



Institut für Regelungs-  
und Automatisierungstechnik  
Technische Universität Graz



Masterarbeit

# Verringerung des Drehmomentrippels von Asynchronmaschinen durch regelungstechnische Maßnahmen

Matthias Skofitsch

Betreuer:

Priv.-Doz. Dr. Robert Bauer

in Zusammenarbeit mit



**KRISTL, SEIBT & CO** Gesellschaft m. b. H.

---

Graz, 2011

## Eidesstattliche Erklärung

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel nicht benutzt, und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe.

Graz, am 19.10.2011

M. Hofmeier

(Unterschrift)

## Zusammenfassung

Ein wichtiges Qualitätsmerkmal elektrischer Antriebe ist die Fähigkeit, bei konstantem Solldrehmoment ein möglichst konstantes, schwingungsfreies Drehmoment liefern zu können. Drehmomentschwankungen, oft auch als Drehmomentrippel bezeichnet, können mechanische Drehschwingungen verursachen, die wiederum angeschlossene Lasten beschädigen, technische Prozesse ungünstig beeinflussen und zu erhöhter Geräusentwicklung beitragen können. Insbesondere Drehmomentschwankungen niedriger Ordnung liegen oft nahe bei den mechanischen Resonanzfrequenzen des Antriebssystems und sind aufgrund dessen gefährlich. Bei modernen umrichter-gespeisten Asynchronmaschinen treten verschiedene Drehmomentharmonische auf, die unterschiedliche Ursachen haben können.

Diese Masterarbeit behandelt die Reduktion des Drehmomentrippels bei doppelter Drehfeldfrequenz. Im Zuge dessen wird das bekannte Grundwellenmodell der Asynchronmaschine zur Nachbildung dieses Drehmomentrippels erweitert. Auf Basis dieses Modells werden Methoden zur Reduktion des Drehmomentrippels entwickelt. Diese Methoden werden in der Simulation und an einem Asynchronmaschinenprüfstand zum Einsatz gebracht, wobei zur Identifikation der benötigten Parameter für eine ausgewählte Methode ein Identifikationsalgorithmus entworfen wird.

## Abstract

For electric drives, the ability of producing a constant, vibration-free torque is an important quality feature. Torque ripple can cause mechanic vibrations in the drive train, which in turn can damage connected loads, influence technical processes in a disadvantageous way and increase noise. Low order torque ripple is often close to the resonance frequencies of the drive train, therefore being dangerous. Modern inverter-fed induction motors exhibit various torque harmonics having several different causes.

This master thesis treats the reduction of the torque ripple at twice the rotary field frequency. To achieve this goal, the commonly known fundamental wave induction motor model is enhanced in a way enabling it to reproduce the second order torque harmonic. Based on this model, torque ripple reduction methods are designed. These methods are applied to a simulation model and to an induction motor in a test bed. An identification algorithm is used in order to obtain estimates of the unknown parameters in case of the application of a selected method on the test bed.

# Inhalt

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1	Defintionen . . . . .	1
1.2	Versuchsanordnung . . . . .	1
1.3	Messergebnisse zur Betrachtung des Drehmomentrippels . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Aufgabenstellung</b>	<b>8</b>
<b>3</b>	<b>Modellbildung</b>	<b>9</b>
3.1	Grundlagen . . . . .	9
3.2	Grundwellenmodell der Asynchronmaschine . . . . .	17
3.3	Modell mit asymmetrischen Statorwicklungsimpedanzen . . . . .	21
<b>4</b>	<b>Vorhandene Reglerstruktur: Feldorientierte Regelung</b>	<b>27</b>
4.1	Allgemeines . . . . .	27
4.2	Kompensation der Nichtlinearitäten . . . . .	28
4.3	Beobachter für $\Psi_R$ und $\rho$ . . . . .	28
4.4	Spannungsbegrenzung . . . . .	29
4.5	Strombegrenzung . . . . .	30
4.6	Zu entwerfende Regler . . . . .	30
4.7	Mess- und Simulationsergebnisse bei Einsatz der Feldorientierten Regelung . . . . .	33
<b>5</b>	<b>Regelungstechnische Gegenmaßnahmen / Kompensationsmethoden</b>	<b>45</b>
5.1	Exakte Linearisierung . . . . .	45
5.2	$\frac{di_s^v}{dt} = 0$ -Kompensation . . . . .	60
5.3	Kompensation der Statorwicklungsasymmetrien . . . . .	68
<b>6</b>	<b>Parameteridentifikation</b>	<b>76</b>
6.1	Grundlagen . . . . .	76
6.2	Gegebener Maschinenparametersatz . . . . .	78
6.3	Parameteridentifikation des Gesamtsystems . . . . .	78
6.4	Parameteridentifikation mit Statorstromdifferentialgleichung . . . . .	82
6.5	Parameteridentifikation unter Annahme eines eingeschwungenen Statorstroms . . . . .	85
	<b>Literatur</b>	<b>89</b>
	<b>A Komponenten des Antriebsstrangprüfstands</b>	<b>91</b>
	<b>B Abkürzungen</b>	<b>91</b>
	<b>C Variablenübersicht</b>	<b>92</b>

# Abbildungsverzeichnis

1	Photo des Prüfstands . . . . .	1
2	Schematischer Aufbau des Prüfstands . . . . .	2
3	Drehmomentverlauf bei $n = 1000 \frac{1}{\text{min}}$ und $M_{\text{soll}} = 10\text{Nm}$ . . . . .	3
4	Fourieranalyse des Drehmomentverlaufs bei $n = 1000 \frac{1}{\text{min}}$ und $M_{\text{soll}} = 10\text{Nm}$ . . . . .	4
5	Fourieranalyse des Drehmomentverlaufs bei $n = 1000 \frac{1}{\text{min}}$ und $M_{\text{soll}} = 10\text{Nm}$ . . . . .	5
6	Fourieranalyse des Drehmomentverlaufs bei $n = 2000 \frac{1}{\text{min}}$ und $M_{\text{soll}} = 10\text{Nm}$ . . . . .	5
7	Fourieranalyse des Drehmomentverlaufs bei $n = -2000 \frac{1}{\text{min}}$ und $M_{\text{soll}} = 10\text{Nm}$ . . . . .	6
8	Fourieranalyse des Drehmomentverlaufs bei $n = 1500 \frac{1}{\text{min}}$ und $M_{\text{soll}} = 10\text{Nm}$ . . . . .	6
9	Schematischer Statorschnitt durch eine Drehfeldmaschine mit Einschichtwicklung . . . . .	10
10	Schematischer Statorschnitt durch eine Drehfeldmaschine mit konzentrierten Wicklungen . . . . .	10
11	Anordnung von SKS, RKS und RFKS . . . . .	14
12	Darstellung eines Raumzeigers in SKS und RFKS . . . . .	15
13	Koppelplan Simulationsmodell der Asynchronmaschine im SKS mit symmetrischen Statorwicklungsimpedanzen . . . . .	18
14	Statorstrangströme, Statorstromraumzeigerkomponenten und Statorstromraumzeigerverlauf bei symmetrischem Stator und Speisung mit kreisförmigem Statorstromraumzeigerverlauf . . . . .	21
15	Statorstrangströme, Statorstromraumzeigerkomponenten und Statorstromraumzeigerverlauf bei asymmetrischem Stator und Speisung mit kreisförmigem Statorstromraumzeigerverlauf . . . . .	22
16	Koppelplan Simulationsmodell der Asynchronmaschine im SKS mit asymmetrischen Statorwicklungsimpedanzen . . . . .	24
17	Blockschaltbild der Feldorientierten Regelung . . . . .	28
18	Variabler Sättigungs-Block . . . . .	29
19	Spannungsbegrenzung der Feldorientierten Regelung . . . . .	30
20	Regelkreis zum Stromreglerentwurf . . . . .	31
21	Regelkreis zum Flussreglerentwurf . . . . .	32
22	Regelkreis zum Drehzahlreglerentwurf . . . . .	33
23	Blockschaltbild Simulationsmodell der Asynchronmaschine mit Feldorientierter Regelung . . . . .	34
24	Simulierter Drehmomentverlauf bei $n = 1000 \frac{1}{\text{min}}$ und sprungförmiger Änderung der Sollgröße, symmetrische Statorwicklung . . . . .	35
25	Gemessener Drehmomentverlauf bei $n = 1000 \frac{1}{\text{min}}$ und sprungförmiger Änderung der Sollgröße . . . . .	36
26	Gemessener Drehzahlverlauf bei $n = 1000 \frac{1}{\text{min}}$ und sprungförmiger Änderung der Sollgröße . . . . .	37
27	Simulierter Drehmomentverlauf bei $n = 1000 \frac{1}{\text{min}}$ und sprungförmiger Änderung der Sollgröße, asymmetrische Statorwicklung . . . . .	38

28	Fourieranalyse des gemessenen und simulierten Drehmoments bei $n = 1500 \frac{1}{\text{min}}$ und $M_{\text{soll}} = 10\text{Nm}$ . . . . .	39
29	Fourieranalyse des gemessenen und des berechneten Drehmoments bei $n = 1500 \frac{1}{\text{min}}$ und $M_{\text{soll}} = 10\text{Nm}$ . . . . .	40
30	Fourieranalyse des Statorstroms im RFKS bei $n = 1500 \frac{1}{\text{min}}$ und $M_{\text{soll}} = 10\text{Nm}$ . . . . .	40
31	Fourieranalyse des simulierten und des aus Messwerten geschätzten Rotorflusses bei $n = 1500 \frac{1}{\text{min}}$ und $M_{\text{soll}} = 10\text{Nm}$ . . . . .	41
32	Kreisförmiger Statorspannungsraumzeigerverlauf, kreisförmiger Statorstromraumzeigerverlauf . . . . .	42
33	Verzerrter Statorspannungsraumzeigerverlauf, verzerrter Statorstromraumzeigerverlauf . . . . .	43
34	Kreisförmiger Statorspannungsraumzeigerverlauf, verzerrter Statorstromraumzeigerverlauf . . . . .	43
35	Verzerrter Statorspannungsraumzeigerverlauf, kreisförmiger Statorstromraumzeigerverlauf . . . . .	44
36	Blockschaltbild Exakte Linearisierung . . . . .	46
37	Blockschaltbild Exakte Linearisierung zur Kompensation des Drehmomentrippels . . . . .	52
38	Fourieranalyse des simulierten Drehmoments im unkompensierten Fall und bei Einsatz der Exakten Linearisierung bei $n = 500 \frac{1}{\text{min}}$ und $M_{\text{soll}} = 10\text{Nm}$ . . . . .	55
39	Fourieranalyse des simulierten Drehmoments im unkompensierten Fall und bei Einsatz der Exakten Linearisierung bei $n = 1000 \frac{1}{\text{min}}$ und $M_{\text{soll}} = 10\text{Nm}$ . . . . .	56
40	Fourieranalyse des simulierten Drehmoments im unkompensierten Fall und bei Einsatz der Exakten Linearisierung bei $n = 1400 \frac{1}{\text{min}}$ und $M_{\text{soll}} = 10\text{Nm}$ . . . . .	56
41	Fourieranalyse des simulierten Drehmoments im unkompensierten Fall und bei Einsatz der Exakten Linearisierung bei $n = -1400 \frac{1}{\text{min}}$ und $M_{\text{soll}} = 10\text{Nm}$ . . . . .	57
42	Fourieranalyse des gemessenen Drehmoments im unkompensierten Fall und bei Einsatz der Exakten Linearisierung bei $n = 1200 \frac{1}{\text{min}}$ und $M_{\text{soll}} = 12\text{Nm}$ . . . . .	58
43	Einspeisung der Kompensationsspannungen $u_{\text{Sd,komp}}$ und $u_{\text{Sq,komp}}$ in der FOC . . . . .	58
44	Kompensation mit Exakter Linearisierung . . . . .	59
45	Fourieranalyse des simulierten Drehmoments im unkompensierten Fall und bei Einsatz der $\frac{di_{\text{S}}^{\Psi_{\text{R}}}}{dt} = 0$ -Kompensation bei $n = 500 \frac{1}{\text{min}}$ und $M_{\text{soll}} = 10\text{Nm}$ . . . . .	62
46	Fourieranalyse des simulierten Drehmoments im unkompensierten Fall und bei Einsatz der $\frac{di_{\text{S}}^{\Psi_{\text{R}}}}{dt} = 0$ -Kompensation bei $n = 1400 \frac{1}{\text{min}}$ und $M_{\text{soll}} = 10\text{Nm}$ . . . . .	62
47	Kompensation im SKS statt mit FOC Kompensationsspannungen . . . . .	63

48	Fourieranalyse des simulierten Drehmoments im unkompensierten Fall und bei $\frac{d\psi_R}{dt} = 0$ -Kompensation im SKS bei $n = 500\frac{1}{\text{min}}$ und $M_{\text{soll}} = 10\text{Nm}$ . . . . .	64
49	Fourieranalyse des simulierten Drehmoments im unkompensierten Fall und bei $\frac{d\psi_R}{dt} = 0$ -Kompensation im SKS bei $n = 1400\frac{1}{\text{min}}$ und $M_{\text{soll}} = 10\text{Nm}$ . . . . .	65
50	Kompensation im SKS mit Modifikation zur Beachtung der Spannungsgrenze . . . . .	66
51	Fourieranalyse des simulierten Drehmoments im unkompensierten Fall und bei $\frac{d\psi_R}{dt} = 0$ -Kompensation im SKS bei $n = 2000\frac{1}{\text{min}}$ und $M_{\text{soll}} = 10\text{Nm}$ . . . . .	66
52	Fourieranalyse des gemessenen Drehmoments unter Einsatz der $\frac{d\psi_R}{dt} = 0$ -Kompensation bei $n = 1200\frac{1}{\text{min}}$ und $M_{\text{soll}} = 12\text{Nm}$ . . . . .	67
53	Einspeisung der Kompensationsspannungen zur Kompensation der Statorwicklungsasymmetrien <i>nach</i> dem FOC-Algorithmus . . . . .	68
54	Verlauf des simulierten, zeitweise kompensierten Drehmoments bei $n = 1000\frac{1}{\text{min}}$ und sprungförmigem Solldrehmoment . . . . .	69
55	Fourieranalyse des Drehmoments bei Simulation mit $n = 2000\frac{1}{\text{min}}$ und $M_{\text{soll}} = 10\text{Nm}$ . . . . .	70
56	Fourieranalyse des Drehmoments bei Simulation mit $n = -2000\frac{1}{\text{min}}$ und $M_{\text{soll}} = 10\text{Nm}$ . . . . .	71
57	Fourieranalyse des Drehmoments bei $n = -1900\frac{1}{\text{min}}$ und $M_{\text{soll}} = 10\text{Nm}$ . . . . .	71
58	Fourieranalyse des berechneten Drehmoments bei $n = -1900\frac{1}{\text{min}}$ und $M_{\text{soll}} = 10\text{Nm}$ . . . . .	73
59	Vergleich Statorstromraumzeigerverlauf bei $n = -1900\frac{1}{\text{min}}$ und $M_{\text{soll}} = 10\text{Nm}$ . . . . .	73
60	Fourieranalyse der Statorströme im RFKS bei $n = -1900\frac{1}{\text{min}}$ und $M_{\text{soll}} = 10\text{Nm}$ . . . . .	74
61	Verhältnis zwischen den Fourier-Koeffizienten des Drehmomentrippels bei doppelter Drehzahlfrequenz im kompensierten und unkompensierten Fall . . . . .	75
62	Grundlegendes Schema zur Systemidentifikation . . . . .	76
63	Zur Parameteridentifikation vorgegebener Solldrehmomentverlauf und gemessener Drehmomentverlauf . . . . .	80
64	Verlauf des simulierten Drehmoments bei $n = 1500\frac{1}{\text{min}}$ und sprungförmigem Solldrehmoment unter Einsatz der Kompensation mit Parametern, die bei verrauschten Statorströmen geschätzt wurden, bei unverrauschten Statorströmen . . . . .	81
65	Verlauf des Drehmoments in der Simulation bei $n = 1500\frac{1}{\text{min}}$ und sprungförmigem Solldrehmoment unter Einsatz der Kompensation mit Parametern, die bei verrauschten Statorströmen geschätzt wurden, bei ebenfalls verrauschten Statorströmen . . . . .	82
66	Verlauf des Drehmoments in der Simulation bei $n = 1000\frac{1}{\text{min}}$ unter Einsatz der Kompensation mit Parametern, die bei verrauschten Statorströmen geschätzt wurden, bei ebenfalls verrauschten Statorströmen . . . . .	87



67	Verhältnis zwischen den Fourier-Koeffizienten des Drehmomentrippels doppelter Drehzahlfrequenz im kompensierten und unkompensierten Fall . . . . .	88
----	--	----

# 1 Einleitung

Gibt man einer drehmomentgeregelten Asynchronmaschine ein konstantes Söldrehmoment vor, so muss man bei genauerer Untersuchung des gemessenen Drehzahlverlaufs feststellen, dass das Drehmoment keineswegs konstant ist, sondern eine gewisse Welligkeit aufweist. Diese Drehmomentschwankungen, auch als Drehmomentrippel bezeichnet, sind unerwünscht, da sie im Antriebsstrang zu mechanischen Drehschwingungen und somit unter Umständen zur Beschädigung angeschlossener Lasten, erhöhter Geräusentwicklung oder sonstiger Störung technischer Prozesse führen können [9].

## 1.1 Defintionen

- Drehmomentrippel ist eine *unerwünschte* Schwankung des gemessenen Drehmoments an der Welle einer geregelten (elektrischen) Maschine bei Vorgabe eines konstanten Söldrehmoments.
- Das Wort “regelungstechnisch” im Titel der Arbeit grenzt zu konstruktiven Maßnahmen hin ab.

In dieser Arbeit wird der Drehmomentrippel einer in einem Asynchronmaschinenprüfstand verwendeten Asynchronmaschine untersucht und für einen ausgesuchten, systematisch auftretenden Spektralanteil des Drehmomentrippels werden mehrere modellbasierte Kompensationsmethoden entworfen.

## 1.2 Versuchsanordnung

Die im Rahmen der Arbeit nötigen Versuche wurden an einem Asynchronmaschinen-Prüfstand der Firma KRISTL, SEIBT & CO<sup>®</sup> durchgeführt. Die folgende Beschreibung ist im Wesentlichen eine stark gekürzte Fassung des Kapitels 3 und Teilen des Kapitels 2 aus [10].

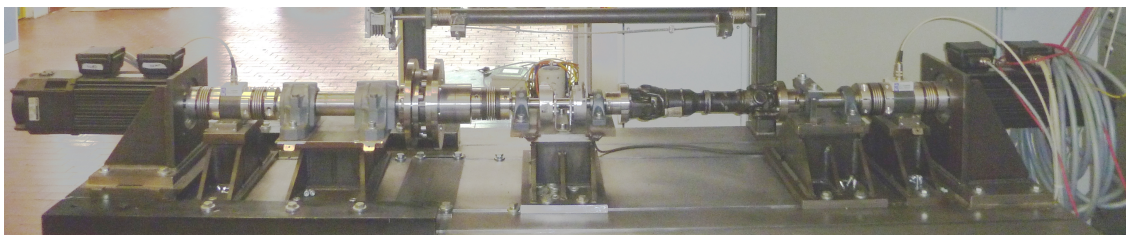


Abbildung 1: Photo des Prüfstands

Abbildung 2 zeigt den schematischen Aufbau des in Abbildung 1 abgebildeten Prüfstands:

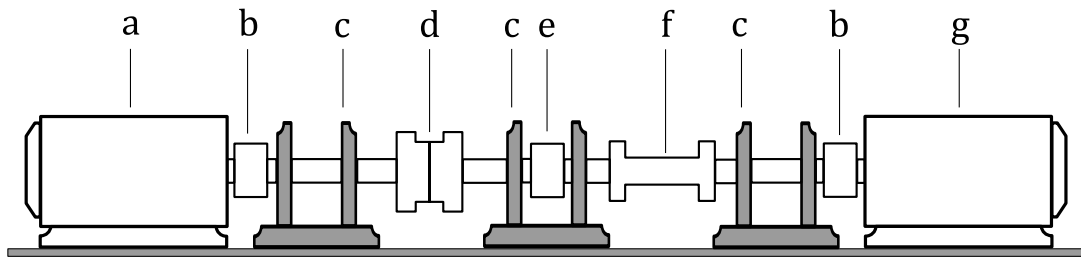


Abbildung 2: Schematischer Aufbau des Prüfstands

Dieser besteht aus den folgenden Elementen:

- a Asynchronmaschine AM2
- b Drehmomentsensor
- c Lagerbock
- d Schwungmasse
- e Inkrementalgeber zur Drehzahl- und Drehwinkelmessung
- f elastische Kupplung
- g Asynchronmaschine AM1

Die Typenbezeichnung der einzelnen Bauelemente ist unter Anhang A zu finden.

Die linke Asynchronmaschine vom Typ MCA14L16 der Firma LENZE<sup>®</sup> wird im weiteren Verlauf als AM2 bezeichnet, die rechte baugleiche Maschine als AM1. In den Asynchronmaschinen sind ebenfalls Inkrementalgeber zur Drehzahl- und Drehwinkelerfassung eingebaut. Die Asynchronmaschinen sind koaxial montiert und über eine elastische Welle mechanisch gekoppelt.

Zur Regelung der beiden Maschinen wird die sogenannte Feldorientierte Regelung (field oriented control, kurz FOC) verwendet. Eine ausführlichere Beschreibung der Feldorientierten Regelung befindet sich in Kapitel 4. Dieser Regelalgorithmus wird auf einem dSPACE-1006-Echtzeitsystem mit einer Schaltfrequenz von  $f = 10\text{kHz}$  ausgeführt. Mit Hilfe des dSPACE<sup>®</sup> Echtzeitsystems kann die gesamte Regelung bequem als MATLAB<sup>®</sup> Simulink<sup>®</sup> Koppelplan aufgebaut werden. Der Simulink Koppelplan wird mit dem in MATLAB enthaltenen Real-Time Workshop in ein auf der dSPACE Hardware ausführbares Programm übersetzt. Die Kommunikation des Simulink Koppelplans mit der dSPACE Hardware erfolgt über spezielle, von dSPACE zur Verfügung gestellte Simulink-Blöcke. Zur Ansteuerung des dSPACE Systems wird das Softwarepakets Control Desk<sup>®</sup> verwendet. Damit kann der Anwender über eine individuell gestaltbare graphische Benutzeroberfläche das Regelungssystem des Prüfstands überwachen, also Sollwerte für die Regelgrößen vorgeben, Parameter verändern und Signalverläufe des zur Regelung eingesetzten Koppelplans aufzeichnen lassen.

Die elektrische Anspeisung der Asynchronmaschinen geschieht mittels symmetrischer Pulsweitenmodulation (siehe [10], Punkt 2.3), wobei die Steuerpulse der drei Stränge symmetrisch um den Zeitpunkt der halben Abtastzeit liegen. Nach Gleichrichtung der Spannung des Dreiphasen Netzes mit einer ungesteuerten B6 - Brückenschaltung steht eine Gleichspannung  $u_{ZK}$  als Zwischenkreisspannung zur Verfügung. Aufgrund der vom FOC Regelungsalgorithmus geforderten Werte der Strangspannungen  $u_{Sa}$ ,  $u_{Sb}$  und  $u_{Sc}$  im Verhältnis zur verfügbaren Zwischenkreisspannung ergeben sich die Einschalt Dauern der verwendeten IGBT-Umrichterbrücken (Typenbezeichnung siehe Anhang A) zur Realisierung der Pulsweitenmodulation.

### 1.3 Messergebnisse zur Betrachtung des Drehmomentrippels

Zur Messung des Drehmomentrippels wird der Feldorientierten Regelung der linken Asynchronmaschine (AM2) ein konstanter Solldrehzahlwert vorgegeben, der Regelung der rechten Asynchronmaschine (AM1) wird ein konstanter Solldrehmomentwert vorgegeben und das Drehmoment an der Welle wird mittels des rechts angebrachten Drehmomentaufnehmers gemessen. Abbildung 3 zeigt den Verlauf des Drehmomentsollwerts (dieser wurde als konstanter Wert  $M_{\text{soll}} = 10\text{Nm}$  vorgegeben) in rot und des tatsächlich gemessenen Werts in blau, aufgenommen bei einer Drehzahl von  $n = 1000 \frac{1}{\text{min}}$ .

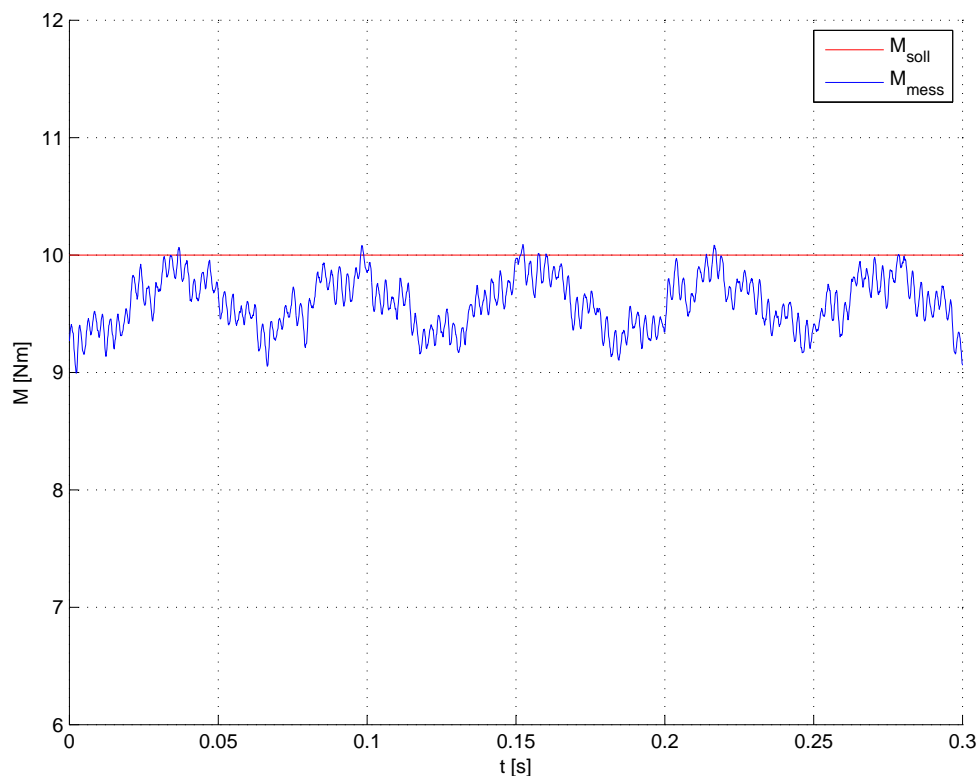


Abbildung 3: Drehmomentverlauf bei  $n = 1000 \frac{1}{\text{min}}$  und  $M_{\text{soll}} = 10\text{Nm}$

Betrachtet man den zeitlichen Verlauf des gemessenen Drehmoments, so fallen zwei Dinge auf: Erstens ist das gemessene Drehmoment keineswegs konstant, sondern

weist periodische Schwankungen auf, und zweitens weicht der Mittelwert, um den herum die Drehmomentschwankungen auftreten, vom geforderten konstanten Soll-drehmomentwert ab. Grund für die zweite Beobachtung ist die Abweichung des in der Feldorientierten Regelung verwendeten Wertes des Rotorwiderstands  $R_R$  vom tatsächlichen Wert. Der Rotorwiderstand wird zur Schätzung des Rotorflusses und infolge dessen zur Berechnung des Drehmomentes verwendet. Da der Rotorwiderstandswert vom Erwärmungszustand der Maschine abhängt, kann er sich im Betrieb erheblich ändern. Auf dieses Phänomen wird in dieser Arbeit nicht weiter eingegangen, es geht schließlich um die Reduktion der Drehmomentschwankungen und nicht um die stationäre Genauigkeit des Drehmomentes.

Um Informationen über die im Drehmomentrippel enthaltenen Frequenzanteile zu erhalten, bietet sich eine Fourieranalyse (mittels DFT) des gemessenen Drehmomentverlaufs an. Dazu wurden jeweils 10s dauernde Messungen verwendet, die Diskretisierungszeit betrug  $T_d = 100\mu\text{s}$ . Abbildung 4 zeigt beispielhaft das Ergebnis der Fourieranalyse des gemessenen Drehmoments bei einem Söldrehmoment von  $M = 10\text{Nm}$  und einer Drehzahl von  $n = 1000\frac{1}{\text{min}}$ .

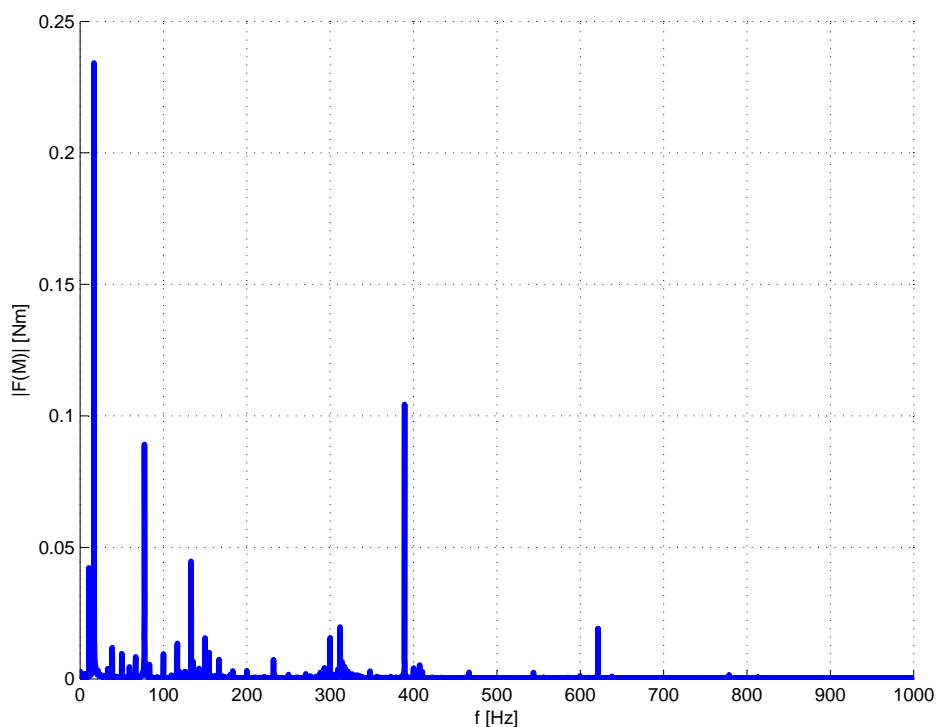


Abbildung 4: Fourieranalyse des Drehmomentverlaufs bei  $n = 1000\frac{1}{\text{min}}$  und  $M_{\text{soll}} = 10\text{Nm}$

Wie man in Abbildung 4 sehen kann, setzt sich das Spektrum aus verschiedenen *diskreten* Frequenzanteilen zusammen, unter denen manche deutlich hervorstechen. Bezieht man die Frequenzachse noch auf die Frequenz der Grundwelle des Statorstroms, die der Frequenz der Grundwelle des Drehfeldes entspricht (wie in den Abbildungen 5 bis 8, die bei unterschiedlichen Drehzahlen aufgenommen wurden), lassen sich einige interessante Tatsachen beobachten.

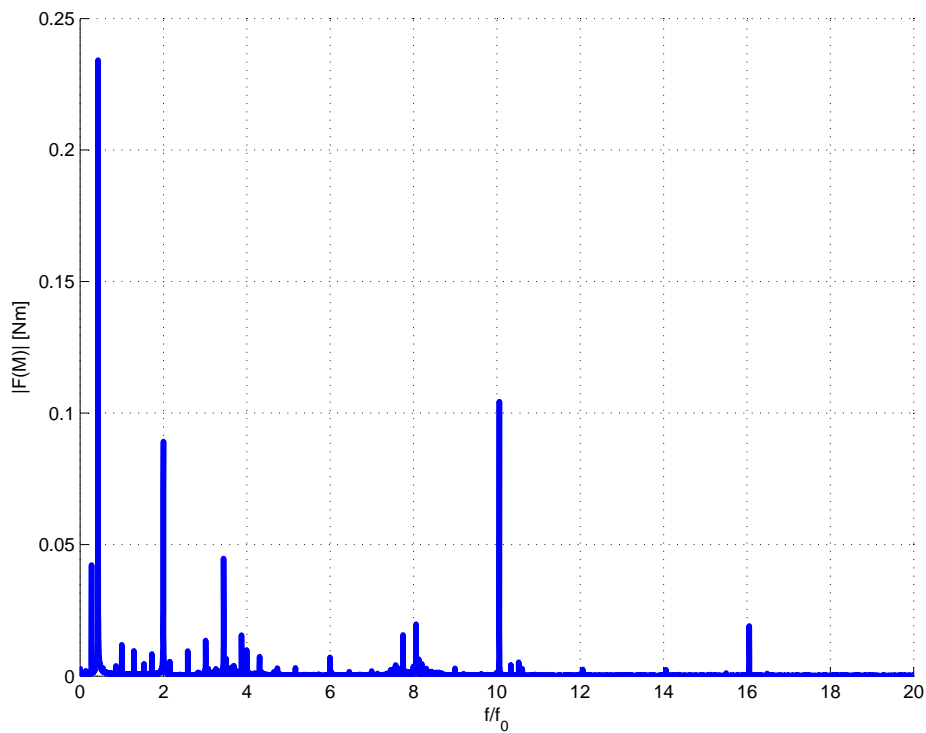


Abbildung 5: Fourieranalyse des Drehmomentverlaufs bei  $n = 1000 \frac{1}{\text{min}}$  und  $M_{\text{soll}} = 10\text{Nm}$

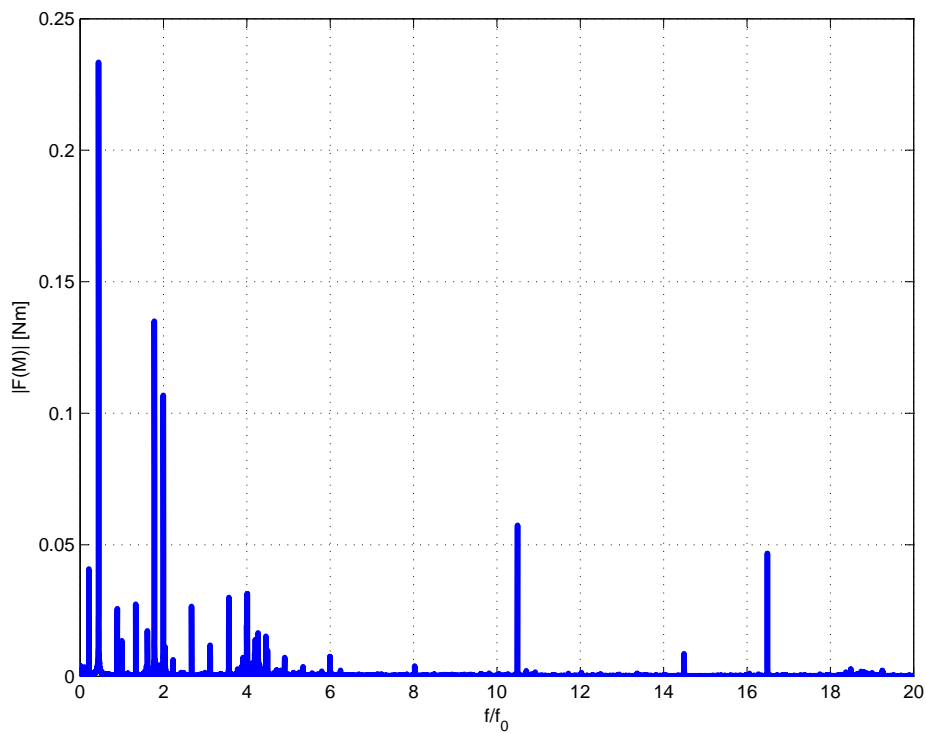


Abbildung 6: Fourieranalyse des Drehmomentverlaufs bei  $n = 2000 \frac{1}{\text{min}}$  und  $M_{\text{soll}} = 10\text{Nm}$

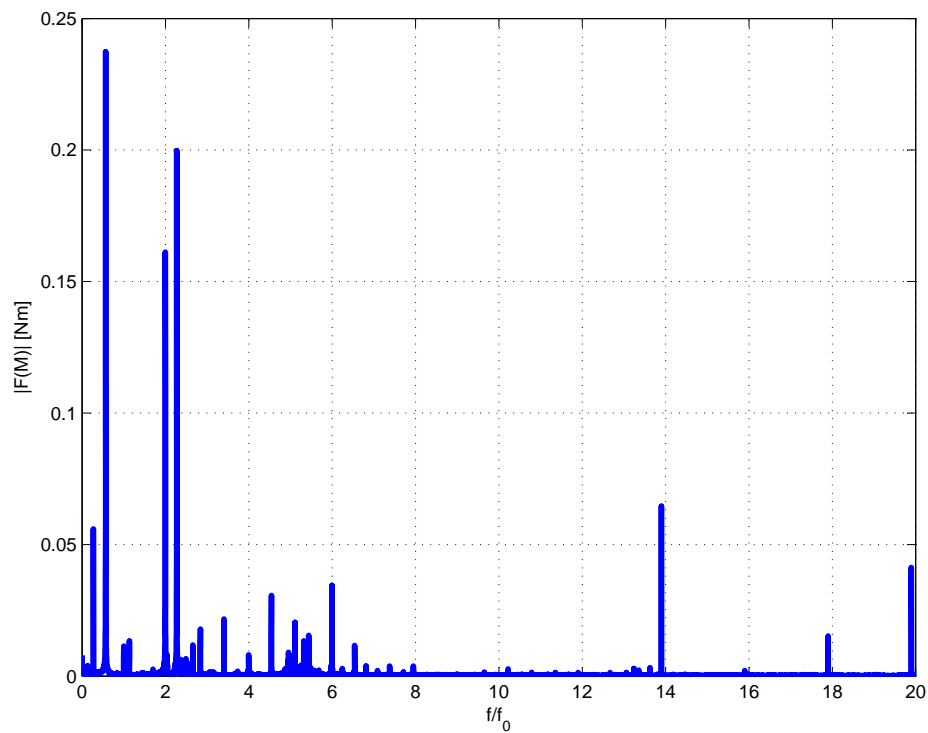


Abbildung 7: Fourieranalyse des Drehmomentverlaufs bei  $n = -2000 \frac{1}{\text{min}}$  und  $M_{\text{soll}} = 10\text{Nm}$

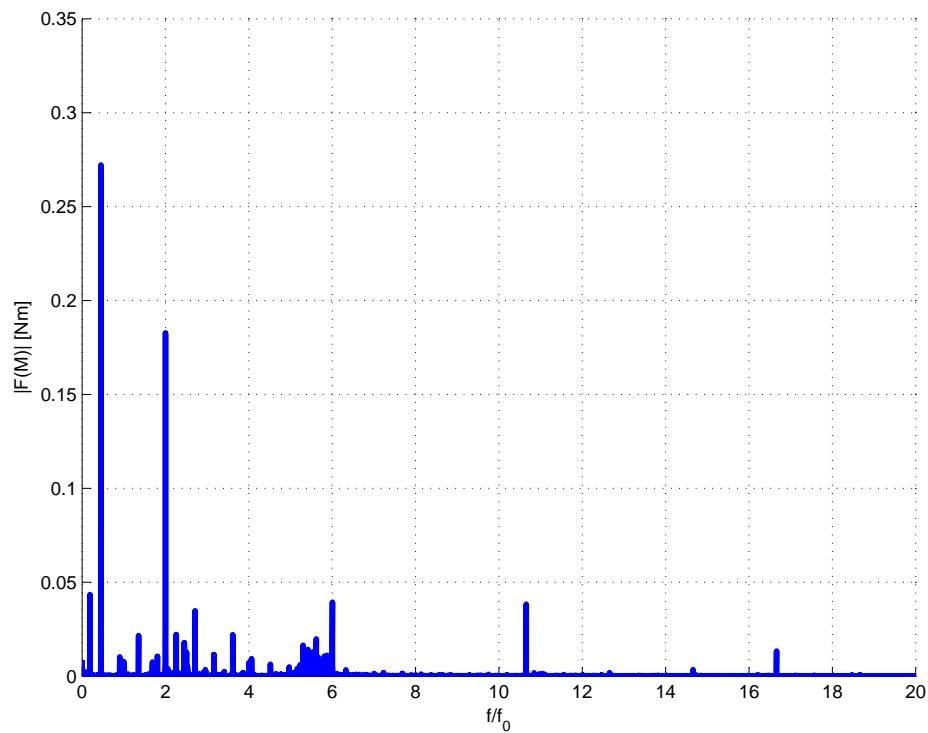


Abbildung 8: Fourieranalyse des Drehmomentverlaufs bei  $n = 1500 \frac{1}{\text{min}}$  und  $M_{\text{soll}} = 10\text{Nm}$

Betrachtet man die Abbildungen 5 bis 8, die bei verschiedenen Drehzahlen aufgenommen wurden, lassen sich gewisse systematische Eigenschaften des Spektrums des Drehmomentrippels feststellen.

Unabhängig von der eingestellten Drehzahl ist bei drehender Maschine immer ein Drehmomentrippel knapp unter- oder oberhalb der halben Drehfeldfrequenz zu sehen. Die Asynchronmaschine muss Schlupf aufweisen um ein Drehmoment an der Welle bereitstellen zu können:

$$s = \frac{n_0 - n}{n_0}, \quad (1)$$

$n$  ist hierbei die *mechanische* Drehzahl,  $n_0$  ist die Drehzahl mit der das Drehfeld im Luftspalt umläuft, auch bezeichnet als *synchrone* Drehzahl. Da die verwendete Maschine die Polpaarzahl  $p = 2$  aufweist und

$$\omega = p\omega_{\text{mech}} \quad (2)$$

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi n}{60} = n \frac{\pi}{30} \quad (3)$$

$$f_0 = p \frac{n_0}{60} \quad (4)$$

gilt, entspricht diese Frequenz knapp unter oder überhalb der halben Drehfeldfrequenz (abhängig davon ob die Maschine als Motor oder Generator bzw. Bremsdient) der Drehzahl der Welle. Da die Ursachen dieses Drehmomentrippels mechanischer Natur sind, kann er durch bessere Ausrichtung der Lagerböcke des Prüfstands verringert werden.

Weiters ins Auge sticht der Drehmomentrippel bei doppelter Drehfeldfrequenz. In der Literatur (z.B.: [6]) werden hierfür Verstärkungs- und Offsetfehler der zur Statorstrommessung verwendeten Stromwandler verantwortlich gemacht. Diese Stromwandlerfehler wurden an diesem Prüfstand jedoch bereits ermittelt und korrigiert, so dass sie in diesem Fall nicht die Ursache für den Drehmomentrippel doppelter Drehfeldfrequenz darstellen.

Kaum zu sehen ist ein Drehmomentrippel bei der 6. Drehfeldfrequenz, der nach [6] auf die PWM-Umrichterspeisung zurückzuführen ist, ihm kommt, verglichen mit den Drehmomentschwankungen bei anderen Frequenzen bei diesem Prüfstand keinerlei Bedeutung zu.

Die zahlreichen, bei nicht-ganzzahligen Vielfachen der Drehfeldfrequenz auftretenden Drehmomentschwankungen können verschiedene mechanische und konstruktive Ursachen haben, auch treten sie abhängig vom Betriebspunkt an *verschiedenen* nicht-ganzzahligen Vielfachen der Drehfeldfrequenz auf. Die systematische Erfassung und Modellierung der meisten dieser Drehmomentschwankungen wäre eine schwierige Aufgabe, die den Rahmen dieser Arbeit sprengen würde.



## 2 Aufgabenstellung

Wie bei der Betrachtung der Messergebnisse in Kapitel 1.3 zu sehen, gibt es eine Vielzahl unterschiedlicher Spektralanteile im Drehmomentrippel, sowie unterschiedliche Ursachen für diese. Gegen die verschiedenen Drehmomentschwankungen hoher, zumeist nicht-ganzzahliger Ordnung regelungstechnisch vorzugehen ist aus zweierlei Gründen schwierig: einerseits wegen der zum Teil hohen Schwingungsfrequenz, und andererseits wegen der hohen Komplexität einer möglichen systematischen Beschreibung.

Da der Drehmomentrippel mit doppelter Drehfeldfrequenz bei verschiedensten Drehzahl- und Drehmomentvorgaben systematisch auftritt, sollen zu seiner Verringerung (in weiterer Folge auch *Kompensation* genannt) regelungstechnische Maßnahmen entworfen werden. Das am verwendeten Prüfstand bereits vorhandene Regelungskonzept soll durch den Einsatz von Kompensationsmethoden so gering wie möglich verändert werden.

Die entworfenen Kompensationsmethoden sind in der Simulation und am Prüfstand zu testen und entsprechend zu parametrieren.

## 3 Modellbildung

Um Kompensationsmethoden für den Drehmomentrippel doppelter Drehfrequenz entwerfen zu können, benötigt man zuerst ein mathematisches Modell der Asynchronmaschine, mit dem man in der Lage ist, die Drehmomentschwankungen mit doppelter Drehfeldfrequenz nachzubilden. Die Vermutung zu Beginn der Arbeit war, dass Abweichungen der Statorwicklungsimpedanzen von ihren als symmetrisch (das bedeutet, dass alle drei Wicklungsstränge des Stators die gleichen Widerstands- und Induktivitätswerte aufweisen) angenommenen Werten zu ebensolchen Drehmomentschwankungen führen. In den folgenden Abschnitten folgt die Herleitung eines Grundwellenmodells der Asynchronmaschine mit dem eine asymmetrische Statorwicklung nachgebildet werden kann.

### 3.1 Grundlagen

#### 3.1.1 Raumzeigerdarstellung

Bei der Beschreibung von Dreiphasensystemen ist es üblich, die sogenannte Raumzeigerdarstellung zu verwenden, um eine Berücksichtigung der zeitlichen und der räumlichen Zuordnung der Signale zu ermöglichen [2]. Der Grundgedanke hierbei ist, dass in einem Dreiphasensystem ohne Nulleiter die geometrische Summe der drei Signale wie etwa der Statorströme Null ist, somit kann bei Kenntnis von zwei Signalen die dritte Größe aufgrund der Nullbedingung berechnet werden [2]. Da somit bei einer (in Stern oder Dreieck geschalteten) Drehfeldmaschine nur zwei Größen (Ströme, Spannungen, magnetische Flüsse) linear unabhängig sind, ist es sinnvoll, eine Transformation einzuführen, die das Dreiphasensystem in ein Zweiphasensystem mit zwei linear unabhängigen Größen transformiert. Die nun folgende Definition von Raumzeigern ist [1] entnommen. In der Herleitung wird das Schema eines Stators mit Einschichtwicklung und Polpaarzahl  $p = 1$  verwendet (siehe Abbildung 9), die drei Wicklungen haben alle die gleichen Widerstands- und Induktivitätswerte. Alle Signale seien nur mit Grundschwingungsfrequenz vorhanden [2].

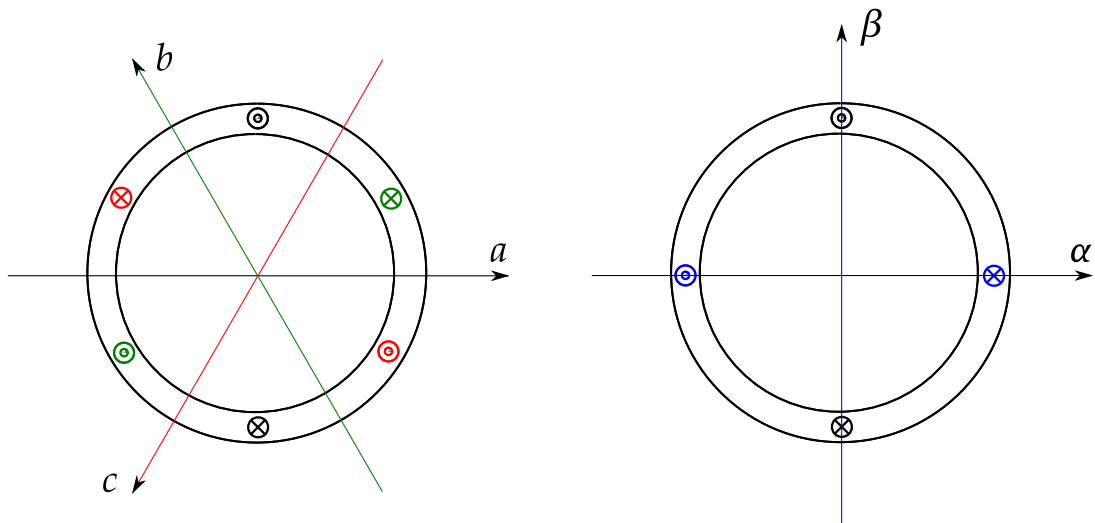


Abbildung 9: Schematischer Statorschnitt durch eine Drehfeldmaschine mit Einschichtwicklung

Stellt man sich die Wicklungen räumlich konzentriert vor, so erhält man folgende Darstellung:

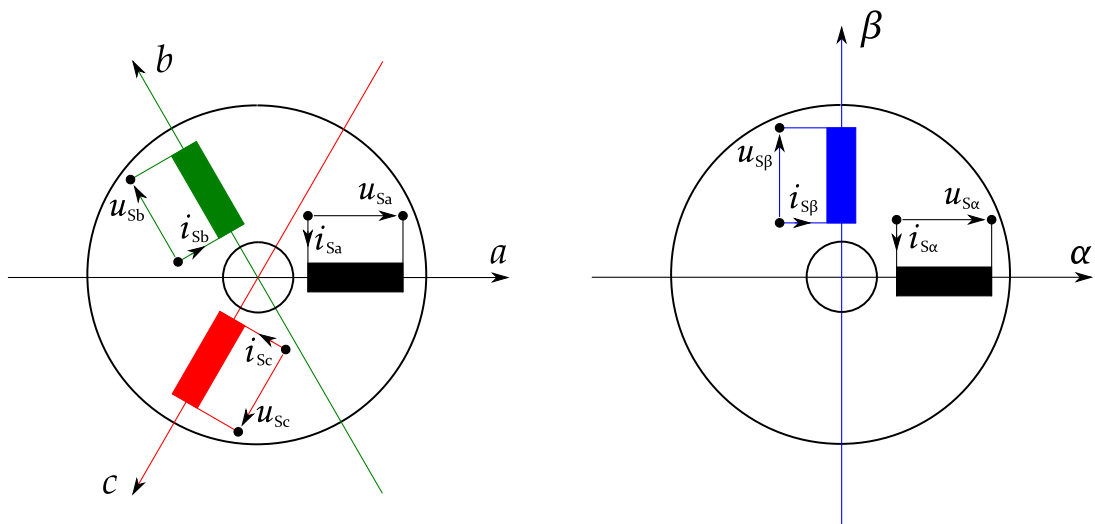


Abbildung 10: Schematischer Statorschnitt durch eine Drehfeldmaschine mit konzentrierten Wicklungen

Eine Bestromung der als konzentriert gedachten Statorwicklung  $a$  in Abbildung 10 (links) verursacht einen magnetischen Fluss, der entlang der  $a$ -Achse ausgerichtet ist, das Gleiche trifft auf die Wicklungen  $b$  und  $c$  zu. Es gilt:

$$\Psi_{Sn} = L_S i_{Sn} \quad \text{mit } n = a, b, c \quad (5)$$

Für die in Stern oder Dreieck geschaltete Drehstromwicklung ist die Summe der Wicklungsströme immer gleich Null:

$$i_{S_a} + i_{S_b} + i_{S_c} = 0 \quad (6)$$

Aus Gleichung (6) ist ersichtlich, dass nur zwei der drei Statorströme unabhängig voneinander gewählt werden können, der dritte ergibt sich aus (6). Da bei in Stern oder Dreieck geschalteten Drehfeldmaschinen allgemein nur zwei Größen (Spannungen, Ströme, Flüsse) unabhängig sind, ist es naheliegend, das Dreiphasensystem in ein Zweiphasensystem zu transformieren (siehe Abbildungen 9 und 10, rechts). Die beiden gedachten Wicklungen des Zweiphasensystems sind zueinander orthogonal angeordnet, dadurch tritt keine Verkopplung der beiden Statorflüsse auf. Die Statorflüsse in Richtung der  $\alpha$ - und  $\beta$ -Achse können jeweils als Linearkombination der Flüsse des Dreiphasensystems berechnet werden:

$$\Psi_\alpha = v \left( \Psi_{S_a} + \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)\Psi_{S_b} + \cos\left(\frac{4\pi}{3}\right)\Psi_{S_c} \right) \quad (7)$$

$$\Psi_\beta = v \left( \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)\Psi_{S_b} + \sin\left(\frac{4\pi}{3}\right)\Psi_{S_c} \right) . \quad (8)$$

Der Faktor  $v$  dient nur der Skalierung und wird im weiteren Verlauf der Herleitung bestimmt. Fasst man  $\Psi_\alpha$  als Realteil und  $\Psi_\beta$  als Imaginärteil eines komplexen Zeigers auf, bekommt man den komplexen Statorflussraumzeiger

$$\underline{\Psi}_S^S = v (\Psi_\alpha + j\Psi_\beta) . \quad (9)$$

Um eine Verwechslung zwischen Raumzeigern und Größen der komplexen Wechselstromrechnung zu vermeiden, werden Raumzeiger mit einem Pfeil statt einer Linie unterstrichen dargestellt. Setzt man (7) und (8) ein, erhält man

$$\begin{aligned} \underline{\Psi}_S^S = v \left( \Psi_{S_a} + \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)\Psi_{S_b} + j \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)\Psi_{S_b} \right. \\ \left. + \cos\left(\frac{4\pi}{3}\right)\Psi_{S_c} + j \sin\left(\frac{4\pi}{3}\right)\Psi_{S_c} \right) . \end{aligned} \quad (10)$$

Das hochgestellte S bei  $\underline{\Psi}_S^S$  bedeutet, dass dieser Raumzeiger im sogenannten Statorkoordinatensystem, das fest mit dem Stator der Drehfeldmaschine verbunden ist, dargestellt wird. Eine ausführlichere Beschreibung von Koordinatensystemen folgt in Kapitel 3.1.2. Das tiefgestellte S bei  $\underline{\Psi}_S^S$  weist auf die entsprechende Wicklungsgruppe, in diesem Fall die Statorwicklung, hin.

Mit Hilfe der Eulerschen Formel

$$e^{j\gamma} = \cos(\gamma) + j \sin(\gamma) \quad (11)$$

vereinfacht sich (10) zu

$$\underline{\Psi}_S^S = v \left( \Psi_{S_a} + e^{j\frac{2\pi}{3}}\Psi_{S_c} + e^{j\frac{4\pi}{3}}\Psi_{S_b} \right) . \quad (12)$$

Definiert man die komplexen Drehoperatoren

$$\underline{a} = e^{j\frac{2\pi}{3}} \quad (13)$$

$$\underline{a}^2 = e^{j\frac{4\pi}{3}} \quad (14)$$

lässt sich (10) kompakt als

$$\underline{\Psi}_S^S = v \left( \Psi_{Sa} + \underline{a} \Psi_{Sc} + \underline{a}^2 \Psi_{Sb} \right). \quad (15)$$

darstellen.

Nun ist der Skalierungsfaktor  $v$  so zu bestimmen, dass die  $\alpha$ -Komponente des Statorflussraumzeigers mit dem Statorfluss  $\Psi_{Sa}$  übereinstimmt, das bedeutet:

$$\Psi_{S\alpha} = \Psi_{Sa} = v \left( \Psi_{Sa} - \frac{1}{2} \Psi_{Sb} - \frac{1}{2} \Psi_{Sc} \right) \quad (16)$$

Aufgrund von (5) und (6) gilt

$$\Psi_{Sc} = -\Psi_{Sa} - \Psi_{Sb}. \quad (17)$$

In (16) eingesetzt, ergibt das

$$\Psi_{S\alpha} = \Psi_{Sa} = v \left( \Psi_{Sa} - \frac{1}{2} \Psi_{Sb} + \frac{1}{2} \Psi_{Sa} + \frac{1}{2} \Psi_{Sb} \right) = v \frac{3}{2} \Psi_{Sa} \quad (18)$$

und man erhält mit

$$v = \frac{2}{3} \quad (19)$$

schlussendlich den Raumzeiger

$$\underline{\Psi}_S^S = \frac{2}{3} \left( \Psi_{Sa} + \underline{a} \Psi_{Sc} + \underline{a}^2 \Psi_{Sb} \right). \quad (20)$$

Da Statorfluss und Statorstrom über (5) zusammenhängen, kann die eben hergeleitete Transformation auch auf die Statorströme angewendet werden. Man erhält so den Statorstromraumzeiger

$$\underline{i}_S^S = \frac{2}{3} \left( i_{Sa} + \underline{a} i_{Sc} + \underline{a}^2 i_{Sb} \right), \quad (21)$$

und in Analogie dazu den Statorspannungsraumzeiger

$$\underline{u}_S^S = \frac{2}{3} \left( u_{Sa} + \underline{a} u_{Sc} + \underline{a}^2 u_{Sb} \right). \quad (22)$$

Die Komponenten  $z_\alpha$  und  $z_\beta$  eines allgemeinen Raumzeigers

$$\underline{z}_S^S = \frac{2}{3} \left( z_{Sa} + \underline{a} z_{Sc} + \underline{a}^2 z_{Sb} \right) = z_\alpha + j z_\beta \quad (23)$$

im Statorkoordinatensystem können aus den entsprechenden Stranggrößen mittels der in der Literatur als Clarke- oder  $\alpha\beta$ -Transformation bezeichneten Rechenvorschrift

$$\begin{bmatrix} z_\alpha \\ z_\beta \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_a \\ z_b \\ z_c \end{bmatrix} \quad (24)$$

berechnet werden.

Die Rücktransformation in die jeweiligen Stranggrößen erfolgt durch

$$\begin{bmatrix} z_a \\ z_b \\ z_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_\alpha \\ z_\beta \end{bmatrix}. \quad (25)$$

Erweitert man  $\begin{bmatrix} i_{S\alpha} \\ i_{S\beta} \end{bmatrix}$  mithilfe der Nullbedingung (6) auf

$$\begin{bmatrix} i_{S\alpha} \\ i_{S\beta} \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{Sa} \\ i_{Sb} \\ i_{Sc} \end{bmatrix} \quad (26)$$

so erhält man eine quadratische, *reguläre* Transformationsmatrix

$$T = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}. \quad (27)$$

Komplexe Zahlen können ohne großen Aufwand als Vektoren in einem kartesischen Koordinatensystem betrachtet werden:

$$\underline{z} = z_\alpha + jz_\beta \quad \longrightarrow \quad \mathbf{z} = \begin{bmatrix} z_\alpha \\ z_\beta \end{bmatrix}, \quad (28)$$

da sich diese Darstellung zur Herleitung eines Maschinenmodells mit asymmetrischen Statorwicklungen als vorteilhaft erwiesen hat, wird sie im weiteren Verlauf dieser Arbeit verwendet. Der Statorstrom im Statorkoordinatensystem beispielsweise entspricht

$$\underline{i}_S^S = i_{S\alpha} + ji_{S\beta} \quad \longrightarrow \quad \mathbf{i}_S^S = \begin{bmatrix} i_{S\alpha} \\ i_{S\beta} \end{bmatrix}. \quad (29)$$

Ab hier werden Raumzeiger als Vektoren behandelt und daher fett-gedruckt dargestellt ( $\mathbf{z}$ ), statt mit einem Pfeil unterstrichen ( $\underline{z}$ ).

### 3.1.2 Koordinatensysteme

Bei den bisherigen Betrachtungen wurde ein Koordinatensystem verwendet, das sich an der  $\alpha$ -Achse des dreiphasigen Statorwicklungssystems orientiert und somit ortsfest ist. Dieses Koordinatensystem wird als *Statorfestes Koordinatensystem* oder *Statorkoordinatensystem*, kurz SKS, bezeichnet. Die  $x$ -Achse (beziehungsweise reelle Achse) des SKS wird mit  $\alpha$  bezeichnet, die  $y$ -Achse (beziehungsweise imaginäre Achse) mit  $\beta$ . Für die Anwendung der Feldorientierten Regelung (siehe Kapitel 4) und für den Entwurf von Kompensationsmethoden im weiteren Verlauf der Arbeit ist die Darstellung des mathematischen Modells der Asynchronmaschine im sogenannten *Rotorflusskoordinatensystem*, kurz RFKS, sinnvoll. Beim RFKS ist die  $x$ -Achse (auch als  $d$ -Achse bezeichnet) stets in Richtung des Rotorflussraumzeigers ausgerichtet, rotiert dieser, so rotiert auch das RFKS. Die  $y$ -Achse des RFKS trägt die Bezeichnung  $q$ -Achse. Der Vollständigkeit halber kommt man nicht umhin, ein weiteres übliches Koordinatensystem zu erwähnen, nämlich das *Rotorkoordinatensystem* (RKS). Es dreht sich, wie sein Name vermuten lässt, mit dem Läufer der Asynchronmaschine mit. Die  $x$ -Achse des RKS wird mit dem Buchstaben  $k$  gekennzeichnet, die  $y$ -Achse mit dem Buchstaben  $l$ . Das RKS wird im weiteren Verlauf der Arbeit nicht benötigt. Abbildung 11 zeigt die Lage der drei beschriebenen Koordinatensysteme zueinander.

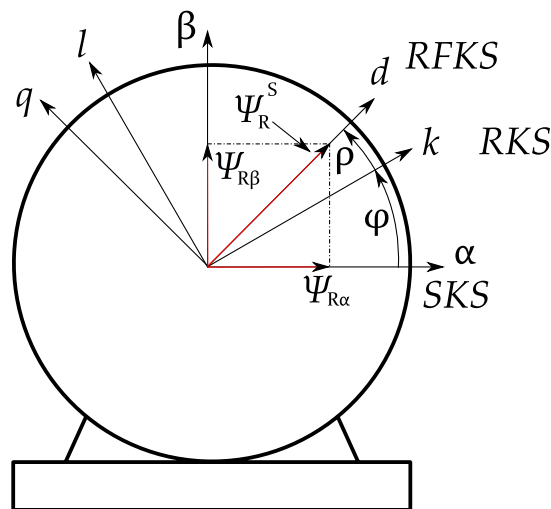


Abbildung 11: Anordnung von SKS, RKS und RFKS

Das RKS ist gegenüber dem SKS um den Drehwinkel  $\varphi$  gedreht, zwischen dem RKS und dem RFKS liegt der Winkel  $\rho$ , somit ist das RFKS gegenüber dem SKS um den Winkel  $\varphi + \rho$  gedreht.

### 3.1.3 Koordinatentransformation mit Drehmatrizen

Um einen Raumzeiger, der in einem Koordinatensystem dargestellt ist, in ein anderes Koordinatensystem transformieren zu können, wird eine entsprechende Koordinatentransformation benötigt. Da alle verwendeten Koordinatensysteme den gleichen Ursprung aufweisen, aber um einen gewissen Winkel  $\theta$  gedreht sind, lässt sich die benötigte Transformation mithilfe einer Drehmatrix durchführen.

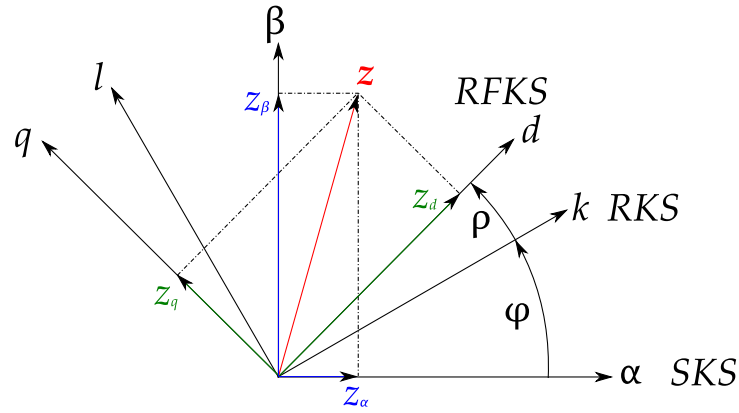


Abbildung 12: Darstellung eines Raumzeigers in SKS und RFKS

Um beispielsweise einen Raumzeiger vom RFKS in das SKS zu transformieren, wird dieser von links mit der Drehmatrix  $\mathbf{D}$  multipliziert

$$\mathbf{z}^S = \mathbf{D}(\varphi + \rho) \mathbf{z}^{\Psi_R}, \quad (30)$$

wobei

$$\mathbf{D}(\varphi + \rho) = \begin{bmatrix} \cos(\varphi + \rho) & -\sin(\varphi + \rho) \\ \sin(\varphi + \rho) & \cos(\varphi + \rho) \end{bmatrix} \quad (31)$$

gilt. Somit erhält man die Komponenten des Raumzeigers im SKS

$$\begin{bmatrix} z_\alpha \\ z_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\varphi + \rho) & -\sin(\varphi + \rho) \\ \sin(\varphi + \rho) & \cos(\varphi + \rho) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_d \\ z_q \end{bmatrix}. \quad (32)$$

Um einen Raumzeiger vom SKS in das RFKS zu transformieren wird entsprechend mit der Inversen der Drehmatrix, die gleichzeitig ihre Transponierte ist, wie folgt multipliziert:

$$\mathbf{z}^{\Psi_R} = \mathbf{D}^{-1}(\varphi + \rho) \mathbf{z}^S = \mathbf{D}^T(\varphi + \rho) \mathbf{z}^S = \mathbf{D}(-\varphi - \rho) \mathbf{z}^S \quad (33)$$

Um die zeitliche Ableitung eines Raumzeigers von einem Koordinatensystem in ein anderes zu transformieren, verwendet man die im Folgenden hergeleitete Rechenvorschrift (hier demonstriert am Beispiel der Transformation vom RFKS in das SKS unter Verwendung von (30) und der Produktregel und der Kettenregel der Differentialrechnung):

$$\frac{d\mathbf{z}^S}{dt} = \frac{d(\mathbf{D}(\varphi(t) + \rho(t)) \mathbf{z}^{\Psi_R})}{dt} = \frac{d\mathbf{D}}{dt} \mathbf{z}^{\Psi_R} + \mathbf{D} \frac{d\mathbf{z}^{\Psi_R}}{dt} \quad (34)$$

Unter der Einführung der Matrix

$$\mathbf{j} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (35)$$



(diese bewirkt eine Raumzeigerdrehung um  $\pi/2$  und ist somit ebenfalls eine Drehmatrix) und der Definition

$$\frac{d\varphi}{dt} = \omega \quad (36)$$

lautet die zeitliche Ableitung der Drehmatrix

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{D}}{dt} &= \left( \omega + \frac{d\rho}{dt} \right) \begin{bmatrix} \sin(\varphi + \rho) & -\cos(\varphi + \rho) \\ \cos(\varphi + \rho) & \sin(\varphi + \rho) \end{bmatrix} = \\ &= \left( \omega + \frac{d\rho}{dt} \right) \mathbf{jD} = \left( \omega + \frac{d\rho}{dt} \right) \mathbf{Dj} . \end{aligned} \quad (37)$$

Die Multiplikationsreihenfolge der Matrizen  $\mathbf{D}$  und  $\mathbf{j}$  ist vertauschbar, da es sich bei beiden um Drehmatrizen handelt. Setzt man (37) in (34) ein bekommt man

$$\frac{d\mathbf{z}^S}{dt} = \mathbf{D} \frac{d\mathbf{z}^{\Psi_R}}{dt} + \left( \omega + \frac{d\rho}{dt} \right) \mathbf{jDz}^{\Psi_R} , \quad (38)$$

und daraus mit (33)

$$\frac{d\mathbf{z}^{\Psi_R}}{dt} = \mathbf{D}^{-1} \frac{d\mathbf{z}^S}{dt} - \left( \omega + \frac{d\rho}{dt} \right) \mathbf{jD}^{-1} \mathbf{z}^S . \quad (39)$$

## 3.2 Grundwellenmodell der Asynchronmaschine

### 3.2.1 Symmetrisches Modell im Statorkoordinatensystem

Ausgehend von den Gleichungen (3.43) und (3.44) aus [1]

$$\mathbf{u}_S^S = R_S \mathbf{i}_S^S + \frac{d\boldsymbol{\Psi}_S^S}{dt} \quad (40)$$

$$\mathbf{0} = R_R \mathbf{i}_R^S - \mathbf{j}\omega \boldsymbol{\Psi}_R^S + \frac{d\boldsymbol{\Psi}_R^S}{dt} \quad (41)$$

(die in [1] verwendeten Striche werden weggelassen,  $\omega$  wird statt  $\dot{\gamma}$ ,  $L_h$  statt  $L_{Sh}$ ,  $L_{\sigma S}$  statt  $L_{S\sigma}$  und  $L_{\sigma R}$  statt  $L_{R\sigma}$  verwendet), sowie den Statorfluss- und Rotorflussraumzeigern (Gleichung (3.45) in [1])

$$\boldsymbol{\Psi}_S^S = (L_h + L_{\sigma S}) \mathbf{i}_S^S + L_h \mathbf{i}_R^S \quad (42)$$

$$\boldsymbol{\Psi}_R^S = L_h \mathbf{i}_S^S + (L_h + L_{\sigma S}) \mathbf{i}_R^S \quad (43)$$

und den Abkürzungen

$$L_S = L_h + L_{\sigma S} \quad (44)$$

$$L_R = L_h + L_{\sigma R} \quad (45)$$

$$L_\sigma = \frac{L_S L_R - L_h^2}{L_R} \quad (46)$$

ergibt sich aus den Gleichungen für Stator- und Rotorfluss

$$\boldsymbol{\Psi}_S^S = \frac{L_h}{L_R} \boldsymbol{\Psi}_R^S + L_\sigma \mathbf{i}_S^S \quad (47)$$

$$\mathbf{i}_R^S = \frac{1}{L_R} \boldsymbol{\Psi}_R^S - \frac{L_h}{L_R} \mathbf{i}_S^S. \quad (48)$$

Setzt man dies in die entsprechend umgeformten Gleichungen (40) und (41) ein

$$\frac{L_h}{L_R} \frac{d\boldsymbol{\Psi}_R^S}{dt} + L_\sigma \frac{d\mathbf{i}_S^S}{dt} = \mathbf{u}_S^S - R_S \mathbf{i}_S^S \quad (49)$$

$$\frac{d\boldsymbol{\Psi}_R^S}{dt} = \frac{L_h R_R}{L_R} \mathbf{i}_S^S - \left[ \frac{R_R}{L_R} \mathbf{E} - \mathbf{j}\omega \right] \boldsymbol{\Psi}_R^S \quad (50)$$

( $\mathbf{E}$  bezeichnet eine  $(2 \times 2)$ -Einheitsmatrix) und Gleichung (50) wiederum in Gleichung (49) ein, so erhält man das gesuchte symmetrische Modell der Asynchronmaschine in Raumzeigerdarstellung im Statorkoordinatensystem

$$\frac{d\mathbf{i}_S^S}{dt} = \frac{1}{L_\sigma} \left[ -R_S \mathbf{i}_S^S + \mathbf{u}_S^S - \mathbf{j}\omega \frac{L_h}{L_R} \boldsymbol{\Psi}_R^S - \frac{L_h R_R}{L_R^2} (L_h \mathbf{i}_S^S - \boldsymbol{\Psi}_R^S) \right] \quad (51)$$

$$\frac{d\boldsymbol{\Psi}_R^S}{dt} = \frac{L_h R_R}{L_R} \mathbf{i}_S^S - \left[ \frac{R_R}{L_R} \mathbf{E} - \mathbf{j}\omega \right] \boldsymbol{\Psi}_R^S. \quad (52)$$

Mithilfe der Relationen

$$\mathbf{u}_S^S = \begin{bmatrix} u_{S\alpha} \\ u_{S\beta} \end{bmatrix} \quad \mathbf{i}_S^S = \begin{bmatrix} i_{S\alpha} \\ i_{S\beta} \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\Psi}_R^S = \begin{bmatrix} \Psi_{R\alpha} \\ \Psi_{R\beta} \end{bmatrix} \quad (53)$$

aufgespalten in  $\alpha$ - und  $\beta$ -Komponente ergeben sich die Gleichungen

$$\frac{di_{S\alpha}}{dt} = \frac{1}{L_\sigma} \left[ -R_S i_{S\alpha} + u_{S\alpha} + \omega \frac{L_h}{L_R} \Psi_{R\beta} - \frac{L_h}{L_R} \frac{R_R}{L_R} (L_h i_{S\alpha} - \Psi_{R\alpha}) \right] \quad (54)$$

$$\frac{di_{S\beta}}{dt} = \frac{1}{L_\sigma} \left[ -R_S i_{S\beta} + u_{S\beta} - \omega \frac{L_h}{L_R} \Psi_{R\alpha} - \frac{L_h}{L_R} \frac{R_R}{L_R} (L_h i_{S\beta} - \Psi_{R\beta}) \right] \quad (55)$$

$$\frac{d\Psi_{R\alpha}}{dt} = L_h \frac{R_R}{L_R} i_{S\alpha} - \frac{R_R}{L_R} \Psi_{R\alpha} - \omega \Psi_{R\beta} \quad (56)$$

$$\frac{d\Psi_{R\beta}}{dt} = L_h \frac{R_R}{L_R} i_{S\beta} + \omega \Psi_{R\alpha} - \frac{R_R}{L_R} \Psi_{R\beta} . \quad (57)$$

Das Drehmoment wird mit

$$M = \frac{3}{2} p \frac{L_h}{L_R} (\Psi_{R\alpha} i_{S\beta} - \Psi_{R\beta} i_{S\alpha}) \quad (58)$$

berechnet.

Abbildung 13 zeigt den dazugehörige Koppelplan. Der Block mit orangem Hintergrund führt die entsprechend nötige Matrix-Multiplikation durch.

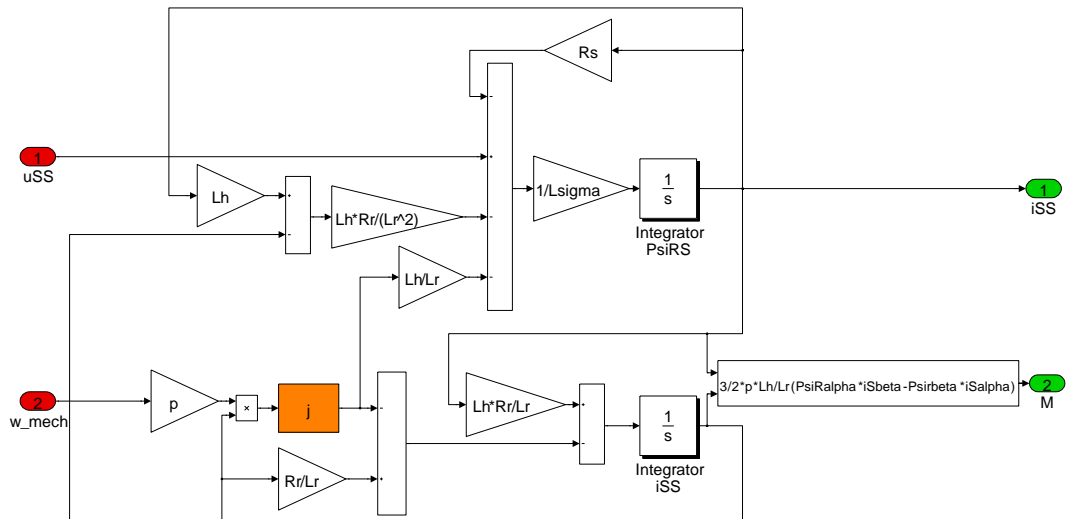


Abbildung 13: Koppelplan Simulationsmodell der Asynchronmaschine im SKS mit symmetrischen Statorwicklungsimpedanzen

### 3.2.2 Symmetrisches Modell im Rotorflusskoordinatensystem

Ausgangspunkt der Herleitung dieses - vor allem für die Feldorientierte Regelung wichtigen - Modells der Asynchronmaschine sind die Gleichungen (3.63) bis (3.67)

aus [1], wobei wie auch bei der Herleitung des mathematischen Modells im Statorkoordinatensystem die Striche weggelassen werden und  $\omega$  wird statt  $\dot{\gamma}$ ,  $L_h$  statt  $L_{Sh}$ ,  $L_{\sigma S}$  statt  $L_{S\sigma}$  und  $L_{\sigma R}$  statt  $L_{R\sigma}$  verwendet. Statt dem hochgestellten A wird ein hochgestelltes  $\Psi_R$  und statt  $\gamma_A$  wird  $(\varphi + \rho)$  verwendet. Somit erhält man die Gleichungen

$$\mathbf{u}_S^{\Psi_R} = R_S \mathbf{i}_S^{\Psi_R} + \mathbf{j} \left( \omega + \frac{d\rho}{dt} \right) \Psi_R^{\Psi_R} + \frac{d\Psi_S^{\Psi_R}}{dt} \quad (59)$$

$$\mathbf{0} = R_R \mathbf{i}_R^{\Psi_R} + \mathbf{j} \frac{d\rho}{dt} \Psi_R^{\Psi_R} + \frac{d\Psi_R^{\Psi_R}}{dt} . \quad (60)$$

Mit den Stator- und Rotorflussraumzeigern

$$\Psi_S^{\Psi_R} = (L_h + L_{\sigma S}) \mathbf{i}_S^{\Psi_R} + L_h \mathbf{i}_R^{\Psi_R} \quad (61)$$

$$\Psi_R^{\Psi_R} = L_h \mathbf{i}_S^{\Psi_R} + (L_h + L_{\sigma S}) \mathbf{i}_R^{\Psi_R} . \quad (62)$$

und den bereits bekannten Abkürzungen

$$L_S = L_h + L_{\sigma S} \quad (63)$$

$$L_R = L_h + L_{\sigma R} \quad (64)$$

$$L_\sigma = \frac{L_S L_R - L_h^2}{L_R} \quad (65)$$

gelten für den Statorfluss  $\Psi_S^{\Psi_R}$  und den Rotorstrom  $\mathbf{i}_R^{\Psi_R}$  die Relationen

$$\Psi_S^{\Psi_R} = \frac{L_h}{L_R} \Psi_R^{\Psi_R} + L_\sigma \mathbf{i}_S^{\Psi_R} \quad (66)$$

$$\mathbf{i}_R^{\Psi_R} = \frac{1}{L_R} \Psi_R^{\Psi_R} - \frac{L_h}{L_R} \mathbf{i}_S^{\Psi_R} . \quad (67)$$

Diese eingesetzt in (59) und (60) ergeben, entsprechend umgeformt

$$\frac{L_h}{L_R} \frac{d\Psi_R^{\Psi_R}}{dt} + L_\sigma \frac{d\mathbf{i}_S^{\Psi_R}}{dt} = \mathbf{u}_S^{\Psi_R} - \left[ R_S + \mathbf{j} \left( \omega + \frac{d\rho}{dt} L_\sigma \right) \right] \mathbf{i}_S^{\Psi_R} - \mathbf{j} \left( \omega + \frac{d\rho}{dt} L_\sigma \right) \frac{L_h}{L_R} \Psi_R^{\Psi_R} \quad (68)$$

$$\frac{d\Psi_R^{\Psi_R}}{dt} = \frac{L_h R_R}{L_R} \mathbf{i}_S^{\Psi_R} - \left[ \frac{R_R}{L_R} \mathbf{E} + \mathbf{j} \frac{d\rho}{dt} \right] \Psi_R^{\Psi_R} \quad (69)$$

Mit den Beziehungen

$$\mathbf{u}_S^{\Psi_R} = \begin{bmatrix} u_{Sd} \\ u_{Sq} \end{bmatrix} \quad \mathbf{i}_S^{\Psi_R} = \begin{bmatrix} i_{Sd} \\ i_{Sq} \end{bmatrix} \quad \Psi_R^{\Psi_R} = \begin{bmatrix} \Psi_R \\ 0 \end{bmatrix} \quad (70)$$

gilt für die Gleichungen (68) und (69) aufgespalten in d- und q-Komponente

$$\frac{L_h}{L_R} \frac{d\Psi_R}{dt} + L_\sigma \frac{di_{Sd}}{dt} = u_{Sd} - R_S i_{Sd} + \left( \omega + \frac{d\rho}{dt} \right) L_\sigma i_{Sq} \quad (71)$$

$$L_\sigma \frac{di_{Sq}}{dt} = u_{Sq} - \left( \omega + \frac{d\rho}{dt} \right) L_\sigma i_{Sd} - R_S i_{Sq} - \left( \omega + \frac{d\rho}{dt} \right) \frac{L_h}{L_R} \Psi_R \quad (72)$$

$$\frac{d\Psi_R}{dt} = \frac{R_R}{L_R} L_h i_{Sd} - \frac{R_R}{L_R} \Psi_R \quad (73)$$

$$0 = \frac{R_R}{L_R} L_h i_{Sq} - \frac{d\rho}{dt} \Psi_R \quad (74)$$

Aus (73) und (74) erhält man

$$\frac{d\Psi_R}{dt} = \frac{R_R}{L_R} (L_h i_{Sd} - \Psi_R) \quad (75)$$

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{R_R}{L_R} \frac{L_h i_{Sq}}{\Psi_R} \quad (76)$$

$$(77)$$

setzt man dies in (71) und (72) ein und formt entsprechend um, erhält man das Differentialgleichungssystem der Asynchronmaschine im Rotorflusskoordinatensystem zu

$$\frac{di_{Sd}}{dt} = \frac{1}{L_\sigma} \left[ -R_S i_{Sd} + u_{Sd} + \left( \omega + \frac{R_R}{L_R} \frac{L_h i_{Sq}}{\Psi_R} \right) L_\sigma i_{Sq} - \frac{L_h R_R}{L_R L_R} (L_h i_{Sd} - \Psi_R) \right] \quad (78)$$

$$\frac{di_{Sq}}{dt} = \frac{1}{L_\sigma} \left[ -R_S i_{Sq} + u_{Sq} - \left( \omega + \frac{R_R}{L_R} \frac{L_h i_{Sq}}{\Psi_R} \right) \left( L_\sigma i_{Sd} + \frac{L_h}{L_R} \Psi_R \right) \right] \quad (79)$$

$$\frac{d\Psi_R}{dt} = \frac{R_R}{L_R} (L_h i_{Sd} - \Psi_R) \quad (80)$$

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{R_R}{L_R} \frac{L_h i_{Sq}}{\Psi_R} \quad (81)$$

$$(82)$$

Für das Drehmoment gilt:

$$M = \frac{3}{2} p \frac{L_h}{L_R} \Psi_R i_{Sq} . \quad (83)$$

Unter Verwendung von (70) kann die Statorstromdifferentialgleichung kompakt als

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{i}_S^{\Psi_R}}{dt} = \frac{1}{L_\sigma} \left[ -R_S \mathbf{i}_S^{\Psi_R} + \mathbf{u}_S^{\Psi_R} - \left( \omega + \frac{d\rho}{dt} \right) L_\sigma \mathbf{j}_S^{\Psi_R} \right. \\ \left. - \mathbf{j}\omega \frac{L_h}{L_R} \Psi_R^{\Psi_R} - \frac{L_h R_R}{L_R L_R} (L_h \mathbf{i}_S^{\Psi_R} - \Psi_R^{\Psi_R}) \right] \end{aligned} \quad (84)$$

geschrieben werden.

### 3.3 Modell mit asymmetrischen Statorwicklungsimpedanzen

Wie aus [9] bekannt, können Verstärkungsfehler der zur Strommessung verwendeten Stromwandler zu Drehmomentrippel mit doppelter Drehfeldfrequenz führen. Eine fehlerhafte Strommessung erweckt im Fall einer Maschine mit perfekt symmetrischer Statorwicklung und Speisung mit einem kreisförmigen Spannungsraumzeigerverlauf den Eindruck, dass sich die Amplituden der Strangströme unterscheiden, das bedeutet, der Stromraumzeigerverlauf ist zu einer Ellipse verzerrt statt kreisförmig.

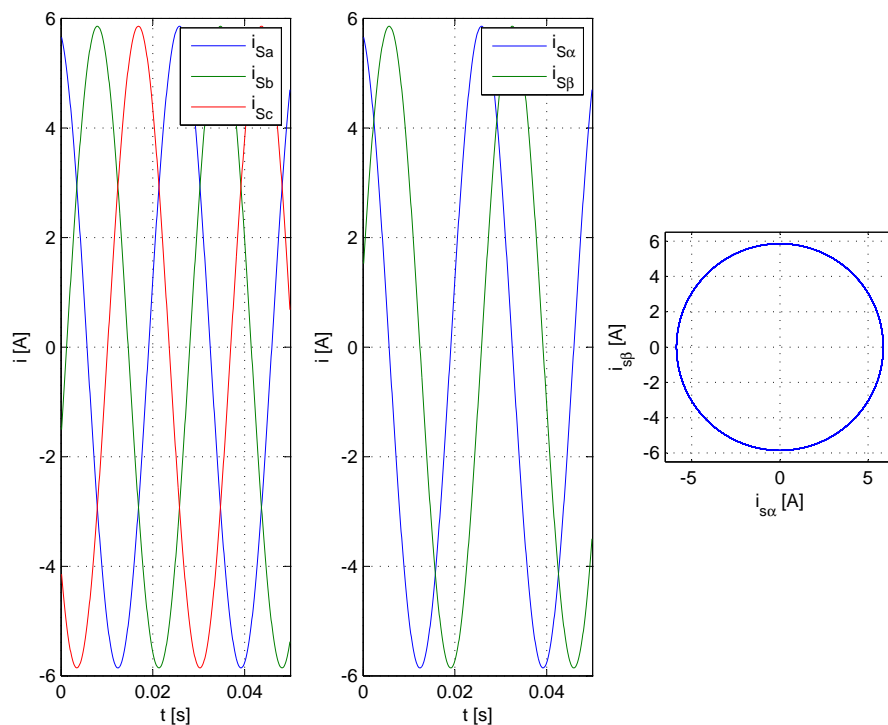


Abbildung 14: Statorstromraumzeigerkomponenten und Statorstromraumzeigerverlauf bei symmetrischem Stator und Speisung mit kreisförmigem Statorstromraumzeigerverlauf

Diese Fehler in der Strommessung bringen die Feldorientierte Regelung bei symmetrischer Maschine dazu, die Stellgrößen derart zu berechnen, dass die zweite Drehmomentharmonische auftritt. Das legt nun folgende Vermutung nahe: Bei unterschiedlichen Widerstands- und Induktivitätswerten in den Statorwicklungssträngen treten bei Speisung mit einem kreisförmigen Spannungsraumzeigerverlauf *tatsächlich* unterschiedliche Amplituden der Strangströme auf, der Stromraumzeigerverlauf ist also elliptisch, was zu Drehmomentrippel doppelter Drehfeldfrequenz führt.

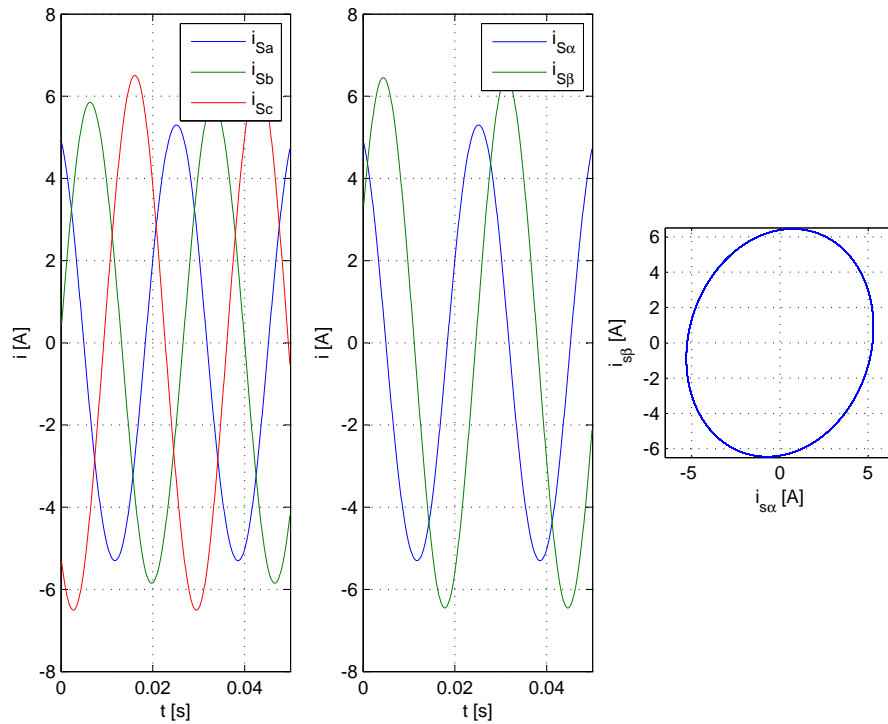


Abbildung 15: Statorstrangströme, Statorstromraumzeigerkomponenten und Statorstromraumzeigerverlauf bei asymmetrischem Stator und Speisung mit kreisförmigem Statorstromraumzeigerverlauf

Aufgrund dieser Überlegung wird ein mathematisches Modell, das asymmetrische Statorwicklungs-Widerstands- und Induktivitätswerte berücksichtigt, entworfen. Ansatzpunkt zur Modellierung der asymmetrischen Statorwicklung sind der Statorwiderstand  $R_S$  und die Induktivität  $L_\sigma$  in die die Streuinduktivität der Statorwicklung mit einfließt:

$$L_S = L_h + L_{\sigma S} \quad (85)$$

$$L_R = L_h + L_{\sigma R} \quad (86)$$

$$L_\sigma = \frac{L_S L_R - L_h^2}{L_R} \quad (87)$$

$L_h$  bezeichnet die Hauptinduktivität der Maschine,  $L_{\sigma S}$  und  $L_{\sigma R}$  die Streuinduktivität von Stator respektive Rotor.

Im Falle asymmetrischer Statorwicklungs-Widerstands- und Induktivitätswerte tritt eine Verkopplung der  $\alpha$ - und  $\beta$ -Achse der Stromraumzeiger auf, dies lässt sich durch Ersetzen der skalaren Parameter  $R_S$  und  $L_\sigma$  durch entsprechende  $(2 \times 2)$ -Matrizen  $\mathbf{R}_S$  und  $\mathbf{L}_\sigma$  modellieren. Diese Vorgehensweise verletzt bewusst die Annahme der gleichen Widerstands- und Induktivitätswerte in allen drei Statorwicklungen, die unter Punkt 3.1.1 zur Herleitung von Raumzeigern getroffen wurde.

### 3.3.1 Asymmetrisches Modell im Statorkoordinatensystem

Ersetzt man in der Statorstromdifferentialgleichung im SKS (51)

$$\frac{d\mathbf{i}_S^S}{dt} = \frac{1}{L_\sigma} \left[ -R_S \mathbf{i}_S^S + \mathbf{u}_S^S - \mathbf{j}\omega \frac{L_h}{L_R} \Psi_R^S - \frac{L_h R_R}{L_R^2} (L_h \mathbf{i}_S^S - \Psi_R^S) \right]$$

den skalaren Statorwiderstand  $R_S$  durch die symmetrische Widerstands-Matrix

$$\mathbf{R}_S = \begin{bmatrix} R_{S\alpha} & R_{S\alpha\beta} \\ R_{S\alpha\beta} & R_{S\beta} \end{bmatrix} \quad (88)$$

und die skalare Induktivität  $L_\sigma$  durch die symmetrische Induktivitäts-Matrix

$$\mathbf{L}_\sigma = \begin{bmatrix} L_{\sigma\alpha} & L_{\sigma\alpha\beta} \\ L_{\sigma\alpha\beta} & L_{\sigma\beta} \end{bmatrix} \quad (89)$$

erhält man zusammen mit der Rotorflussdifferentialgleichung (52) das mathematische Modell

$$\frac{d\mathbf{i}_S^S}{dt} = \mathbf{L}_\sigma^{-1} \left[ -\mathbf{R}_S \mathbf{i}_S^S + \mathbf{u}_S^S - \mathbf{j}\omega \frac{L_h}{L_R} \Psi_R^S - \frac{L_h R_R}{L_R^2} (L_h \mathbf{i}_S^S - \Psi_R^S) \right] \quad (90)$$

$$\frac{d\Psi_R^S}{dt} = \frac{L_h R_R}{L_R} \mathbf{i}_S^S - \left( \frac{R_R}{L_R} \mathbf{E} - \mathbf{j}\omega \right) \Psi_R^S, \quad (91)$$

wobei mit  $\mathbf{R}_S$  und  $\mathbf{L}_\sigma$  die Asymmetrien der Widerstands- und Induktivitätswerte der Statorwicklungen modelliert werden. Diese beiden Matrizen sind symmetrisch aufgebaut,  $R_{S\alpha}$  und  $R_{S\beta}$  sind die Widerstandswerte der gedachten Wicklungen in  $\alpha$ - und  $\beta$ -Richtung,  $L_{S\alpha}$  und  $L_{S\beta}$  die entsprechenden Induktivitätswerte. Die Terme  $R_{S\alpha\beta}$  und  $L_{S\alpha\beta}$  beschreiben die nun vorhandene Kopplung von  $\alpha$ - und  $\beta$ -Achse. Abbildung 16 zeigt den zur Simulation verwendeten Koppelplan, Blöcke mit orangem Hintergrund führen die entsprechend nötigen Matrix-Multiplikationen durch.



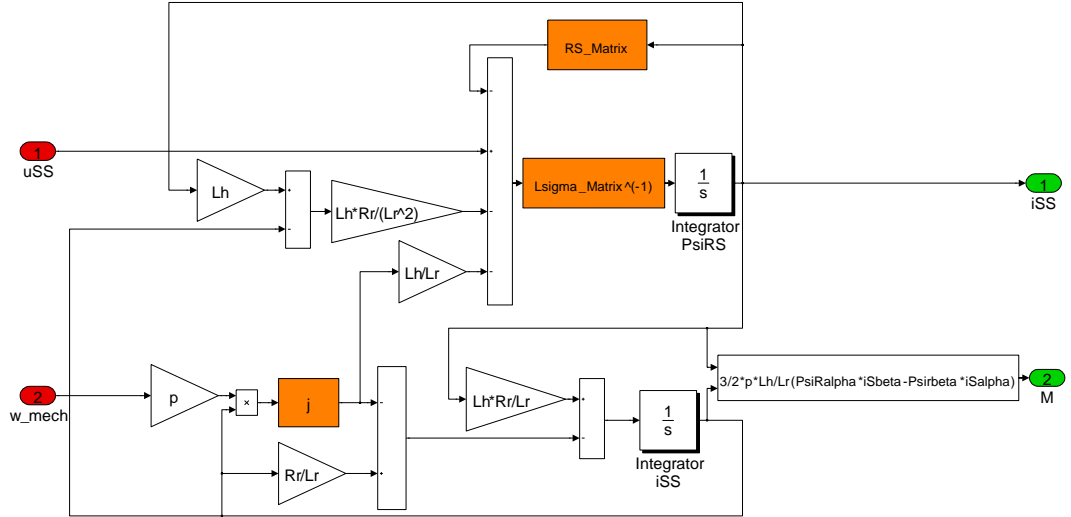


Abbildung 16: Koppelplan Simulationsmodell der Asynchronmaschine im SKS mit asymmetrischen Statorwicklungsimpedanzen

An dieser Stelle folgt eine kurze Betrachtung der Eigenschaften der Statorwiderstandsmatrix  $\mathbf{R}_S$ , für die Induktivitätsmatrix können ähnliche Betrachtungen angestellt werden.

Ausgangspunkt ist die Transformation zwischen den Strangströmen und den Komponenten des Statorstromraumzeigers:

$$\begin{bmatrix} i_{S\alpha} \\ i_{S\beta} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 0 & \sqrt{3} & -\sqrt{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad (92)$$

sowie die entsprechende Rücktransformation

$$\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1 & \sqrt{3} \\ -1 & -\sqrt{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{S\alpha} \\ i_{S\beta} \end{bmatrix} \quad (93)$$

Geht man von unterschiedlichen Strangwiderständen aus und vernachlässigt die vorhandenen Induktivitäten, so gilt die Gleichung

$$\begin{bmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_a & 0 & 0 \\ 0 & R_b & 0 \\ 0 & 0 & R_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}, \quad (94)$$

die die Komponenten des Spannungsraumzeigers  $\mathbf{u}_S^S$  liefert:

$$\begin{bmatrix} u_{S\alpha} \\ u_{S\beta} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 0 & \sqrt{3} & -\sqrt{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \end{bmatrix}. \quad (95)$$

Somit gilt

$$\begin{bmatrix} u_{S\alpha} \\ u_{S\beta} \end{bmatrix} = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 4R_a + R_b + R_c & -\sqrt{3}R_b + \sqrt{3}R_c \\ -\sqrt{3}R_b + \sqrt{3}R_c & 3R_b + 3R_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{S\alpha} \\ i_{S\beta} \end{bmatrix} \quad (96)$$

und man kann die Statorwiderstandsmatrix

$$\mathbf{R}_S = \begin{bmatrix} R_{S,\alpha} & R_{S,\alpha\beta} \\ R_{S,\alpha\beta} & R_{S,\beta} \end{bmatrix} \quad (97)$$

mit den Elementen

$$R_{S,\alpha} = \frac{4R_a + R_b + R_c}{6} \quad (98)$$

$$R_{S,\alpha\beta} = \frac{-\sqrt{3}R_b + \sqrt{3}R_c}{6} \quad (99)$$

$$R_{S,\beta} = \frac{3R_b + 3R_c}{6} \quad (100)$$

eingeführen. Die Matrix  $\mathbf{R}_S$  ist symmetrisch sowie (da  $R_a, R_b, R_c > 0$ ) positiv definit.

### 3.3.2 Asymmetrisches Modell im Rotorflusskoordinatensystem

Das unter Kapitel 3.3.1 hergeleitete Modell mit asymmetrischem Stator kann auch im Rotorflusskoordinatensystem beschrieben werden. Aus dem asymmetrischen Modell im SKS (Gleichungen (90) und (91))

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{i}_S^S}{dt} &= \mathbf{L}_\sigma^{-1} \left[ -\mathbf{R}_S \mathbf{i}_S^S + \mathbf{u}_S^S - \mathbf{j}\omega \frac{L_h}{L_R} \boldsymbol{\Psi}_R^S - \frac{L_h}{L_R} \frac{R_R}{L_R} (L_h \mathbf{i}_S^S - \boldsymbol{\Psi}_R^S) \right] \\ \frac{d\boldsymbol{\Psi}_R^S}{dt} &= L_h \frac{R_R}{L_R} \mathbf{i}_S^S - \left( \frac{R_R}{L_R} - \mathbf{j}\omega \right) \boldsymbol{\Psi}_R^S \end{aligned}$$

erhält man zunächst unter Verwendung von (33) und (34)

$$\frac{d\mathbf{D}\mathbf{i}_S^{\Psi_R}}{dt} = \mathbf{L}_\sigma^{-1} \left[ -\mathbf{R}_S \mathbf{D}\mathbf{i}_S^{\Psi_R} + \mathbf{D}\mathbf{u}_S^{\Psi_R} - \mathbf{j}\omega \frac{L_h}{L_R} \mathbf{D}\boldsymbol{\Psi}_R^{\Psi_R} - \frac{L_h}{L_R} \frac{R_R}{L_R} (L_h \mathbf{D}\mathbf{i}_S^{\Psi_R} - \mathbf{D}\boldsymbol{\Psi}_R^{\Psi_R}) \right] \quad (101)$$

$$\frac{d\mathbf{D}\boldsymbol{\Psi}_R^{\Psi_R}}{dt} = L_h \frac{R_R}{L_R} \mathbf{D}\mathbf{i}_S^{\Psi_R} - \left( \frac{R_R}{L_R} - \mathbf{j}\omega \right) \mathbf{D}\boldsymbol{\Psi}_R^{\Psi_R} \quad (102)$$

und mit den Abkürzungen

$$\mathbf{L}_\sigma^{\Psi_R} = \mathbf{D}^T \mathbf{L}_\sigma \mathbf{D} \quad \mathbf{R}_S^{\Psi_R} = \mathbf{D}^T \mathbf{R}_S \mathbf{D} \quad (103)$$

das gesuchte Modell:

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{i}_S^{\Psi_R}}{dt} = (\mathbf{L}_\sigma^{\Psi_R})^{-1} & \left[ -\mathbf{R}_S^{\Psi_R} \mathbf{i}_S^{\Psi_R} + \mathbf{u}_S^{\Psi_R} - \left( \omega + \frac{d\rho}{dt} \right) \mathbf{L}_\sigma^{\Psi_R} \mathbf{j} \mathbf{i}_S^{\Psi_R} \right. \\ & \left. - \mathbf{j} \omega \frac{L_h}{L_R} \Psi_R^{\Psi_R} - \frac{L_h}{L_R} \frac{R_R}{L_R} (L_h \mathbf{i}_S^{\Psi_R} - \Psi_R^{\Psi_R}) \right] \end{aligned} \quad (104)$$

$$\frac{d\Psi_R}{dt} = \frac{R_R}{L_R} (L_h \dot{i}_{Sd} - \Psi_R) \quad (105)$$

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{R_R}{L_R} \frac{L_h \dot{i}_{Sq}}{\Psi_R} \quad (106)$$

Vergleicht man die Differentialgleichung (104)

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{i}_S^{\Psi_R}}{dt} = (\mathbf{L}_\sigma^{\Psi_R})^{-1} & \left[ -\mathbf{R}_S^{\Psi_R} \mathbf{i}_S^{\Psi_R} + \mathbf{u}_S^{\Psi_R} - \left( \omega + \frac{d\rho}{dt} \right) \mathbf{L}_\sigma^{\Psi_R} \mathbf{j} \mathbf{i}_S^{\Psi_R} \right. \\ & \left. - \mathbf{j} \omega \frac{L_h}{L_R} \Psi_R^{\Psi_R} - \frac{L_h}{L_R} \frac{R_R}{L_R} (L_h \mathbf{i}_S^{\Psi_R} - \Psi_R^{\Psi_R}) \right] \end{aligned}$$

mit der symmetrischen Statorstromdifferentialgleichung im RFKS (Gleichung (84)):

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{i}_S^{\Psi_R}}{dt} = \frac{1}{L_\sigma} & \left[ -R_S \mathbf{i}_S^{\Psi_R} + \mathbf{u}_S^{\Psi_R} - \left( \omega + \frac{d\rho}{dt} \right) L_\sigma \mathbf{j} \mathbf{i}_S^{\Psi_R} \right. \\ & \left. - \mathbf{j} \omega \frac{L_h}{L_R} \Psi_R^{\Psi_R} - \frac{L_h}{L_R} \frac{R_R}{L_R} (L_h \mathbf{i}_S^{\Psi_R} - \Psi_R^{\Psi_R}) \right] \end{aligned}$$

ist zu sehen, dass die skalaren Parameter  $R_S$  und  $L_\sigma$  wiederum durch Matrizen ersetzt werden. Diese Matrizen sind abhängig von der Lage des Rotorflussraumzeigers, an dem das Rotorflusskoordinatensystem orientiert ist (siehe Relation (103)).

$$\mathbf{R}_S^{\Psi_R} = \begin{bmatrix} R_{Sd} & R_{Sdq} \\ R_{Sdq} & R_{Sq} \end{bmatrix} \quad \mathbf{L}_\sigma^{\Psi_R} = \begin{bmatrix} L_{\sigma d} & L_{\sigma dq} \\ L_{\sigma dq} & L_{\sigma q} \end{bmatrix} \quad (107)$$

Wie auch  $\mathbf{R}_S$  und  $\mathbf{L}_\sigma$  sind diese Matrizen symmetrisch aufgebaut,  $R_{Sd}$  und  $R_{Sq}$  sind die Widerstandswerte der gedachten Wicklungen in d- und q-Richtung,  $L_{Sd}$  und  $L_{Sq}$  die entsprechenden Induktivitätswerte. Die Terme  $R_{Sdq}$  und  $L_{Sdq}$  beschreiben die nun vorhandene Kopplung von d- und q-Achse.

Die zur Berechnung der Drehmatrix  $\mathbf{D}$  verwendeten Winkel  $\varphi$  und  $\rho$  sind Funktionen der Zeit. Da, wie in (103) zu sehen,  $\mathbf{R}_S^{\Psi_R}$  und  $\mathbf{L}_\sigma^{\Psi_R}$  mithilfe von Drehmatrizen gebildet werden, sind sie - im Gegensatz zu  $\mathbf{R}_S$  und  $\mathbf{L}_S$  - ebenfalls zeitlich veränderlich.

## 4 Vorhandene Reglerstruktur: Feldorientierte Regelung

### 4.1 Allgemeines

Ausgangspunkt der von Blaschke [7] entwickelten Feldorientierten Regelung ist das Modell der Asynchronmaschine im RFKS:

$$\frac{di_{Sd}}{dt} = \frac{1}{L_\sigma} \left[ -R_S i_{Sd} + u_{Sd} + \left( \omega + \frac{R_R}{L_R} \frac{L_h i_{Sq}}{\Psi_R} \right) L_\sigma i_{Sq} - \frac{L_h R_R}{L_R L_R} (L_h i_{Sd} - \Psi_R) \right] \quad (108)$$

$$\frac{di_{Sq}}{dt} = \frac{1}{L_\sigma} \left[ -R_S i_{Sq} + u_{Sq} - \left( \omega + \frac{R_R}{L_R} \frac{L_h i_{Sq}}{\Psi_R} \right) \left( L_\sigma i_{Sd} + \frac{L_h}{L_R} \Psi_R \right) \right] \quad (109)$$

$$\frac{d\Psi_R}{dt} = \frac{R_R}{L_R} (L_h i_{Sd} - \Psi_R) \quad (110)$$

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{R_R}{L_R} \frac{L_h i_{Sq}}{\Psi_R} \quad (111)$$

$$M = \frac{3}{2} p \frac{L_h}{L_R} \Psi_R i_{Sq} \quad (112)$$

Bei der Entwicklung einer geeigneten Reglerstruktur treten folgende Probleme auf:

- Das Modell ist stark nichtlinear
- Der Rotorfluss  $\Psi_R$  und  $\rho$  (der Winkel zwischen RKS und RFKS) sind sehr schwer messbar
- Eine reale Asynchronmaschine benötigt eine Strombegrenzung

Vorteilhaft am verwendeten Modell sind folgende Tatsachen:

- Der Rotorfluss  $\Psi_R$  wird nur von  $i_{Sd}$  beeinflusst, nicht aber von  $i_{Sq}$
- Das Drehmoment  $M$  hängt von  $i_{Sq}$  ab, nicht aber direkt von  $i_{Sd}$  (sondern nur indirekt über den Rotorfluss)

Rotorfluss und Drehmoment können daher als entkoppelt betrachtet werden.

Das Blockschaltbild in Abbildung 17 zeigt eine leicht vereinfachte Ansicht der Struktur der Feldorientierten Regelung. Auf die Darstellung der Signalflusspfade zur Realisierung der bei PI-Reglern nötigen Antiwindup-Maßnahmen (siehe [5]) wurde aus Gründen der Übersichtlichkeit verzichtet.

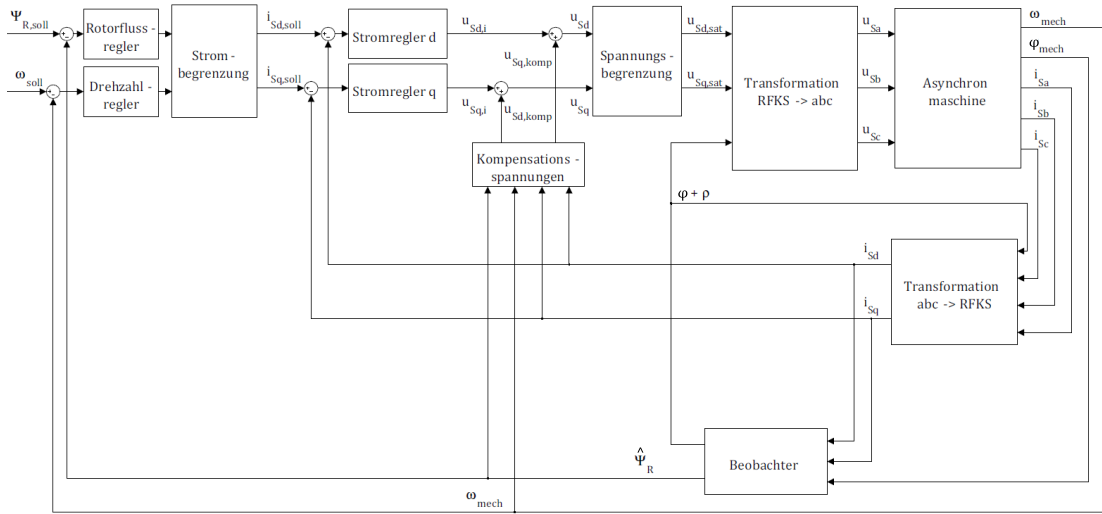


Abbildung 17: Blockschaltbild der Feldorientierten Regelung

## 4.2 Kompensation der Nichtlinearitäten

Setzt man die Statorspannungen im RFKS aus einem Stromreglerterm und einem Kompensationsterm zusammen

$$u_{Sd} = u_{Sd,i} + u_{Sd,komp} \quad (113)$$

$$u_{Sq} = u_{Sq,i} + u_{Sq,komp} \quad (114)$$

und wählt die Kompensationsterme zu

$$u_{Sd,komp} = - \left( \omega + \frac{R_R}{L_R} \frac{L_h i_{Sq}}{\Psi_R} \right) L_\sigma i_{Sq} + \frac{L_h R_R}{L_R L_R} (L_h i_{Sd} - \Psi_R) \quad (115)$$

$$u_{Sq,komp} = \left( \omega + \frac{R_R}{L_R} \frac{L_h i_{Sq}}{\Psi_R} \right) \left( L_\sigma i_{Sd} + \frac{L_h}{L_R} \Psi_R \right), \quad (116)$$

so vereinfachen sich die Statorstromdifferentialgleichungen (108) und (109) zu linearen, entkoppelten Differentialgleichungen

$$\frac{di_{Sd}}{dt} = \frac{1}{L_\sigma} [-R_S i_{Sd} + u_{Sd,i}] \quad (117)$$

$$\frac{di_{Sq}}{dt} = \frac{1}{L_\sigma} [-R_S i_{Sq} + u_{Sq,i}]. \quad (118)$$

## 4.3 Beobachter für $\Psi_R$ und $\rho$

Um das Problem, dass der Rotorfluss  $\Psi_R$  und der Winkel  $\rho$  nicht mit vertretbarem Aufwand gemessen werden können, zu beheben, wird zu ihrer Schätzung

ein Beobachter verwendet. Mit dem Ersetzen des Differentialquotienten durch den Differenzenquotienten mit der Diskretisierungszeit  $T_d$

$$\frac{d\Psi_R}{dt} \approx \frac{\Psi_{R,k+1} - \Psi_{R,k}}{T_d} \quad (119)$$

$$\frac{d\rho}{dt} \approx \frac{\rho_{k+1} - \rho_k}{T_d} \quad (120)$$

erhält man durch Umformen der Gleichungen (110) und (111) die Beobachter

$$\hat{\Psi}_{R,k+1} = \left(1 - \frac{R_R}{L_R} T_d\right) \hat{\Psi}_{R,k} + \frac{R_R}{L_R} L_h T_d i_{Sd,k} \quad (121)$$

$$\hat{\rho}_{k+1} = \hat{\rho}_k + \left(\frac{R_R}{L_R} L_h T_d\right) \frac{i_{Sq,k}}{\hat{\Psi}_{R,k}} \quad (122)$$

Eine übliche Wahl der Anfangszustände ist:

$$\hat{\Psi}_{R,0} = L_h i_{Sd,0} \quad \text{mit} \quad i_{Sd,0} = 1A \quad (123)$$

$$\hat{\rho}_0 = 0 \quad (124)$$

Der hier vorgestellte Beobachter ist kein klassischer Beobachter mit asymptotisch stabiler Fehlerdynamik wie etwa der Luenberger-Beobachter, er ist aber dennoch gut für diese Aufgabenstellung geeignet.

#### 4.4 Spannungsbegrenzung

Da die Zwischenkreisspannung, die der Umrichter liefern kann, beschränkt ist, wird in der Feldorientierten Regelung eine Spannungsbegrenzung implementiert. Ein wichtiger Bestandteil dieser Spannungsbegrenzung ist eine *variable* Sättigungsfunktion:

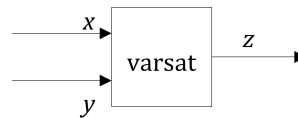


Abbildung 18: Variabler Sättigungs-Block

$$z = \text{varsat}(x, y) = \begin{cases} x & \text{für } |x| \leq y \\ y \operatorname{sign}(x) & \text{für } |x| > y \end{cases} \quad (125)$$

Als Spannungsbegrenzung wird die Struktur in Abbildung 19 eingesetzt:

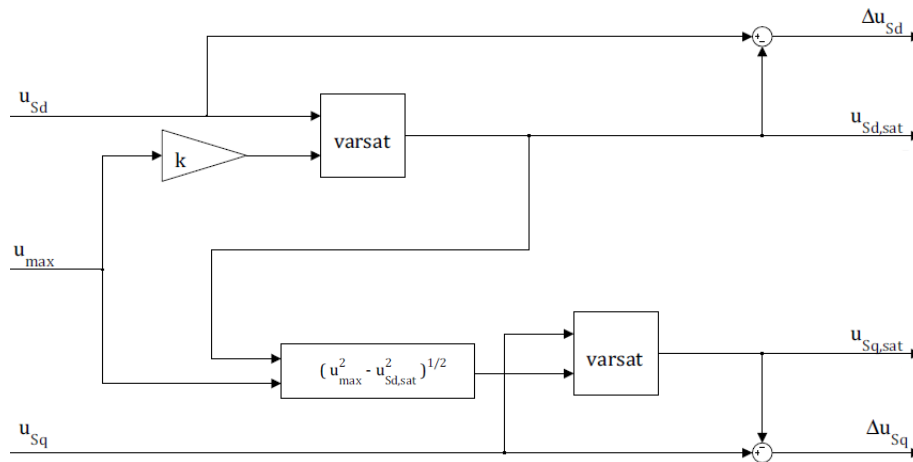


Abbildung 19: Spannungsbegrenzung der Feldorientierten Regelung

Hiermit kann die Länge des Spannungsraumzeigers begrenzt werden. Über den Parameter  $k$  wird eine Gewichtung der Komponenten in d- und q-Richtung vorgenommen. Es gilt:

$$0 < k \leq 1 . \quad (126)$$

Da der Rotorfluss verhältnismäßig träge ist, wird der d-Anteil üblicherweise stärker gewichtet.

Die Größen  $\Delta u_{Sd}$  und  $\Delta u_{Sq}$  werden von der implementierten Antiwindup-Maßnahme, die aufgrund der eingesetzten PI-Reglern notwendig ist, verwendet.

## 4.5 Strombegrenzung

Die Strombegrenzung funktioniert analog zur Spannungsbegrenzung, statt den d- und q-Komponenten des Spannungsraumzeigers werden in Abbildung 19 nun die d- und q-Komponenten des Stromraumzeigers verwendet und so die Begrenzung der Länge des Stromraumzeigers durchgeführt.

## 4.6 Zu entwerfende Regler

Nachdem der konkrete Reglerentwurf nicht Teil dieser Arbeit war, wird hier nur in groben Zügen die notwendige Vorgehensweise beschrieben. Da der Statorstrom gewisse Grenzen nicht überschreiten darf, wird ein digitaler Kaskadenregelkreis eingesetzt, der mit dem Frequenzkennlinienverfahren für Abtastregelkreise entworfen wurde. Für weiterführende Informationen über das Frequenzkennlinienverfahren für Abtastregelkreise sei der interessierte Leser auf [4] verwiesen.

### 4.6.1 Stromregler

Die Übertragungsfunktionen der Strecken für die Stromregler in d- und q-Richtung ergeben sich aus der Laplace-Transformation der Gleichungen (117) und (118) zu

$$\frac{i_{Sd}(s)}{u_{Sd,i}(s)} = \frac{\frac{1}{L_\sigma}}{s + \frac{R_S}{L_\sigma}} \quad (127)$$

$$\frac{i_{Sq}(s)}{u_{Sq,i}(s)} = \frac{\frac{1}{L_\sigma}}{s + \frac{R_S}{L_\sigma}} \quad (128)$$

Die Stromregler für  $i_{Sd}$  und  $i_{Sq}$  haben also die gleiche *zeitkontinuierliche* Strecke

$$G_i(s) = \frac{\frac{1}{L_\sigma}}{s + \frac{R_S}{L_\sigma}}, \quad (129)$$

es muss somit nur *ein* Stromregler entworfen werden, dieser kann jeweils zur Regelung von  $i_{Sd}$  und  $i_{Sq}$  verwendet werden. Führt man eine Zeitdiskretisierung mit der Diskretisierungszeit  $T_d$  von (129) durch (siehe [4], Kapitel 3), und modelliert den Einfluss des Pulswechselrichters als simple Verzögerung um einen Abtastschritt, erhält man als zeitdiskrete Strecke für den Stromreglerentwurf

$$P_i^*(z) = z^{-1} (1 - z^{-1}) \mathbf{Z} \left\{ \frac{G_i(s)}{s} \right\}. \quad (130)$$

Abbildung 20 zeigt das Blockschaltbild des Stromregelkreises, zusammengesetzt aus den einzelnen Übertragungsfunktionen (ein eventuell vorhandenes Strommessfilter wird beim Entwurf mittels FKL-Verfahren vernachlässigt):

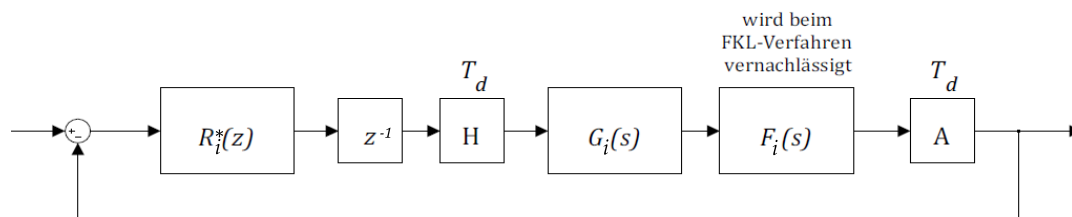


Abbildung 20: Regelkreis zum Stromreglerentwurf

Für diese zeitdiskrete Übertragungsfunktion wurden unterschiedliche Regler  $R_i^*(z)$  mittels des in [4] vorgestellten Frequenzkennlinienverfahren für Abtastsysteme entworfen.

### 4.6.2 Flussregler

Betrachtet man die Differentialgleichung des Rotorflusses (110), so wird augenscheinlich, dass der Rotorfluss nur durch  $i_{Sq}$  beeinflusst wird, nicht aber durch  $i_{Sd}$ . Auf die



Rotorflussbeobachtergleichung (121) wird die  $z$ -Transformation angewandt und die zeitdiskrete Übertragungsfunktion

$$G_{\Psi}^*(z) = \frac{\Psi_R(z)}{i_{Sd}(z)} = \frac{T_d \frac{R_R}{L_R} L_h}{z - 1 + \frac{R_R}{L_R} T_d} \quad (131)$$

gebildet. In Serienschaltung mit dem Stromregelkreis für  $i_{Sd}$  ergibt sich die Streckenübertragungsfunktion für den Entwurf des Flussreglers zu

$$P_{\Psi}^*(z) = \frac{R_i^*(z) P_i^*(z) G_{\Psi}^*(z)}{1 + R_i^*(z) P_i^*(z)} \quad (132)$$

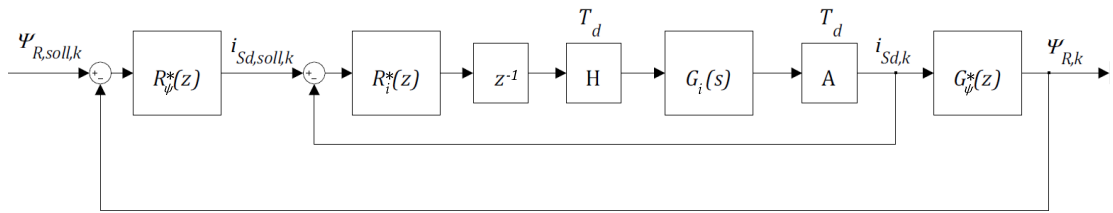


Abbildung 21: Regelkreis zum Flussreglerentwurf

Wie in Kaskadenregelkreisen üblich, wurde der Flussregler in etwa zehnmal langsamer ausgelegt als der ihm untergeordnete Stromregler.

#### 4.6.3 Drehzahlregler

Zum Entwurf des Drehzahlregelkreises wird unter Vernachlässigung von Reibungseffekten und der Annahme, dass kein Lastmoment an der Welle angreift, die Differentialgleichung für die Winkelgeschwindigkeit der Welle als

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{J} \underbrace{\frac{3}{2} p \frac{L_h}{L_R} \Psi_R i_{Sq}}_{=M} \quad (133)$$

angenommen. Das von der Maschine zur Verfügung gestellte Drehmoment hängt nur von  $i_{Sq}$  ab, nicht aber von  $i_{Sd}$ . Unter der Annahme, dass die Flussregelung derart gut funktioniert, dass

$$\Psi_R = \Psi_{R,ref} \quad (134)$$

gilt, berechnet man nach Anwendung der Laplace-Transformation auf Gleichung (133) die Übertragungsfunktion

$$G_{\omega}(s) = \frac{\omega(s)}{i_{Sq}(s)} = \frac{\frac{1}{J} \frac{3}{2} p \frac{L_h}{L_R} \Psi_R}{s} \quad (135)$$

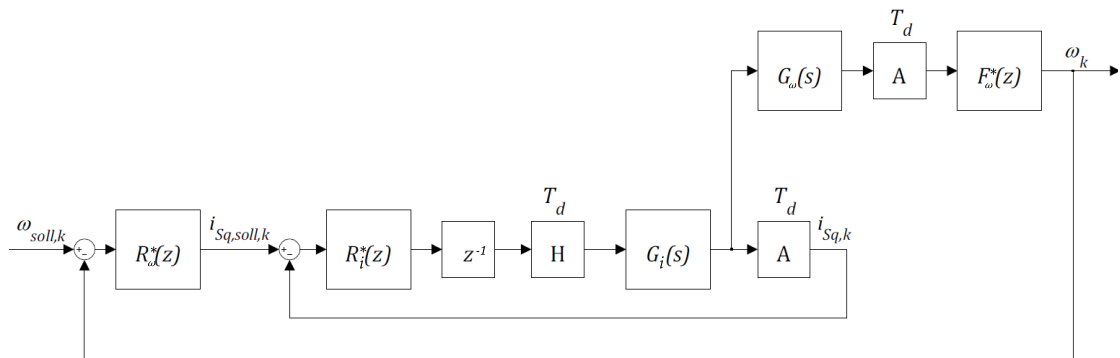


Abbildung 22: Regelkreis zum Drehzahlreglerentwurf

In Zusammenschaltung mit Fluss- und Stromreglern sowie dem Strommessfilter  $F_\omega^*(z)$  erhält man für den Reglerentwurf die zeitdiskrete Strecke

$$P_\omega^*(z) = \frac{R_i^*(z)z^{-1}(1-z^{-1})\mathbf{Z}\left\{\frac{G_i(s)G_\omega(s)}{s}\right\}F_\omega^*(z)}{1+R_i^*(z)P_i^*(z)} \quad (136)$$

#### 4.6.4 Verwendete Reglerparameter

Bei den am kleinen Hallenprüfstand durchgeführten Versuchen sowie in der Simulation wurden die folgenden zeitdiskrete Regler eingesetzt:

Stromregler:

$$R_i^*(z) = \frac{45.36z - 44.64}{z - 1} \quad (137)$$

Flussregler:

$$R_\Psi^*(z) = \frac{22.02z - 21.98}{z - 1} \quad (138)$$

Drehzahlregler:

$$R_\omega^*(z) = \frac{1.005z - 0.995}{z - 1} \quad (139)$$

Die verwendete Diskretisierungszeit beträgt für alle Regler

$$T_d = 100\mu s . \quad (140)$$

## 4.7 Mess- und Simulationsergebnisse bei Einsatz der Feldorientierten Regelung

In der Simulation wird der Asynchronmaschine bei deaktivierter Bewegungsgleichung einfach der konstante gewünschte Drehzahlwert vorgegeben. Am Prüfstand

sind Drehzahlschwankungen nur dann zu bemerken, wenn Sprünge im Soll Drehmoment vorgegeben werden, bei konstantem Drehmoment an der ersten Maschine hält der Drehzahlregler der zweiten Maschine die Drehzahl konstant. Da zur Beobachtung des Drehmomentrippels konstantes Drehmoment und konstante Drehzahl gefordert sind, genügt diese simple Modellierung zur Simulation, der Antriebsstrang des Prüfstands muss nicht modelliert werden. Abbildung 23 zeigt das Schema des zur Simulation eingesetzten Signalflussplans.

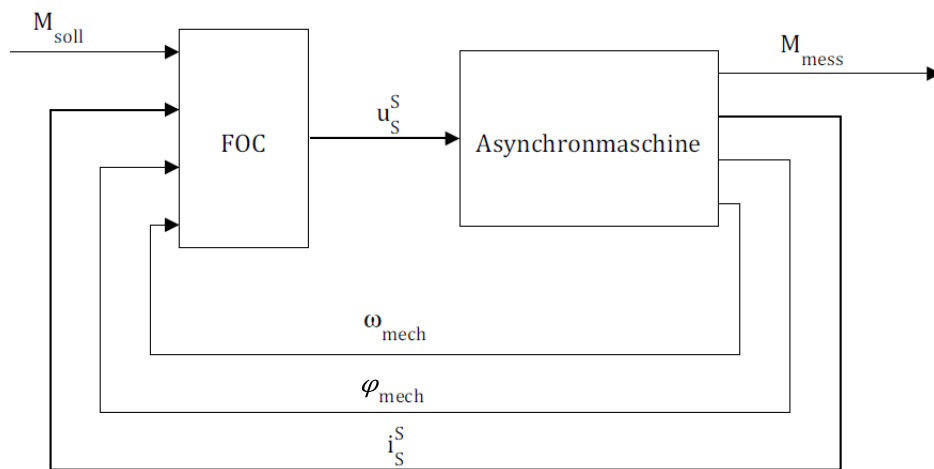


Abbildung 23: Blockschaltbild Simulationsmodell der Asynchronmaschine mit Feldorientierter Regelung

Verwendet man in der Simulation als Maschinenmodell das unter Punkt 3.2.1 entwickelte Modell im SKS mit symmetrischen Ständerwicklungsimpedanzen, erhält man unter Einsatz der Feldorientierten Regelung bei konstanter Drehzahl und Vorgabe eines konstanten Solldrehmoments nach einem kurzen Einschwingvorgang auch genau dieses Drehmoment (siehe Abbildung 24).

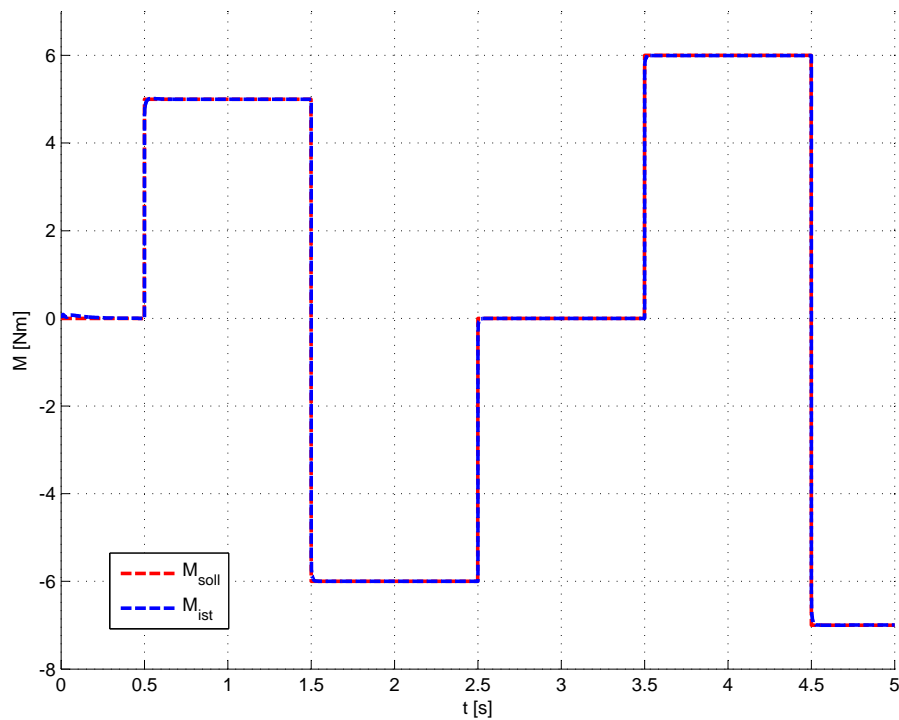


Abbildung 24: Simulierter Drehmomentverlauf bei  $n = 1000 \frac{1}{\text{min}}$  und sprungförmiger Änderung der Sollgröße, symmetrische Statorwicklung

Betrachtet man hingegen den *gemessenen* Drehmomentverlauf bei sprungförmigen Änderungen der Sollgröße (Abbildung 25), stellt man fest, dass der Drehmomentverlauf ein stärkeres Einschwingen sowie periodische Schwankungen aufweist. Der Mittelwert, um den herum die Schwankungen auftreten, weicht ebenfalls vom geforderten Sollwert ab, Grund hierfür ist (wie auch in der Einleitung unter Punkt 1 erwähnt), die Abweichung des in der FOC verwendeten Wertes des Rotorwiderstandes  $R_R$  vom tatsächlichen Wert.

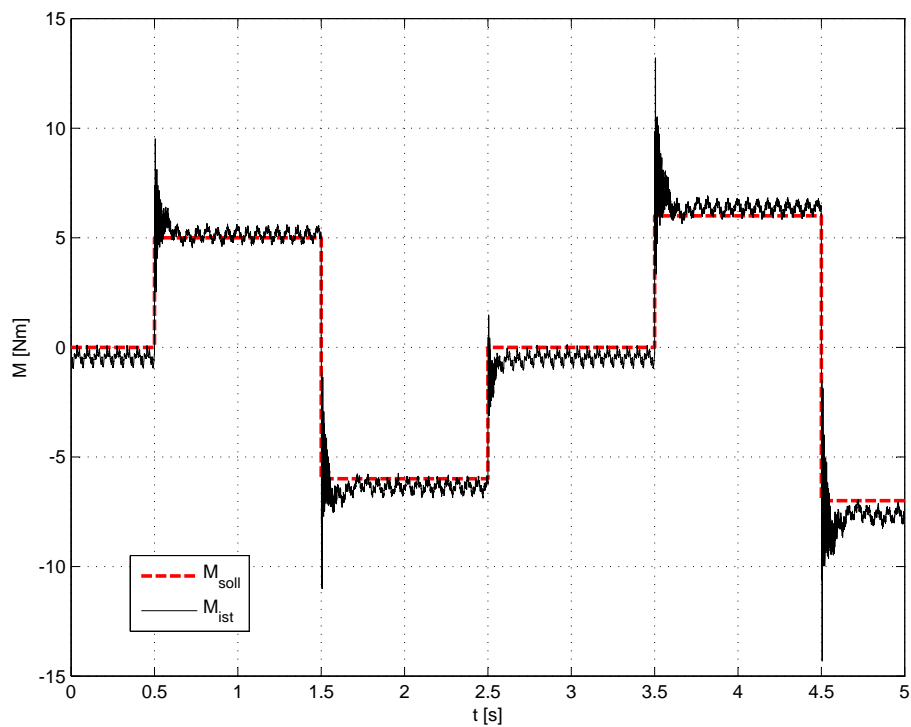


Abbildung 25: Gemessener Drehmomentverlauf bei  $n = 1000 \frac{1}{\text{min}}$  und sprunghörmiger Änderung der Sollgröße

Der größte Anteil der Schwankung hat mechanische Gründe. Abbildung 26 zeigt den gemessenen Drehzahlverlauf bei sprunghörmigen Änderungen der Drehmomentsollgröße.

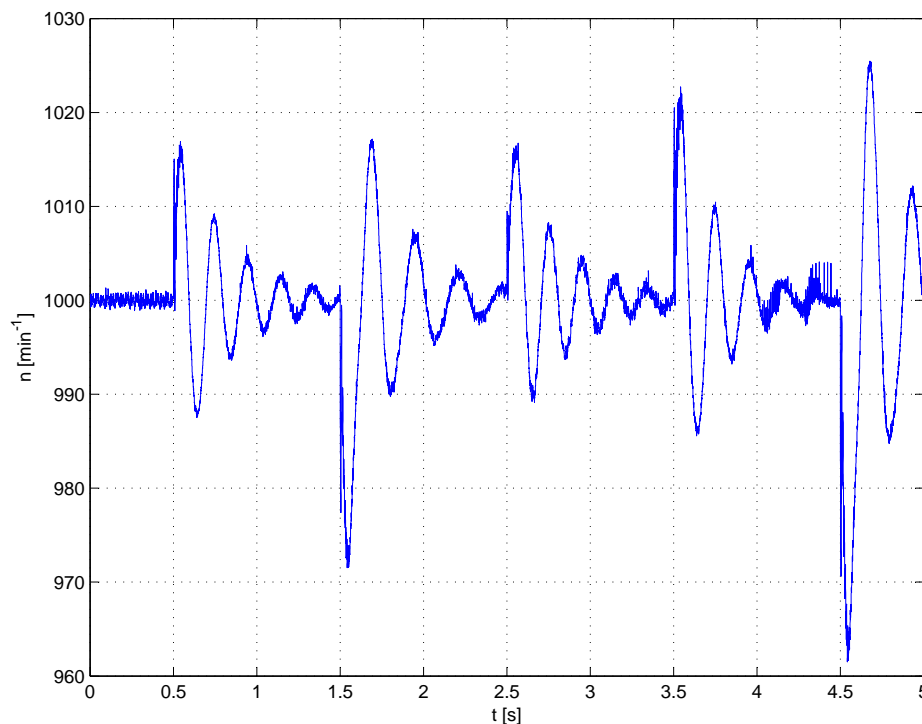


Abbildung 26: Gemessener Drehzahlverlauf bei  $n = 1000 \frac{1}{\text{min}}$  und sprungförmiger Änderung der Sollgröße

Wie man sehen kann, ist der Drehzahlregler, der an der zweiten Asynchronmaschine eingesetzt wird, nicht in der Lage, Schwankungen der Drehzahl vollkommen zu verhindern. Das ist beim Einsatz der bei verwendeten Versuchsanordnung nicht weiter verwunderlich, eine Änderung des Drehmoments an der ersten Maschine ist eine Änderung einer Störgröße für den Regelkreis der zweiten Maschine. Da dieser Effekt bei der quantitativen Erfassung des Drehmomentrippels keine Rolle spielt, wurde darauf verzichtet, ihn für die Simulation zu modellieren. Insbesondere beim Einschwingverhalten in Abbildung 26 ist aber der Einfluss der Drehzahlschwankung zu beobachten.

Setzt man in der Simulation das unter 3.3.1 hergeleitete Modell der Asynchronmaschine mit asymmetrischer Statorwicklung ein und gibt den gleichen sprungförmigen Sollmomentverlauf vor, so kann man, wie in Abbildung 27 zu sehen, einen Teil der periodischen Schwankungen des Drehmomentverlaufs nachbilden, nämlich jene mit doppelter Drehfeldfrequenz.

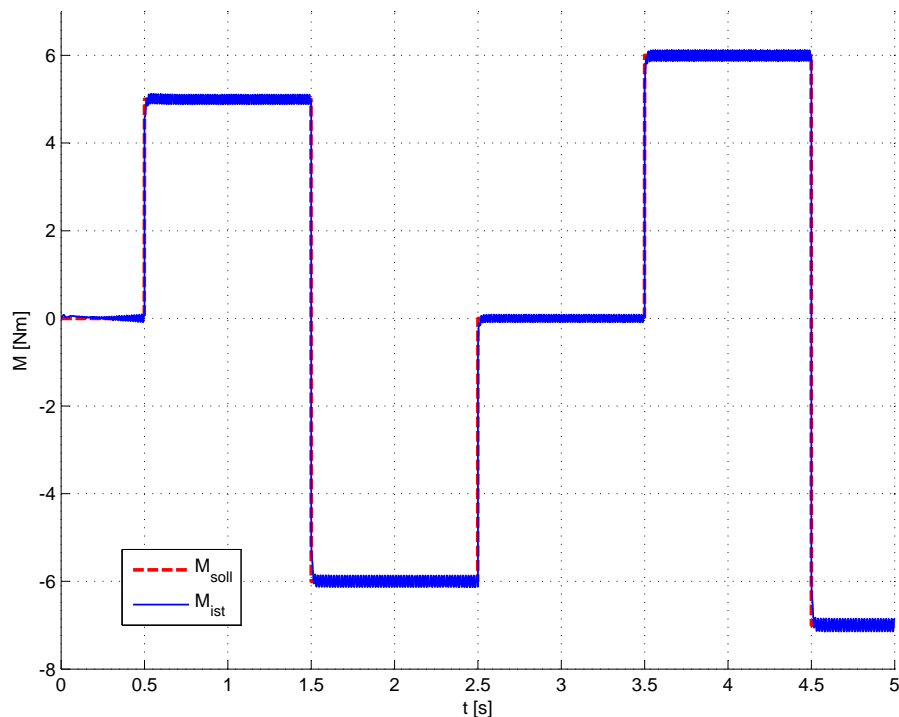


Abbildung 27: Simulierter Drehmomentverlauf bei  $n = 1000 \frac{1}{\text{min}}$  und sprunghörmiger Änderung der Sollgröße, asymmetrische Statorwicklung

Zur weiteren Untersuchung werden nun wieder Versuche bei konstanter Drehzahl und konstanter Solldrehmomentvorgabe untersucht. Beispielhaft wird die Drehzahl  $n = 1500 \frac{1}{\text{min}}$  und ein Drehmomentsollwert von  $M = 10\text{Nm}$  vorgegeben. Verwendet man für die Widerstandsmatrix

$$\mathbf{R}_S = \begin{bmatrix} 7.3500 & -0.6062 \\ -0.6062 & 5.2500 \end{bmatrix} \Omega \quad (141)$$

und für die Induktivitätsmatrix

$$\mathbf{L}_S = \begin{bmatrix} 0.0107 & -0.0012 \\ -0.0012 & 0.0168 \end{bmatrix} \text{H} \quad (142)$$

(im symmetrischen Fall gilt  $R_S = 4.2\Omega$  und  $L_\sigma = 0.0184\text{H}$ ) in der Simulation mit dem asymmetrischen Maschinenmodell, so stimmt, wie in Abbildung 28 zu sehen, die Amplitude des simulierten Drehmomentrippels doppelter Drehfeldfrequenz gut mit der Amplitude des gemessenen Drehmomentrippels überein. Diese durch Ausprobieren in der Simulation gefundenen Werte liefern jedoch nur in diesem einen Betriebspunkt eine Übereinstimmung der Amplituden von Simulation und Realität.

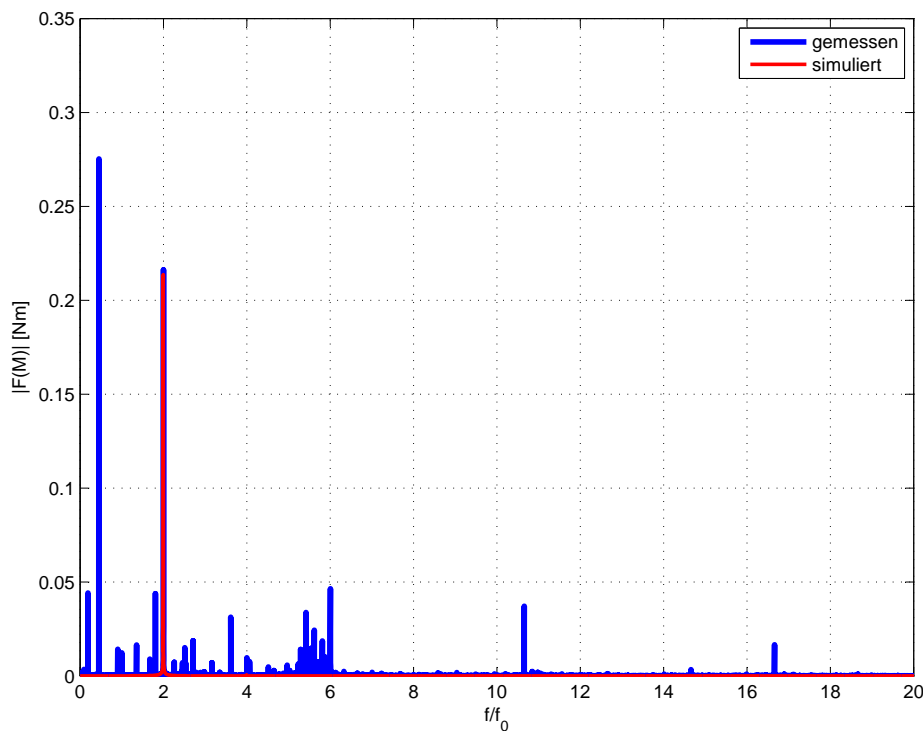


Abbildung 28: Fourieranalyse des gemessenen und simulierten Drehmoments bei  $n = 1500 \frac{1}{\text{min}}$  und  $M_{\text{soll}} = 10 \text{Nm}$

Ein weiterer auffälliger Umstand ist der, dass das mittels Drehmomentmesswelle gemessene und das in der Feldorientierten Regelung mit der Relation (83)

$$M = \frac{3}{2} p \frac{L_h}{L_R} \Psi_R i_{S_q}$$

berechnete Drehmoment zum Teil grob verschiedene Ergebnisse in der Fourier-Analyse zeigen (siehe Abbildung 29). Besonders ins Auge sticht, dass der Drehmomenttrippl zweiter Ordnung und der Drehmomenttrippl knapp unter (bzw. über) der halben Drehfeldfrequenz im berechneten Drehmoment viel geringer ist als im tatsächlich gemessenen Drehmoment.

Weiters fällt der große Spektralanteil des nach (83) berechneten Drehmoments zwischen zehnter und elfter Vielfacher der Drehfeldfrequenz auf. Sowohl der geschätzte Rotorfluss als auch der Statorstrom  $i_{S_q}$ , der in (83) zur Drehmomentberechnung herangezogen wird, weisen eine deutlich sichtbare Spektralkomponente bei dieser Frequenz auf (siehe Abbildungen 30 und 31).



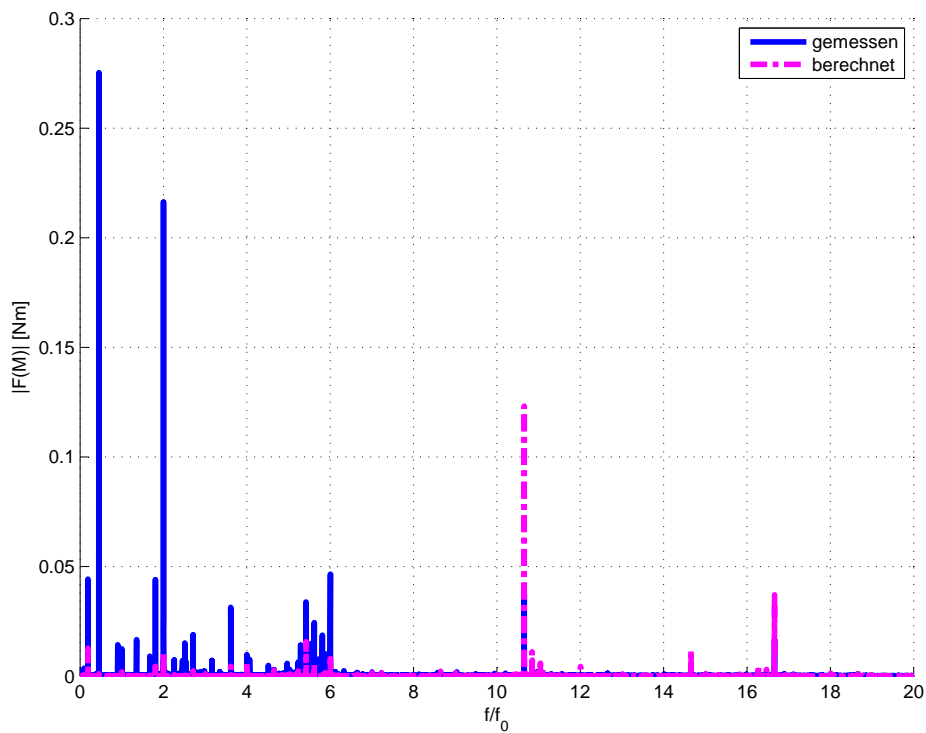


Abbildung 29: Fourieranalyse des gemessenen und des berechneten Drehmoments bei  $n = 1500 \frac{1}{\text{min}}$  und  $M_{\text{soll}} = 10 \text{ Nm}$

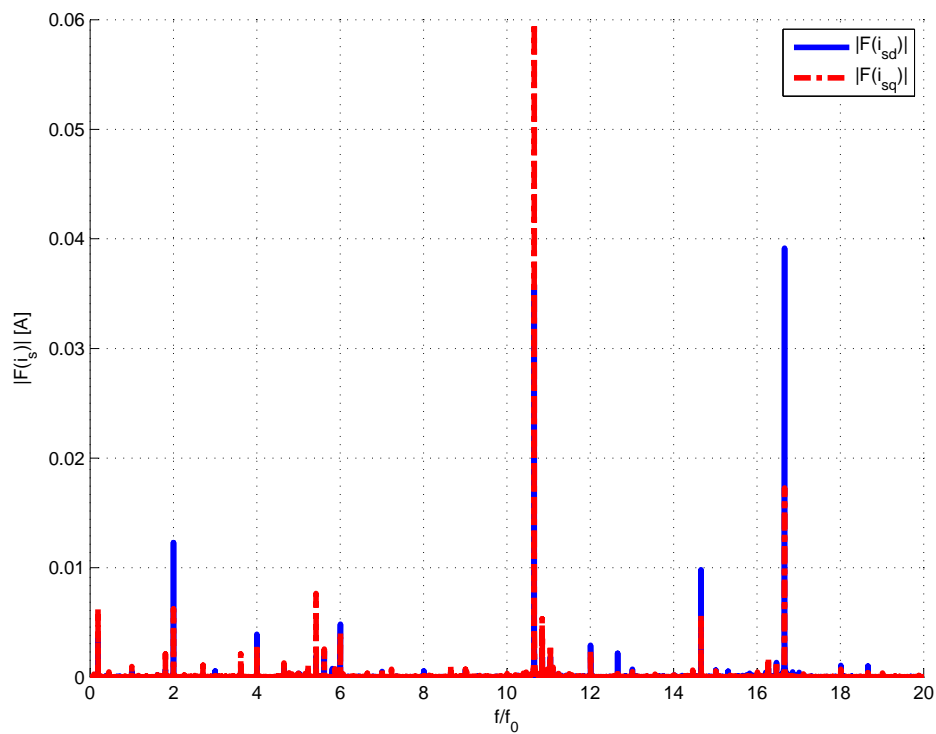


Abbildung 30: Fourieranalyse des Statorstroms im RFKS bei  $n = 1500 \frac{1}{\text{min}}$  und  $M_{\text{soll}} = 10 \text{ Nm}$

In der Fourieranalyse des Rotorflusses  $\Psi_R$  (siehe Abbildung 31) ist eine beachtliche Spektralkomponente mit doppelter Drehfeldfrequenz zu bemerken, wobei der simulierte Rotorfluss eine weit größere Amplitude aufweist. Die in der Simulation verwendeten Parameter  $\mathbf{R}_S$  und  $\mathbf{L}_\sigma$  wurden nur durch Probieren eingestellt um eine Übereinstimmung der Amplituden des Drehmomentrippels zweiter Ordnung in Simulation und Realität zu erreichen, eine eventuell vorhandene Phasenverschiebung wurde nicht beachtet. Daher, und aufgrund möglicher unmodellierter Einflüsse ist die Abweichung zwischen simuliertem und geschätztem Rotorflussspektrum nicht weiter überraschend.

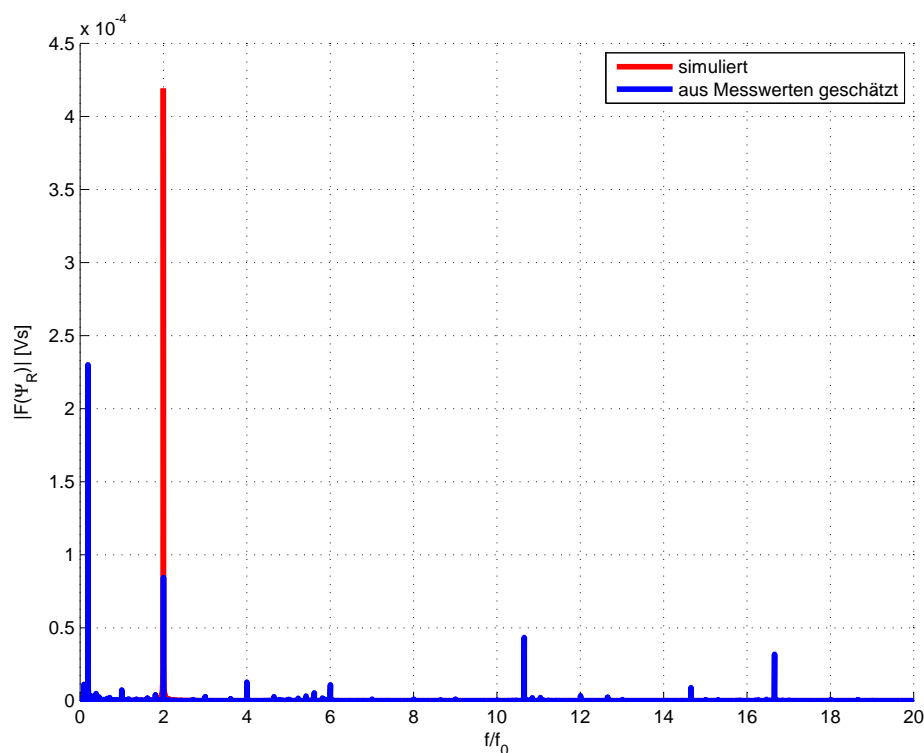


Abbildung 31: Fourieranalyse des simulierten und des aus Messwerten geschätzten Rotorflusses bei  $n = 1500 \frac{1}{\text{min}}$  und  $M_{\text{soll}} = 10 \text{Nm}$

Bei der Berechnung des Drehmoments hängt der entstehende Drehmomentrippel nicht nur von der Amplitude der Spektralkomponenten von  $i_{sq}$  und  $\Psi_R$  ab, sondern auch von dessen Phasenlage. Es gibt, wie bereits erwähnt, andere, unmodellerte Ursachen für den Drehmomentrippel zweiter Ordnung.

Es wird dennoch versucht, mit der Annahme asymmetrischer Statorwicklungsimpedanzen Kompensationsmethoden zu finden, die, mit sinnvoll gewählten Parametern versehen, auch am Prüfstand zur Dämpfung des Drehmomentrippels doppelter Drehfeldfrequenz führen.

Bei der folgenden Simulationsstudie wurde für die Widerstandsmatrix

$$\mathbf{R}_S = \begin{bmatrix} 17.9900 & -1.5762 \\ -1.5762 & 3.5700 \end{bmatrix} \Omega \quad (143)$$

und für die Induktivitätsmatrix

$$\mathbf{L}_S = \begin{bmatrix} 0.0151 & -0.0057 \\ -0.0057 & 0.0085 \end{bmatrix} \text{H} \quad (144)$$

gewählt.

Diese übertrieben große Abweichung von den symmetrischen Verhältnissen (im symmetrischen Fall beträgt der Statorwiderstand  $R_S = 4.2\Omega$ , die Induktivität  $L_\sigma = 0.0184\text{H}$ ) dient der Veranschaulichung der Verzerrung von Statorspannungs- und Stromraumzeiger.

Setzt man unter einer Drehzahl- und Drehmomentvorgabe von  $n = 1000 \frac{1}{\text{min}}$  und  $M_{\text{soll}} = 10\text{Nm}$  das symmetrische Maschinenmodell (Kapitel 3.2.1) unter Verwendung der FOC zur Simulation ein, kann man (bei entsprechender Darstellung wie in Abbildung 32) sehen, dass Statorspannungsraumzeiger- und Statorstromraumzeigerverlauf kreisförmig sind.

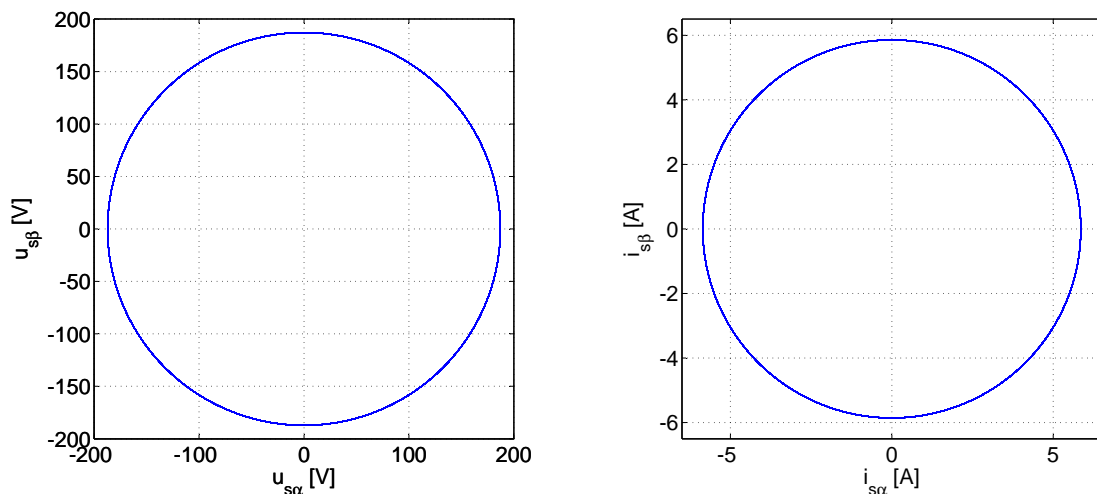


Abbildung 32: Kreisförmiger Statorspannungsraumzeigerverlauf, kreisförmiger Statorstromraumzeigerverlauf

Setzt man hingegen das asymmetrische Maschinenmodell (siehe Kapitel 3.3.1), wiederum unter Verwendung des FOC-Algorithmus, zur Simulation ein, so kann man sehen (Abbildung 33), dass weder Statorstrom- noch Statorspannungsraumzeiger kreisförmig sind. Ein Grund für die Abweichung des Spannungsraumzeigers von der Kreisform ist der Umstand, dass der Stromregler der Feldorientierten Regelung versucht, die periodischen Schwankungen zu korrigieren um ein konstantes Moment einzustellen.

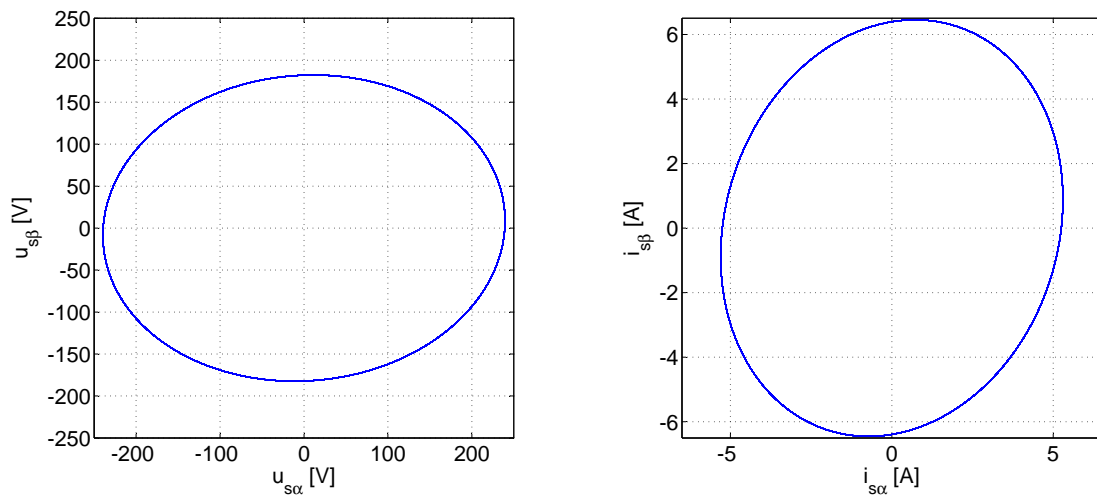


Abbildung 33: Verzernter Statorspannungsraumzeigerverlauf, verzernter Statorstromraumzeigerverlauf

Speist man das asymmetrische Simulationsmodell hingegen mit einem exakt kreisförmigen Statorspannungsraumzeiger (also *ohne* die FOC einzusetzen, siehe Abbildung 34), weist der entsprechende Statorstromraumzeiger starke Abweichungen von der Kreisform auf.

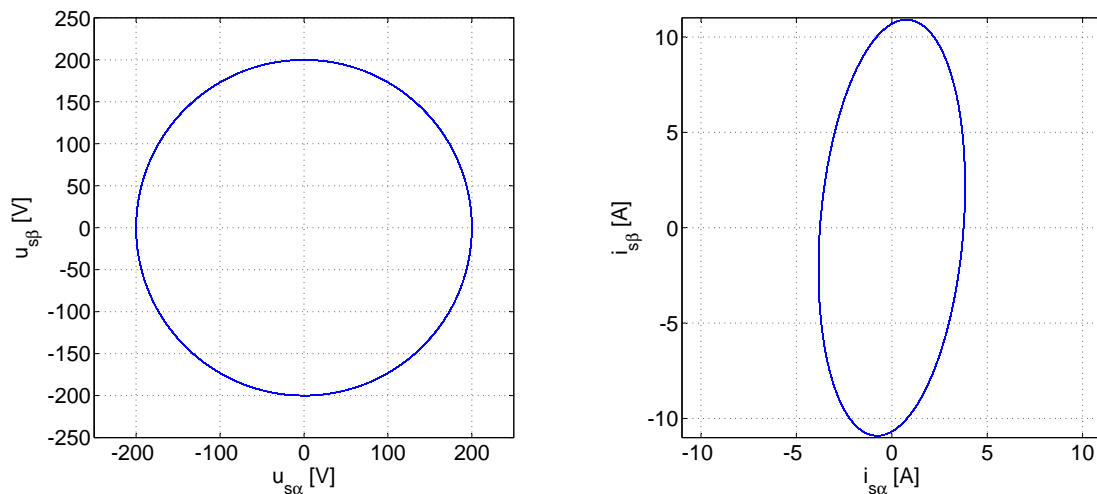


Abbildung 34: Kreisförmiger Statorspannungsraumzeigerverlauf, verzernter Statorstromraumzeigerverlauf

Die Idee ist nun, eine Berechnungsvorschrift für die Statorspannung zu ermitteln, die über eine entsprechende Verzerrung des Statorspannungsraumzeigers zu einem kreisförmigen Stromraumzeiger (siehe Abbildung 35) und somit zur Verhinderung oder zumindest Verringerung des Drehmomentrippels mit doppelter Drehfeldfrequenz führt.

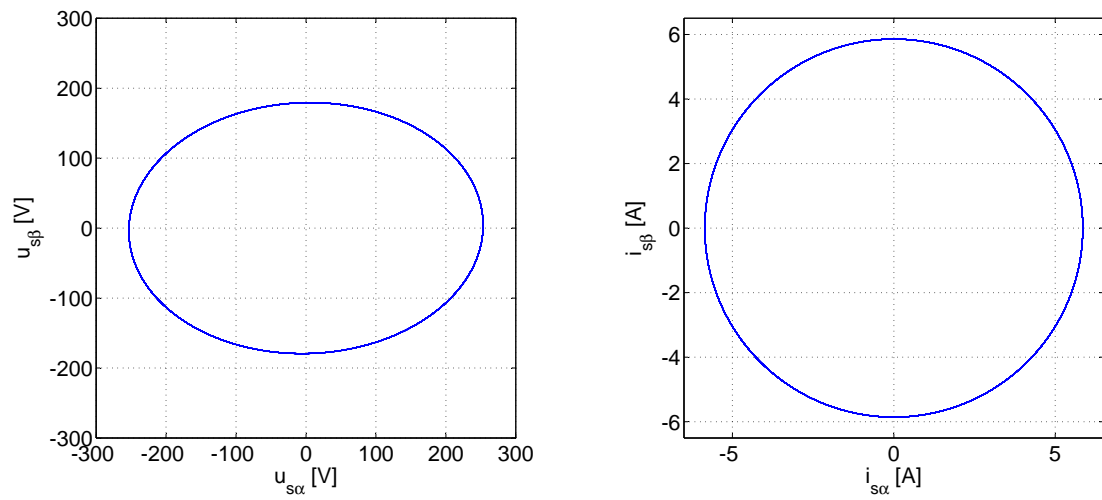


Abbildung 35: Verzerrter Statorspannungsraumzeigerverlauf, kreisförmiger Statorstromraumzeigerverlauf

## 5 Regelungstechnische Gegenmaßnahmen / Kompensationsmethoden

Um die geforderte Kompensation des Drehmomentrippels mit doppelter Drehfeldfrequenz zu bewerkstelligen, wurden aufbauend auf den unter Punkt 3 entworfenen Modellen verschiedene Kompensationsmethoden entworfen. Diese *modellbasierten* Kompensationsmethoden bewerkstelligen in der Simulation die geforderte Kompensation des Drehmomentrippels. Da hier alle Parameter exakt bekannt sind (insbesondere spielen die zur Beschreibung der Asymmetrien nötigen Matrizen, nämlich die Widerstandsmatrix  $\mathbf{R}_S$  und die Induktivitätsmatrix  $\mathbf{L}_\sigma$  eine Rolle), ist das auch nicht anders zu erwarten.

Am Prüfstand trifft man auf eine kompliziertere Situation. Zum einen sind mögliche Statorwicklungsasymmetrien nicht die einzige Ursache für den Drehmomentrippel doppelter Drehfeldfrequenz. Weiters hat das *systematische* Auffinden der zur Kompensation benötigten Parameter (mehr dazu in Kapitel 6) mehr Schwierigkeiten bereitet, als zu Beginn angenommen wurde. Ebenso musste festgestellt werden, dass mathematisch komplexe Methoden im praktischen Einsatz in manchen Fällen bei weitem nicht die aufgrund von Simulationsergebnissen erwartete Leistung bringen. Die Methode, die schlussendlich zum Einsatz kommen sollte, ist mathematisch relativ simpel, der gedankliche Vorlauf führt allerdings über einige etwas komplexere Ideen und vereinfachende Annahmen.

### 5.1 Exakte Linearisierung

Die zuerst entworfene und gleichzeitig komplexeste Kompensationsmethode basiert auf dem Prinzip der sogenannten *Exakten Linearisierung* [8].

Das mathematische Modell (104),(105),(106) ist ein nichtlineares Mehrgrößensystem. Der Reglerentwurf der Feldorientierten Regelung setzt als Strecke für den Entwurf des Stromreglers jeweils die Übertragungsfunktionen

$$\frac{i_{Sd}(s)}{u_{Sd,i}(s)} = \frac{i_{Sq}(s)}{u_{Sq,i}(s)} = \frac{\frac{1}{L_\sigma}}{s + \frac{R_S}{L_\sigma}} \quad (145)$$

voraus. Da der Feldorientierten Regelung ein symmetrisches und daher in d- und q-Richtung entkoppeltes Maschinenmodell (Gleichungen (78) bis (81)) zugrunde liegt, beeinflusst die Statorspannung  $u_{Sd}$  nur  $i_{Sd}$  und  $u_{Sq}$  entsprechend nur den Statorstrom  $i_{Sq}$ . Im Falle von Statorwicklungsasymmetrien gilt für die Statorströme die Differentialgleichung (104)

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{i}_S^{\Psi_R}}{dt} = & (\mathbf{L}_\sigma^{\Psi_R})^{-1} \left[ -\mathbf{R}_S^{\Psi_R} \mathbf{i}_S^{\Psi_R} + \mathbf{u}_S^{\Psi_R} - \left( \omega + \frac{d\rho}{dt} \right) \mathbf{L}_\sigma^{\Psi_R} \mathbf{j}_S^{\Psi_R} \right. \\ & \left. - \mathbf{j}\omega \frac{L_h}{L_R} \Psi_R^{\Psi_R} - \frac{L_h}{L_R} \frac{R_R}{L_R} (L_h \mathbf{i}_S^{\Psi_R} - \Psi_R^{\Psi_R}) \right] \end{aligned}$$

in der Spannungs- und Stromraumzeiger in d- und q-Richtung nicht mehr entkoppelt sind. Um trotz dieser Verkopplung die geforderte lineare, entkoppelte Kanaldynamik zu erhalten scheint es naheliegend, das Konzept der *Exakten Linearisierung* zum Einsatz zu bringen.

Die grundlegende Idee der Exakten Linearisierung ist es, einem nichtlinearen Mehrgrößensystem durch Zustandsrückkopplung eine lineare, entkoppelte Eingangs- Ausgangsdynamik aufzuprägen.

Zu Beginn der folgenden, aus [8] entnommenen Überlegungen steht das Affine- Input-System (das bedeutet, das System ist affin bezüglich der vektoriellen Eingangsgröße  $\mathbf{u}$ )

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{a}(\mathbf{x}) + \mathbf{B}(\mathbf{x})\mathbf{u} \quad (146)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{c}(\mathbf{x}) + \mathbf{D}(\mathbf{x})\mathbf{u} \quad (147)$$

mit dem  $n$ -dimensionalen Zustandsvektor

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, \quad (148)$$

der  $m$ -dimensionalen Eingangsgröße

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_m \end{bmatrix} \quad (149)$$

und der  $m$ -dimensionalen Ausgangsgröße

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_m \end{bmatrix}. \quad (150)$$

Für dieses System soll nun eine statischen Zustandsrückkopplung

$$\mathbf{u} = \boldsymbol{\alpha}(\mathbf{x}) + \boldsymbol{\beta}(\mathbf{x})\mathbf{v} \quad (151)$$

so entworfen werden, dass eine lineare, entkoppelte Eingangs-Ausgangsdynamik zwischen der neuen Eingangsgröße  $\mathbf{v}$  und der Ausgangsgröße  $\mathbf{y}$  herrscht.

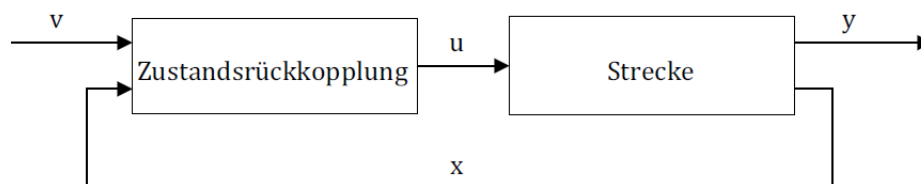


Abbildung 36: Blockschaltbild Exakte Linearisierung

Hierzu benötigt man die sogenannte relative Ordnung  $\delta$ . Die Erläuterung dieses wichtigen Begriffs erfolgt zuerst für den Eingrößenfall und wird dann auf den Mehrgrößenfall verallgemeinert. Man betrachte das AI-System

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{a}(\mathbf{x}) + \mathbf{b}(\mathbf{x})u \quad (152)$$

$$y = c(\mathbf{x}) + d(\mathbf{x})u \quad (153)$$

mit dem  $n$ -dimensionalen Zustandsvektor  $\mathbf{x} = [x_1 \ \dots \ x_n]^T$  der skalaren Eingangsgröße  $u$  und der skalaren Ausgangsgröße  $y$ . Der differentielle Grad  $\delta$  gibt an, auf die wievielte totale zeitliche Ableitung der Ausgangsgröße die Eingangsgröße durchgreift, das heißt, wie oft man die Ausgangsgleichung (153) differenzieren muss, damit die Eingangsgröße  $u$  *erstmal*s explizit auftritt. Im Falle von  $d(\mathbf{x}) \neq 0$  gilt trivialerweise  $\delta = 0$ . Ist aber  $d(\mathbf{x}) = 0$ , so gilt

$$y = c(\mathbf{x}) , \quad (154)$$

daraus bildet man die erste totale zeitliche Ableitung

$$\dot{y} = \frac{\partial c}{\partial \mathbf{x}} \dot{\mathbf{x}} = \frac{\partial c}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{a} + \frac{\partial c}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{b}u \quad (155)$$

Falls  $\frac{\partial c}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{b} \neq 0$  gilt, greift die Eingangsgröße  $u$  auf die erste Ableitung der Ausgangsgröße durch und für den differentiellen Grad gilt  $\delta = 1$ . Ist dies nicht der Fall, geht (155) über in

$$\dot{y} = \frac{\partial c}{\partial \mathbf{x}} \dot{\mathbf{x}} = \frac{\partial c}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{a} \quad \text{für} \quad \frac{\partial c}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{b} = 0 \quad (156)$$

daraus bildet man die zweite totale zeitliche Ableitung

$$\ddot{y} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left( \frac{\partial c}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{a} \right) \dot{\mathbf{x}} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left( \frac{\partial c}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{a} \right) \mathbf{b}u \quad (157)$$

Wenn nun auch  $\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left( \frac{\partial c}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{a} \right) \mathbf{b} = 0$  gilt, kann man

$$\ddot{y} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left( \frac{\partial c}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{a} \right) \dot{\mathbf{x}} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left( \frac{\partial c}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{a} \right) \mathbf{a} \quad \text{für} \quad \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left( \frac{\partial c}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{a} \right) \mathbf{b} = 0 \quad (158)$$

schreiben. Nun bildet man in Analogie zur obigen Vorgehensweise die dritte zeitliche Ableitung der Ausgangsgröße

$$\dddot{y} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left[ \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left( \frac{\partial \mathbf{a}}{\partial \mathbf{x}} \right) \mathbf{a} \right] \dot{\mathbf{x}} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left[ \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left( \frac{\partial \mathbf{a}}{\partial \mathbf{x}} \right) \mathbf{a} \right] \mathbf{b}u \quad \text{für} \quad \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left[ \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left( \frac{\partial \mathbf{a}}{\partial \mathbf{x}} \right) \mathbf{a} \right] \mathbf{b} = 0 \quad (159)$$

Betrachtet man die Gleichungen (156), (158) und (159), lässt sich darin ein rekursives Bildungsgesetz erkennen. Zur Vereinfachung der Schreibweise definiert man diese Bildungsoperation bezüglich der Größen  $\mathbf{a}$  und  $c$  als die folgende rekursive Operatorschreibweise:

$$N^k c := \left[ \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} N^{k-1} c \right] \mathbf{a} \quad \text{mit} \quad N^0 c = c \quad (160)$$



Mithilfe der Rekursionsvorschrift (160) können die ersten Ableitungen der Ausgangsgröße (Gleichungen (156), (158) und (158)) in kompakter Form als

$$\begin{aligned} \dot{y} &= N^1 c & \text{für} & \quad \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} (N^0 c) \mathbf{b} = 0 \\ \ddot{y} &= N^2 c & \text{für} & \quad \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} (N^1 c) \mathbf{b} = 0 \\ \dddot{y} &= N^3 c & \text{für} & \quad \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} (N^2 c) \mathbf{b} = 0 \end{aligned}$$

geschrieben werden. Man setzt diese Prozedur solange fort, wie die rechtsstehenden Ausdrücke verschwinden. Ist nun in der Reihe dieser Ausdrücke erstmals der Ausdruck

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} (N^{\delta-1} c) \mathbf{b} \neq 0 ,$$

so tritt er in der zugehörigen Ableitung der Ausgangsgröße mit  $u$  multipliziert auf:

$$\overset{(\delta)}{y} = N^{\delta} c + \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} (N^{\delta-1} c) \mathbf{b} u . \quad (161)$$

Die Größe  $\delta$  gibt, wie bereits erwähnt an, wie oft man die Ausgangsgröße  $y$  differenzieren muss, damit die Eingangsgröße erstmals explizit aufscheint. Mithilfe von (160) wird die differentielle Ordnung mit

$$\delta := \min \left\{ j \quad : \quad \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} (N^{j-1} c) \mathbf{b} \neq 0; \quad j = 1, 2, \dots, n \right\} \quad (162)$$

definiert. Man kann zeigen, dass die in dieser Definition auftretenden Vektoren  $\partial(N^{j-1}c)/\partial\mathbf{x}$  linear unabhängig sind, so dass die differentielle Ordnung  $\delta$  nicht größer als die Systemordnung  $n$  sein kann, daher läuft  $j$  in der Definition (162) nur bis  $n$ . Auf den Beweis der linearen Unabhängigkeit der Vektoren  $\partial(N^{j-1}c)/\partial\mathbf{x}$  wird an dieser Stelle verzichtet, da er für die weitere Erklärung der Exakten Linearisierung unerheblich ist. Der interessierte Leser sei auf [8] verwiesen.

Der Begriff der differentiellen Ordnung kann nun auf Mehrgrößensysteme verallgemeinert werden. Konsequenterweise bedeutet die differentielle Ordnung  $\delta_i$  im Mehrgrößensystem, wie oft man die entsprechende Ausgangsgröße  $y_i$  ableiten muss, damit *zumindest eine* der Eingangsgrößen  $u_\nu, (\nu = 1, \dots, m)$  explizit auftritt, vorausgesetzt die Ausgangsgröße ist überhaupt von wenigstens einer der Eingangsgrößen beeinflussbar. Somit gilt bei nicht verschwindendem Durchgriffsterm  $\mathbf{d}_i^T$  in der  $i$ -ten Ausgangsgleichung für die zugehörige differentielle Ordnung  $\delta_i$ :

$$\delta_i = 0 \quad \text{wenn} \quad \mathbf{d}_i^T(\mathbf{x}) \neq \mathbf{0}^T \quad \text{für} \quad \mathbf{x} = \mathbf{x}_0 \quad (163)$$

Ist der entsprechende Durchgriffsterm  $\mathbf{d}_i^T$  hingegen Null, so kann zur Bestimmung der differentiellen Ordnung  $\delta_i$  eine erweiterte Version der Definition der differentiellen Ordnung im Eingrößenfall (162) verwendet werden. Für  $\delta_i$  ist nun jenes minimale  $j$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ ) zu verwenden, für das nicht alle Ausdrücke

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} (N^{j-1} c_i) \nu \neq 0 \quad \nu = 1, 2, \dots, m \quad (164)$$

gleichzeitig verschwinden. In diesem Fall greift wenigstens eine der Eingangsgrößen  $u_\nu$  auf die  $\delta_i$ -fache Ableitung der Ausgangsgröße  $y_i$  durch. Formal geschrieben erhält man aus (162) die Definition

$$\delta_i := \min \left\{ j \quad : \quad \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} (N^{j-1} c_i) \mathbf{B} \neq \mathbf{0}^T; \quad j = 1, 2, \dots, n \right\} \quad (165)$$

wenn

$$\mathbf{d}_i^T(\mathbf{x}) = \mathbf{0}^T \quad \text{für} \quad \mathbf{x} = \mathbf{x}_0 \quad (166)$$

Nach der Definition des differentiellen Grades ist man in der Lage, die zur Exakten Linearisierung notwendige Zustandsrückkopplung zu beschreiben. Die Berechnungsvorschrift (151) lautet

$$\mathbf{u} = \boldsymbol{\alpha}(\mathbf{x}) + \boldsymbol{\beta}(\mathbf{x})\mathbf{v}$$

mit

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_m \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\alpha} = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_m \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad \boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_{11} & \dots & \beta_{1m} \\ \vdots & & \vdots \\ \beta_{m1} & \dots & \beta_{mm} \end{bmatrix}. \quad (167)$$

Es gilt

$$\boldsymbol{\alpha}(\mathbf{x}) = -\hat{\mathbf{D}}^{-1}(\mathbf{x}) [\hat{\mathbf{c}}(\mathbf{x}) + \hat{\boldsymbol{\alpha}}(\mathbf{x})] \quad (168)$$

$$\boldsymbol{\beta}(\mathbf{x}) = \hat{\mathbf{D}}^{-1}(\mathbf{x}) \boldsymbol{\Lambda} \quad (169)$$

wobei die eben eingeführten Vektoren und Matrizen folgenden Aufbau haben:

$$\hat{\mathbf{c}} = \begin{bmatrix} \hat{c}_1 \\ \vdots \\ \hat{c}_m \end{bmatrix}, \quad \hat{\boldsymbol{\alpha}} = \begin{bmatrix} \hat{\alpha}_1 \\ \vdots \\ \hat{\alpha}_m \end{bmatrix} \quad (170)$$

$$\hat{\mathbf{D}} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{d}}_1^T \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{d}}_m^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{d}_{11} & \dots & \hat{d}_{1m} \\ \vdots & & \vdots \\ \hat{d}_{m1} & \dots & \hat{d}_{mm} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\Lambda} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & \mathbf{0} \\ & \ddots & \\ \mathbf{0} & & \lambda_m \end{bmatrix} \quad (171)$$

Da die Matrix  $\hat{\mathbf{D}}$  zu invertieren ist, ist vorauszusetzen, dass sie regulär ist.

Die Vektoren  $\hat{\mathbf{c}}$  und  $\hat{\boldsymbol{\alpha}}$  und die Matrix  $\hat{\mathbf{D}}$  sind mit den folgenden Elementen zu belegen:

$$\hat{\mathbf{d}}_i^T = \begin{cases} \mathbf{d}_i^T & \text{für } \delta_i = 0 \\ \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} (N^{\delta_i-1} c_i) \mathbf{B} & \text{für } \delta_i \neq 0 \end{cases} \quad (172)$$

$$\hat{c}_i = N^{\delta_i} c_i \quad \delta_i \geq 0 \quad (173)$$

$$\hat{\alpha}_i = \begin{cases} 0 & \text{für } \delta_i = 0 \\ \sum_{k=0}^{\delta_i-1} (\alpha_{ik} N^k c_i) & \text{für } \delta_i \neq 0 \end{cases} \quad (174)$$

Mit den Gleichungen (172) bis (174) ist eine Zustandsrückkopplung formuliert, die unter der Bedingung, dass die Matrix  $\hat{\mathbf{D}}$  regulär ist, geeignet ist, ein Mehrgrößensystem der Form (146), (147) zu entkoppeln und hinsichtlich des Eingangs- Ausgangsverhaltens zu linearisieren.

Da der Fall  $\mathbf{d}_i \neq \mathbf{0}$ , beziehungsweise  $\delta_i = 0$  (das heißt, es herrscht direkter Durchgriff der Eingangsgröße  $\mathbf{u}$  auf die Ausgangsgröße  $y_i$ ) im konkreten Anwendungsfall unerheblich ist, wird weiter nur der Fall  $\mathbf{d}_i = \mathbf{0}$ , also  $\delta_i > 0$  behandelt.

In diesem Fall gilt für die Ableitungen der Ausgangsgröße

$$y_i^{(\nu)} = N^\nu c_i \quad \text{für } \nu = 1, 2, \dots, \delta_i - 1 \quad (175)$$

$$y_i^{(\delta_i)} = N^{\delta_i} c_i + \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} (N^{\delta_i-1} c_i) \mathbf{B} \mathbf{u} \quad (176)$$

Setzt man in (176) die Berechnungsvorschrift der Exakten Linearisierung ein, erhält man:

$$y_i^{(\delta_i)} = N^{\delta_i} c_i + \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} (N^{\delta_i-1} c_i) \mathbf{B} (\boldsymbol{\alpha}(\mathbf{x}) + \boldsymbol{\beta}(\mathbf{x}) \mathbf{v}) \quad (177)$$

$$y_i^{(\delta_i)} = N^{\delta_i} c_i + \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} (N^{\delta_i-1} c_i) \mathbf{B} \hat{\mathbf{D}}^{-1} [-\hat{\mathbf{c}}(\mathbf{x}) - \hat{\boldsymbol{\alpha}}(\mathbf{x}) + \boldsymbol{\Lambda} \mathbf{v}] , \quad (178)$$

mit Gleichung (173) folgt

$$y_i^{(\delta_i)} = \hat{c}_i + \hat{\mathbf{d}}_i^T \hat{\mathbf{D}}^{-1} [-\hat{\mathbf{c}}(\mathbf{x}) - \hat{\boldsymbol{\alpha}}(\mathbf{x}) + \boldsymbol{\Lambda} \mathbf{v}] . \quad (179)$$

Beachtet man den Aufbau von  $\hat{\mathbf{D}}$  (siehe Gleichung (171)), ergibt sich

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{d}}_1^T \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{d}}_m^T \end{bmatrix} \hat{\mathbf{D}}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & & \mathbf{0} \\ & \ddots & \\ \mathbf{0} & & 1 \end{bmatrix} . \quad (180)$$

Daraus folgt

$$\hat{\mathbf{d}}_i^T \hat{\mathbf{D}}^{-1} = [ 0 \quad \dots \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad \dots \quad 0 ] , \quad (181)$$

wobei der einzige 1-Eintrag an  $i$ -ter Stelle steht.

Unter Verwendung von (181) lautet Gleichung (179):

$$y_i^{(\delta_i)} = \hat{c}_i + [-\hat{c}_i - \hat{\alpha}_i + \lambda_i v_i] = - \sum_{k=0}^{\delta_i-1} \alpha_{ik} N^k c_i + \lambda_i v_i . \quad (182)$$

Mit den Gleichungen für die ersten  $(\delta_i - 1)$  Ableitungen (siehe Gleichung (175)) gilt

$$y_i^{(\delta_i)} = - \sum_{k=0}^{\delta_i-1} \alpha_{ik} y_i^{(k)} + \lambda_i v_i \quad (183)$$

Anhand von (183) ist ersichtlich, dass das Eingangs- Ausgangsverhalten linear ist, und dass zudem jede Ausgangsgröße  $y_i$  nur von der externen Eingangsgröße  $v_i$  beeinflusst wird. Somit besitzt das Gesamtsystem die geforderte lineare, entkoppelte Eingangs- Ausgangsdynamik, die entsprechende Übertragungsmatrix  $\mathbf{G}(s)$  in

$$\mathbf{y}(s) = \mathbf{G}(s) \mathbf{v}(s) \quad (184)$$

ist somit eine Diagonalmatrix:

$$\mathbf{G}(s) = \begin{bmatrix} G_1(s) & & \mathbf{0} \\ & \ddots & \\ \mathbf{0} & & G_m(s) \end{bmatrix} \quad (185)$$

mit den Einträgen

$$G_i(s) = \frac{\lambda_i}{s^{\delta_i} + \alpha_{i(\delta_i-1)}s^{(\delta_i-1)} + \dots + \alpha_{i1}s + \alpha_{i0}} \quad (186)$$

Die Konstanten  $\lambda_i$  und  $\alpha_{ik}$  müssen entsprechend des gewünschten Übertragungsverhaltens gewählt werden.

Nun wird auf das Modell der Asynchronmaschine mit asymmetrischer Statorwicklung (Gleichungen (104),(105), und (106))

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{i}_S^{\Psi_R}}{dt} &= (\mathbf{L}_\sigma^{\Psi_R})^{-1} \left[ -\mathbf{R}_S^{\Psi_R} \mathbf{i}_S^{\Psi_R} + \mathbf{u}_S^{\Psi_R} - \left( \omega + \frac{d\rho}{dt} \right) \mathbf{L}_\sigma^{\Psi_R} \mathbf{j} \mathbf{i}_S^{\Psi_R} \right. \\ &\quad \left. - \mathbf{j} \omega \frac{L_h}{L_R} \Psi_R^{\Psi_R} - \frac{L_h}{L_R} \frac{R_R}{L_R} (L_h \mathbf{i}_S^{\Psi_R} - \Psi_R^{\Psi_R}) \right] \\ \frac{d\Psi_R}{dt} &= \frac{R_R}{L_R} (L_h i_{Sd} - \Psi_R) \\ \frac{d\rho}{dt} &= \frac{R_R}{L_R} \frac{L_h i_{Sq}}{\Psi_R} \end{aligned}$$

das soeben vorgestellte Konzept der Exakten Linearisierung angewandt. Bei konstant angenommener Maschinendrehzahl, das bedeutet konstanter elektrischer Winkelgeschwindigkeit  $\omega$ , wird folgende Wahl der Zustandsgrößen getroffen:

$$\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T = [i_{Sd} \ i_{Sq} \ \Psi_R \ \rho]^T \quad (187)$$

Wie auch in Abbildung 37 zu sehen, wird der Rotorfluss  $\Psi_R$  und der Winkel  $\rho$  zwischen RKS und RFKS nicht gemessen, sondern mit dem im FOC-Konzept enthaltenen Beobachter geschätzt. Die vektorielle Eingangsgröße  $\mathbf{u}$  ist die Statorspannung im RFKS:

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{Sd} \\ u_{Sq} \end{bmatrix}. \quad (188)$$

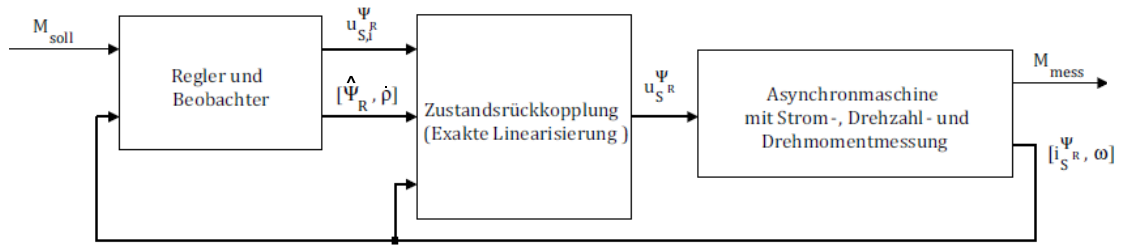


Abbildung 37: Blockschaltbild Exakte Linearisierung zur Kompensation des Drehmomentrippels

Unter Einführung der Abkürzungen

$$(\mathbf{L}_{\sigma}^{\Psi_R})^{-1} = \mathbf{\Xi} = \begin{bmatrix} \xi_{11} & \xi_{12} \\ \xi_{21} & \xi_{22} \end{bmatrix} \quad (189)$$

$$(\mathbf{L}_{\sigma}^{\Psi_R})^{-1} \mathbf{R}_S^{\Psi_R} = \mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} \end{bmatrix} \quad (190)$$

$$(\mathbf{L}_{\sigma}^{\Psi_R})^{-1} \frac{L_h}{L_R} \left( \frac{R_R}{L_R} \mathbf{E} - \mathbf{j}\omega \right) = \mathbf{K} = \begin{bmatrix} \kappa_{11} & \kappa_{12} \\ \kappa_{21} & \kappa_{22} \end{bmatrix} \quad (191)$$

kann man das Modell zeilenweise als

$$\frac{dx_1}{dt} = -\gamma_{11}x_1 - \gamma_{12}x_2 + \left( \omega + \frac{R_{RL_h} x_2}{L_R x_3} \right) x_2 + \kappa_{11}x_3 + \xi_{11}u_1 + \xi_{12}u_2 \quad (192)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = -\gamma_{21}x_1 - \gamma_{22}x_2 - \left( \omega + \frac{R_{RL_h} x_2}{L_R x_3} \right) x_1 + \kappa_{12}x_3 + \xi_{21}u_1 + \xi_{22}u_2 \quad (193)$$

$$\frac{dx_3}{dt} = \frac{R_R L_h}{L_R} x_1 - \frac{R_R}{L_R} x_3 \quad (194)$$

$$\frac{dx_4}{dt} = \frac{R_R L_h}{L_R} \frac{x_2}{x_3} \quad (195)$$

schreiben.

Als Ausgangsgrößen wählt man die Statorströme  $i_{sd}$  und  $i_{sq}$

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \quad (196)$$

man erhält ein Model der Struktur (146), (147)

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{a}(\mathbf{x}) + \mathbf{B}(\mathbf{x})\mathbf{u} \\ y &= \mathbf{c}(\mathbf{x}) + \mathbf{D}(\mathbf{x})\mathbf{u} \end{aligned}$$

wobei

$$\mathbf{a}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} -\gamma_{11}x_1 - \gamma_{12}x_2 + \left(\omega + \frac{R_{RLh}x_2}{L_R x_3}\right)x_2 + \kappa_{11}x_3 \\ -\gamma_{21}x_1 - \gamma_{22}x_2 - \left(\omega + \frac{R_{RLh}x_2}{L_R x_3}\right)x_1 + \kappa_{12}x_3 \\ \frac{R_{RLh}x_1}{L_R} - \frac{R_{RLh}x_2}{L_R} \\ \frac{R_{RLh}x_2}{L_R} - \frac{R_{RLh}x_3}{L_R} \end{bmatrix} \quad (197)$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \xi_{11} & \xi_{12} \\ \xi_{21} & \xi_{22} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (198)$$

$$\mathbf{c}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (199)$$

$$\mathbf{D}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (200)$$

gilt. Die Einträge  $\xi_{ij}$ ,  $\gamma_{ij}$  und  $\kappa_{ij}$  der Matrizen  $\Xi$ ,  $\Gamma$  und  $\mathbf{K}$  sind vom elektrischen Drehwinkel  $\varphi$  und der Zustandsgröße  $x_4 = \rho$  abhängig. Nichtsdestotrotz ist das behandelte System ein AI-System.

Die geforderten Übertragungsfunktionen der gewünschten linearen, entkoppelten Eingangs- Ausgangsdynamik müssen, gleich wie nach Einsatz der Kompensationsspannungen im Konzept der Feldorientierten Regelung (siehe Kapitel 4)

$$G_1(s) = \frac{y_1(s)}{v_1(s)} = \frac{i_{sd}(s)}{u_{sd,i}(s)} = \frac{\frac{1}{L_\sigma}}{s + \frac{R_S}{L_\sigma}} \quad (201)$$

$$G_2(s) = \frac{y_2(s)}{v_2(s)} = \frac{i_{sq}(s)}{u_{sq,i}(s)} = \frac{\frac{1}{L_\sigma}}{s + \frac{R_S}{L_\sigma}} \quad (202)$$

lauten, wobei als neue Eingangsgröße  $\mathbf{v}$  die Ausgangsgrößen  $u_{sd,i}$  und  $u_{sq,i}$  der Stromregler verwendet werden:

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{sd,i} \\ u_{sq,i} \end{bmatrix} . \quad (203)$$

Da die Übertragungsfunktionen  $G_1(s)$  und  $G_2(s)$  Nennerpolynome erster Ordnung aufweisen, muss nach (186) für die differentiellen Ordnungen  $\delta_1$  und  $\delta_2$  gelten:

$$\delta_1 = \delta_2 = 1 . \quad (204)$$

Dass das erfüllt ist, zeigt sich rasch bei der Betrachtung der Gleichungen (196), (192) und (193). In der Ausgangsgleichung (196) tritt  $\mathbf{u} = [u_1 \ u_2]^T$  nicht explizit auf, sehr wohl jedoch in der ersten Ableitung von  $x_1$  und  $x_2$  (Gleichungen (192) und (193)). Die geforderten Übertragungsfunktionen (201) und (202) können also durch die Exakte Linearisierung bereitgestellt werden. Die Parameter hierzu ergeben sich nach (186) zu

$$\lambda_i = \frac{1}{L_\sigma} \quad \alpha_{i0} = \frac{R_S}{L_\sigma} \quad i = 1, 2 \quad (205)$$

Für die notwendigen Matrizen und Vektoren folgt nach (172), (173) und (174):

$$\hat{\mathbf{d}}_1^T = \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} (N^{\delta_1-1} c_1) \mathbf{B} \quad \text{mit } \delta_1 = 1 \quad (206)$$

$$\hat{\mathbf{d}}_1^T = \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} (c_1) \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \xi_{11} & \xi_{12} \end{bmatrix} \quad (207)$$

$$\hat{\mathbf{d}}_2^T = \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} (N^{\delta_2-1} c_2) \mathbf{B} \quad \text{mit } \delta_2 = 1 \quad (208)$$

$$\hat{\mathbf{d}}_2^T = \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} (c_2) \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \xi_{21} & \xi_{22} \end{bmatrix} \quad (209)$$

$$\hat{\mathbf{D}} = \begin{bmatrix} \xi_{11} & \xi_{12} \\ \xi_{21} & \xi_{22} \end{bmatrix} = (\mathbf{L}_\sigma^{\Psi_R})^{-1} \quad (210)$$

$$(211)$$

Somit gilt

$$\hat{\mathbf{D}}^{-1} = \mathbf{L}_\sigma^{\Psi_R} \quad (212)$$

Weiters

$$\hat{c}_1 = N^{\delta_1} c_1 = N^1 c_1 = \frac{\partial c_1}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{a} \quad (213)$$

$$\hat{c}_1 = -\gamma_{11} x_1 - \gamma_{12} x_2 + \left( \omega + \frac{R_{RL_h} x_2}{L_R x_3} \right) x_2 + \kappa_{11} x_3 \quad (214)$$

$$\hat{c}_2 = N^{\delta_2} c_2 = N^1 c_2 = \frac{\partial c_2}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{a} \quad (215)$$

$$\hat{c}_2 = -\gamma_{21} x_1 - \gamma_{22} x_2 - \left( \omega + \frac{R_{RL_h} x_2}{L_R x_3} \right) x_1 + \kappa_{12} x_3 \quad (216)$$

$$\hat{\mathbf{c}} = \begin{bmatrix} \hat{c}_1 \\ \hat{c}_2 \end{bmatrix} \quad (217)$$

$$\hat{\alpha}_1 = \sum_{k=0}^{\delta_1-1} \alpha_{ik} N^k c_1 \quad \text{mit } \delta_1 = 1 \quad \text{und} \quad \alpha_{10} = \frac{R_S}{L_\sigma} \quad (218)$$

$$\hat{\alpha}_2 = \sum_{k=0}^{\delta_2-1} \alpha_{ik} N^k c_2 \quad \text{mit } \delta_2 = 1 \quad \text{und} \quad \alpha_{20} = \frac{R_S}{L_\sigma} \quad (219)$$

$$\hat{\boldsymbol{\alpha}} = \begin{bmatrix} \hat{\alpha}_1 \\ \hat{\alpha}_2 \end{bmatrix} \quad (220)$$

einsetzen in die Gleichungen (168) und (169)

$$\boldsymbol{\alpha}(\mathbf{x}) = -\hat{\mathbf{D}}^{-1}(\mathbf{x}) [\hat{\mathbf{c}}(\mathbf{x}) + \hat{\boldsymbol{\alpha}}(\mathbf{x})]$$

$$\boldsymbol{\beta}(\mathbf{x}) = \hat{\mathbf{D}}^{-1}(\mathbf{x}) \boldsymbol{\Lambda}$$

und letztendlich in Gleichung (151)

$$\mathbf{u} = \boldsymbol{\alpha}(\mathbf{x}) + \boldsymbol{\beta}(\mathbf{x}) \mathbf{v}$$

um die geforderte Eingangs- Ausgangs- Linearisierung zu erbringen.

Die hier ermittelte Methode liefert eine *zeitkontinuierliche* Rechenvorschrift, am Prüfstand kann sie jedoch aufgrund des eingesetzten Digitalrechners nur *zeitdiskret* berechnet werden. Man spricht in diesem Fall von *quasizeitkontinuierlich*.

Der Einsatz der Exakten Linearisierung funktioniert in der Simulation gut für niedrige Drehzahlwerte. Je höher die Drehzahl ist, desto geringer ist die zu bemerkende Kompensationswirkung, bis hin zu dem Punkt wo keine Dämpfung des Drehmomentrippels zweiter Ordnung mehr bemerkbar ist. Grund dafür könnte der vorhin erwähnte quasizeitkontinuierliche Betrieb der zeitkontinuierlichen Methode der Exakten Linearisierung sein.

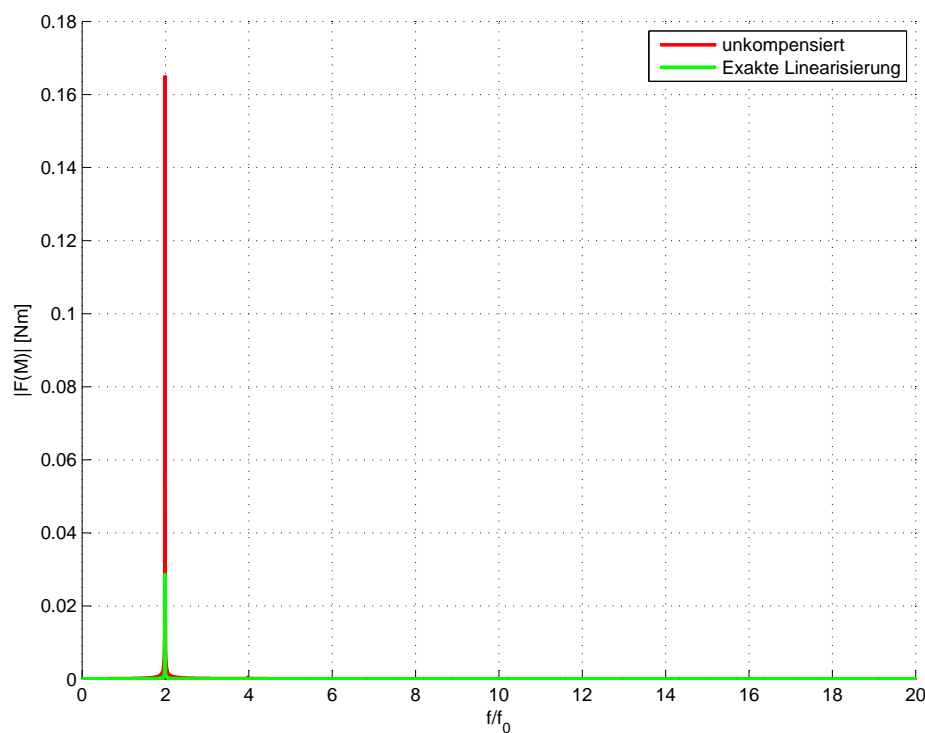


Abbildung 38: Fourieranalyse des simulierten Drehmoments im unkompenzierten Fall und bei Einsatz der Exakten Linearisierung bei  $n = 500 \frac{1}{\text{min}}$  und  $M_{\text{soll}} = 10 \text{ Nm}$



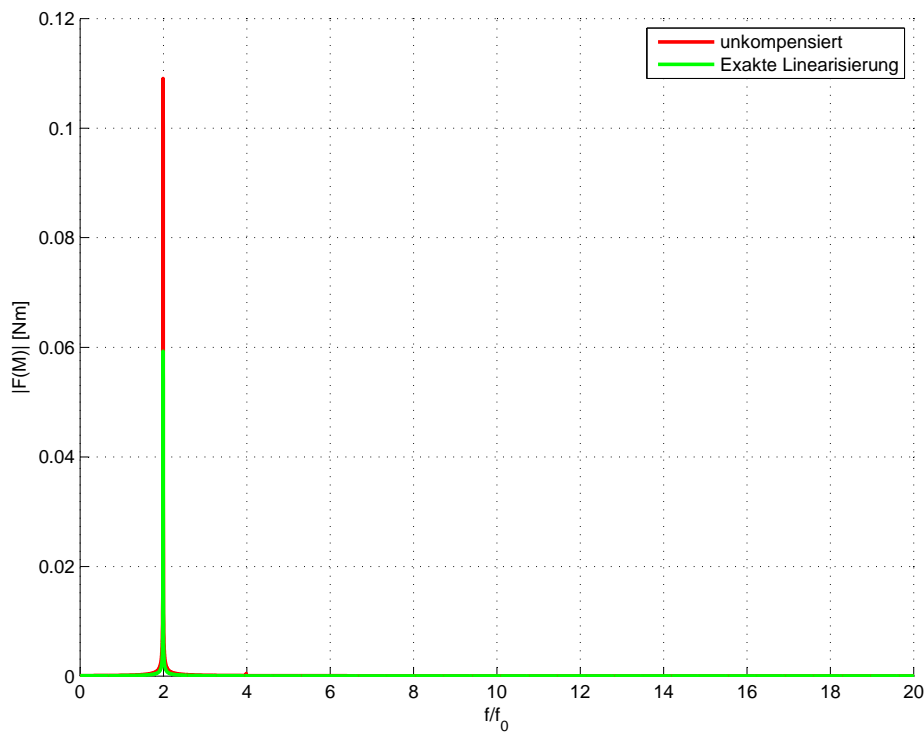


Abbildung 39: Fourieranalyse des simulierten Drehmoments im unkompensierten Fall und bei Einsatz der Exakten Linearisierung bei  $n = 1000 \frac{1}{\text{min}}$  und  $M_{\text{soll}} = 10 \text{Nm}$

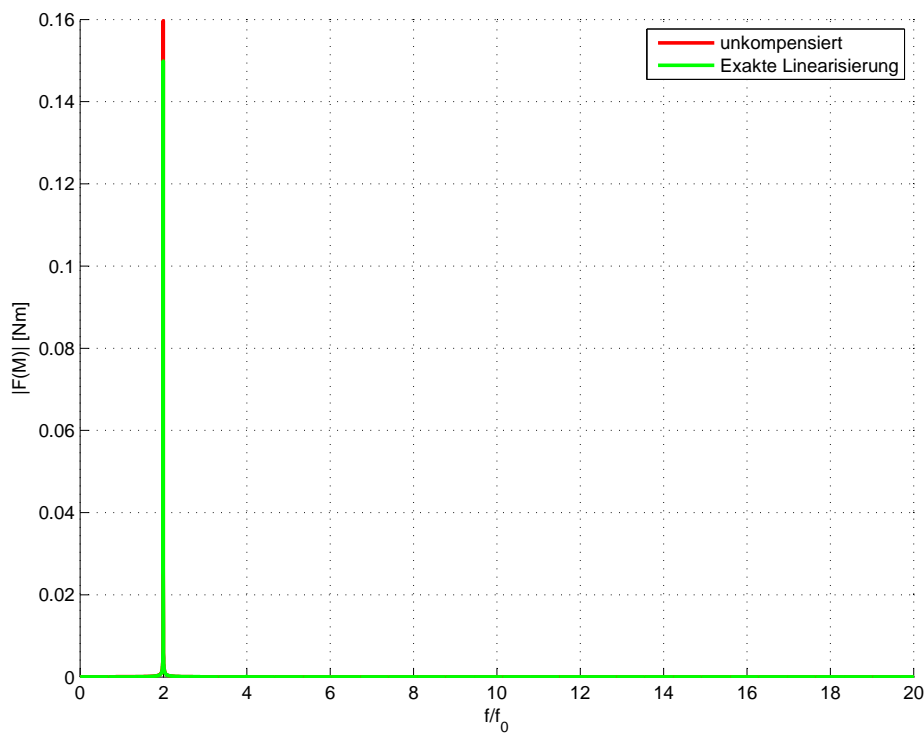


Abbildung 40: Fourieranalyse des simulierten Drehmoments im unkompensierten Fall und bei Einsatz der Exakten Linearisierung bei  $n = 1400 \frac{1}{\text{min}}$  und  $M_{\text{soll}} = 10 \text{Nm}$

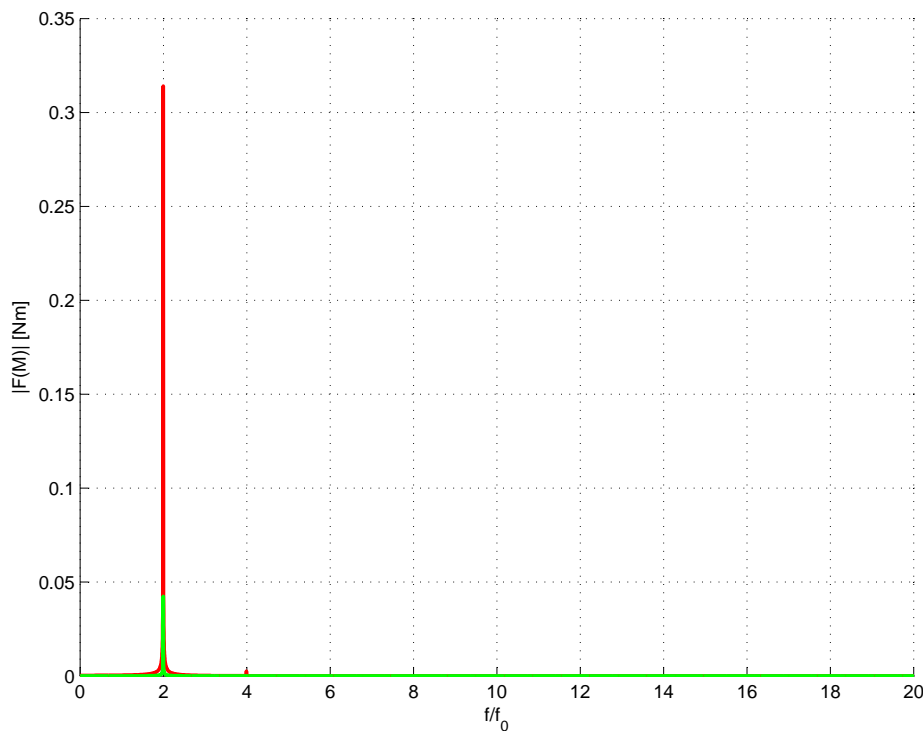


Abbildung 41: Fourieranalyse des simulierten Drehmoments im unkompensierten Fall und bei Einsatz der Exakten Linearisierung bei  $n = -1400 \frac{1}{\text{min}}$  und  $M_{\text{soll}} = 10 \text{Nm}$

Die Exakte Linearisierung bringt auch für bestimmte Betriebspunkte am Prüfstand akzeptable Resultate. Abbildung 42 zeigt beispielhaft einen Betriebspunkt für den Parameter gefunden werden konnten, die zu einer deutlichen Kompensation des Drehmomentrippels zweiter Ordnung führen. Für diese Messung wurden die folgenden, durch Ausprobieren gefundenen Parameter verwendet:

$$\mathbf{R}_S = \begin{bmatrix} 4.5500 & 0.3637 \\ 0.3637 & 4.4100 \end{bmatrix} \Omega \quad \mathbf{L}_\sigma = \begin{bmatrix} 54.2081 & 0 \\ 0 & 54.2081 \end{bmatrix} \text{H}. \quad (221)$$

Die Induktivitätsmatrix  $\mathbf{L}_\sigma$  wurde symmetrisch angenommen. Die Werte der Matrix  $\mathbf{R}_S$  sind händisch eingestellt, funktionieren nur in einer kleinen Umgebung des Betriebspunktes, und sind abhängig vom Erwärmungszustand der Maschine. Das bedeutet, dass Parameter, die eingestellt wurden und gute Kompensation bewirkten, bei Versuchen mit anderer Maschinentemperatur unter Umständen merklich schlechtere Resultate erbringen können.

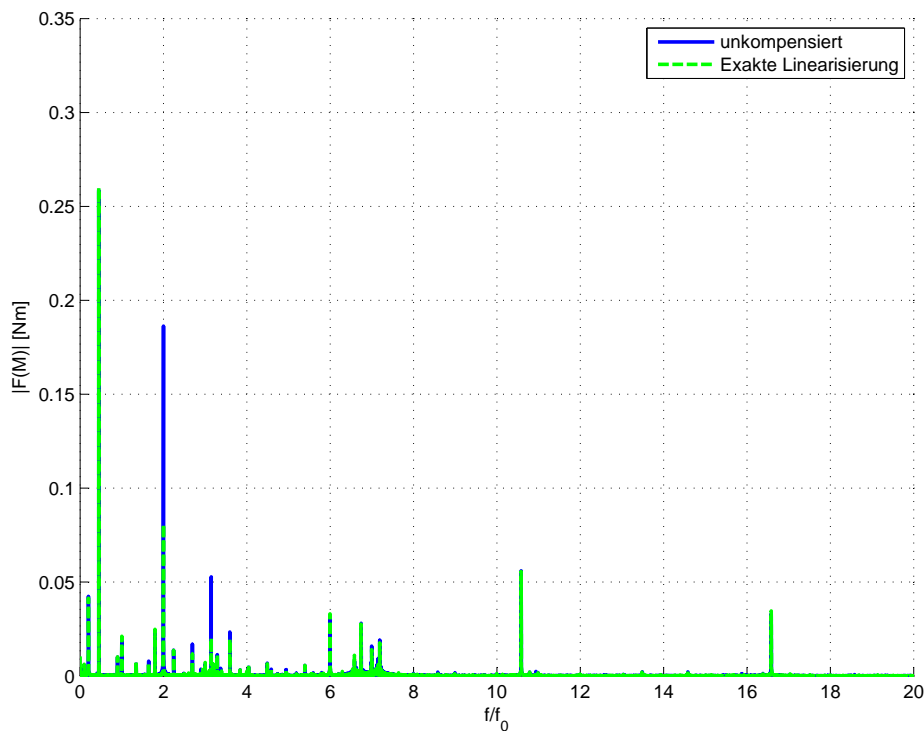


Abbildung 42: Fourieranalyse des gemessenen Drehmoments im unkompenzierten Fall und bei Einsatz der Exakten Linearisierung bei  $n = 1200 \frac{1}{\text{min}}$  und  $M_{\text{sol}} = 12 \text{Nm}$

Der größte Nachteil der Exakten Linearisierung ist, dass ihr Einsatz einen massiven Eingriff in die feldorientierte Reglerstruktur darstellt, wie man beim Vergleich der Abbildungen 43 und 44 unschwer erkennen kann:

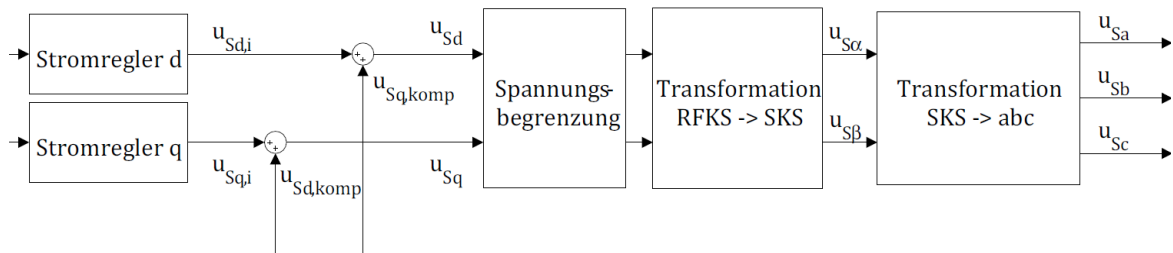


Abbildung 43: Einspeisung der Kompensationsspannungen  $u_{\text{Sd,komp}}$  und  $u_{\text{Sq,komp}}$  in der FOC

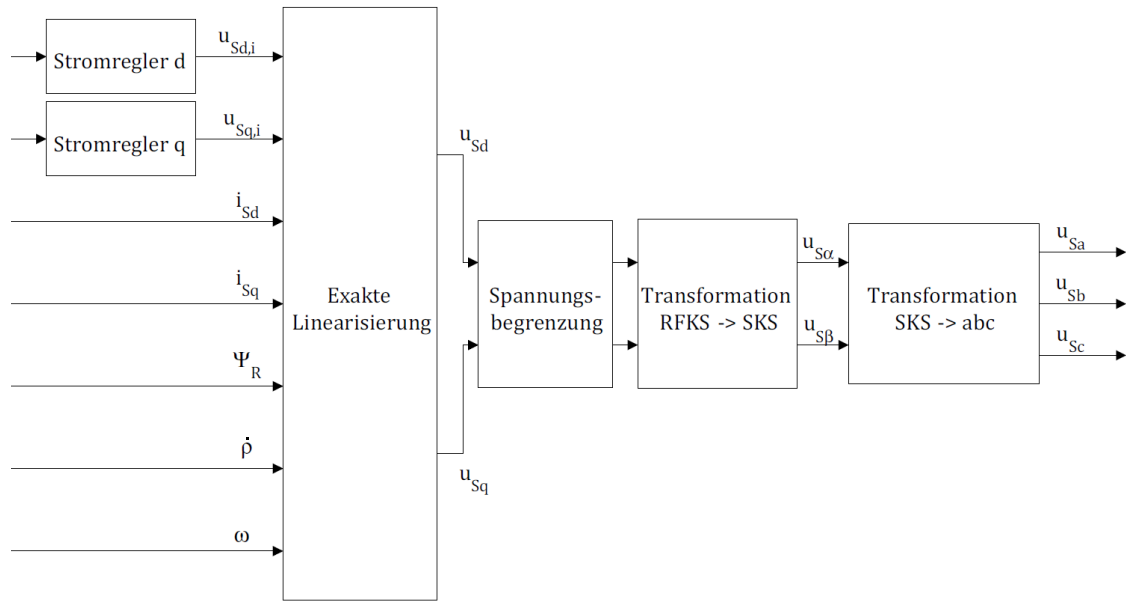


Abbildung 44: Kompensation mit Exakter Linearisierung

Statt der simplen Addition der Kompensationsspannungen wird eine mathematisch weit komplexere Operation ausgeführt.

Der Aufwand zur Berechnung und Implementierung der Exakten Linearisierung ist also beträchtlich. Auch darf man nicht vergessen, dass zu jedem Abtastzeitschritt die Einträge der Matrizen

$$\mathbf{R}_S^{\Psi_R} = \begin{bmatrix} R_{Sd} & R_{Sdq} \\ R_{Sdq} & R_{Sq} \end{bmatrix} = \mathbf{D}^T \mathbf{R}_S \mathbf{D}$$

$$\mathbf{L}_\sigma^{\Psi_R} = \begin{bmatrix} L_{\sigma d} & L_{\sigma dq} \\ L_{\sigma dq} & L_{\sigma q} \end{bmatrix} = \mathbf{D}^T \mathbf{L}_\sigma \mathbf{D}$$

mit der von  $(\varphi + \rho)$  abhängigen Drehmatrix

$$\mathbf{D}(\varphi + \rho) = \begin{bmatrix} \cos(\varphi + \rho) & -\sin(\varphi + \rho) \\ \sin(\varphi + \rho) & \cos(\varphi + \rho) \end{bmatrix}$$

berechnet werden müssen, und dass die Matrix  $\hat{\mathbf{D}}(\mathbf{x})$  zu jedem Abtastschritt neu berechnet und invertiert werden muss.

Im Rahmen dieser Arbeit konnte keine systematische Methode zur Parametrierung gefunden werden, die in der Praxis bei Einsatz der Exakten Linearisierung auch tatsächlich zu zufriedenstellender Kompensation des Drehmomentrippels mit doppelter Drehfeldfrequenz bei verschiedenen Betriebspunkten (d.h.: unterschiedlichen Drehzahl und Drehmoment-Kombinationen) führt. Ein Grund hierfür könnte die quasi-zeitkontinuierliche Berechnung der Zustandsrückkopplung sein. Die eben erwähnten Umstände lassen den Wunsch nach einer simpleren Methode zur Drehmomentrippelkompensation laut werden.

## 5.2 $\frac{di_S^{\Psi_R}}{dt} = 0$ -Kompensation

Ausgangspunkt der folgenden Überlegungen ist der Umstand, dass bei symmetrischer Asynchronmaschine unter Einsatz der Feldorientierten Regelung bei konstanter Drehzahl und konstantem Drehmoment die zeitliche Ableitung der Statorströme, im RFKS betrachtet, zu Null wird:

$$\frac{di_S^{\Psi_R}}{dt} = \mathbf{0} \quad (222)$$

Die rechte Seite der Statorstromdifferentialgleichung (104)

$$(\mathbf{L}_\sigma^{\Psi_R})^{-1} \underbrace{\left[ -\mathbf{R}_S^{\Psi_R} \mathbf{i}_S^{\Psi_R} + \mathbf{u}_S^{\Psi_R} - \left( \omega + \frac{d\rho}{dt} \right) \mathbf{L}_\sigma^{\Psi_R} \mathbf{j} \mathbf{i}_S^{\Psi_R} - \mathbf{j} \omega \frac{L_h}{L_R} \Psi_R^{\Psi_R} - \frac{L_h R_R}{L_R L_R} \left( L_h \mathbf{i}_S^{\Psi_R} - \Psi_R^{\Psi_R} \right) \right]}_{=0}$$

vereinfacht sich in diesem Fall zu einer algebraischen Gleichung

$$\mathbf{0} = -\mathbf{R}_S^{\Psi_R} \mathbf{i}_S^{\Psi_R} + \mathbf{u}_S^{\Psi_R} - \left( \omega + \frac{d\rho}{dt} \right) \mathbf{L}_\sigma^{\Psi_R} \mathbf{j} \mathbf{i}_S^{\Psi_R} - \mathbf{j} \omega \frac{L_h}{L_R} \Psi_R^{\Psi_R} - \frac{L_h R_R}{L_R L_R} \left( L_h \mathbf{i}_S^{\Psi_R} - \Psi_R^{\Psi_R} \right) \quad (223)$$

Mit dieser Annahme kann eine Kompensationsspannung berechnet werden, die zusätzlich zur Kompensation der Nichtlinearitäten auch die asymmetrischen Statorwicklungsverhältnisse ausgleicht. Mit Relation (107) kann (223) als

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} &= - \begin{bmatrix} R_{Sd} & R_{Sdq} \\ R_{Sdq} & R_{Sq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{Sd} \\ i_{Sq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_{Sd} \\ u_{Sq} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \frac{L_h}{L_R} \omega \begin{bmatrix} \Psi_R \\ 0 \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} L_{\sigma d} & L_{\sigma dq} \\ L_{\sigma dq} & L_{\sigma q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \left( \omega + \frac{d\rho}{dt} \right) \begin{bmatrix} i_{Sd} \\ i_{Sq} \end{bmatrix} - \frac{L_h R_R}{L_R^2} \left( L_h \begin{bmatrix} i_{Sd} \\ i_{Sq} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Psi_R \\ 0 \end{bmatrix} \right) \end{aligned} \quad (224)$$

geschrieben werden. Zeilenweise berechnet ergibt das mithilfe von (106) für die d-Richtung

$$\begin{aligned} 0 &= -R_{Sd} i_{Sd} - R_{Sdq} i_{Sq} + u_{Sd} + \left( \omega + \frac{R_R}{L_R} \frac{L_h i_{Sq}}{\Psi_R} \right) (-L_{\sigma dq} i_{Sd} + L_{\sigma d} i_{Sq}) - \\ &\frac{L_h R_R}{L_R^2} (L_h i_{Sd} - \Psi_R) \end{aligned} \quad (225)$$

und für die q-Richtung

$$\begin{aligned} 0 &= -R_{Sdq} i_{Sd} - R_{Sq} i_{Sq} + u_{Sq} - \frac{L_h}{L_R} \omega \Psi_R + \left( \omega + \frac{R_R}{L_R} \frac{L_h i_{Sq}}{\Psi_R} \right) (-L_{\sigma q} i_{Sd} + L_{\sigma dq} i_{Sq}) - \\ &\frac{L_h^2 R_R}{L_R^2} i_{Sq} \end{aligned} \quad (226)$$

Der entscheidende Punkt dieser Kompensationsmethode ist folgende Betrachtung: Wie unter 4.2 beschrieben, ergeben die Ständerstromdifferentialgleichungen des symmetrischen Maschinenmodells *nach* Einsatz der Kompensationsterme (Gleichungen

(115) und (116)) die Differentialgleichungen (117) und (118)

$$\begin{aligned}\frac{di_{Sd}}{dt} &= \frac{1}{L_\sigma} [-R_S i_{Sd} + u_{Sd,i}] \\ \frac{di_{Sq}}{dt} &= \frac{1}{L_\sigma} [-R_S i_{Sq} + u_{Sq,i}] .\end{aligned}$$

Im eingeschwungenen Zustand, das bedeutet bei verschwindenden zeitlichen Ableitungen gilt

$$0 = -R_S i_{Sd} + u_{Sd,i} \quad (227)$$

$$0 = -R_S i_{Sq} + u_{Sq,i} . \quad (228)$$

Daraus folgt der Wunsch, das durch Zuschalten einer geeigneten Kompensationsspannung für die Gleichungen (225) und (226) die Relationen (227) und (228) gelten. Man findet die dazu nötigen Kompensationsspannungen als

$$\begin{aligned}u_{Sd,komp} &= (R_{Sd} - R_S) i_{Sd} + R_{Sdq} i_{Sq} \\ &\quad - \left( \omega + \frac{R_R}{L_R} \frac{L_h i_{Sq}}{\Psi_R} \right) (-L_{\sigma dq} i_{Sd} + L_{\sigma d} i_{Sq}) + \frac{L_h R_R}{L_R^2} (L_h i_{Sd} - \Psi_R)\end{aligned} \quad (229)$$

$$\begin{aligned}u_{Sq,komp} &= R_{Sdq} i_{Sd} + (R_{Sq} - R_S) i_{Sq} - \left( \omega + \frac{R_R}{L_R} \frac{L_h i_{Sq}}{\Psi_R} \right) (-L_{\sigma q} i_{Sd} + L_{\sigma dq} i_{Sq}) \\ &\quad + \frac{L_h^2 R_R}{L_R^2} i_{Sq} .\end{aligned} \quad (230)$$

Die Kompensationsspannungen (229) und (230) können nun *anstatt* der Kompensationsterme (115) und (116) in der Feldorientierten Regelung eingesetzt werden, um zusätzlich zur Kompensation der Nichtlinearitäten des Maschinenmodells im RFKS eine Kompensation der Statorwicklungsasymmetrien zu bewirken. Setzt man diese Methode nun in der Simulation zur Kompensation des Drehmomentrippels doppelter Drehfeldfrequenz ein, kann der Drehmomentrippel zweiter Ordnung gedämpft werden, wie aus den den Abbildungen 45 und 46 gezeigten Fourieranalysen ersichtlich ist, wobei für kleinere Drehzahlen die Kompensationswirkung besser ist.

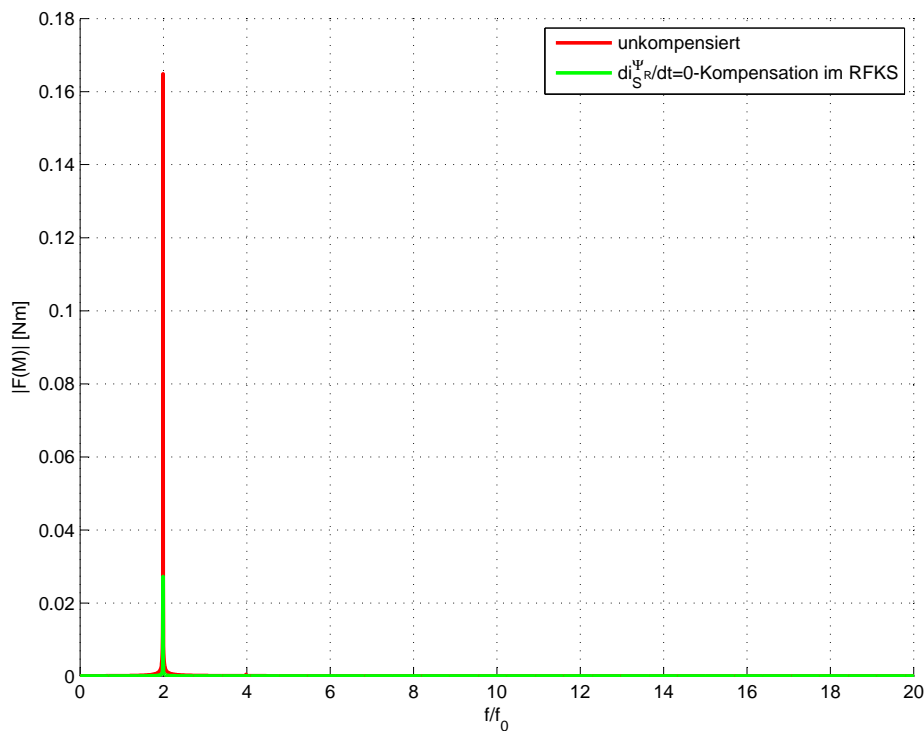


Abbildung 45: Fourieranalyse des simulierten Drehmoments im unkompensierten Fall und bei Einsatz der  $\frac{di_S^{\psi_R}}{dt} = 0$ -Kompensation bei  $n = 500 \frac{1}{\text{min}}$  und  $M_{\text{sol}} = 10 \text{Nm}$

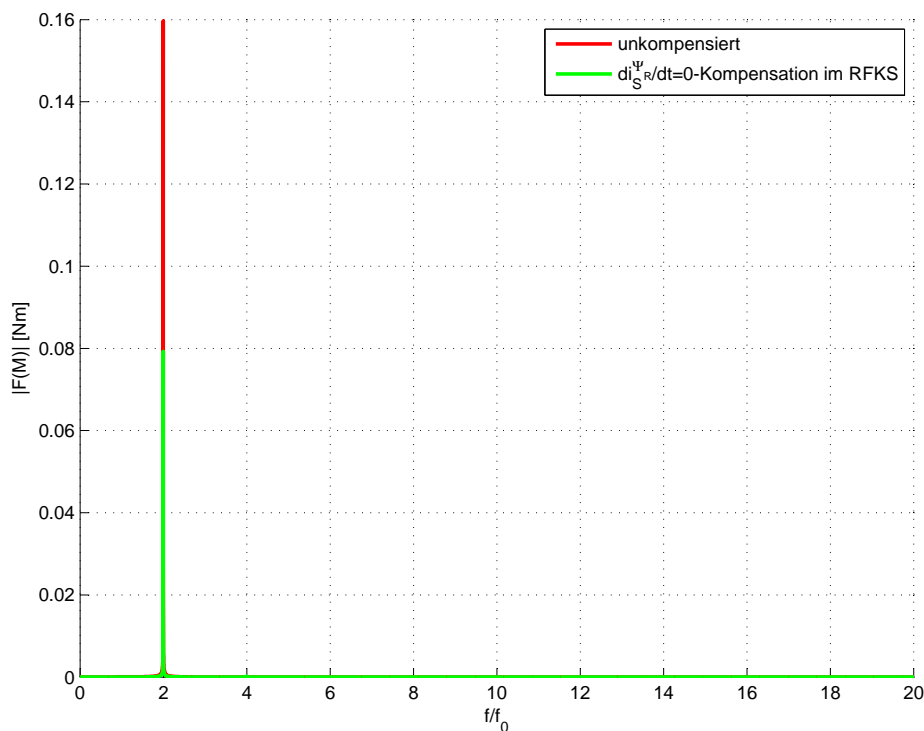


Abbildung 46: Fourieranalyse des simulierten Drehmoments im unkompensierten Fall und bei Einsatz der  $\frac{di_S^{\psi_R}}{dt} = 0$ -Kompensation bei  $n = 1400 \frac{1}{\text{min}}$  und  $M_{\text{sol}} = 10 \text{Nm}$

Werden (229) und (230) zu Vektoren zusammengefasst

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} u_{Sd,komp} \\ u_{Sq,komp} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_{Sd} - R_S & R_{Sdq} \\ R_{Sdq} & R_{Sq} - R_S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{Sd} \\ i_{Sq} \end{bmatrix} + \\ &\left( \omega + \frac{d\rho}{dt} \right) \begin{bmatrix} L_{\sigma d} & L_{\sigma dq} \\ L_{\sigma dq} & L_{\sigma q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{Sd} \\ i_{Sq} \end{bmatrix} + \\ &\frac{L_h R_R}{L_R^2} \begin{bmatrix} i_{Sd} \\ i_{Sq} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \left( \frac{L_h R_R}{L_R^2} + \frac{L_h \omega}{L_R} \right) & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_R \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (231)$$

und mit der Abkürzung

$$\mathbf{K}^{\Psi_R} = \begin{bmatrix} \left( \frac{L_h R_R}{L_R^2} + \frac{L_h \omega}{L_R} \right) & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (232)$$

kompakt als

$$\mathbf{u}_{s,komp}^{\Psi_R} = \left[ (\mathbf{R}_S^{\Psi_R} - R_S \mathbf{E}) + \left( \omega + \frac{d\rho}{dt} \right) (\mathbf{L}_\sigma^{\Psi_R} - L_\sigma \mathbf{E}) \mathbf{j} + \frac{L_h^2 R_R}{L_R^2} \mathbf{E} \right] \mathbf{i}_S^{\Psi_R} - \mathbf{K}^{\Psi_R} \Psi_R^{\Psi_R} \quad (233)$$

geschrieben, kann man (233) mit (30) und der Abkürzung

$$\mathbf{K}^S = \mathbf{D}(\varphi + \rho) \mathbf{K}^{\Psi_R} \mathbf{D}^{-1}(\varphi + \rho) \quad (234)$$

vom RFKS in das SKS transformieren

$$\mathbf{u}_{s,komp}^S = \left[ (\mathbf{R}_S - R_S \mathbf{E}) + \left( \omega + \frac{d\rho}{dt} \right) (\mathbf{L}_\sigma - L_\sigma \mathbf{E}) \mathbf{j} + \frac{L_h^2 R_R}{L_R^2} \mathbf{E} \right] \mathbf{i}_S^S - \mathbf{K}^S \Psi_R^S. \quad (235)$$

Um auf die unnötige Umrechnung des Rotorflusses vom RFKS in das SKS zu verzichten, kann (235) mit

$$\bar{\mathbf{K}} = \mathbf{D}(\varphi + \rho) \mathbf{K}^{\Psi_R} \quad (236)$$

auch als

$$\mathbf{u}_{s,komp}^S = \left[ (\mathbf{R}_S - R_S \mathbf{E}) + \left( \omega + \frac{d\rho}{dt} \right) (\mathbf{L}_\sigma - L_\sigma \mathbf{E}) \mathbf{j} + \frac{L_h^2 R_R}{L_R^2} \mathbf{E} \right] \mathbf{i}_S^S - \bar{\mathbf{K}} \Psi_R^{\Psi_R} \quad (237)$$

geschrieben werden und *nach* der Feldorientierten Regelung eingespeist werden, siehe Abbildung 47.

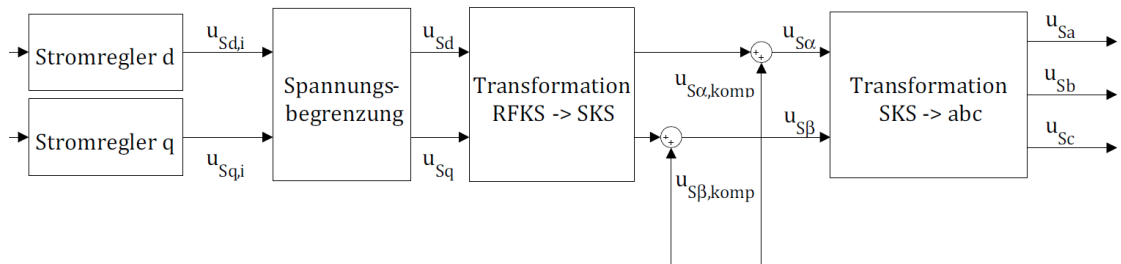


Abbildung 47: Kompensation im SKS statt mit FOC Kompensationsspannungen



Interessanterweise bringt diese Art der Einspeisung in der Simulation eine wesentlich bessere Kompensationswirkung als die Einspeisung im RFKS (man vergleiche die Abbildungen 46 und 49). Grund dafür könnte der *quasizeitkontinuierliche* Betrieb der Kompensationsvorschrift sein, der aufgrund der geringeren Anzahl an Koordinatentransformationen im SKS dort geringeren Einfluss hat. Jede Koordinatentransformation ist mit einer winkel- und somit zeitabhängigen Matrixmultiplikation verbunden, dies könnte zu dem beobachteten Phänomen führen.

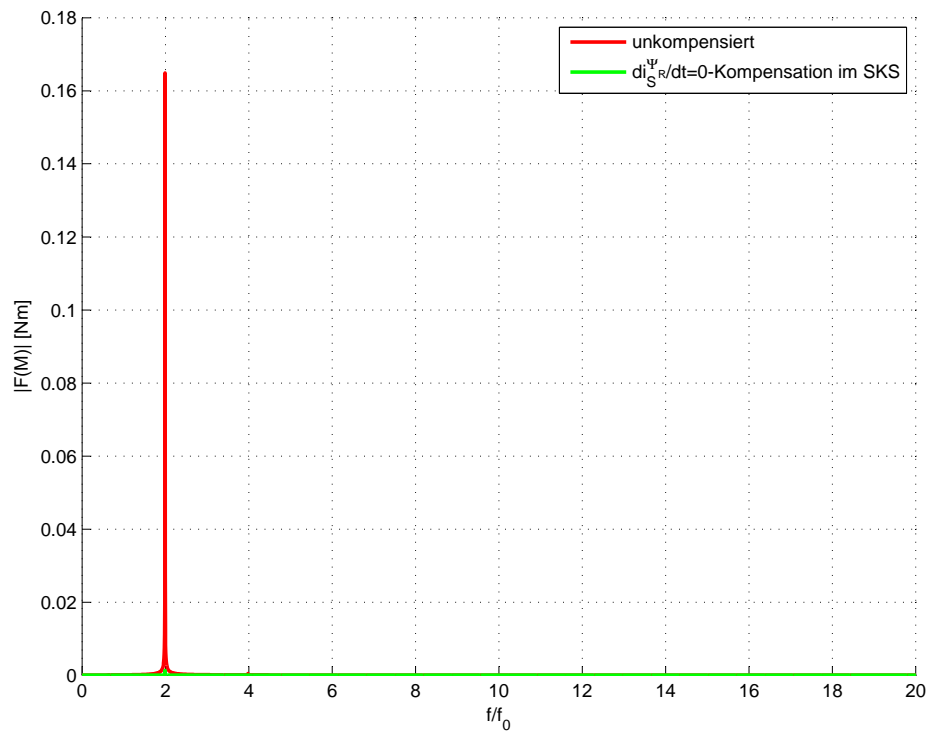


Abbildung 48: Fourieranalyse des simulierten Drehmoments im unkompensierten Fall und bei  $\frac{dI_S^{\Psi_R}}{dt} = 0$ -Kompensation im SKS bei  $n = 500 \frac{1}{\text{min}}$  und  $M_{\text{soll}} = 10 \text{Nm}$

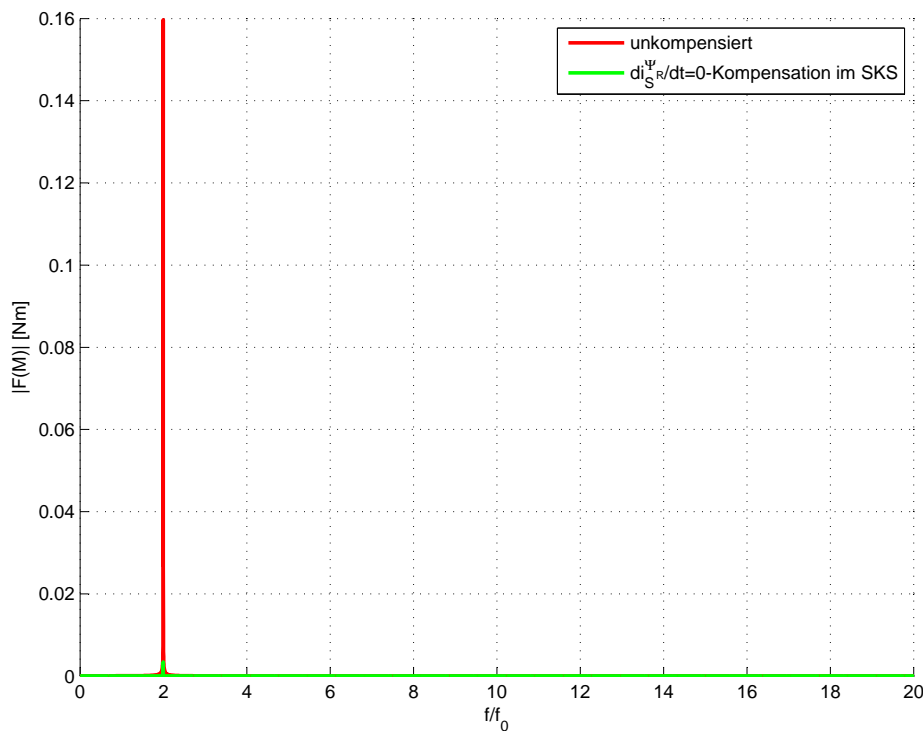


Abbildung 49: Fourieranalyse des simulierten Drehmoments im unkompensierten Fall und bei  $\frac{di_S^{\Psi}}{dt} = 0$ -Kompensation im SKS bei  $n = 1400 \frac{1}{\text{min}}$  und  $M_{\text{soll}} = 10\text{Nm}$

Ein Problem, das durch die Einspeisung der Kompensationsspannung nach dem FOC-Algorithmus auftreten kann, ist, dass unter Umständen die zulässige Spannungsgrenze überschritten wird, da auf diese Art und Weise die Spannungsbegrenzung der FOC umgangen wird. In der Simulation konnte das beispielsweise bei Drehzahlen größer  $1000 \frac{1}{\text{min}}$  und  $M = 10\text{Nm}$  festgestellt werden. Das Problem der Spannungsbegrenzung kann aber auf folgendem, etwas umständlichen Wege umgangen werden: Man transformiert die Kompensationsspannung (235) vom SKS ins RFKS, addiert sie in der FOC zu den Ausgangsspannungen der Stromregler und subtrahiert sie *nach* der Spannungsbegrenzung wieder (siehe Abbildung 50).

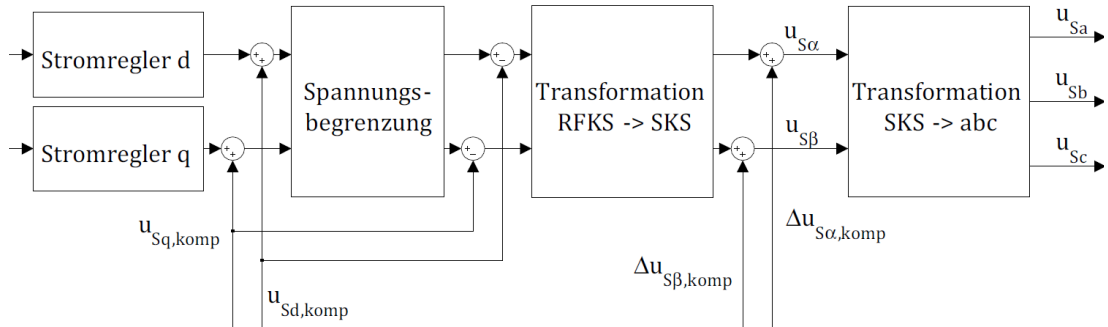


Abbildung 50: Kompensation im SKS mit Modifikation zur Beachtung der Spannungsgrenze

Auf diese Art und Weise kann diese Kompensationsmethode auch für höhere Drehzahlen eingesetzt werden (siehe Abbildung 51).

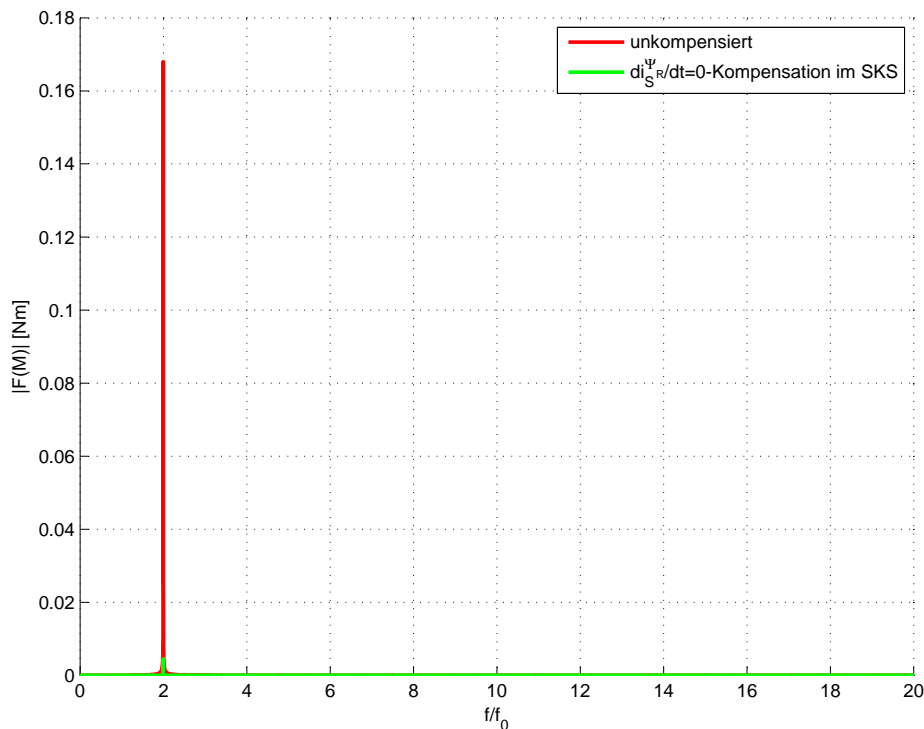


Abbildung 51: Fourieranalyse des simulierten Drehmoments im unkompenzierten Fall und bei  $\frac{di_S^{\psi R}}{dt} = 0$ -Kompensation im SKS bei  $n = 2000 \frac{1}{\text{min}}$  und  $M_{\text{soll}} = 10 \text{ Nm}$

Die Kompensation der Nichtlinearitäten des Modells im RFKS, die eigentlich schon in der Feldorientierten Regelung erfolgt, wird nun außerhalb des FOC-Algorithmus bewerkstelligt. Dies stellt einen unnötigen Eingriff in die bestehende Reglerstruktur

dar, wenngleich auch nicht in dem Ausmaß wie es bei der Methode der Exakten Linearisierung der Fall ist.

Am Prüfstand zur Kompensation des Drehmomentrippels doppelter Drehfeldfrequenz eingesetzt, kann mit der  $\frac{di_S^{\Psi_R}}{dt} = 0$ -Kompensation in gewissen Betriebspunkten eine deutliche Dämpfung erzielt werden, wie in Abbildung 52 dargestellt.

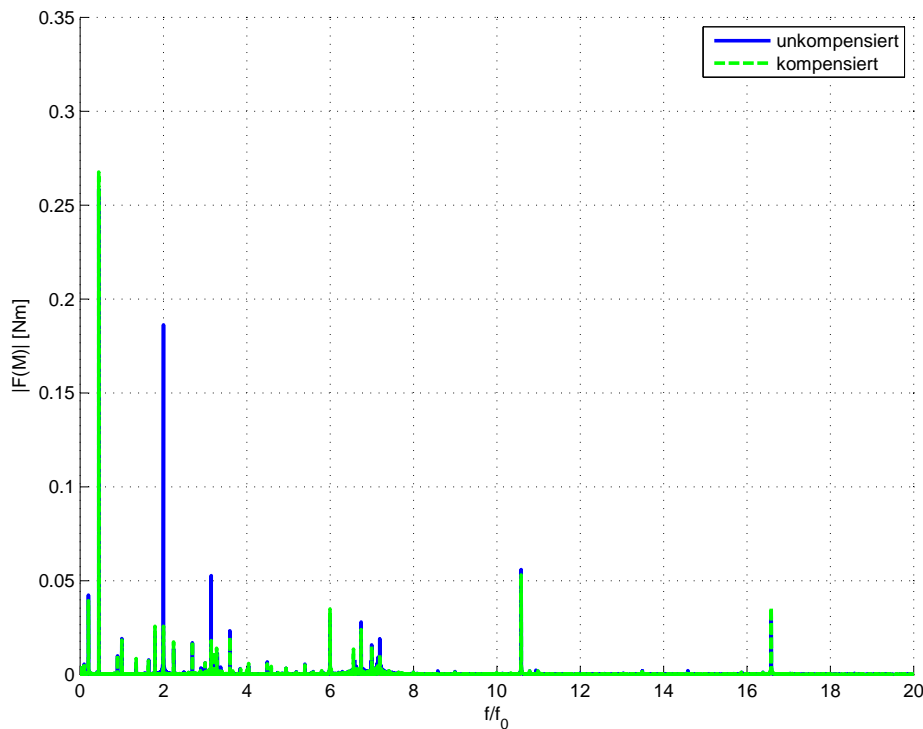


Abbildung 52: Fourieranalyse des gemessenen Drehmoments unter Einsatz der  $\frac{di_S^{\Psi_R}}{dt} = 0$ -Kompensation bei  $n = 1200 \frac{1}{\text{min}}$  und  $M_{\text{soll}} = 12 \text{Nm}$

Die bei dieser Messung verwendeten Parameter, nämlich

$$\mathbf{R}_S = \begin{bmatrix} 3.7100 & 0.6062 \\ 0.6062 & 4.4100 \end{bmatrix} \Omega \quad \mathbf{L}_\sigma = \begin{bmatrix} 54.2081 & 0 \\ 0 & 54.2081 \end{bmatrix} \text{H}. \quad (238)$$

wurden durch Ausprobieren ermittelt.

Wie auch für die Exakte Linearisierung konnte im Rahmen dieser Arbeit für die  $\frac{di_S^{\Psi_R}}{dt} = 0$ -Kompensation kein Identifikationsalgorithmus gefunden werden, der *systematisch* Schätzwerte für die Parameter  $\mathbf{R}_S$  und  $\mathbf{L}_\sigma$  liefert, die zu zufriedenstellender Kompensation der Drehmomentrippels zweiter Ordnung führen.

Nichtsdestotrotz, die Entwicklung dieser Kompensationsmethode ist ein wichtiger Schritt bei der Herleitung der letzten, schlussendlich verwendeten Kompensationsmethode, die im nachfolgenden Kapitel 5.3 vorgestellt wird.

### 5.3 Kompensation der Statorwicklungsasymmetrien

Geht man von der unter Punkt 5.2 hergeleiteten Kompensationsspannung im SKS (Gleichung (235))

$$\mathbf{u}_{S,\text{komp}}^S = \left[ (\mathbf{R}_S - R_S \mathbf{E}) + \left( \omega + \frac{d\rho}{dt} \right) (\mathbf{L}_\sigma - L_\sigma \mathbf{E}) \mathbf{j} + \frac{L_h^2 R_R}{L_R^2} \mathbf{E} \right] \mathbf{i}_S^S - \mathbf{K}^S \Psi_R^S$$

aus, liegt die Idee nahe (siehe die in unter Punkt 5.2 beschriebenen Gründe), die Kompensation der Nichtlinearitäten in Gleichung (104) weiterhin im RFKS und somit im FOC-Algorithmus durchzuführen und lediglich die Statorwicklungsasymmetrien mit einer eigens dafür berechneten Kompensationsspannung auszugleichen. Diese Kompensationsspannung ergibt sich, wenn man in (235) nur die Terme zur Kompensation der Statorwicklungsasymmetrien belässt:

$$\Delta \mathbf{u}_{S,\text{komp}}^S = \left[ (\mathbf{R}_S - R_S \mathbf{E}) + \left( \omega + \frac{d\rho}{dt} \right) (\mathbf{L}_\sigma - L_\sigma \mathbf{E}) \mathbf{j} \right] \mathbf{i}_S^S \quad (239)$$

Diese Art der Kompensation stellt, wie aus Abbildung 53 ersichtlich ist, keinen Eingriff in die Struktur der Feldorientierten Regelung dar:

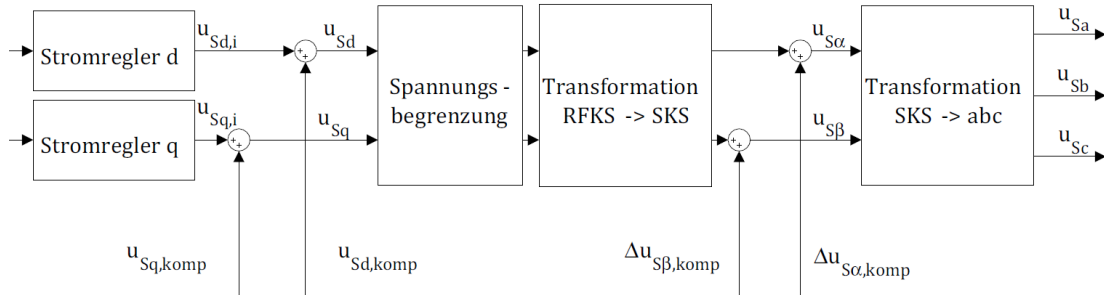


Abbildung 53: Einspeisung der Kompensationsspannungen zur Kompensation der Statorwicklungsasymmetrien *nach* dem FOC-Algorithmus

Die Spannungen  $\Delta u_{S\alpha\text{komp}}$  und  $\Delta u_{S\beta\text{komp}}$  sind so klein, dass durch ihre Addition keine weitere Begrenzung der Spannung nötig ist. Außerdem kann bei dieser Art der Einspeisung die Kompensation nach Belieben ein- oder ausgeschaltet werden, ohne dass das restliche Regelungskonzept beeinträchtigt wird.

Der ermittelte Spannungsraumzeiger zur Kompensation der Ständerwicklungsasymmetrien (239)

$$\Delta \mathbf{u}_{S,\text{komp}}^S = \underbrace{\left[ (\mathbf{R}_S - R_S \mathbf{E}) + \left( \omega + \frac{d\rho}{dt} \right) (\mathbf{L}_\sigma - L_\sigma \mathbf{E}) \mathbf{j} \right]}_{\mathbf{z}\left(\omega + \frac{d\rho}{dt}\right)} \mathbf{i}_S^S$$

stellt im Prinzip die Multiplikation einer drehzahl- und, über  $\frac{d\rho}{dt}$ , drehmomentabhängigen Impedanzmatrix mit dem Statorstromraumzeiger dar:

$$\Delta \mathbf{u}_{S,\text{komp}}^S = \mathbf{Z} \left( \omega + \frac{d\rho}{dt} \right) \mathbf{i}_S^S \quad (240)$$

Bei der Simulationsstudie die zu den Ergebnissen in Abbildung 54 führt, wurde für die Widerstandsmatrix

$$\mathbf{R}_S = \begin{bmatrix} 17.9900 & -1.5762 \\ -1.5762 & 3.5700 \end{bmatrix} \Omega \quad (241)$$

und für die Induktivitätsmatrix

$$\mathbf{L}_S = \begin{bmatrix} 0.0151 & -0.0057 \\ -0.0057 & 0.0085 \end{bmatrix} \text{H} \quad (242)$$

verwendet, diese Werte weichen sehr stark von der Symmetrie ab, dies dient zu Demonstrationszwecken.

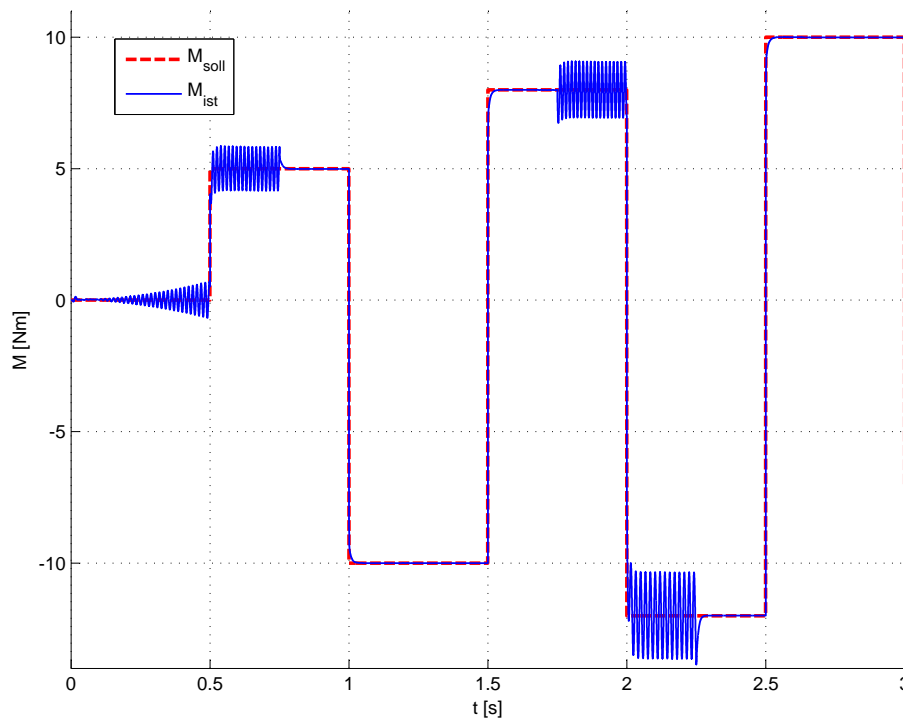


Abbildung 54: Verlauf des simulierten, zeitweise kompensierten Drehmoments bei  $n = 1000 \frac{1}{\text{min}}$  und sprungförmigem Söldrehmoment

Wie in Abbildung 54 zu sehen, kompensiert diese Methode den Drehmomentrippel zweiter Ordnung und ist nach Belieben zu- und wegschaltbar.

Die Ergebnisse der folgende Simulationsstudie zeigen die Fourieranalyse des kompensierten und des un kompensierten Drehmomentrippels bei verschiedenen Betriebspunkten. Für die Widerstandsmatrix wurde

$$\mathbf{R}_S = \begin{bmatrix} 7.3500 & -0.6062 \\ -0.6062 & 5.2500 \end{bmatrix} \Omega \quad (243)$$

gewählt, für die Induktivitätsmatrix

$$\mathbf{L}_S = \begin{bmatrix} 0.0107 & -0.0012 \\ -0.0012 & 0.0168 \end{bmatrix} \text{H.} \quad (244)$$

Wie die Abbildungen 55 und 56 zeigen, ermöglicht das Zuschalten dieser Kompensationsspannung in der Simulation eine vollständige Dämpfung des Drehmomentrippels doppelter Drehfeldfrequenz.

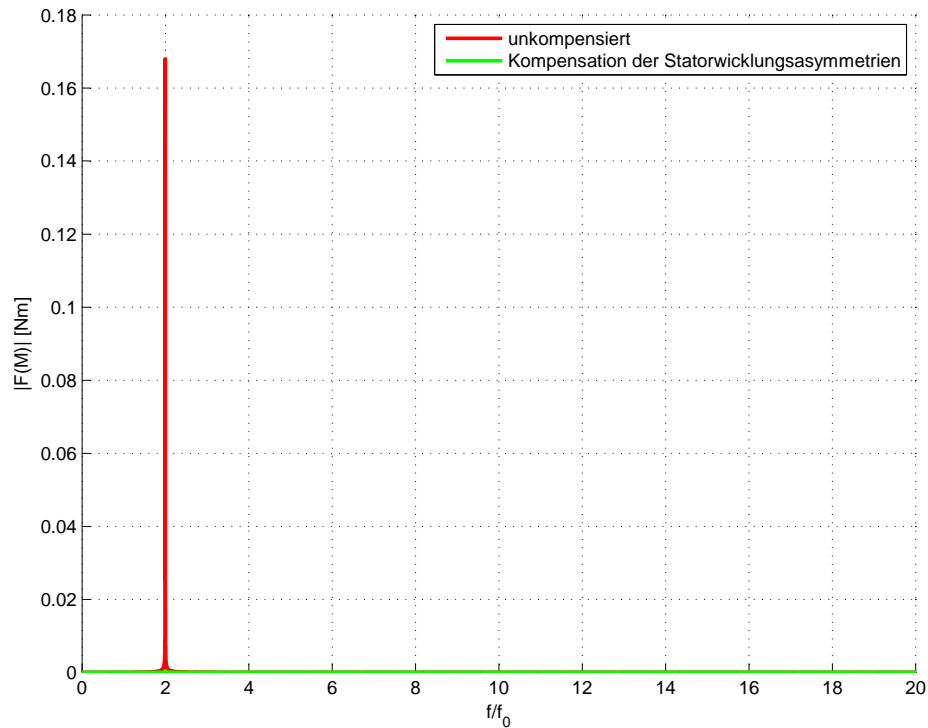


Abbildung 55: Fourieranalyse des Drehmoments bei Simulation mit  $n = 2000 \frac{1}{\text{min}}$  und  $M_{\text{soll}} = 10 \text{Nm}$

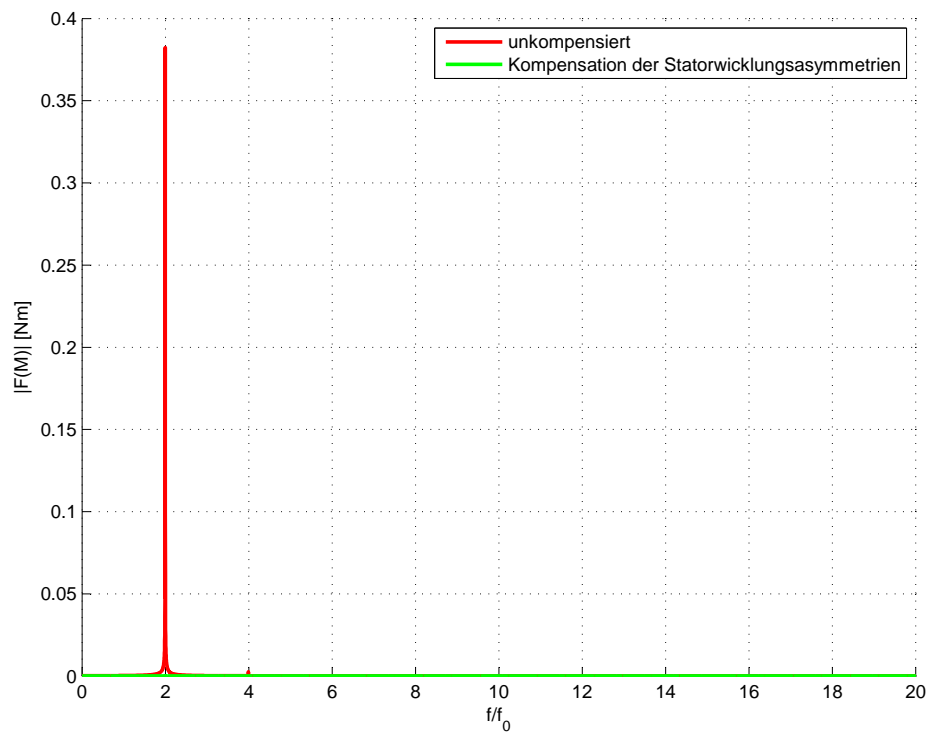


Abbildung 56: Fourieranalyse des Drehmoments bei Simulation mit  $n = -2000 \frac{1}{\text{min}}$  und  $M_{\text{soll}} = 10 \text{Nm}$

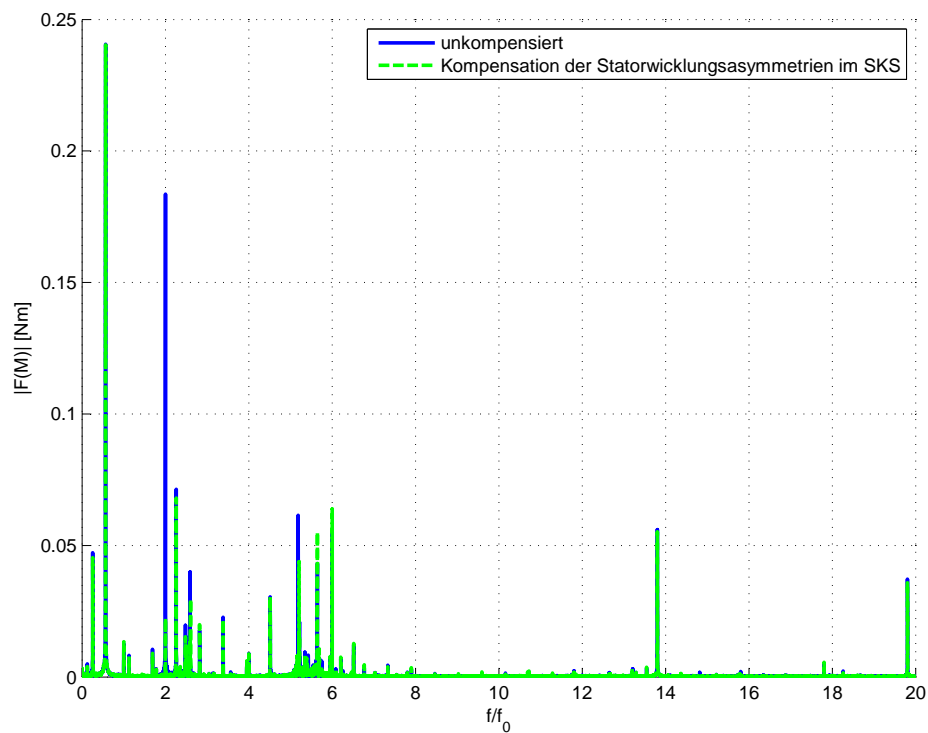


Abbildung 57: Fourieranalyse des Drehmoments bei  $n = -1900 \frac{1}{\text{min}}$  und  $M_{\text{soll}} = 10 \text{Nm}$



Am Prüfstand zum Einsatz gebracht, ist die Kompensationswirkung geringer als in der Simulation (siehe Abbildung 57, für diesen Versuch wurde der Parametersatz (245) verwendet).

Da die Kompensationsmethode "Kompensation der Statorwicklungsasymmetrien" mathematisch relativ simpel ist, in der Simulation sehr gute Resultate zeigt, sowie nach Belieben zu oder wegschaltbar ist, soll sie schlussendlich am Prüfstand zum Einsatz kommen.

Die Kompensation mit (239) ist die einzige der entwickelten Methoden für die im Rahmen dieser Arbeit ein Identifikationsalgorithmus (siehe Punkt 6.5) gefunden werden konnte, der systematisch Schätzwerte für die Widerstandsmatrix  $\mathbf{R}_S$  und die Induktivitätsmatrix  $\mathbf{L}_\sigma$  findet, die für verschiedene Drehzahlen und Drehmomente eine deutliche Dämpfung des Drehmomentrippels zweiter Ordnung bringen.

Da die angenommenen Statorwicklungsasymmetrien in der Praxis nur einen Teil der Gründe für das Auftreten des Drehmomentrippels doppelter Drehfeldfrequenz darstellen, und wie in Kapitel 4.7, Abbildung 29 dargestellt, das nach (83)

$$M = \frac{3}{2} p \frac{L_h}{L_R} \Psi_R i_{sq}$$

berechnete Drehmoment in der Fourieranalyse einen weitaus geringeren Drehmomentrippel bei doppelter Drehfeldfrequenz aufweist als das gemessene Drehmoment, stellt sich die Frage, wie sich das *berechnete* Drehmoment  $M_{\text{ist}}$  und der Statorstromraumzeiger  $i_s^s$  bei Einsatz der Kompensation verändern. Betrachtet man die Resultate der Fourieranalyse des *berechneten* Drehmomentrippels einer Messung bei  $n = -1900 \frac{1}{\text{min}}$  und  $M_{\text{soll}} = 10 \text{Nm}$  deren mittels Drehmomentsensor *gemessene* Resultate in Abbildung 57 gezeigt sind, lässt sich eine interessante Tatsache feststellen. In Abbildung 58 sieht man, dass hier der Drehmomentrippel bei doppelter Drehfeldfrequenz angestiegen ist, im Gegensatz zum *gemessenen* Drehmoment (Abbildung 57), wo der Drehmomentrippel zweiter Ordnung erheblich gedämpft wurde (Abbildung 57).

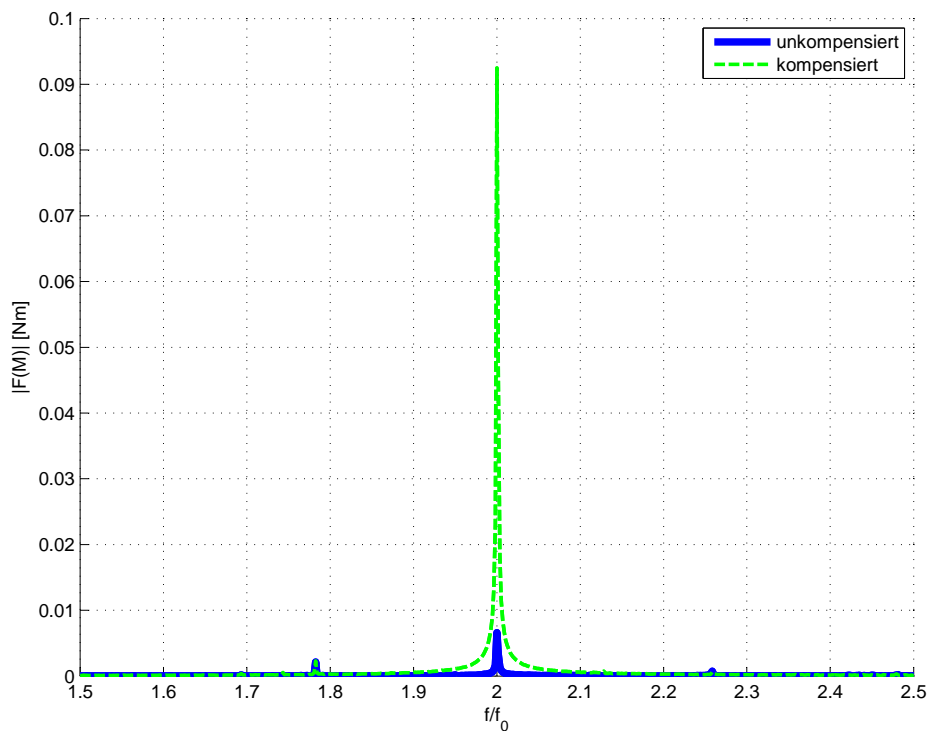


Abbildung 58: Fourieranalyse des berechneten Drehmoments bei  $n = -1900 \frac{1}{\text{min}}$  und  $M_{\text{soll}} = 10 \text{ Nm}$

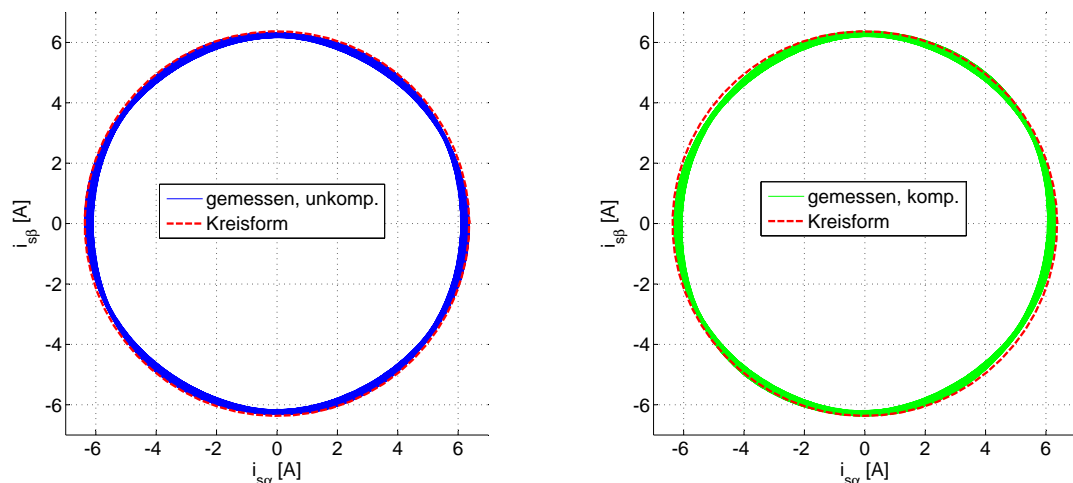


Abbildung 59: Vergleich Statorstromraumzeigerverlauf bei  $n = -1900 \frac{1}{\text{min}}$  und  $M_{\text{soll}} = 10 \text{ Nm}$

Vergleicht man die Statorstromraumzeiger im unkompensierten und im kompensierten Fall, wie in Abbildung 59 dargestellt, kann man sehen, dass durch den Einsatz der Kompensation eine geringfügige Verzerrung des Statorstromraumzeigers stattfindet. Es wird also in der praktischen Anwendung, um eine Dämpfung des Drehmomentrippels zweiter Ordnung zu bewirken, entgegen der gegen Ende von Punkt 4.7

getroffenen Annahmen, der Statorstromraumzeiger von der Kreisform zu einer Ellipse verzerrt. Das Ausmaß der Verzerrung ist relativ gering (Man vergleiche hierzu den in Abbildung 59 rechts abgebildeten mit dem links abgebildeten Statorstromraumzeigerverlauf).

Somit kann bei Betrachtung der Fourieranalyse der Statorströme im RFKS bei Einsatz der Kompensation ein Anstieg der Spektralkomponente bei doppelter Drehfeldfrequenz beobachtet werden (siehe Abbildung 60).

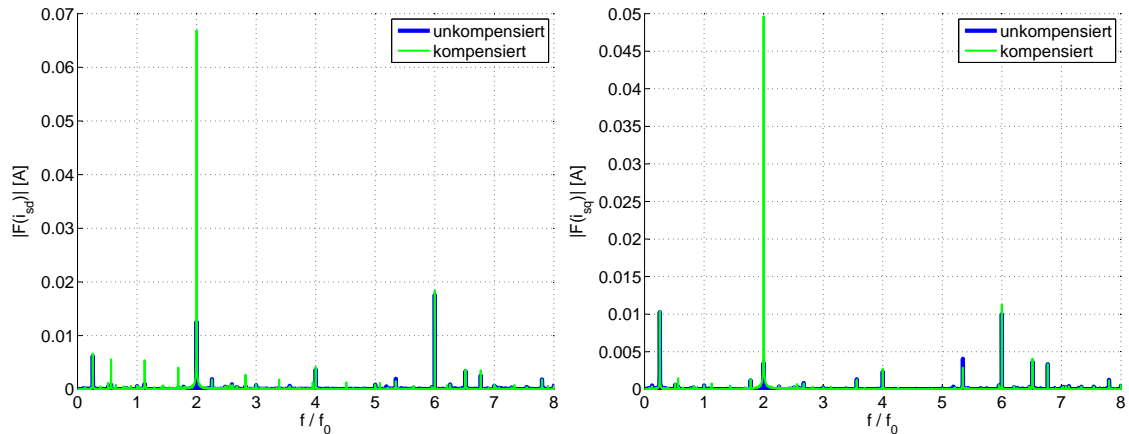


Abbildung 60: Fourieranalyse der Statorströme im RFKS bei  $n = -1900 \frac{1}{\text{min}}$  und  $M_{\text{soll}} = 10 \text{Nm}$

Verwendet man den durch Ausprobieren gefundenen Parametersatz

$$\mathbf{R}_S = \begin{bmatrix} 3.7100 & 0.6062 \\ 0.6062 & 4.4100 \end{bmatrix} \Omega \quad \mathbf{L}_\sigma = \begin{bmatrix} 54.2081 & 0 \\ 0 & 54.2081 \end{bmatrix} \text{H} \quad (245)$$

für verschiedene Drehzahlen, so lässt sich die in Abbildung 61 gezeigte Veränderung des Drehmomentrippels doppelter Drehfeldfrequenz beobachten. Bei kleinen Drehzahlbeträgen ist keine Kompensationswirkung zu sehen, es kommt sogar zu erhöhtem Drehmomentrippel. Bei größeren Drehzahlbeträgen ist eine zufriedenstellende Kompensation des Drehmomentrippels zweiter Ordnung festzustellen. Da der in der FOC verwendete Rotorwiderstandswert händisch adaptiert wurde um eine bessere stationäre Genauigkeit des geregelten Drehmoments zu erreichen, kann mit dem vorgegebenen Solldrehmoment von  $M_{\text{soll}} = 10 \text{Nm}$  aufgrund der Spannungsbegrenzung nur bis  $n = -1500 \frac{1}{\text{min}}$  gemessen werden.

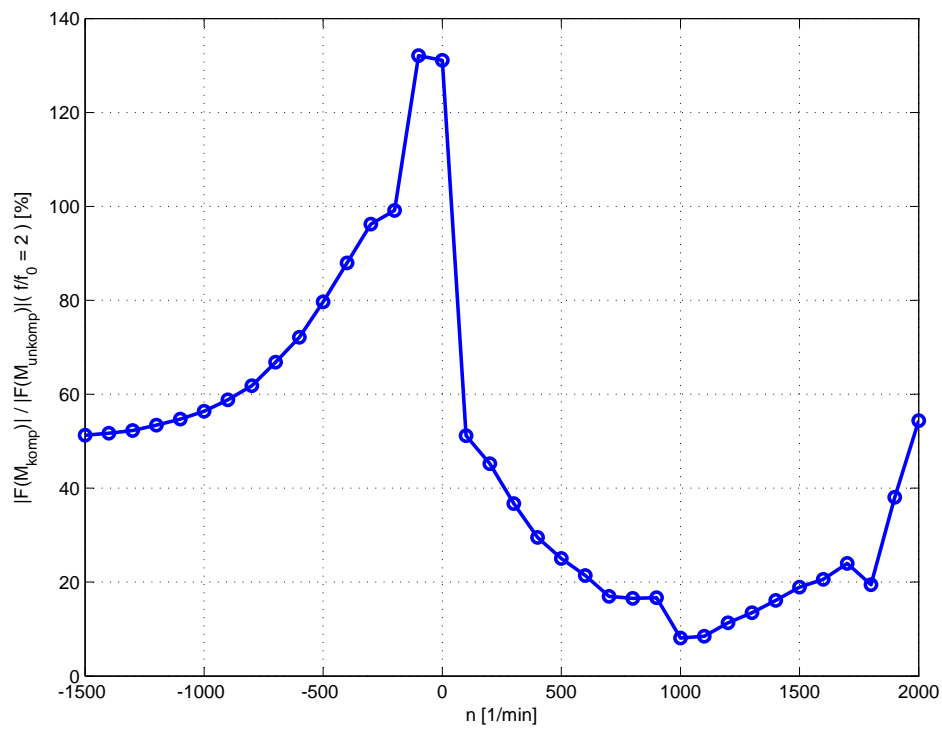


Abbildung 61: Verhältnis zwischen den Fourier-Koeffizienten des Drehmomentrippels bei doppelter Drehzahlfrequenz im kompensierten und unkompensierten Fall

## 6 Parameteridentifikation

Die Identifikation der zur Kompensation benötigten Parameter ist ein Unterfangen, das aufgrund bereits mehrfach erwähnter unmodellierter Einflüsse weit mehr Schwierigkeiten aufgeworfen hat als zu Beginn der Arbeit vermutet wurde. Ähnlich wie auch beim Entwurf der Kompensationsmethoden, war der erste, scheinbar naheliegende Ansatz zu kompliziert für den praktischen Einsatz, erst der Einsatz einer vereinfachenden Annahme brachte Erfolg beim Auffinden *sinnvoller* Parameter. Sinnvoll in diesem Zusammenhang bedeutet, dass mit den identifizierten Parametern für einen ausreichend großen Betriebsbereich eine zufriedenstellende Kompensation des Drehmomentrippels doppelter Drehfeldfrequenz am Prüfstand ermöglicht wird.

### 6.1 Grundlagen

Zur Parameterbestimmung wird ein Parameterschätzverfahren auf Basis der kleinsten Fehlerquadrate verwendet. Hierzu benötigt man ein mathematisches Modell des betrachteten Systems sowie Messwerte der Systemantwort auf eine *geeignete* Anregung. Die folgenden Formeln sind zum Teil [3] entnommen, bei der verwendeten Notation wurden folgende Änderungen vorgenommen:

- Der Index der diskretisierten Zeit wird mit  $k$  statt mit  $t$  bezeichnet.
- Der Zeitindex wird nicht in runder Klammer geschrieben, sondern tiefgestellt.
- Vektoren werden fett gedruckt dargestellt.

Abbildung 62 zeigt die grundlegende, zur Systemidentifikation verwendete Anordnung.

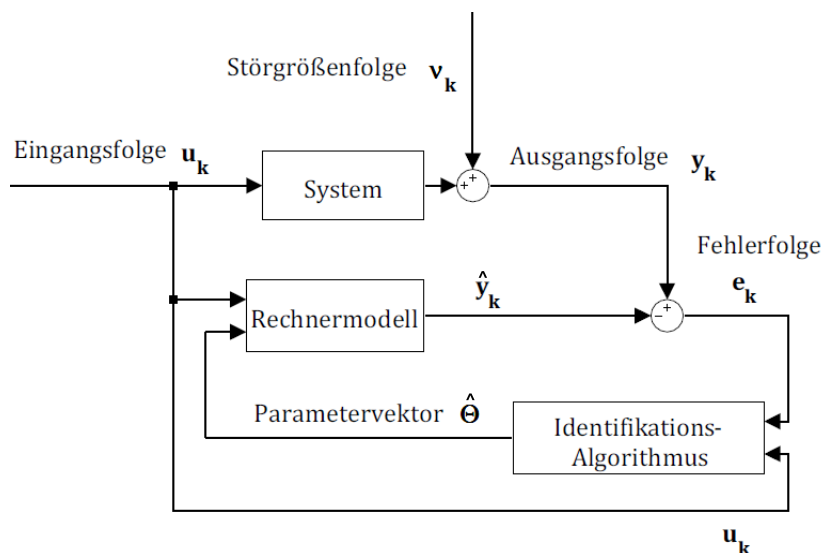


Abbildung 62: Grundlegendes Schema zur Systemidentifikation

Das grundlegende Modell ist linear im zu schätzenden Parametervektor  $\Theta$  (vergleiche (4.12) in [3]), es wird daher für den *vektorwertigen* Messwert  $y_k(\Theta)$  der folgende

Prädiktor angesetzt:

$$\hat{\mathbf{y}}_k(\boldsymbol{\Theta}) = \boldsymbol{\varphi}_k^T \boldsymbol{\Theta} \quad (246)$$

Der Parametervektor  $\boldsymbol{\Theta}$  fasst alle relevanten  $p$  Parameter des Modells zu einem Spaltenvektor zusammen

$$\boldsymbol{\Theta} = [ \theta_1 \quad \theta_2 \quad \dots \quad \theta_p ]^T, \quad (247)$$

im Vektor  $\boldsymbol{\varphi}$  werden, entsprechend dem zugrundeliegenden Modell die Folgen der Ein- und Ausgangsgröße zusammengefasst. Betrachtet man beispielsweise die simple skalare Differenzgleichung

$$y_k = ay_{k-1} + bu_k$$

erhält man mit

$$\boldsymbol{\varphi} = \begin{bmatrix} y_{k-1} \\ u_k \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\Theta} = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$$

eine Gleichung der Struktur (246).

Für den allgemeinen Fall einer vektorwertigen Messgröße

$$\mathbf{y} = [ y_1 \quad y_2 \quad \dots \quad y_m ]^T \quad (248)$$

lautet das Gütekriterium (vergleiche Gleichung (7.45) in [3])

$$V(\boldsymbol{\Theta}) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \|\mathbf{y}_k - \boldsymbol{\varphi}_k^T \boldsymbol{\Theta}\|^2. \quad (249)$$

Die Anzahl der aufgenommenen Messwerte  $\mathbf{y}_k$  beträgt hierbei  $N$ .

Der Schätzer, der den Wert des Gütekriteriums minimiert, lautet

$$\hat{\boldsymbol{\Theta}} = \left[ \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \boldsymbol{\varphi}_k \boldsymbol{\varphi}_k^T \right]^{-1} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \boldsymbol{\varphi}_k \mathbf{y}_k^T. \quad (250)$$

Letztendlich ist man an den Einträgen der symmetrischen Matrizen  $\mathbf{R}_S$  und  $\mathbf{L}_\sigma$  interessiert. Die Widerstandsmatrix  $\mathbf{R}_S$  könnte auch mit einer Messung der Strangwiderstände und anschließender Transformation ermittelt werden. Da aber vermutet wird, dass die Statorasymmetrien nur einen Teil der Gründe des Drehmomentrippels doppelter Drehfeldfrequenz ausmachen, mit  $\mathbf{R}_S$  und  $\mathbf{L}_\sigma$  aber das beobachtete Phänomen trotzdem nachgebildet, oder zumindest die gewünschte Kompensation bewerkstelligt werden soll, wird diese Art der Parameterbestimmung nicht weiter verfolgt. Es handelt sich also bei  $\mathbf{R}_S$  und  $\mathbf{L}_\sigma$  nicht um rein physikalische Parameter, sondern um Größen, die, am Prüfstand eingesetzt, zu bestmöglicher Kompensation des Drehmomentrippels zweiter Ordnung führen sollen.

## 6.2 Gegebener Maschinenparametersatz

Im Herstellerkatalog [11] sind die Parameter der beiden verwendeten (baugleichen) Asynchronmaschinen angegeben, allerdings wurde hierbei von einer symmetrischen Statorwicklung ausgegangen. Die folgende Tabelle zeigt die Parameterwerte des symmetrischen Maschinenmodells.

Name	Formelzeichen	Wert	SI-Einheit
Statorwiderstand	$R_S$	3.0	$\Omega$
Rotorwiderstand	$R_R$	4.9	$\Omega$
Hauptinduktivität	$L_h$	0.2360	H
Statorstreuinduktivität	$L_{\sigma S}$	$9.5 \cdot 10^{-3}$	H
Rotorstreuinduktivität	$L_{\sigma R}$	$9.3 \cdot 10^{-3}$	H
Statorinduktivität	$L_S$	0.2455	H
Rotorinduktivität	$L_R$	0.2453	H
Streuinduktivität	$L_\sigma$	0.0184	H
Polpaarzahl	$p$	2	-

Tabelle 1: Parameter des symmetrischen Modells der Asynchronmaschine

All diese Parameter müssen für die entworfenen Kompensationsmethoden nicht mehr identifiziert werden. Für den Statorwiderstand wird in der Simulation und am Prüfstand anstatt des im Herstellerkatalog [11] angegebenen Wertes von  $R_S = 3.0 \Omega$  der Wert  $R_S = 4.2 \Omega$  verwendet. Dieser erhöhte Widerstandswert berücksichtigt die Widerstände der zur Anspeisung der Asynchronmaschine verwendeten Kabel.

## 6.3 Parameteridentifikation des Gesamtsystems

Ausgangspunkt der folgenden Betrachtungen ist das Modell mit asymmetrischen Statorwicklungsimpedanzen im Statorkoordinatensystem, beschrieben durch (90) und (91). Formt man (90) um zu

$$\frac{d\mathbf{i}_S^S}{dt} = \mathbf{L}_\sigma^{-1} \left[ -\mathbf{R}_S - \frac{L_h^2 R_R}{L_R^2} \mathbf{E} \right] \mathbf{i}_S^S + \mathbf{L}_\sigma^{-1} \left[ \frac{L_h R_R}{L_R} \mathbf{E} - \mathbf{j} \omega \frac{L_h}{L_R} \right] \Psi_R^S + \mathbf{L}_\sigma^{-1} \mathbf{u}_S^S \quad (251)$$

kann man, unter der Voraussetzung, dass  $\omega_{\text{mech}}$  - die mechanische Winkelgeschwindigkeit - konstant ist und, da Gleichung (2)

$$\omega = p \omega_{\text{mech}}$$

gilt, auch die elektrische Winkelgeschwindigkeit der Maschine konstant ist, die Asynchronmaschine als Lineares Zeitinvariantes System (LZI) der Form

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \quad (252)$$

betrachten:

$$\begin{bmatrix} \frac{d\mathbf{i}_S^S}{dt} \\ \frac{d\Psi_R^S}{dt} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{L}_\sigma^{-1} \left[ -\mathbf{R}_S - \frac{L_h^2 R_R}{L_R^2} \mathbf{E} \right] & \mathbf{L}_\sigma^{-1} \left[ \frac{L_h R_R}{L_R} \mathbf{E} - \mathbf{j} \omega \frac{L_h}{L_R} \right] \\ \frac{L_h R_R}{L_R} \mathbf{E} & \frac{R_R}{L_R} \mathbf{E} - \mathbf{j} \omega \end{bmatrix}}_{=\mathbf{A}} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_S^S \\ \Psi_R^S \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{L}_\sigma^{-1} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}} \mathbf{u}_S^S, \quad (253)$$

wobei der Zustandsvektor  $\mathbf{x}$  aus

$$\mathbf{x} = \left[ i_{S\alpha} \quad i_{S\beta} \quad \Psi_{R\alpha} \quad \Psi_{R\beta} \right]^T \quad (254)$$

besteht, und

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_S^S. \quad (255)$$

$i_{S\alpha}$  und  $i_{S\beta}$  werden aus den gemessenen Strangsströmen berechnet, der Fluss wird nicht direkt gemessen, sondern mit dem in der Feldorientierten Regelung vorhandenen Beobachter geschätzt.

Um eine Parameterschätzung durchführen zu können, benötigt man ein zeitdiskretes mathematisches Modell, somit muss aus dem zeitkontinuierlichen Modell (252) ein zeitdiskretes Modell gebildet werden (siehe [5]):

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}_d \mathbf{x}_k + \mathbf{B}_d \mathbf{u}_k \quad (256)$$

Gleichung (256) ist eine vektorwertige, lineare Differenzgleichung. Die Einträge der Matrizen  $\mathbf{A}_d$  und  $\mathbf{B}_d$  können, bei Vorhandensein einer ausreichend großen Anzahl an Messwerten, mithilfe des Schätzers (250) ermittelt werden. Hierzu definiert man

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{x}_{k+1} \quad , \quad \Theta = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_d \\ \mathbf{B}_d \end{bmatrix} \quad , \quad \varphi = \begin{bmatrix} x_k \\ u_k \end{bmatrix}. \quad (257)$$

Aus den geschätzten Werten  $\hat{\mathbf{A}}_d$  und  $\hat{\mathbf{B}}_d$  kann nun auf die Dynamikmatrix  $\mathbf{A}$  und die Eingangsmatrix  $\mathbf{B}$  des zeitkontinuierlichen Modells (252) zurückgerechnet werden, dies erfolgt mit der MATLAB-funcion *d2c*. Man erhält eine geschätzte Dynamikmatrix  $\hat{\mathbf{A}}$  und eine geschätzte Eingangsmatrix  $\hat{\mathbf{B}}$ . Aus  $\hat{\mathbf{B}}$  erhält man ohne Umschweife den Schätzwert  $\hat{\mathbf{L}}_\sigma^{-1}$  (siehe Gleichung (253)) und somit  $\hat{\mathbf{L}}_\sigma$ , da die Parameter  $L_h$ ,  $L_R$  und  $R_R$  bekannt sind, kann aus dem (matrixwertigen) Eintrag links oben von  $\hat{\mathbf{A}}$  (bezeichnet als  $\hat{\mathbf{A}}_{11}$ ) auf den Schätzwert  $\hat{\mathbf{R}}_S$  geschlossen werden:

$$\hat{\mathbf{R}}_S = -\hat{\mathbf{L}}_\sigma \hat{\mathbf{A}}_{11} - \frac{L_h^2 R_R}{L_R^2} \mathbf{E} \quad (258)$$

Um eine *fortdauernde Anregung*, unter der das zu identifizierende System seine Eigenschaften zeigen kann, zu gewährleisten, wurde nach Ausprobieren in der Simulation die Vorgabe eines Soll Drehmomentverlaufs mit verschiedenen Sprüngen an den FOC-Algorithmus als geeignete Anregung befunden. Zur Parameteridentifikation in der Simulation und am Prüfstand wurde der in Abbildung 63 gezeigte Drehmomentverlauf vorgegeben.



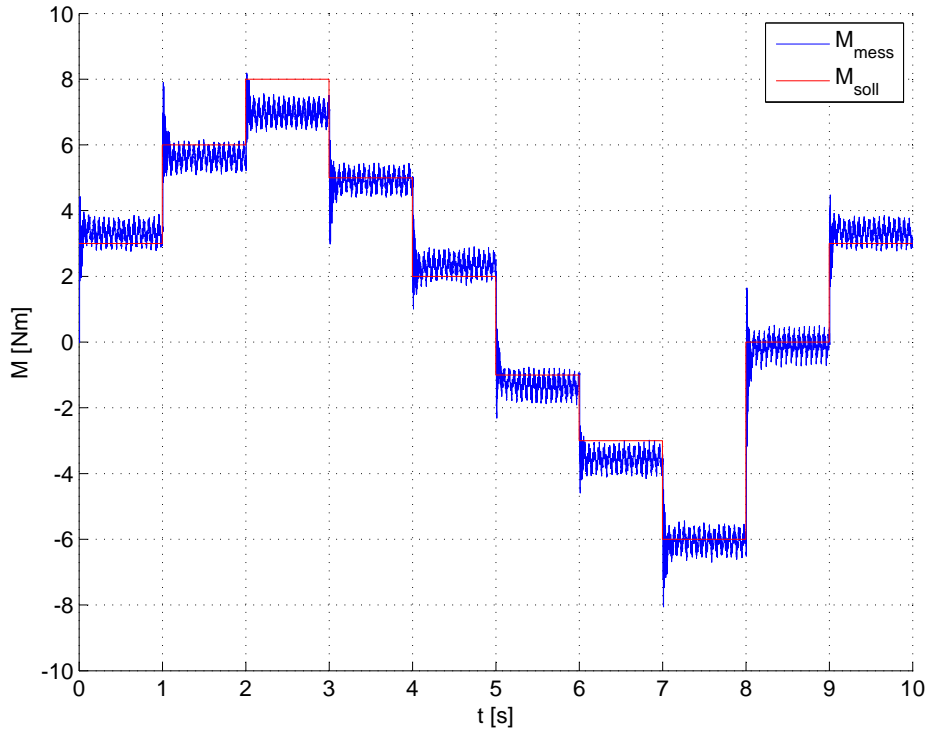


Abbildung 63: Zur Parameteridentifikation vorgegebener Solldrehmomentverlauf und gemessener Drehmomentverlauf

Beispielhaft wurden, wie auch in den vorangegangenen Simulationsstudien, folgende Werte für die Widerstandsmatrix und die Induktivitätsmatrix verwendet:

$$\mathbf{R}_S = \begin{bmatrix} 7.3500 & -0.6062 \\ -0.6062 & 5.2500 \end{bmatrix} \Omega \quad \mathbf{L}_\sigma = \begin{bmatrix} 0.0107 & -0.0012 \\ -0.0012 & 0.0168 \end{bmatrix} \text{H}. \quad (259)$$

In der Simulation, wo einerseits das Modell, das die simulierten Messwerte liefert exakt gleich dem Modell, das dem Schätzverfahren zugrundeliegt, ist, und andererseits keinerlei Rauschen auftritt und die Drehzahl auch tatsächlich absolut konstant ist, liefert diese Methode hervorragende Resultate. Es wurde eine Simulationsdauer von 10s eingestellt. Verwendet man beispielsweise bei einer Drehzahl von  $1500 \frac{1}{\text{min}}$  einen Drehmomentsollverlauf wie in Abbildung 63 dargestellt als Anregung, erhält man folgende Schätzwerte:

$$\hat{\mathbf{R}}_S = \begin{bmatrix} 7.3427 & -0.4358 \\ -0.7786 & 5.2489 \end{bmatrix} \Omega \quad \hat{\mathbf{L}}_\sigma = \begin{bmatrix} 0.0107 & -0.0012 \\ -0.0012 & 0.0168 \end{bmatrix} \text{H}. \quad (260)$$

Diese Matrizen sind zwar nicht exakt symmetrisch aufgebaut, die Abweichungen von der Symmetrie sind aber vernachlässigbar klein. Auch bei anderen Drehzahlen liefert der Algorithmus ebenso genaue Schätzwerte. Selbst wenn man Messrauschen in der Simulation mitbetrachtet, sind die geschätzten Werte noch immer nahe genug an den tatsächlichen Werten, um eine deutliche Kompensation des Drehmomentrippels dopleter Drehfeldfrequenz zu bewirken.

Addiert man in der Simulation ein mittelwertfreies weißes Rauschen mit Varianz

$\sigma = 0.005A^2$  zu den Statorströmen, erhält man nach Durchlaufen des Identifikationsalgorithmus die Schätzwerte

$$\hat{\mathbf{R}}_S = \begin{bmatrix} 7.3107 & -1.9673 \\ 1.9563 & 5.4996 \end{bmatrix} \Omega \quad \hat{\mathbf{L}}_\sigma = \begin{bmatrix} 0.0056 & -0.0009 \\ -0.0009 & 0.0082 \end{bmatrix} \text{H}. \quad (261)$$

Nun sind zwar schon deutliche Abweichungen zwischen wahrem und geschätzten Wert, zu sehen, in der Simulation mit Kompensation zu Einsatz gebracht, ist die Dämpfung des Drehmomentrippels bei verschiedenen Drehzahlen und Drehmomenten aber immer noch sehr zufriedenstellend.

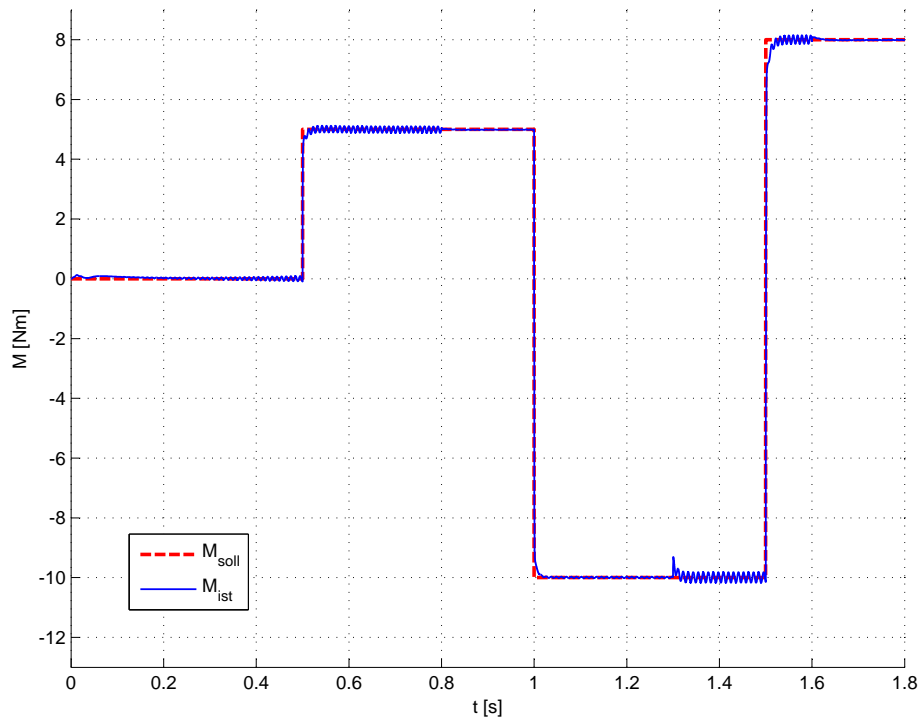


Abbildung 64: Verlauf des simulierten Drehmoments bei  $n = 1500 \frac{1}{\text{min}}$  und sprunghaftem Soll Drehmoment unter Einsatz der Kompensation mit Parametern, die bei verrauschten Statorströmen geschätzt wurden, bei unverrauschten Statorströmen

In der Simulation, die zu den Ergebnissen in Abbildung 64 führt, wurde ein Soll-drehmomentverlauf mit sprunghaftigen Änderungen vorgegeben. Die Kompensation wurde bei 0.8s ein-, bei 1.3s ausgeschaltet und bei 1.6s wieder eingeschaltet. Nun addiert man auch in der Simulation, in der die Kompensation mit den unter verrauschten Strömen ermittelten Parametern zum Einsatz kam, ein mittelwertfreies weißes Rauschen mit Varianz  $\sigma = 0.005A^2$  zu den Statorströmen. Wie in den Simulationsergebnissen in Abbildung 65 zu sehen, zeigt die Kompensation noch immer zufriedenstellende Resultate.

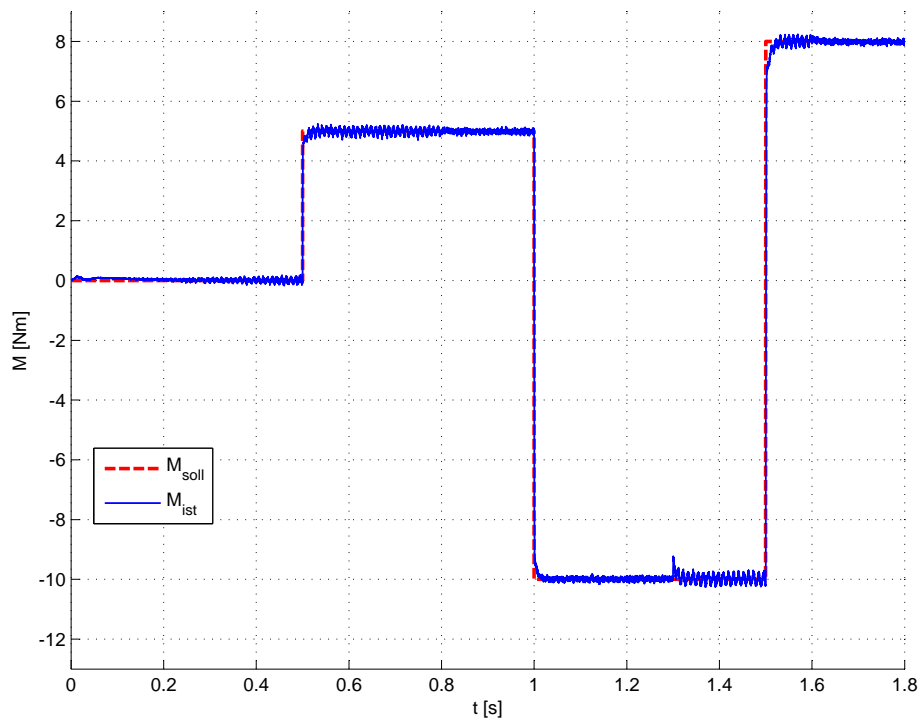


Abbildung 65: Verlauf des Drehmoments in der Simulation bei  $n = 1500 \frac{1}{\text{min}}$  und sprungförmigem Soll Drehmoment unter Einsatz der Kompensation mit Parametern, die bei verrauschten Statorströmen geschätzt wurden, bei ebenfalls verrauschten Statorströmen

In der Praxis aber versagt der hier beschriebene Algorithmus vollkommen. Egal was man als Drehmomentsollverlauf vorgibt, die berechneten Schätzwerte von  $\mathbf{R}_S$  und  $\mathbf{L}_\sigma$  bewirken mit keiner der entwickelten Kompensationsmethoden eine Dämpfung des Drehmomentrippels zweiter Ordnung.

Für das Scheitern dieses Identifikationsalgorithmus im praktischen Einsatz ist vermutlich der folgende Umstand verantwortlich:

Man schätzt mit dieser Methode mehr als tatsächlich notwendig ist (die Parameter der Matrix  $\mathbf{A}$  sind zu einem Großteil bereits bestimmt, siehe Gleichung (253) und Punkt 6.2). Es ist also ein Identifikationsschema gewünscht, das die zur Kompensation benötigten Matrizen  $\mathbf{R}_S$  und  $\mathbf{L}_\sigma$  "direkter" zu schätzen vermag.

## 6.4 Parameteridentifikation mit Statorstromdifferentialgleichung

Um nun weniger bereits identifizierte Parameter mitzuschätzen wird bei den nachfolgend entwickelten Schätzverfahren statt dem kompletten Modell der Asynchronmaschine - dieses besteht bei konstant angenommener Drehzahl aus vier Differentialgleichungen, es ist also ein Modell vierter Ordnung - ein Modell zweiter Ordnung verwendet. Ausgangspunkt hierzu ist die Statorstromdifferentialgleichung im SKS

(90)

$$\frac{d\mathbf{i}_S^S}{dt} = \mathbf{L}_\sigma^{-1} \left[ -\mathbf{R}_S \mathbf{i}_S^S + \mathbf{u}_S^S - \mathbf{j}\omega \frac{L_h}{L_R} \Psi_R^S - \frac{L_h R_R}{L_R^2} (L_h \mathbf{i}_S^S - \Psi_R^S) \right],$$

schreibt man diese als

$$\frac{d\mathbf{i}_S^S}{dt} = \mathbf{L}_\sigma^{-1} \left[ -\mathbf{R}_S - \frac{L_h^2 R_R}{L_R^2} \mathbf{E} \right] \mathbf{i}_S^S + \mathbf{L}_\sigma^{-1} \left[ \frac{L_h R_R}{L_R} \mathbf{E} - \mathbf{j}\omega \frac{L_h}{L_R} \right] \Psi_R^S + \mathbf{L}_\sigma^{-1} \mathbf{u}_S^S,$$

so kann  $\Psi_R^S$  als Eingangsgröße in das System 2. Ordnung, dessen Zustandsvektor der Statorstrom ist, betrachtet werden. Somit gilt:

$$\frac{d\mathbf{i}_S^S}{dt} = \mathbf{L}_\sigma^{-1} \left[ -\mathbf{R}_S - \frac{L_h^2 R_R}{L_R^2} \mathbf{E} \right] \mathbf{i}_S^S + \left[ \mathbf{L}_\sigma^{-1} \quad \mathbf{L}_\sigma^{-1} \left( \frac{L_h R_R}{L_R} \mathbf{E} - \mathbf{j}\omega \frac{L_h}{L_R} \right) \right] \begin{bmatrix} \mathbf{u}_S^S \\ \Psi_R^S \end{bmatrix}. \quad (262)$$

Man erhält wieder ein LZI-System der Form (252)

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}$$

mit dem Zustandsvektor

$$\mathbf{x} = \mathbf{i}_S^S \quad (263)$$

und der Eingangsgröße

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_S^S \\ \Psi_R^S \end{bmatrix}. \quad (264)$$

Man geht wieder gleich vor wie schon unter Punkt 6.3, das heißt man bildet ausgehend vom linearen, zeitinvarianten und zeitdiskreten System (256)

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}_d \mathbf{x}_k + \mathbf{B}_d \mathbf{u}_k$$

mit der Definition (257) die Schätzwerte  $\hat{\mathbf{A}}_d$  und  $\hat{\mathbf{B}}_d$ , rechnet von diesen mit der MATLAB-function *c2d* auf die geschätzten Parameter  $\hat{\mathbf{A}}$  und  $\hat{\mathbf{B}}$  des zeitkontinuierlichen Modells (252). Aus  $\hat{\mathbf{B}}$  kann wieder  $\hat{\mathbf{L}}_\sigma^{-1}$  direkt abgelesen werden. Mittels

$$\hat{\mathbf{R}}_S = -\hat{\mathbf{L}}_\sigma \hat{\mathbf{A}} - \frac{L_h^2 R_R}{L_R^2} \mathbf{E} \quad (265)$$

erhält man den Schätzwert für  $\mathbf{R}_S$ . Auch diese Identifikationsmethode funktioniert in der Simulation einwandfrei. Es wird wiederum ein Solldrehmomentverlauf mit sprunghörmigen Änderungen verwendet um eine ausreichende Anregung des Systems zu gewährleisten.

Auch unter Messrauschen können in der Simulation die Parameter ausreichend genau geschätzt werden.

In der Anwendung am Prüfstand war aber auch dieser Algorithmus nicht in der Lage, Schätzwerte  $\hat{\mathbf{R}}_S$  und  $\hat{\mathbf{L}}_\sigma$  zu berechnen, die zur Kompensation des Drehmomentrippels zweiter Ordnung führen.

Da bekannt ist, dass am Prüfstand die Drehzahl bei sprunghörmigen Änderungen des

Drehmoments trotz Drehzahlregler nicht konstant bleibt, bestand zuerst die Vermutung, dass diese Drehzahlschwankungen am Scheitern des Identifikationsalgorithmus schuld sind. Es wurde daher eine Modifikation vorgenommen, mit der der Algorithmus in der Lage sein sollte, mit Drehzahlschwankungen umzugehen:

Ausgehend von der Statorstromdifferentialgleichung im SKS (90)

$$\frac{d\mathbf{i}_S^S}{dt} = \mathbf{L}_\sigma^{-1} \left[ -\mathbf{R}_S \mathbf{i}_S^S + \mathbf{u}_S^S - \mathbf{j}\omega \frac{L_h}{L_R} \Psi_R^S - \frac{L_h R_R}{L_R^2} (L_h \mathbf{i}_S^S - \Psi_R^S) \right],$$

wird diese umgeformt zu

$$\frac{d\mathbf{i}_S^S}{dt} = \underbrace{\left[ \mathbf{L}_\sigma^{-1} \mathbf{R}_S - \mathbf{L}_\sigma^{-1} \frac{L_h^2 R_R}{L_R^2} \right]}_{\mathbf{A}_1} \mathbf{i}_S^S + \underbrace{\mathbf{L}_\sigma^{-1} \frac{L_h R_R}{L_R^2}}_{\mathbf{A}_2} \Psi_R^S - \underbrace{\mathbf{L}_\sigma^{-1} \mathbf{j} \frac{L_h}{L_R}}_{\mathbf{A}_3} \underbrace{\omega \Psi_R^S}_{\Gamma^S} + \mathbf{L}_\sigma^{-1} \mathbf{u}_S^S. \quad (266)$$

Zusammengefasst zu

$$\frac{d\mathbf{i}_S^S}{dt} = \mathbf{A}_1 \mathbf{i}_S^S + \begin{bmatrix} \mathbf{L}_\sigma^{-1} & \mathbf{A}_2 & \mathbf{A}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_S^S \\ \Psi_R^S \\ \Gamma^S \end{bmatrix}. \quad (267)$$

Betrachtet man den Statorstrom wieder als Zustandsvektor, das heißt  $\mathbf{x} = \mathbf{i}_S^S$  und wählt als Eingangsgröße

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_S^S \\ \Psi_R^S \\ \Gamma^S \end{bmatrix} \quad (268)$$

kann (267) als LZI-System der Form (252)

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}$$

betrachtet werden. Die weitere Vorgehensweise ab hier entspricht der ab Gleichung (256), letztendlich kann aus der geschätzten Eingangsmatrix  $\hat{\mathbf{B}}$  die geschätzte Inverse der Impedanzmatrix, also  $\hat{\mathbf{L}}_\sigma^{-1}$  und somit  $\hat{\mathbf{L}}_\sigma$  gewonnen werden. Mit

$$\hat{\mathbf{R}}_S = -\hat{\mathbf{L}}_\sigma \hat{\mathbf{A}} - \frac{L_h^2 R_R}{L_R^2} \mathbf{E} \quad (269)$$

errechnet man den Schätzwert für  $\mathbf{R}_S$ .

Auch dieser Identifikationsalgorithmus funktioniert in der Simulation, selbst wenn starke Drehzahlvariationen zugelassen werden, versagt aber wieder in der praktischen Anwendung am Prüfstand. Die dort auf diese Art und Weise gefundenen Schätzwerte bewirken keinerlei Kompensation des Drehmomentrippels mit doppelter Drehfeldfrequenz, unabhängig davon, welche Kompensationsmethode zum Einsatz kommt. Es verbleibt der Wunsch nach etwas Simplerem, etwas das *ohne Berücksichtigung von Dynamik* auskommt. Es wird daher im folgenden Kapitel eine Idee zur Parameteridentifikation herangezogen, die schon bei der Entwicklung von Kompensationsmethoden von großem Nutzen war.

## 6.5 Parameteridentifikation unter Annahme eines eingeschwungenen Statorstroms

Dieser Ansatz zur Parameteridentifikation geht von der Annahme aus, dass die zeitlichen Ableitungen der Statorströme im RFKS betrachtet gleich Null sind. Bei Vorhandensein von Statorwicklungsasymmetrien und Einsatz der Feldorientierten Regelung ist diese Annahme falsch!

Dennoch können damit in der Simulation Schätzwerte gewonnen werden, die eine erstaunlich gute Kompensation des Drehmomentrippels mit doppelter Drehfeldfrequenz bewirken. Aus der Statorstromdifferentialgleichung im RFKS (104)

$$\frac{d\mathbf{i}_S^{\Psi_R}}{dt} = (\mathbf{L}_\sigma^{\Psi_R})^{-1} \left[ -\mathbf{R}_S^{\Psi_R} \mathbf{i}_S^{\Psi_R} + \mathbf{u}_S^{\Psi_R} - \left( \omega + \frac{d\rho}{dt} \right) \mathbf{L}_\sigma^{\Psi_R} \mathbf{j} \mathbf{i}_S^{\Psi_R} - \mathbf{j} \omega \frac{L_h}{L_R} \Psi_R^{\Psi_R} - \frac{L_h}{L_R} \frac{R_R}{L_R} (L_h \mathbf{i}_S^{\Psi_R} - \Psi_R^{\Psi_R}) \right]$$

ergibt sich durch Nullsetzen der zeitlichen Ableitung

$$\mathbf{0} = (\mathbf{L}_\sigma^{\Psi_R})^{-1} \left[ -\mathbf{R}_S^{\Psi_R} \mathbf{i}_S^{\Psi_R} + \mathbf{u}_S^{\Psi_R} - \left( \omega + \frac{d\rho}{dt} \right) \mathbf{L}_\sigma^{\Psi_R} \mathbf{j} \mathbf{i}_S^{\Psi_R} - \mathbf{j} \omega \frac{L_h}{L_R} \Psi_R^{\Psi_R} - \frac{L_h}{L_R} \frac{R_R}{L_R} (L_h \mathbf{i}_S^{\Psi_R} - \Psi_R^{\Psi_R}) \right]$$

und daraus

$$\mathbf{0} = -\mathbf{R}_S^{\Psi_R} \mathbf{i}_S^{\Psi_R} + \mathbf{u}_S^{\Psi_R} - \left( \omega + \frac{d\rho}{dt} \right) \mathbf{L}_\sigma^{\Psi_R} \mathbf{j} \mathbf{i}_S^{\Psi_R} - \mathbf{j} \omega \frac{L_h}{L_R} \Psi_R^{\Psi_R} - \frac{L_h}{L_R} \frac{R_R}{L_R} (L_h \mathbf{i}_S^{\Psi_R} - \Psi_R^{\Psi_R}) . \quad (270)$$

Die Kompensationsspannungen der Feldorientierten Regelung (115) und (116)

$$u_{Sd, \text{komp}} = \left( \omega + \frac{R_R}{L_R} \frac{L_h i_{Sq}}{\Psi_R} \right) L_\sigma i_{Sq} - \frac{L_h}{L_R} \frac{R_R}{L_R} (L_h i_{Sd} - \Psi_R)$$

$$u_{Sq, \text{komp}} = \left( \omega + \frac{R_R}{L_R} \frac{L_h i_{Sq}}{\Psi_R} \right) \left( L_\sigma i_{Sd} + \frac{L_h}{L_R} \Psi_R \right)$$

zusammengefasst in Vektorschreibweise lauten;

$$\begin{bmatrix} u_{Sd, \text{komp}} \\ u_{Sq, \text{komp}} \end{bmatrix} = \frac{L_h R_R}{L_R^2} \begin{bmatrix} i_{Sd} \\ i_{Sq} \end{bmatrix} - \left( \frac{L_h R_R}{L_R^2} + \frac{L_h}{L_R} \omega \right) \begin{bmatrix} \Psi_R \\ 0 \end{bmatrix} \quad (271)$$

$$\mathbf{u}_{s, \text{komp}}^{\Psi_R} = \left[ (\mathbf{R}_S^{\Psi_R} - R_S \mathbf{E}) + \left( \omega + \frac{d\rho}{dt} \right) (\mathbf{L}_\sigma^{\Psi_R} - L_\sigma \mathbf{E}) \mathbf{j} + \frac{L_h^2 R_R}{L_R^2} \mathbf{E} \right] \mathbf{i}_S^{\Psi_R} - \mathbf{K}^{\Psi_R} \Psi_R^{\Psi_R} . \quad (272)$$

Setzt man dies in (270) ein, ergibt sich

$$\mathbf{0} = -\mathbf{R}_S^{\Psi_R} \mathbf{i}_S^{\Psi_R} + \left( \omega + \frac{d\rho}{dt} \right) (L_\sigma \mathbf{E} - \mathbf{L}_\sigma) \mathbf{j} \mathbf{i}_S^{\Psi_R} + \mathbf{u}_{S,i}^{\Psi_R} . \quad (273)$$

Unter Einführung folgender Abkürzungen

$$\theta = \varphi + \rho \quad (274)$$

$$\dot{\theta} = \omega + \dot{\rho} \quad (275)$$

und mit (30) und (33) kann (273) über

$$-\mathbf{D}\mathbf{R}_S^{\Psi_R}\mathbf{D}^{-1}\mathbf{i}_S^S + \dot{\theta}\mathbf{D}(L_\sigma\mathbf{E} - \mathbf{L}_\sigma^{\Psi_R})\mathbf{D}^{-1}\mathbf{j}\mathbf{i}_S^S + \mathbf{D}\mathbf{D}^{-1}\mathbf{u}_S^S = \mathbf{0} \quad (276)$$

ins SKS transformiert werden:

$$\mathbf{R}_S\mathbf{i}_S^S + \dot{\theta}(L_\sigma\mathbf{E} - \mathbf{L}_\sigma)\mathbf{j}\mathbf{i}_S^S + \mathbf{u}_{S,i}^S = \mathbf{0} . \quad (277)$$

Umgeformt zu

$$\mathbf{u}_{S,i}^S + \dot{\theta}L_\sigma\mathbf{j}\mathbf{i}_{S,i}^S = \mathbf{R}_S\mathbf{i}_S^S + \dot{\theta}\mathbf{L}_\sigma\mathbf{i}_S^S \quad (278)$$

und zeilenweise angeschrieben erhält man

$$\underbrace{u_{S\alpha,i} - \dot{\theta}L_\sigma i_{S\beta}}_{\tilde{u}_{S\alpha}} = R_{S\alpha}i_{S\alpha} + R_{S\alpha\beta}i_{S\beta} - \dot{\theta}L_{\sigma\alpha}i_{S\beta} + \dot{\theta}L_{\sigma\alpha\beta}i_{S\alpha} \quad (279)$$

$$\underbrace{u_{S\beta,i} + \dot{\theta}L_\sigma i_{S\alpha}}_{\tilde{u}_{S\beta}} = R_{S\alpha\beta}i_{S\alpha} + R_{S\beta}i_{S\beta} - \dot{\theta}L_{\sigma\alpha}i_{S\beta} + \dot{\theta}L_{\sigma\beta}i_{S\alpha} . \quad (280)$$

Die Gleichungen (279) und (280) können zusammengefasst in der Form (246)

$$\hat{\mathbf{y}}_k(\Theta) = \varphi_k^T \Theta$$

angeschrieben werden

$$\begin{bmatrix} \tilde{u}_{S\alpha} \\ \tilde{u}_{S\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{S\alpha} & 0 & i_{S\beta} & -\dot{\theta}i_{S\beta} & 0 & -\dot{\theta}i_{S\alpha} \\ 0 & i_{S\alpha} & i_{S\beta} & 0 & \dot{\theta}i_{S\alpha} & -\dot{\theta}i_{S\beta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{S\alpha} \\ R_{S\beta} \\ R_{S\alpha\beta} \\ L_{S\alpha} \\ L_{S\beta} \\ L_{S\alpha\beta} \end{bmatrix} \quad (281)$$

und so kann man mit dem LS-Schätzer (250) den Schätzwert für die Einträge der Matrizen  $\mathbf{R}_S$  und  $\mathbf{L}_\sigma$  errechnen. Weiters ist mit dieser Methode die Symmetrie von  $\mathbf{R}_S$  und  $\mathbf{L}_\sigma$  sichergestellt und es kann mit etwaigen Drehzahlschwankungen umgegangen werden. Setzt man diesen Identifikationsalgorithmus in der Simulation ein, so zeigen die geschätzten Werte  $\hat{\mathbf{R}}_S$  und  $\hat{\mathbf{L}}_\sigma$  deutliche Abweichungen von den wahren Werten  $\mathbf{R}_S$  und  $\mathbf{L}_\sigma$ , bringen aber beim Einsatz der Kompensationsmethode "Kompensation der Statorwicklungsasymmetrien" dennoch gute Resultate.

Auch wenn man den am Prüfstand aufgenommenen Drehmomentverlauf in der Simulation statt konstantem Drehmoment verwendet und zu den Statorströmen ein mittelwertfreies weißes Rauschen mit Varianz  $\sigma = 0.005\text{A}^2$  addiert, ist der Algorithmus in der Lage Werte für die Matrizen  $\mathbf{R}_S$  und  $\mathbf{L}_\sigma$  zu berechnen, die eine deutliche

Dämpfung des Drehmomentrippels doppelter Drehfeldfrequenz in der Simulation bewerkstelligen. Für die zur Simulation eingesetzten Parameter

$$\mathbf{R}_S = \begin{bmatrix} 7.3500 & -0.6062 \\ -0.6062 & 5.2500 \end{bmatrix} \Omega \quad \mathbf{L}_\sigma = \begin{bmatrix} 0.0107 & -0.0012 \\ -0.0012 & 0.0168 \end{bmatrix} \text{H} \quad (282)$$

werden so die Schätzwerte

$$\hat{\mathbf{R}}_S = \begin{bmatrix} 8.0511 & -0.3862 \\ -0.3862 & 6.7215 \end{bmatrix} \Omega \quad \hat{\mathbf{L}}_\sigma = \begin{bmatrix} 0.0155 & -0.0035 \\ -0.0035 & 0.0060 \end{bmatrix} \text{H} \quad (283)$$

gefunden, diese weisen deutliche Abweichung von den wahren Parameterwerten auf. Dennoch, sogar mit diesen ungenauen Schätzwerten und bei verrauschten Statorströmen kann bei Einsatz der Kompensation in der Simulation eine gute Dämpfung des Drehmomentrippels zweiter Ordnung erzielt werden. Abbildung 66 zeigt beispielhaft den Verlauf des simulierten Drehmoments bei aus- und eingeschalteter Kompensation.

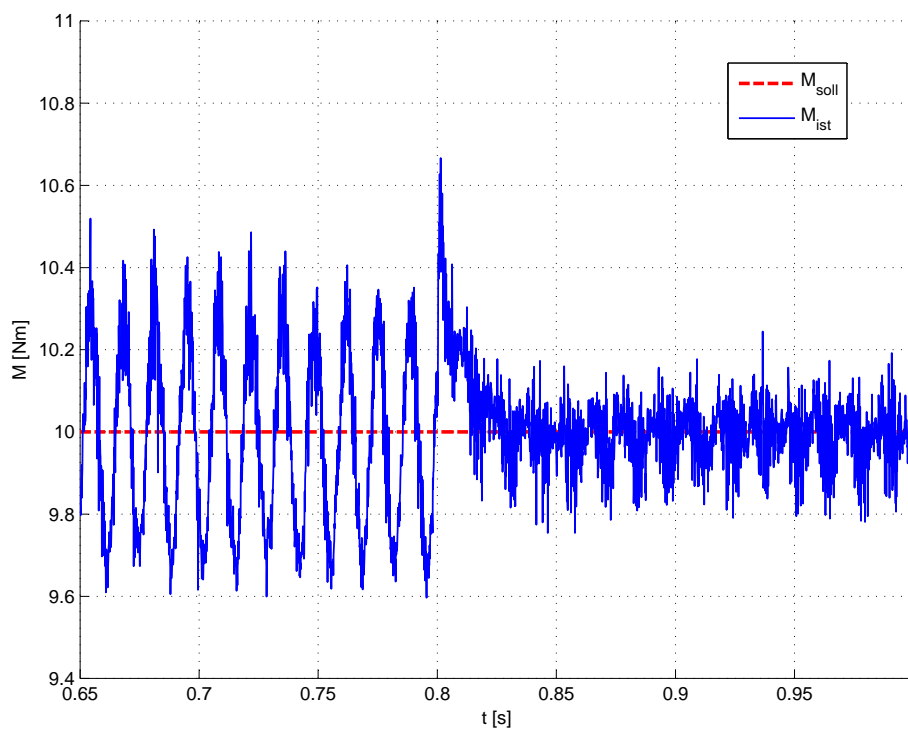


Abbildung 66: Verlauf des Drehmoments in der Simulation bei  $n = 1000 \frac{1}{\text{min}}$  unter Einsatz der Kompensation mit Parametern, die bei verrauschten Statorströmen geschätzt wurden, bei ebenfalls verrauschten Statorströmen

Am Prüfstand zur Parameteridentifikation eingesetzt, kann also mit den so gewonnenen Schätzwerten  $\hat{\mathbf{R}}_S$  und  $\hat{\mathbf{L}}_\sigma$ , ebenfalls mit der Kompensationsmethode "Kompensation der Statorwicklungsasymmetrien" eine gute Dämpfung des Drehmomentrippels mit doppelter Drehfeldfrequenz erzielt werden, und das für verschiedene Drehzahl-Drehmomentkombinationen. Abbildung 67 zeigt das Verhältnis der Fourier-Koeffizienten



des Drehmomentrippels bei doppelter Drehzahlfrequenz im kompensierten und im unkompensierten Fall. Die bei dieser Messung eingesetzten Parameter

$$\mathbf{R}_S = \begin{bmatrix} 8.3885 & 0.5776 \\ 0.5776 & 8.4899 \end{bmatrix} \Omega \quad \mathbf{L}_\sigma = \begin{bmatrix} 0.0027 & -0.0001 \\ -0.0001 & -0.0029 \end{bmatrix} \text{H} \quad (284)$$

wurden bei einer Drehzahl von  $n = 1000 \frac{1}{\text{min}}$  und einem Solldrehmomentverlauf mit sprungförmigen Änderungen ermittelt, sie bringen im praktischen Einsatz für einen relativ großen Drehzahlbereich eine Reduktion des Drehmomentrippels doppelter Drehfeldfrequenz (siehe Abbildung 67). Eine Simulation mit diesen Werten ist nicht möglich, da die identifizierte Induktivitätsmatrix  $\mathbf{L}_\sigma$  nicht positiv definit ist. Dies führt zu Instabilität des Simulationsmodells (dieses kann bei konstanter Drehzahl als lineares, zeitinvariantes System betrachtet werden, dessen Dynamikmatrix für die Parameterwahl (284) zumindest einen Eigenwert mit positivem Realteil aufweist). Es wurden auch bei anderen Drehzahlen Schätzwerte der Parameter durchgeführt - hierbei wurden auch positiv definite Matrizen gefunden - die unter (284) angegebenen Parameter zeigen jedoch die verhältnismäßig beste Kompensationswirkung am Prüfstand. Wie bereits erwähnt ist es sinnvoll,  $\mathbf{R}_S$  und  $\mathbf{L}_\sigma$  nicht als rein physikalische Parameter zu betrachten, sondern als Parameter, die eine möglichst gute Kompensationswirkung bewerkstelligen sollen.

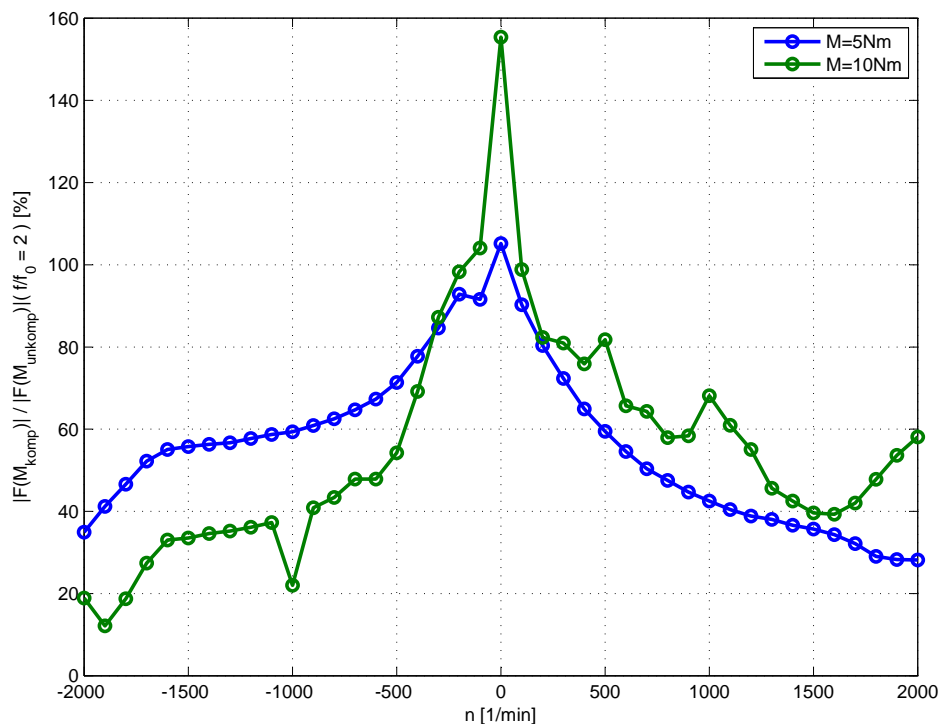


Abbildung 67: Verhältnis zwischen den Fourier-Koeffizienten des Drehmomentrippels doppelter Drehzahlfrequenz im kompensierten und unkompensierten Fall

Wie in Abbildung 67 zu sehen, ist der Einsatz der Drehmomentrippelkompensation vor allem bei größeren Drehzahlbeträgen wirkungsvoll, je geringer der Betrag

der Drehzahl, desto schlechter ist die Kompensationswirkung, es kann im schlimmsten Fall, wie bei Drehzahl  $n = 0_{\frac{1}{\min}}$ , sogar zu einer Erhöhung statt zu einer Verringerung des Drehmomentrippels doppelter Drehfeldfrequenz kommen. Die Kompensationsmethode "Kompensation der Statorwicklungsasymmetrien" funktioniert mit *diesem* identifizierten Parametersatz also bei größeren Drehzahlbeträgen. Sie sollte damit für kleine Drehzahlbeträge oder gar bei stehender Maschine nicht eingesetzt werden, da es hier durch ihren Einsatz zu einer Erhöhung statt zu einer Verringerung des Drehmomentrippels doppelter Drehfeldfrequenz kommt. Es ist jedoch möglich durch Ausprobieren für verschiedene Kompensationsmethoden Parameter zu finden, die bei kleinen Drehzahlbeträgen beziehungsweise stehender Maschine eine Dämpfung des Drehmomentrippels zweiter Ordnung bewerkstelligen, diese Kompensations-Parameter bewirken dann aber bei größeren Drehzahlbeträgen keine Dämpfung.

## Literatur

- [1] Steinhart H.: Dynamik Elektrischer Antriebe, Hochschule Aalen, Aalen, 2011
- [2] Schröder D.: Elektrische Antriebe Regelung von Antriebssystemen, 3.Auflage, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2009
- [3] Ljung L.: System Identification Theory for the User, Second Edition, PRENTICE HALL, Upper Saddle River, 1999
- [4] Gausch F., Hofer A., Schlacher K.: Digitale Regelkreise. Ein einfacher Einstieg mit dem Programm  $\mu$ LINSY, 1.Auflage Ouldenbourg, München, 1991
- [5] Horn M. Dourdoumas N.: Regelungstechnik Rechnerunterstützter Entwurf zeitkontinuierlicher und zeitdiskreter Regelkreise, Pearson Studium, München, 2003
- [6] Plotkin Y., Stiebler M., Hofmeyer D.: Sixth Torque Harmonic in PWM inverterfed induction drives and its compensation, IEEE Trans. Ind. Applicat., Vol41, Issue 4, pp.1067-1074, July-Aug. 2005 PRENTICE HALL, Upper Saddle River, 1999
- [7] Blaschke F.: Das Prinzip der Feldorientierung, die Grundlage für die Transvektor-Regelung von Asynchronmaschinen, Siemens Zeitschrift Vol. 45, Seite 757, 1971
- [8] Gausch F.: Deskriptorsysteme, Linearisierung und Entkopplung des Eingangs-Ausgangsverhaltens, Technische Universität Paderborn, Paderborn, 2006
- [9] Plotkin Y., Hanitsch R., Schaefer U.: Aus PWM-Stromrichterspeisung resultierende Drehmomentharmonische, Technische Universität Berlin, Berlin, 2007
- [10] Schwärzler C.: Entwurf und Realisierung einer Mehrgrößenregelung für Antriebsstrangprüfstände, Masterarbeit, Institut für Regelungs- und Automatisierungstechnik Technische Universität Graz, Graz 2010
- [11] Firma LENZE: Servomotoren de 04/2008, Seite 142, Aerzen 2008, [www.lenze.com](http://www.lenze.com)

## A Komponenten des Antriebsstrangprüfstands

Entnommen aus [10], aktualisiert.

Mechanischer Aufbau:

- Asynchronmotoren: Hersteller: LENZE<sup>®</sup>, Typ: MCA14L16
- Drehmomentsensor: Hersteller: HBM<sup>®</sup>, Typ: T22/50NM
- Inkrementalgeber: Hersteller: Haidenhain<sup>®</sup>, Typ: ECN 113

dSPACE Echtzeitsystem:

- CPU: Hersteller: dSPACE<sup>®</sup>, Typ DS1006
- Zusatzmodule:
  - DS2502: Motor Control Solution (2 Stück)
  - DS3002: Incremental Encoder (1 Stück)
- Verbindung zu PC: Ethernet

Umrichter:

- Modul: Hersteller: Semikron<sup>®</sup>, Typ: SKHI 23/12 (R)
- IGBT: Hersteller: Semikron<sup>®</sup>, Typ: SKM 75GB123D

## B Abkürzungen

DFT .....	Discrete Fourier Transform
SKS .....	Statorkoordinatensystem
RFKS .....	Rotorflusskoordinatensystem
RKS .....	Rotorkoordinatensystem
RZ .....	Raumzeiger
FOC .....	Field Oriented Control
FKL .....	Frequenzkennlinie
LS .....	Least Squares

## C Variablenübersicht

Folgende Auflistung enthält nur die wichtigsten Variablen, die Bedeutung hier nicht angeführter Größen ist bei ihrem Einsatz erläutert.

$\underline{z}_W^K$	.....	Raumzeiger der Wicklungsgruppe $W$ im Koordinatensystem $K$
$\mathbf{z}_W^K$	.....	RZ der Wicklungsgr. $W$ im Koordinatensys. $K$ , vektorielle Schreibweise
$\mathbf{D}(\theta)$	.....	Drehmatrix für RZ-Drehung um Winkel $\theta$
$\mathbf{j}$	.....	Drehmatrix für RZ-Drehung um Winkel $\pi/2$
$\mathbf{u}_S^S$	.....	Statorspannungsraumzeiger im SKS
$\mathbf{i}_S^S$	.....	Statorstromraumzeiger im SKS
$\Psi_R^S$	.....	Rotorflussraumzeiger im SKS
$\mathbf{u}_S^{\Psi R}$	.....	Statorspannungsraumzeiger im RFKS
$\mathbf{i}_S^{\Psi R}$	.....	Statorstromraumzeiger im RFKS
$\Psi_R^{\Psi R}$	.....	Rotorflussraumzeiger im RFKS
$R_S$	.....	Statorwiderstand
$R_R$	.....	Rotorwiderstand
$L_h$	.....	Hauptinduktivität
$L_{\sigma S}$	.....	Statorstreuinduktivität
$L_{\sigma R}$	.....	Rotorstreuinduktivität
$L_S$	.....	Statorinduktivität
$L_R$	.....	Rotorinduktivität
$L_\sigma$	.....	Streuinduktivität
$p$	.....	Polpaarzahl
$\mathbf{R}_S$	.....	Statorwiderstandsmatrix im SKS
$\mathbf{L}_\sigma$	.....	Streuinduktivitätsmatrix im SKS
$\mathbf{R}_S^{\Psi R}$	.....	Statorwiderstandsmatrix im RFKS
$\mathbf{L}_\sigma^{\Psi R}$	.....	Streuinduktivitätsmatrix im RFKS
$\rho$	.....	Winkel zwischen RKS und RFKS
$n$	.....	Drehzahl der Welle
$n_0$	.....	synchrone Drehzahl
$\varphi_{\text{mech}}$	.....	mechanischer Drehwinkel

---

$\varphi$ .....	elektrischer Drehwinkel
$\omega_{\text{mech}}$ .....	mechanische Winkelgeschwindigkeit
$\omega$ .....	elektrische Winkelgeschwindigkeit
$M_{\text{mess}}$ .....	mit Drehmomentsensor gemessenes Drehmoment
$M_{\text{ist}}$ .....	mit Gl. (83) berechnetes Drehmoment