

Masterarbeit

**Entwicklung eines robusten
Schätzers für Fahrzustandsgrößen
für die Anwendung in
Fahrerassistenzsystemen**

Harald Kollienz

Institut für Regelungs- und Automatisierungstechnik
Technische Universität Graz

Vorstand: O. Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Nicolaos Dourdoumas



Begutachter: Ao. Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Martin Horn
Betreuerin: Dipl.-Ing. Cornelia Lex

Graz, im September 2013

Danksagung

Diese Arbeit wurde im Jahr 2013 am Institut für Regelungs- und Automatisierungstechnik in Zusammenarbeit mit dem Institut für Fahrzeugtechnik an der Technischen Universität Graz durchgeführt.

Mein herzlichster Dank richtet sich an meine geliebten Eltern Birgit und Herbert so wie meinen in allen Situationen zu mir haltenden Bruder Thomas und meiner Freundin Patricia. Ihre Liebe, Unterstützung und Geduld hat mir während meiner Studienzeit und darüber hinaus die Kraft gegeben meinen Weg zu finden.

Für die fachliche Betreuung bedanke ich mich bei Frau Dipl.-Ing. Cornelia Lex, die während ihrer Dissertation immer ein offenes Ohr für meine Fragen hatte. Ebenso bedanke ich mich bei Herrn Ao. Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Martin Horn für die fachliche Betreuung der Arbeit und für die mir entgegengebrachte Zeit. An beide ein herzliches Dankeschön für das Vertrauen und die motivierenden Worte.

DANKE!

Graz, im September 2013

Harald Kollienz

EIDESSTATTLICHE ERKLÄRUNG

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt, und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe.

Graz, im September 2013

.....
Harald Kollenz

Kurzfassung

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit dem Entwurf von Algorithmen zur modellbasierten Schätzung fahrdynamischer Größen. Der Fokus wird dabei auf die Ermittlung der longitudinal und lateral auftretenden Fahrzeuggeschwindigkeiten gerichtet. Aus den gewonnenen Schätzwerten werden Schwimmwinkel und Schräglaufwinkel ermittelt. Der modellbasierte Ansatz geht dabei von einem vereinfachten nichtlinearen Einspurmodell des Fahrzeugs in Kombination mit einem linearen Reifenmodell bzw. dem nichtlinearen Reifenmodell nach Dugoff aus. Die resultierenden Reifenkräfte stehen dabei in direktem Zusammenhang zu Schlupf und Schräglaufwinkel, wodurch die mathematische Beschreibung des Antriebsstrangs entfällt. Ein erster Ansatz beschreibt den systematischen Beobachterentwurf mittels Linearisierung für das nichtlineare Fahrzeugmodell und geht auf Modellunsicherheiten und Schätzwertschwankungen infolge variierender Reifenparameter ein. Ein zweiter, nichtlinearer Beobachterentwurf ist durch konstante Verstärkungen im Rückkopplungszweig gekennzeichnet. Zudem wird eine hinreichende Bedingung formuliert, die die Stabilität der nichtlinearen Beobachterdynamik gewährleistet.

Abstract

The present thesis deals with the design of algorithms for model based estimation of longitudinal and lateral vehicle velocity. With the gained information on vehicle velocity it is possible to estimate slip angle and side slip angle. The model-based approach is based on a simplified nonlinear single track model in combination with a linear tire model or Dugoff's tire model. Tire forces are functions of wheel slip. A first approach describes a systematic observer design by linearization of the nonlinear vehicle dynamics. Model uncertainties and estimation errors due to tire parameter variation are discussed. The second algorithm presents a nonlinear observer with fixed gains. Moreover, a sufficient condition to guaranteeing stability of the observer is given.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Aufgabenstellung	2
1.2	Begriffsdefinition	2
1.2.1	Koordinatensysteme	2
1.2.2	Schwimmwinkel	3
1.2.3	Schräglaufwinkel	4
2	Modellbildung	5
2.1	Das vereinfachte Zweispurmodell	5
2.2	Das Reifenmodell	8
2.2.1	Reifenmodell nach Dugoff	8
2.2.2	Reifenaufstandskraft	10
2.2.3	Antriebsschlupf	10
2.2.4	Schräglaufwinkel	12
2.3	Modellstruktur	13
2.4	Fahrzeugparameter	13
2.5	Das vereinfachte Einspurmodell	15
3	Worst Case Betrachtungen	17
3.1	Unsicherheiten bei der Bestimmung des dynamischen Reifenradius . .	17
3.2	Brems-/Antriebsschlupf	18
3.3	Antriebsmoment	19
3.4	Bremsmoment	20
4	Klassischer Beobachterentwurf	22
4.1	Beobachtbarkeit allgemein nichtlinearer Systeme	22
4.2	Theorie des Beobachterkonzepts	23
4.3	Beobachtbarkeit der Fahrzeugdynamik	25
4.4	Konkreter Entwurf	26
4.5	Einfluss der Reifenanfangssteifigkeit auf den Schätzwert	28
4.6	Simulationsergebnisse	31

5	Entwurf eines nichtlinearen Beobachters	34
5.1	Stabilität nichtlinearer Systeme	34
5.2	Direkte Methode von Lyapunov	35
5.3	Definitheit	35
5.4	Konstruktion einer Lyapunov-Funktion	36
5.5	Nichtlinearer Beobachter	36
	5.5.1 Stabilität der Fehlerdynamik	38
	5.5.2 Bestimmung der Konstanten und Auswahl der Beobachterverstärkungen	40
5.6	Simulationsergebnisse	41
6	Diskussion und Ausblick	43
A	Zusatzinformationen	46
A.1	Fahrmanöver: Überlandfahrt	46
A.2	Ermittlung der Anfangssteifigkeiten	48

Kapitel 1

Einleitung

Der Insassenschutz stellt die Automobilindustrie permanent vor neue Herausforderungen. Neben einer Vielzahl von passiven Sicherheitssystemen, wie zum Beispiel dem bekannten Sicherheitsgurt, bietet die steigende „Digitalisierung“ des Fahrzeugs zusätzliche Möglichkeiten zur aktiven Vermeidung von Unfällen. So gehört beispielsweise seit November 2011 das elektronische Stabilitäts-Programm (ESP), aber auch das Antiblockiersystem (ABS) zur verpflichteten Standardausstattung europäischer Fahrzeuge.

Bei Systemen, die aktiv in das Fahrverhalten eingreifen, muss die Fahrstabilität gewährleistet sein. Hierzu zählen Spurhalteassistenten, Abstandshalte-Assistenten bis hin zu autonomen Fahrzeugen.

Es ist daher unbedingt erforderlich, so viel Information wie möglich über das aktuelle Fahrverhalten zur Verfügung zu stellen. Dies erfordert eine Vielzahl von Sensoren, die je nach Ausführung und Verwendungszweck teuer, schwer zu integrieren oder noch gar nicht in Serie zur Verfügung stehen.

Eine Schlüsselgröße zur Beschreibung des querdynamischen Verhaltens stellt der Schwimmwinkel dar. Ein großer Absolutwert oder schnelle Winkeländerungen deuten auf kritische Fahrsituationen hin. Zur Zeit stehen allerdings noch keine Sensoren zur Verfügung, die sich für die Messung des Schwimmwinkels im Serieneinsatz eignen würden. Die Fahrzeugindustrie ist daher angehalten, aus bestehenden Sensor-Informationen auf den Schwimmwinkel zurückzuschließen.

Gelingt es, den Schwimmwinkel zuverlässig zu ermitteln, können kritische Fahrsituationen erkannt und über Assistenzsysteme eingegriffen, entschärft und im besten Fall aufgehoben werden[2, 17].

1.1 Aufgabenstellung

Die Regelung und Wahl von Auslösestrategien für Fahrerassistenzsysteme und Fahrdynamikregelungen erfordern, wie schon anfangs erwähnt, die Kenntnis von aktuellen Fahrzustandsgrößen. So ist zum Beispiel die Qualität des Schätzwerts für absolute Längsgeschwindigkeit sowie Schwimmwinkel ein kritischer Faktor für die Leistungsfähigkeit von Fahrerassistenz- und Stabilisierungssystemen [16, 17].

Ziel dieser Arbeit ist die Entwicklung eines Schätzers für fahrdynamisch relevante Größen im Hinblick auf die echtzeitfähige Anwendung in ausgewählten Fahrerassistenzsystemen.

Im Speziellen wird besonderer Wert auf die Ermittlung des Schwimmwinkels beziehungsweise der Schräglaufwinkel gelegt.

1.2 Begriffsdefinition

1.2.1 Koordinatensysteme

Um das dynamische Verhalten eines Fahrzeugs zu beschreiben, ist es zweckmäßig einheitliche Koordinatensysteme einzuführen.

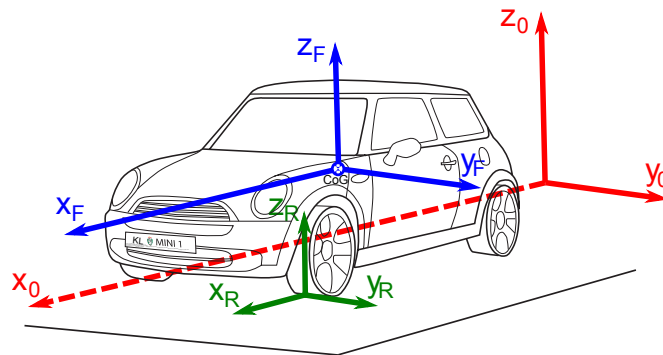


Abbildung 1.1: Koordinatensystem nach DIN ISO 70000 [11]

Je nach Anwendungsgebiet ist es sinnvoll zwischen dem

- Inertialsystem $\{K_I, x_0, y_0, z_0\}$
- Fahrzeug-Referenzsystem $\{K_F, x_F, y_F, z_F\}$
- Reifen-Koordinatensystem $\{K_R, x_R, y_R, z_R\}$

zu unterscheiden[11].

Inertialsystem

Das Inertialsystem ist ein unbewegtes Koordinatensystem und ermöglicht die Beschreibung der translatorischen und rotatorischen Fahrzeugbewegung durch die Newtonsche Gesetze.

Fahrzeug-Referenzsystem

Dieses Koordinatensystem ist zu jedem Zeitpunkt direkt mit dem Fahrzeug verbunden und vollzieht dieselbe Bewegung. Normalerweise liegt der Ursprung des Koordinatensystems im Fahrzeugschwerpunkt. Die Ausrichtung nach DIN ISO 70000 ist in Abbildung 1.1 dargestellt. Der Vorteil eines solchen Koordinatensystems liegt darin, dass Zustandsgrößen - sofern möglich - messtechnisch erfasst und in der Simulation direkt verglichen werden können. Sämtliche Bewegungen des Fahrzeugs stehen in Bezug zu diesem Koordinatensystem. Vernachlässigt man die Höhe des Schwerpunkts und projiziert es auf die Fahrbanenebene, erhält man das von Nicken und Wanken befreite Fahrgestell-Koordinatensystem [9].

Reifen-Koordinatensystem

Das Rad-Koordinatensystem K_R hat seinen Ursprung im Aufstandspunkt des jeweiligen Reifens und bewegt sich mit derselben Geschwindigkeit wie das Fahrzeug-Referenzsystem. Im Allgemeinen kann die z_R -Achse um den Nickwinkel, dieser entsteht in Folge einer rotatorischen Bewegung um die Fahrzeugquerachse, und den Wankwinkel, welcher in Folge einer rotatorischen Bewegung um die Fahrzeuginnenachse auftritt, gegen die z_F -Achse des Fahrzeug-Referenzsystems verdreht sein.

Zusätzlich kommt es bei jedem lenkbaren Rad, in Folge eines am Rad anliegenden Lenkwinkels δ , zu einer Verdrehung der x_R - y_R -Ebene relativ zur x_F - y_F -Ebene des Fahrzeug-Referenzsystems. Das Reifen-Koordinatensystem bietet dadurch die Möglichkeit die anliegenden Reifenkräfte in das Fahrzeug-Referenzsystem zu transformieren.

1.2.2 Schwimmwinkel

Der Schwimmwinkel β ist der Winkel zwischen der Fahrzeuginnenachse und der Richtung der Horizontalgeschwindigkeit, der sich aus einer Drehung um die Fahrzeughochachse ergibt. [12]

Vektoriell wird der Schwimmwinkel von der Fahrzeuginnenachsgeschwindigkeit v_x und der resultierenden Fahrzeuggeschwindigkeit \mathbf{v}_{CoG} bezogen auf den Fahrzeugschwerpunkt (CoG) aufgespannt. Der Schwimmwinkel ist für Linkskurven positiv und errechnet sich aus Gleichung (1.1).

$$\beta = \arctan \left(\frac{v_y}{v_x} \right) \quad (1.1)$$

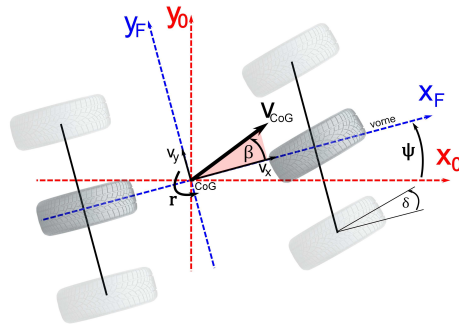


Abbildung 1.2: Definition des Schwimmwinkels [15]

$$v_{CoG} = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad (1.2)$$

1.2.3 Schräglaufwinkel

Der Schräglaufwinkel α ist der Winkel von der Längsachse des Reifens zur Tangente der Bahnkurve des Radaufstandspunktes. Er wird positiv entgegen dem Uhrzeigersinn gezählt[12].

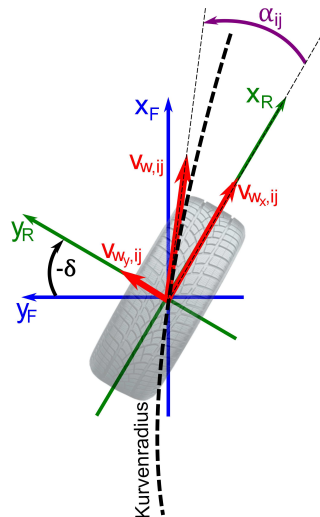


Abbildung 1.3: Definition des Schräglaufwinkels

Vektoriell wird der Schräglaufwinkel von der Reifenlängsgeschwindigkeit $v_{Wx,ij}$ und der resultierenden Reifengeschwindigkeit $\mathbf{v}_{W,ij}$ bezogen auf den Radaufstandspunkt aufgespannt. Wobei der Index i die Radposition vorne bzw. hinten und j die Seitenangabe rechts bzw. links einnimmt. Für eine mathematische Beschreibung sei auf Gleichung (2.27)-(2.30) verwiesen.

Kapitel 2

Modellbildung

2.1 Das vereinfachte Zweispurmodell

In diesem Abschnitt wird mit Hilfe der Newtonschen Gesetze unter Vernachlässigung von

- Wanken, Nicken und Vertikalbeschleunigungen
- Luft-, Rollwiderstand und
- Fahrbahnneigung

ein einfaches Fahrzeugmodell aufgestellt. Grundsätzlich weist ein Automobil sechs Freiheitsgrade auf, durch genannte Vereinfachungen reduziert sich die Anzahl auf drei. Es verbleibt die Bewegung in der x-y-Ebene plus eine rotatorische Bewegung um die Fahrzeughochachse, dem sogenannten Gieren.

Für eine reine Translation des Fahrzeugs würde das Aufstellen des Impulssatzes $\sum F = m \cdot a$ zur Beschreibung der Bewegung in x- und y-Richtung im Inertialsystem genügen. Für die Beschreibung im fahrzeugfesten Koordinatensystem K^F muss die Relativbewegung des Fahrzeugkoordinatensystems gegenüber dem Inertialsystem K^I mitberücksichtigt werden. Für die Beschleunigung des Fahrzeugsschwerpunktes im Koordinatensystem K^F gilt[10, 18]

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}^I}{dt} = \dot{\mathbf{v}}^F + \boldsymbol{\omega}^F \times \mathbf{v}^F = \begin{bmatrix} \dot{v}_x \\ \dot{v}_y \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ r \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{v}_x - r \cdot v_y \\ \dot{v}_y + r \cdot v_x \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (2.1)$$

Angewandt auf den Impulssatz und nach \dot{v} aufgelöst, erhält man

$$\dot{v}_x = \frac{1}{m} \sum F_x + r \cdot v_y \quad (2.2)$$

$$\dot{v}_y = \frac{1}{m} \sum F_y - r \cdot v_x \quad (2.3)$$

wobei m die Fahrzeugmasse und r die Winkelgeschwindigkeit um die Fahrzeughochachse beschreibt. Der Drallsatz liefert für die Winkelbeschleunigung \dot{r} , unter Berücksichtigung der Trägheitsmasse J_z , folgenden Ausdruck:

$$\dot{r} = \frac{1}{J_z} \sum M_z \quad (2.4)$$

Zusammengefasst ergibt sich für die Bewegung des Fahrzeugs in der Ebene untenstehendes Differentialgleichungssystem erster Ordnung in seiner allgemeinsten Form.

$$\begin{aligned} \dot{v}_x &= \frac{1}{m} \sum F_x + r \cdot v_y \\ \dot{v}_y &= \frac{1}{m} \sum F_y - r \cdot v_x \\ \dot{r} &= \frac{1}{J_z} \sum M_z \end{aligned} \quad (2.5)$$

Im nächsten Schritt müssen alle angreifenden Längskräfte F_{xi}^F , Querkräfte F_{yi}^F und resultierenden Momente M_z^F geeignet zusammengefasst werden. (Der Index $i = 1 \dots 4$ bestimmt das aktuelle Rad an dem die Kraft angreift, wobei eins für das linke, zwei für das rechte Vorderrad und vier für das rechte Hinterrad steht.) Aus diesem Grund betrachtet man zunächst die am linken Vorderrad angreifenden Kräfte.

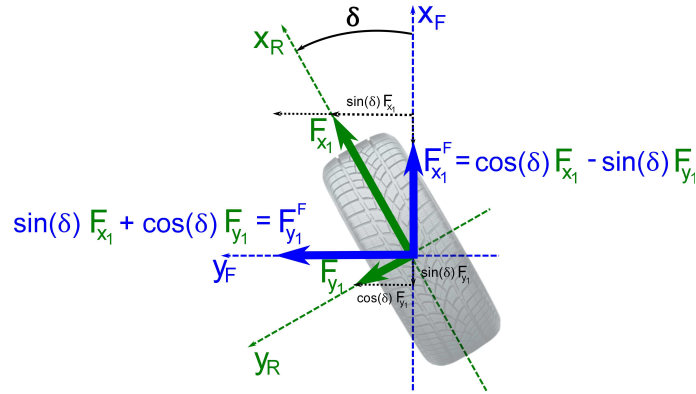


Abbildung 2.1: Kräftegleichgewicht am linken Vorderrad

Gemäß Abbildung 2.1 wird klar, dass die Reifenkräfte aus dem Rad-Koordinatensystem in das Fahrzeug-Referenzsystem übergeführt werden müssen. Der Lenkwinkel δ stellt dabei den Transformationswinkel dar. Dieser ist für die Hinterachse, sofern diese nicht lenkbar ausgeführt ist, stets Null.

Für die resultierenden Kräfte F_{x1}^F und F_{y1}^F , bezüglich des Fahrzeug-Referenzsystems K_F , gilt

$$\begin{aligned}
F_{xi}^F &= F_{xi} \cos(\delta) - F_{yi} \sin(\delta) \\
F_{yi}^F &= F_{xi} \sin(\delta) + F_{yi} \cos(\delta) \\
F_i^F &= \sqrt{(F_{xi}^F)^2 + (F_{yi}^F)^2}
\end{aligned} \tag{2.6}$$

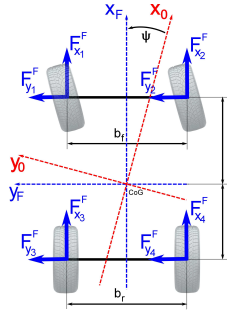


Abbildung 2.2: Angreifende Kräfte am Fahrzeug

Geht man davon aus, dass Antriebskräfte und Bremskräfte über die Gesamtkräfte F_i^F zusammengefasst werden, ist die Summe aller angreifenden Kräfte in x- und y-Richtung gemäß Abbildung 2.2 gegeben durch

$$\sum F_x = F_{x1}^F + F_{x2}^F + F_{x3}^F + F_{x4}^F \tag{2.7}$$

$$\sum F_y = F_{y1}^F + F_{y2}^F + F_{y3}^F + F_{y4}^F \tag{2.8}$$

Für das auftretende Moment um die Fahrzeughochachse gilt

$$\begin{aligned}
\sum M_z &= l_f \cdot (F_{y1}^F + F_{y2}^F) - l_r \cdot (F_{y3}^F + F_{y4}^F) \\
&\quad - \frac{b_f}{2} \cdot (F_{x1}^F - F_{x2}^F) - \frac{b_r}{2} \cdot (F_{x3}^F - F_{x4}^F)
\end{aligned} \tag{2.9}$$

Ohne vorerst näher auf die Berechnung der Reifenkräfte einzugehen, ist die Dynamik des Fahrzeugs unter Verwendung der Gleichung 2.6 gegeben durch

$$\begin{aligned}
\dot{v}_x &= \frac{1}{m} [(F_{x1} + F_{x2}) \cos \delta - (F_{y1} + F_{y2}) \sin \delta + F_{x3} + F_{x4}] + r \cdot v_y \\
\dot{v}_y &= \frac{1}{m} [(F_{x1} + F_{x2}) \sin \delta + (F_{y1} + F_{y2}) \cos \delta + F_{y3} + F_{y4}] - r \cdot v_x \\
\dot{r} &= \frac{1}{J_z} \left\{ \begin{array}{l} l_f (F_{x1} + F_{x2}) \sin \delta + l_f (F_{y1} + F_{y2}) \cos \delta \\ -l_r (F_{y3} + F_{y4}) - \frac{b_f}{2} (F_{x1} - F_{x2}) \cos \delta \\ + \frac{b_f}{2} (F_{y1} - F_{y2}) \sin \delta - \frac{b_r}{2} (F_{x3} - F_{x4}) \end{array} \right\}
\end{aligned} \tag{2.10}$$

wobei der Schwerpunkt des Fahrzeugs mit Hilfe der Fahrzeuglänge $l = l_f + l_r$ und der Spurbreite b_r , wie aus Abbildung 2.2 hervorgeht, angegeben werden kann. Da die Berücksichtigung eines Wankmodells nicht vorgesehen ist, entfällt dessen Höhenangabe.

2.2 Das Reifenmodell

Der Reifen stellt das zentrale Element zwischen Fahrzeug und Straße dar. Er beeinflusst maßgeblich das längs- und querdynamische Verhalten des Automobils. Das Fahrzeugmodell (2.10) wird das tatsächliche Verhalten umso besser wiedergeben, je präziser der Kraftschluss zwischen Reifen und Straße beschrieben werden kann. Besondere Bedeutung kommt dabei dem nichtlinearen Anteil (Gleitbereich) des Reifenkennlinienfeldes zu. Eben dieser Bereich kommt während eines kritischen Fahrmanövers zum Tragen.

Die Literatur bietet eine Vielzahl an Reifenmodellen, die sich in ihrer Komplexität und Rechenzeit unterscheiden. Grundsätzlich differenziert man zwischen empirischen und physikalischen Ansätzen. Als Beispiel sei das

- Lineare Reifenmodell[14, 16]
- TMeasy[4], TMsimple[11]
- Magic Tire Formula[14]
- Dugoff's-Reifenmodell[14]

genannt, wobei das Reifenmodell nach Dugoff in weiterer Folge näher beschrieben wird.

2.2.1 Reifenmodell nach Dugoff

Wenn gleich beim Reifenmodell nach Dugoff der Gleitbereich nicht so stark ausgeprägt ist, wie beispielsweise bei TMsimple, vereint es auf relativ einfache Weise alle wichtigen Parameter die zur Beschreibung der Reifenkräfte notwendig sind.

Die Längskraft F_{xi} ist eine Funktion des Längsschlupfs σ_i und einem Gewichtungsfaktor in λ , auf den bei Gleichung (2.14) noch eingegangen wird.

$$F_{xi} = \frac{C_\sigma \sigma_i}{1 + \sigma_i} f(\lambda_i) \quad (2.11)$$

Die Seitenführungskraft F_{yi} - auch Querkraft genannt - des Reifens ist vom Längsschlupf und dem Schräglaufwinkel α_i abhängig und über

$$F_{yi} = \frac{C_\alpha \tan \alpha_i}{1 + \sigma_i} f(\lambda_i) \quad (2.12)$$

definiert. Die Konstanten C_σ bzw. C_α sind reifenspezifische Parameter, die die Anfangssteifigkeit in Längs- bzw. Querrichtung angibt.

Bei allgemeinen Fahrzuständen (Bremsen oder Antreiben in der Kurve) überlagern sich die Längs- und Querkräfte F_{xi}, F_{yi} . Dabei verringern sich die bei einem bestimmten Schräglaufwinkel α verfügbaren Seitenkräfte F_{yi} , bzw. die bei einem bestimmten Schlupfzustand σ verfügbaren Längskräfte F_{xi} . [11] Genau dieser Einfluss wird mit Hilfe der Gewichtungsfunktion

$$f(\lambda_i) = \begin{cases} 1 & \text{für } \lambda_i \geq 1 \\ (2 - \lambda_i) \lambda_i & \text{für } \lambda_i < 1 \end{cases} \quad (2.13)$$

der jeweiligen Reifenkraft aufgeprägt, wobei die Variable λ_i folgendes Aussehen hat:

$$\lambda_i = \frac{\mu F_{zi} (1 + \sigma_i)}{2\sqrt{(C_\sigma \sigma_i)^2 + (C_\alpha \tan \alpha_i)^2}} \quad (2.14)$$

Betrachtet man Gleichung (2.14) näher, erkennt man, dass für kleine Werte von α und σ sehr hohe Werte von λ_i erreicht werden. Aus diesem Grund sind die Reifenkräfte durch Einführung der Gewichtungsfunktion (2.13) in diesem Bereich direkt proportional zu Schlupf und Schräglaufwinkel, wodurch Singularitäten im Modell vermieden werden.

Für die in Tabelle 2.1 angeführten Parameter gilt $\lambda \geq 1$ für $-0.045 < \sigma < 0.045$ und $-1.2^\circ < \alpha < 1.2^\circ$. In Abbildung 2.3 und 2.4 ist der Verlauf der Reifenkräfte für genannte Parameter dargestellt.

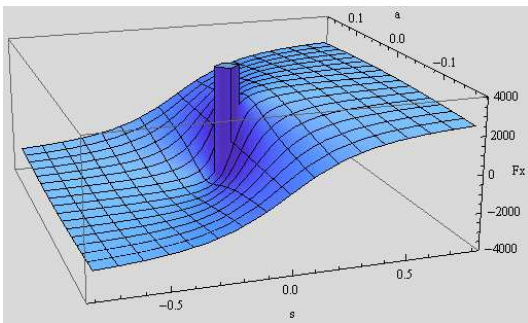


Abbildung 2.3: Reifenlängskraft infolge kombinierter Reifenkräfte

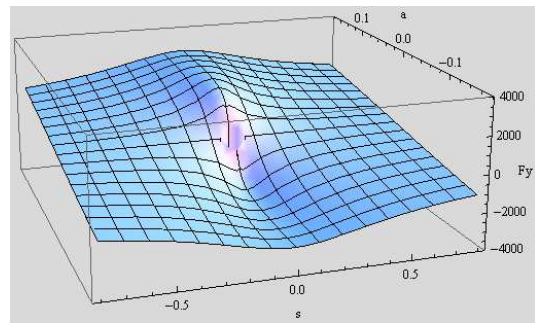


Abbildung 2.4: Seitenführungskraft infolge kombinierter Reifenkräfte

Ein Vorteil dieses Reifenmodells ist der einfache Zugang zur Aufstandskraft F_{zi} die im Allgemeinen, aufgrund der Vertikalbeschleunigungen des Fahrzeugs, nicht konstant ist. Die Erweiterung durch ein Wankmodell wäre denkbar und leicht implementierbar. Die Manipulation des Reibkoeffizienten μ , welcher Aufschluss über die Fahrbahnbeschaffenheit gibt, ist ebenfalls leicht durchführbar.

Parameter	Wert	Einheit
C_σ	35000	N
C_α	70000	N/rad
F_{z1}	2827	N
μ	1	(trockene und saubere Fahrbahn)

Tabelle 2.1: Reifenparameter

Die Bestimmung der Aufstandskraft, des Schlupfs und des Schräglaufwinkels ist zu diesem Zeitpunkt noch ausständig.

2.2.2 Reifenaufstandskraft

Mit [14] (S. 106 ff.) oder [9] (S 388 ff.) sind zwei ähnliche Modelle zur Bestimmung der Achslast angeführt. In genannten Werken wird die Lastverschiebung, welche infolge von Nicken und Wanken entsteht, aber auch der Einfluss der Fahrbahnneigung teilweise mitberücksichtigt. Die Grundlage des Modells, bildet jeweils das Momentengleichgewicht, um den jeweiligen Radmittelpunkt.

Die unter Kapitel 2 getroffenen Vereinfachungen erlauben die Annahme von statischen Aufstandskräften. Für die vordere/hintere Achslast F_{zf}/F_{zr} gilt

$$\begin{aligned}
 m \cdot g \cdot l_r &= F_{zf} (l_f + l_r) \\
 F_{zf} &= \frac{m \cdot g \cdot l_r}{l_f + l_r}
 \end{aligned} \tag{2.15}$$

$$\begin{aligned}
 m \cdot g \cdot l_f &= F_{zr} (l_f + l_r) \\
 F_{zr} &= \frac{m \cdot g \cdot l_f}{l_f + l_r}
 \end{aligned} \tag{2.16}$$

wodurch sich die Radlasten wie folgt einstellen:

$$F_{z1} = \frac{m \cdot g \cdot l_r}{2(l_f + l_r)} = F_{z2} \tag{2.17}$$

$$F_{z3} = \frac{m \cdot g \cdot l_f}{2(l_f + l_r)} = F_{z4} \tag{2.18}$$

2.2.3 Antriebsschlupf

Schlupf bezeichnet im Allgemeinen die Relativgeschwindigkeit zwischen miteinander in Reibkontakt stehenden mechanischen Elemente oder Fluide unter tangentialer Belastung. Ohne Formschluss ist Schlupf die Voraussetzung für Kraftübertragung.

Bezeichnet $v_{wi,x}$ die aktuelle Längsgeschwindigkeit des Reifenaufstandspunktes und $\omega_i r_{dyn}$ die Umfangsgeschwindigkeit des i -ten Reifen, bezogen auf den effektiven Radius r_{dyn} , ist der Schlupf über das Verhältnis

$$\sigma_i = \frac{\omega_i r_{dyn} - v_{wi,x}}{\max(v_{wi,x}, \omega_i r_{dyn})} \quad (2.19)$$

definiert. Für $v_{wi,x} > \omega_i r_{dyn}$ spricht man vom sogenannten Bremsschlupf und für $v_{wi,x} < \omega_i r_{dyn}$ vom Antriebsschlupf.

Betrachtet man die Radaufstandspunktgeschwindigkeiten der vier Reifen beim Durchfahren einer Kurve, stellt man fest, dass das zum Kurvenmittelpunkt näherliegende Rad einen kürzeren Weg zurücklegen muss, als jenes, welches einen höheren radialen Abstand zum Kurvenmittelpunkt aufweist. Durchfährt das Fahrzeug eine Linkskurve, muss demnach die Geschwindigkeit im Radaufstandspunkt für das rechte Vorderrad größer als die des linken Vorderrades sein.

Mit den fahrzeugfesten Geschwindigkeiten $\mathbf{v} = [v_x, v_y, 0]^T$ und den Lagevektoren \mathbf{q}_i

$$\mathbf{q}_1 = [l_f, bf/2, 0]^T \quad (2.20)$$

$$\mathbf{q}_2 = [l_f, -bf/2, 0]^T \quad (2.21)$$

$$\mathbf{q}_3 = [-l_r, br/2, 0]^T \quad (2.22)$$

$$\mathbf{q}_4 = [-l_r, -br/2, 0]^T \quad (2.23)$$

ergibt sich die Kurvengeschwindigkeit $\bar{\mathbf{v}}_i = [\bar{v}_{xi}, \bar{v}_{yi}, 0]^T$ der Räder zu

$$\bar{\mathbf{v}}_i = \mathbf{v} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ r \end{bmatrix} \times \mathbf{q}_i \quad (2.24)$$

über die Transformationsvorschrift $\mathbf{v}_{wi} = \mathbf{T}_R^F \cdot \bar{\mathbf{v}}_i = [v_{wi,x}, v_{wi,y}, 0]^T$ und

$$\mathbf{T}_R^F = \begin{bmatrix} \cos \delta & \sin \delta & 0 \\ -\sin \delta & \cos \delta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

erhält man schließlich die longitudinalen bzw. lateralen Geschwindigkeitskomponenten des Radaufstandspunktes im Radkoordinatensystem.

Anmerkung: Der Lenkwinkel δ ist für die Transformation der hinteren Geschwindigkeiten in diesem Fall wieder auf Null zu setzen. Die Reifenlängsgeschwindigkeiten sind jetzt über

$$\begin{aligned}
v_{w1,x} &= \left(v_x - \frac{b_f}{2} r \right) \cos \delta + (l_f r + v_y) \sin \delta \\
v_{w2,x} &= \left(v_x + \frac{b_f}{2} r \right) \cos \delta + (l_f r + v_y) \sin \delta \\
v_{w3,x} &= v_x - \frac{b_r}{2} r \\
v_{w4,x} &= v_x + \frac{b_r}{2} r
\end{aligned} \tag{2.26}$$

vorgegeben und der Schlupf über Gleichung (2.19) mit der Raddrehzahl ω_i als Eingangsgröße eindeutig bestimmt.

2.2.4 Schräglaufwinkel

Ist die Richtung der Geschwindigkeit v_{wi} im Reifenaufstandspunkt bekannt, können die vier Schräglaufwinkel α_i anhand des in Abbildung 2.5 dargestellten geometrischen Zusammenhangs berechnet werden[9].

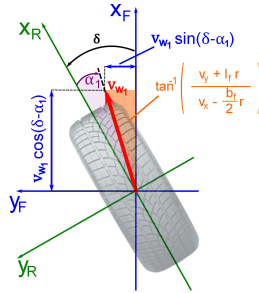


Abbildung 2.5: Berechnung des Schräglaufwinkels vorne links

Der jeweilige Schräglaufwinkel ist gegeben durch

$$\alpha_1 = \delta - \arctan \left(\frac{v_y + l_f r}{v_x - \frac{b_f}{2} r} \right) \tag{2.27}$$

$$\alpha_2 = \delta - \arctan \left(\frac{v_y - l_f r}{v_x + \frac{b_f}{2} r} \right) \tag{2.28}$$

$$\alpha_3 = - \arctan \left(\frac{v_y - l_r r}{v_x - \frac{b_r}{2} r} \right) \tag{2.29}$$

$$\alpha_4 = - \arctan \left(\frac{v_y - l_r r}{v_x + \frac{b_r}{2} r} \right). \tag{2.30}$$

2.3 Modellstruktur

Das auf den vorangegangenen Seiten hergeleitete Fahrzeugmodell lässt sich, wie auch aus Abbildung 2.6 hervorgeht, in die Simulationsblöcke

- Radaufstandsgeschwindigkeit $v_{wi,x} = v_{wi,x}(\mathbf{x}, \delta)$
- Schlupf $\sigma_i = \sigma_i(\mathbf{x}, \boldsymbol{\omega}, \delta)$
- Schräglaufwinkel $\alpha_i = \alpha_i(\mathbf{x}, \delta)$
- Reifenkräfte $F_{xi} = F_{xi}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\omega}, \delta)$ bzw. $F_{yi} = F_{yi}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\omega}, \delta)$
- und Fahrzeugdynamik Glg. (2.10)

unterteilen.

Durch die Einführung des Zustandsvektors $x = [v_x, v_y, r]^T$ und dem Eingangsgrößenvektor $u = [\boldsymbol{\omega}, \delta]^T$ lässt sich das Modell auch in der geschlossenen Form

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\omega}, \delta) = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \quad (2.31)$$

darstellen.

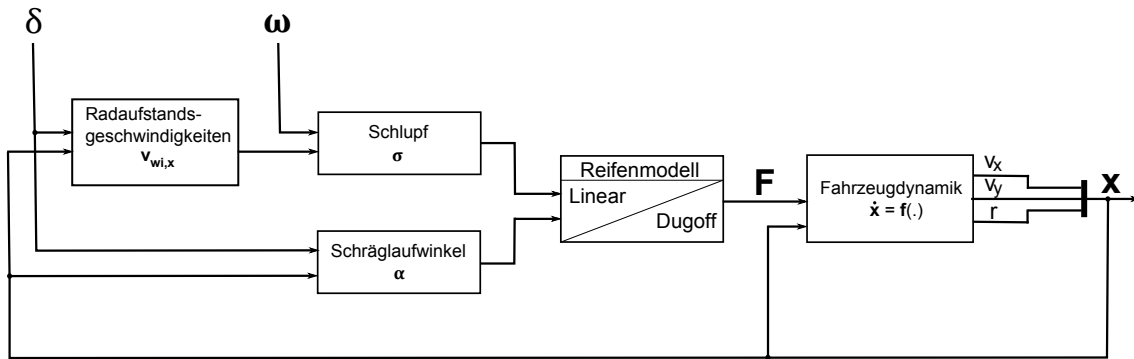


Abbildung 2.6: Modellstruktur

2.4 Fahrzeugparameter

Die in dieser Arbeit verwendeten Zahlenbeispiele (z.B.: F_{z1}) und verwendeten Parameter sind einem realen Fahrzeug entnommen. Der Parametersatz aus Tabelle 2.1 und Tabelle 2.2 sind einem Testfahrzeug des Typs Opel Combo 1.6 CNG ecoFLEX zugeordnet. Zudem stellen die vorliegenden fahrzeugspezifischen Größen

eine Schnittstelle zur institutseigenen¹ Simulationsumgebung MOVES dar und dienen der vorliegenden Arbeit zur Validierung.

Parameter	Wert	Einheit	Anmerkung
m	1320	$[kg]$	Fahrzeugmasse
J_z	2000	$[kgm^2]$	Trägheitsmasse
l_f	1.529	$[m]$	Abstand zwischen Vorderachse und Fahrzeugschwerpunkt
l_r	1.186	$[m]$	Abstand zwischen Hinterachse und Fahrzeugschwerpunkt
b_f	1.417	$[m]$	Abstand zwischen Reifenaufstandspunkt und vorderer Achsmitte
b_r	1.440	$[m]$	Abstand zwischen Reifenaufstandspunkt und hinterer Achsmitte
r_{dyn}	0.30	$[m]$	quasi dynamischer Reifenradius
G_δ	1:15		Übersetzungsverhältnis zwischen Lenkradeinschlag und effektiven Radeinschlag

Tabelle 2.2: Fahrzeugparameter

¹Institut für Fahrzeugtechnik, Inffeldgasse 11/II, 8010 Graz

2.5 Das vereinfachte Einspurmodell

Unter Vernachlässigung der Fahrzeugbreite (b_f, b_r) fasst man, wie aus Abbildung 2.7 ersichtlich, jeweils Vorder- und Hinterräder zu einem gemeinsamen im Achsmittelpunkt gedachten Rad zusammen. Dies ist möglich, da es durch Abwesenheit von Wank- und Nickeinflüssen zu keiner Radlaufverschiebung kommt. Das daraus resultierende Modell bezeichnet man als Einspurmodell.

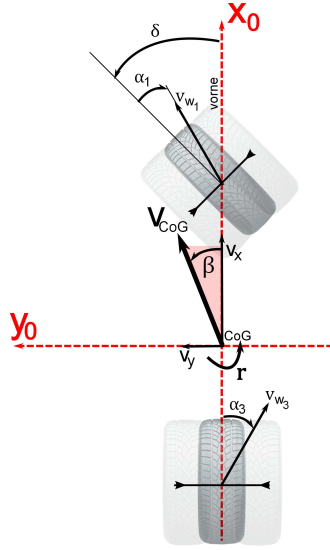


Abbildung 2.7: Einspurmodell

Ein Vorteil dieses Modells liegt darin, dass nur mehr zwei Reifenzustände berechnet werden müssen. Um die Analogie zwischen Zwei- und Einspurmodell aufzuzeigen, bezieht sich der Index $i = 1$ nun auf die Größen der Vorderachse und der Index $i = 3$ auf jene der Hinterachse. Durch diese Annahme halbiert sich der Berechnungsaufwand für Schlupf, Schräglaufwinkel und Antriebskräfte.

Für die Fahrzeugdynamik erhält man

$$\begin{aligned} \dot{v}_x &= \frac{1}{m} [(2F_{x1}) \cos \delta - (2F_{y1}) \sin \delta + 2F_{x3}] + r \cdot v_y \\ \dot{v}_y &= \frac{1}{m} [(2F_{x1}) \sin \delta + (2F_{y1}) \cos \delta + 2F_{y3}] - r \cdot v_x \\ \dot{r} &= \frac{1}{J_z} \left\{ \begin{array}{c} l_f (2F_{x1}) \sin \delta + l_f (2F_{y1}) \cos \delta \\ -l_r (2F_{y3}) \end{array} \right\} \end{aligned} \quad (2.32)$$

Der zugehörige Schlupf σ_i errechnet sich unter Verwendung der modifizierten Reifenzustandsgeschwindigkeit

$$\begin{aligned} v_{w1,x} &= v_x \cos \delta + (l_f r + v_y) \sin \delta \\ v_{w3,x} &= v_x \end{aligned} \quad (2.33)$$

wieder über Gleichung (2.19). Für den Schräglaufwinkel des Vorder-/Hinterrades α_1 bzw. α_3 erhält man durch das Zusammenlegen der Räder die folgende Berechnungsvorschrift

$$\alpha_1 = \delta - \arctan\left(\frac{v_y + l_f r}{v_x}\right) \quad (2.34)$$

$$\alpha_3 = -\arctan\left(\frac{v_y - l_r r}{v_x}\right) \quad (2.35)$$

Unter Verwendung der Aufstandskraft (F_{z1} u. F_{z3}) aus Gleichung (2.18) ergeben sich die Antriebskräfte analog nach Gleichung (2.11) und (2.12).

Der Schwimmwinkel β errechnet sich wieder aus der geometrischen Bedingung

$$\beta = \arctan\left(\frac{v_y}{v_x}\right). \quad (2.36)$$

Kapitel 3

Worst Case Betrachtungen

In diesem Kapitel wird der Einfluss von Messunsicherheiten und Approximationen auf folgende Größen untersucht:

- Dynamischer Reifenradius r_{dyn}
- Schlupf σ
- Antriebsmoment M_A
- Bremsmoment M_B

3.1 Unsicherheiten bei der Bestimmung des dynamischen Reifenradius

In [8] wird der dynamische Reifenradius über ein Polynom dritten Grades beschrieben, welches einer Schar von Messpunkten zugeordnet ist. Geht man jedoch von einem linearen Verlauf aus, ist die Änderung von der Aufstandskraft F_z des Reifens, dessen Reifensteifigkeit k_T und dessen Reifenradius r_0 im unbelasteten Zustand abhängig und es gilt[10, 14]

$$r_{dyn,appr} = r_0 - \frac{1}{3} \frac{F_z}{k_T}. \quad (3.1)$$

Für $r_0 = 0.302\text{m}$ und $k_T = 66354\text{N/m}$ zeigt sich, dass der Approximationsfehler bei 0.986 % - bezogen auf den wahren Wert - liegt. Eine Unsicherheit von 10 % hinsichtlich der Aufstandskraft wirkt sich auf das Ergebnis mit 0.344 % aus.

Die Unsicherheit in der Ermittlung des dynamischen Reifenradius liegt bei 1.334 %.

Fehler infolge der Approximation	0.986 %
Fehler infolge einer 10% Änderung der Aufstandskraft	0.344 %
Fehler gesamt	1.334 %

Ein Beispiel aus [7] zeigt, dass der dynamische Reifenradius auch von der Längsgeschwindigkeit abhängig ist. Für einen Radialreifen der Dimension 195/65 R15¹ lässt sich der Einfluss wie folgt darstellen:

v_x [km/h]	r_{dyn} [mm]
60	308
120	308
240	312.9

Tabelle 3.1: Geschwindigkeitsabhängiger Reifenradius

Da die Zunahme des Reifenradius durch die erhöhte Raddrehgeschwindigkeit erst bei sehr hohen Geschwindigkeiten wirksam wird und nur geringe Auswirkung hat, kann dieser Effekt vernachlässigt werden.

Für die weiteren Betrachtungen wird von folgenden Fehlergrenzen ausgegangen

betroffene Größe	Fehler [%]
r_{dyn}	1.334
ω_i	± 3
$v_{wi,x}$	± 3

Tabelle 3.2: Prozentuale Fehler für die Worst-Case Untersuchung

3.2 Brems-/Antriebsschlupf

Für den Verzögerungsschlupf muss gemäß Gleichung (2.19) die Bedingung $v_{wi,x} > \omega_i r_{dyn}$ erfüllt sein. Werden die Größen Radaufstandsgeschwindigkeit $v_{wi,x}$, Winkelgeschwindigkeit der Reifen ω_i und der dynamische Reifenradius r_{dyn} mit einem Fehler beaufschlagt (Tabelle 3.2), kommt es zu einer Verletzung der Bedingung $v_{wi,x} > \omega_i r_{dyn}$, wodurch die Formel zur Berechnung des Schlupfs nach dem Schnittpunkt von $v_{wi,x}$ und $\omega_i r_{dyn}$ ihre Gültigkeit verliert. Als grafische Unterstützung dient Abbildung 3.1.

Es zeigt sich, dass der relative Fehler bei niedrigen Schlupfwerten größer ist als bei hohen. Betrachtet man den Bereich zwischen $0.3 < \sigma < -0.1$ lässt sich ein $1/x$ -ähnliche Zunahme des Fehlers von 16 % auf 62 % feststellen.

¹ $r_0 = 0.318\text{m}, r_s = 0.290\text{m}$

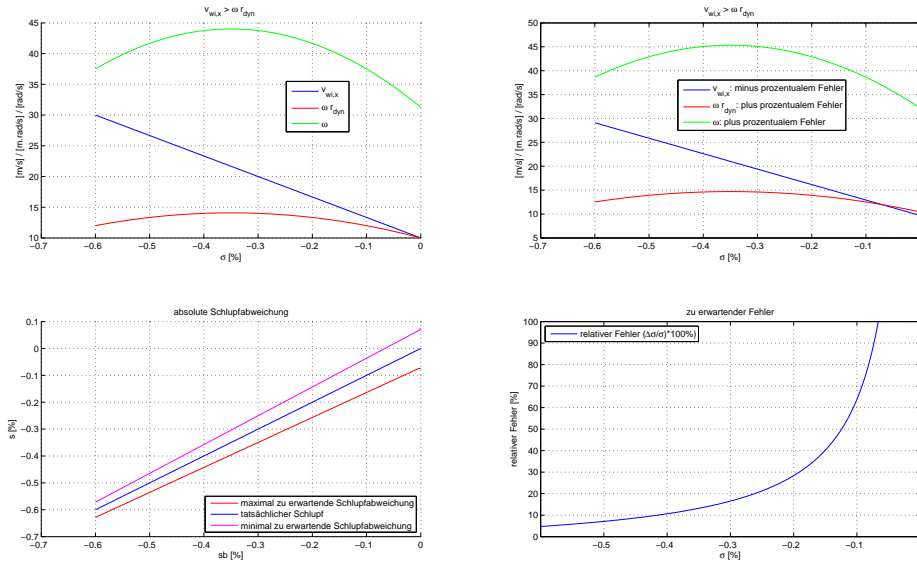


Abbildung 3.1: Zu erwartender Fehler bei der Bremsschlupf Berechnung

Diese Unsicherheit wirkt sich in weiterer Folge direkt auf die Antriebskräfte aus, wenn diese über das Reifenkennlinienfeld bestimmt werden sollen, da gerade bei kleinem Schlupf ein linearer Zusammenhang vorausgesetzt werden kann.

Der Fehler des Antriebsschlupfs verhält sich ähnlich wie der des Bremsschlupfs, mit der Ausnahme, dass hier die Bedingung $v_{wi,x} < \omega r_{dyn}$ erfüllt werden muss. Für den relativen Fehler stellt sich derselbe Verlauf wie in Abbildung 3.1 (links unten), allerdings für positive Schlupfwerte, ein.

Der zum Schnittpunkt von $v_{wi,x}$ und ωr_{dyn} gehörige Schlupf bestimmt die Grenze bis zu welcher die Schlupfbedingungen erfüllt werden. Die auftretenden Fehler aus Tabelle 3.2 haben eine Verschiebung des Schnittpunkts zur Folge. Man beachte, dass es innerhalb des Gültigkeitsbereichs zu einer Verdopplung des wahren Schlupfwertes kommen kann.

3.3 Antriebsmoment

Die mechanischen Größen wie Achs- bzw. Getriebeübersetzungsverhältnis (i_A, i_G) sind dem Datenblatt [1] entnommen. Der Wirkungsgrad des Antriebsstrangs wird nach [11] für Vorderradantriebe mit 0.96 angenommen. Für eine 5%ige Abweichung des Motordrehmoments, einem 1%igen Fehler des Wirkungsgrades für den Antriebsstrang und der zuvor ermittelten Abweichung von 1.34 % bezüglich des dynamischen Reifenradius, ergibt sich eine Unsicherheit von 7.53 % hinsichtlich der Antriebskraft

$$F_{xi} = \frac{M_A}{r_{dyn}} = \frac{M_{eng} \eta i_G i_A}{r_{dyn}}. \quad (3.2)$$

Tabelle 3.3 gibt die Zuteilung der auftretenden Unsicherheiten an.

	Fehler [%]
Abweichung des Motormoments	± 5
Unsicherheit des Wirkungsgrades vom Antriebsstrang	± 1
Unsicherheit des dynamischen Reifenradius	1.34
Unsicherheit der Antriebskraft bei der Ermittlung über das Motormoment	7.53

Tabelle 3.3: Fehleranteile bei der motormomentbasierten Ermittlung der Antriebskraft

3.4 Bremsmoment

Das Bremsmoment berechnet sich über

$$M_B = \mu_G p_B A_{BK} r_B n_{BK}. \quad (3.3)$$

Die Anzahl n_{BK} und Fläche A_{BK} des Bremskolben wird als bekannt vorausgesetzt. Ist die Differenz zwischen äußerem und innerem Wirkradius ($r_{B,a}$ u. $r_{B,i}$) wesentlich kleiner als der äußerer Wirkradius, kann der mittlere Wirkradius r_B über

$$r_B = r_{B,a} + \frac{r_{B,i}}{2} \quad (3.4)$$

approximiert werden. Der Approximationsfehler beläuft sich dann auf ca. 1 %. Besonderes Augenmerk ist auf den Gleitreibungskoeffizient μ_G zu legen, welcher im Allgemeinen temperaturabhängig ist. Erkenntnisse aus [13] lassen jedoch für einen normalen Fahrbetrieb die Annahme eines konstanten Reibungskoeffizienten zu. Die maximale Abweichung in einem Geschwindigkeitsbereich von 20 km/h bis 140 km/h und dem zugehörigen Bremsdruck von 20 bar bis 120 bar beträgt im Mittel ± 17 %. Der Messfehler des Drucksensors wirkt sich ebenfalls ungünstig auf das Gesamtergebnis aus. Bei einer zusätzlichen Messunsicherheit von ± 3 % ist bei der Berechnung des Bremsmoments nach Gleichung (3.3) eine Abweichung von bis zu 20 % zu erwarten.

Tabelle 3.4 gibt die Zuteilung der auftretenden Unsicherheiten bezüglich der Berechnung nach Gleichung (3.3) an.

	Fehler [%]
Mittlere Abweichung des Gleitreibungskoeffizienten	± 17
Unsicherheit durch Approximation des mittleren Wirkradius	-1
Unsicherheit des Drucksensors	± 3
Gesamtfehler des Bremsmoments	20
Gesamtfehler der Bremskraft	21

Tabelle 3.4: Fehleranteile bei der bremsdruckbasierten Ermittlung der Bremskraft

Kapitel 4

Klassischer Beobachterentwurf

4.1 Beobachtbarkeit allgemein nichtlinearer Systeme

Um die Beobachtbarkeit [6] eines nichtlinearen Systems n -ter Ordnung der Form

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \\ y &= g(\mathbf{x}, \mathbf{u})\end{aligned}\tag{4.1}$$

mit dem Eingangsvektor \mathbf{u} untersuchen zu können, müssen die $(n - 1)$ zeitlichen Ableitungen der Ausgangsgleichung stetig differenzierbar sein:

$$\begin{aligned}y &= g(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \\ \dot{y} &= \frac{\partial g}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) + \frac{\partial g}{\partial \mathbf{u}} \dot{\mathbf{u}} = h_1(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}) \\ \ddot{y} &= \frac{\partial h_1}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) + \frac{\partial h_1}{\partial \mathbf{u}} \dot{\mathbf{u}} + \frac{\partial h_1}{\partial \ddot{\mathbf{u}}} \ddot{\mathbf{u}} = h_2(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}, \ddot{\mathbf{u}}) \\ y^{(3)} &= \frac{\partial h_2}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) + \frac{\partial h_2}{\partial \mathbf{u}} \dot{\mathbf{u}} + \frac{\partial h_2}{\partial \ddot{\mathbf{u}}} \ddot{\mathbf{u}} + \frac{\partial h_2}{\partial \mathbf{u}^{(3)}} \mathbf{u}^{(3)} = h_3(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}, \ddot{\mathbf{u}}, \mathbf{u}^{(3)}) \\ &\vdots\end{aligned}\tag{4.2}$$

Für die weiteren Betrachtungen ist es sinnvoll, die $(n - 1)$ gefundenen Ableitungen in Matrixdarstellung anzuschreiben.

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} y \\ \dot{y} \\ \ddot{y} \\ \vdots \\ y^{(n-1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \\ h_1(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}) \\ h_2(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}, \ddot{\mathbf{u}}) \\ \vdots \\ h_{n-1}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}, \ddot{\mathbf{u}}, \dots, \mathbf{u}^{(n-1)}) \end{bmatrix} = \mathbf{q}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}, \ddot{\mathbf{u}}, \dots, \mathbf{u}^{(n-1)})\tag{4.3}$$

Das nichtlineare System (4.1) ist global beobachtbar, wenn die Abbildung

$$\mathbf{z} = \mathbf{q}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}, \ddot{\mathbf{u}}, \dots, \mathbf{u}^{(n-1)}) \quad (4.4)$$

eindeutig nach \mathbf{x}

$$\mathbf{x} = \mathbf{q}^{-1}(\mathbf{z}, \mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}, \ddot{\mathbf{u}}, \dots, \mathbf{u}^{(n-1)}) \quad (4.5)$$

auffösbar ist. Einfacher als die Überprüfung der globalen Beobachtbarkeit ist die Bestimmung der lokalen Beobachtbarkeit. Dabei wird die Beobachtbarkeitsmatrix

$$\mathbf{Q}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}, \ddot{\mathbf{u}}, \dots, \mathbf{u}^{(n-1)}) = \frac{\partial \mathbf{q}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}, \ddot{\mathbf{u}}, \dots, \mathbf{u}^{(n-1)})}{\partial \mathbf{x}} \quad (4.6)$$

punktuell für vorgegebene Stützstellen $(\mathbf{z}, \mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}, \ddot{\mathbf{u}}, \dots, \mathbf{u}^{(n-1)})$ ausgewertet. Hat die Matrix \mathbf{Q} vollen Rang n bzw. ist ihre Determinante ungleich Null, ist das System lokal beobachtbar.

4.2 Theorie des Beobachterkonzepts

Der Entwurf basiert, wie auch in [6, 16, 9], auf einer Linearisierung der Systemdynamik im Arbeitspunkt $\hat{\mathbf{x}}$.

Für das allgemein nichtlineare System

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \\ \mathbf{y} &= \mathbf{c}(\mathbf{x}) \end{aligned} \quad (4.7)$$

liegt es nahe, in Analogie zum linearen Fall, einen Beobachter der Form

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\mathbf{x}}} &= \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{u}) + \mathbf{L}(\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{u}) \cdot (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}) \\ \hat{\mathbf{y}} &= \mathbf{c}(\hat{\mathbf{x}}) \end{aligned} \quad (4.8)$$

anzusetzen.

Subtrahiert man Gleichung (5.6) von (4.7), ergibt sich die Fehlerdynamik des Beobachters zu

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}} = \dot{\mathbf{x}} - \dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) - \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{u}) + \mathbf{L}(\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{u}) \cdot \underbrace{(\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}})}_{\mathbf{c}(\mathbf{x}) - \mathbf{c}(\hat{\mathbf{x}})}. \quad (4.9)$$

Linearisiert man das nichtlineare System (4.7), wie anfangs erwähnt, um den aktuellen Schätzwert $\hat{\mathbf{x}} = [\hat{v}_x \quad \hat{v}_y \quad \hat{r}]$ mittels Taylor-Entwicklung und setzt die Ausdrücke

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \approx \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{u}) + \left. \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u})}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}} (\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}) \quad (4.10)$$

$$\mathbf{c}(\mathbf{x}) \approx \mathbf{c}(\hat{\mathbf{x}}) + \left. \frac{\partial \mathbf{c}(\hat{\mathbf{x}})}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}} (\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}) \quad (4.11)$$

in Gleichung (4.9) ein, erhält man für den Beobachterfehler eine linearisierte Differentialgleichung der Form:

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}} \approx \underbrace{\left[\left. \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u})}{\partial \mathbf{x}} - \mathbf{L}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \cdot \frac{\partial \mathbf{c}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right] \right|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}}}_{\mathbf{F}(\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{u})} \tilde{\mathbf{x}} = \underbrace{[\mathbf{J} - \mathbf{L}\mathbf{C}]}_{\mathbf{F}=\mathbf{F}} \tilde{\mathbf{x}} \quad (4.12)$$

Die Entwurfsaufgabe besteht nun darin, durch Vorgabe von $\mathbf{L}(\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{u})$ die Systemmatrix des Schätzfehlers $\mathbf{F}(\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{u})$ derart zu manipulieren, dass alle ihre Eigenwerte in der linken komplexen Halbebene liegen. Diese Forderung gewährleistet, dass die Fehlerdynamik des Beobachters asymptotisch stabil ist.

Um $\mathbf{F} = (\mathbf{J} - \mathbf{L}\mathbf{C})$ nach \mathbf{L} auflösen zu können, ist die Invertierbarkeit der Ausgangsmatrix \mathbf{C} erforderlich. Voraussetzung für die Invertierbarkeit ist jedoch eine quadratische Form der Matrix, welche nur für den Fall, dass genauso viele Ausgangsgleichungen wie Zustandsgleichungen vorhanden sind, gegeben ist. Die Moore-Penrose Pseudoinverse bietet dieser Problematik Abhilfe:

$$\left[\left. \frac{\partial \mathbf{c}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}} \right]^+ = \left[\left. \frac{\partial \mathbf{c}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}} \right]^T \cdot \left(\left[\left. \frac{\partial \mathbf{c}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}} \right] \cdot \left[\left. \frac{\partial \mathbf{c}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}} \right]^T \right)^{-1} \quad (4.13)$$

Durch Verwendung der Pseudoinversen und Vorgabe von gewünschten Eigenwerten über eine konstante Diagonalmatrix zur Erfüllung der Forderung

$$\mathbf{F}(\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{u}) \stackrel{!}{=} \mathbf{G} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

folgt für die gesuchte Beobachterverstärkung die Entwurfsvorschrift:

$$\mathbf{L}(\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{u}) = \left[\left. \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u})}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}} - \mathbf{G} \right] \cdot \left[\left. \frac{\partial \mathbf{c}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}} \right]^+ = [\mathbf{J}(\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{u}) - \mathbf{G}] \cdot [\mathbf{C}(\hat{\mathbf{x}})]^+ \quad (4.15)$$

Die sich daraus ergebende Beobachterstruktur ist in Abbildung 4.1 schematisch dargestellt.

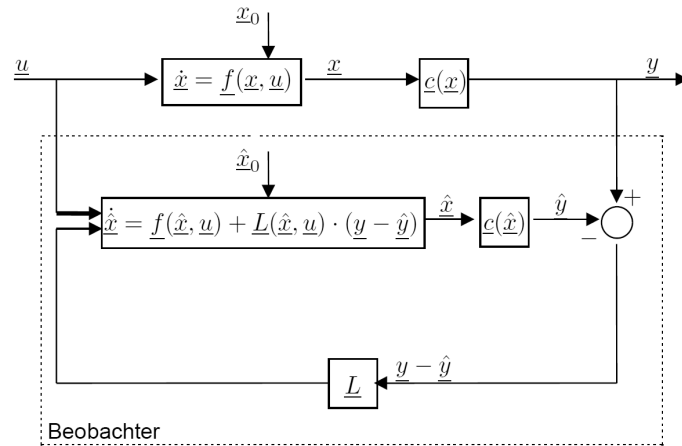


Abbildung 4.1: Struktur des Beobachters [9]

4.3 Beobachtbarkeit der Fahrzeugdynamik

Die erarbeitete Theorie aus Abschnitt 4.1 wird nun auf das Einspurmodell (2.32) angewandt und die Ergebnisse dokumentiert. Da es sich um ein nichtlineares System dritter Ordnung handelt, müssen im ersten Schritt die ersten beiden zeitlichen Ableitungen der Ausgangsgleichung bestimmt werden. Der Zustandsvektor und die Eingangsgrößen sind wieder über $x = [v_x \ v_y \ r]^T$ und $u = [\omega_1 \ \omega_3 \ \delta]^T$ vorgegeben.

Die Systemgleichungen werden in

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \begin{bmatrix} f_1(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \\ f_2(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \\ f_3(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{c}(\mathbf{x})$$

zusammengefasst. Für die zeitlichen Ableitungen der Ausgangsgleichung folgt:

$$y = c = r$$

$$\dot{y} = \underbrace{\frac{\partial c}{\partial \mathbf{x}}}_{[0 \ 0 \ 1]} \mathbf{f} + \underbrace{\frac{\partial c}{\partial \mathbf{u}}}_{\mathbf{0}} \dot{\mathbf{u}} = h_1(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \quad (4.17)$$

$$\ddot{y} = \frac{\partial h_1}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{f} + \frac{\partial h_1}{\partial \mathbf{u}} \dot{\mathbf{u}} + \underbrace{\frac{\partial h_1}{\partial \dot{\mathbf{u}}}}_{\mathbf{0}} \ddot{\mathbf{u}} = h_2(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}})$$

Übergeführt in die Matrixschreibweise

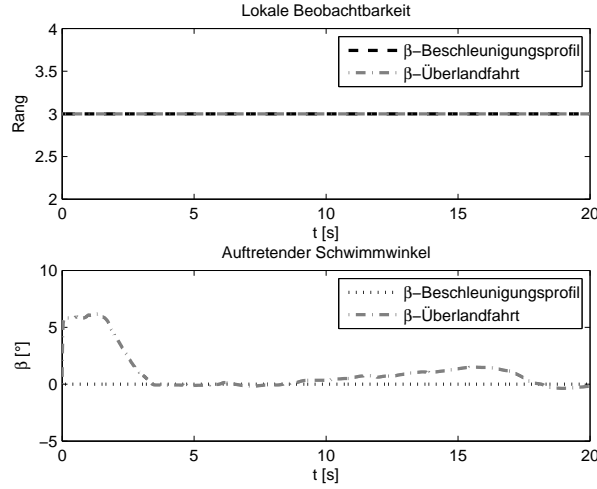


Abbildung 4.2: Analyse der lokalen Beobachtbarkeit

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} r \\ \dot{r} \\ \frac{\partial h_1}{\partial \mathbf{x}} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix} + \frac{\partial h_1}{\partial \mathbf{u}} \begin{bmatrix} \dot{\omega}_1 \\ \dot{\omega}_3 \\ \dot{\delta} \end{bmatrix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} = \mathbf{q} \quad (4.18)$$

ergibt sich durch Anwendung von Gleichung (4.6) die zu untersuchende Beobachtungsmatrix \mathbf{Q} zu:

$$\mathbf{Q}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial q_1(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}})}{\partial v_x} & \frac{\partial q_1(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}})}{\partial v_y} & \frac{\partial q_1(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}})}{\partial r} \\ \frac{\partial q_2(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}})}{\partial v_x} & \frac{\partial q_2(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}})}{\partial v_y} & \frac{\partial q_2(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}})}{\partial r} \\ \frac{\partial q_3(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}})}{\partial v_x} & \frac{\partial q_3(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}})}{\partial v_y} & \frac{\partial q_3(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}})}{\partial r} \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

Am Beispiel einer simulierten Überlandfahrt zeigt sich, dass die lokale Beobachtbarkeit des Systems (2.32) während der Simulation zu jedem Zeitpunkt, wie aus Abbildung 4.2 hervorgeht, gegeben ist. Die Grafik stellt den Rang der Beobachtbarkeitsmatrix für zwei verschiedene Fahrzyklen dar. Beim ersten handelt es sich um eine gewöhnlich Landstraßenfahrt und beim zweiten um eine gerade Ausfahrt mit Beschleunigungs- und Verzögerungsprofil.

4.4 Konkreter Entwurf

Im Folgenden soll auf das in Kapitel 2 hergeleitete Fahrzeugmodell (2.32) das zuvor beschriebene Beobachterkonzept angewandt werden. Es ist zu beachten, dass an Stelle des Dugoff-Reifenmodells ein lineares Reifenmodell der Form

$$F_{xi} = C_\sigma \sigma_i, \quad F_{yi} = C_\alpha \alpha_i \quad (4.20)$$

zur Anwendung kommt. Die Systemgleichungen (2.32) werden in

$$\begin{bmatrix} \dot{v}_x \\ \dot{v}_y \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \mathbf{f} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

$$y = c = r \quad (4.22)$$

zusammengefasst. Für die in der Taylor-Entwicklung auftretende Jacobi-Matrix \mathbf{J} gilt:

$$\mathbf{J} = \left. \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u})}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}} = \left. \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial v_x} & \frac{\partial f_1}{\partial v_y} & \frac{\partial f_1}{\partial r} \\ \frac{\partial f_2}{\partial v_x} & \frac{\partial f_2}{\partial v_y} & \frac{\partial f_2}{\partial r} \\ \frac{\partial f_3}{\partial v_x} & \frac{\partial f_3}{\partial v_y} & \frac{\partial f_3}{\partial r} \end{bmatrix} \right|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}} \quad (4.23)$$

Für die partielle Ableitung der Ausgangsgleichung nach dem Zustandsvektor $\mathbf{x} = [v_x \ v_y \ r]^T$ erhält man

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \frac{\partial c}{\partial v_x} & \frac{\partial c}{\partial v_y} & \frac{\partial c}{\partial r} \end{bmatrix} = [0 \ 0 \ 1]. \quad (4.24)$$

Mit der zugehörigen Pseudoinversen

$$\mathbf{C}^+ = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \left([0 \ 0 \ 1] \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right)^{-1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

sind alle notwendigen Terme zur Berechnung von Gleichung (4.15) vorhanden und die Eingangs-/Zustandsgrößen abhängige Beobachterverstärkung ergibt sich zu:

$$\mathbf{L} = \left. \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial r} \\ \frac{\partial f_2}{\partial r} \\ \frac{\partial f_3}{\partial r} - \lambda_3 \end{bmatrix} \right|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}} \quad (4.26)$$

Man beachte, dass nur mehr ein Eigenwert frei wählbar ist. Um die Konvergenz des Beobachterfehlers sicherzustellen, ist es daher unbedingt erforderlich, die verbleibenden Eigenwerte der Matrix $\mathbf{F} = (\mathbf{J} - \mathbf{L}\mathbf{C})$ durch Simulation zu bestimmen. Die Ergebnisse sind in Abbildung 4.3 angeführt. Der frei wählbare Eigenwert wurde für nachstehende Ergebnisse willkürlich bei $\lambda_3 = -33$ platziert. Die Eigenwerte

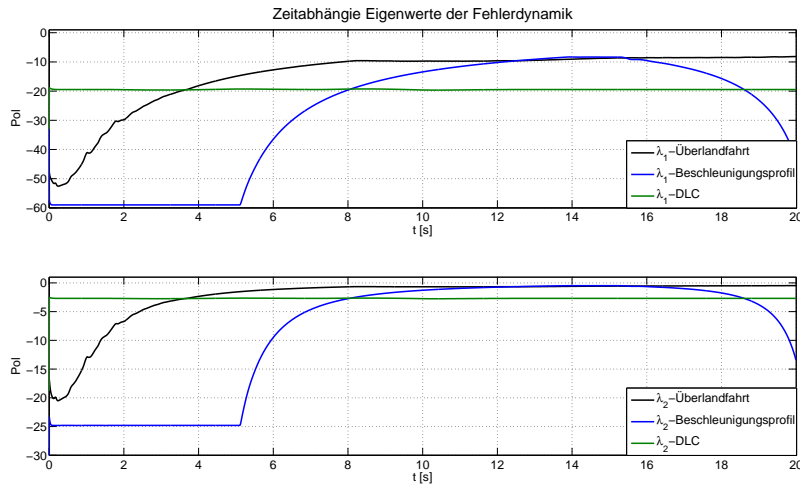


Abbildung 4.3: Zeitlicher Verlauf der Eigenwerte

λ_1 und λ_2 sind in Abbildung 4.3 als Funktion der Zeit, für drei unterschiedliche Fahrmanöver dargestellt.

Die blaue Kurve beschreibt den Eigenwertverlauf für ein Beschleunigungsprofil mit abrupter Bremsung während einer Geradeausfahrt. Der schwarze Verlauf gibt die Abhängigkeit der ersten 20 s für das Manöver “Überlandfahrt“ an. Der grüne Verlauf stellt sich bei einem doppelten Spurwechsel ein. Man erkennt, dass alle Eigenwerte der Manöver negativ und reell sind. Diese Eigenschaft wäre für die asymptotische Stabilität des Schätzfehlers für den Fall eines linearen zeitinvarianten Systems hinreichend. Die Matrix \mathbf{F} der Schätzfehlerdynamik ist jedoch auf Grund der Linearisierung um den Arbeitspunkt zeitabhängig. Es ist daher erforderlich, die Stabilität der Schätzfehlerdynamik (4.12) über Simulationsstudien sicherzustellen.

4.5 Einfluss der Reifenanfangssteifigkeit auf den Schätzwert

Um die Funktionsfähigkeit des Beobachters aufzeigen zu können, wird ein normierter Fehler (4.27) eingeführt.

$$E = \frac{|z_{\text{Schätzung}} - z_{\text{Messung}}|}{\max |z_{\text{Messung}}|} 100\% \quad (4.27)$$

Mit Hilfe dieses Fehlermaßes wird in den Tabellen 4.1, 4.2 und 4.4 jeweils der maximale und mittlere Fehler des Modells bzw. der maximale und mittlere Fehler der

Schätzgrößen, bezogen auf die reale Strecke für das Überlandmanöver, gegenübergestellt. Zusätzlich werden die Tabellen 4.1 - 4.4 für die weiteren Interpretationen durch den zeitlichen Verlauf des Schwimmwinkels in Abbildung 4.4 und 4.5 unterstützt.

Erste Untersuchungen, die mit dem Reifenparametersatz $C_{\sigma 1} = C_{\sigma 2} = 35000$ N/rad und $C_{\alpha 1} = C_{\alpha 3} = 71000$ N/rad implementiert wurden, ergaben bei der Streckenvalidierung eine gute Übereinstimmung zwischen dem vereinfachten Einspurmodell und den zur Verfügung stehenden Validierungsdaten, wie auch der kurze Ausschnitt in Abbildung 4.4 bei einem Vergleich der Verläufe für β_{val} und β_{71000} bestätigt. Ein mittlerer Modellfehler für genannte Konfiguration wird in Tabelle 4.1 mit 1.10 % angegeben. Der Einsatz des Beobachters führt für diese Reifenkonfiguration allerdings im gesamten Simulationszeitraum zu einer Verschlechterung. Dieses Verhalten ist anhand des roten Verlaufs β_{71000} in Abbildung 4.5 ersichtlich. Der mittlere Fehler erhöht sich von 1.10 % auf 2.31 %.

Bei einer weiteren Untersuchung, welche sich auf Tabelle 4.2 bezieht, wurde bei gleichbleibender Anfangssteifigkeit in Längsrichtung C_{σ} jene in Querrichtung auf $C_{\alpha} = 51000$ verringert. Der Fehler des Schätzwertes β (Tabelle 4.2) verbessert sich im Mittel auf 1.73 %. Allerdings lässt sich in diesem Fall das zuvor angesprochene gute Validierungsergebnis nicht mehr erreichen. Betrachtet man den magentafarbenen Verlauf in Abbildung 4.4, ergibt sich für $C_{\alpha} = 51000$ N/rad ein Schwimmwinkelverlauf mit erhöhten Modellamplituden. Dieser Effekt ist auf die, durch die Manipulation von C_{α} , verringerte Seitenführungskraft zurückzuführen. Das Fahrzeug erfährt dadurch eine höherer Querbeschleunigung, welche sich direkt in der Quergeschwindigkeit bemerkbar macht. Diese fließt wiederum in die Berechnung des Schwimmwinkels (Gleichung (1.1)) ein und führt schließlich zu erhöhten Modellamplituden.

	Modell	Schätzung		Modell	Schätzung
	E_{max}^{7100}	E_{max}^{7100}		E_{mean}^{7100}	E_{mean}^{7100}
v_x	8.34	8.11		2.49	2.48
v_y	91.99	141.79		3.93	11.25
r	101.84	51.25		6.16	2.54
α_1	57.44	75.42		1.18	1.69
α_3	53.01	65.72		2.81	4.15
β	33.26	38.85		1.10	2.31

Tabelle 4.1: Simulationsergebnis für $C_{\alpha} = 71000$ N/rad und $C_{\sigma} = 35000$ N/rad

Eine dritte Untersuchung erfordert eine Anpassung des linearen Reifenmodells laut Gleichung (4.20). Die Modifikation sieht eine Unterscheidung der Anfangssteifigkeiten für vorne und hinten vor. Anstelle von zwei Reifenparametern C_{α} und C_{σ} unterscheidet man nun gemäß dem modifizierten linearen Reifenmodell aus den Gleichungen

	Modell	Schätzung		Modell	Schätzung
	E_{max}^{5100}	E_{max}^{5100}		E_{mean}^{5100}	E_{mean}^{5100}
v_x	8.64	8.07		2.50	2.48
v_y	127.86	108.07		13.30	4.57
r	113.87	34.23		7.74	2.12
α_1	48.36	56.75		1.09	0.68
α_3	113.10	44.70		10.87	2.28
β	39.60	28.51		4.96	1.73

Tabelle 4.2: Simulationsergebnis für $C_\alpha = 51000$ N/rad und $C_\sigma = 35000$ N/rad

$$\begin{aligned}
F_{x1} &= C_{\sigma 1} \sigma_1 & F_{y1} &= C_{\alpha 1} \alpha_1 \\
F_{x1} &= C_{\sigma 1} \sigma_1 & F_{y3} &= C_{\alpha 3} \alpha_3
\end{aligned} \tag{4.28}$$

zwischen den vier in Tabelle 4.3 angeführten Anfangssteifigkeiten, deren Ermittlung dem Anhang unter Punkt A.2 zu entnehmen ist.

$C_{\sigma 1}$	50423	N/rad
$C_{\sigma 3}$	70734	N/rad
$C_{\alpha 1}$	56631	N/rad
$C_{\alpha 3}$	67543	N/rad

Tabelle 4.3: Erweiterter Reifenparametersatz

Durch diese Maßnahme gelingt es, bei gleichbleibend guten Validierungsergebnissen, die Schätzwerte für α_1 , α_3 und β zu verbessern. Ein Vergleich von Tabelle 4.1 mit Tabelle 4.4 zeigt auf, dass die Abweichung des Modells im Mittel wieder mit 1.10 % angegeben werden kann. Der Schätzwert β verbessert sich über die gesamte Simulationszeit der Überlandfahrt von 2.31 % auf 1.51 %. Eine grafische Interpretationsmöglichkeit bietet in diesem Zusammenhang der blaue Verlauf in Abbildung 4.4 und 4.5.

	Modell	Schätzung		Modell	Schätzung
	E_{max}^{4C}	E_{max}^{4C}		E_{mean}^{4C}	E_{mean}^{4C}
v_x	9.27	9.19		2.50	2.49
v_y	88.84	128.00		3.26	7.79
r	92.02	40.84		4.01	1.63
α_1	51.38	63.04		0.75	1.04
α_3	51.88	54.33		2.14	2.88
β	27.36	33.46		1.10	1.51

Tabelle 4.4: Simulationsergebnis für den erweiterten Reifenparametersatz

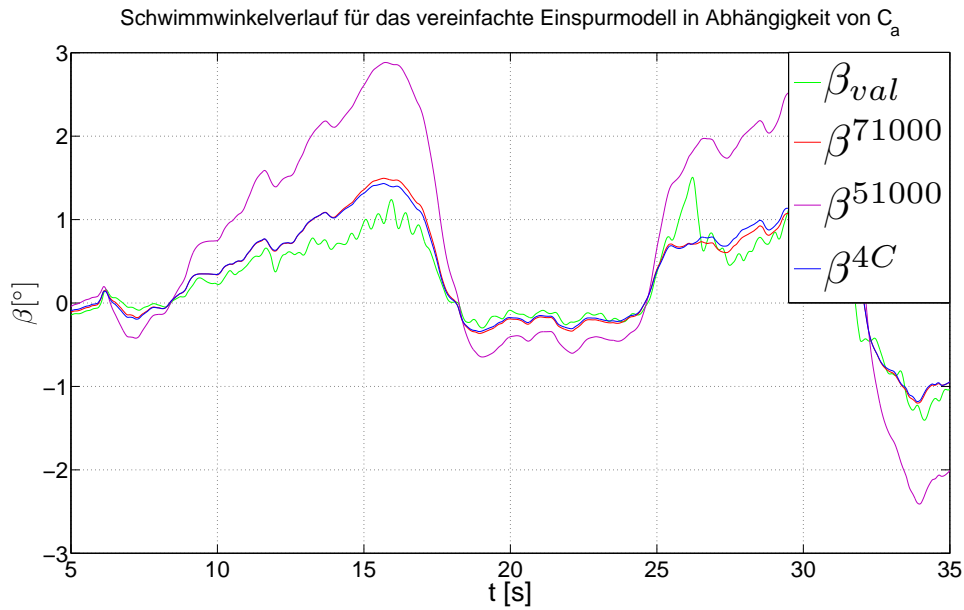


Abbildung 4.4: Schwimmwinkel in Abhängigkeit von der Anfangssteifigkeit

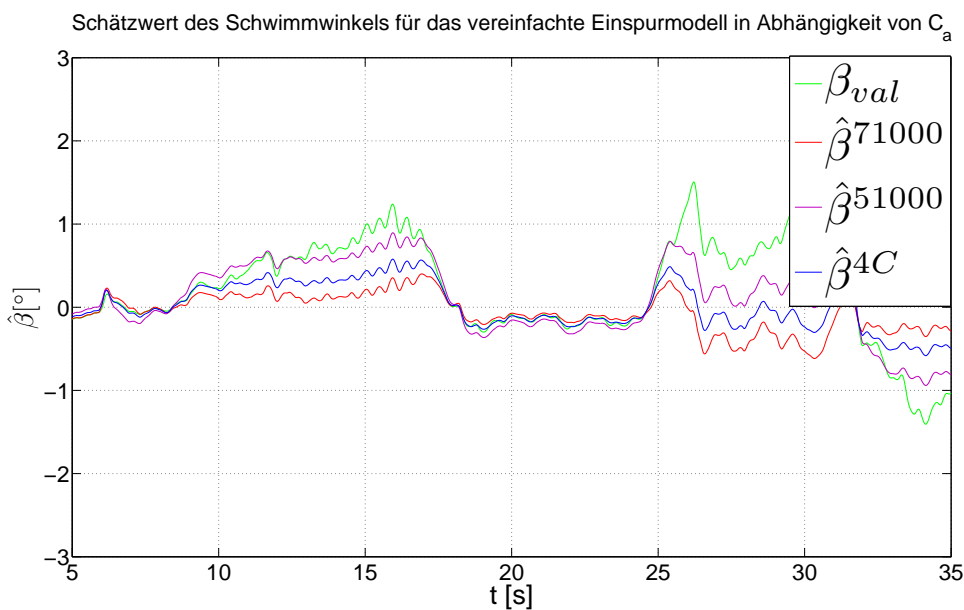


Abbildung 4.5: Schwimmwinkelschätzwert in Abhängigkeit der Anfangssteifigkeit

4.6 Simulationsergebnisse

Grundlage für die in diesem Abschnitt angeführten Ergebnisse bildet das im Anhang A.1 näher beschriebene Fahrmanöver der Überlandfahrt. Das Manöver kann in zwei Dynamikbereiche unterteilt werden. Im ersten „nichtlinearen“ Bereich treten hohe

Querbeschleunigungen $a_y \geq 5 \text{ m/s}$ auf. Im zweiten „linearen“ Fahrdynamikbereich wird die Grenzbeschleunigung ¹ von 5 m/s nicht mehr überschritten. Die Funktion des zuvor beschriebenen Beobachters wird nun an zwei Ausschnitten der Überlandfahrt näher betrachtet.

In Abbildung 4.6 und 4.7 ist jeweils oben der zeitliche Verlauf des Schwimmwinkels, in der Mitte jener für den vorderen Schräglaufwinkel und unten der hintere Schräglaufwinkel dargestellt. Der Schätzwert, erkennbar am Index β_{obs} wird jeweils mit der Referenzgröße β_{val} und der Modellgröße β_{mod} aus dem vereinfachten Einspurmodell verglichen. Für zunehmend querdynamisch anspruchsvolleres Fahrverhalten, wie es

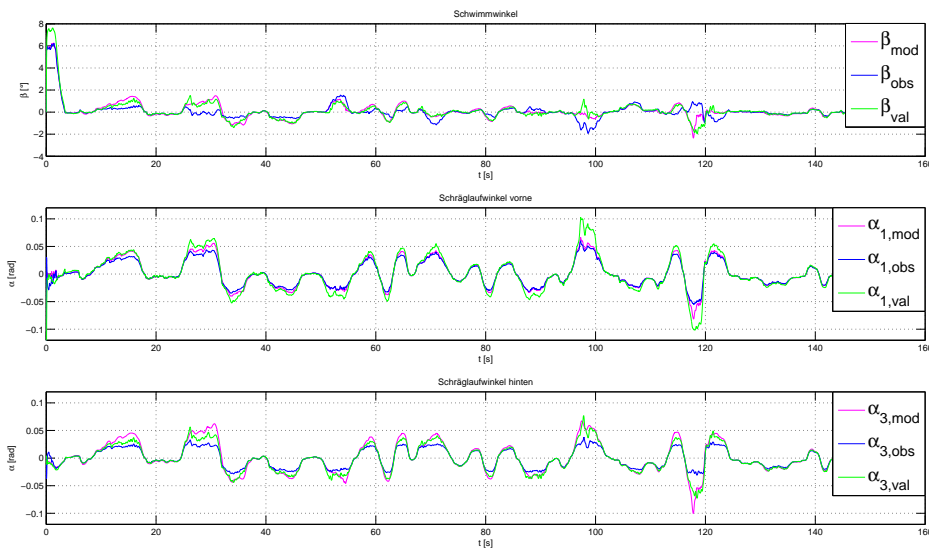


Abbildung 4.6: Schätzwerte für den hochdynamischen Fahrbereich

in Abbildung 4.6 nachgebildet wurde, kann die Schätzgröße Schwimmwinkel β und Schräglaufwinkel $\alpha_1 \setminus \alpha_3$ nicht mehr zuverlässig ermittelt werden. Die Konsequenz ist ein mit steigender Querbeschleunigung zunehmender Schätzfehler.

Stellt man Abbildung 4.6 und Abbildung A.1 gegenüber, fällt auf, dass die Schätzwerte speziell in Bereichen hoher Querbeschleunigungen stärker von der Referenzgröße abweichen, als in jenen mit niedrigen Querbeschleunigungen. Dies ist in erster Linie auf das verwendete Reifenmodell zurückzuführen, welches seine Gültigkeit ab einem Schräglaufwinkel von $|\alpha| \leq 3^\circ = 0.052 \text{ rad}$ zunehmend verliert. Dies hat zur Folge, dass die Steuertendenz des Fahrzeugs, auf Grund zu hoher Seitenführungskräfte, nicht mehr richtig abgebildet wird. Dem Beobachter ist es in diesem Fall nicht mehr möglich, den Modellfehler zu korrigieren.

¹Entspricht dem Gültigkeitsbereich des linearen Reifenmodells.

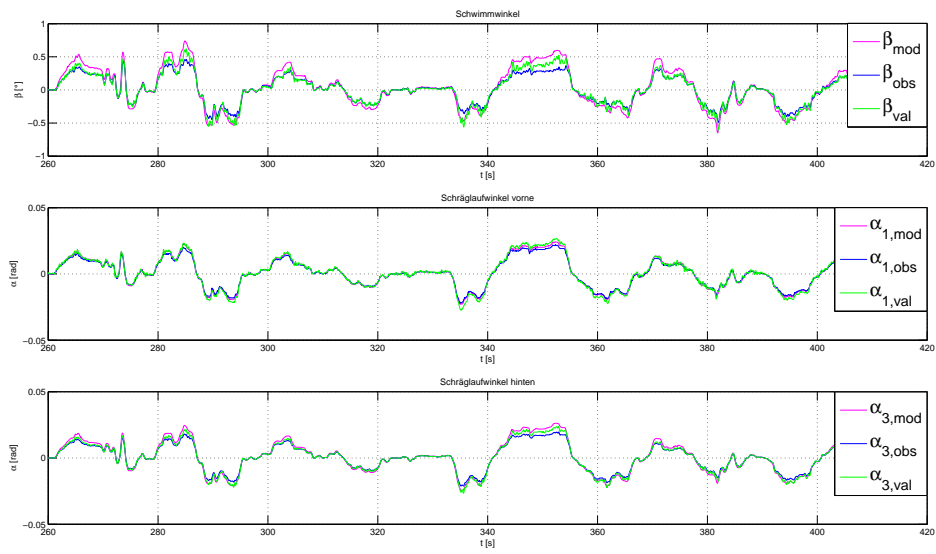


Abbildung 4.7: Schätzwerte für den weniger dynamischen Fahrbereich

Bei einer weniger dynamischen Fahrweise, ähnlich den Verhältnissen aus Abbildung 4.7, wird ein zufriedenstellendes Verhalten der geschätzten Größen erzielt.

Kapitel 5

Entwurf eines nichtlinearen Beobachters

5.1 Stabilität nichtlinearer Systeme

Wird für die Eingangsgröße \mathbf{u} des nichtlinearen Systems $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u})$ ein vorgegebener Zeitverlauf $\mathbf{u} = \mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ eingesetzt, lässt sich das System in der Form

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) \quad (5.1)$$

anschreiben. Das nichtlineare System (5.1) wird autonom genannt, wenn die rechte Seite der Gleichung nicht explizit von der Zeit abhängt und die Systemgleichungen somit in der Form $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x})$ darstellbar sind. Andernfalls spricht man von einem nicht autonomen System. Der wesentliche Unterschied zwischen einem autonomen und einem nicht autonomen System besteht salopp formuliert darin, dass die Trajektorie eines autonomen Systems vom Startzeitpunkt unabhängig ist. Dies trifft für ein nicht autonomes System in der Regel nicht zu [19].

Stabilität nach Lyapunov:

Man nennt eine Ruhelage \mathbf{x}_R eines autonomen Systems stabil im Sinne von Lyapunov, wenn ihre Trajektorie $\mathbf{x}(t)$ in einer *beliebig* kleinen Umgebung ϵ der Ruhelage \mathbf{x}_R bleibt, sofern sie aus einer *hinreichend* kleinen Umgebung $\tau(\epsilon)$ von \mathbf{x}_R startet [19].

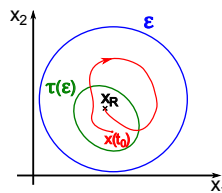


Abbildung 5.1: Stabilität nach Lyapunov

5.2 Direkte Methode von Lyapunov

Wenn für ein System

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}), \mathbf{f}(\mathbf{0}) = \mathbf{0} \rightarrow \mathbf{x}_{\mathbf{R}} = \mathbf{0} \quad (5.2)$$

in einer Umgebung U von $\mathbf{x}_{\mathbf{R}} = \mathbf{0}$ eine skalare Funktion $V(\mathbf{x})$ mit den Eigenschaften

1. $V(\mathbf{x})$ stetig differenzierbar
2. $V(\mathbf{x})$ positiv definit
3. $\dot{V}(\mathbf{x})$ negativ semidefinit

existiert, so nennt man $V(\mathbf{x})$ eine *Lyapunov-Funktion* des Systems (5.2) in U . Gilt weiters $\dot{V}(\mathbf{x})$ negativ definit in U , so nennt man die Funktion strenge Lyapunov-Funktion.

Existiert in einer Umgebung U der Ruhelage $\mathbf{x}_{\mathbf{R}} = \mathbf{0}$ eine Lyapunov-Funktion, so ist die Ruhelage des Systems stabil. Gelingt es eine strenge Lyapunov-Funktion zu finden, so ist die Ruhelage asymptotisch stabil. Die Lyapunov-Funktion $V(\mathbf{x})$ entspricht einer Quasi-Energie-Funktion entlang der Trajektorie.

5.3 Definitheit

Eine symmetrische Matrix \mathbf{P} und damit auch die zugehörige quadratische Form $\mathbf{x}^T \mathbf{P} \mathbf{x}$ ist genau dann

- positiv definit $\mathbf{P} \succ 0$, wenn alle Eigenwerte von \mathbf{P} positiv sind.
- positiv semidefinit $\mathbf{P} \succeq 0$, wenn alle Eigenwerte ($\text{EW}(\mathbf{P}) \geq 0$) von \mathbf{P} nicht negativ sind.
- negativ definit $\mathbf{P} \prec 0$, wenn alle Eigenwerte negativ sind.
- negativ semidefinit $\mathbf{P} \preceq 0$, wenn alle Eigenwerte ($\text{EW}(\mathbf{P}) \leq 0$) von \mathbf{P} nicht positiv sind.

Eine numerisch besser geeignete Überprüfung der Definitheit bietet das Sylvester-Kriterium. Es besagt, dass eine quadratische Form $\mathbf{x}^T \mathbf{P} \mathbf{x}$ mit $\mathbf{P} = \mathbf{P}^T$ genau dann positiv definit ist, wenn alle „nordwestlichen“ Unterdeterminanten von \mathbf{P} positiv sind [5].

5.4 Konstruktion einer Lyapunov-Funktion

Systematische Ansätze zur Konstruktion einer Lyapunov-Funktion sind nur eingeschränkt verwendbar und weisen schnell Grenzen in ihrer Anwendbarkeit auf. Existiert für das zu untersuchende System eine physikalisch sinnvolle Energiefunktion, wie beispielsweise für einen elektrischen Schwingkreis, ist es zweckmäßig diese zu verwenden. Eine weitere Möglichkeit bietet die „Methode von Krasovski“ bzw. die „Methode der variablen Gradienten“ [19].

Eine intuitive und oft zielführende Methode bietet ein quadratischer Ansatz der Form

$$V(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T \mathbf{P} \mathbf{x} \quad \text{für } \mathbf{P} \succ 0 \quad (5.3)$$

welcher von vornherein den Anspruch an eine stetig differenzierbare und positiv definite Funktion $V(\mathbf{x})$ erfüllt.

5.5 Nichtlinearer Beobachter

Für die in Abschnitt 2.5 hergeleitete Fahrzeugdynamik in Kombination mit dem Reifenmodell nach Dugoff (2.2.1) wird in Anlehnung an [3] ein nichtlineares Beobachterkonzept erarbeitet.

Fasst man die in Klammer stehenden Kräfte aus Gleichung (2.32) zu jeweils einer Gesamtkraft

$$\begin{aligned} m a_x &= F_x(v_x, v_y, r, \boldsymbol{\omega}, \delta) \\ m a_y &= F_y(v_x, v_y, r, \boldsymbol{\omega}, \delta) \\ J_z \dot{r} &= M_z(v_x, v_y, r, \boldsymbol{\omega}, \delta) \end{aligned} \quad (5.4)$$

zusammen, so entsprechen die Größen a_x , a_y und \dot{r} dabei jeweils der im Fahrzeugschwerpunkt messtechnisch erfassbaren Beschleunigung. Für eine vereinfachte Notation lässt sich das Fahrzeugmodell in kompakter Form darstellen:

$$\begin{aligned} \dot{v}_x &= a_x + r v_y \\ \dot{v}_y &= a_y - r v_x \\ \dot{r} &= \frac{M_z}{J_z} \end{aligned} \quad (5.5)$$

Für die Fahrzeugdynamik (5.5), die Gleichungen (5.4) und ein geschätztes Gesamtmoment $\hat{M}_z = M(\hat{v}_x, \hat{v}_y, \hat{r}, \boldsymbol{\omega}, \delta)$ lässt sich folgende Beobachterstruktur - siehe auch

Abbildung 5.2 - angeben:

$$\begin{aligned}
 \dot{\hat{v}}_x &= a_x + r \hat{v}_y - K_x (m a_x - m \hat{a}_x), \\
 \dot{\hat{v}}_y &= a_y - r \hat{v}_x - K_y (m a_y - m \hat{a}_y), \\
 \dot{\hat{r}} &= \frac{\hat{M}_z}{J_z} + K_r (r - \hat{r}),
 \end{aligned} \tag{5.6}$$

wobei K_x , K_y und K_r die sogenannten Beobachterverstärkungen sind.

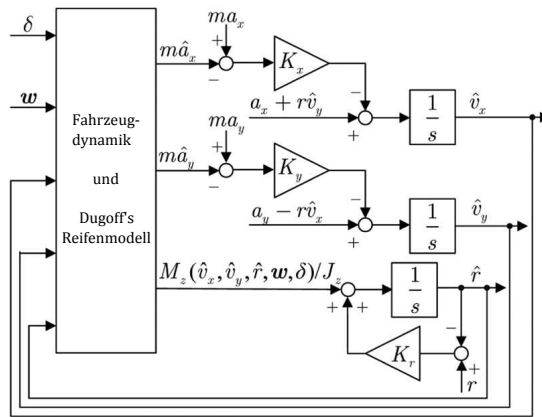


Abbildung 5.2: Struktur des nichtlinearen Beobachters [3]

Setzt man (5.4) in Gleichung (5.6) ein und nimmt in analoger Weise $m \hat{a}_x = F_x(\hat{v}_x, \hat{v}_y, \hat{r}, \boldsymbol{\omega}, \delta) = \hat{F}_x$ bzw. $m \hat{a}_y = F_y(\hat{v}_x, \hat{v}_y, \hat{r}, \boldsymbol{\omega}, \delta) = \hat{F}_y$ an, so kann die Beobachterdynamik auch in der Form

$$\begin{aligned}
 \dot{\hat{v}}_x &= a_x + r \hat{v}_y - K_x (F_x - \hat{F}_x) \\
 \dot{\hat{v}}_y &= a_y - r \hat{v}_x - K_y (F_y - \hat{F}_y) \\
 \dot{\hat{r}} &= \frac{\hat{M}_z}{J_z} + K_r (r - \hat{r})
 \end{aligned} \tag{5.7}$$

angeschrieben werden. Infolge der zeitinvarianten Beobachterverstärkungen K_x , K_y und K_r entfällt hier bei Vergleich mit Kapitel 4 die Neuberechnung der Beobachterverstärkung für den nächsten Zeitschritt, wodurch auch ein „besseres Echtzeitverhalten“ des Algorithmus erreicht wird. Voraussetzung für die Funktion des Beobachters ist die gezielte Vorgabe der Verstärkungen, um die Konvergenz der Schätzgrößen \hat{v}_x , \hat{v}_y und \hat{r} garantieren zu können. Zu diesem Zweck definiert die Differenz von Modellgröße und Schätzgröße den Schätzfehler (5.8) bez. nach Differenziation dessen zeitliche Änderung (5.9).

$$\begin{aligned}\tilde{v}_x &= v_x - \hat{v}_x \\ \tilde{v}_y &= v_y - \hat{v}_y \\ \tilde{r} &= r - \hat{r}\end{aligned}\quad (5.8)$$

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{v}}_x &= \dot{v}_x - \dot{\hat{v}}_x \\ \dot{\tilde{v}}_y &= \dot{v}_y - \dot{\hat{v}}_y \\ \dot{\tilde{r}} &= \dot{r} - \dot{\hat{r}}\end{aligned}\quad (5.9)$$

Setzt man die Modelldynamik (5.5) und die Beobachterdynamik (5.7) in Gleichung (5.9) ein, resultiert die Schätzfehlerdynamik:

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{v}}_x &= r \tilde{v}_y + K_x (F_x - \hat{F}_x) \\ \dot{\tilde{v}}_y &= -r \tilde{v}_x + K_y (F_y - \hat{F}_y) \\ \dot{\tilde{r}} &= \frac{(M_z - \hat{M}_z)}{J_z} - K_r \tilde{r}.\end{aligned}\quad (5.10)$$

Die weitere Entwurfsaufgabe besteht darin, die Beobachterverstärkungen so vorzugeben, dass die Fehlerdynamik des Beobachters asymptotisch stabilisiert wird.

5.5.1 Stabilität der Fehlerdynamik

Ziel ist ein gegen Null strebender Schätzfehler, das heißt, die zu untersuchende Ruhelage des Systems (5.10) liegt bei $\tilde{\mathbf{x}} = [\tilde{v}_{x,0} \quad \tilde{v}_{y,0} \quad \tilde{r}_0] = \mathbf{0}$, wodurch die Grundlage für eine Stabilitätsuntersuchung nach Lyapunov gegeben ist.

Die Lyapunov-Funktion wird als quadratische Funktion

$$V = \frac{1}{2} \tilde{v}_x^2 + \frac{1}{2} \tilde{v}_y^2 + \frac{1}{2} \tilde{r}^2 \quad (5.11)$$

angesetzt. Für die zeitliche Ableitung entlang der Trajektorie gilt

$$\begin{aligned}\dot{V} &= \tilde{v}_x \dot{\tilde{v}}_x + \tilde{v}_y \dot{\tilde{v}}_y + \tilde{r} \dot{\tilde{r}} \\ &= K_x \tilde{v}_x (F_x - \hat{F}_x) + K_y \tilde{v}_y (F_y - \hat{F}_y) + \tilde{r} \frac{(M_z - \hat{M}_z)}{J_z} - K_r \tilde{r}^2.\end{aligned}\quad (5.12)$$

Bezeichnet \bar{v}_x einen Punkt entlang der Verbindungslinie zwischen v_x und \hat{v}_x - selbiges gilt auch für \bar{v}_y und \bar{r} - ist die dem Punkt zugehörige Kraft über

$$\begin{aligned}\bar{F}_x &= F_x(\bar{v}_x, \bar{v}_y, \bar{r}, \boldsymbol{\omega}, \delta) \\ \bar{F}_y &= F_y(\bar{v}_x, \bar{v}_y, \bar{r}, \boldsymbol{\omega}, \delta) \\ \bar{M}_z &= M_z(\bar{v}_x, \bar{v}_y, \bar{r}, \boldsymbol{\omega}, \delta)\end{aligned}\quad (5.13)$$

vorgegeben.

Die Klammerausdrücke in Gleichung (5.12) lassen sich dann über den Mittelwertsatz von Lagrange folgendermaßen berechnen:

$$\left(F_x - \hat{F}_x\right) = \frac{\partial \bar{F}_x}{\partial v_x} \tilde{v}_x + \frac{\partial \bar{F}_x}{\partial v_y} \tilde{v}_y + \frac{\partial \bar{F}_x}{\partial r} \tilde{r} \quad (5.14)$$

$$\left(F_y - \hat{F}_y\right) = \frac{\partial \bar{F}_y}{\partial v_x} \tilde{v}_x + \frac{\partial \bar{F}_y}{\partial v_y} \tilde{v}_y + \frac{\partial \bar{F}_y}{\partial r} \tilde{r} \quad (5.15)$$

$$\left(M_z - \hat{M}_z\right) = \frac{\partial \bar{M}_z}{\partial v_x} \tilde{v}_x + \frac{\partial \bar{M}_z}{\partial v_y} \tilde{v}_y + \frac{\partial \bar{M}_z}{\partial r} \tilde{r} \quad (5.16)$$

In [3] konnten die Autoren zeigen, dass die partiellen Ableitungen in den Gleichungen (5.14) bis (5.16) für den Wertebereich von $\delta \in [-90^\circ, 90^\circ]$, $\sigma \in [-0.95, 1]$ und $\alpha \in [-10^\circ, 10^\circ]$ stets negativ sind. Für einen realistischen Wertebereich von δ , σ und α sind die Terme $\tilde{v}_x \left(F_x - \hat{F}_x\right)$, $\tilde{v}_y \left(F_y - \hat{F}_y\right)$ und $\tilde{r}_x \left(M_z - \hat{M}_z\right)$ nach oben beschränkt. Das heißt, es existieren positive Konstanten c_i , $i = 1, 2, \dots, 9$, sodass bei Multiplikation von Gleichung (5.14), (5.15) und (5.16) mit \tilde{v}_x , \tilde{v}_y und \tilde{r} gilt:

$$\begin{aligned} \tilde{v}_x \left(F_x - \hat{F}_x\right) &\leq -c_1 \tilde{v}_x^2 + c_2 |\tilde{v}_x| |\tilde{v}_y| + c_3 |\tilde{v}_x| |\tilde{r}|, \\ \tilde{v}_y \left(F_y - \hat{F}_y\right) &\leq c_4 |\tilde{v}_x| |\tilde{v}_y| - c_5 \tilde{v}_y^2 + c_6 |\tilde{v}_y| |\tilde{r}|, \\ \tilde{r} \left(M_z - \hat{M}_z\right) &\leq c_7 |\tilde{v}_x| |\tilde{r}| + c_8 \tilde{v}_y |\tilde{r}| + c_9 \tilde{r}^2. \end{aligned} \quad (5.17)$$

Eingesetzt in die zeitliche Ableitung der Lyapunov-Funktion mit Anpassung an die quadratische Form

$$\dot{V} = -|\tilde{\mathbf{x}}|^T \mathbf{A} |\tilde{\mathbf{x}}| \quad (5.18)$$

erhält man mit $|\tilde{\mathbf{x}}| = [|\tilde{v}_x| \quad |\tilde{v}_y| \quad |\tilde{r}|]^T$ für die Matrix \mathbf{A} :

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} K_x c_1 & -\frac{K_x c_2 + K_y c_4}{2} & -\frac{K_x c_3 + c_7}{2} \\ -\frac{K_x c_2 + K_y c_4}{2} & K_y c_5 & -\frac{K_y c_6 + c_8}{2} \\ -\frac{K_x c_3 + c_7}{2} & -\frac{K_y c_6 + c_8}{2} & K_r - c_9 \end{bmatrix} \quad (5.19)$$

Die Konstanten c_1 bis c_9 hängen stark von den Zustandsvariablen und den Fahrzeugparametern ab und können nicht frei vorgegeben werden. Die Beobachterverstärkungen müssen so gewählt werden, dass die Matrix \mathbf{A} die Eigenschaft einer positiv definiten Matrix aufweist. Die Forderung an positive Hauptminoren der Matrix \mathbf{A} , ermöglicht die Bestimmung des Gültigkeitsbereiches der Beobachterverstärkungen. Für sie gilt:

$$\begin{aligned} K_x &> 0 \\ \frac{2c_1 c_5 - c_2 c_4 - c_{10}}{c_4^2} K_x &< K_y < \frac{2c_1 c_5 - c_2 c_4 + c_{10}}{c_4^2} K_x \\ K_r &> c_9 + \frac{c_{11}}{4K_x K_y c_1 c_5 - (K_x c_2 + K_y c_4)^2} \end{aligned} \quad (5.20)$$

mit

$$c_{10} = \sqrt{4c_1c_5(c_1c_5 - c_2c_4)} \quad (5.21)$$

$$c_{11} = K_x c_1 (K_y c_6 + c_8)^2 + K_y c_5 (K_x c_3 + c_7)^2 + (K_x c_2 + K_y c_4) (K_x c_3 + c_7) (K_y c_6 + c_8). \quad (5.22)$$

Bei der Berechnung der partiellen Ableitung von F_x und F_y in Bezug auf v_x und v_y erhält man die Ungleichung

$$\left| \frac{\partial F_x}{\partial v_x} \frac{\partial F_y}{\partial v_y} \right| > \left| \frac{\partial F_x}{\partial v_y} \frac{\partial F_y}{\partial v_x} \right|, \quad (5.23)$$

was gleichbedeutend mit der Forderung an eine reelle Wurzel durch die Ungleichung $c_1c_5 > c_2c_4$ ist. Wird der Gültigkeitsbereich (5.20) eingehalten, so ist dies eine hinreichende Bedingung für eine asymptotisch stabile Schätzfehlerdynamik.

5.5.2 Bestimmung der Konstanten und Auswahl der Beobachterverstärkungen

Vom „stabilisierenden Bereich“ (5.20) der Beobachterverstärkungen lässt sich ableiten, dass der Gültigkeitsbereich sehr stark von den Konstanten c_1 bis c_9 abhängig ist. Diese sind wiederum Funktionen der Fahrzeugparameter und des aktuellen Fahrzustands. Eine mögliche Ermittlung der Konstanten besteht darin, für realistische Werte von $\delta \in [-30^\circ, 30^\circ]$, $\sigma \in [-0.8, 0.8]$ und $\alpha \in [-10^\circ, 10^\circ]$ die korrespondierende maximale partielle Ableitung zu bestimmen.

Eine weitere Möglichkeit bietet die Extraktion der maximalen partiellen Ableitung während eines vorgegebenen Fahrmanövers. Bei der Berechnung der Beobachterverstärkungen nach den Ungleichungen (5.20) stellt man fest, dass der Wertebereich der Beobachterverstärkungen, welche zu einer asymptotisch stabilen Schätzfehlerdynamik führt sehr groß ist. In [3] wird daher empfohlen, die Verstärkung K_x und K_y zwischen 0 und $1/m$ anzusetzen. Für die Verstärkung K_r sind für ein schnelles Konvergenzverhalten des Fehlers hohe Werte empfehlenswert. Die Beschränkung von $K_x, K_y \in [0, 1/m]$ geht aus folgender Überlegung hervor:

Schreibt man die Differenzialgleichung für den Schätzfehler der Longitudinalgeschwindigkeit aus Gleichung (5.6) in der Form

$$\dot{v}_x = r\hat{v}_y + (1 - K_x m) a_x + K_x m \hat{a}_x \quad (5.24)$$

an, erkennt man, dass für $K_x = 1/m$ nur mehr die geschätzte Beschleunigung \hat{a}_x Einfluss auf den Schätzwert hat und demzufolge eine hohe Genauigkeit des Reifenmodells erfordert. Für eine kleine Beobachterverstärkung K_x hingegen verschwindet der Korrekturterm, wodurch Störungen und Messrauschen aufintegriert werden und

K_x	$0.7/m$
K_y	$0.3/m$
K_r	600

Tabelle 5.1: Beobachterverstärkungen

den Schätzwert wiederum negativ beeinflussen. Dieses Verhalten gilt auch für die Identifikation der Lateralbeschleunigung.

Für die weiteren Betrachtungen werden die über mehrere Simulationsdurchläufe ermittelten Beobachterverstärkungen nach Tabelle 5.1 verwendet.

5.6 Simulationsergebnisse

Wie schon unter Abschnitt 4.6 angeführt, beziehen sich die hier angegebenen Ergebnisse ebenfalls auf das Fahrmanöver ‘‘Überlandfahrt‘‘, wobei wiederum der Zeitbereich von 0 bis 120 s sowie von 260 s bis 420 s näher betrachtet wird. Abbildung 5.3 und 5.4 stellen dabei die Verläufe der Schätzgrößen β , α_1 und α_3 dar.

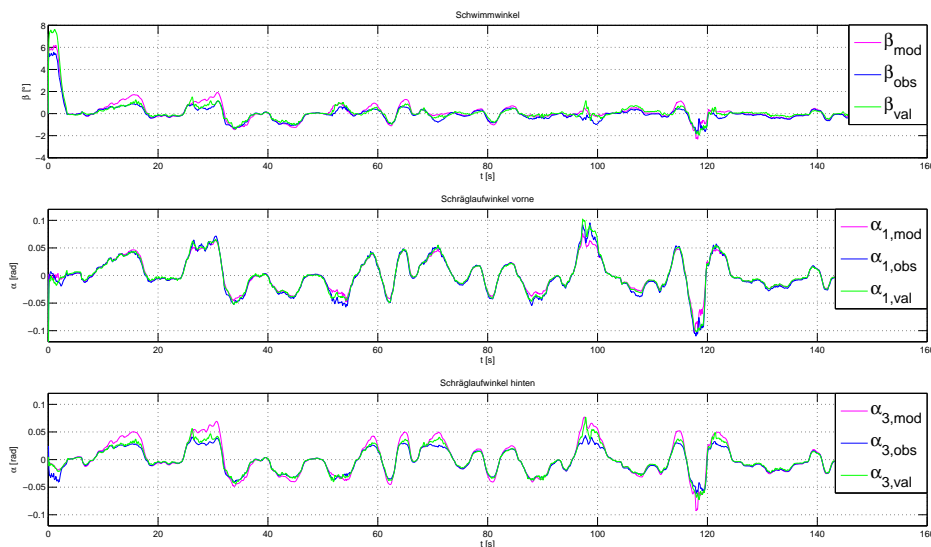


Abbildung 5.3: Schätzgrößen für den hochdynamischen Fahrbereich

Vor allem für den ersten hochdynamischen Bereich erreicht man durch das Reifenmodell nach Dugoff in Verbindung mit dem nichtlinearen Beobachter im Vergleich mit Abschnitt 4.6 bessere Resultate. Die beim ersten Entwurf¹ speziell im hochdynamischen Fahrdynamikbereich auftretenden Abweichungen der Schätzgrößen können

¹Beobachterentwurf mittels Linearisierung

wohl auf das lineare Reifenmodell zurückgeführt werden. Gewissheit bringt die Implementierung des Reifenmodells nach Dugoff in den unter Abschnitt 4 vorgestellten Algorithmus. Komplettiert werden die Ergebnisse durch die Auflistung des nach Gleichung (4.27) ermittelten Fehlermaßes für die Zustandsgrößen v_x , v_y und r sowie für die Schätzgrößen α_1 , α_2 und β , welche in Tabelle 5.2 angeführt sind. Der Vergleich mit Tabelle 4.4 zeigt, dass eine weitere Reduktion des Schätzfehlers gegeben ist. Anzumerken sind ebenfalls noch die teilweise hohen, wenn auch nur kurzzeitig

	Modell	Schätzung		Modell	Schätzung
	E_{max}^{7100}	E_{max}^{7100}		E_{mean}^{7100}	E_{mean}^{7100}
v_x	7.95	6.70		2.50	1.77
v_y	85.01	96.58		3.26	4.76
r	58.32	0.93		3.77	0.07
α_1	37.59	21.02		0.72	0.48
α_3	28.51	52.95		1.99	2.34
β	22.36	28.36		1.05	1.21

Tabelle 5.2: Simulationsergebnisse des nichtlinearen Beobachter

auftretenden, Schätzfehlermaxima beider Beobachter wie sie auch in Abbildung 4.6 und 5.3 bei ca. 100 s bzw. 120 s auftreten. Eine mögliche Ursache dafür ist die als konstant angenommene Radaufstandskraft F_z , die infolge von Radlastschwankungen von der tatsächlichen Radaufstandskraft abweicht und in weiterer Folge die tatsächlich auftretenden Reifenkräfte unzureichend abbildet.

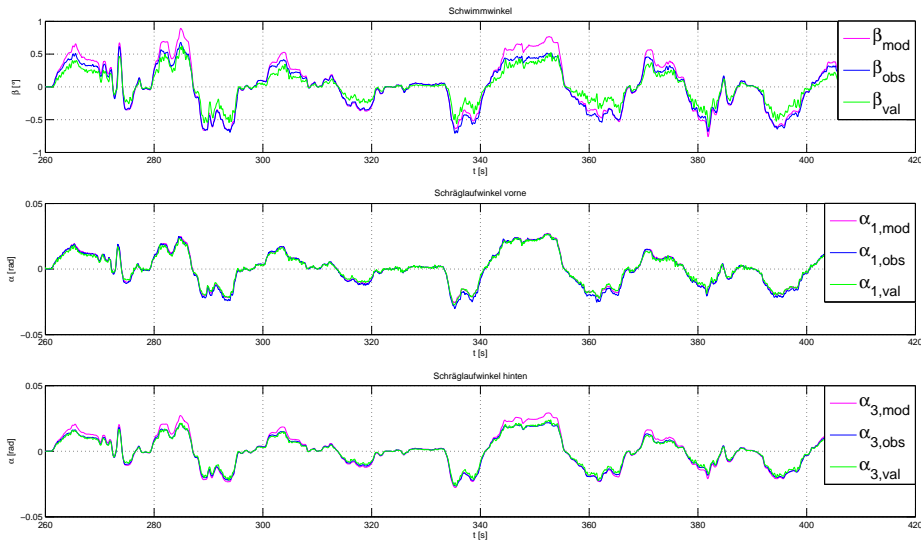


Abbildung 5.4: Schätzgrößen für den „weniger dynamischen“ Fahrbereich

Kapitel 6

Diskussion und Ausblick

Bei der Ermittlung des Schwimmwinkels, sowie bei der Ermittlung der Schräglaufwinkel sollte immer bedacht werden, dass es sich dabei um sicherheitsrelevante Größen handelt. Während des Schätzvorgangs darf es daher weder in hochdynamischen Fahrsituationen noch in Situationen die als unkritisch einzustufen sind, zu großen Fehlern kommen. Vom eingesetzten Beobachter wird daher ein „konstantes“ und nachvollziehbares Schätzfehlerverhalten über den gesamten Fahrdynamikbereich gefordert. Für niedrige Querbewegungen kann die Fahrdynamik des Fahrzeugs sehr gut mit linearen Modellen nachgebildet werden. Mit zunehmender Querbewegung bestimmt jedoch zunehmend das Reifenmodell die Qualität der Schätzgrößen. Aus diesem Grund stellt Abbildung 6.1 die Ergebnisse der untersuchten Beobachter für den „anspruchsvolleren“ ersten Teil der Überlandfahrt gegenüber.

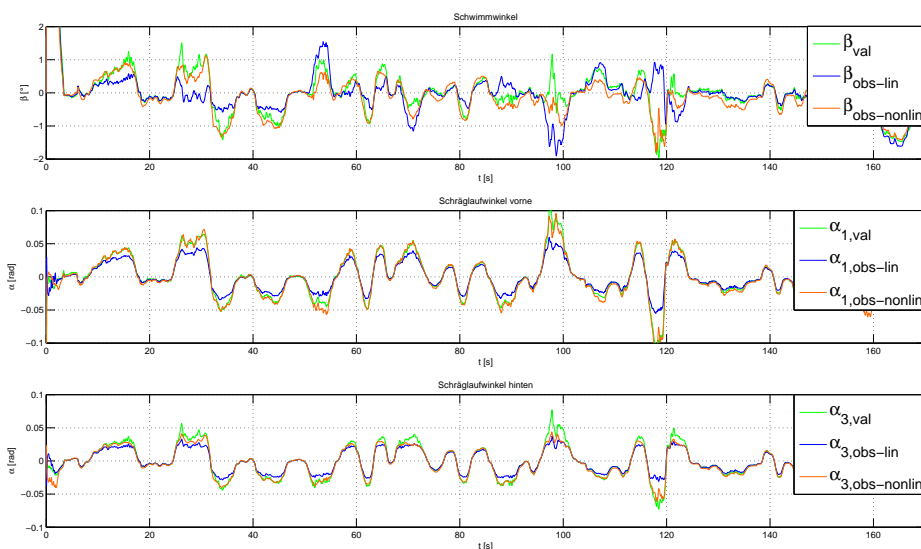


Abbildung 6.1: Gegenüberstellung der Algorithmen zur Zustandsschätzung

Betrachtet man die Verläufe aus Abbildung 6.1 um $t = 27$ s näher - dies entspricht dem Bereich 2 aus Abbildung A.1 - fällt die hohe Abweichung des blauen Verlaufs¹ auf. In diesem Zeitpunkt lassen sich ebenso Schräglaufwinkel um ca. 0.05 rad bzw. 2.86° ablesen. Berücksichtigt man außerdem den linearen Zusammenhang zwischen Schräglaufwinkel und der Reifenkraft aus Abbildung 6.2, so ergibt sich eine um ein Drittel höhere Reifenkraft als es beispielsweise beim Referenzverlauf des TMSimple der Fall ist.

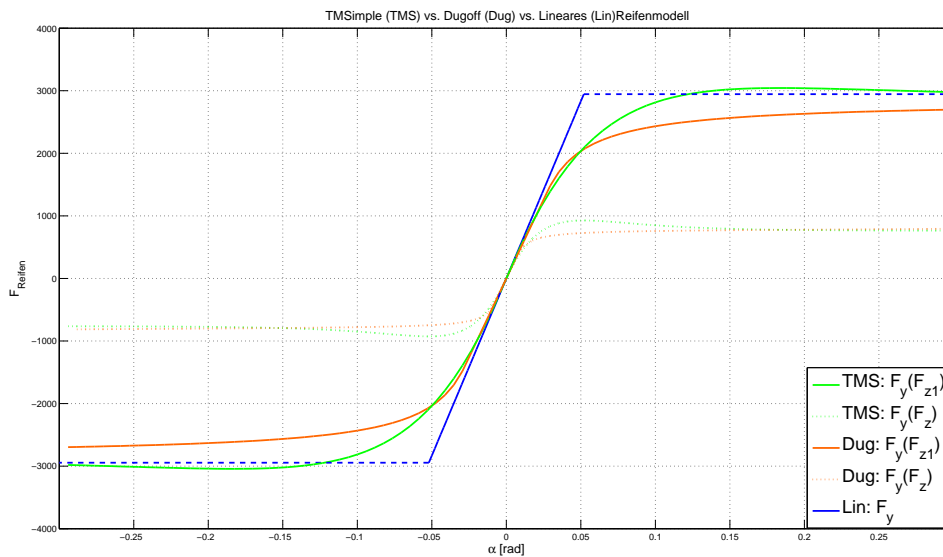


Abbildung 6.2: Gegenüberstellung der Reifenmodelle für die Seitenführungskraft F_y

Betrachtet man die Bereiche drei und vier aus Abbildung A.1, tritt sowohl eine hohe Längsbeschleunigung als auch eine hohe Querbeschleunigung im Fahrzeugschwerpunkt auf. Dies könnte ein Indiz dafür sein, dass der auftretende Schätzfehler auf die kombinierten Reifenkräfte zurückzuführen ist, da infolge steigender Schlupfwerte die tatsächlich übertragbare Seitenführungskraft des realen Reifens sinkt. Diese Aussage wird jedoch bei ähnlichen Verhältnissen in den Bereichen fünf und sechs entkräftet. Für eine stichhaltige Aussage müssten über einen längeren Zeitraum hohe Längs- und Querbeschleunigungen einwirken. Es ist auch denkbar, dass die Abweichungen durch die Implementierung eines einfachen Wank- und Nickmodells, welches die beschleunigungsabhängige Radlastverteilung simuliert, reduziert werden kann.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass ausgehend vom kinematischen Einspurmodell zwei Verfahren zur Schätzung der Längsgeschwindigkeit, der Quergeschwindigkeit und der Gierrate untersucht werden und mit deren Hilfe anschließend die gesuchte Größe Schwimmwinkel und Schräglaufwinkel ermittelt wird. Der nichtlineare

¹Schätzwert für den Beobachter mittels Linearisierung

Beobachterentwurf schneidet beim direkten Vergleich mit dem auf einer Linearisierung basierenden Verfahren besser ab. Dem steht einerseits eine in jedem Arbeitspunkt neu zu berechnende Beobacherverstärkung und andererseits eine konstante Beobacherverstärkung gegenüber. Der Einfluss schwankender Reifenparameter ist für beide Algorithmen als nachteilig zu bewerten. Außerdem wird auf die Unterschiede von drei verschiedenen Reifenmodellen eingegangen und der Einfluss der jeweiligen Modelle auf die gesuchten Schätzwerte erarbeitet.

Anhang A

Zusatzinformationen

A.1 Fahrmanöver: Überlandfahrt

Neben verschiedenen virtuellen Testfahrten wie

- einem geradlinigen Beschleunigungs-/Bremsprofil,
- der stationären Kreisfahrt und
- mehreren Überholmanövern (doppelter Spurwechsel)

soll hier speziell das oft erwähnte Manöver “Überlandfahrt“ näher beschrieben werden, wobei sich die weiteren Ausführungen auf Abbildung A.1 beziehen. Die ersten beiden Diagramme ermöglichen den direkten Vergleich der implementierten Beobachter. Die grünen Verläufe stellen dabei die Referenzgröße dar. Diagramm drei und vier geben dabei die jeweilige horizontierte, also von Nicken und Wanken unbeeinflusste Längs- und Querschleunigung des Fahrzeugschwerpunkts für das Referenzmodell (MOVES) an. An dieser Stelle soll auf die Ausschnitte 1 bis 6 in Abbildung A.1 hingewiesen werden, die die Interpretationen in Kapitel 6 unterstützen und auf den theoretisch denkbaren, aber nicht verifizierten Einfluss kombinierter Reifeneinflüsse auf den Schätzfehler aufzeigen sollen.

In Abhängigkeit des Verlaufs von $a_{yCGtotCSH, val}$ (Diagramm 3) lässt sich das Fahrmanöver grob in zwei Bereiche unterteilen. Der erste Bereich von 0 bis 160 s in dem eine hohe Lenkwinkelaktivität und demzufolge hohe Querschleunigungen zu verzeichnen sind, wird in dieser Arbeit als „hochdynamischer Bereich“ bezeichnet.

Ab 160 s überschreitet die Querschleunigung $a_{yCGtotCSH, val}$ die vorgegebene Grenze von 5 m/s^2 nicht mehr. Dieser Zeitraum wird als „wenig dynamischer Bereich“ bezeichnet.

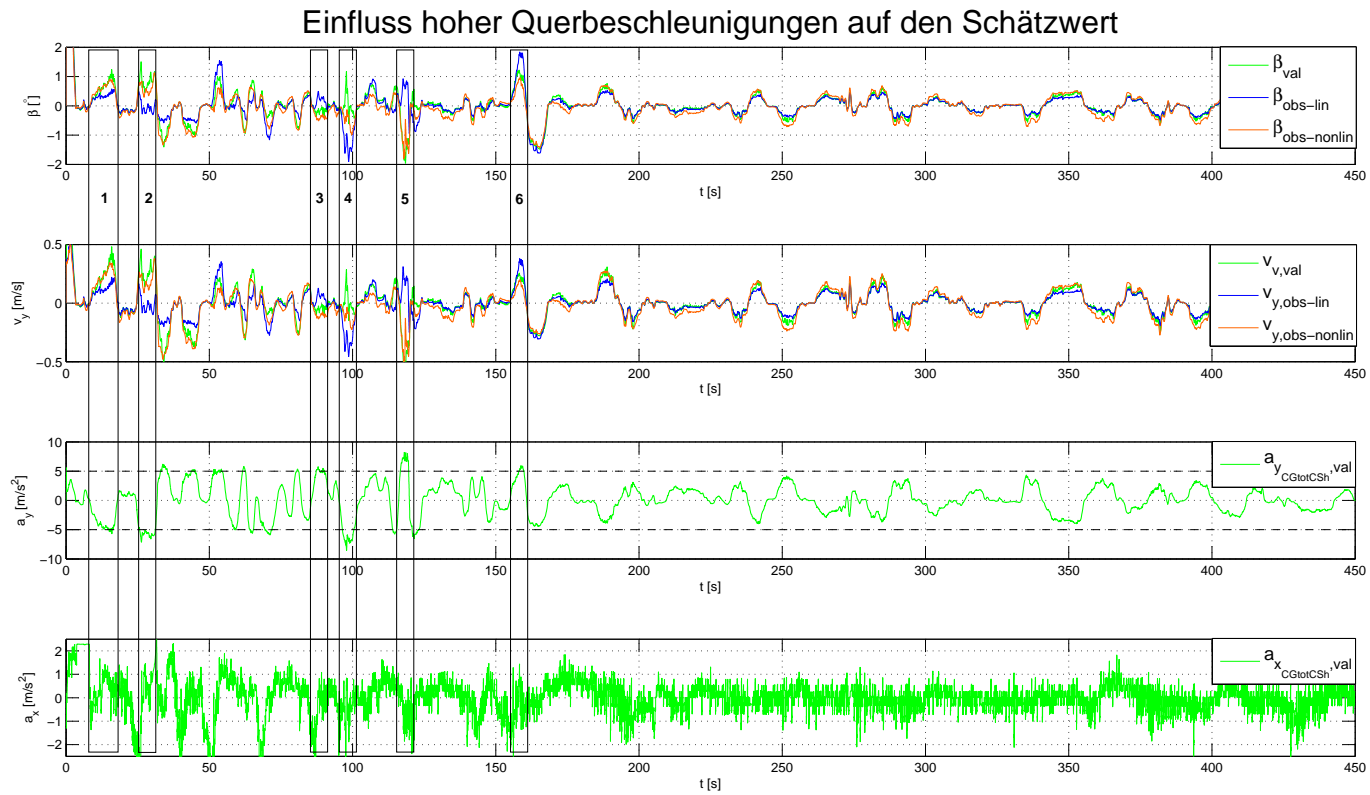


Abbildung A.1: Beschleunigungsprofil der Landstraßenfahrt

A.2 Ermittlung der Anfangssteifigkeiten

Die in Tabelle 4.3 angesprochenen Anfangssteifigkeiten ergeben sich durch Auswertung des degressiven Einflusses der Aufstandskraft für das Reifenmodell TMSimple und können für das lineare Reifenmodell übernommen werden. Dadurch wäre auch die Berücksichtigung von dynamischen Aufstandskräften denkbar. In diesem Zusammenhang ist es ausreichend, die Anfangssteifigkeit $C = \frac{dY}{dX}|_{X=0} = dY_0(F_z)$ genauer zu betrachten. Eine vollständige Formulierung des degressiven Einflusses ist in [10] nachzulesen.

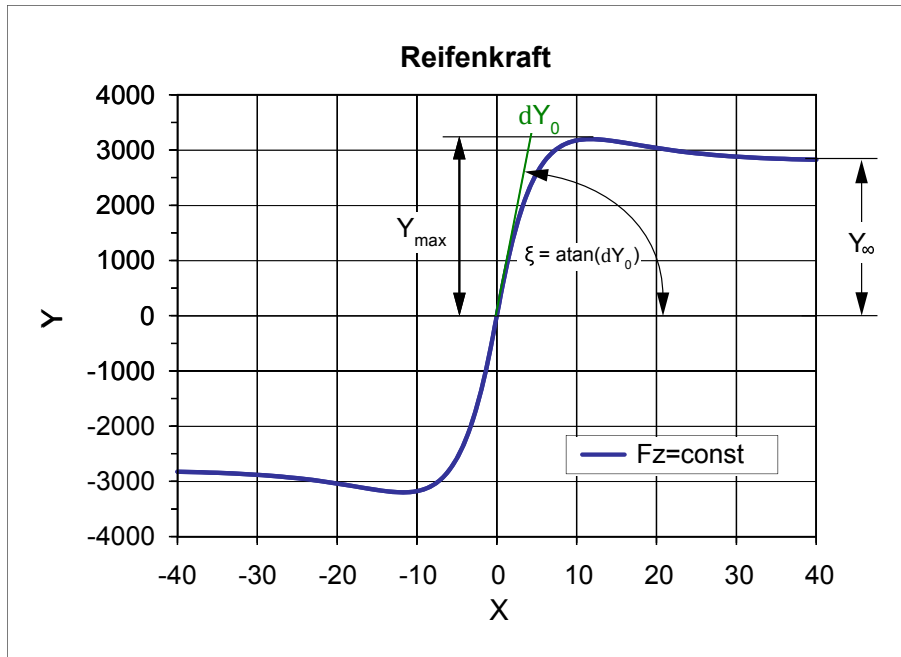


Abbildung A.2: TMSimple Parametrierung [10]

Die Anfangssteifigkeit errechnet sich aus

$$dY_0(F_z) = b_1 \frac{F_z}{F_{z \text{ nom}}} + b_2 \left(\frac{F_z}{F_{z \text{ nom}}} \right)^2, \quad (\text{A.1})$$

wobei die Parameter b_1 und b_2 wie folgt definiert sind:

$$b_1 = 2Y_1 - \frac{1}{2}Y_2, \quad (\text{A.2})$$

$$b_2 = \frac{1}{2}Y_2 - Y_1. \quad (\text{A.3})$$

Die Größe $F_{z\,nom}$ entspricht der nominellen Radaufstandskraft im Ruhezustand und ist mit $F_{z\,nom} = 2500\text{ N}$ gegeben. Der Parameter Y_1 entspricht dabei der Anfangssteigung bei nomineller Aufstandskraft, Y_2 jener für die doppelte nominelle Aufstandskraft. Es ist zu beachten, dass Y_1 und Y_2 in longitudinaler und lateraler Richtung unterschiedliche Werte aufweisen.

Die Anfangswerte sind mit

Parameter	longitudinal	lateral
$F_{z\,nom}$	2500 N	2500 N
Y_1 für $F_{z\,nom}$	43000 N/rad	51566 N/rad
Y_2 für $2 F_{z\,nom}$	110000 N/rad	80214 N/rad

Tabelle A.1: Anfangssteigung für $F_{z\,nom}$ und $2 F_{z\,nom}$

gegeben.

Der Verlauf der Reifenkraft aus Abbildung A.2 resultiert für die Parameter

$$K = Y_{max}, \quad B = \pi - \arcsin\left(\frac{Y_\infty}{Y_{max}}\right), \quad A = \frac{1}{dY_0} K B \quad (Y_\infty \leq Y_{max}) \quad (\text{A.4})$$

für gegebenen Schlupf X nach Hirschberg [4] aus

$$Y = K \sin\left[B \left(1 - e^{\frac{-|X|}{A}}\right) \text{sign}(X)\right]. \quad (\text{A.5})$$

Es sei darauf hingewiesen, dass die Parameter Y_∞ und Y_{max} ebenfalls von der Aufstandskraft abhängen. In diesem Zusammenhang, werden sie nicht benötigt und daher wird auf [10] verwiesen.

Literaturverzeichnis

- [1] Audi AG. *Technische Daten Audi Avant A4 1.8TFSI*. 2008.
- [2] IPG Automotive. *Entwicklung und Test nichtlinearer Regelungen der Querdynamik*. Universität Karlsruhe, 2009.
- [3] Lin-Hui Zaho ; Zhi-Yuan Liu ; Hong Chen. *Design of an Nonlinear Observer for Vehicle Velocity Estimation and Experiments*. IEEE Transaction on Control Systems Technology, 2011.
- [4] Hirschberg W. ; Rill G. ; Weinfurter H. *Tire Model TMeasy*. Vehicle System Dynamics, 2007.
- [5] Khalil H. *Nonlinear Systems, 2nd edition*. Prentice Hall, 1999.
- [6] Adamy J. *Nichtlineare Regelungen*. Springer Berlin Heidelberg New York, 2009.
- [7] Reimpell J. *Fahrwerktechnik Grundlagen*. Vogel Buchverlag Würzburg, 1988.
- [8] Carlos Sayans Jimenez. *Tire-road Friction Coefficient Estimation*. Masterthesis, TU Graz, 2010.
- [9] Kiencke U. ; Nielsen L. *Automotive Control Systems for Engine, Driveline and Vehicle*. Springer Berlin Heidelberg New York, 2005.
- [10] Hirschberg W. ; Waser H. M. *Fahrzeugdynamik, Skriptum*. TU Graz, 2011.
- [11] Hirschberg W. ; Waser H. M. *Kraftfahrzeugtechnik, Skriptum*. TU Graz, 2011.
- [12] Internationale Normungsorganisation. *Fahrzeugdynamik und Fahrverhalten*. 1994.
- [13] More C. ; Kosbe P. *Performance of a Disc Break Friction Material*. Frontiers in Automobile and Mechanical Engineering, 2009.
- [14] Rajamani R. *Vehicle Dynamics and Control*. Springer Berlin Heidelberg New York, 2006.
- [15] Schramm D. ; Hiller M. ; Bardini R. *Modellbildung und Simulation der Dynamik von Kraftfahrzeugen*. Springer Berlin Heidelberg New York, 2010.

- [16] Oberascher T. *Modellbasierte Ansätze zur Fahrzustandserkennung*. Masterthesis, TU Graz, 2011.
- [17] von Vietinghoff A. *Nichtlineare Regelungen von Kraftfahrzeugen in querdynamisch kritischen Fahrsituationen*. Dissertation, Universitätsverlag Karlsruhe, 2008.
- [18] Rosinger W. *Sollgrößengenerierung für Fahrdynamikregelsysteme*. Dissertation, TU Graz, 2009.
- [19] Slotine J.-J. ; Li W. *Applied Nonlinear Control*. Prentice-Hall, 1991.