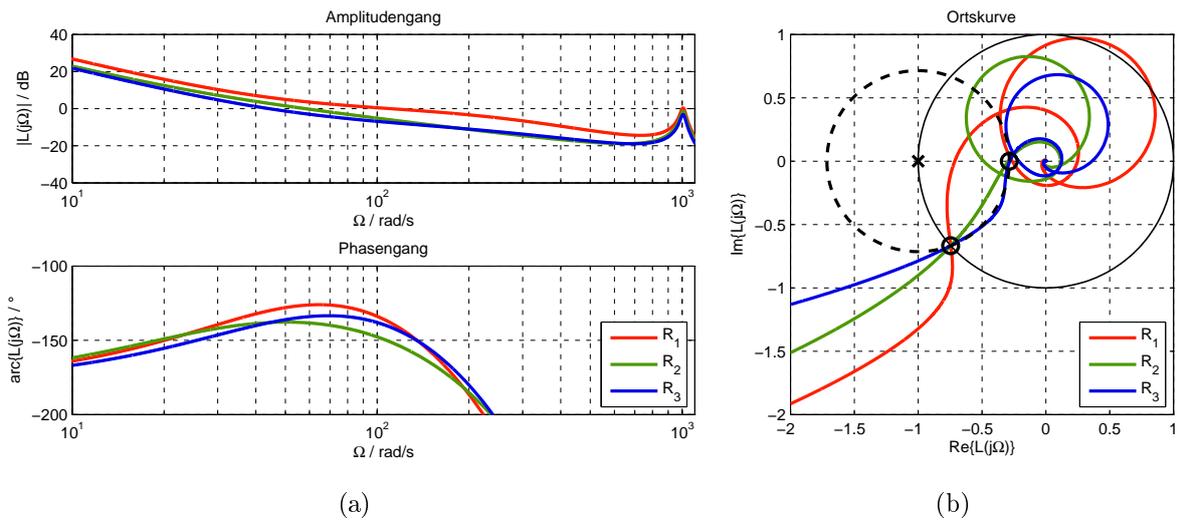


Abbildung 8.2: Reglerentwurf mit Frequenzkennlinien: (a) Bode-Diagramm des offenen Kreises L im Bereich der Durchtrittsfrequenz Ω_c , (b) Ortskurve des offenen Kreises L , (c) Antwort auf einen Führungssprung mit Höhe 1 und einen am Eingang der Strecke angreifenden Störgrößenprung mit Höhe 5

Regler	$\Omega_c / \frac{\text{rad}}{\text{s}}$	$\phi_r / ^\circ$	$\Omega_0 / \frac{\text{rad}}{\text{s}}$	$A_r / 1$	$M_s / 1$	t_r / ms	$\ddot{u} / \%$
R_1	110,53 *	41,85 *	188,81 *	1,40 *	3,67	8,00	61,28
R_2	58,18	41,85	187,25 *	3,41 *	2,27	16,00	37,70
R_3	44,21	41,85	199,71 *	3,54 *	1,43	21,40	37,46

Tabelle 8.1: Reglerentwurf mit Frequenzkennlinien: Ergebnisse (mit * gekennzeichnete Werte sind nicht eindeutig)

8.3.1 Vorgabe der Durchtrittsfrequenz und der Phasenreserve

Die Verwendung eines PI-Reglers erlaubt bekanntlich die Vorgabe eines fast beliebigen Frequenzgangpunkts des offenen Kreises, solange dazu keine Phasenhebung notwendig ist. Eine naheliegende Entwurfsvorschrift lautet

$$L(j\Omega_c) = 1 e^{j(\phi_r - 180^\circ)} \quad (8.14)$$

und spezifiziert offensichtlich die Durchtrittsfrequenz und die Phasenreserve des offenen Kreises L . Da sich die Phasenreserve bereits aus den Anforderungen ergibt, beschränkt sich die Reglerauslegung rein auf die Wahl einer geeigneten Durchtrittsfrequenz Ω_c (siehe Abschnitt 4.2.3).

Verwendung eines reinen PI-Reglers

Durch schrittweise Anpassung der Durchtrittsfrequenz Ω_c , Reglersynthese gemäß den Gleichungen (4.32)–(4.33) und visuelle Inspektion des Ortskurvenverlaufs ergibt sich nach wenigen Iterationen die Durchtrittsfrequenz $\Omega_{c,1} = 30 \text{ rad/s}$ und der Regler

$$R_1(q) = K_P + K_I \frac{1}{q} = 9,82 + 206,80 \frac{1}{q}. \quad (8.15)$$

Diese Reglereinstellung erfüllt zwar die Anforderungen an die Stabilitätsreserve sehr gut, geht jedoch mit einem relativ trägen Verhalten des Regelkreises einher.

Eine Erhöhung der Durchtrittsfrequenz auf $\Omega_{c,1} = 55 \text{ rad/s}$ führt auf den Regler

$$R_2(q) = K_P + K_I \frac{1}{q} = 20,04 + 495,06 \frac{1}{q} \quad (8.16)$$

und bewirkt eine deutliche Verbesserung des dynamischen Verhaltens. Die Anhebung der Betragskennlinie im Bereich der Resonanzfrequenz und führt jedoch zur Oszillation der Ausgangsgröße und zu einer deutlichen Erhöhung von M_s .

Verwendung eines zusätzlichen Tiefpassfilters

Eine wesentliche Verbesserung der Stabilitätsreserve lässt sich durch Verwendung eines Tiefpassfilters

$$R_{3,TP}(q) = \frac{1}{\frac{s}{\Omega_{TP}} + 1} \quad \text{mit } \Omega_{TP} = 1400 \text{ rad/s} \quad (8.17)$$

erreichen, der im Bereich der Resonanzfrequenz weniger zur Absenkung der Betragskennlinie, sondern eher zur Verschiebung der Phase benötigt wird. Berücksichtigt man die Tiefpassfilterung bei der Auslegung des PI-Reglers, ergibt sich

$$R_3(q) = R_{3,TP}(q) \left(K_P + K_I \frac{1}{q} \right) = R_{3,TP}(q) \left(20,40 + 451,75 \frac{1}{q} \right) \quad (8.18)$$

und damit eine deutliche Verringerung von M_s .

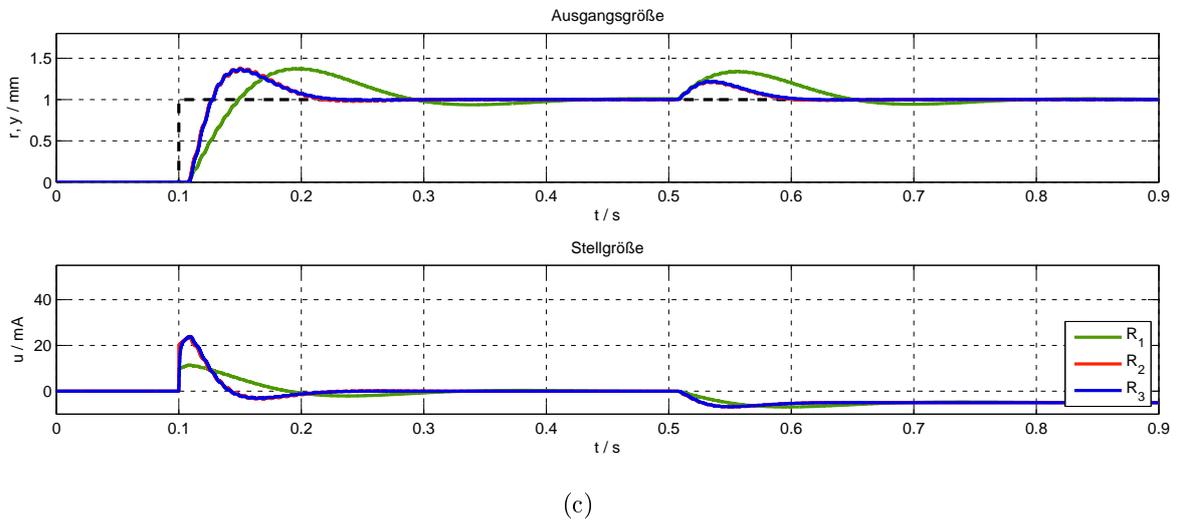
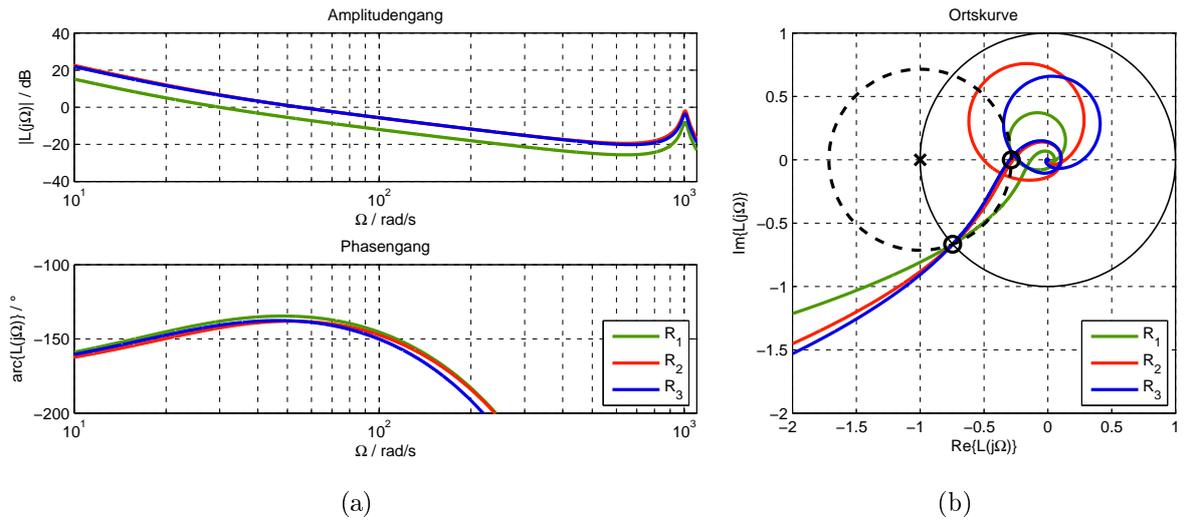


Abbildung 8.3: PI-Regler mit definierter Durchtrittsfrequenz Ω_c und Phasenreserve ϕ_r :
 (a) Bode-Diagramm des offenen Kreises L im Bereich der Durchtrittsfrequenz Ω_c , (b) Ortskurve des offenen Kreises L , (c) Antwort auf einen Führungssprung mit Höhe 1 und einen am Eingang der Strecke angreifenden Störgrößensprung mit Höhe 5

Regler	$\Omega_c / \frac{\text{rad}}{\text{s}}$	$\phi_r / ^\circ$	$\Omega_0 / \frac{\text{rad}}{\text{s}}$	$A_r / 1$	$M_s / 1$	t_r / ms	$\ddot{u} / \%$
R_1	30,00	41,85	192,44 *	7,67 *	1,43	39,00	37,55
R_2	55,00	41,85	189,74 *	3,70 *	2,30	18,40	38,15
R_3	55,00	41,85	173,80 *	3,36 *	1,66	17,60	37,07

Tabelle 8.2: PI-Regler mit definierter Durchtrittsfrequenz und Phasenreserve: Ergebnisse (mit * gekennzeichnete Werte sind nicht eindeutig)

8.3.2 Vorgabe des Abstands zum kritischen Punkt

Der Einfluss einer am Eingang der Strecke anliegenden Störung lässt sich durch die Übertragungsfunktion

$$P(q)S(q) = \frac{P(q)}{1 + R(q)P(q)} = \frac{T(q)}{R(q)} \quad (8.19)$$

beschreiben. Setzt man R als PI-Regler an, ergibt sich für tiefe Frequenzen näherungsweise

$$\frac{T(q)}{R(q)} \approx \frac{1}{R(q)} \approx \frac{q}{K_I}. \quad (8.20)$$

Zur Unterdrückung niederfrequenter Störungen ist es demnach naheliegend, eine Maximierung des I-Anteil bei gleichzeitiger Sicherstellung eines Mindestabstands zum kritischen Punkt -1 vorzunehmen (siehe Abschnitte 4.2.4 und Abschnitte 4.2.5).

Reglerauslegung mit der MIGO-Methode

Der dem MIGO-Verfahren zugrunde liegende Optimierungsalgorithmus ist kein Bestandteil der MATLAB-Funktionsbibliotheken und musste im Rahmen dieser Arbeit selbst implementiert werden. Die Bestimmung der Parameter K_P und K_I läuft für die gegebene Strecke auf die numerische Lösung des Gleichungssystems (4.43)–(4.46) mit Hilfe des Newton-Raphson-Verfahrens hinaus und liefert den Regler

$$R_1(q) = K_P + K_I \frac{1}{q} = 9,79 + 195,64 \frac{1}{q}, \quad (8.21)$$

der die vorgegebenen Anforderungen exakt erfüllt.

Aufgrund der Tatsache, dass der Lösungsalgorithmus an mehreren Stellen eine numerische Differentiation diverser Kennlinien vornimmt, ist die Verwendung eines gemessenen, punktweise gegebenen und verrauschten Frequenzgangs undenkbar. Das Streckenmodell muss als Übertragungsfunktion vorliegen, was eine erhebliche Einschränkung der Anwendbarkeit dieser Methode bedeutet. Des Weiteren hängt die Qualität des Ergebnisses von einer Vielzahl von Parametern ab, wobei speziell jene Fälle problematisch sind, die auf eine iterative Lösung des Gleichungssystems (4.43)–(4.46) hinauslaufen. Unter Umständen muss der Anwender hier Toleranzen und Abbruchkriterien anpassen oder manuell für einigermaßen gute Startwerte sorgen.

Reglerauslegung mit der AMIGOf-Methode

Für Strecken mit verhältnismäßig monoton verlaufendem Frequenzgang liefern die als AMIGOf bezeichneten Einstellregeln eine Näherungslösung, die nicht mehr die Kenntnis des gesamten Frequenzgangs erfordert. Basierend auf dem Frequenzgangspunkt $G(j\Omega_\phi)$

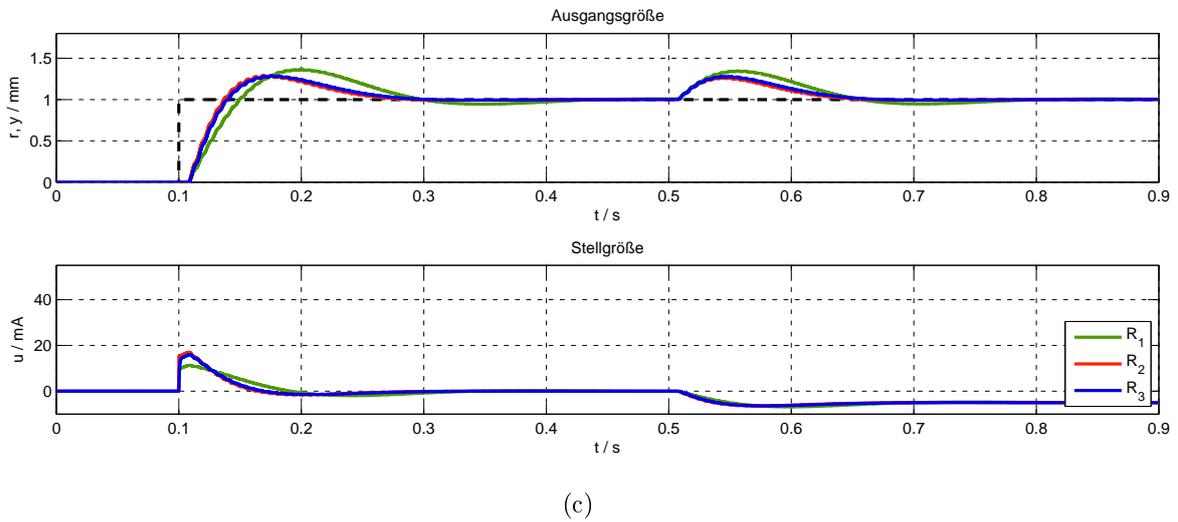
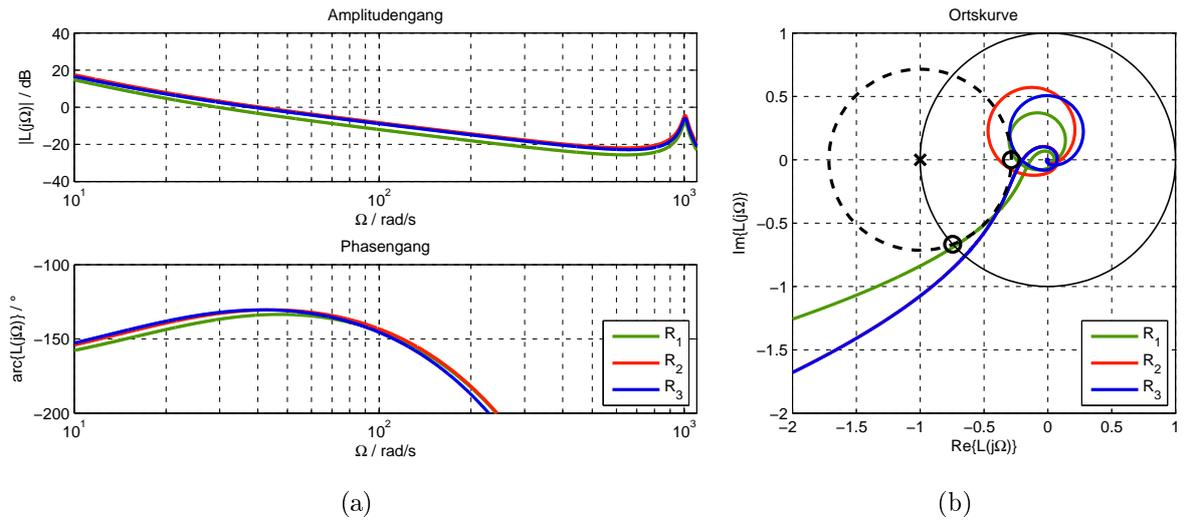


Abbildung 8.4: PI-Regler mit definiertem Abstand zum kritischen Punkt -1 : (a) Bode-Diagramm des offenen Kreises L im Bereich der Durchtrittsfrequenz Ω_c , (b) Ortskurve des offenen Kreises L , (c) Antwort auf einen Führungssprung mit Höhe 1 und einen am Eingang der Strecke angreifenden Störgrößensprung mit Höhe 5

Regler	$\Omega_c / \frac{\text{rad}}{\text{s}}$	$\phi_r / ^\circ$	$\Omega_0 / \frac{\text{rad}}{\text{s}}$	$A_r / 1$	$M_s / 1$	t_r / ms	$\ddot{u} / \%$
R_1	29,56	43,06	193,23 *	7,72 *	1,41	39,60	36,36
R_2	40,95	49,44	195,27 *	5,07 *	1,78	27,40	29,00
R_3	38,46	49,45	183,22 *	5,09 *	1,38	29,00	28,64

Tabelle 8.3: PI-Regler mit definiertem Abstand zum kritischen Punkt -1 : Ergebnisse (mit * gekennzeichnete Werte sind nicht eindeutig)

mit $\phi = 130^\circ$ sowie der Gleichverstärkung $|G(j0)|$ ergibt sich gemäß den Gleichungen (4.52)–(4.53) der Regler

$$R_2(q) = K_P + K_I \frac{1}{q} = 15,10 + 258,78 \frac{1}{q}, \quad (8.22)$$

der die Entwurfsspezifikationen nur unzureichend erfüllt. Der Grund dafür ist offensichtlich die Resonanzerscheinung, die sich in einer deutlichen Überhöhung der Betragskennlinie und damit in einem nicht monoton verlaufenden Frequenzgang niederschlägt.

Unter Zuhilfenahme des Tiefpassfilters

$$R_{3,TP}(q) = \frac{1}{\frac{s}{\Omega_{TP}} + 1} \quad \text{mit } \Omega_{TP} = 2000 \text{ rad/s}, \quad (8.23)$$

der erneut eine Phasenverschiebung im Bereich der Resonanzfrequenz bewirkt, ergibt sich ein Regler der Gestalt

$$R_3(q) = R_{3,TP}(q) \left(K_P + K_I \frac{1}{q} \right) = R_{3,TP}(q) \left(14,19 + 228,14 \frac{1}{q} \right). \quad (8.24)$$

Den Abbildungen 8.4(a)–(c) sowie der Tabelle 8.3 ist zu entnehmen, dass der Regler R_3 die vorgegebenen Anforderungen hervorragend erfüllt, sich hinsichtlich des Führungs- und Störverhaltens jedoch kaum von R_2 unterscheidet.

8.4 Vorsteuerung

In den Abschnitten 8.2 und 8.3 wurden verschiedene Möglichkeiten präsentiert, die Regelkreisstruktur aus Abbildung 8.1 hinsichtlich einer ausreichenden Stabilitätsreserve und eines guten Störverhaltens auszulegen. Da die Vorsteuerung bekanntlich keinen Einfluss auf diese Eigenschaften hat – die stabilen Teilsysteme V_r und V_u bewirken lediglich eine Vorfilterung des Führungssignals –, konnte dabei stets von einem Standardregelkreis ausgegangen werden.

Im Rahmen dieses Abschnitts soll nun eine Verbesserung des bisher noch unberücksichtigt gebliebenen Führungsverhaltens erzielt werden. Dies stellt sozusagen einen zweiten Entwurfsschritt dar und erfolgt durch Dimensionierung der Systeme V_r und V_u . Als Ausgangspunkt aller weiteren Betrachtungen wird der gemäß Gleichung (8.24) parametrisierte PI-Regler mit Tiefpass vorausgesetzt.

8.4.1 Setpoint Weighting

Ein wesentlicher Pluspunkt bei der Verwendung von Standardreglern ist die Möglichkeit, die Führungsübertragungsfunktion des Regelkreises unter Zuhilfenahme einfacher

Gewichtungsfaktoren zu beeinflussen. Für einen PI-Regler, der gemäß den Gleichungen (4.56)–(4.58) mit $K_D = 0$ definiert ist, ergibt sich

$$R(q) = \frac{K_P q + K_I}{q} \quad (8.25)$$

$$V_r(q) = \frac{bK_P q + K_I}{K_P q + K_I} = \frac{bT_I q + 1}{T_I q + 1} \quad (8.26)$$

$$V_u(q) = 0, \quad (8.27)$$

wobei der Faktor b offensichtlich eine isolierte Adaption des Führungsverhaltens erlaubt. In der Regel wird $0 \leq b < 1$ gewählt, da diese Einstellung eine mehr oder weniger starke Dämpfung hoher Frequenzen bewirkt und damit das Überschwingen der Sprungantwort reduziert (siehe Abschnitt 4.3.2).

Eine gängige Wahl des Gewichtungsfaktors, die beispielsweise bei sogenannten I-PD-Reglern anzutreffen ist, lautet $b = 0$. Damit ergibt sich eine Vorsteuerung der Gestalt

$$V_{r,1}(q) = \frac{b_1 T_I q + 1}{T_I q + 1} = \frac{1}{T_I q + 1} \quad \text{mit } b_1 = 0, \quad (8.28)$$

die offensichtlich Tiefpasscharakter aufweist. Abbildung 8.5(b) sowie Tabelle 8.4 ist zu entnehmen, dass das Überschwingen damit fast vollständig eliminiert wird, gleichzeitig jedoch eine merkliche Verlangsamung des Führungsverhaltens eintritt.

Ein deutlich besserer Kompromiss hinsichtlich Überschwingen und Anstiegszeit lässt sich mit der Einstellung

$$V_{r,2}(q) = \frac{b_2 T_I q + 1}{T_I q + 1} \quad \text{mit } b_2 = 0,5 \quad (8.29)$$

erzielen, die sehr schnell auf empirischem Wege gefunden werden kann.

8.4.2 Verwendung der Strecken inversen

Verfügt man über ein exaktes Modell der Regelstrecke, ist es naheliegend, die Vorsteuerung gemäß

$$V_u(q) = P^{-1}(q)V_r(q) \quad (8.30)$$

zu wählen und so für ein Führungsverhalten zu sorgen, das der Übertragungsfunktion V_r entspricht. In Abwesenheit extern eingebrachter Störungen ergibt sich damit theoretisch ein verschwindender Regelfehler $e = 0$ (siehe Abschnitt 4.3.1).

Unter der Annahme, die gegebene Regelstrecke lässt sich über weite Frequenzbereiche als totzeitbehafteter Integrierer

$$\hat{P}(q) = K \underbrace{\frac{1 - q \frac{T_s}{2}}{q} \left(\frac{1 - q \frac{T_s}{2}}{1 + q \frac{T_s}{2}} \right)^{N_t}}_{\approx \frac{K}{q} e^{-q T_t}} \quad \text{mit } K = 2,5 \quad \text{und } N_t = \frac{T_t}{T_s} = 30 \quad (8.31)$$

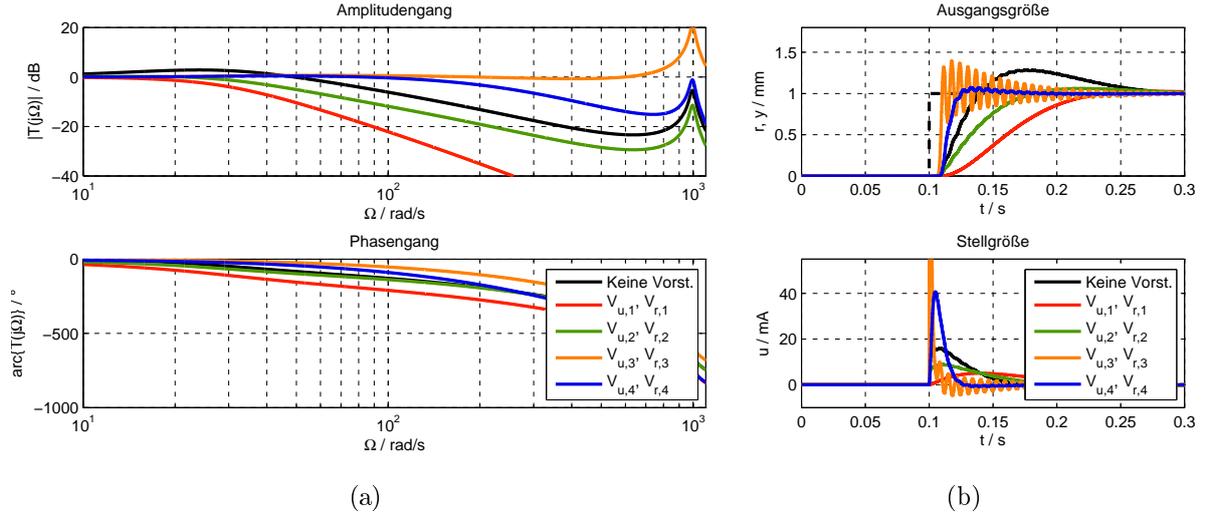


Abbildung 8.5: Vorsteuerung zur Verbesserung des Führungsverhaltens: (a) Bode-Diagramm der Führungsübertragungsfunktion T im Bereich der Durchtrittsfrequenz Ω_c , (b) Antwort auf einen Führungssprung mit Höhe 1

Vorsteuerung	$\max_{\Omega < 500} T /\text{dB}$	$\max_{\Omega \geq 500} T /\text{dB}$	$\Omega_{3\text{dB}}/\frac{\text{rad}}{\text{s}}$	t_r/ms	$\ddot{u}/\%$	$\max_t u /\text{mA}$
Keine	2,83	-5,35	70,76	29,00	28,64	15,99
$V_{u,1}, V_{r,1}$	0,00	-41,19	26,77	112,40	2,61	6,43
$V_{u,2}, V_{r,2}$	0,24	-11,37	39,13	67,40	6,19	9,01
$V_{u,3}, V_{r,3}$	0,66	20,47	–	5,40	39,57	296,30
$V_{u,4}, V_{r,4}$	0,42	-1,12	192,30	15,20	7,22	40,70

Tabelle 8.4: Vorsteuerung zur Verbesserung des Führungsverhaltens: Ergebnisse

approximieren, kann eine Vorsteuerung

$$V_{u,3}(q) = \frac{1}{K} \frac{q}{\frac{q}{\Omega_{V,1}} + 1} \quad (8.32)$$

$$V_{r,3}(q) = \frac{1}{\frac{q}{\Omega_{V,1}} + 1} \left(\frac{1 - q \frac{T_s}{2}}{1 + q \frac{T_s}{2}} \right)^{N_t} \quad (8.33)$$

mit

$$\Omega_{V,1} = 800 \text{ rad/s} \quad (8.34)$$

angesetzt werden. Wie Abbildung 8.5(a) zeigt, entspricht das Führungsverhalten damit fast bis zur Resonanzfrequenz – bis hierhin gilt die Approximation (8.31) – der Übertragungsfunktion $V_{r,3}$. Durch die Vorsteuerung erfolgt offensichtlich eine massive Anhebung der Betragskennlinie samt Resonanzüberhöhung, was bei schmalbandigen, niederfrequenten Führungssignalen zwar kein Problem darstellt, bei sprungförmigen Anregungen jedoch zu einem beträchtlichen Stellgrößenimpuls und einer deutlichen sichtbaren Oszillation der Ausgangsgröße führt.

Für breitbandige Führungssignale bietet sich daher die Verwendung eines Tiefpassfilters an, der im Bereich der Resonanzfrequenz eine Absenkung der Betragskennlinie unter 0dB vornimmt. Die Vorsteuerung

$$V_{u,4}(q) = \frac{1}{\left(\frac{q}{\Omega_{V,4}} + 1\right)^2} V_{u,3} \quad (8.35)$$

$$V_{r,4}(q) = \frac{1}{\left(\frac{q}{\Omega_{V,4}} + 1\right)^2} V_{r,3} \quad (8.36)$$

mit

$$\Omega_{V,4} = 300 \text{ rad/s} \quad (8.37)$$

führt zur Dämpfung hoher Frequenzen, ergibt eine beinahe überschwingungsfreie Sprungantwort und hält zudem noch die Stellgröße in einem realistischen Bereich.

8.5 Zusammenfassung

Im Verlauf dieses Kapitels wurden verschiedene frequenzkennlinienbasierte Möglichkeiten zum Entwurf der in Abbildung 8.1 dargestellten Regelkreisstruktur untersucht. Während der Fokus bei der Auslegung des Standardregelkreises vorwiegend auf der Optimierung des Störverhaltens und der Wahrung einer vorgegebenen Stabilitätsreserve lag, galt die Vorsteuerung ausschließlich der Verbesserung des Führungsverhaltens.

8.5.1 Standardregelkreis

Die Abschnitte 8.2 und 8.3 hatten zunächst die Dimensionierung des Reglers R zum Inhalt. Dabei war deutlich zu sehen, dass das vorgestellte Frequenzkennlinienverfahren zwar sehr gute Ergebnisse liefert, gleichzeitig jedoch mit einer relativ aufwändigen Entwurfsprozedur verbunden ist und ein gewisses Maß an Erfahrung voraussetzt. Genau umgekehrt verhält es sich beim Einsatz sogenannter PID-Regler, die aufgrund der fest vorgegebenen Reglerstruktur naturgemäß etwas weniger flexibel sind, dafür aber mit ihrer einfachen Parametrierbarkeit überzeugen.

Für diese Standardregler existieren mittlerweile unzählige Einstellregeln, auf die im Zuge der vorangegangenen Abschnitte allerdings nicht besonders ausführlich eingegangen werden konnte. Zur Anwendung kam ausschließlich ein verhältnismäßig neuer Satz von Formeln, der für Regelstrecken mit monoton verlaufendem Frequenzgang konzipiert und unter der Bezeichnung AMIGOf veröffentlicht wurde. Dieser Formelsatz liefert – in Übereinstimmung mit den in Abschnitt 8.1 besprochenen Entwurfszielen – einen PI-Regler, der zur optimalen Unterdrückung niederfrequenter Störungen bei gleichzeitiger Wahrung einer definierten Stabilitätsreserve ausgelegt ist. Nimmt man an, die Regelstrecke lässt

sich über weite Frequenzbereiche als Integrierer mit Totzeit beschreiben, können die gesuchten Regelparameter K_P und K_I ausgehend von einem einzigen Frequenzgangspunkt berechnet werden. Zur Ermittlung dieses Punkts eignet sich beispielsweise ein Relais mit Hysterese.

Das zweite Verfahren, das im Zusammenhang mit PID-Reglern zum Einsatz kam, basiert auf der Vorgabe der Durchtrittsfrequenz und der Phasenreserve des offenen Kreises $L = RP$. Es ist an keinerlei Voraussetzungen hinsichtlich des dynamischen Verhaltens der Regelstrecke gebunden, erfordert jedoch das Vorliegen des Streckenfrequenzgangs. Mithilfe einer einfachen Softwarelösung, die den Verlauf der Ortskurve in Abhängigkeit der gewählten Reglereinstellungen visualisiert, ist eine bequeme Parametrierung auch durch weniger erfahrene Benutzer denkbar.

8.5.2 Vorsteuerung

Um eine Verbesserung des Führungsverhaltens zu erreichen, wurden in Abschnitt 8.4 zwei unterschiedliche Varianten zur Auslegung der Systeme V_r und V_u besprochen. Während die als Setpoint Weighting bezeichnete Methode im Normalfall einer Tiefpassfilterung der Führungsgröße entspricht und die Verringerung des Überschwingens nur durch Verlangsamung des Ein-Ausgangsverhaltens erkaufte, führt die Vorsteuerung mit der Streckeninversen sowohl zur Reduktion des Überschwingens als auch zur Verkürzung der Anstiegszeit.

Setzt man erneut voraus, dass das dynamische Verhalten der Regelstrecke in erster Näherung einem Integrierer mit Totzeit entspricht, lässt sich die Streckeninverse durch einen gedämpften Differenzierer der Gestalt

$$V_u(q) = K_i \frac{q}{\frac{q}{\Omega_i} + 1} \approx P^{-1}(q) \quad (8.38)$$

approximieren. Nachdem die Knickfrequenz Ω_i generell sehr hoch gewählt werden kann, enthält das Modell lediglich eine Unbekannte: den Verstärkungsfaktor K_i . Dieser ergibt sich offenbar wieder anhand eines einzigen Frequenzgangspunkts.

Aufgrund der Tatsache, dass die Kompensation einer eventuell vorhandenen Totzeit bekanntlich nicht möglich ist, muss dieser Anteil in V_r enthalten und daher ebenfalls bekannt sein. Für den angenommenen Streckentyp erhält man diese Information im einfachsten Fall durch Anregung mit einem Rechtecksignal und Bestimmung jener Zeitspanne, die zwischen der steilen Flanke des Führungssignals und der ersten messbaren Reaktion des Ausgangssignals liegt.

Kapitel 9

Implementierung

Zur Durchführung realer Experimente wurde ein prototypischer, auf LabVIEW und der CompactRIO-Plattform basierender Zylinderregler entwickelt, dessen Aufbau nun im Rahmen dieses Kapitels näher beschrieben werden soll. Nachdem in den Abschnitten 9.1 und 9.2 sowohl die hardware- als auch die softwareseitige Implementierung des Reglers thematisiert wird, befasst sich Abschnitt 9.3 mit der Realisierung des Regelalgorithmus.

9.1 Hardware

Um den Fokus der Entwicklungstätigkeiten auf die eigentliche Regelungstechnik richten zu können, wurde hardwareseitig fast ausschließlich auf kommerziell verfügbare Komponenten der Firma National Instruments (NI) zurückgegriffen. Die Kernkomponente bildet ein *CompactRIO*-System, bestehend aus dem Chassis NI 9114 sowie dem RT-Controller NI 9022, das mit diversen Modulen der sogenannten *C-Serie* bestückt ist und somit alles Notwendige an Funktionalität zur Analog/Digital- und Digital/Analog-Wandlung bereitstellt.

Tabelle 9.1 ist zu entnehmen, dass die Erfassung der Regelgrößen Position und Kraft über *24-Bit-Delta-Sigma-Umsetzer* erfolgt, deren Abtastrate variabel, nach oben jedoch mit 50 kHz beschränkt ist. Den Herstellerangaben zufolge weisen diese Wandler unabhängig von der Abtastrate Verzugszeiten von knapp 40 Samples auf und führen aus regelungstechnischer Sicht zu einer beachtlichen Streckentotzeit. Diese lässt sich für eine Regelrate von 5 kHz¹⁰ jedoch deutlich verringern, indem zunächst mit der Maximalfrequenz von 50 kHz abgetastet und anschließend um den Faktor $M = 10$ dezimiert wird. Zur Vermeidung von Aliasing-Effekten erfolgt vor dem Downsampling eine Tiefpassfilterung mit einem Butterworth-Filter sechster Ordnung bei 350 Hz. Dieser Filter hat

¹⁰Die Regelrate von 5 kHz wurde von namhaften Herstellern hydraulischer Prüfstandssysteme, wie etwa *Instron* übernommen.

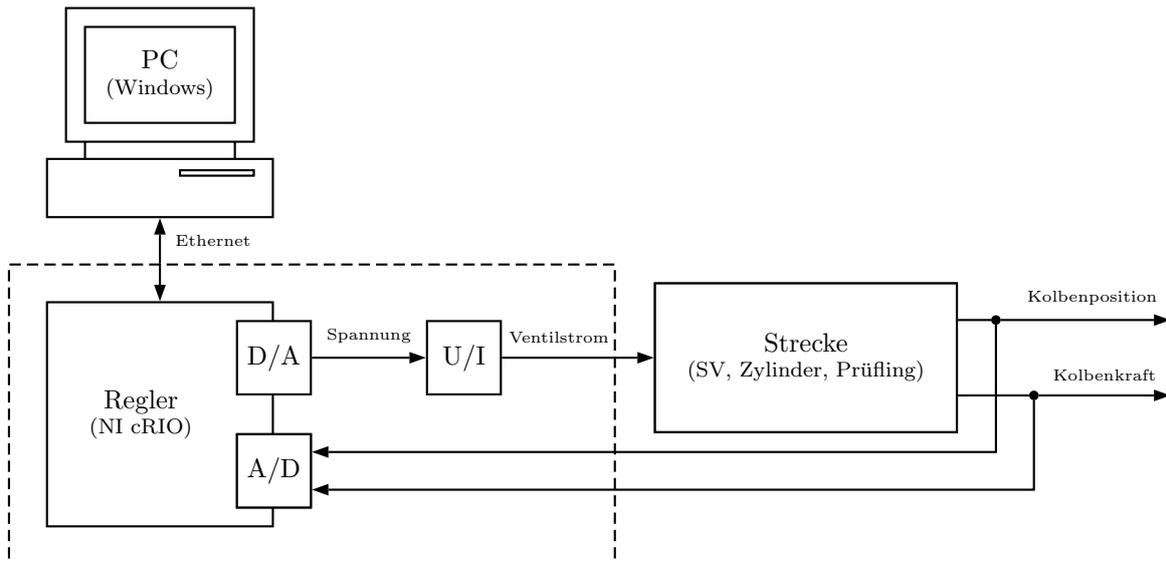


Abbildung 9.1: Hardware des Zylinderreglers als Blockschaltbild

Nr	Modul	Beschreibung	Zweck
1	NI 9239	Analogeingangsmodul (24 Bit, ± 10 V)	Messung Position
2	NI 9237	Brückenmodul (24 Bit, ± 25 mV/V)	Messung Kraft
3	NI 9269	Analogausgangsmodul (16 Bit, ± 10 V)	Ausgabe Stellsignal
4	NI 9435	Digitaleingangsmodul	Überwachung Not-Aus
5	NI 9474	Digitalausgangsmodul	Anzeige Zustand
6	NI 9481	Relais	Einschalten Hydraulik

Tabelle 9.1: Auflistung der verwendeten Ein- und Ausgangsmodule

im niederfrequenten Bereich eine Gruppenlaufzeit von etwa 90 Samples womit sich rein aufgrund der Reglerelektronik eine Untergrenze von

$$N_{t,min} \approx \frac{40 \text{ Samples} + 90 \text{ Samples}}{10} = 13 \text{ Samples} \quad (9.1)$$

für die Streckentotzeit ergibt. Aus Gleichung (9.1) geht hervor, dass der Anti-Aliasing-Filter für einen nicht vernachlässigbaren Teil dieser Totzeit verantwortlich ist, weshalb es einer gezielten Wahl der Knickfrequenz und der Filterordnung bedarf. Da im Rahmen dieser Arbeit jedoch keine diesbezüglichen Untersuchungen durchgeführt wurden, dürfte hier noch einiges an Verbesserungspotenzial vorhanden sein.

Die Ausgabe der Stellgröße erfolgt, wie in Tabelle 9.1 angegeben, als Spannung über ein 16-Bit-Analogausgangsmodul. Nachdem dieses allerdings nicht genug Ausgangsleistung zur direkten Ansteuerung eines Servoventils aufbringen kann, muss ein U/I-Wandler zwischengeschaltet werden, der die ausgegebene Spannung in einen proportionalen Ventilstrom umwandelt und somit der unterlagerten Regelung innerhalb eines Kaskadenregelkreises entspricht. Beim Spannungs-Stromumsetzer handelt es sich um eine Eigenbau-

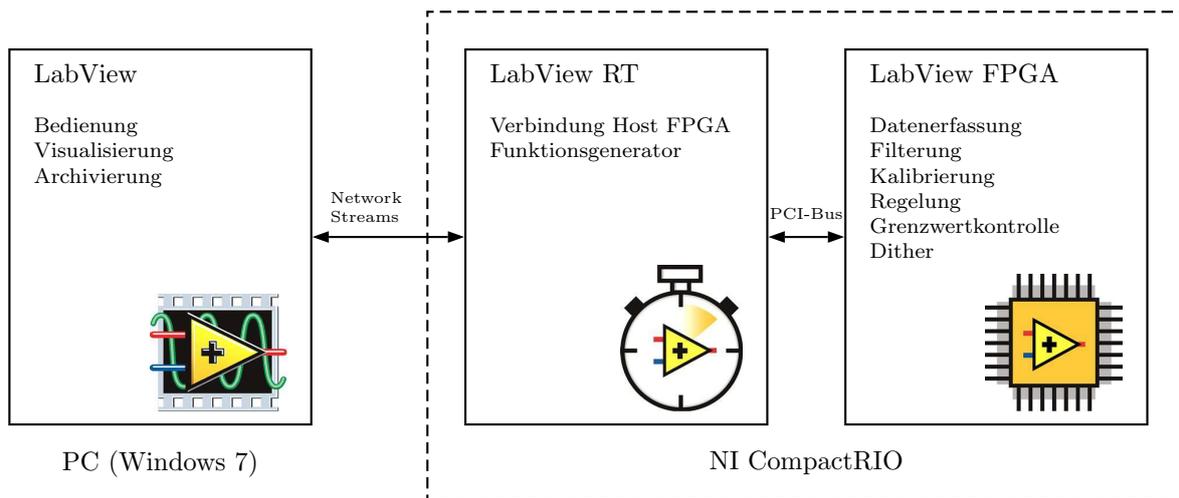


Abbildung 9.2: Software-Architektur des Zylinderreglers

lösung, die als OPV-Schaltung realisiert wurde und verglichen mit dem hydraulischen System eine vernachlässigbare Dynamik aufweist.

9.2 Software

Softwareseitig wurde eine Anwendung entwickelt, die gemäß Abbildung 9.2 auf einen Windows-Rechner, ein Echtzeitsystem und einen FPGA verteilt ist. Die beiden letztgenannten Ausführungsplattformen sind Bestandteile der CompactRIO-Einheit und können, genau wie Windows-Anwendungen, auf einer verhältnismäßig abstrakten Ebene mit LabVIEW programmiert werden.

Grundsätzlich handelt es sich bei einem *FPGA* (*Field Programmable Gate Array*) um eine programmierbare Logikschaltung, die durch Geschwindigkeit und Verlässlichkeit besticht und sich somit besonders für Anwendungsbereiche eignet, in denen ein hoher Grad an Determinismus gefordert ist. Da der im Chassis des CompactRIO-Systems verbaute FPGA über einen direkten Zugriff auf die in Abschnitt 9.1 aufgelisteten Erweiterungsmodule verfügt, enthält der hier ausgeführte Teil der Anwendung alle Funktionen zur Datenerfassung, Tiefpassfilterung, Regelung und Stellgrößenausgabe. Eine wesentliche Zusatzfunktion stellt außerdem die Überwachung der Positions- und Kraftsignale dar: beim Erreichen gewisser Grenzwerte muss die Hydraulikversorgung ausgeschaltet werden, um eine Beschädigung des Prüflings im Prüfbetrieb zu verhindern.

Das am Echtzeitsystem laufende Programm entspricht dem Bindeglied zwischen Windows-Rechner und FPGA und sorgt für eine fehlerfreie Übertragung von Kommandos und Messwerten. Zusätzlich erfolgt an dieser Stelle die Generierung von Führungsfolgen, womit die korrekte Abarbeitung definierter Prüfsequenzen auch bei unterbrochener Verbindung zur Bedienoberfläche gewährleistet ist.

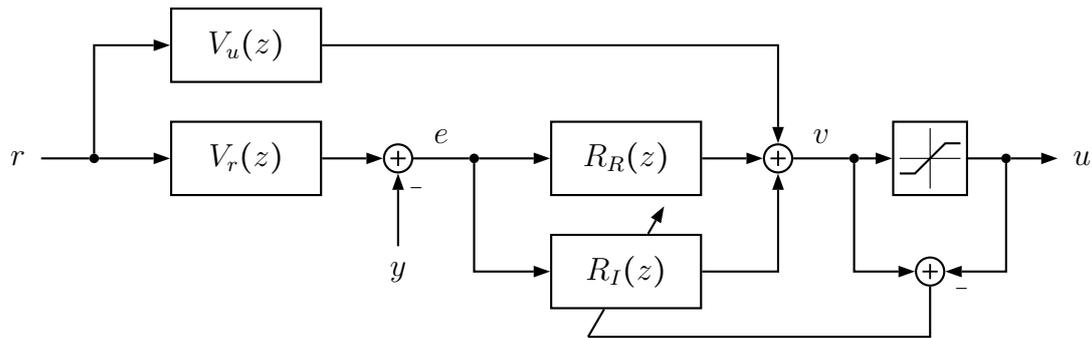


Abbildung 9.3: Strukturbild des realisierten Regelalgorithmus

Die Windows-Anwendung erlaubt schlussendlich eine komfortable Bedienung des Zylinderreglers und dient neben der Parametrierung der am FPGA implementierten Algorithmen vor allem der Visualisierung und Speicherung von Referenz-, Mess- und Stellsignalen.

9.3 Regelalgorithmus

Der am FPGA implementierte Regelalgorithmus weist die in Abbildung 9.3 dargestellte Struktur auf und entspricht damit genau jener Kombination aus Standardregelkreis und Vorsteuerung, die bereits in Kapitel 8 erklärt und dimensioniert wurde. Im Zuge dieses Abschnitts soll nun auf die tatsächliche Realisierung der Übertragungsfunktion als Differenzgleichung eingegangen und sämtliche für den praktischen Einsatz relevanten Zusatzmaßnahmen besprochen werden.

9.3.1 Realisierung von Übertragungsfunktionen

Zur Realisierung der Regel- und Filteralgorithmen werden die jeweiligen Übertragungsfunktionen zunächst in Serienschaltungen, bestehend aus Systemen zweiter Ordnung zerlegt. Die dabei entstehenden Teilsysteme haben die Gestalt

$$H(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} \quad (9.2)$$

und werden in der Literatur auch als *Biquads* oder *Second Order Sections (SOS)* bezeichnet. Eine Serienschaltung dieser Biquads hat gegenüber dem ursprünglichen System höherer Ordnung den wesentlichen Vorteil, dass es deutlich weniger empfindlich auf die Quantisierung von Koeffizienten reagiert. Nachdem der verwendete FPGA keine Gleitkomma-Arithmetik unterstützt, ist diese Tatsache hier von besonderer Relevanz.

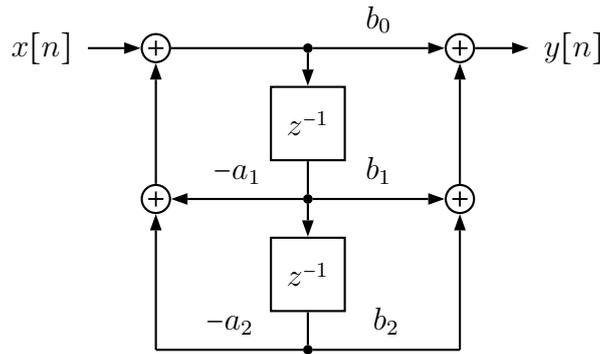


Abbildung 9.4: Biquad in zweiter Direktform (nach [26, S. 440])

Die nun vorliegenden Teilsysteme zweiter Ordnung werden in *Direktform 2*, also gemäß den Differenzgleichungen

$$w[n] = x[n] - a_1 w[n-1] - a_2 w[n-2] \quad (9.3)$$

$$y[n] = b_0 w[n] + b_1 w[n-1] + b_2 w[n-2] \quad (9.4)$$

sowie dem zugehörigen Blockdiagramm in Abbildung 9.4 realisiert. Diese Darstellung wird auch als kanonische Form bezeichnet, da sie mit der minimalen Anzahl an Speicherbausteinen z^{-1} auskommt.[26]

9.3.2 Anti-Windup

Im Gegensatz zur Simulation können bzw. dürfen in der Realität nur Stellsignale mit beschränkter Amplitude ausgegeben werden, was besonders im Zusammenhang mit integrierenden Reglern problematisch sein kann. Erfolgt etwa die Begrenzung einer zu hohen Stellgröße, kommt es zu einem nichtlinearen Regelkreisverhalten, das sich – verglichen mit dem linearen, also unbeschränkten Fall – in einer trägeren Antwort der Strecke niederschlägt und aufgrund des langsamer abklingenden Regelfehlers eine übermäßige Aufintegration desselben innerhalb des I-Anteils verursacht. Die Auswirkung dieses sogenannten *Windup-Effekts* ist eine zu lange andauernde Ausgabe der Maximalstellgröße, die mit einem stärkeren Überschwingen des Streckenausgangs einhergeht und im schlimmsten Fall zu einem Grenzyklus oder gar zur Instabilität des Regelkreises führt.

In der Praxis sind verschiedene Methoden zur Vermeidung dieses Effekts bekannt, die sich vor allem durch ihre Flexibilität sowie die Einfachheit der Anwendung unterscheiden. Um der Forderung nach einer einfachen Parametrierung des Reglers Rechnung zu tragen, wird hier auf ein sehr intuitives Verfahren gesetzt, das keinerlei Einstellung erfordert. Durch Partialbruchzerlegung erfolgt zuallererst eine Separation der Reglerübertragungsfunktion gemäß

$$R(z) = R_I(z) + R_R(z), \quad (9.5)$$

woraus sich der integrierende Anteil

$$R_I(z) = \tilde{K}_I \frac{1}{z-1} \quad (9.6)$$

ergibt, der genau dann angehalten wird, wenn sowohl $(v-u)$ als auch $e = (r-y)$ ungleich null sind und dasselbe Vorzeichen aufweisen. Offensichtlich verhindert diese Maßnahme eine weitere Erhöhung der Differenz $|v-u|$. [29, 30]

9.3.3 Stoßfreie Reglerumschaltung

Im Prüfstandsbetrieb ist es sehr wichtig, zwischen verschiedenen Reglereinstellungen umschalten zu können, ohne dabei transiente Vorgänge, also Stell- und Ausgangsgrößenimpulse hervorzurufen. Für die gewählte Regelkreisstruktur lässt sich diese stoßfreie Umschaltung (engl. *bumpless transfer*) verhältnismäßig einfach realisieren, wenn man voraussetzt, dass sich der gesamte Regelkreis im eingeschwungenen Zustand

$$r[n] = r_s = \text{const} \quad (9.7)$$

$$u[n] = u_s = \text{const} \quad (9.8)$$

$$y[n] = y_s = \text{const} \quad (9.9)$$

befindet.

Dazu ist es sinnvoll, zunächst das stationäre Verhalten der in Abschnitt 9.3.1 definierten Teilsysteme zweiter Ordnung, also die grundlegenden Bausteine des Reglers zu untersuchen. Aus einem Eingangssignal der Gestalt $x[n] = x_s$ folgt die Bedingung

$$w[n] = w[n-1] = w[n-2] = w_s = \text{const}, \quad (9.10)$$

die durch Einsetzen in Gleichung (9.3) und (9.4) die Stationärwerte

$$w_s = x_s \frac{1}{1+a_1+a_2} \quad (9.11)$$

$$y_s = x_s \frac{b_0+b_1+b_2}{1+a_1+a_2} \quad (9.12)$$

liefert.¹¹ Ausgehend von diesen Beziehungen und der in Abbildung 9.3 dargestellten Regelkreisstruktur lässt sich nun ein einfacher Algorithmus zur stoßfreien Parameterumschaltung angeben. Offensichtlich ist dazu eine gezielte Initialisierung der Speicherbausteine w nötig. Unter Zuhilfenahme der Gleichungen (9.11)–(9.12) sowie der Kenntnis des Stationärwerts r_s kann zunächst die Vorsteuerung, bestehend aus V_r und V_u umgeschaltet und initialisiert werden. Bei bekannter Ausgangsgröße y_s erhält man den Regelfehler e_s , womit sich in weiterer Folge auch die Parametrierung des Reglers $R_R(z)$ ergibt. Berücksichtigt man die von V_u und R_R ausgegebene Stellgröße, kann durch Initialisierung des Integrierers auch die Bedingung $u[n] = u_s$ erfüllt werden. Eine wesentliche Voraussetzung für die stoßfreie Umschaltung nach diesem Prinzip ist daher ein integrierender Regler.

¹¹Das Ausgangssignal y bezieht sich hier natürlich nicht auf die Regelstrecke sondern auf einen Biquad.

Teil III

Ergebnisse

Kapitel 10

Positionsregelung einer Zugprüfmaschine

Im Verlauf dieses Kapitels erfolgt die Positionsregelung einer realen Zugprüfmaschine. Einleitend wird zunächst kurz auf den Versuchsaufbau eingegangen und ein analytisches Modell des erwarteten Streckenverhaltens hergeleitet, ehe in den Abschnitten 10.3 und 10.4 die eigentlichen Resultate der Identifikation und des Reglerentwurfs präsentiert werden.

10.1 Versuchsaufbau

Die der Regelung unterworfenen Zugprüfmaschine ist in Abbildung 10.1 dargestellt und enthält als Kernstück einen Hydraulikzylinder, in dem aufgrund der hydrostatischen Lagerung des Kolbens keine nennenswerte Reibungsverluste auftreten. Der Zylinder eignet sich damit speziell für hochdynamische Prüfungen, weist einen Hub von ± 45 mm auf und ist bei einem Versorgungsdruck von 300 bar in der Lage, Kräfte von 600 kN in Zug- und Druckrichtung aufzubringen.

Zwei Spannfüter – das eine ist mit der Traverse verbunden und ortsfest, das andere ist an der Kolbenstange angebracht und kann über diese nach oben und unten bewegt werden – dienen der Fixierung eines Prüflings und lassen erahnen, dass die Maschine aufgrund des typischerweise vorliegenden Kraftschlusses meist in Kraftregelung betrieben wird. Eine Spindelführung ermöglicht die vertikale Verschiebung der Traverse und erlaubt somit das Spannen von Prüflingen unterschiedlicher Länge. Genau genommen ist das obere Spannfüter daher ebenfalls beweglich. Vor Beginn der Krafteinleitung durch den Zylinder muss die Traverse jedoch mithilfe eines hydraulischen Mechanismus arretiert werden.

Aufgrund des großen Kammervolumens sind zur Bewegung des Kolbens relativ hohe Volumenströme nötig, was naturgemäß die Verwendung eines Servoventils mit entsprechender Durchflussverstärkung erfordert. Im vorliegenden Fall wird ein Moog-Ventil der Serie 72 eingesetzt, das einen Nennvolumenstrom – dieser ist bei 70 bar Betriebsdruck

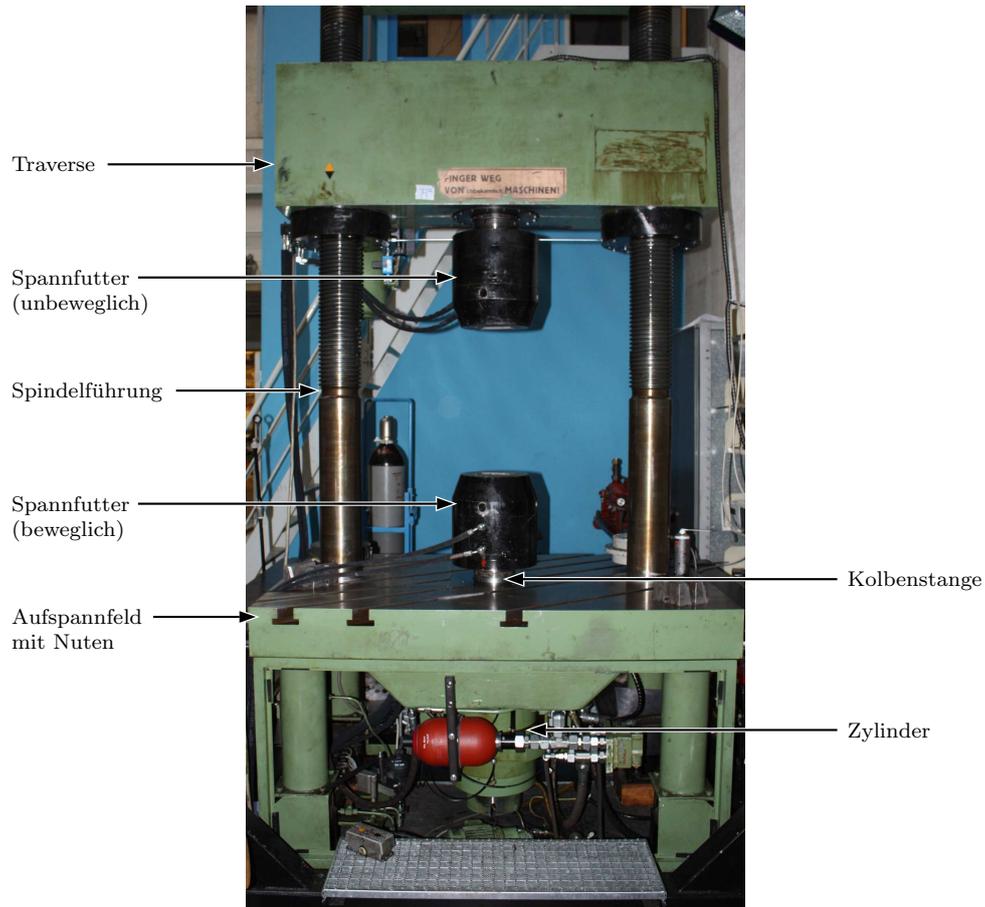


Abbildung 10.1: Zugprüfmaschine in Positionsregelung

und der vollständigen Öffnung des Ventils definiert – von 150 l/min aufweist. Mit der hohen Durchflussmenge geht in der Regel allerdings auch ein deutlich schlechteres dynamisches Verhalten einher: laut Datenblatt liegt die Grenzfrequenz des angesprochenen Ventils bei etwa 30 Hz.

10.2 Analytische Modellbildung

Zur mathematischen Modellierung des eben beschriebenen Versuchsaufbaus lässt sich, unter Vernachlässigung der Dynamik des Servoventils, die Übertragungsfunktion

$$i_v \rightarrow x_p: \quad P(s) = \frac{x_v(s) x_p(s)}{i_v(s) x_v(s)} = \frac{V}{s \left(\frac{1}{\omega_h^2} s^2 + \frac{2\zeta_h}{\omega_h} s + 1 \right)} \quad (10.1)$$

mit

$$V = \frac{K_v G_q}{A_p} \quad (10.2)$$

$$\omega_h = \sqrt{\frac{2\beta_e A_p^2}{mV_0}} \quad (10.3)$$

$$\zeta_h = \frac{c_p}{A_p} \sqrt{\frac{\beta_e m}{2V_0}} + \frac{d_p}{A_p} \sqrt{\frac{V_0}{8\beta_e m}}. \quad (10.4)$$

ansetzen. Abgesehen vom Faktor K_v , der die Proportionalität zwischen Ventilstrom i_v und Steuerkolbenposition x_v beschreibt, entspricht diese exakt Gleichung (6.52).

Während die Kolbenmasse aus dem Datenblatt der Maschine hervorgeht und

$$m = 350 \text{ kg} \quad (10.5)$$

beträgt, sind die geometrischen Abmessungen des Zylinders nicht bekannt. Ausgehend von den vorhin erwähnten Nenndaten kann durch die Gleichgangbauweise jedoch recht einfach auf die Kolbenfläche und das Kammervolumen geschlossen werden:

$$A_p = \frac{F_{p,N}}{p_s} = \frac{600 \text{ kN}}{300 \text{ bar}} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2 \quad (10.6)$$

$$V_0 = A_p x_{p,N} = A_p \cdot 45 \text{ mm} = 9 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 \quad (10.7)$$

Für den Dämpfungsfaktor d_p wird aufgrund der hydrostatischen Lagerung

$$d_p = 0 \frac{\text{N}}{\text{m/s}} \quad (10.8)$$

angenommen.

Der Ausdruck $K_v G_q$ beschreibt die Durchflussverstärkung in Abhängigkeit des Ventilstroms und kann anhand des Datenblatts bestimmt werden. Aus dem Volumenstrom-Diagramm in [23, S. 3] geht hervor, dass die Durchflussmenge bei vollständiger Ventilöffnung – dafür ist ein Strom von 40 mA nötig – und 300 bar Betriebsdruck in etwa 322 l/min beträgt. Daraus folgt sofort

$$K_v G_q = \frac{322 \text{ l/min}}{40 \text{ mA}} = 134,2 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^3/\text{s}}{\text{A}}. \quad (10.9)$$

Geht man, wie in [22, S. 141] vorgeschlagen, von vernachlässigbaren Leckagen des Zylinders aus, ergibt sich

$$c_p \approx G_{pq} \approx \frac{Q_L(x_v = 0, p_L = p_N)}{p_N} = \frac{4,9 \text{ l/min}}{70 \text{ bar}} = 1,17 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3/\text{s}}{\text{Pa}} \quad (10.10)$$

über den Leckvolumenstrom $Q_L(0, p_N)$ des Servoventils. Als wichtiger Kennwert ist dieser ebenfalls dem Datenblatt zu entnehmen.

Für den Kompressionsmodul ist zwar kein exakter Wert bekannt, laut [22, S. 141] wird bei Hydraulikflüssigkeiten auf Mineralölbasis in der Regel jedoch

$$\beta_e = 1,5 \cdot 10^9 \text{ Pa} \quad (10.11)$$

angenommen, womit sich für das Modell schlussendlich

$$V = 6,71 \frac{\text{m/s}}{\text{A}} \quad (10.12)$$

$$\omega_h = 1952 \text{ rad/s} \quad (10.13)$$

$$\zeta_h = 0,01 \quad (10.14)$$

ergibt.

10.3 Systemidentifikation

Bei der Identifikation des positionsgeregelten Versuchsaufbaus wird von keinerlei Vorwissen bezüglich des dynamischen Verhaltens der Regelstrecke ausgegangen. Mithilfe eines Relais werden in Abschnitt 10.3.1 daher als erstes definierte Frequenzgangspunkte bestimmt, die die Auslegung eines stabilisierenden Proportionalreglers erlauben. Basierend auf diesem linearen Regler erfolgt in Abschnitt 10.3.2 anschließend die Ermittlung der Totzeit und in Abschnitt 10.3.3 die Identifikation des Frequenzgangs und der zeitdiskreten Übertragungsfunktion.

10.3.1 Frequenzgangspunkte

Zunächst wird unter Zuhilfenahme eines hysteresefreien Relais jener Punkt des Streckenfrequenzgangs bestimmt, der eine Phasenverschiebung von -180° aufweist. Aufgrund des integrierenden Charakters der Regelstrecke reicht bereits eine Stellgröße von $1,2 \text{ mA}$ aus um einen stabilen Grenzyklus zu erhalten, aus dessen Grundschwingung sich

$$P(j\Omega_{r,1}) = 0,11 e^{-j179,16^\circ} \quad \text{mit } \Omega_{r,1} = 178,49 \text{ rad/s} \quad (10.15)$$

ergibt (siehe Abbildung 10.2(a)). Basierend auf diesem Wert, der bekanntermaßen den Schnittpunkt der Ortskurve $P(j\Omega)$ mit der negativen reellen Achse beschreibt, lässt sich sofort ein Proportionalregler mit definierter Amplitudenreserve auslegen. Fordert man einen zu $M_s = 1,3$ passenden Wert von

$$A_r = \frac{1}{1 - 1/M_s} = 4,33, \quad (10.16)$$

ergibt sich der Regelparameter

$$k_p = \frac{1}{A_r |G(j\Omega_{r,1})|} = 2,22 \frac{\text{mA}}{\text{mm}}, \quad (10.17)$$

dessen Einsatz im Normalfall kein besonders hochwertiges Regelkreisverhalten mit sich bringt, dafür jedoch auf einen stabilen Regelkreis führt.

Zur Bestimmung eines weiteren Frequenzgangspunkts – dieser wird später für die Auslegung eines PI-Reglers nach der AMIGOf-Methode benötigt – wird das Zweipunktglied mit Hysterese

$$u = 1,2 \text{ mA} \quad (10.18)$$

$$\Delta e = 0,3 \text{ mm} \quad (10.19)$$

eingesetzt. Aus der Grundschwingung des resultierenden Grenzyklus lässt sich analog zu vorhin

$$G(j\Omega_{r,2}) = 0,28 e^{-j129,45^\circ} \quad \text{mit } \Omega_{r,2} = 76,25 \text{ rad/s} \quad (10.20)$$

berechnen (siehe Abbildung 10.2(b)).

10.3.2 Totzeit

Entspricht das Verhalten der Regelstrecke über weite Frequenzbereiche einem Integrierer mit Totzeit, dann lässt sich letztere sehr einfach aus der Sprungantwort des Regelkreises ablesen. Durch Konstruktion einer Ausgleichsgeraden gemäß Abbildung 10.3(a) ergibt sich im vorliegenden Fall ein Wert von

$$T_t = 35T_s = 7 \text{ ms}. \quad (10.21)$$

Die langsam einsetzende Änderung der Steigung bei 0,06 ms ist allerdings ein Indiz dafür, dass der Polüberschuss der Regelstrecke größer als eins ist und das System daher nur begrenzt gut durch einen verzögerten Integrierer approximiert werden kann. Verantwortlich für diesen Umstand ist die träge Dynamik des Servoventils, die sich in einer relativ niedrigen Grenzfrequenz widerspiegelt und damit eine wesentliche Absenkung der Phase bedeutet. Da diese kaum von der eigentlichen Totzeit zu unterscheiden ist, modelliert T_t zu einem gewissen Grad auch die Verzögerung des Servoventils.

Durch genauere Betrachtung des Stellgrößenverlaufs in Abbildung 10.3(a) lässt sich ein nichtlineares Verhalten der Regelstrecke ausmachen: der stationäre Wert des Ventilstroms ist vor dem Führungssprung höher als nach diesem. Ein Vergleich mit Abbildung 10.3(b) zeigt, dass dieser Effekt nur mit starken Auslenkungen der Stellgröße einhergeht, weshalb es sich offenbar um eine Hystereseerscheinung handeln muss.

Erwähnenswert ist an dieser Stelle außerdem die bleibende Regelabweichung, die trotz des integrierenden Charakters der Strecke auch im stationären Fall nicht zu null wird. Als Gründe hierfür sind die eben besprochene Hysterese, ein möglicher Offset des Servoventils – ein Strom von 0 mA bedeutet somit nicht zwangsläufig die Mittenstellung des Steuerkolbens – sowie die Gewichtskraft $F = mg$ des vertikal verbauten Zylinderkolbens zu nennen. Alle drei Einflüsse entsprechen einer am Eingang der Strecke angreifenden Störung, deren Unterdrückung gemäß Abschnitt 3.1.3 den Einsatz eines integrierenden Reglers erfordert (vgl. 8.1.1).

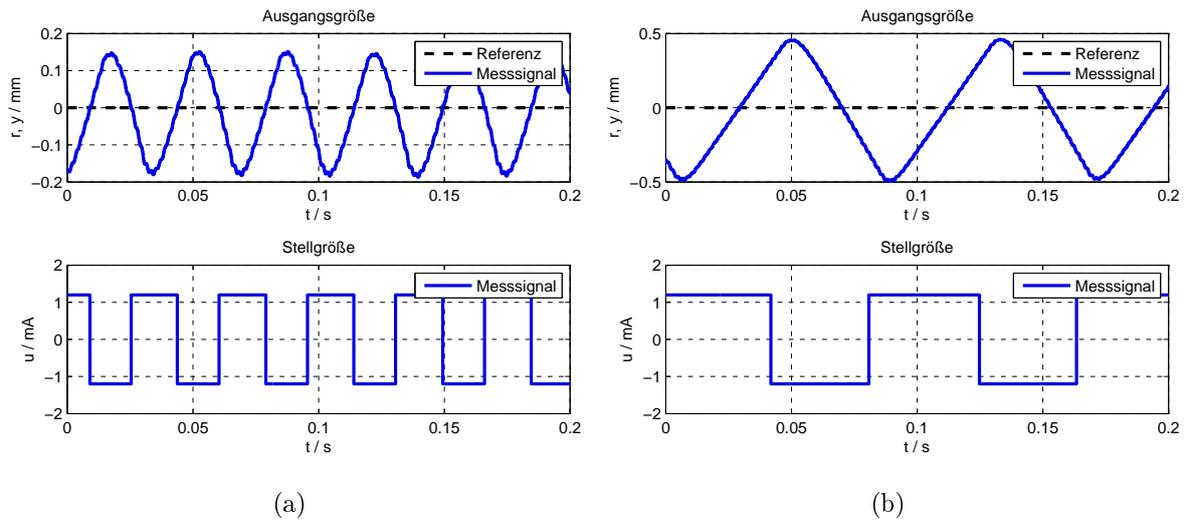


Abbildung 10.2: Relaisbasierte Identifikation einzelner Frequenzgangspunkte: Zeitliche Verläufe bei der Verwendung eines (a) Zweipunktglieds ohne Hysterese und (b) Zweipunktglieds mit Hysterese. Ersteres ist durch die Parameter $u = 1,2 \text{ mA}$ und $\Delta e = 0 \text{ mm}$ gegeben, letzteres durch $u = 1,2 \text{ mA}$ und $\Delta e = 0,3 \text{ mm}$.

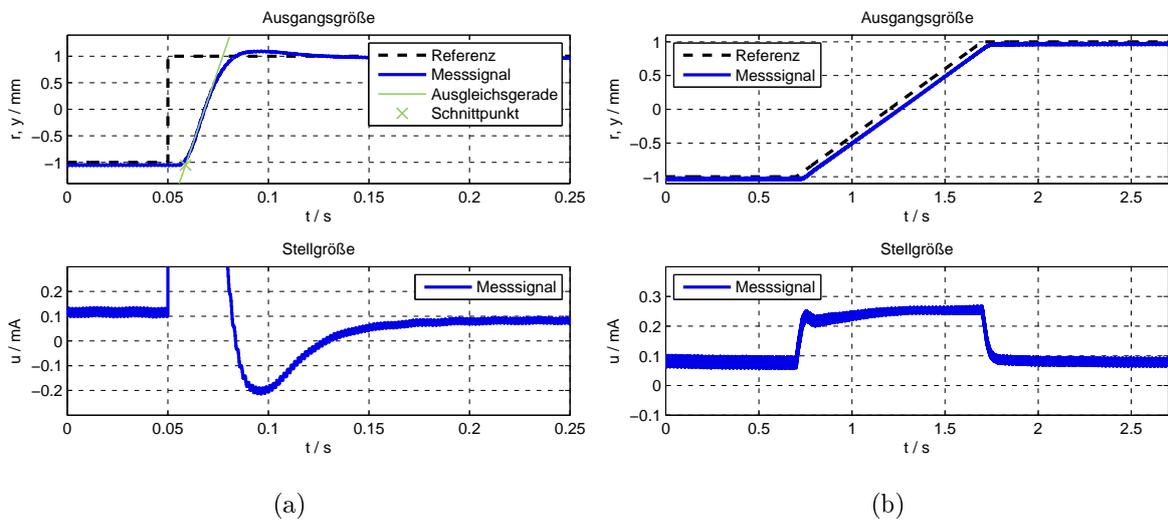


Abbildung 10.3: Messtechnische Ermittlung der Totzeit: Zeitliche Verläufe bei Verwendung des stabilisierenden P-Reglers aus Gleichung (10.17) und Beaufschlagung mit (a) einem Führungssprung und (b) einer Rampe. Die Ausgleichsgerade zur Bestimmung der Totzeit approximiert den Anstieg der Ausgangsgröße zwischen 10% und 70% des Endwerts.

10.3.3 Frequenzgang und Übertragungsfunktion

Die Identifikation des Frequenzgangs und der Übertragungsfunktion basiert im Wesentlichen auf den Erkenntnissen, die anhand der Simulationsstudien in Kapitel 7 gewonnen wurden. Als Regler kommt das Proportionalglied aus Gleichung (10.17) zum Einsatz, die Anregung erfolgt mithilfe gefilterter Rauschsignale separat für hohe und niedrige Frequenzen und für jeweils 120 s (siehe Tabelle 10.1).

Nachdem die zu identifizierende Strecke einer Regelung unterworfen ist, erfolgt die Bestimmung des nicht-parametrischen Frequenzgangs indirekt. Zur Schätzung der Leistungsdichtespektren wird erneut die klassische Methode nach Welch verwendet, die eine Fensterung mit Hamming-Funktionen und eine Überlappung von 50% erfordert. Mit der Zerlegung des niederfrequenten Signals in 160 und des hochfrequenten Signals in 240 überlappende Fenster ergeben sich die in Abbildung 10.4 dargestellten Ergebnisse, die bis zirka 300 Hz glaubwürdig erscheinen.

Die Ermittlung der zeitdiskreten Übertragungsfunktion mithilfe der Prädiktionsfehlermethode geschieht direkt und gemäß dem in Abschnitt 7.4.2 erläuterten mehrstufigen Verfahren, das schlussendlich auf die Schätzung der Modellparameter einer Box-Jenkins-Struktur hinausläuft. Das erhaltene Ergebnis spiegelt den vorhin ermittelten, nicht-parametrischen Frequenzgang bis zirka 300 Hz sehr gut wider, entspricht über dieser Frequenz jedoch sicher nicht der Realität. Dieser Sachverhalt ändert sich auch durch Overmodelling nicht und ist höchstwahrscheinlich auf die hohe Ordnung des Anti-Aliasing-Filters in Kombination mit der Festkomma-Arithmetik des FPGAs zurückzuführen, die keine beliebig feine Quantisierung erlaubt.

Ein Vergleich der Identifikationsergebnisse mit dem in Abschnitt 10.2 analytisch hergeleiteten Modell zeigt sehr deutlich die Notwendigkeit einer experimentellen Modellbildung. Aufgrund der großen Unsicherheiten bei der Bestimmung der Streckenparameter ist neben der Resonanzfrequenz und dem Dämpfungsgrad auch die Verstärkung mit einem beträchtlichen Fehler behaftet. Das Modell (10.12)–(10.14) eignet sich daher auch bei Berücksichtigung der Ventildynamik weder zum Entwurf noch zum Test eines Reglers.

10.4 Regelung

Im Zuge dieses Abschnitts erfolgt nun die Auslegung einer Positionsregelung gemäß den in Kapitel 8 anhand von Simulationen gewonnenen Erkenntnissen. Nachdem die Einfachheit und Transparenz der Entwurfsprozedur wesentliche Anforderungen darstellen, kommen bei der Dimensionierung des Standardregelkreises ausschließlich PID-Regler zum Einsatz. Der nachfolgende Entwurf der Vorsteuerung basiert auf einer Approximation der Streckeninversen.

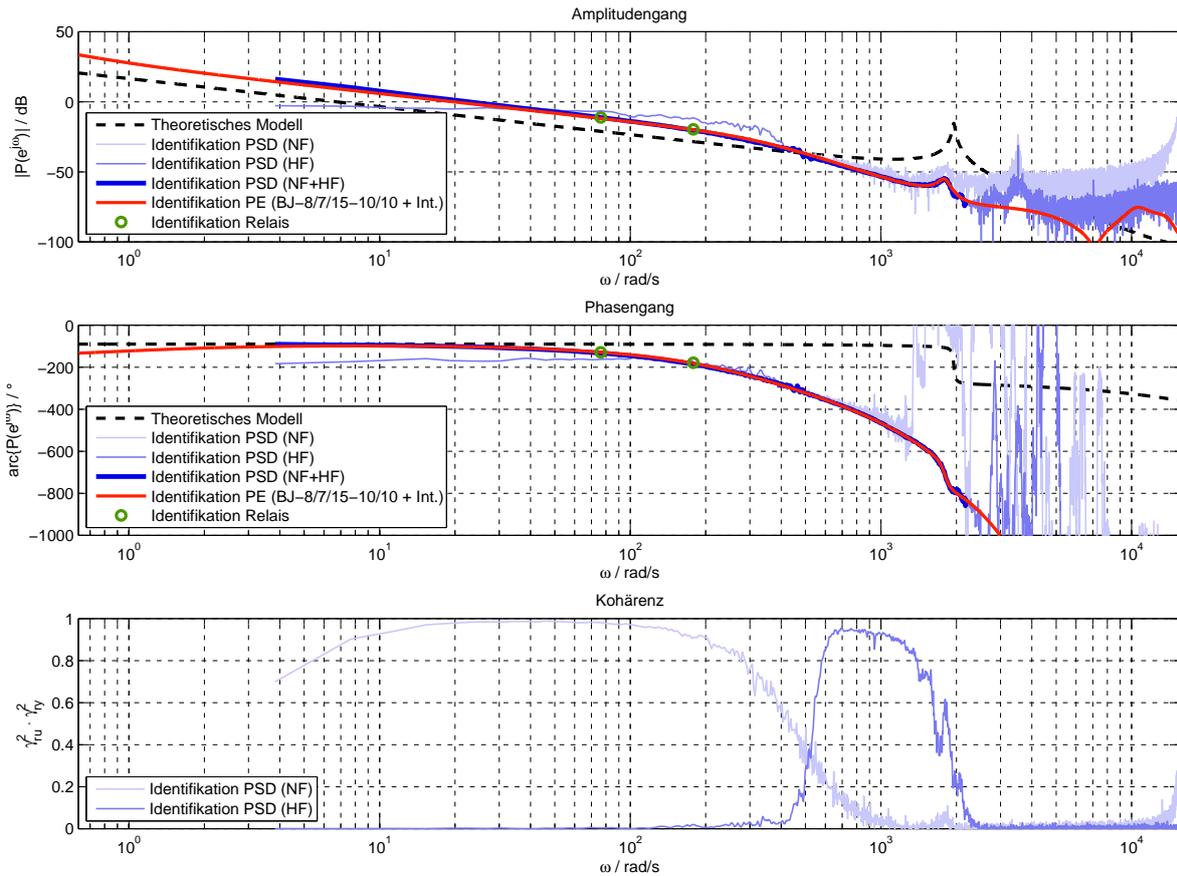


Abbildung 10.4: Analytische und experimentelle Modellbildung: Die indirekte Identifikation mit Leistungsdichtespektren (PSD) basiert auf Messsignalen der Länge $T_{mess} = 120$ s, der klassischen Methode nach Welch und einer Fensteranzahl von 160 (NF) bzw. 240 (HF). Das Vorgehen bei der direkten Identifikation der Übertragungsfunktion mithilfe des Prädiktionsfehlerverfahrens (PE) entspricht den Ausführungen in Abschnitt 7.4.2 und basiert auf einer Messdauer von $T_{mess} = 60$ s. Bei der Bestimmung des OE-Modells wurde ein Butterworth-Tiefpassfilter zehnter Ordnung bei 200 Hz eingesetzt.

Name	Erzeugung	n	f/Hz	$\max r /\text{mm}$	σ_r/mm
r_{NF}	Tiefpassfilter Butterworth	1	0–1	3	1
r_{HF}	Bandpassfilter Butterworth	12	100–350	3	1

Tabelle 10.1: Führungssignale (gefiltertes, weißes Rauschen) zur Identifikation mit Leistungsdichtespektren und Prädiktionsfehlern: n und f bezeichnen Ordnung und Durchlassbereich des Filters, $\max|r|$ und σ_r den Maximalwert und die Standardabweichung des Führungssignals.

10.4.1 Entwurf des Standardregelkreises

Das vorrangige Ziel bei der Auslegung des Standardregelkreises ist eine effektive Unterdrückung extern einwirkender Störungen bei gleichzeitiger Wahrung einer definierten Stabilitätsreserve. Als Entwurfsvorgabe wird

$$M_s = \max_{\Omega} |S(j\Omega)| = 1,4 \quad (10.22)$$

$$\phi_r = 2 \arcsin \frac{\rho}{2} = 41,8^\circ \quad (10.23)$$

$$A_r = \frac{1}{1 - \rho} = 3,5 \quad (10.24)$$

festgelegt, was in vielen Fällen eine gute Kompromisslösung darstellt und in der Regel zu einem einmaligen Überschwingen der Sprungantwort von etwa 30 % führt.

Entwurf anhand des gesamten Frequenzgangsverlaufs

Durch Festlegung der oben definierten Phasenreserve sowie einer Durchtrittsfrequenz von $\Omega_c = 50 \text{ rad/s}$ lässt sich gemäß Abschnitt 4.2.3 eindeutig der PI-Regler

$$R_1(q) = k_{P,1} + k_{I,1} \frac{1}{q} \quad \text{mit } k_{P,1} = 2,18, k_{I,1} = 38,89 \quad (10.25)$$

bestimmen (vgl. Abschnitt 8.3.1). Da eine Anhebung des Betrags im Bereich höherer Frequenzen nicht besonders kritisch ist – die Resonanzspitze liegt weit unter 0 dB –, scheint auch der Einsatz eines D-Anteils sinnvoll. Ausgehend von demselben Entwurfsverfahren und den oft anzutreffenden Zusatzbedingungen

$$T_I = 4T_D \quad (10.26)$$

$$\Omega_h = \frac{5}{T_D} \quad (10.27)$$

ergibt sich für $\Omega_c = 60 \text{ rad/s}$ der PID-Regler

$$R_2(q) = k_{P,2} + k_{I,2} \frac{1}{q} + k_{D,2} \frac{q}{\Omega_{h,2} q + 1}$$
$$\begin{aligned} k_{P,2} &= 2,71 \\ k_{I,2} &= 104,25 \\ k_{D,2} &= 17,61 \cdot 10^{-3} \\ \Omega_{h,2} &= 769 \text{ rad/s}, \end{aligned} \quad (10.28)$$

der durch den phasenanhebenden D-Anteil eine Vergrößerung des I-Anteils zulässt und ebenfalls die Entwurfsspezifikationen erfüllt.

Entwurf anhand eines Frequenzgangspunkts

Die Kenntnis jenes Frequenzgangspunkts, der eine Phasenverschiebung von -130° aufweist, ermöglicht die Synthese eines PI-Reglers mithilfe der in Abschnitt 4.2.5 besprochenen AMIGOf-Methode. Der entworfene Regler lautet

$$R_3(q) = k_{P,3} + k_{I,3} \frac{1}{q} \quad \text{mit } k_{P,3} = 1,52, \quad k_{I,3} = 22,05, \quad (10.29)$$

erfüllt sämtliche Anforderungen an die Stabilitätsreserve und ist daher vergleichsweise konservativ, was sich in einem merklich trägeren Führungsverhalten niederschlägt.

10.4.2 Entwurf der Vorsteuerung

Unter der Annahme, die Regelstrecke kann näherungsweise durch einen Integrierer mit Totzeit der Gestalt

$$P(q) \approx K \frac{1 - q \frac{T_s}{2}}{q} \left(\frac{1 - q \frac{T_s}{2}}{1 + q \frac{T_s}{2}} \right)^{N_t} \quad (10.30)$$

dargestellt werden, ergeben sich die zugehörigen Modellparameter anhand des Frequenzgangspunkts 10.20 sowie der messtechnisch bestimmten Totzeit zu

$$K = |P(\Omega_{r,2})| \Omega_{r,2} = 21,35 \text{ mm/mAs} \quad (10.31)$$

$$N_t = T_t/T_s = 43. \quad (10.32)$$

Ausgehend von diesen Parametern lässt sich Abschnitt 4.3.1 zufolge die Vorsteuerung

$$V_{u,1}(q) = \frac{1}{K} \frac{q}{\frac{q}{\Omega_V} + 1} \quad (10.33)$$

$$V_{r,1}(q) = \frac{1}{\frac{q}{\Omega_V} + 1} \left(\frac{1 - q \frac{T_s}{2}}{1 + q \frac{T_s}{2}} \right)^{N_t} \quad (10.34)$$

$$\Omega_V = 2000 \text{ rad/s} \quad (10.35)$$

entwerfen, wobei die Knickfrequenz Ω_V im Allgemeinen sehr hoch gewählt wird. Abbildung 10.6 und Tabelle 10.3 ist zu entnehmen, dass diese Vorsteuerung einen sehr kurzen, breitbandigen Stellgrößenimpuls erzeugt, auf den das reale System nicht wirklich reagieren kann. Durch Tiefpassfilterung des Führungssignals erhält man

$$V_{u,2}(q) = \frac{1}{\frac{q}{\Omega_{TP}} + 1} V_{u,1}(q) \quad (10.36)$$

$$V_{r,2}(q) = \frac{1}{\frac{q}{\Omega_{TP}} + 1} V_{r,1}(q) \quad (10.37)$$

$$\Omega_{TP} = 200 \text{ rad/s} \quad (10.38)$$

und ein wesentlich schmalbandigeres Stellsignal, das nun tatsächlich eine Verbesserung des Führungsverhaltens mit sich bringt (vgl. Abschnitt 8.4).

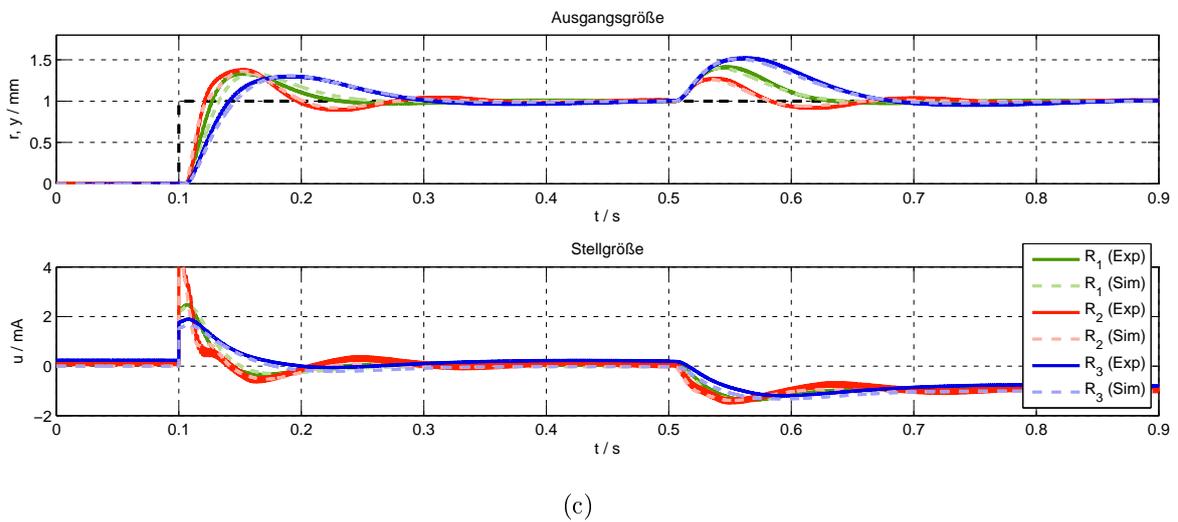
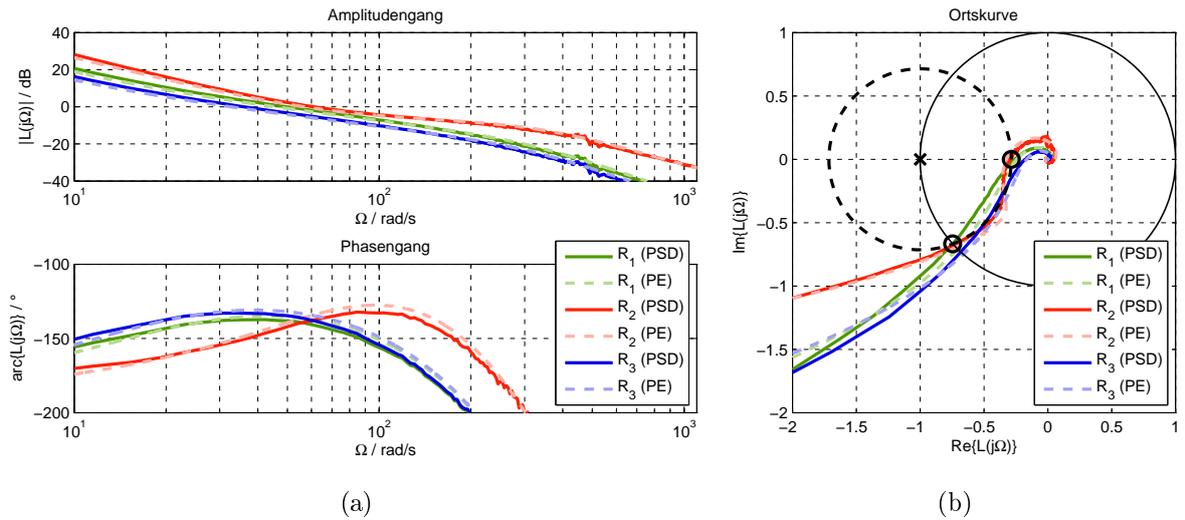


Abbildung 10.5: Entwurf des Standardregelkreises: (a) Bode-Diagramm des offenen Kreises L im Bereich der Durchtrittsfrequenz Ω_c , (b) Ortskurve des offenen Kreises L , (c) Antwort auf einen Führungssprung von 1 mm und einen am Eingang der Strecke angreifenden Störgrößenprung von 1 mA Höhe. Durchgezogene, mit (*Exp*) bezeichnete Verläufe stellen Messergebnisse dar, gestrichelte, mit (*Sim*) bezeichnete Verläufe Simulationsergebnisse.

Regler	$\Omega_c/\frac{\text{rad}}{\text{s}}$	$\phi_r/^\circ$	$\Omega_0/\frac{\text{rad}}{\text{s}}$	$A_r/1$	$M_s/1$	t_r/ms	$\ddot{u}/\%$
R_1	50,00	41,84	152,57 *	3,82 *	1,67	19,60	33,57
R_2	60,00	42,05	248,21 *	3,27 *	1,51	14,20	38,15
R_3	36,03	47,00	155,35 *	5,65 *	1,44	32,20	30,27

Tabelle 10.2: Entwurf des Standardregelkreises: Ergebnisse wurden den realen Messwerten bzw. dem punktweise gegebenen Frequenzgang entnommen. (mit * gekennzeichnete Werte sind nicht eindeutig)

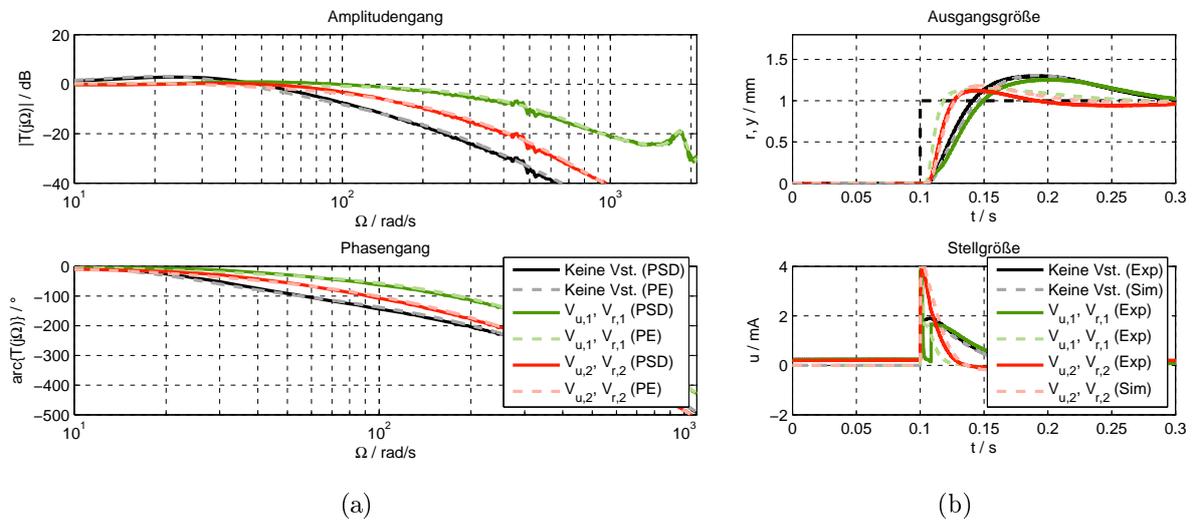


Abbildung 10.6: Entwurf der Vorsteuerung: (a) Bode-Diagramm der Führungsübertragungsfunktion T im Bereich der Durchtrittsfrequenz Ω_c , (b) Antwort auf einen Führungssprung von 1 mm Höhe. Durchgezogene, mit (*Exp*) bezeichnete Verläufe stellen Messergebnisse dar, gestrichelte, mit (*Sim*) bezeichnete Verläufe Simulationsergebnisse.

Vorsteuerung	$\max T /\text{dB}$	$\Omega_{3\text{dB}}/\frac{\text{rad}}{\text{s}}$	t_r/ms	$\ddot{u}/\%$	$\max_t u /\text{mA}$
Keine	3,11	58,32	32,20	30,27	1,90
$V_{u,1}, V_{r,1}$	0,41	243,09	41,20	25,84	40,00
$V_{u,2}, V_{r,2}$	0,26	82,97	18,40	12,55	4,25

Tabelle 10.3: Entwurf der Vorsteuerung: Ergebnisse wurden den realen Messsignalen bzw. dem punktweise gegebenen Frequenzgang entnommen.

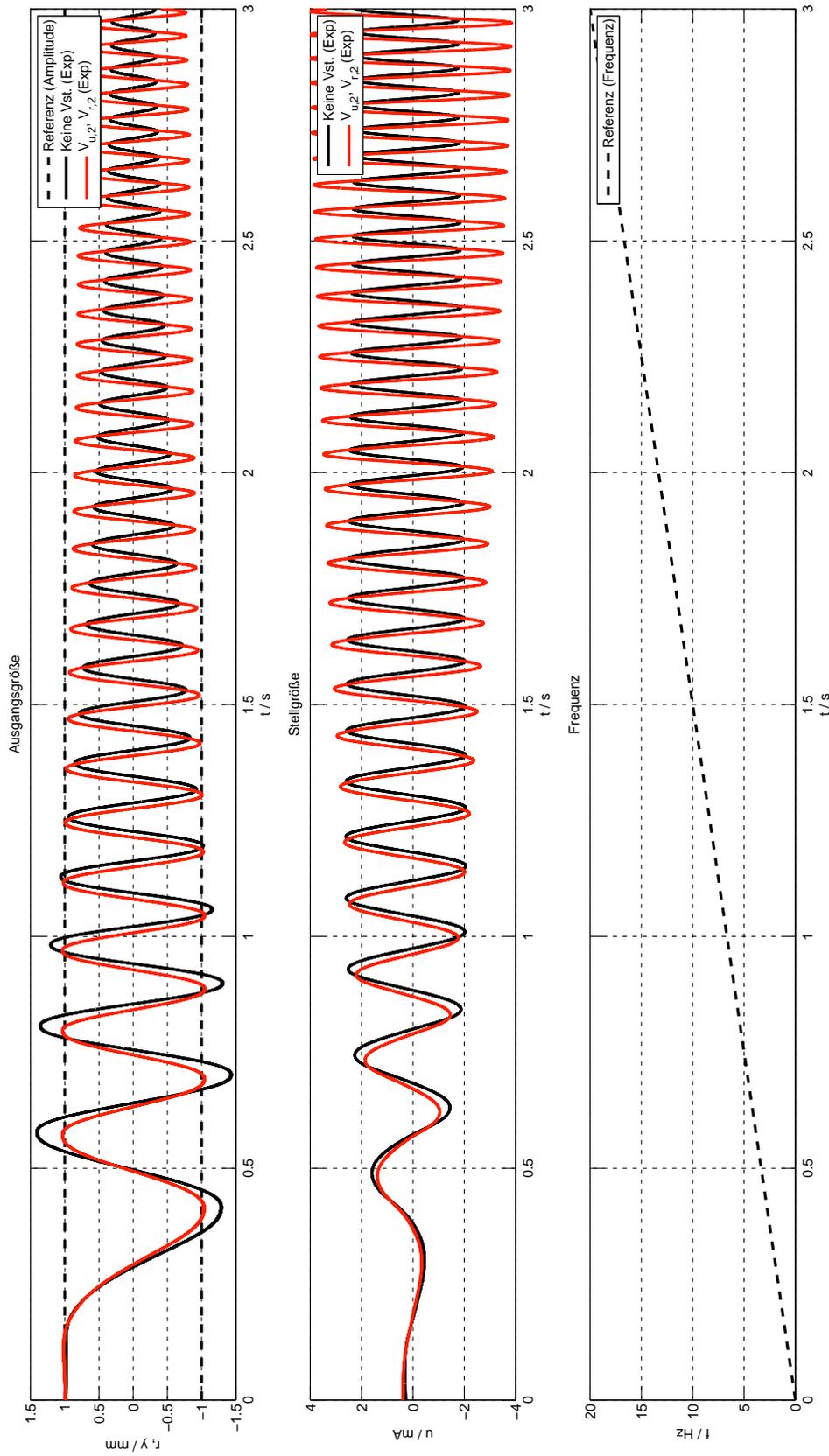


Abbildung 10.7: Regler test mithilfe eines Chirp-Signals: das Führungssignal weist eine konstante Amplitude von 1 mm auf, die Frequenz steigt linear von 0 Hz bis 20 Hz. Der Übersichtlichkeit wegen wird nur die aus $V_{u,2}$ und $V_{r,2}$ gebildete Vorsteuerung dargestellt.

Kapitel 11

Kraftregelung einer Zugprüfmaschine

Nachdem in Kapitel 10 bereits auf die Positionsregelung einer realen Zugprüfmaschine eingegangen wurde, soll für dieselbe nun auch eine Kraftregelung entworfen werden. In Abschnitt 11.1 erfolgt daher zunächst wieder die Herleitung eines Streckenmodells, ehe in den Abschnitten 11.2 und 11.3 auf die Identifikation und den Reglerentwurf eingegangen wird.

11.1 Analytische Modellbildung

Während sämtliche Parameter der Zugprüfmaschine und des Servoventils im Vergleich zum vorherigen Kapitel unverändert geblieben sind, hat sich das Übertragungsverhalten der Strecke durch Einspannen eines Prüflings – es handelt sich um einen Flachstahl mit 600 mm Länge, 80 mm Breite und 12 mm Dicke – dramatisch verändert.

Sind die Bedingungen (6.56)–(6.58) erfüllt, lässt sich für ein System mit Kraftschluss gemäß Gleichung 6.60 die Übertragungsfunktion

$$i_v \rightarrow F_p: \quad P_F(s) = \frac{F_p(s)}{i_v(s)} = \frac{V(m_l s^2 + d_p s + k_p)}{\left(\frac{1}{\omega_h^2} s^2 + \frac{2\zeta_h}{\omega_h} s + 1\right) \left(s + \frac{c_p k_p}{A_p^2}\right)}. \quad (11.1)$$

ansetzen. Nachdem die Masse des Prüflings im Vergleich zu jener des Zylinderkolbens vernachlässigbar klein ist, können die Werte

$$V = \frac{K_v G_q}{A_p} = 6,71 \frac{\text{m/s}}{\text{A}} \quad (11.2)$$

$$\omega_h = \sqrt{\frac{2\beta_e A_p^2}{mV_0}} = 1952 \text{ rad/s} \quad (11.3)$$

$$\zeta_h = \frac{c_p}{A_p} \sqrt{\frac{\beta_e m}{2V_0}} = 0,01. \quad (11.4)$$

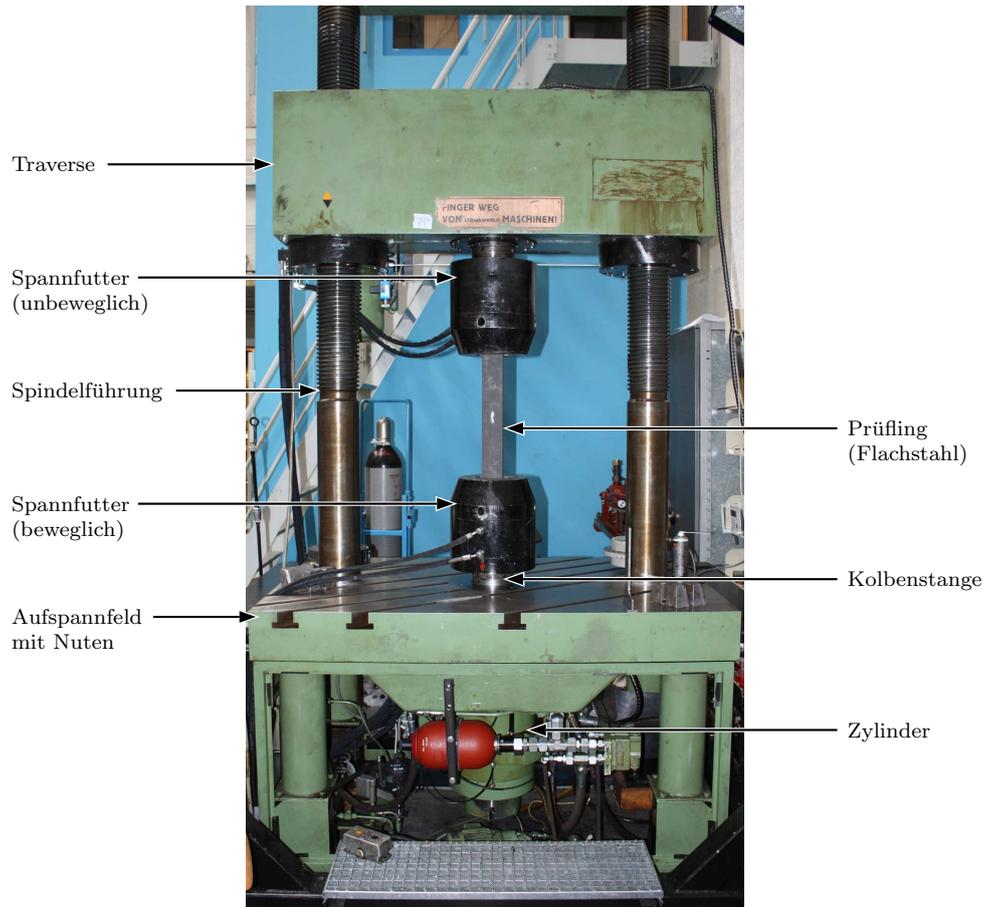


Abbildung 11.1: Zugprüfmaschine in Kraftregelung

direkt von der Positionsregelung übernommen werden. Laut dem *Hook'schen Gesetz* (siehe [4, S. 171]) ergibt sich die Federkonstante k_p mit einem für Stahl typischen Elastizitätsmodul von $E = 210 \text{ kN/mm}^2$ und unter Berücksichtigung einer Spannlänge von 60 mm je Backen zu

$$k_p = \frac{EA}{l} = \frac{210 \frac{\text{kN}}{\text{mm}^2} \cdot 80 \text{ mm} \cdot 12 \text{ mm}}{600 \text{ mm} - 120 \text{ mm}} = 420 \frac{\text{kN}}{\text{mm}} = 420 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}}. \quad (11.5)$$

Aufgrund der hohen Steifigkeit des Prüflings ist im Zähler der obigen Übertragungsfunktion die Vereinfachung

$$m_l = 0 \text{ kg} \quad (11.6)$$

$$d_p = 0 \frac{\text{N}}{\text{m/s}} \quad (11.7)$$

gerechtfertigt. Berechnet man nun noch die Knickfrequenz

$$\frac{c_p k_p}{A_p^2} = \frac{1,17 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3/\text{s}}{\text{Pa}} \cdot 420 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}}}{(2 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2)^2} = 12,29 \text{ rad/s}, \quad (11.8)$$

so ist die Modellbildung abgeschlossen und die Übertragungsfunktion in Gleichung (11.1) vollständig parametrisiert. Ein Blick auf die hydraulische Steifigkeit

$$k_h = \frac{2\beta_e A_p^2}{V_0} = 1,33 \cdot 10^9 \frac{\text{N}}{\text{m}} \quad (11.9)$$

verrät allerdings, dass Bedingung (6.57) nicht wirklich erfüllt ist – die hydraulische Steifigkeit k_h und die mechanische Steifigkeit k_p liegen in derselben Größenordnung – und das erhaltene Modell damit wohl kaum der Realität entspricht.

11.2 Systemidentifikation

Die Identifikation der kraftgeregelten Strecke erfolgt im Wesentlichen analog zur Vorgehensweise in Abschnitt 10.3. Beim vorliegenden Versuchsaufbau muss nun aber beachtet werden, dass der Flachstahl zwar Zugkräfte von mehreren hundert Kilonewton aufzunehmen vermag ohne den linear-elastischen Bereich zu verlassen, bei verhältnismäßig kleinen Druckkräften von etwas mehr als zehn Kilonewton jedoch eine plastische Deformation, also eine dauerhafte Verbiegung erfährt. Sowohl bei der Identifikation als auch bei der Regelung muss daher stets gewährleistet sein, dass ausschließlich Kräfte in Zugrichtung eingeleitet werden. Definitionsgemäß weisen diese ein positives Vorzeichen auf.

11.2.1 Frequenzgangspunkte

Da ein Zweipunktglied aufgrund des in Kraftregelung nun deutlich spürbaren Ventilstromoffsets lediglich einen Frequenzgangspunkt mit etwa 170° Phasenverschiebung liefert, wird ein Dreipunktglied eingesetzt, das auf

$$P(j\Omega_{r,1}) = 11,89 e^{-j177,39^\circ} \quad \text{mit } \Omega_{r,1} = 239,19 \text{ rad/s} \quad (11.10)$$

und den stabilisierenden Proportionalregler

$$A_r = \frac{1}{1 - 1/M_s} = \frac{1}{1 - 1/1,3} = 4,33 \quad (11.11)$$

$$k_p = \frac{1}{A_r |G(j\Omega_{r,1})|} = 19,41 \cdot 10^{-3} \frac{\text{mA}}{\text{kN}}, \quad (11.12)$$

führt (siehe Abbildung 11.2(a)).

Bei der Bestimmung jenes Punkts, der später für die Auslegung eines PI-Reglers nach der AMIGO-Methode benötigt wird, kommt erneut ein Zweipunktglied mit Hysterese zum Einsatz. Dieses liefert einen wesentlich niedrigerfrequenten Grenzyklus, anhand dessen sich

$$G(j\Omega_{r,2}) = 29,58 e^{-j130,53^\circ} \quad \text{mit } \Omega_{r,2} = 97,89 \text{ rad/s} \quad (11.13)$$

berechnen lässt (siehe Abbildung 11.2(b)).

11.2.2 Totzeit

Durch Konstruktion einer Ausgleichsgeraden in der messtechnisch bestimmten Sprungantwort aus Abbildung 11.3(a) erhält man analog zur Positionsregelung eine Totzeit von

$$T_t = 35 T_s = 7 \text{ ms.} \quad (11.14)$$

Der messtechnisch ermittelte Wert liegt auch hier über dem tatsächlichen Wert, wofür abermals die niedrige Grenzfrequenz des Servoventils verantwortlich gemacht werden kann.

Ein derart ausgeprägter Hystereseeffekt wie im Fall der Positionsregelung lässt sich hier nicht erkennen. Dies dürfte jedoch nur an den relativ niedrigen Stellgrößenwerten liegen. Vergleicht man nämlich die stationären Ventilströme der Abbildungen 11.3(a) und 11.3(b) miteinander, so kann in der Tat eine kleine Differenz ausgemacht werden.

11.2.3 Frequenzgang und Übertragungsfunktion

Zur Identifikation des Frequenzgangs und der Übertragungsfunktion wird der stabilisierende Proportionalregler aus Gleichung (11.12) eingesetzt und separat mit einem hoch- sowie einem niederfrequenten Rauschsignal angeregt.

Eine Gegenüberstellung der Abbildungen 10.4 und 11.4 zeigt deutlich die qualitative Ähnlichkeit der Frequenzgangsverläufe von Positions- und Kraftregelung. Obwohl die vorliegende Strecke einen Prüfling mit sehr hoher Steifigkeit enthält, weist sie näherungsweise integrierendes Verhalten auf. Die Resonanzfrequenz verschiebt sich zwar etwas mehr in den höherfrequenten Bereich, dies spielt für die nachfolgende Regelung allerdings keine Rolle.

Bemerkenswert ist an dieser Stelle außerdem das Auftauchen einer zweiten Resonanzüberhöhung, die durch das theoretische Modell aus Kapitel 6 nicht erklärt werden kann. Da sie bei Austausch des großen Ventils gegen ein kleineres verschwindet, dürfte es sich um eine weitere hydraulische Resonanz handeln, die mit den Zu- und Rückleitungs-pfaden zusammenhängt und sich erst bei hinreichend großen Durchflussmengen auf die Messgrößen auswirkt.

11.3 Regelung

Aufgrund der Tatsache, dass der Frequenzgang der Kraftregelung jenem der Positionsregelung abgesehen vom Verstärkungsfaktor sehr stark ähnelt, kommen in weiterer Folge dieselben Entwurfsstrategien zur Anwendung, auf die bereits in Abschnitt 10.4 gesetzt wurde.

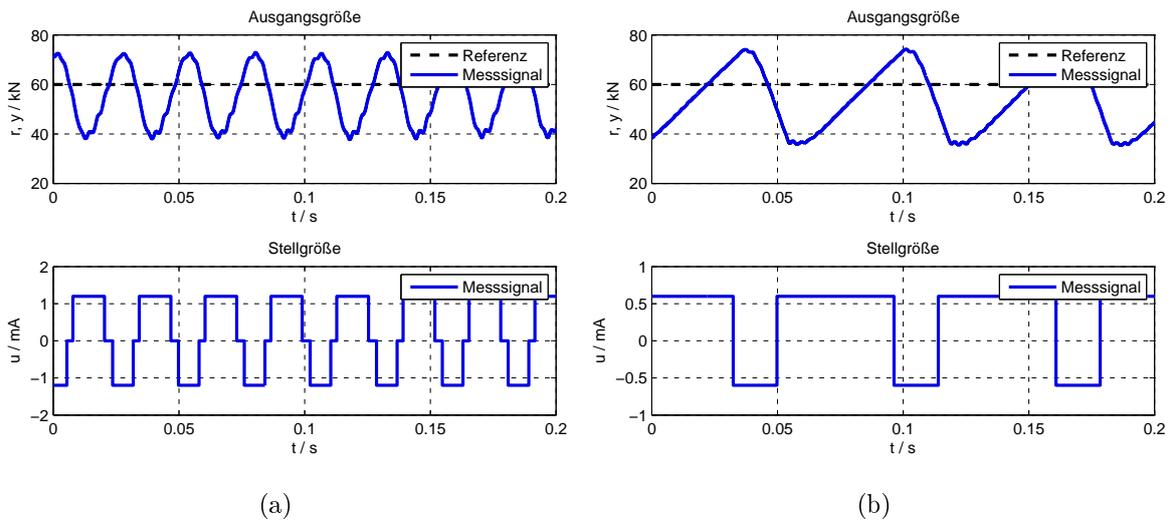


Abbildung 11.2: Relaisbasierte Identifikation einzelner Frequenzgangspunkte: Zeitliche Verläufe bei der Verwendung eines (a) Dreipunktglieds ohne Hysterese und (b) Zweipunktglieds mit Hysterese. Ersteres ist durch die Parameter $u = 1,2 \text{ mA}$ und $\Delta e = 5 \text{ kN}$ gegeben, letzteres durch $u = 0,6 \text{ mA}$ und $\Delta e = 10 \text{ kN}$.

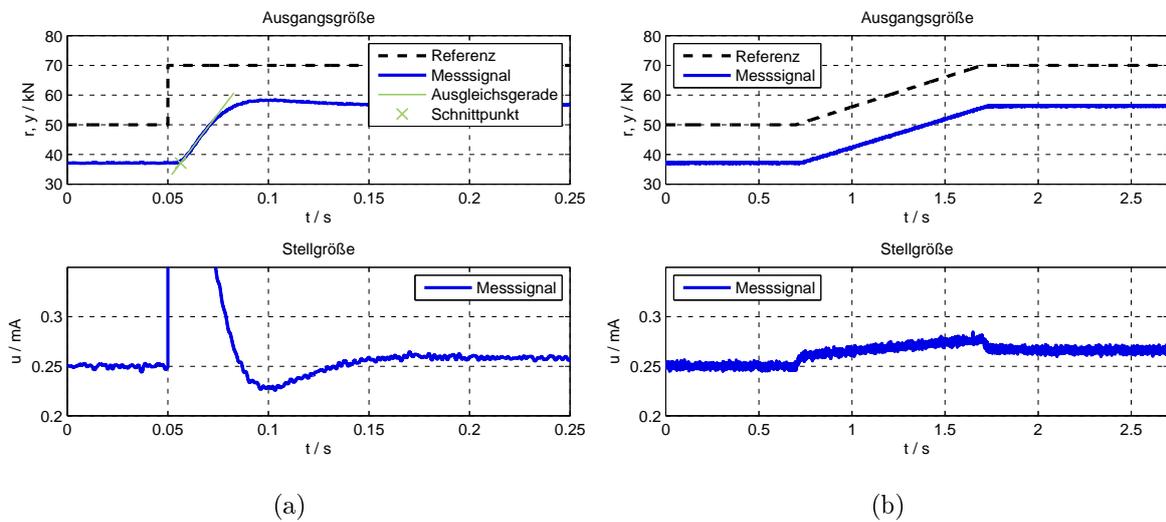


Abbildung 11.3: Messtechnische Ermittlung der Totzeit: Zeitliche Verläufe bei Verwendung des stabilisierenden P-Reglers aus Gleichung (11.12) und Beaufschlagung mit (a) einem Führungssprung und (b) einer Rampe. Die Ausgleichsgerade zur Bestimmung der Totzeit approximiert den Anstieg der Ausgangsgröße zwischen 10% und 70% des Endwerts.

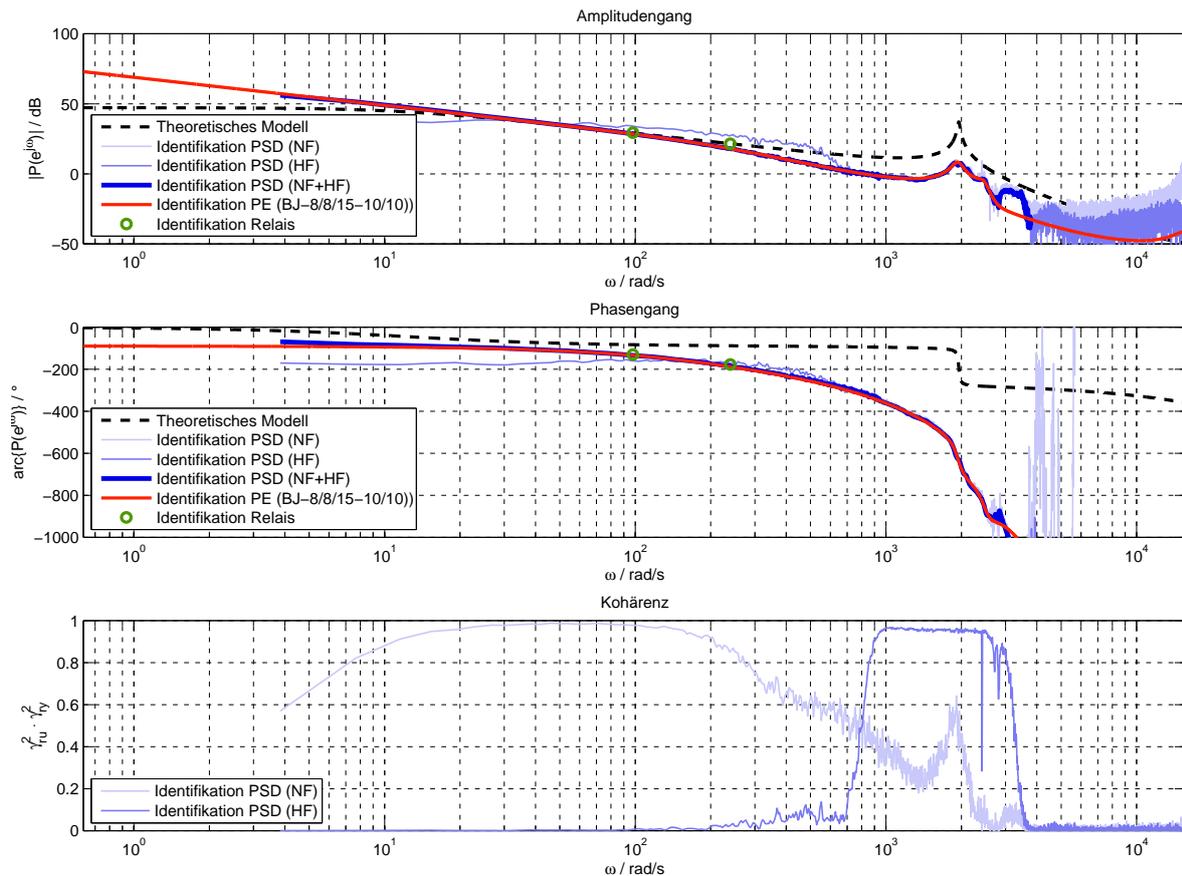


Abbildung 11.4: Analytische und experimentelle Modellbildung: Die indirekte Identifikation mit Leistungsdichtespektren (PSD) basiert auf Messsignalen der Länge $T_{mess} = 120$ s, der klassischen Methode nach Welch und einer Fensteranzahl von 160 (NF) bzw. 240 (HF). Das Vorgehen bei der direkten Identifikation der Übertragungsfunktion mithilfe des Prädiktionsfehlerverfahrens (PE) entspricht den Ausführungen in Abschnitt 7.4.2 und basiert auf einer Messdauer von $T_{mess} = 60$ s. Bei der Bestimmung des OE-Modells wurde ein Butterworth-Tiefpassfilter zehnter Ordnung bei 200 Hz eingesetzt.

Name	Erzeugung	n	f /Hz	$\max r $ /kN	σ_r /kN
r_{NF}	Tiefpassfilter Butterworth	1	0–10	50	16,67
r_{HF}	Bandpassfilter Butterworth	12	150–450	200	66,67

Tabelle 11.1: Führungssignale (gefiltertes, weißes Rauschen) zur Identifikation mit Leistungsdichtespektren und Prädiktionsfehlern: n und f bezeichnen Ordnung und Durchlassbereich des Filters, $\max|r|$ und σ_r den Maximalwert und die Standardabweichung des Führungssignals.

11.3.1 Entwurf des Standardregelkreises

Die Entwurfsvorgaben bei der Dimensionierung des Standardregelkreises lauten erneut

$$M_s = \max_{\Omega} |S(j\Omega)| = 1,4 \quad (11.15)$$

$$\phi_r = 2 \arcsin \frac{\rho}{2} = 41,8^\circ \quad (11.16)$$

$$A_r = \frac{1}{1 - \rho} = 3,5, \quad (11.17)$$

stellen eine Kompromiss aus effektiver Störunterdrückung und großer Stabilitätsreserve dar und führen in der Regel zu einem Überschwingen von etwa 30 %.

Entwurf anhand des gesamten Frequenzgangsverlaufs

Durch Festlegung einer Durchtrittsfrequenz von $\Omega_c = 60 \text{ rad/s}$ ergibt sich in Kombination mit der oben definierten Phasenreserve eindeutig der PI-Regler

$$R_1(q) = k_{P,1} + k_{I,1} \frac{1}{q} \quad \text{mit } k_{P,1} = 20,25 \cdot 10^{-3}, \quad k_{I,1} = 481,61 \cdot 10^{-3}. \quad (11.18)$$

Da die Betragskennlinie jenseits der Durchtrittsfrequenz relativ weit abfällt, scheint im vorliegenden Fall auch der Einsatz eines PID-Reglers vielversprechend. Mit den Zusatzbedingungen

$$T_I = 4T_D \quad (11.19)$$

$$\Omega_h = \frac{5}{T_D} \quad (11.20)$$

erhält man für $\Omega_c = 70 \text{ rad/s}$ die Übertragungsfunktion

$$\begin{aligned} R_2(q) &= k_{P,2} + k_{I,2} \frac{1}{q} + k_{D,2} \frac{q}{\Omega_{h,2} q + 1} \\ k_{P,2} &= 24,65 \cdot 10^{-3} \\ k_{I,2} &= 1157,57 \cdot 10^{-3} \\ k_{D,2} &= 131,17 \cdot 10^{-6} \\ \Omega_{h,2} &= 939 \text{ rad/s}, \end{aligned} \quad (11.21)$$

die dank dem phasenhebenden D-Anteil einen wesentlich höheren I-Anteil aufweist und eine ausgezeichnete Störunterdrückung zur Folge hat.

Entwurf anhand eines Frequenzgangspunkts

Die Anwendung der AMIGOf-Methode auf den Frequenzgangspunkt (11.13) resultiert in einem verhältnismäßig konservativen Regler

$$R_3(q) = k_{P,3} + k_{I,3} \frac{1}{q} \quad \text{mit } k_{P,3} = 13,16 \cdot 10^{-3}, \quad k_{I,3} = 255,82 \cdot 10^{-3}, \quad (11.22)$$

der die Entwurfsspezifikationen nahezu perfekt erfüllt.

11.3.2 Entwurf der Vorsteuerung

Nimmt man an, dass die Regelstrecke näherungsweise durch einen Integrierer mit Totzeit dargestellt werden kann, so ergibt sich das approximative Streckenmodell rein anhand des Frequenzgangspunkts 11.13 und der messtechnisch bestimmten Totzeit zu

$$P(q) \approx K \frac{1 - q \frac{T_s}{2}}{q} \left(\frac{1 - q \frac{T_s}{2}}{1 + q \frac{T_s}{2}} \right)^{N_t} \quad (11.23)$$

$$K = |P(\Omega_{r,2})| \Omega_{r,2} = 2896 \frac{\text{kN}}{\text{mA}} \quad (11.24)$$

$$N_t = \frac{T_t}{T_s} = 35. \quad (11.25)$$

Ausgehend von diesen Parametern lässt sich im Prinzip direkt die Vorsteuerung

$$V_{u,1}(q) = \frac{1}{K} \frac{q}{\frac{q}{\Omega_V} + 1} \quad (11.26)$$

$$V_{r,1}(q) = \frac{1}{\frac{q}{\Omega_V} + 1} \left(\frac{1 - q \frac{T_s}{2}}{1 + q \frac{T_s}{2}} \right)^{N_t} \quad (11.27)$$

$$\Omega_V = 2000 \text{ rad/s} \quad (11.28)$$

anschreiben, wobei die Frequenz Ω_V nicht besonders gezielt, sondern lediglich hoch gewählt werden muss. Abbildung 11.6 ist zu entnehmen, dass diese Vorsteuerung zwar die Anstiegszeit, nicht aber das Überschwingen reduziert. Eine Kompromisslösung erreicht man durch Tiefpassfilterung des Führungssignals. Die empirische Wahl der Knickfrequenz Ω_{TP} führt auf die Vorsteuerung

$$V_{u,2}(q) = \frac{1}{\frac{q}{\Omega_{TP}} + 1} V_{u,1}(q) \quad (11.29)$$

$$V_{r,2}(q) = \frac{1}{\frac{q}{\Omega_{TP}} + 1} V_{r,1}(q) \quad (11.30)$$

$$\Omega_{TP} = 200 \text{ rad/s}. \quad (11.31)$$

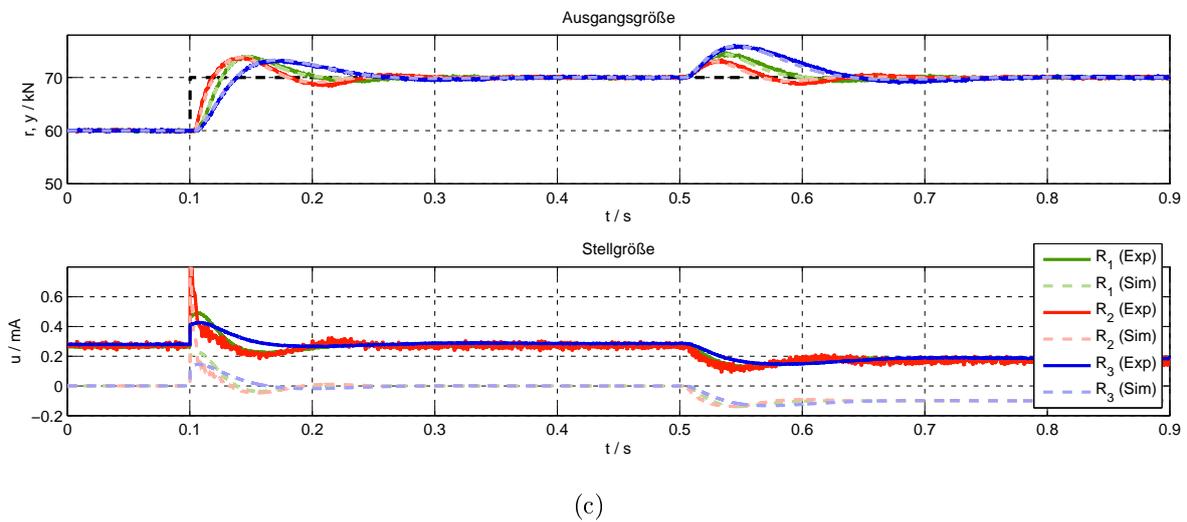
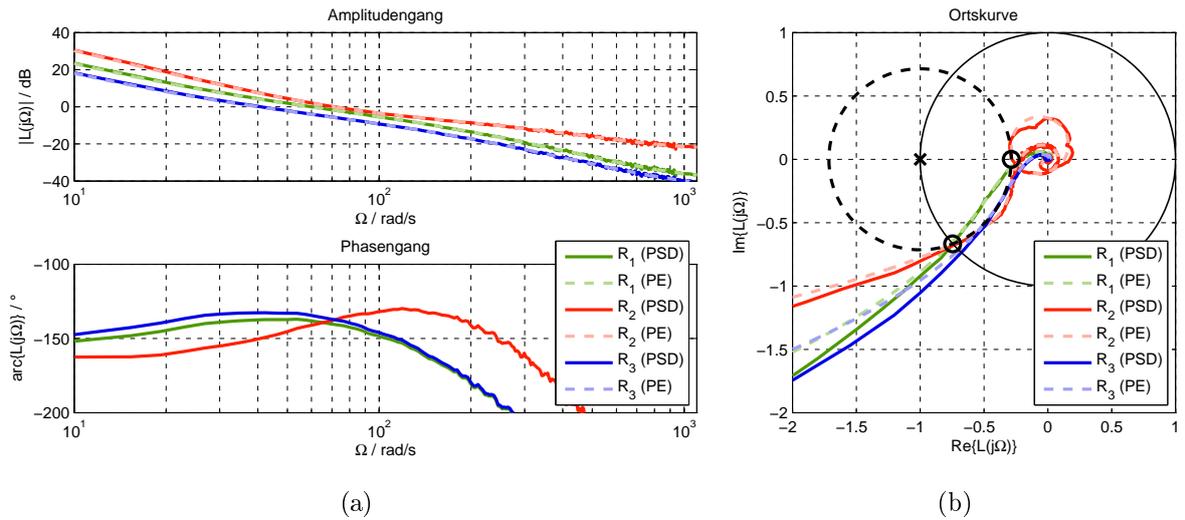


Abbildung 11.5: Entwurf des Standardregelkreises: (a) Bode-Diagramm des offenen Kreises L im Bereich der Durchtrittsfrequenz Ω_c , (b) Ortskurve des offenen Kreises L , (c) Antwort auf einen Führungssprung von 10 kN und einen am Eingang der Strecke angreifenden Störgrößensprung von 0,1 mA. Durchgezogene, mit (Exp) bezeichnete Verläufe stellen Messergebnisse dar, gestrichelte, mit (Sim) bezeichnete Verläufe Simulationsergebnisse.

Regler	$\Omega_c / \frac{\text{rad}}{\text{s}}$	$\phi_r / ^\circ$	$\Omega_0 / \frac{\text{rad}}{\text{s}}$	$A_r / 1$	$M_s / 1$	t_r / ms	$\ddot{u} / \%$
R_1	60,00	41,81	198,86	4,67	1,67	18,40	39,66
R_2	70,00	42,12	380,48	5,21	1,41	12,40	37,59
R_3	41,05	47,31	204,67	7,53	1,41	28,40	32,71

Tabelle 11.2: Entwurf des Standardregelkreises: Ergebnisse wurden den realen Messwerten bzw. dem punktweise gegebenen Frequenzgang entnommen. (mit * gekennzeichnete Werte sind nicht eindeutig)

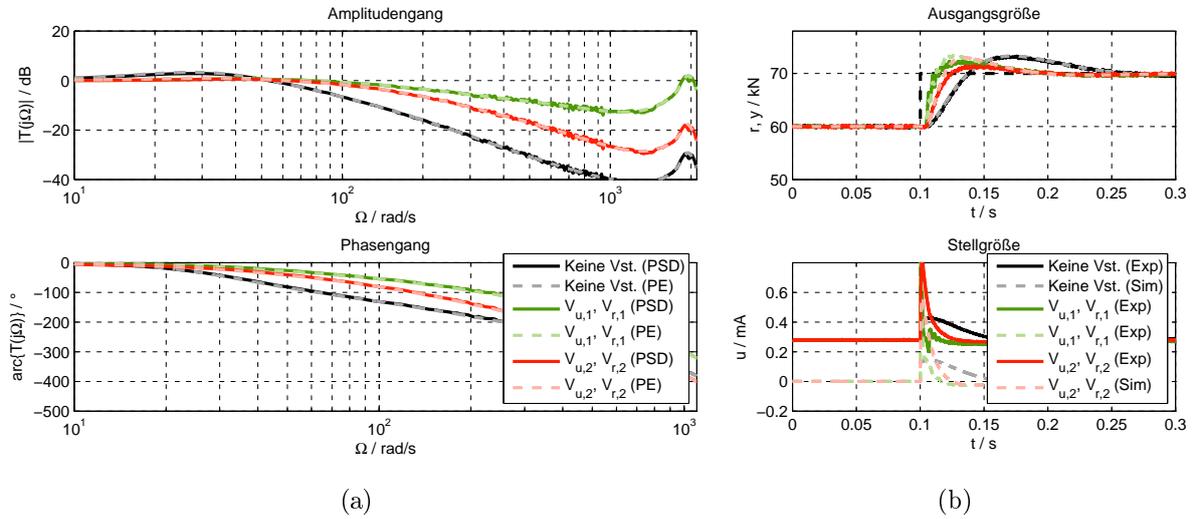


Abbildung 11.6: Entwurf der Vorsteuerung: (a) Bode-Diagramm der Führungsübertragungsfunktion T im Bereich der Durchtrittsfrequenz Ω_c , (b) Antwort auf einen Führungssprung von 10 kN Höhe. Durchgezogene, mit (*Exp*) bezeichnete Verläufe stellen Messergebnisse dar, gestrichelte, mit (*Sim*) bezeichnete Verläufe Simulationsergebnisse.

Vorsteuerung	$\max_{\Omega < 1000} T /\text{dB}$	$\max_{\Omega \geq 1000} T /\text{dB}$	$\Omega_{3\text{dB}}/\frac{\text{rad}}{\text{s}}$	t_r/ms	$\ddot{u}/\%$	$\max_t u /\text{mA}$
Keine	3,32	-29,17	72,53	28,40	32,71	0,43
$V_{u,1}, V_{r,1}$	1,02	2,04	183,05	5,00	23,85	6,04
$V_{u,2}, V_{r,2}$	0,90	-17,77	128,44	16,00	14,19	0,82

Tabelle 11.3: Entwurf der Vorsteuerung: Ergebnisse wurden den realen Messsignalen bzw. dem punktweise gegebenen Frequenzgang entnommen.

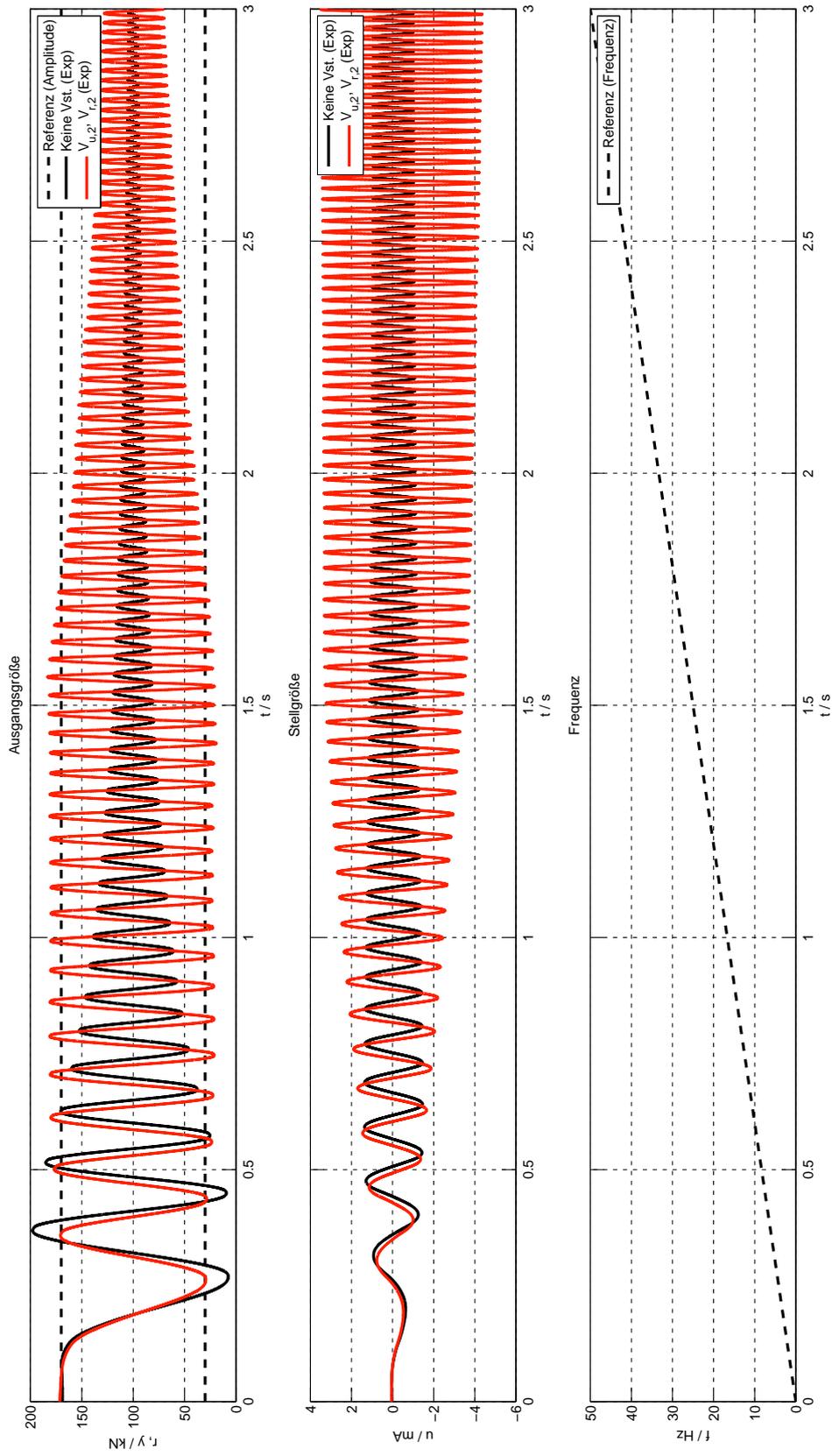


Abbildung 11.7: Regler test mithilfe eines Chirp-Signals: das Führungssignal weist eine konstante Amplitude von 70 kN auf, die Frequenz steigt linear von 0 Hz bis 50 Hz. Der Übersichtlichkeit wegen wird nur die aus $V_{u,2}$ und $V_{r,2}$ gebildete Vorsteuerung dargestellt.

Kapitel 12

Zusammenfassung und Ausblick

Im Zuge dieser Arbeit wurde ein Konzept zur robusten und dennoch leistungsfähigen Positions- und Kraftregelung servohydraulischer Prüfzylinder entworfen und an einem realen Aufbau erprobt. Da wegen der Vielfalt an möglichen Streckentypen grundsätzlich nicht an die Entwicklung einfacher und allgemeingültiger Einstellregeln zu denken war, erfolgte eine Fallunterscheidung mit dem Ziel, ein einfaches und effektives Entwurfsverfahren für die Regelung einer speziellen und häufig anzutreffenden Systemklasse bereitzustellen und gleichzeitig eine Alternative für den allgemeinen Fall zu bieten.

Für Regelstrecken, die sich mit guter Näherung als totzeitbehafteter Integrierer darstellen lassen, konnte eine einfache Entwurfsvorschrift gefunden werden, die einen PI-Regler samt Vorsteuerung liefert. Während der PI-Regler für die optimale Unterdrückung niederfrequenter Störungen bei gleichzeitiger Einhaltung einer definierten Stabilitätsreserve ausgelegt ist, erfolgt mit der Vorsteuerung bekanntlich eine Verbesserung des Führungsverhaltens. Der präsentierte Ansatz führte bei der Erprobung an einem realen Aufbau auf sehr gute Ergebnisse, überzeugt jedoch vor allem durch seine einfache Anwendbarkeit: zur Dimensionierung des gesamten Reglerkonstrukts ist lediglich die Kenntnis eines bestimmten Frequenzgangspunkts sowie der Totzeit nötig. Der gesuchte Frequenzgangspunkt lässt sich beispielsweise durch ein Zweipunktglied mit Hysterese bestimmen, die Totzeit, wenn man obiges Streckenmodell voraussetzt, aus der Sprungantwort des geregelten Systems ablesen.

Es sollte in diesem Zusammenhang keinesfalls verschwiegen werden, dass die Anwendung des vorgestellten Verfahrens beim Vorhandensein einer sehr schwach gedämpften hydraulischen Resonanz unter Umständen zu Problemen führen kann. Liegt die Btragskennlinie des offenen Kreises bei der Resonanzfrequenz nämlich nahe oder gar über 0 dB, so bedeutet dies eine massive Gefährdung der Stabilität des resultierenden Regelkreises. Dieser Sachverhalt ist bei der Verwendung von Zylindern mit berührend gelagerter Kolbenstange zwar kaum von Belang, beim Einsatz von Zylindern, die über eine hydrostatische Lagerung der Kolbenstange verfügen, ist jedoch grundsätzlich die Durchführung einer Systemidentifikation anzuraten.

Stimmt die Strecke nicht oder nur unzureichend mit der oben beschriebenen Modellstruktur überein, erfordert die gezielte Auslegung einer Regelung naturgemäß das Vor-

handensein eines akkuraten Streckenmodells. Da analytisch hergeleitete Modelle mit sehr vielen Unsicherheiten behaftet sind und für komplexere Aufbauten ohnehin nicht mit vertretbarem Aufwand ermittelt werden können, bleibt als einziger Ausweg eine experimentelle Modellbildung. Problematisch ist dabei jedoch die Tatsache, dass an den unregelmäßigen Betrieb eines Zylinders unter gar keinen Umständen zu denken ist. Die Messdaten, die zur Identifikation nötig sind, müssen also bei aktiver Regelung erfasst werden, womit sich eine Korrelation zwischen Stell- und Ausgangsgröße ergibt, an der eine Reihe bekannter Verfahren scheitert.

Als sehr brauchbares Werkzeug zur Identifikation geregelter Systeme stellten sich im Rahmen dieser Arbeit Leistungsdichtespektren dar. Sie erlauben die punktweise Schätzung eines Frequenzgangs, erfordern keine Annahmen bezüglich der Modellstruktur und -ordnung und lassen sich verhältnismäßig schnell berechnen. Zudem liefern sie mit der Kohärenzfunktion ein Maß für das frequenzabhängige Signal-Rauschverhältnis, was sich nicht zuletzt bei der spektralen Formung des Anregungssignal als äußerst praktisch erwiesen hat. Das Prädiktionsfehlerverfahren wiederum führt wegen des parametrischen Ansatzes auf die Ermittlung einer Übertragungsfunktion, die sich beispielsweise zum simulationsbasierten Test eines entworfenen Reglers oder zur Validierung des Identifikationsergebnisses im Zeitbereich eignet. Der Erfolg dieses Verfahrens bedingt im Allgemeinen jedoch ein gewisses Maß an Vorwissen, da das Resultat der Identifikation deutlich von der gewählten Modellstruktur und -ordnung abhängt. In der Regel sind diese Parameter zum Erhalt eines realitätsnahen Modells mehrmals anzupassen, wodurch sich offenbar ein vergleichsweise aufwändiges Vorgehen ergibt.

Zusammenfassend bleibt festzuhalten, dass mit den vorgestellten Identifikations- und Entwurfsmethoden durchwegs gute Ergebnisse erzielt werden konnten – sowohl in der Simulation, als auch in der Realität. Damit sich diese Verfahren schlussendlich auch im praktischen Alltag behaupten können, bedarf es in weiterer Folge allerdings noch einer softwaretechnischen Umsetzung, die auf einfache Anwendbarkeit ausgelegt ist. Dem einleitend erwähnten System zur Automatisierung mehraxialer Prüfstände ist man also einen bedeutenden Schritt näher gekommen: auf Basis einer hochwertigen Regelung einzelner Prüfzylinder kann man sich auf übergeordneter Ebene nun um deren Zusammenspiel, sowie um die Behandlung nichtlinearer und zeitvarianter Effekte kümmern. Da das Institut für Leichtbau aktuell bereits an diesbezüglichen Konzepten arbeitet, können in näherer Zukunft kleinere Prüfstände mithilfe einer selbst entwickelten Regelung betrieben werden.

Literaturverzeichnis

- [1] BAEHR, H. D. und S. KABELAC: *Thermodynamik: Grundlagen und technische Anwendungen*, Kap. 4, S. 177. Springer-Lehrbuch, 2009.
- [2] BALLUFF: *Micropulse Wegaufnehmer BTL/BIW*.
- [3] BAUER, G.: *Ölhydraulik: Grundlagen, Bauelemente, Anwendungen*, Kap. 8, S. 159ff. Vieweg+Teubner, 2011.
- [4] DEMTRÖDER, W.: *Experimentalphysik 1: Mechanik und Wärme*. Springer, 2008.
- [5] ETTEN, W. C. VAN: *Introduction to Random Signals and Noise*. John Wiley & Sons, 2005.
- [6] FORSELL, U.: *Closed-loop Identification: Methods, Theory and Applications*. Doktorarbeit, Linköping University, 1999.
- [7] GAUSCH, F., A. HOFER und K. SCHLACHER: *Digitale Regelkreise: Ein einfacher Einstieg mit dem Programm μ LINSY*. Oldenbourg, 1993.
- [8] GERHOLD, M.: *Regelung hydraulischer Antriebe*. Diplomarbeit, Technische Universität Graz, 1999.
- [9] GÖLLES, M.: *Vibrationsanalyse*. Diplomarbeit, TU Graz, 2003.
- [10] HAGGLUND, T. und K. ÅSTRÖM: *Revisiting the Ziegler-Nichols Tuning Rules for PI Control – Part II: The Frequency Response Method*. Asian Journal of Control, 6:469–482, 2004.
- [11] HAYES, M. H.: *Statistical Digital Signal Processing and Modeling*, Kap. 8, S. 391ff. John Wiley & Sons, 1996.
- [12] HBM: *Kraftaufnehmer U2B: Bedienungsanleitung*.
- [13] HERING, E. und G. SCHÖNFELDER: *Sensoren in Wissenschaft und Technik: Funktionsweise und Einsatzgebiete*. Vieweg+Teubner, 2012.
- [14] HORN, M. und N. DOURDOUMAS: *Regelungstechnik: Rechnerunterstützter Entwurf zeitkontinuierlicher und zeitdiskreter Regelkreise*. Pearson Studium, 2004.
- [15] KEMMETMÜLLER, W.: *Seminar Regelungstechnik*. Techn. Ber., TU Wien, 2012.
- [16] KEMMETMÜLLER, W. und A. KUGI: *Prozessidentifikation*. Vorlesungsskriptum, TU Wien, 2011.

- [17] LJUNG, L.: *System Identification: Theory for the User*. Prentice Hall, 1998.
- [18] LUNZE, J.: *Regelungstechnik 1: Systemtheoretische Grundlagen, Analyse und Entwurf einschleifiger Regelungen*. Springer-Lehrbuch, 2010.
- [19] MANHARTSGRUBER, B.: *Servohydraulik*. Vorlesungsskriptum, JKU Linz, 2008.
- [20] MATHWORKS, INC.: *Signal Processing Toolbox – User’s Guide*. Benutzerhandbuch, MathWorks, Inc., 2012.
- [21] MATHWORKS, INC.: *System Identification Toolbox – User’s Guide*. Benutzerhandbuch, MathWorks, Inc., 2012.
- [22] MERRIT, H. E.: *Hydraulic Control Systems*. John Wiley & Sons, 1967.
- [23] MOOG: *Servoventile: Baureihe 72*.
- [24] MOOG: *Servoventile: Baureihe D761*.
- [25] NØRGAARD, M.: *Neural Networks for Modelling and Control of Dynamic Systems: A Practitioner’s Handbook*, Kap. 2, S. 41f. Springer London, 2000.
- [26] OPPENHEIM, A. V., R. W. SCHAFER und J. R. BUCH: *Zeitdiskrete Signalverarbeitung*. Pearson Studium, 2004.
- [27] PANAGOPOULOS, H., K. ÅSTRÖM und T. HAGGLUND: *Design of PID Controllers Based on Constrained Optimization*. Control Theory and Applications, IEE Proceedings, 149:32–40, 2002.
- [28] PAPOULIS, A.: *Probability, random variables, and stochastic processes*, Kap. 7, S. 278ff. McGraw-Hill, 2002.
- [29] ÅSTRÖM, K. und T. HAGGLUND: *PID Controllers: Theory, Design and Tuning*. ISA, 1995.
- [30] ÅSTRÖM, K. und T. HAGGLUND: *Advanced PID Control*. ISA – Instrumentation, Systems, and Automation Society, 2006.
- [31] ÅSTRÖM, K., H. PANAGOPOULOS und T. HAGGLUND: *Design of PI Controllers Based on Non-Convex Optimization*. Automatica, 34:585–601, 1998.
- [32] SCHLACHER, K.: *Automatisierungstechnik 2*. Vorlesungsskriptum, Johannes Kepler Universität Linz, 2011.
- [33] SCHMIDT, R. M., G. SCHITTER und J. VAN EIJK: *The Design of High Performance Mechatronics*. IOS Press, 2011.
- [34] SÖDERSTRÖM, T. und P. STOICA: *System Identification*. Prentice Hall, 2001.
- [35] SENSORS, M.: *Temposonics®: Die magnetostruktiven Positionssensoren, R-Serie Katalog*.
- [36] SLOTINE, J.-J. E. und W. LI: *Applied nonlinear control*. Prentice Hall, 1991.

- [37] STOICA, P. und R. MOSES: *Spectral Analysis of Signals*, Kap. 2, S. 23ff. Pearson Prentice Hall, 2005.
- [38] UNTERSWEG, W.: *Prüfstand zur Messung mechanischer Größen*. Diplomarbeit, TU Graz, 1999.