

# Induzierte Ströme und Spannungen in der Feldwicklung von Synchronmaschinen im Fehlerfall

Masterarbeit



Institut für Elektrische Antriebstechnik und Maschinen

Betreuer

Dipl.-Ing. Dr. techn. Johann Bacher

Vorgelegt von

Michael Maier

Institusleiterin: Univ.-Prof. Dr.-Ing. Annette Mütze

Technische Universität Graz

A-8010 Graz, Inffeldgasse 18/1

Telefon: +43 (0)316 873 - 7241

Telefax: +43 (0)316 873 - 7244

<http://www.eam.tugraz.at>

<http://www.tugraz.at>

Graz, 7. September 2012



---

## Danksagung

Diese Masterarbeit wurde in den Studienjahren 2011/2012 am Institut für Elektrische Antriebstechnik und Maschinen an der Technischen Universität Graz durchgeführt.

Ich bedanke ich mich bei Herrn Dr. Johann Peter Bacher für die Betreuung der Masterarbeit. Ohne seine Hilfestellungen wäre das Ergebnis dieser Arbeit nicht zustande gekommen.

Des weiteren danke ich der Firma Andritz Hydro GmbH, die die Arbeit in Auftrag gegeben hat.

Bei all jenen die während der Entstehung der Arbeit mir fachlich aber auch persönlich zur Seite gestanden sind, bedanke ich mich ohne sie namentlich anzuführen.

Graz, im September 2012

Michael Maier

---

## EIDESSTATTLICHE ERKLÄRUNG

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe.

Graz, am .....

.....

(Unterschrift)

## Gender

In der vorliegenden Arbeit werden personenbezogene Bezeichnungen häufig in männlicher Form angeführt, sie beziehen sich jedoch auf Frauen und Männer in gleicher Weise. Wird auf bestimmte Personen Bezug genommen, wird die zutreffende geschlechtsspezifische Form verwendet.

---

## Abstract (Deutsch)

Die wirtschaftliche Entwicklung, Konstruktion und der Bau von elektrischen Maschinen erfordert immer höhere Ansprüche hinsichtlich der möglichst effizienten Ausnutzung aller Komponenten. Daraus folgt die Notwendigkeit, die Dimensionierung weitgehend zu optimieren. Da der Fehlerfall oft als Grundlage zur Auslegung der Komponenten dient, ist es notwendig, die Ausgleichsvorgänge möglichst genau vorausberechnen zu können.

Die folgende Arbeit beschäftigt sich mit der Vorausberechnung des Erregerstroms sowie der Erreger Spannung während verschiedener Ausgleichsvorgänge. Hierbei liegt das Hauptaugenmerk am 3-phasigen Stoßkurzschluss. Zusätzlich wird der Spannung am offenen Erregerkreis, die im Falle eines Stoßkurzschlusses auftreten kann, eine große Bedeutung zugeschrieben. Der entstehende Strom spielt bei der Auslegung des Entregungswiderstandes eine Rolle. Die Spannung an der offenen Erregerwicklung ist einerseits ein Maß zur Auslegung der Dioden im Falle einer bürstenlosen Erregung, dient andererseits aber auch für die Auslegung einer statischen Erregungseinrichtung.

Das klassische Ersatzschaltbild nach Bonfert [1] liefert bereits akzeptable Ergebnisse für den Statorkreis. Die Berechnung des Erregerkreises hingegen weist teils hohe Abweichungen im Vergleich zur Messung auf. Canay hat sich im Zuge einer wissenschaftlichen Arbeit [2] mit diesem Problem beschäftigt. Der Grund für die Abweichung liegt in einer Vernachlässigung in der magnetischen Kopplung der Rotorkreise.

Die Gegenreaktanz zwischen dem Erreger- und dem Dämpferkreis entspricht nicht der Hauptreaktanz, wie dies Bonfert annimmt, sie weicht aufgrund der zusätzlichen gegenseitigen Beeinflussung derer Streuflüsse davon ab. Diese Abweichung berücksichtigt Canay mit einer neu eingeführten Reaktanz wodurch sich auch die Rotorgrößen genauer vorausberechnen lassen. Die Berechnungen werden analytisch (offene Erregerwicklung) und auch mit Hilfe von Matlab/Simulink<sup>®</sup> (Stoßkurzschluss) durchgeführt. Zusätzlich werden auch noch analytische Gleichungen angegeben, die die Berechnung des Erregerstroms ermöglichen.

---

## Abstract (English)

The economic development and construction of electrical machines underlies rising requirements in respect to the efficiency of all components. These require the optimal design of all parts. The base for the design is in many cases, the fault. The forecast is a very important method, to get the knowledge of the voltage and current values in the fault.

The following thesis deals with the forecast of the field current and the field voltage in transient states. The most important fault is the 3-phase sudden short circuit. Additionally the voltage at the open field winding at standstill will be calculated. The short circuit test is necessary to dimension the de-excitation resistor. The voltage at the open field winding is needed for the dimension of the rectifier diodes.

The classic equivalent circuit of Bonfert [1] produces good results for the stator. The outcome of the calculation of the field circuit with the method of Bonfert are large differences to the measurement.

Canay worked in [2] on this problem and found the reason for the inaccurate rotor values. Bonfert [1] accounted a wrong mutual inductance between the field and the damper circuit. His opinion is that the mutual inductance between the both rotor circuits (field and damper circuit) is the same as the main inductance. Canay worked out that the leakage flux of the field and damper winding also influence the mutual inductance between them. For the consideration of the right coupling he introduced a new reactance which allows the correct calculation of the rotor circuits.

The voltage at the open field winding is made analytical, the 3-phase sudden short circuit is made numerical with the help of Matlab/Simulink®. At the end also an analytic expression for the field current at the sudden short circuit is given.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1. Einführung</b>	<b>1</b>
1.1. Theorie zur Synchronmaschine . . . . .	1
1.1.1. dq-Transformation . . . . .	1
1.1.2. Die Synchronmaschine im nichtstationären Betrieb . . . . .	2
1.2. Klassisches Modell der Synchronmaschine . . . . .	5
1.2.1. Differentialgleichungen . . . . .	6
1.2.2. Bezugsgrößen . . . . .	7
1.3. Hintergrund zu den Abweichungen . . . . .	8
1.4. Erweitertes Modell der Synchronmaschine . . . . .	10
1.4.1. Differentialgleichungssystem . . . . .	11
1.4.2. Einführung der charakteristischen Reaktanz . . . . .	12
1.4.3. Reaktanzen . . . . .	13
1.5. Berechnung der Spannung an der offenen Erregerwicklung . . . . .	14
<b>2. Vorausberechnung der Maschinenparameter</b>	<b>15</b>
2.1. Allgemeines . . . . .	16
2.2. Berechnung des Statorkreises . . . . .	17
2.2.1. Synchronreaktanz . . . . .	17
2.2.2. Statorstreureaktanz . . . . .	17
2.2.3. Statorwiderstand . . . . .	18
2.3. Berechnung des Erregerkreises . . . . .	19
2.3.1. Hauptreaktanz der Erregerwicklung . . . . .	19
2.3.2. Streureaktanz der Erregerwicklung . . . . .	19
2.3.3. Erregerwiderstand . . . . .	19
2.4. Berechnung des Dämpferkreises . . . . .	20
2.4.1. Hauptreaktanz der Dämpferwicklung . . . . .	20

2.4.2.	Streureaktanz der Dämpferwicklung . . . . .	21
2.4.3.	Dämpferwiderstand . . . . .	22
2.5.	Berechnung der Gegenreaktanzen . . . . .	22
2.6.	Abschirmungs- und Streukoeffizienten . . . . .	23
2.7.	Berücksichtigung der Eisenteile . . . . .	24
2.7.1.	Berechnung der Eindringtiefe . . . . .	24
2.7.2.	Vollpolmaschine . . . . .	25
2.7.3.	Schenkelpolmaschine . . . . .	27
<b>3.</b>	<b>Parameterbestimmung</b>	<b>29</b>
3.1.	Allgemeines . . . . .	29
3.2.	Bezugsgrößen . . . . .	30
3.3.	Parameter für das Ersatzschaltbild . . . . .	31
3.4.	Zeitkonstanten und transiente Reaktanzen . . . . .	32
<b>4.</b>	<b>Modellierung</b>	<b>34</b>
4.1.	Modellierung in Matlab/Simulink® . . . . .	34
4.1.1.	Signalflussplan . . . . .	35
4.2.	Überprüfung der Modelle . . . . .	39
4.2.1.	Stationärer 3-phasiger Kurzschluss . . . . .	39
4.2.2.	Phasenschieberbetrieb . . . . .	39
<b>5.</b>	<b>Berechnung der Parameter für zwei Labormaschinen</b>	<b>42</b>
5.1.	Vollpolmaschine . . . . .	45
5.1.1.	Statorgrößen . . . . .	45
5.1.2.	Rotorgrößen . . . . .	46
5.1.3.	Bezugsgrößen . . . . .	49
5.1.4.	Berechnung der Parameter für das Modell . . . . .	50
5.2.	Schenkelpomaschine . . . . .	50
5.2.1.	Statorgrößen . . . . .	50
5.2.2.	Rotorgrößen . . . . .	52
5.2.3.	Bezugsgrößen . . . . .	53
5.2.4.	Eisenwiderstand . . . . .	54
5.2.5.	Berechnung der Parameter für das Modell . . . . .	56

<b>6. Vergleich der Simulationen mit Messungen</b>	<b>58</b>
6.1. Vollpolmaschine . . . . .	58
6.2. Schenkelpolmaschine . . . . .	61
6.3. Analytische Lösung des Erregerstromverlaufs . . . . .	66
<b>7. Diskussion und Ausblick</b>	<b>68</b>
<b>Symbolverzeichnis</b>	<b>69</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>72</b>
<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>75</b>
<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>77</b>
<b>I. Anhang</b>	<b>78</b>
<b>A. Modellierung in Matlab/Simulink®</b>	<b>79</b>



# 1. Einführung

Die folgende Arbeit beschäftigt sich mit der Untersuchung des Erregerkreises der Synchronmaschine während nichtstationärer Betriebszustände. Dazu wird der Stoßkurzschluss näher betrachtet.

Der Hintergrund der Arbeit entstand aus der Tatsache, dass das klassische Synchronmaschinenmodell, welches Bonfert in [1] ausführlich beschreibt, nur im Hinblick auf den Statorkreis ausreichend genaue Ergebnisse liefert. Der Rotorkreis weist im Vergleich zu Messungen teils erhebliche Abweichungen auf. In der Arbeit wird die Methode nach Canay [2] implementiert und mit der klassischen Methode [1] sowie mit Messergebnissen verglichen.

## 1.1. Theorie zur Synchronmaschine

### 1.1.1. dq-Transformation

Als Ausgangspunkt zur mathematischen Beschreibung der Synchronmaschine dienen die allgemeinen Spannungsgleichungen des Stators unter Berücksichtigung der Ströme und Spannungen in der Erreger- und Dämpferwicklung. Diese werden in der normalen Darstellung sehr aufwendig, da über den gesamten Umfang ein unterschiedlicher magnetischer Leitwert vorherrscht. Dadurch müssen alle Gleichungen in Abhängigkeit des Winkels  $\theta$  aufgestellt werden.

Um dies zu vermeiden, wird die Synchronmaschine in die Zweiachsendarstellung nach Park [3] umgeformt. Dies ist eine rein mathematische Umwandlung, wobei den Größen auch physikalische Eigenschaften zugeordnet werden können. Nach dieser Theorie wird eine 3-phasige umlaufend angenommene Statorwicklung in eine stillstehende 2-phasige Wicklung in Längs- und Querrichtung umgewandelt (Abbildung 1.1).

Nach Park [3] ergibt sich aus diesen Betrachtungen das Gleichungssystem (1.1).

$$\begin{pmatrix} I_d \\ I_q \\ I_0 \end{pmatrix} = \frac{2}{3} \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ -\sin(\theta) & -\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} \quad (1.1)$$

Die Rücktransformation aus dem dq-Koordinatensystem geschieht mit Hilfe der Gleichung (1.2).

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \frac{2}{3} \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & \frac{1}{2} \\ \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \frac{1}{2} \\ \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_d \\ I_q \\ I_0 \end{pmatrix} \quad (1.2)$$

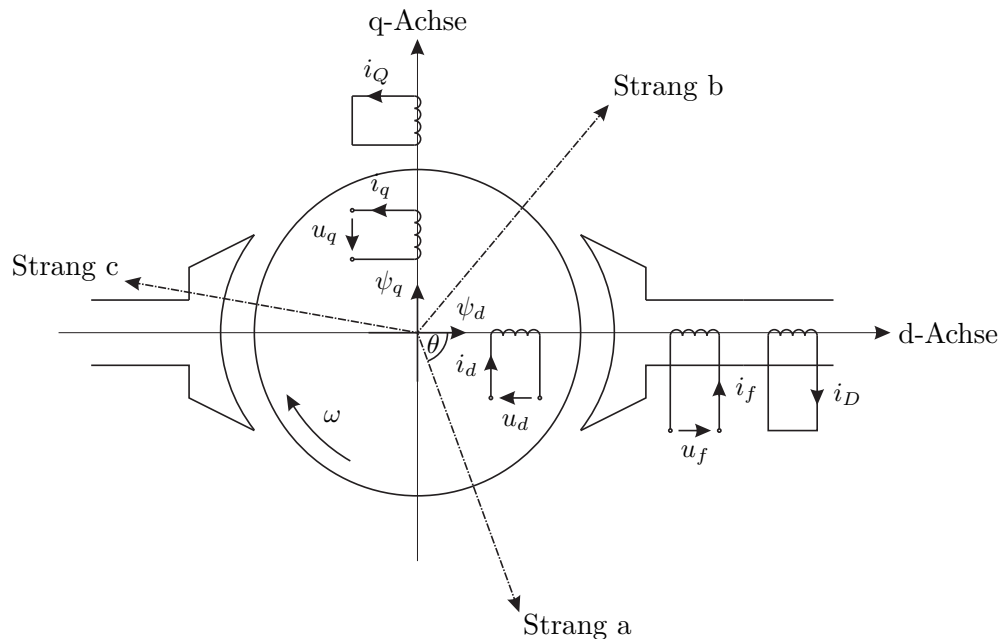


Abbildung 1.1.: Darstellung der idealisierten Synchronmaschine [1, S. 199, Abb. A2]

## 1.1.2. Die Synchronmaschine im nichtstationären Betrieb

### Stoßkurzschluss

Die hohen Stromspitzen unmittelbar nach dem Kurzschluss der Generatorklemmen haben große mechanische Kräfte, im speziellen auf die Wickelköpfe, zur Folge. Dadurch

wird eine Versteifung dieser unerlässlich. Des Weiteren wird aufgrund der Drehmomentpendelungen das Maschinenfundament mitbeansprucht und muss somit darauf ausgelegt sein. Zusätzlich muss dieser Strom von allen betroffenen Betriebsmitteln beherrscht werden.

Folgend wird der Stoßkurzschluss physikalisch erläutert. Als Ausgangspunkt dient eine 3-phasige Synchronmaschine, welche aus dem leerlaufenden Zustand, bis zur Nennspannung erregt, kurzgeschlossen wird. Die Dämpferwicklung wird vollkommen vernachlässigt.

Unmittelbar nach dem Kurzschluss gilt das Prinzip der Flusskonstanz. Dabei wird angenommen, dass eine kurzgeschlossene Spule bei Vernachlässigung des ohmschen Widerstandes den Fluss festhält und sich jeder Flussänderung widersetzt. Die Anwendung auf die Statorspannungsgleichung ergibt als Resultat einen konstanten Fluss.

$$u_s = r_s \cdot i_s + \frac{d\psi_s}{dt} \quad \rightarrow \quad \frac{d\psi_s}{dt} = 0$$

In Abbildung 1.2 sind die Flussverhältnisse für eine zweipolige Maschine im Kurzschlussfall dargestellt. Die Abbildung 1.2(a) zeigt den Zustand unmittelbar nach dem Kurzschließen der Stator клемmen. Die Statorwicklung ist mit dem von der Erregerwicklung erzeugten Fluss verkettet und versucht diesen weiterhin aufrecht zu erhalten. Dreht sich der Rotor lt. Abbildung 1.2(b) eine halbe Umdrehung weiter, so bleibt der Fluss der Statorwicklung konstant. Durch die Flusskonstanz des Ständers werden die magnetischen Feldlinien in die Streuwege verdrängt. Um schließlich den gleichen Fluss, der sich vorher über Eisen schloss, über Luft zu treiben, sind entsprechend dem magnetischen Widerstand wesentlich höhere Ströme notwendig.

Dreht sich der Rotor um eine weitere halbe Umdrehung, so nimmt aufgrund des Flussverlaufes der Strom wieder ab. Daraus folgt ein Ausgleichsglied mit einer Frequenz entsprechend der Drehzahl.

Wenn die ohmschen Widerstände verhältnismäßig klein sind und sich somit nur Induktivitäten im Stromkreis befinden, so beträgt die Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung vor dem Kurzschluss  $90^\circ$ . Wird der Kurzschluss im Spannungsnulldurchgang und somit dem Strommaximum durchgeführt, ist als dieser Maximalstrom vor dem Kurzschluss der Anfangsstrom. Durch das angewandte Induktionsgesetz ist bekannt, dass die Stromänderung bei Induktivitäten nicht sprunghaft erfolgen kann. Daraus lässt sich ableiten, dass sich eine Gleichstromkomponente ausbilden muss. Diese ist, entsprechend dem Zustand unmittelbar vor dem Kurzschluss, für jede Phase eine

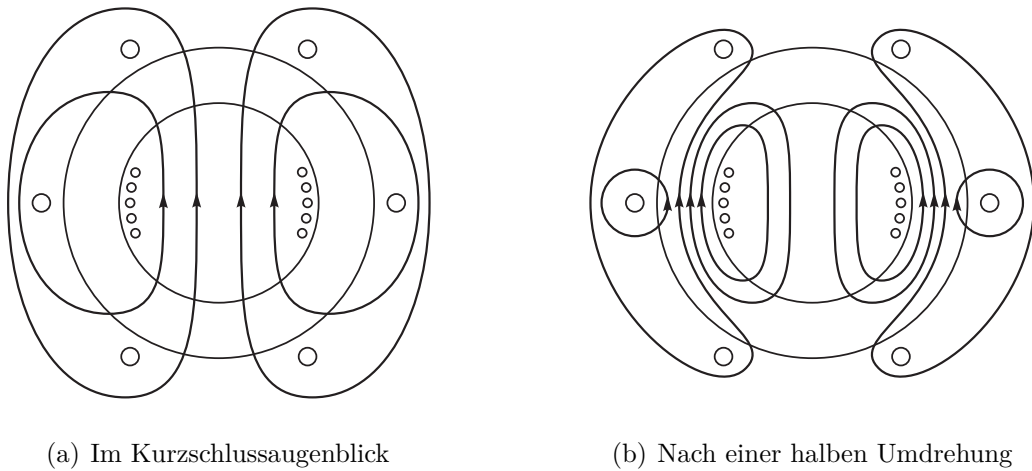


Abbildung 1.2.: Flussverhältnisse in der Maschine im Kurzschlussfall [4, S. 151, Abb. 4.3]

andere. Der Rotor dreht sich nach wie vor relativ mit seiner Frequenz  $\omega$  zum stillstehenden Ständergleichstrom.

Der Erregerstrom wird dem Ständer während dem gesamten Ausgleichsvorgang das Gleichgewicht halten. Das bedeutet, eine Gleichstromkomponente im Rotor dreht sich entsprechend der Drehzahl mit dem Rotor mit und hält dem Wechselstromanteil im Ständer das Gleichgewicht. Dem Gleichstromanteil im Ständer wird durch einen Wechselstromanteil im Rotor das Gleichgewicht gehalten. Die Wechselstromkomponente im Rotor ist in Bezug auf den sich drehenden Rotor stillstehend, aber zeitlich veränderlich. Dieser Strom kann in eine mitlaufende und eine gegenlaufende Komponente mit der halben Amplitude, die sich jeweils mit dem Rotor mitdrehen, aufgeteilt werden. Daraus resultiert eine gegenüber dem Stator stillstehende Komponente und eine Komponente, die dem Stator mit der doppelten Drehfrequenz vorausseilt. Aus der letzteren Komponente resultiert im Stator eine Wechselstromkomponente mit doppelter Frequenz.

### Spannung an der offenen Erregerwicklung

Beim Stoßkurzschluss der Synchronmaschine ist die Spannung an der offenen Erregerwicklung im Fehlerfall ein nicht zu vernachlässigendes Thema. Bei transienten Ausgleichsvorgängen (z.B. 2- und 3-poliger Stoßkurzschluss, Fehlsynchronisation, Asynchronbetrieb) kann es vorkommen, dass der Erregerstrom in die negative Richtung

fließt. Bei statischen Erregereinrichtungen werden Thyristoren bzw. Transistoren verwendet, bei bürstenlosen Erregereinrichtungen werden Dioden zur Gleichrichtung verwendet. Diese Elemente verhindern den den negativen Stromfluss.

Tritt dieser Fall in Erscheinung, so ist ab dem Moment, in dem der Strom negativ wird, die Erregerwicklung offen und es werden demzufolge Spannungen auftreten, die sowohl von der Erregerwicklung als auch von der Erregereinrichtung (Dioden) beherrscht werden müssen.

Ist diese Spannung zu hoch, so kann z.B. mit einem Widerstand einer zu hohen Spannung entgegengewirkt werden. Dieser kann entweder immer an der Erregerwicklung angeschlossen sein, oder erst ab einer gewissen Spannung zugeschalten werden [5, S. 519].

## 1.2. Klassisches Modell der Synchronmaschine

Als klassisches Modell wird in dieser Arbeit das Modell von Bonfert [1] bezeichnet. Da die Herleitung des Modells in der erwähnten Literatur sehr ausführlich beschrieben wird, beschränkt sich diese Arbeit im Wesentlichen auf den Ansatz und die Lösung. Basierend auf der dq-Transformation (Abschnitt 1.1) wird die idealisierte Synchronmaschine schematisch dargestellt (Abbildung 1.1). Hierbei sind die Richtungen, in denen die jeweiligen Wicklungen wirken, durch die Lage der Spule gekennzeichnet. Die Dämpferwicklung wirkt somit in Längs- (d-Achse) als auch in Querrichtung (q-Achse). Im Unterschied dazu wirkt die Erregerwicklung nur in Längsrichtung. Die Verdrehung des Stranges a zur d-Achse wird mit dem Winkel  $\theta$  bezeichnet. Die Wicklungen a,b und c sind nun im Rotor angeordnet, die Feld-, Dämpfer- und Erregerwicklung sind als feststehend im Stator anzusehen. Somit wird das Polrad als feststehend und der Ständer als mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  rotierend (rotorfestes Koordinatensystem) angesehen.

Die Spannungsgleichungen für den Stator setzen sich jeweils aus der Summe eines ohmschen und einem induktiven Anteil der jeweiligen Richtung (d oder q) und einem Anteil, in dem die Rotation und die Induktion der jeweilig anderen Richtung eingeht, zusammen (Gleichung 1.3 und 1.4). Für die Erregerwicklung ergibt sich die Spannungsgleichung 1.5. Da die Dämpferwicklung kurzgeschlossen ist, sind die Gleichungen 1.6 und 1.7 mit 0 gleichzusetzen.

Die Flussverkettungskomponenten setzen sich jeweils aus den Strömen der jeweiligen Wicklungen multipliziert mit der entsprechenden Selbst- und Gegeninduktivität zusammen. Hieraus entsteht das lineare Gleichungssystem 1.9. Zu beachten ist, dass die jeweiligen Gegeninduktivitäten immer gleich der Hauptinduktivität  $L_{hd}$  angenommen werden. Auf diese Eigenschaft wird im Abschnitt 1.3 noch näher eingegangen.

Die einzige Gleichung, die an dieser Stelle noch fehlt, ist jene, die den Zusammenhang zwischen den mechanischen und den elektrischen Eigenschaften der Maschine beschreibt. Über die Bewegungsgleichung  $\Theta_m \frac{d\omega}{dt} = m_A - m_E$ , wobei  $\Theta_m$  die Summe der Trägheitsmomente bezeichnet, kann Gleichung 1.8 hergeleitet werden.

Aus den in Abbildung 1.1 dargestellten physikalischen Zusammenhänge ermittelte Adkins in [6] ein Ersatzschaltbild, welches die Synchronmaschine wiedergibt. Hierin ist  $L_{hd}$  als Koppelreaktanz zwischen Statorwicklung und Erreger- bzw. Dämpferwicklung zu verstehen. Der Index  $f$  bezieht sich auf den Feldkreis (Erregerkreis), der Index  $D$  bzw.  $Q$  bezieht sich auf den Dämpferkreis.

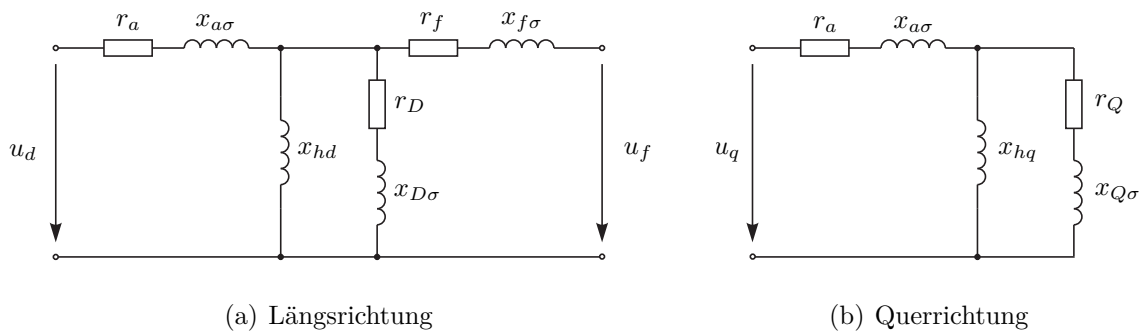


Abbildung 1.3.: Ersatzschaltbild der Synchronmaschine in Längs- und Querrichtung nach Bonfert [1]

### 1.2.1. Differentialgleichungen

Im folgenden Abschnitt ist das vollständige Gleichungssystem zusammenfassend dargestellt.

Differentialgleichungen:

$$u_d = -i_d r_a - \frac{d\psi_d}{dt} + \psi_q \frac{d\Theta}{dt} \quad (1.3)$$

$$u_q = -i_q r_a - \frac{d\psi_q}{dt} - \psi_d \frac{d\Theta}{dt} \quad (1.4)$$

$$u_f = i_f r_f + \frac{d\psi_f}{dt} \quad (1.5)$$

$$0 = i_D r_D + \frac{d\psi_D}{dt} \quad (1.6)$$

$$0 = i_Q r_Q + \frac{d\psi_Q}{dt} \quad (1.7)$$

$$m_A = \frac{T_A}{\omega_n} \frac{d^2\Theta}{dt^2} + \frac{\omega_n}{2} (i_d \psi_q - i_q \psi_d) \quad (1.8)$$

Hierbei wird mit  $T_A$  die Anlaufzeitkonstante und mit  $\Theta$  der Winkel zwischen der Achse a und der Polachse (d-Achse lt. Abbildung 1.1) bezeichnet.

Flussverkettungsgleichungen:

$$\begin{pmatrix} \psi_d \\ \psi_q \\ \psi_f \\ \psi_D \\ \psi_Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} l_d & 0 & -l_{hd} & l_{hd} & 0 \\ 0 & l_q & 0 & 0 & l_{hq} \\ -l_{hd} & 0 & l_f & -l_{hd} & 0 \\ l_{hd} & 0 & -l_{hd} & l_D & 0 \\ 0 & l_{hq} & 0 & 0 & l_Q \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_d \\ i_q \\ i_f \\ i_D \\ i_Q \end{pmatrix} \quad (1.9)$$

### 1.2.2. Bezugsgrößen

Die mathematische Behandlung wird in weiterer Folge in *per unit*-Größen (pu) erfolgen. Daraus entsteht die Notwendigkeit ein Bezugssystem einzuführen, welches von Bonfert [1, Kap. 1] übernommen wird. Hier ist zu beachten, dass dieses Bezugssystem nur für das Modell nach Bonfert verwendet wird. Für das erweiterte Modell nach Canay wird

ein eigenes Bezugssystem definiert (Abschnitt 3.2).

Die Spannungen werden auf die Nennphasenspannung  $U_N$  des Stators bezogen.

$$u_{pu} = \frac{U}{U_N} \quad (1.10)$$

Analog dazu werden Ströme auf den Nennstrom und die Impedanzen auf die Nennimpedanz des Statorkreises bezogen:

$$i_{pu} = \frac{I}{I_N} \quad (1.11)$$

$$z_{pu} = \frac{Z}{Z_N} \quad \text{wobei} \quad Z_N = \frac{\text{Nennstrangspannung}}{\text{Nennstrom}} \quad (1.12)$$

Um bei Nennspannung und Nennstrom die Nennscheinleistung zu erhalten, wird die bezogene Leistung lt. Gl 1.13 berechnet.

$$s_{pu} = \frac{S}{U_N \cdot I_N} \quad (1.13)$$

Die Darstellung in einem Ersatzschaltbild und in weiterer Folge die Erstellung eines Simulationsmodells setzt voraus, dass alle Größen auf eine gemeinsame Seite, in diesem Fall auf den Stator, umgerechnet werden. Somit müssen alle Rotorkreise mit Hilfe entsprechender Übertragungsfaktoren, vergleichbar mit dem Übersetzungsverhältnis eines Transformators, auf den Stator bezogen werden. Mit  $\ddot{u}$  wird der Multiplikationsfaktor bezeichnet. Der Index  $f$  steht für die Erregerwicklung, die Indexerweiterung mit  $u$ ,  $i$  sowie  $z$  wird der Übertragungsfaktor für die Spannung, dem Strom und die Impedanz bezeichnet.

Für den Erregerkreis gilt laut Köfler [7]:

$$\ddot{u}_{fi} = \frac{3}{2} \cdot \frac{w_a \cdot \xi_a}{w_f} \quad (1.14)$$

$$\ddot{u}_{fu} = \frac{w_f}{\xi_a \cdot w_a} \quad (1.15)$$

$$\ddot{u}_{fz} = \frac{\ddot{u}_{eu}}{\ddot{u}_{ei}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{w_f^2}{w_a^2 \cdot \xi_a^2} \quad (1.16)$$

### 1.3. Hintergrund zu den Abweichungen

Canay zeigt in [8, Abb. 2a, 2b], dass die gemessenen Erregerstromverläufe nach dem 3-phasigen Stoßkurzschluss wesentlich kleiner, als die berechneten Verläufe sind. Die



Abweichung wurde ursprünglich dadurch erklärt, dass die Dämpfung aufgrund der entstehenden Wirbelströme im massiven Eisen durch den Wechselstromanteil erfolgt. Allerdings zeigt bereits eine weitere Messung in [8, Abb. 2c], dass der Stromverlauf bei einem 3-phasigen Stoßkurzschluss aus dem vorangehenden Leerlauf bei einem Generator ohne Dämpferwicklung die Abweichung in die andere Richtung ergibt (gemessener Verlauf größer als der berechnete Verlauf). Damit ist die Abweichung aufgrund des Eiseneinflusses nicht mehr erklärt.

Als Grund für die Abweichung nennt Canay eine falsche Annahme im klassischen Synchronmaschinenmodell. Wie bereits im Abschnitt 1.2 erwähnt, werden im Gleichungssystem (1.9) die bezogenen Gegenreaktanzen zwischen Stator-, Erreger- und Dämpferkreis gleich der Hauptreaktanz ( $x_{hd} = x_d - x_{a\sigma}$ ) der Statorwicklung angenommen, wie Abbildung 1.4(a) zeigt. Dies entspricht nicht der Realität.

Sind die Abstände zwischen Stator-, Erreger- und Dämpferwicklung alle gleich groß (1.4(a)), so ist die Annahme, dass alle Wicklungen nur über den Hauptfluss verkettet sind, richtig. Sowohl bei Schenkelpol-, als auch bei Vollpolmaschinen ist dies jedoch nicht der Fall. Die Erreger- und Dämpferwicklung sind näher aneinander angeordnet als die Statorwicklung zu den beiden anderen. Als Folge daraus resultiert eine andere Flussverkettung zwischen Erreger- und Dämpferwicklung. Zusätzlich zum Hauptfluss beeinflusst der Streufluss der beiden Wicklungen die jeweils andere Wicklung (1.4(b)).

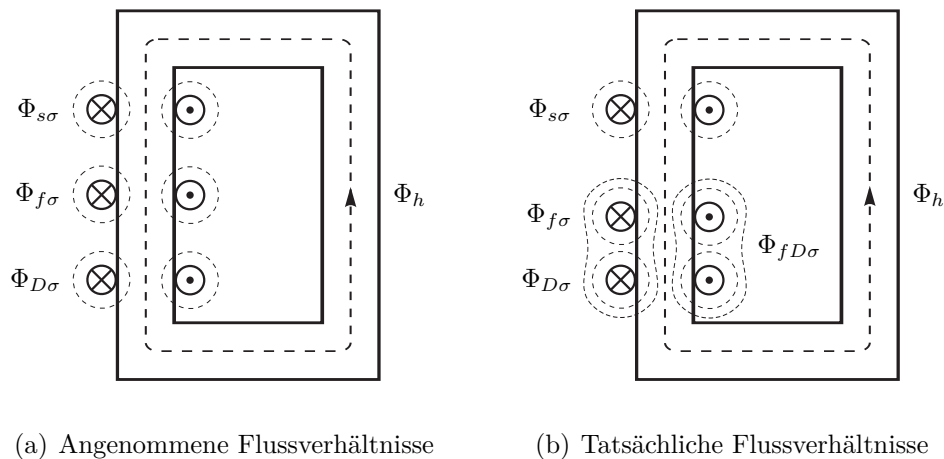


Abbildung 1.4.: Darstellung der Spulenkopplungen von Stator-, Erreger- und Dämpferkreis

Da die Annahme der falschen Kopplung nur den Rotorkreis betrifft, werden auch nur die

Rotorgrößen falsch berechnet. Der Statorkreis hingegen bleibt nahezu unbeeinflusst.

## 1.4. Erweitertes Modell der Synchronmaschine

Ausgehend von den im Kapitel 1.3 erwähnten Abweichungen versucht Canay [2] die Kopplung zwischen dem Erreger- und Dämpferkreis richtig darzustellen, um auch den Erregerkreis korrekt vorauszuberechnen. Er führte eine neue charakteristische Reaktanz  $x_{rc}$  zwischen Stator- und Rotorkreis im Ersatzschaltbild (Abbildung 1.5) ein. Diese ermöglicht die Berücksichtigung der tatsächlichen Kopplung zwischen Erreger- und Dämpferkreis.

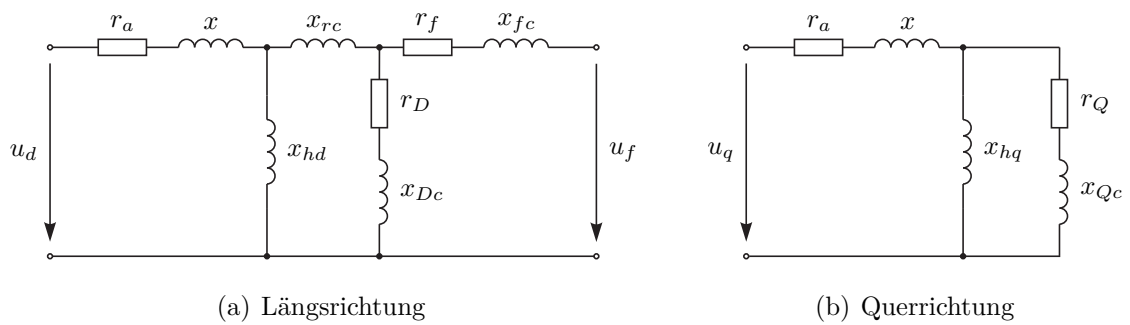


Abbildung 1.5.: Ersatzschaltbild der Synchronmaschine nach Canay [2, Abb. 27] in Längs- und Querrichtung

Die Reaktanzen in Abbildung 1.5 sind folgendermaßen definiert:

$$\begin{aligned} x & \text{ Ideelle Streureaktanz des Stators} \\ x_d - x & \text{ Ideelle Hauptreaktanz} \\ x_{rc} = x_{fD} - (x_d - x) & \text{ Kopplungsreaktanz des Rotors} \end{aligned}$$

Die Koppelreaktanz  $x_{rc}$  stellt den Differenzbetrag zwischen der Hauptreaktanz und der tatsächlichen Koppelreaktanz zwischen Erreger- und Dämpferwicklung dar. Die Berechnung dieser ist im Abschnitt 1.4.3 zu finden.

### 1.4.1. Differentialgleichungssystem

Im folgenden Abschnitt wird das Differentialgleichungssystem nach [2, Gl. 22] eingeführt. Hierbei ist  $p$  als der Differentialoperator anzusehen. Er kann auch durch  $\frac{d}{dt}$  ersetzt werden.

$$\begin{pmatrix} e_d - u_d \\ e_q - u_q \\ u_f \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_a + px_d & 0 & px_{df} & px_{dD} & 0 \\ 0 & r_a + px_q & 0 & 0 & px_{qQ} \\ px_{fd} & 0 & r_f + px_f & px_{fD} & 0 \\ px_{Dd} & 0 & px_{Df} & r_D + px_D & 0 \\ 0 & px_{Qq} & 0 & 0 & r_Q + px_Q \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_d \\ i_q \\ i_f \\ i_D \\ i_Q \end{pmatrix} \quad (1.17)$$

Flussverkettungsgleichungen:

$$\begin{pmatrix} \psi_d \\ \psi_q \\ \psi_f \\ \psi_D \\ \psi_Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} l_d & 0 & l_{df} & l_{dD} & 0 \\ 0 & l_q & 0 & 0 & l_{qQ} \\ l_{fd} & 0 & l_f & l_{fD} & 0 \\ l_{Dd} & 0 & l_{Df} & l_D & 0 \\ 0 & l_{Qq} & 0 & 0 & l_Q \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_d \\ i_q \\ i_f \\ i_D \\ i_Q \end{pmatrix} \quad (1.18)$$

Im Gleichungssystem (1.17) sind  $e_d$  und  $e_q$  lt. Gleichung (1.19) definiert.

$$e_d = \psi_q \cdot \omega \qquad e_q = -\psi_d \cdot \omega \quad (1.19)$$

Das Gleichungssystem (1.17) besitzt durch die freie Wahl des Bezugssystems den Freiheitsgrad 6 (zu wählende Größen:  $U_{fB}$ ,  $I_{fB}$ ,  $U_{DB}$ ,  $I_{DB}$ ,  $U_{QB}$  und  $I_{QB}$ ). Das bedeutet, dass diese Matrix beliebig gestaltet werden kann. Eine Variante ist die symmetrische Gestaltung der Matrix, woraus auf ein reziprokes System geschlossen werden kann.

Dies wird durch die Annahme der in den Gleichungen (1.20) angegebenen Bedingungen erreicht.

$$x_{dD} = x_{Dd} \qquad x_{qQ} = x_{Qq} \qquad x_{df} = x_{fd} \qquad (1.20)$$

Aus diesen Betrachtungen wird ersichtlich, dass für verschiedene Bezugsgrößen, welche beliebig gewählt werden können, verschiedene Ersatzschaltbilder entstehen. Um die Eindeutigkeit zu gewährleisten, wird der Freiheitsgrad auf eins reduziert. Dies geschieht durch die Einführung weiterer Bedingungen (Gleichungen (1.21)), welche schlussendlich zu einem neuen Bezugssystem führen.

$$x_{df} = x_{dD} = x_d - x = x_{hd} \qquad x_{qQ} = x_q - x = x_{hq} \qquad (1.21)$$

Aus diesen Bedingungen bleibt nur mehr eine Variable  $x$  als frei wählbarer Parameter übrig.

### 1.4.2. Einführung der charakteristischen Reaktanz

Die Koppelreaktanz  $x_{fD}$  zwischen Erreger- und Dämpferkreis ergibt sich lt. Canay [2, Gl. 81] nach Gleichung (1.22).

$$x_{fD} = \frac{(x_d - x)^2}{(x_d - x_c)} \qquad (1.22)$$

$x_c$  ist hierbei eine neu definierte Reaktanz, die unabhängig von den Bezugsgrößen des Rotorkreises berechnet wird.

$$x_c = x_d \cdot \left( 1 - \frac{3 X_{af} X_{aD}}{2 X_d X_{fD}} \right) \qquad (1.23)$$

Werden nun alle Koppelreaktanzen gleich groß angenommen ( $x_{fD} = x_d - x$ ), wie dies in der Methode von Bonfert [1] passiert, dann ist  $x = x_c$ , was nichts anderes als  $x_c = x_{a\sigma}$  bedeutet.  $x$  ist somit nicht mehr frei wählbar. Canay beschreibt in [2, S. 80], dass im Allgemeinen  $x_c \neq x_{a\sigma}$  gilt. Bei Vollpolmaschinen ist  $x > x_{a\sigma}$ , bei Schenkelpolmaschinen gilt  $x < x_{a\sigma}$ .

Wählt man ohne Gleichung (1.22) zu berücksichtigen alle Koppelreaktanzen gleich und gibt  $x = x_{a\sigma}$  vor, so wird sich das Ergebnis des Statorkreises nicht merklich ändern. Das Ergebnis der Rotorkreise hingegen wird sich verfälschen und gleich dem Ergebnis des Modells nach Bonfert sein. Darin liegt lt. Canay [2] die eigentliche Ursache für die Abweichungen zwischen Messung und Rechnung.

In weiterer Folge wird, wie lt. Canay [2] üblich,  $x = x_{a\sigma}$  gewählt.

### 1.4.3. Reaktanzen

Um einen guten Überblick zu gewährleisten, werden in diesem Abschnitt die jeweiligen Berechnungen der Reaktanzen sowohl im Ersatzschaltbild (Abbildung 1.5), als auch die notwendigen Parameter für das Simulationsmodell dargestellt.

Die folgenden Parameter mit dem Index  $c$  können als Ersatzparameter für die Streugrößen im Modell nach Bonfert [1] aufgefasst werden. Der Unterschied liegt letztlich in der Reaktanz  $x_{rc}$ . Das bedeutet, dass sich z.B. die Streureaktanz des Erregerkreises mit  $x_{e\sigma} = x_{fc} + x_{rc}$  berechnen lässt. Analog kann dies für den Dämpferkreis wiederholt werden.

$$x_{rc} = \frac{(x_d - x)(x_c - x)}{x_d - x_c} \quad (1.24)$$

$$x_{Dc} = \frac{(x'_d - x_c)(x''_d - x_c)(x_d - x)^2}{x'_d - x''_d (x_d - x_c)^2} \quad (1.25)$$

$$x_{fc} = \frac{(x'_d - x_c)(x_d - x)^2}{x_d - x'_d (x_d - x_c)} \quad (1.26)$$

$$x_{Qc} = \frac{(x_q - x)(x''_q - x)}{x_q - x''_q} \quad (1.27)$$

Das lineare Gleichungssystem (1.18) erfordert nicht die Parameter aus dem Ersatzschaltbild, sondern die Eigen- und Gegenreaktanzen der jeweiligen Kreise. Diese werden nach Gleichung (1.28) bis (1.33) berechnet. Vergleicht man nun die Eigenreaktanzen  $x_f$ ,  $x_D$  und  $x_Q$  mit den Eigenreaktanzen des Modells nach Bonfert [1], so ist leicht zu erkennen, dass sich diese nicht unterscheiden. Sie werden jeweils aus der Summe der Hauptreaktanz und der jeweiligen Streureaktanz berechnet, wobei im Modell nach Canay [2] die Streureaktanz der Summe aus  $x_{rc}$  und der jeweiligen ideellen Streureaktanz ( $x_{fc}$ ,  $x_{Dc}$ ) entspricht.

$$x_f = x_{fc} + (x_d - x) + x_{rc} \quad (1.28)$$

$$x_D = x_{Dc} + (x_d - x) + x_{rc} \quad (1.29)$$

$$x_Q = x_{Qc} + (x_q - x) \quad (1.30)$$

$$x_{df} = x_{dD} = x_d - x \quad (1.31)$$

$$x_{qQ} = x_q - x \quad (1.32)$$

$$x_{fD} = x_d - x + x_{rc} \quad (1.33)$$

## 1.5. Berechnung der Spannung an der offenen Erregerwicklung

Das im Abschnitt 1.4 beschriebene Modell ist ein lineares System, welches weder Sättigungs- noch Wirbelstromeffekte berücksichtigt. Bei der Berechnung der Spannung am offenen Erregerkreis sind die Wirbelstromeffekte im Rotor jedoch nicht zu vernachlässigen. Die Wirbelstromeffekte reduzieren die maximal auftretende Spannung am offenen Erregerkreis erheblich. Diese Berechnung wird in weiterer Folge direkt mit dem Ersatzschaltbild in Abbildung 1.5, welches je nach Maschinentyp um eine komplexe Eisenimpedanz  $r_{fE} + jx_{fE}$  erweitert wird, durchgeführt. Den detaillierten Berechnungsvorgang beschreibt Canay in [8] und [9]. In dieser Arbeit ist die Berechnung des Eisenwiderstandes sowie der modifizierten Ersatzschaltbilder im Abschnitt 2.7 zu finden.

## 2. Vorausberechnung der Maschinenparameter

Die notwendigen Maschinenparameter können entweder messtechnisch oder aber auch rechnerisch ermittelt werden. Für die messtechnische Parameterbestimmung ist im Wesentlichen die Aufnahme des 3-poligen Stoßkurzschlusses notwendig. Sowohl der Stator- als auch der Erregerstrom sind erforderlich, um die Parameter zu ermitteln. An dieser Stelle wird jedoch nicht näher darauf eingegangen. Detailliertere Vorgehensweisen können u.a. in [10] und [11] gefunden werden.

Das Ziel der Arbeit ist es, die Erregergrößen bereits im Maschinendesign vorausberechnen zu können. Die im Weiteren beschriebenen Berechnungsmethoden werden in Anlehnung an Canay [2], an Müller [12] und [13] sowie an Nürnberg [14] und Köfler [7] vorgestellt. Auf genaue Erläuterungen bzw. Herleitungen wird aufgrund der existierenden Literatur verzichtet. Die prinzipielle Berechnungsmethode der nur von der Geometrie abhängigen Parameter unterscheidet sich nicht von der herkömmlichen Berechnung. Der Unterschied beim Modell nach Canay ergibt sich erst durch die Berechnung der Größen für das Ersatzschaltbild. Der Vollständigkeit halber wird hier jedoch auch die Berechnung der allgemeinen Parameter angegeben.

Das Ergebnis des Berechnungsvorgangs soll das vollständige Ersatzschaltbild in Abbildung 1.5 sein. Als Eingangsparameter dienen die geometrischen Abmessungen sowie die Nenndaten der Maschine. Die Umrechnung der Rotorgrößen auf die Statorgrößen, wie sie im Ersatzschaltbild gefordert sind, erfolgt nach den Bezugsgrößen in den Gleichungen (3.5) bis (3.9).

## 2.1. Allgemeines

In den folgenden Abschnitten werden sich Indizes immer wiederholen. Hierbei gelten folgende Regeln:

- $a, s$  Stator (Anker)
- $f$  Erregerwicklung (Feldwicklung)
- $D, Q$  Dämpferwicklung in d- und q-Richtung
- $d, q$  Längs- (d) und Querrichtung (q)
- $r$  Rotor

Die Lochzahl  $q$  errechnet sich über die Gleichung (2.1), wobei  $N$  die Nutanzahl,  $2p$  die Polzahl und  $m$  die Phasenanzahl symbolisiert.

$$q = \frac{N}{2 \cdot p \cdot m} \quad (2.1)$$

Die Berechnung einer Eigenreaktanz ergibt sich mit

$$X = \Lambda \cdot w^2 \cdot \xi_1^2 \cdot C_1 \cdot (1 + \alpha) \quad (2.2)$$

wobei  $\Lambda$  über

$$\Lambda = 0,8 \cdot 10^{-8} \cdot \omega \cdot \frac{D_i \cdot l_i}{\delta_i \cdot p^2} \quad (2.3)$$

berechnet wird. Mit  $C_1$  wird der Polformfaktor bezeichnet,  $\alpha$  stellt den Streuanteil dar. Die geometrischen Parameter in den obigen sowie in den folgenden Gleichungen sind, da die Berechnung in Anlehnung an Canay [2] erfolgt, in  $cm$  einzusetzen. Hierbei ist besonders darauf zu achten, dass Größen wie z.B. die elektrische Leitfähigkeit  $\gamma$  und andere Konstanten entsprechend in die richtige Einheit umzurechnen sind ( $\gamma$  in  $cm/\Omega mm^2$ ,  $\mu_0$  in  $cm kg/A^2 s^2 = 10^2 Vs/Am$ ).

Die Parameter in der Gleichung (2.3) sind wie folgt definiert:

$l_i$  ... ideelle Länge

$$l_i = \frac{1}{2} [l_s + l_r - 0,3 \cdot (l_{Ls} + l_{Lr})]$$

$\delta_i$  ... Ideeller Luftspalt (erweitert mit Carter-Faktoren)



$$\delta_i = k_{ca} \cdot k_{cr} \cdot k_p \cdot \delta_0$$

$D_i$  ... Mittlerer Durchmesser im Luftspalt

$l_{Ls}$  und  $l_{Lr}$  sind die Längen der Kühlkanäle im Stator und Rotor,  $l_s$  und  $l_r$  stellen die Stator- bzw. Rotorlänge wiederum in *cm* dar. Die Carter-Faktoren  $k_{ca}$  und  $k_{cr}$  können auch nach Richter [15] u.a. ermittelt werden.  $k_p$  berücksichtigt den nicht konstanten Luftspalt über den Rotorumfang und kann aus Canay [2, S. 31, Abb. 11] entnommen werden.

## 2.2. Berechnung des Statorkreises

### 2.2.1. Synchronreaktanz

Die Synchronreaktanz in Längsrichtung  $X_d$  wird mit Gleichung (2.4) berechnet.

$$X_d = \frac{3}{2} \cdot \Lambda \cdot w_a^2 \cdot \xi_a^2 \cdot C_{d1} \cdot (1 + \alpha_d) = X_{ad} \cdot (1 + \alpha_d) \quad (2.4)$$

In Querrichtung berechnet sich die Synchronreaktanz ähnlich.

$$X_q = \frac{3}{2} \cdot \Lambda \cdot w_a^2 \cdot \xi_a^2 \cdot C_{q1} \cdot (1 + \alpha_q) = X_{aq} \cdot (1 + \alpha_q) \quad (2.5)$$

Mit  $C_{d1}$  und  $C_{q1}$  werden die Feldschwächfaktoren (nach Canay [10]) in Längs- und Querrichtung bezeichnet,  $\alpha_d$  und  $\alpha_q$  stehen für den gesamten Streuanteil und werden mittels der Gleichungen (2.7) und (2.8) bestimmt. Für Vollpolmaschinen sind sowohl die Feldschwächfaktoren als auch die Streuanteile in der Regel gleich eins zu setzen ( $C_{d1} = C_{q1} = 1$ ,  $\alpha_d = \alpha_q = 1$ ).

Die Berechnung des Wicklungsfaktor  $\xi_a$  sowohl für Ganzloch- als auch für Bruchlochwicklungen ist in Klamt [16] übersichtlich dargestellt. Die Umrechnung in *pu* erfolgt mit der Division durch die Nennimpedanz  $Z_n$  lt. Gleichung (3.5).

### 2.2.2. Statorstreureaktanz

Die Statorstreureaktanz berechnet sich mit der Gleichung (2.6).

$$X_{a\sigma} = \omega \cdot \mu_0 \cdot \frac{2 \cdot w_a^2 \cdot l_i}{p \cdot q_a} \cdot (\lambda_N + \lambda_K + \lambda_e) + X_{ad} \cdot \alpha_{vd} \quad (2.6)$$

Die Spaltstreuung ist die Streuung die im Luftspalt verläuft. Sie wird in der Gleichung (2.6) durch  $\alpha_{\nu d}$  repräsentiert. Diese ist lt. Canay [2, S. 40] bei 3-phasigen Synchronmaschinen vernachlässigbar klein. Der Gesamtstreuleitwert  $\lambda$  ist in den Nutstreuleitwert  $\lambda_N$ , in den Streuleitwert des Zahnkopfes  $\lambda_K$  und in den Streuleitwert des Wickelkopfes  $\lambda_e$  aufgeteilt. In der modernen Literatur sind die Streuleitwerte oft mit anderen Indizes zu finden (N...Nut, Z...Zahn, S...Stirn). In dieser Arbeit werden jedoch die Erstgenannten verwendet.

Zur Berechnung dieser Streuleitwerte kann Nürnberg [14] oder aber auch Müller [13] u.a. herangezogen werden. Canay [2, S. 41] gibt nur die Berechnung für eine Nutform an, was jedoch in vielen Fällen nicht ausreicht. Die Streuanteile  $\alpha_d$  und  $\alpha_q$  ergeben sich durch

$$\alpha_d = \frac{2\pi \cdot \delta_i \cdot p}{3 \cdot \xi_a^2 \cdot q_a \cdot D_i \cdot C_{d1}} \cdot (\lambda_N + \lambda_K + \lambda_e) \quad (2.7)$$

$$\alpha_q \cong \alpha_d \cdot \frac{C_{d1}}{C_{q1}} \quad (2.8)$$

### 2.2.3. Statorwiderstand

Der ohmsche Widerstand für den Stator wird wie auch jener für den Rotorkreis im Wesentlichen über die allgemeine Beziehung  $R = \frac{l}{\gamma \cdot Q}$  berechnet. Daraus folgt:

$$R_a = \frac{l_a \cdot w_a}{\gamma_{Cu} \cdot Q_a \cdot a} \quad (2.9)$$

$l_a$  ... Mittlere Länge einer Windung in  $cm$

$\gamma_{Cu}$  ... Elektrische Leitfähigkeit in  $1/\Omega cm$

$Q_a$  ... Leiterquerschnitt in  $cm^2$

$a$  ... Anzahl paralleler Leiter

Die elektrische Leitfähigkeit  $\gamma_{Cu}$  ist hier mit dem Index  $Cu$  für Kupfer angegeben und an das jeweilige Material anzupassen.

## 2.3. Berechnung des Erregerkreises

### 2.3.1. Hauptreaktanz der Erregerwicklung

Die Eigenreaktanz der Erregerwicklung errechnet sich über:

$$X_f = \Lambda \cdot w_f^2 \cdot \xi_f^2 \cdot (1 + \alpha_f) \quad (2.10)$$

$w_f$  stellt die Erregerwindungszahl,  $\xi_f$  den Wicklungsfaktor der Erregerwicklung nach Canay [2, S. 47, Abb. 16] dar.

Die Spaltstreuung  $\alpha_f$  errechnet sich mit

$$\alpha_f = \frac{\pi \cdot p \cdot \delta_i}{D_r \cdot q_f \cdot \xi_f^2} \cdot (\lambda_{Nf} + \lambda_{Kf} + \lambda_{ef}) + \alpha_{\nu f} \quad (2.11)$$

### 2.3.2. Streureaktanz der Erregerwicklung

Für die Berechnung der Streureaktanz der Erregerwicklung sind wiederum die Streuleitwerte (Nut, Zahnkopf und Wickelkopf) erforderlich. Auch hierfür gibt Canay [2] Berechnungsvorgänge sowohl für Schenkelpol- als auch für Vollpolmaschinen an. Umfangreicher ist die Berechnung jedoch in der bereits erwähnten Literatur zu finden.

$$X_{f\sigma} = \omega \cdot \mu_0 \cdot \frac{2 \cdot w_f^2 \cdot l_i}{p \cdot q_f} \cdot (\lambda_{Nf} + \lambda_{Kf} + \lambda_{ef}) + \alpha_{\nu f} \cdot \Lambda \cdot w_f^2 \cdot \xi_f^2 \quad (2.12)$$

Die Spaltstreuung  $\alpha_{\nu f}$  errechnet sich über den Wicklungsfaktor  $\xi_f$  und ist nach Canay [2, S. 46] für Vollpolmaschinen vernachlässigbar klein ( $\alpha_{\nu f} = 0$ ).

$$\alpha_{\nu f} = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{\arcsin \xi_f}{\xi_f^2} - 1 \quad (2.13)$$

### 2.3.3. Erregerwiderstand

Der ohmsche Widerstand wird nach der gleichen Vorgehensweise wie für den Stator ermittelt. Die Symbole haben bis auf den Index die gleiche Bedeutung.

$$R_f = \frac{l_f \cdot w_f}{\gamma_{Cu} \cdot Q_f} \quad (2.14)$$

## 2.4. Berechnung des Dämpferkreises

Zur Berechnung des Dämpferkreises wird ebenfalls die Methode nach Canay [2] verwendet.

### 2.4.1. Hauptreaktanz der Dämpferwicklung

Die Windungszahl der Dämpferwicklung wird mit der Gleichung (2.15) bestimmt, wobei mit  $q_D$  die Dämpferstäbe pro Pol bezeichnet werden.

$$w_D = p \cdot q_D \quad (2.15)$$

Mit der Windungszahl der Ersatzdämpferwicklung können nun die Eigenreaktanzen in Längs- und Querrichtung berechnet werden.

$$X_D = \Lambda \cdot w_D^2 \cdot \xi_D^2 \cdot (1 + \alpha_D) \quad (2.16)$$

$$X_Q = \Lambda \cdot w_D^2 \cdot \xi_Q^2 \cdot C_{q1}(1 + \alpha_Q) \quad (2.17)$$

Die Wicklungsfaktoren ergeben sich unter Annahme einer sinusförmigen Stromverteilung in beiden Achsen zu

$$\xi_D = \frac{1}{2} \cdot (1 + \beta) \quad \xi_Q = \frac{1}{2} \cdot (1 - \beta) \quad (2.18)$$

bei der Schenkelpolmaschine und zu

$$\xi_D = \frac{1}{2} \cdot (1 - \beta) \quad \xi_Q = \frac{1}{2} \cdot (1 + \beta) \quad (2.19)$$

bei der Vollpolmaschine. Der Hilfsparameter  $\beta$  ist abhängig von der bewickelten Zone des Dämpfers  $\gamma_D$  welcher wiederum von der Rotorpolteilung  $\tau_r$ , von der Dämpfernteilung  $\tau_{ND}$  und der Stabzahl pro Pol  $q_D$  abhängig ist.

$$\beta \cong \frac{\sin(\pi \cdot \gamma_D)}{\pi \cdot \gamma_D} \quad (2.20)$$

$$\gamma_D = \frac{\tau_{ND}}{\tau_r} \cdot q_D \quad (2.21)$$

Die Streukoeffizienten für die Dämpferwicklung in Längs- und in Querrichtung errechnen sich nach den Gleichungen (2.22) und (2.23).

$$\alpha_D = \frac{\pi \cdot \delta_i \cdot p}{D_i \cdot q_D \cdot \xi_D} \cdot (\lambda_{ND} + \lambda_{KD}) + \alpha_{\nu_D} \quad (2.22)$$

$$\alpha_Q = \frac{\pi \cdot \delta_i \cdot p}{D_i \cdot q_D \cdot \xi_Q \cdot C_{q1}} \cdot (\lambda_{ND} + \lambda_{KD}) + \alpha_{\nu_Q} \quad (2.23)$$

### 2.4.2. Streureaktanz der Dämpferwicklung

Für die Längsachse der Dämpferwicklung gilt bei sinusförmiger Stromverteilung:

$$X_{D\sigma} = \omega \cdot \mu_0 \cdot \frac{2 \cdot w_D^2 \cdot l_i}{p \cdot q_D} \cdot \xi_D \cdot (\lambda_{ND} + \lambda_{KD}) + \Lambda \cdot w_D^2 \cdot \xi_D^2 \cdot \alpha_{\nu_D} \quad (2.24)$$

Die Streureaktanz für die Querachse lässt sich nach Gleichung (2.25) errechnen.

$$X_{Q\sigma} = \omega \cdot \mu_0 \cdot \frac{2 \cdot w_D^2 \cdot l_i}{p \cdot q_D} \cdot \xi_Q \cdot (\lambda_{ND} + \lambda_{KD}) + \Lambda \cdot w_D^2 \cdot \xi_Q^2 \cdot \alpha_{\nu_Q} \quad (2.25)$$

Die Streuung der Stirnverbindungen ist lt. Canay [2, S. 56] sehr klein, wodurch der Stirnstreuleitwert  $\lambda_{eD}$  vernachlässigt werden kann. Die beiden anderen Stirnstreuleitwerte  $\lambda_{ND}$  und  $\lambda_{KD}$  sind wiederum entsprechend der Literatur ([13], [14], u.a.) zu bestimmen.

Die Berechnung der Spaltstreuung  $\alpha_{\nu_D}$  für die Längs- und  $\alpha_{\nu_Q}$  für die Querrichtung erfolgt über:

$$\alpha_{\nu_D} \cong \frac{1}{4 \cdot \gamma_D \cdot \xi_D^2} \cdot \left[ - (1 - \cos(\pi \cdot \gamma_D)) + 3 \cdot \left( 1 - \frac{\sin(\pi \cdot \gamma_D)}{\pi \cdot \gamma_D} \right) \right] - 1 \quad (2.26)$$

$$\alpha_{\nu_Q} \cong \frac{1}{4 \cdot \gamma_D \cdot \xi_Q^2} \cdot \left[ \frac{1 - \gamma_D}{\gamma_D} \cdot (1 - \cos(\pi \cdot \gamma_D)) + 1 - \frac{\sin(\pi \cdot \gamma_D)}{\pi \cdot \gamma_D} \right] - 1 \approx 0 \quad (2.27)$$

Bei Vollpolmaschinen mit massivem Rotor ist sowohl die Quer- als auch die Längsspaltstreuung gleich 0 zu setzen. Bei lamellierten Vollpolläufern gilt die Gleichung (2.26) für die Querachse und die Gleichung (2.27) für die Längsachse. Die Verwendung von Polgittern verändert die Gleichung für die Querachse zu:

$$\alpha_{\nu_Q} \cong \frac{1}{4 \cdot \gamma_D \cdot \xi_Q^2} \cdot \left[ -\frac{1}{q_D} \cdot \left( 1 - \cos(\pi \cdot \gamma_D) + 1 - \frac{\sin(\pi \cdot \gamma_D)}{\pi \cdot \gamma_D} \right) \right] - 1 \quad (2.28)$$

### 2.4.3. Dämpferwiderstand

Der Dämpferwiderstand lässt sich folgendermaßen berechnen:

$$R_D = \frac{2 \cdot l_D}{p \cdot \gamma_{Cu} \cdot Q_D \cdot q_D} \cdot w_D^2 \cdot \xi_D \cdot k_D \quad (2.29)$$

$$R_Q = \frac{2 \cdot l_D}{p \cdot \gamma_{Cu} \cdot Q_D \cdot q_D} \cdot w_D^2 \cdot (\xi_Q + \varphi) \cdot k_Q \quad (2.30)$$

Die Faktoren  $k_D$  und  $k_Q$  berücksichtigen die Endverbindungen und lassen sich mit

$$k_D = 1 + \frac{4}{\pi^2} \cdot \frac{Q_D \cdot q_D \cdot \tau_r}{Q_R \cdot l_D} \cdot \xi_D \cdot (1 + \alpha_{\nu D}) \quad (2.31)$$

$$k_Q = 1 + \frac{4}{\pi^2} \cdot \frac{Q_D \cdot q_D \cdot \tau_r}{Q_R \cdot l_D} \cdot \xi_Q \cdot (1 + \alpha_{\nu Q}) \quad (2.32)$$

berechnen. Hierin steht der Index  $R$  für den Dämpferring. Richtwerte für  $k_D$  und  $k_Q$  sind lt. Canay [2, S. 67]:

$$\text{Schenkelpolmaschinen:} \quad k_D \cong k_Q \cong 1.05 \div 1.1$$

$$\text{Vollpolmaschinen:} \quad k_D \cong k_Q \cong 1$$

Der Faktor  $\varphi$  ist gegeben durch:

$$\varphi = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot \gamma_D\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot \gamma_D \cdot \frac{q_D - 2}{q_D}\right)}{2 \cdot q_D \cdot \sin^2\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\gamma_D}{q_D}\right)} \quad (2.33)$$

$\varphi$  beträgt für eine vollständige Dämpferwicklung und massive Pole  $\varphi = 1$ .

## 2.5. Berechnung der Gegenreaktanzen

Die gegenseitigen Reaktanzen werden in späterer Folge zur Berechnung der Bezugsgrößen benötigt. Die Gegenreaktanz zwischen Stator und Erreger sowie zwischen Stator und Dämpfer errechnen sich mit:

$$X_{af} = \Lambda \cdot w_a \cdot w_f \cdot \xi_a \cdot \xi_f \quad (2.34)$$

$$X_{aD} = \Lambda \cdot w_a \cdot w_D \cdot \xi_a \cdot \xi_D \quad (2.35)$$

$$X_{aQ} = \Lambda \cdot w_a \cdot w_D \cdot \xi_a \cdot \xi_Q \cdot C_{q1} \quad (2.36)$$

Die magnetische Kopplung zwischen der Stator- und der Erregerwicklung sowie der Stator- und der Dämpferwicklung besteht nur über die Grundwelle. Die Kopplung zwischen der Erreger- und der Dämpferwicklung besteht zusätzlich zur Grundwelle auch noch über einen Anteil des Streufeldes, wie dies bereits in Abbildung 1.4 gezeigt wurde. Dieser Anteil bezogen auf die Grundwelle wird in weiterer Folge mit  $\alpha_{fD}$  bezeichnet. Damit errechnet sich die Koppelreaktanz zwischen Erreger- und Dämpferwicklung aus

$$X_{fD} = \Lambda \cdot w_f \cdot w_D \cdot \xi_f \cdot \xi_D \cdot (1 + \alpha_{fD}) \quad (2.37)$$

Für Vollpolmaschinen errechnet sich  $\alpha_{fD}$  nach Canay [2, Gl. 69] mit:

$$\alpha_{fD} = \alpha_D \cdot \frac{\xi_D}{\xi_f} \quad (2.38)$$

Für Schenkelpolmaschinen errechnet sich  $\alpha_{fD}$  ebenso nach Canay [2, Gl. 69b] mit:

$$\alpha_{fD} \cong \frac{1}{\xi_f} \cdot \frac{1}{2 \cdot \gamma_D \cdot \xi_D} \cdot \left[ \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot \gamma_D\right) - \frac{\pi \cdot \gamma_D}{2} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \gamma_D\right) \right] - 1 \quad (2.39)$$

## 2.6. Abschirmungs- und Streukoeffizienten

Laible [17] hat in seinem Werk sogenannte Abschirmungskoeffizienten eingeführt, um die Flussgleichungen zu vereinfachen. Diese werden ohne nähere Betrachtung in den Gleichungen (2.40) bis (2.42) verwendet. Werden die Gegenreaktanzen durch deren Berechnungsgleichung ersetzt, so erhält man die jeweils zweiten Teile der Gleichungen.

$$\mu_d = 1 - \frac{3}{2} \cdot \frac{X_{af} \cdot X_{aD}}{X_{fD} \cdot X_d} = \frac{1}{C_{d1}} \cdot [\alpha_d + \alpha_{fD} + \alpha_d \cdot \alpha_{fD} - (1 - C_{d1})] \quad (2.40)$$

$$\mu_f = 1 - \frac{X_{fD} \cdot X_{af}}{X_{aD} \cdot X_f} = \frac{\alpha_D - \alpha_{fD}}{1 + \alpha_D} \quad (2.41)$$

$$\mu_D = 1 - \frac{X_{fD} \cdot X_{aD}}{X_{af} \cdot X_D} = \frac{\alpha_f - \alpha_{fD}}{1 + \alpha_f} \quad (2.42)$$

Der Streukoeffizient zwischen dem Stator- und dem Dämpferkreis, welcher später für die Berechnung der subtransienten Querreaktanz  $x_q''$  benötigt wird, errechnet sich nach Canay [2] lt. Gleichung (2.43).

$$\sigma_{qQ} = 1 - \frac{x_{qQ}^2}{x_q \cdot x_Q} \quad (2.43)$$

## 2.7. Berücksichtigung der Eisenteile

Wie bereits in Abschnitt 1.5 erwähnt, beeinflussen die massiven Eisenteile im Rotor die Spannung an der offenen Erregerwicklung wesentlich wodurch sie auf keinen Fall vernachlässigt werden dürfen. In diesem Abschnitt werden die Berechnungen nach Canay, welche in [8] und [9] beschrieben sind, gezeigt. Da in weiterer Folge die Messungen nur bei stillstehendem Rotor ( $\nu = 1$ ) durchgeführt werden, wird bei der Schreibweise in den Ersatzschaltbildern auf die Frequenzabhängigkeit verzichtet. In [8] und [9] können diese nachgeschlagen werden.

### 2.7.1. Berechnung der Eindringtiefe

Bei der Bestimmung des komplexen Eisenwiderstandes  $r_{fE}$  sowie dem Eisenwiderstand des Dämpfers  $r_{DE}$  ist die äquivalente Dicke von großer Bedeutung. Diese bestimmt den Querschnitt, in dem der Strom in weiterer Folge fließt und hat somit einen Einfluss auf die Parameter. Für den Eisenwiderstand der Erregerwicklung  $r_{fE} + jx_{fE}$  (Widerstand der Nutwände) ist als Ausgangspunkt der Strom bei kurzgeschlossener Erregerwicklung  $i_{fks}$  zu bestimmen. In diesem Fall ist der Widerstand  $r_{fE}$  zu vernachlässigen, da  $r_f \ll r_{fE}$  wonach die Abbildung 1.5 (Seite 10) ihre Gültigkeit besitzt. Im Falle der offenen Erregerwicklung wird in den massiven Teilen ein Strom fließen, der die gleiche Durchflutung hervorruft wie der Strom in der geschlossenen Erregerwicklung.

Die Durchflutung pro Polpaar errechnet sich mit der Gleichung (2.44).

$$\Theta = \frac{i_{fks}}{p} \quad (2.44)$$

Die Ströme werden sich in der Breite  $b_E$  (siehe Abbildung 2.1) ausbreiten, woraus sich die magnetische Feldstärke  $H$  ableiten lässt.

$$H = \frac{\Theta}{b_E} \quad (2.45)$$



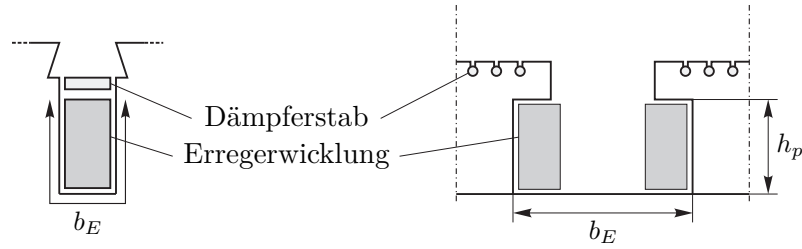


Abbildung 2.1.: Hilfsgrafik zur Bestimmung von  $b_E$  sowohl für die Schenkelpol- als auch für die Vollpolmaschine

Daraus lässt sich nach Canay [8, Gl. 25] die magnetische Permeabilität  $\mu_{rm}$  und in weiterer Folge die äquivalente Dicke  $d_n$  bestimmen.

$$\mu_{rm} \approx 10 + \frac{12500}{\hat{H}} \cdot \left(1 + \ln \frac{\hat{H}}{20}\right) \quad (2.46)$$

$$d_n = 710 \cdot \sqrt{\frac{50}{f \cdot \mu_{rm} \cdot \gamma_E}} \quad (2.47)$$

Mit  $\gamma_E$  wird die elektrische Leitfähigkeit vom massiven Material bezeichnet und ist in  $1/\Omega cm$  einzusetzen.

Wird der Eisenwiderstand des Dämpferkreises  $r_{DE}$ , wie z.B. für die offene Feldwicklung bei der Vollpolmaschine mit massivem Rotor notwendig ist (Abbildung 2.2), berechnet, so gilt prinzipiell die gleiche Vorgehensweise. Allerdings wird für die Feldstärke  $H$  nicht der Erregerstrom bei kurzgeschlossener Erregerwicklung verwendet, sondern der Nennstrom in der Statorwicklung [2, S. 138].

### 2.7.2. Vollpolmaschine

Turbogeneratoren werden mit einem Rotor aus massiven Eisen ausgestattet. Wird eine reichlich dimensionierte Dämpferwicklung verwendet, so darf lt. Canay [8] der Einfluss des massiven Eisens für die Berechnung vieler Ausgleichsvorgänge (z.B. Stoßkurzschluss) vernachlässigt werden. Werden jedoch asynchrone Zustände betrachtet, muss dieser berücksichtigt werden.

Zur Herleitung dieser Impedanz wird ein massiver Rotor ohne Dämpferwicklung be-

trachtet. Die Oberfläche bildet eine leitende Schicht, welche als Dämpferkäfig mit unendlich vielen Stäben betrachtet werden kann. Die Wicklungsfaktoren  $\xi_D$  und  $\xi_Q$  betragen in diesem Fall  $\xi_D = \xi_Q = 0,5$  und die bewickelte Zone  $\gamma_D = 1$ . In weiterer Folge wird die Gleichung (2.29) auf  $Z_{DB}$  (lt. Gleichung (3.7)) bezogen, danach werden die eben erwähnten Parameter eingesetzt. Für die Querrichtung folgt das gleiche Prozedere. Canay [2] schreibt, dass der imaginäre Anteil  $\lambda$  lt. Küpfmüller [18] im Bereich von 0,5...0,6 liegt. Im weiteren Berechnungsverlauf wird mit  $\lambda = 0,5$  gearbeitet. Aus diesen Betrachtungen folgt:

$$r_{DE} + jx_{DE} \cong r_{QE} + jx_{QE} = \frac{8 \cdot l_r \cdot k_D}{\Lambda \cdot p \cdot d_n \cdot D_r \cdot \pi \cdot \gamma_E} \cdot x_{hd} \cdot (1 + j\lambda) \quad (2.48)$$

Wie in Abbildung 2.2 ersichtlich ist, wird die Impedanz  $r_{DE} + jx_{DE}$  parallel zur Hauptreaktanz geschaltet. Der Hintergrund hierfür liegt in der Tatsache, dass der Eisen-Dämpferkreis nicht vom Streufluss des Erregerkreises beeinflusst wird und somit nur im Hauptfluss liegt.

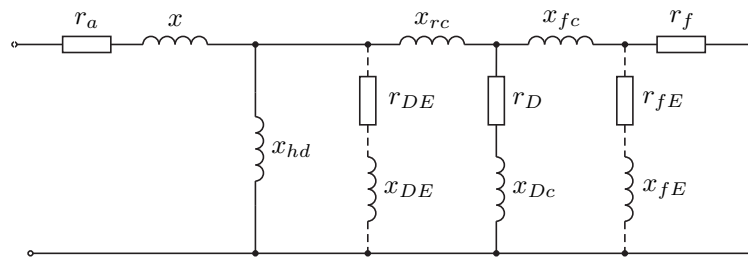


Abbildung 2.2.: Ersatzschaltbild einer Synchronmaschine mit Vollpolläufer inklusive Eisenkreis

Ein weiterer Einfluss entsteht durch die Wirbelströme in den Nutwänden der Erregerwicklung ( $r_{fE}$  in Abbildung 2.2). Wenn man davon ausgeht, dass die Erregerwicklung im Inneren aus Kupfer und am Rand aus einem anderen Material besteht, resultieren andere ohmsche Verhältnisse sowohl im stationären als auch im transienten Zustand. Genau das gleiche passiert, wenn die Nutwände aus massiven Eisen bestehen. Da  $r_f \ll r_{fE}$  ist, hat  $r_{fE}$  nahezu keinen Einfluss, wenn die Erregerwicklung geschlossen ist. Ist diese jedoch offen, wie es im Fehlerfall bei Erregung mit Gleichrichterioden vorkommen kann, so bleibt  $r_{fE}$  allein übrig und beeinflusst entsprechend die induzierte Spannung. Als Ausgang für die Berechnung von  $r_{fE} + jx_{fE}$  dient die Gleichung (2.14). Zuerst ist diese auf die Bezugsimpedanz  $Z_{fB}$  zu beziehen. Der Kupferquerschnitt  $Q_f$

wird durch den Querschnitt  $b_E \cdot d_n$  ersetzt. Mit  $b_E$  wird die Länge der Nutwand lt. Abbildung 2.1 bezeichnet,  $d_n$  stellt die äquivalente Dicke der Nutwände dar.

$$r_{fE} + jx_{fE} \approx \frac{2 \cdot l_r \cdot k_D}{\Lambda \cdot \xi_f^2 \cdot p \cdot q_f \cdot b_E \cdot d_n \cdot \gamma_E} \cdot x_{hd} \cdot (1 + j\lambda) \quad (2.49)$$

Auf die Betrachtungen für die Querachse wird an dieser Stelle verzichtet, sie können in [2] und [8] nachgeschlagen werden.

### 2.7.3. Schenkelpolmaschine

Bei der Schenkelpolmaschine wird im Folgenden zwischen dem Rotor mit lamellierten Polen und dem Rotor mit massiven Polen unterschieden. Als Berechnungsgrundlage dient wiederum Canay [9].

#### Schenkelpolmaschine mit vollständig lamellierten Polen

Die Schenkelpolmaschine mit vollständig lamellierten Polen besitzt im inneren Rotorkörper (Welle) oft massive Eisenteile in welchem sich Wirbelströme ausbreiten können. Diese beeinflussen die Ausgleichsvorgänge bei offener Feldwicklung beträchtlich. Wie im Abschnitt 2.7.2 bereits erwähnt, ist der Widerstand  $r_{fE}$  frequenzabhängig. In dieser Arbeit wird dieser jedoch nur für den Stillstand, was einen Schlupf  $s = 1$  bedeutet, angegeben. Abbildung 2.3 zeigt das Ersatzschaltbild. Hierin ist der zu  $r_f$  parallelgeschaltene komplexe Widerstand  $r_{fE} + jx_{fE}$  zu sehen.

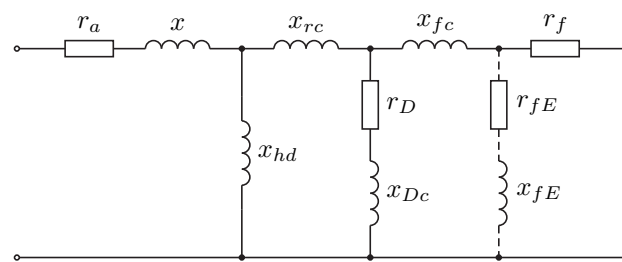


Abbildung 2.3.: Ersatzschaltbild der Schenkelpol-Synchronmaschine mit lamellierten Polen

Die Berechnung erfolgt mit den Ansätzen lt. Abschnitt 2.7.2. Daraus folgt:

$$r_{fE} + jx_{fE} \approx \frac{2 \cdot l_r \cdot C_{d1}}{\Lambda \cdot \xi_f^2 \cdot p \cdot b_E \cdot d_n \cdot \gamma_E} \cdot x_{hd} \cdot (1 + j\lambda) \quad (2.50)$$

Sind anstatt vollständig lamellierter Pole lamellierte Pole mit massiven Polschuh in Verwendung, so ändert sich  $b_E$  zu  $b_E + 2 \cdot h_p$ .  $b_E$  bezeichnet die Länge zwischen zwei Polen und  $h_p$  die Höhe eines Polschuhs lt. Abbildung 2.1.

### Schenkelpolmaschine mit massiven Polen

Zur besseren Vorstellung wird der massive Pol wiederum wie ein Dämpfer mit unendlich vielen Dämpferstäben, somit wie eine leitende Eisenschicht, betrachtet.

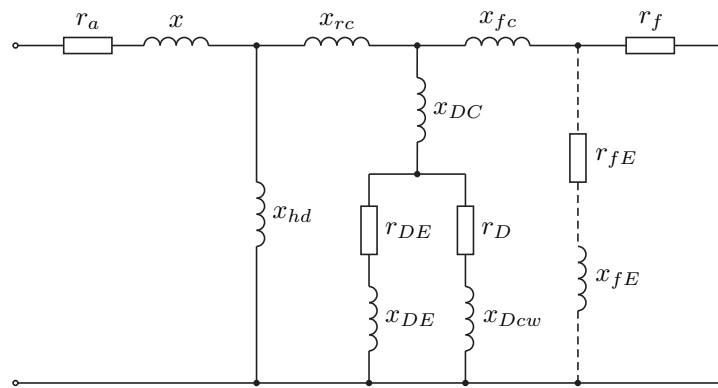


Abbildung 2.4.: Ersatzschaltbild der Schenkelpol-Synchronmaschine mit massiven Polen

Zur Berechnung des komplexen Eisenwiderstandes ist die äquivalente Dicke  $d$  für die Frequenz  $\nu\omega$  von Bedeutung ( $\nu = 1 \dots$  Nennfrequenz). Daraus resultiert eine Dicke  $d$  welche mit  $d = d_n / \sqrt{\nu}$  berechnet wird. Abbildung 2.4 zeigt das Ersatzschaltbild für die massiven Pole. Ist kein Dämpferkäfig vorhanden, so ist der Dämpferwiderstand unendlich groß ( $r_D = \infty$ ).

Der komplexe Eisenwiderstand  $r_{DE}$  errechnet sich nach der Gleichung (2.51).

$$r_{DE} + jx_{DE} = \frac{4 \cdot l_r \cdot k_D \cdot C_{d1}}{\Lambda \cdot d_n \cdot D_r \cdot \pi \cdot \gamma_D \cdot \gamma_E \cdot \xi_D} \cdot x_{hd} \cdot (1 + j\lambda) \quad (2.51)$$

Für den imaginären Anteil  $\lambda$  empfiehlt Canay wiederum  $\lambda = 0,5$ .

Ist eine Dämpferwicklung vorhanden, errechnet sich die Streureaktanz des Dämpfers  $x_{Dcw}$  nach der Gleichung (2.52) wobei die Streuanteile  $\alpha$  lt. Abschnitt 2.4 zu bestimmen sind.

$$x_{Dcw} = x_{hd} \cdot C_{d1} \cdot (\alpha_D - \alpha_{\nu D}) \quad (2.52)$$

# 3. Parameterbestimmung

## 3.1. Allgemeines

Das folgende Kapitel dient der vollständigen Bestimmung der Parameter für das Ersatzschaltbild in Abbildung 1.5, das zur besseren Übersicht auch in Abbildung 3.1 dargestellt ist. Dies sind die wesentlichen Parameter zur Simulation des Stoßkurzschlusses. Für die Berechnung der Spannung an der offenen Feldwicklung ist das Ersatzschaltbild entsprechend Abschnitt 2.7 zu erweitern.

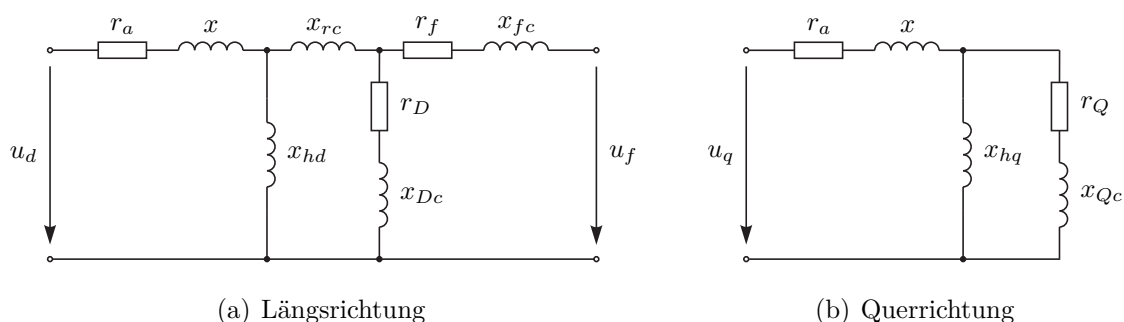


Abbildung 3.1.: Ersatzschaltbild der Synchronmaschine nach Canay [2] in Längs- und Querrichtung

Die Koppelreaktanzen zwischen dem Stator- und den Rotorkreisen sind, unter der Annahme  $x = x_{a\sigma}$ , der Hauptreaktanz  $x_{hd} = x_d - x$  gleichzusetzen.

$$x_{df} = x_{fd} = x_d - x \tag{3.1}$$

$$x_{dD} = x_{Dd} = x_d - x \tag{3.2}$$

Lediglich die Koppelreaktanz zwischen der Erreger- und der Dämpferwicklung macht den Unterschied zu Bonfert [1] aus.

$$x_{fD} = \frac{(x_d - x)^2}{x_d - x_c} \tag{3.3}$$

Hierin befindet sich eine neue Reaktanz  $x_c$ , die durch die Multiplikation von den Abschirmungskoeffizienten  $\mu_d$  mit der Reaktanz  $x_d$  berechnet wird.

$$x_c = \mu_d \cdot x_d = x_{a\sigma} + \frac{x_{ad}}{1 + \alpha_{fD}} \cdot \left( \alpha_{fD} - \frac{1 - C_{d1}}{C_{d1}} \right) \quad (3.4)$$

## 3.2. Bezugsgrößen

Um die berechneten Größen von den SI-Einheiten auf die pu-Einheiten umzurechnen, sind entsprechende Bezugsgrößen notwendig. Diese beinhalten bereits die Umrechnung von der Rotor- auf die Statorseite. Die Ausgangsbasis für die Umrechnung auf die Statorseite ist, dass die umgesetzte Leistung auf beiden Seiten gleich groß ist. Mit der Nennspannung  $U_n$  wird der Effektivwert der Phasenspannung bezeichnet. Der Index B bezeichnet allgemein die Bezugsgröße.

Nach Canay [2] ergibt sich

- für den Statorkreis:

$$U_B = \sqrt{2} \cdot U_n \quad I_B = \sqrt{2} \cdot I_n \quad Z_B = \frac{U_B}{I_B} \quad (3.5)$$

- für den Erregerkreis:

$$U_{fB} = \frac{3 \cdot U_n \cdot I_n}{I_{fB}} \quad I_{fB} = I_{fl} \cdot (x_d - x) \quad Z_{fB} = \frac{U_{fB}}{I_{fB}} \quad (3.6)$$

- für den Dämpferkreis:

$$U_{DB} = \frac{3 \cdot U_n \cdot I_n}{I_{DB}} \quad I_{DB} = I_{Dl} \cdot (x_d - x) \quad Z_{DB} = \frac{U_{DB}}{I_{DB}} \quad (3.7)$$

$$U_{QB} = \frac{3 \cdot U_n \cdot I_n}{I_{QB}} \quad I_{QB} = I_{Ql} \cdot (x_d - x) \quad Z_{QB} = \frac{U_{QB}}{I_{QB}} \quad (3.8)$$

Reaktanz  $x$  ist frei wählbar, wird allerdings nach Abschnitt 3.3 mit  $x = x_{a\sigma}$  festgelegt. Mit  $I_{fl}$ ,  $I_{Dl}$  und  $I_{Ql}$  wird lt. Canay [2] jeweils jener Strom bezeichnet, der bei der ungesättigten leerlaufenden Maschine der Nennspannung an der Ständerwicklung entspricht.

$$I_{fl} = \frac{\sqrt{2} \cdot U_n}{X_{af}} \quad I_{Dl} = \frac{\sqrt{2} \cdot U_n}{X_{aD}} \quad I_{Ql} = \frac{\sqrt{2} \cdot U_n}{X_{aQ}} \quad (3.9)$$

### 3.3. Parameter für das Ersatzschaltbild

Nach Canay [2] kann die Reaktanz  $x$  im Ersatzschaltbild beliebig gewählt werden, da sich mit ihr die Bezugsgrößen und somit alle Reaktanzen mitändern. In der Regel wird die Reaktanz  $x = x_{a\sigma}$  gewählt. Nachfolgend werden die Berechnungsvorschriften des vollständigen Ersatzschaltbildes für die Längs- und die Querrichtung angegeben.

$$x_{rc} = \frac{(x_d - x) \cdot (x_c - x)}{x_d - x_c} = C_{d1} \cdot x_{hd} \cdot \left( \alpha_{fD} - \frac{1 - C_{d1}}{C_{d1}} \right) \quad (3.10)$$

$$x_{fc} = x_f - x_{fD} = \mu_f \cdot x_f = \frac{(x_d - x)^2}{x_d - x_c} \cdot \frac{\alpha_f - \alpha_{fD}}{1 + \alpha_{fD}} \quad (3.11)$$

$$x_{Dc} = x_D - x_{fD} = \mu_D \cdot x_D = \frac{(x_d - x)^2}{x_d - x_c} \cdot \frac{\alpha_D - \alpha_{fD}}{1 + \alpha_{fD}} \quad (3.12)$$

$$x_{Qc} = (x_q - x) \cdot \left[ \frac{x_q - x}{x_{hq}} \cdot (1 + \alpha_Q) - 1 \right] \quad (3.13)$$

Die ohmschen Widerstände ergeben sich zu:

$$r_a = \frac{R_a}{Z_B} \quad (3.14)$$

$$r_f = \frac{R_f}{Z_{fB}} \quad (3.15)$$

$$r_D = \frac{R_D}{Z_{DB}} \quad (3.16)$$

$$r_Q = \frac{R_Q}{Z_{QB}} \quad (3.17)$$

Ist die Reaktanz  $x_c$  aus der Gleichung (3.4) zufällig gleich der Streureaktanz  $x_{a\sigma}$ , so ergibt sich die Reaktanz  $x_{rc} = 0$ . Dies ist genau dann der Fall, wenn zwischen der Erregerwicklung und dem Dämpferkäfig keine Beeinflussung durch den Streufluss des Erreger- oder Dämpferkreises vorliegt. In diesem Fall liefert das Modell nach Canay [2] das gleiche Ergebnis wie jenes nach Bonfert [1].

### 3.4. Zeitkonstanten und transiente Reaktanzen

Auch diese Berechnung geschieht nach der Vorgangsweise von Canay [2].

Um schlussendlich eine analytische Gleichung zu erhalten, wird es erforderlich sein, entsprechende Zeitkonstanten zu kennen. Hierzu zählen unter anderem die subtransiente  $T_d''$ , die transiente  $T_d'$  und die Ankerstromzeitkonstante  $T_a$ . Genauso sind die subtransienten Reaktanzen  $x_d''$  und  $x_q''$  sowie die transiente Reaktanz  $x_d'$  erforderlich.

Diese Parameter können nach den aus der Literatur bekannten Ersatzschaltbildern (Bonfert [1] u.a.) hergeleitet werden, wobei die Reaktanz  $x_c$  mit zu berücksichtigen ist. Daraus ergeben sich lt. Canay [2] in Längsrichtung die Ersatzschaltbilder in Abbildung 3.2.

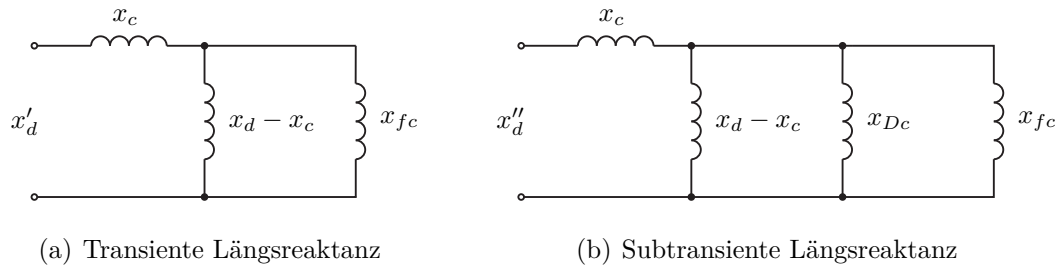


Abbildung 3.2.: Transiente  $x_d'$  und subtransiente Zeitkonstante  $x_d''$  der Synchronmaschine

Die transiente Synchronreaktanz ergibt sich aus der Gesamtreaktanz der in Abbildung 3.2(a) dargestellten Schaltung.

$$x_d' = x_c + \frac{1}{\frac{1}{x_d - x_c} + \frac{1}{x_{fc}}} \quad (3.18)$$

Analog zur transienten Längsreaktanz ergibt sich die subtransiente Längsreaktanz in Längsrichtung aus der Gesamtreaktanz der in Abbildung 3.2(b) dargestellten Schaltung.

$$x_d'' = x_c + \frac{1}{\frac{1}{x_d - x_c} + \frac{1}{x_{Dc}} + \frac{1}{x_{fc}}} \quad (3.19)$$

Die subtransiente Querreaktanz  $x_q''$  errechnet sich mit der Gleichung (3.20).

$$x_q'' = \sigma_{qQ} \cdot x_q \quad (3.20)$$



Die abklingenden Komponenten der Ausgleichsvorgänge werden durch verschiedene Zeitkonstanten bestimmt. Diese werden über ein Verhältnis von  $L/R$  berechnet. Die Zeitkonstanten für den Erreger- und den Dämpferkreis errechnen sich nach den Gleichungen (3.21) bis (3.24).

$$T_f = \frac{x_f}{\omega r_f} \quad (3.21)$$

$$T_D = \frac{x_D}{\omega r_D} \quad (3.22)$$

$$T_Q = \frac{x_f}{\omega r_Q} \quad (3.23)$$

$$T_{Dc} = \frac{x_{Dc}}{\omega r_D} \quad (3.24)$$

Die Leerlaufzeitkonstanten  $T'_{d0}$  und  $T''_{d0}$  werden mit den Gleichungen (3.25) und (3.26) ermittelt.

$$T'_{d0} = T_f + T_D \quad (3.25)$$

$$T''_{d0} = \sigma_{fD} \cdot T_D \cdot \frac{T_f}{T'_{d0}} \quad (3.26)$$

$\sigma_{fD}$  stellt einen Streukoeffizienten dar und wird mit der Gleichung (3.27) ermittelt.

$$\sigma_{fD} = 1 - \frac{X_{fD}^2}{X_f \cdot X_D} \quad (3.27)$$

Die noch fehlende transiente  $T'_d$  und subtransiente Zeitkonstante  $T''_d$  sind in den Gleichungen (3.28) und (3.29) ersichtlich.

$$T'_d = T'_{d0} \cdot \frac{x'_d}{x_d} \quad (3.28)$$

$$T''_d = T''_{d0} \cdot \frac{x''_d}{x'_d} \quad (3.29)$$

Schlussendlich ist nur mehr die Ankerzeitkonstante  $T_a$  unbekannt. Diese lässt sich über die Gleichung (3.30) berechnen.

$$T_a = \frac{x''_d + x''_q}{2 \cdot r_a \cdot \omega} \quad (3.30)$$

## 4. Modellierung

Die Modellierung erfolgt in Matlab/Simulink<sup>®</sup> der Firma Mathworks. Da das Softwarepaket in der Literatur ausreichend dokumentiert ist, wird in dieser Arbeit nicht näher darauf eingegangen.

Die prinzipielle Vorgangsweise ist die Implementierung der Differentialgleichungen, welche in den Abschnitten 1.2.1 und 1.4.1 angegeben sind. Das mechanische Verhalten wird nur der Vollständigkeit halber ebenso implementiert. Bei der Berechnung von Ausgleichsvorgängen in elektrischen Maschinen wird jedoch konstante Drehzahl während dem Ausgleichsvorgang vorausgesetzt, wodurch das mechanische System die Simulation nicht beeinflusst.

### 4.1. Modellierung in Matlab/Simulink<sup>®</sup>

Wenn man das Gleichungssystem von Canay [2] (Abschnitt 1.4.1) und Bonfert [1] (Abschnitt 1.2.1) im Detail vergleicht, so kommt man zum Schluss, dass sie sich nur in den linearen Flussverkettungsgleichungen unterscheiden. Dies wird der Vollständigkeit halber noch einmal übersichtlich dargestellt. Die unterschiedlichen Vorzeichen im Vergleich zu Gleichung (1.9) entstehen rein aus dem Ansatz der Maschenrichtungen.

Canay	Bonfert
$\begin{pmatrix} l_d & 0 & l_{df} & l_{dD} & 0 \\ 0 & l_q & 0 & 0 & l_{qQ} \\ l_{fd} & 0 & l_f & l_{fD} & 0 \\ l_{Dd} & 0 & l_{Df} & l_D & 0 \\ 0 & l_{Qq} & 0 & 0 & l_Q \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} l_d & 0 & l_{hd} & l_{hd} & 0 \\ 0 & l_q & 0 & 0 & l_{hq} \\ l_{hd} & 0 & l_f & l_{hd} & 0 \\ l_{hd} & 0 & l_{hd} & l_D & 0 \\ 0 & l_{hq} & 0 & 0 & l_Q \end{pmatrix}$

Wie bereits in Abschnitt 1.3 erwähnt, nimmt Bonfert als Koppelreaktanz zwischen der Anker-, Erreger- und Dämpferwicklung die Hauptreaktanz  $x_{hd}$  (ersichtlich im Glei-

chungssystem (1.9)) an. Canay hingegen verwendet zwischen der Erreger- und Dämpferwicklung eine andere Koppelreaktanz  $x_{fD}$ , was sich aufgrund der Beeinflussung durch den Streufluss von Erreger- und Dämpferwicklung erklären lässt. Dieser Unterschied macht sich somit nur in den Eingangsparametern des Simulationsmodells bemerkbar. Der Simulink-Koppelplan ist ident. Deswegen wird dieser auch nur einmal angeführt. Die Gleichungen werden in der Art implementiert, dass die Klemmenspannungen und die Erregerspannung als Eingangsgrößen dienen. Dies bedeutet aber gleichzeitig, dass die Synchronmaschine als Motor angesehen wird, was in dieser Arbeit nicht relevant ist. Um den generatorischen Fall zu erhalten, wird vor Eintritt des Fehlerfalls darauf geachtet, dass die Polradspannung und die Klemmenspannung gleich sind. Dadurch findet kein Stromfluss statt, was wiederum dem leerlaufenden Zustand gleichzusetzen ist. Wenn anschließend die Statorklemmen kurzgeschlossen werden, ergibt sich der generatorische Stoßkurzschlussstrom.

Zusammengefasst lässt sich festhalten, dass die Haupt- und Koppelreaktanzen der jeweiligen Kreise (Stator-, Erreger- und Dämpferkreis) sowie die Stator- und die Erregerspannung als Eingangsparameter dienen. Alle Größen müssen auf den Stator umgerechnet werden. Im Modell Canay [2] geschieht dies durch die Bezugsgrößen. Bonfert [1] hingegen bezieht die Ströme, Spannungen und Impedanzen auf die jeweils gleiche Bezugsgröße und führt zusätzlich Umrechnungsfaktoren (Gleichung (1.14) bis (1.16)), die im Wesentlichen von den Windungsverhältnissen abhängig sind, ein. Um aus dem Modell SI-Größen zu berechnen, müssen diese auf die richtige Seite, in diesem Fall auf die Rotorseite, umgerechnet werden. Das Modell berücksichtigt weder Sättigungserscheinungen noch Wirbelstromeffekte. Somit gilt dieses Modell nur für das Ersatzschaltbild in Abbildung 1.5. Die Spannung am offenen Erregerkreis kann nicht berechnet werden, da der Eisenwiderstand des Erregerkreises  $r_{fE} + jx_{fE}$  keine Berücksichtigung findet. Das Ergebnis aus der Matlab/Simulink®-Simulation wäre der theoretische Wert der Erregerspannung der ohne Eiseneinfluss erreicht wird. In der Praxis kommt dieser hohe Wert jedoch nicht zustande.

### 4.1.1. Signalflussplan

Abbildung 4.1 zeigt den gesamten Koppelplan. Die wesentlichen Bestandteile sind die Umwandlung der Klemmenspannungen in das dq-System lt. Abschnitt 1.1.1, das elektrische und das mechanische System und die Rücktransformation in Phasengrößen.

Der Multiplikator am Eingang dient der Multiplikation mit null, womit der Stoßkurzschluss simuliert wird. Die Eingangsspannung  $U_{abc}$  enthält drei 50Hz– Sinusquellen mit jeweils  $120^\circ$  Phasenverschiebung und dem Spitzenwert der Phasenspannung als Amplitude. Abbildung 4.2 zeigt den Koppelplan des elektrischen Modells. Die Subsysteme  $dgl1$ ,  $dgl2$  und  $dgl3$  beinhalten die fünf Differentialgleichungen (1.3) bis (1.7). Die Verstärkung  $L^{-1} \cdot \psi$  dient der Berechnung der Ströme.

$$\psi = L \cdot i \quad \rightarrow \quad i = L^{-1} \cdot \psi$$

Die Subsysteme  $dgl1$  bis  $dgl3$  sowie das mechanische System inkludieren die Differentialgleichungen (1.3) bis (1.8) und sind detailliert im Anhang A zu finden.

## 4. Modellierung

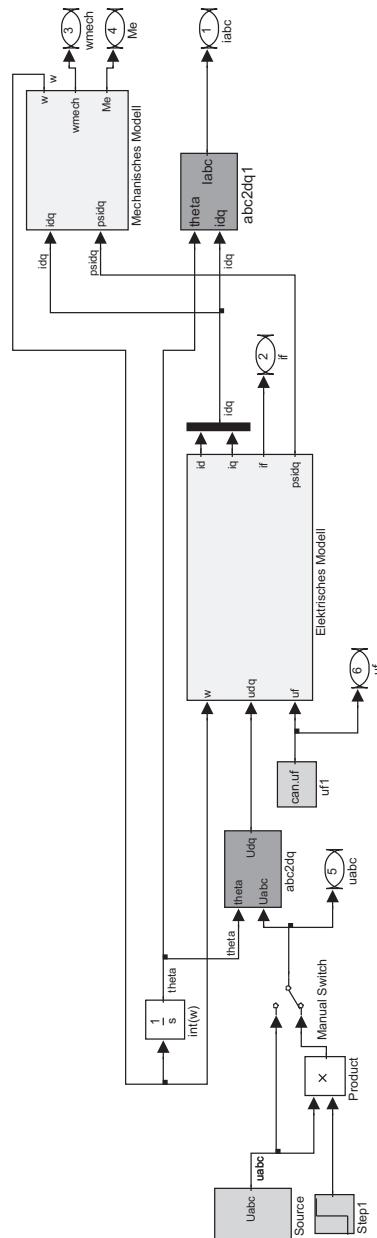


Abbildung 4.1.: Gesamter Signalflussplan in Matlab/Simulink®

## 4. Modellierung

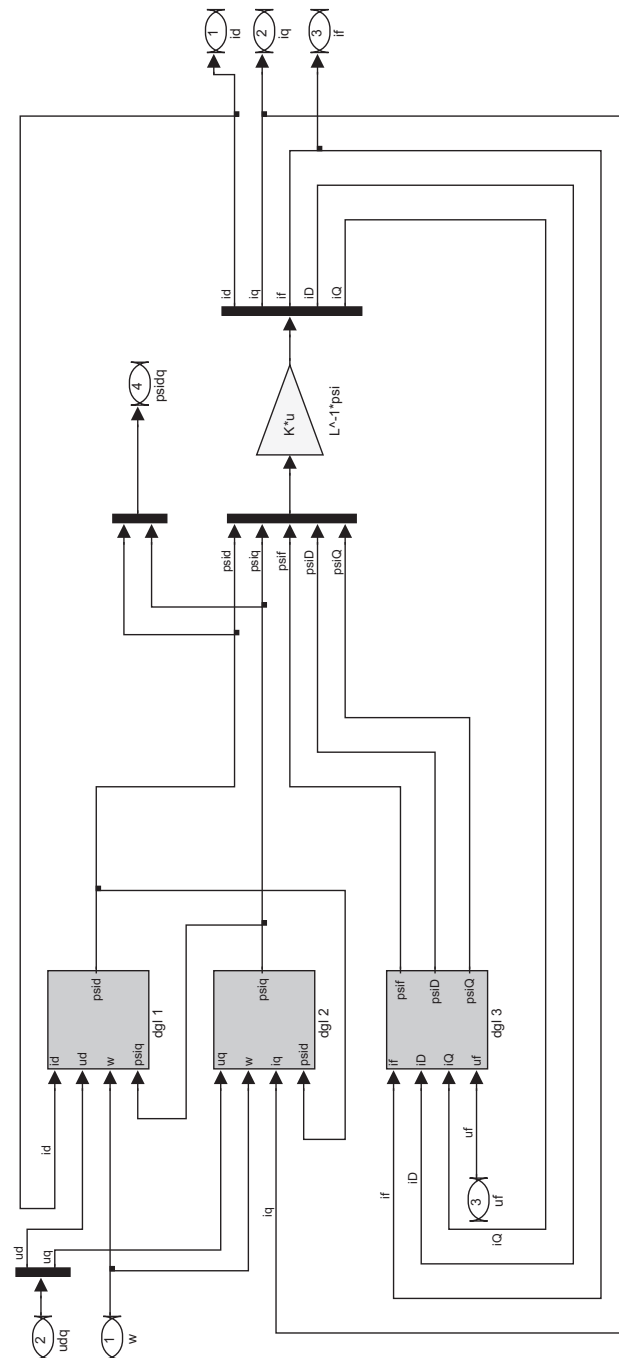


Abbildung 4.2.: Koppelplan für das Subsystem „Elektrisches Modell“ in Matlab/Simulink®

## 4.2. Überprüfung der Modelle

Um die richtige Funktionsweise des Modells zu gewährleisten, werden verschiedene stationäre Betriebszustände ausgewählt, welche in einfacher Weise analytisch behandelbar sind. Diese werden simuliert und anschließend mit dem analytischen Ergebnis verglichen. Um dieses Kapitel nicht unnötig auszuweiten, wird nur der 3-phasige stationäre Kurzschluss und der Phasenschieberbetrieb für das Modell dargestellt. Die Simulation erfolgt mit den Parametern nach Canay [2]. Das Modell nach Bonfert [1] liefert für den stationären Fall die gleichen Ergebnisse, welche hier jedoch nicht explizit angegeben werden. Die Angaben erfolgen in pu-Größen. Es wird die Schenkelpolysynchronmaschine, wie später auch zur Berechnung der transienten Ausgleichsvorgänge, verwendet.

$x_d = 1,56 \text{ pu}$	...	Synchronreaktanz
$p = 2$	...	Polpaarzahl
$m = 3$	...	Phasenzahl

### 4.2.1. Stationärer 3-phasiger Kurzschluss

In der Simulation wird ausgehend vom Leerlauf ein Stoßkurzschluss durchgeführt. Wenn der Ausgleichsvorgang abgeschlossen ist, wird der Effektivwert des Statorstroms bestimmt und mit der analytischen Lösung lt. der Gleichung (4.1) verglichen. Die Leerlaufspannung wird mit  $u = 1 \text{ pu}$  festgelegt. Daraus resultiert ein stationärer Kurzschlussstrom von:

$$i_{ks} = \frac{u}{x_d} = \frac{1}{1,56} = 0,64 \text{ pu} \quad (4.1)$$

Das Modell nach Canay [2] verwendet als Bezugsgröße jeweils den Spitzenwert von Strom und Spannung. Es ist darauf zu achten, dass die simulierten Größen auch richtig interpretiert werden. Die Simulation liefert den zeitlichen Verlauf in Abbildung 4.3 woraus der erwartete stationäre Kurzschlussstrom von  $i_{ks} = 0,64 \text{ pu}$  resultiert.

### 4.2.2. Phasenschieberbetrieb

Der zweite Versuch der an dieser Stelle angegeben wird, ist die Berechnung des Statorstroms, wenn die Polradspannung ungleich der Klemmenspannung ist. In diesem Fall

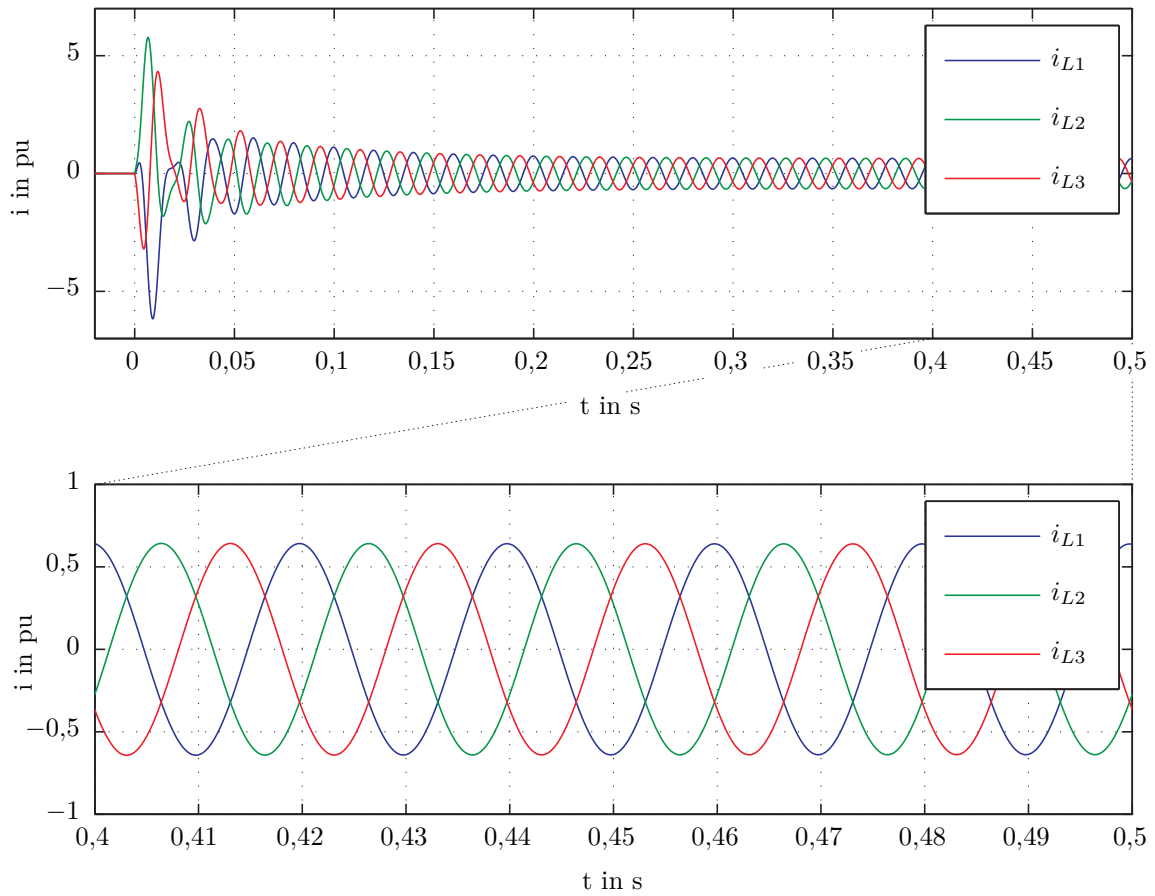


Abbildung 4.3.: Stoßkurzschlussverlauf bei  $u = 1 pu$

arbeitet der Generator, sofern kein äußeres Moment anliegt, als Blindleistungserzeuger oder -verbraucher. Der Strom ergibt sich nach dem Ersatzschaltbild in Abbildung 4.4. Des Weiteren ist in Abbildung 4.4 das zugehörige Zeigerdiagramm ersichtlich.

Bei der Annahme, dass die Polradspannung  $u_p = 1,3 pu$  und die Netzspannung  $u_1 = 1 pu$  beträgt, so fällt an der Synchronreaktanz  $x_d$  eine Spannung von  $u_{xd} = 0,3 pu$  ab. Daraus resultiert ein Strom lt. Gleichung (4.2).

$$i = \frac{u_{xd}}{x_d} = \frac{0,3}{1,56} = 0,19 pu \quad (4.2)$$

Abbildung 4.5 bestätigt dieses Ergebnis.



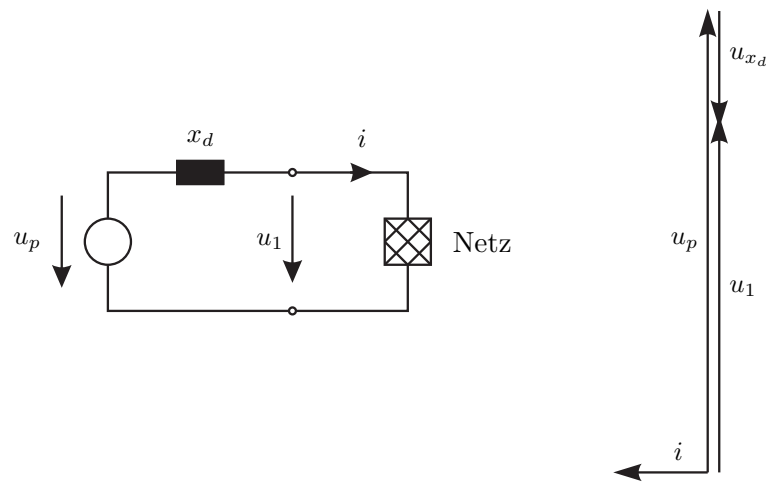


Abbildung 4.4.: Ersatzschaltbild der Synchronmaschine im Netzbetrieb und das zugehörige Zeigerdiagramm für den Phasenschieberbetrieb

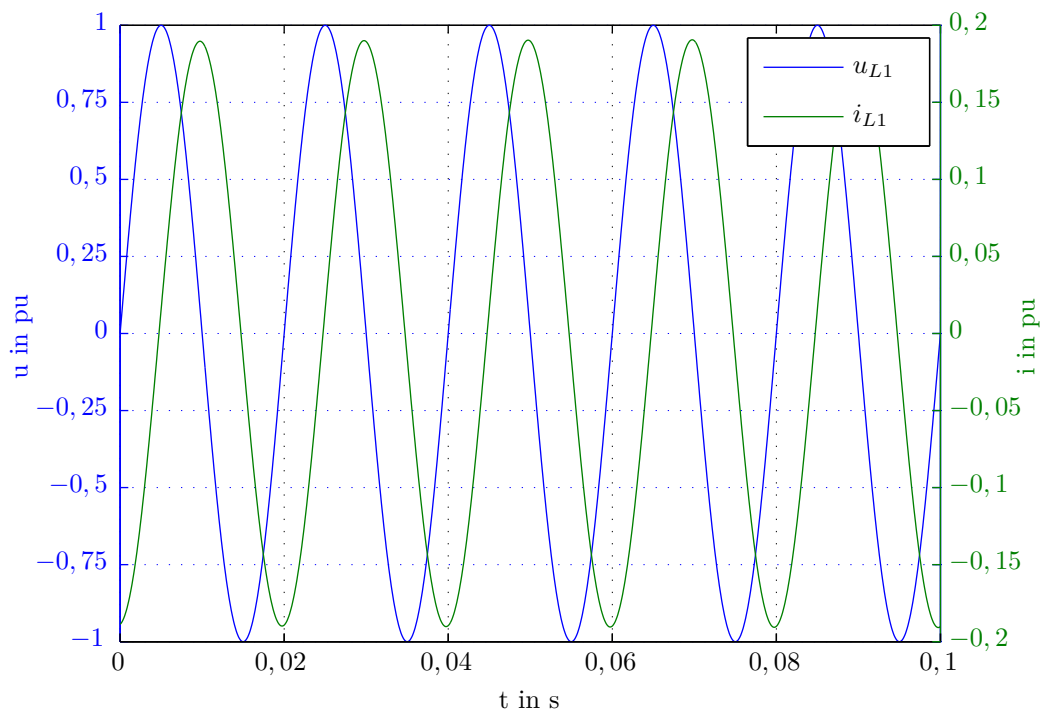


Abbildung 4.5.: Stationärer Strom- und Spannungsverlauf der Phase  $L1$  im Phasenschieberbetrieb

## 5. Berechnung der Parameter für zwei Labormaschinen

Um die bisher beschriebene Theorie auch messtechnisch zu verifizieren, werden in diesem Kapitel für zwei Maschinen die erforderlichen Parameter vollständig aus den geometrischen Abmessungen berechnet. Anschließend werden Ausgleichsvorgänge simuliert und mit der Messung verglichen. Die Maschinen, eine Vollpol- und eine Schenkelpolmaschine, liegen in einer sehr kleinen Leistungsklasse (11 kVA, 15 kVA). Es sind keinerlei Informationen, mit Ausnahme des Typenschilds, über die Maschinen vorhanden. Aus diesem Grund fließen auch viele Unsicherheitsfaktoren in die Berechnung mit ein. Im Speziellen werden Probleme bei der Bestimmung der genauen Streuleitwerte sowie bei Materialparametern auftreten. Genauso können aufgrund der eingebauten Wicklungen die Nutabmessungen nur angenähert werden. Die geometrisch ermittelten Parameter, welche als Eingangsparameter in der Berechnung dienen, sind in Tabelle 5.1 beider Maschinen dargestellt. Teilweise sind bereits berechnete Werte mitintegriert um die Übersichtlichkeit zu gewährleisten. Diese sind jeweils mit einer Fußnote gekennzeichnet.

Bezeichnung	Symbol	Vollpolmaschine	Schenkelpolmaschine
Nennleistung	$S_N$	15 kVA	11 kVA
Nennspannung	$U_N$	220/380 V	220/380 V
Nennstrom	$I_N$	23 A	16,7 A
Nennfrequenz	$f$	50 Hz	50 Hz
Polpaarzahl	$p$	2	2
Luftspalt	$\delta_0$	0,05 cm	0,2 cm
<b>Stator</b>			

Fortsetzung auf der nächsten Seite

5. Berechnung der Parameter für zwei Labormaschinen

Tabelle 5.1 Fortsetzung

Bezeichnung	Symbol	Vollpolmaschine	Schenkelpolmaschine
Statordurchmesser	$D_s$	15 cm	20 cm
Windungszahl	$w_a$	84	170
Wicklungsfaktor <sup>1</sup>	$\xi_a$	0,96	0,95
Statornuten	$N_s$	36	39
Lochzahl	$q_a$	3	3,25
Länge	$l_s$	21,6 cm	11,9 cm
Statorwiderstand	$R_a$	0,303 $\Omega$	0,84 $\Omega$
Streuleitwert	$\sum \lambda$	2,93	1,38
<b>Rotor</b>			
Rotorwindungszahl	$w_f$	850	1666
Wicklungsfaktor Erreger <sup>1</sup>	$\xi_f$	0,83	0,86
Lochzahl <sup>1</sup>	$q_f$	4	1
Erregerwiderstand	$R_f$	10,69 $\Omega$	12,15 $\Omega$
Anzahl der Dämpferstäbe	$w_D$	24	28
Wicklungsfaktor Dämpfer <sup>1</sup>	$\xi_D$	1	0,29
	$\xi_Q$	1	0,18
Lochzahl <sup>1</sup>	$q_D$	6	7
Länge	$l_r$	21,7 cm	11,9 cm
Eisenlänge	$b_E$	5,6 cm	9,4 cm
Streuleitwert Erreger <sup>1</sup>	$\sum \lambda_f$	3,02	2,12
Streuleitwert Dämpfer <sup>1</sup>	$\sum \lambda_D$	1,04	0,66
Bewickelte Zone Erreger <sup>1</sup>	$\gamma_f$	0,66	0,66
Bewickelte Zone Dämpfer <sup>1</sup>	$\gamma_D$	1	0,66
<b>Bezugsgrößen</b>			
Statorspannung <sup>1</sup>	$U_B$	311,12 V	311,12 V
Statorstrom <sup>1</sup>	$I_B$	32,52 A	23,61 A
Statorimpedanz <sup>1</sup>	$Z_B$	9,56 $\Omega$	13,16 $\Omega$
Erregerspannung <sup>1</sup>	$U_{fB}$	2712,1 V	2579,3 V
Erregerstrom <sup>1</sup>	$I_{fB}$	5,59 A	4,26 A
Fortsetzung auf der nächsten Seite			

---

5. Berechnung der Parameter für zwei Labormaschinen

---

Tabelle 5.1 Fortsetzung

Bezeichnung	Symbol	Vollpolmaschine	Schenkelpolmaschine
Erregerimpedanz <sup>1</sup>	$Z_{fB}$	484,56 $\Omega$	604,89 $\Omega$

Tabelle 5.1.: Geometrisch ermittelte Parameter der vermessenen Maschinen

Die Ermittlung der Windungszahlen erfolgt bei diesen Maschinen über die Messung der mittleren Windungslänge und der elektrischen Bestimmung des Wicklungswiderstandes durch eine Gleichstrom- und Gleichspannungsmessung. Die Erregerwindungszahl  $w_f$  bezeichnet die Gesamtwindungszahl des Erregerkreises, die Statorwindungszahl  $w_a$  die Windungszahl je Phase.

---

<sup>1</sup>Berechneter Wert

## 5.1. Vollpolmaschine

Als Vollpolmaschine wird die Maschine lt. Tabelle 5.1 verwendet. Ursprünglich war diese eine Asynchronmaschine, welche im Zuge einer wissenschaftlichen Arbeit durch einen neu konstruierten Rotor in eine Synchronmaschine umgebaut wurde. Bei der Auslegung des Rotors wurde die Maschine auf eine zu geringe Statorspannung ausgelegt, wodurch die Maschine schon bei sehr kleinen Spannungen in die Sättigung getrieben wird. Aus diesem Grund wird der Stoßkurzschlussversuch bei einer Spannung von  $u = 0,2 pu$  simuliert um Sättigungserscheinungen vernachlässigen zu können.

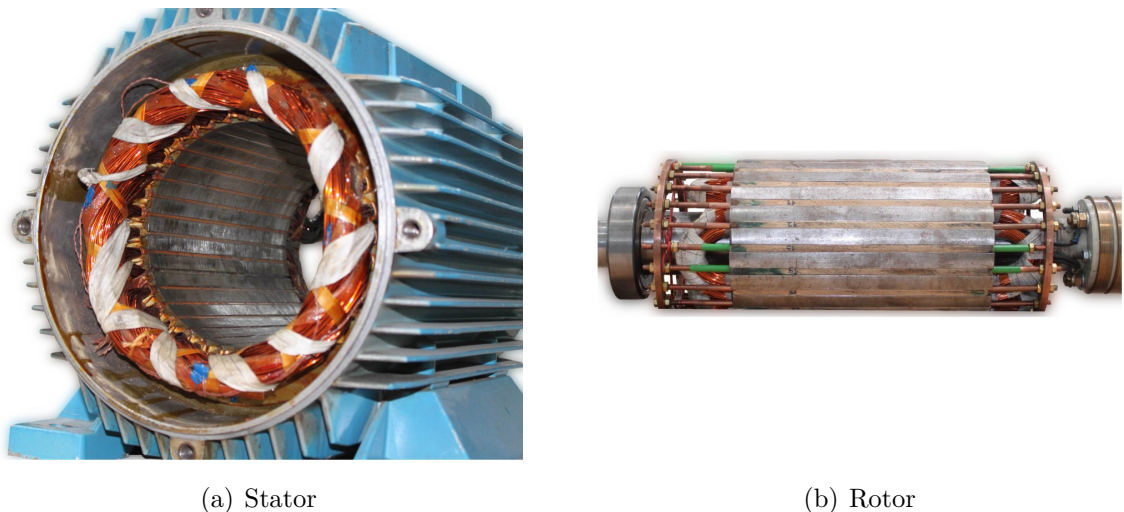


Abbildung 5.1.: Darstellung der vermessenen Vollpolmaschine

Der Rotor ist ein massiver Vollpolrotor mit einer vollständigen Dämpferwicklung. Er besteht aus 24 Nuten, wobei hiervon in nur 16 Nuten die Erregerwicklung eingelegt ist. Der Dämpferkäfig hingegen ist über den gesamten Umfang aufgeteilt (in jeder Nut ein Stab). Die Statorwicklung ist eine 3-phasige ungesehnte Ganzlochwicklung mit 36 Nuten woraus eine Lochzahl von  $q_a = 3$  resultiert.

### 5.1.1. Statorgrößen

Wie erwähnt wird der Statorwiderstand über eine Gleichstrom- Gleichspannungsmessung bestimmt. Dieser dient in weiterer Folge auch als Parameter zur Ermittlung der

Windungszahl. Hierzu ist zusätzlich noch die mittlere Windungslänge, der Querschnitt und die Anzahl paralleler Leiter notwendig. Dieser beträgt  $R_a = 0,303 \Omega$ . Der Bezug auf die Impedanz  $Z_B = U_B/I_B$  führt zum Statorwiderstand in  $pu$ .

$$r_a = \frac{R_a}{Z_B} = 0,0317 pu$$

Die Synchronreaktanzen  $X_d$  und  $X_q$  lassen sich mit den Gleichungen (2.4) und (2.5) berechnen. Die Streuleitwerte  $\lambda_N$ ,  $\lambda_k$  und  $\lambda_e$  werden in diesem Fall nach Müller [13] bestimmt. Die Polformfaktoren sind für die Vollpolmaschine  $C_{d1} = C_{q1} = 1$ . Der Wicklungsfaktor für den Stator beträgt nach Richter [15]:

$$\xi_a = 0,96$$

Um den ideellen Luftspalt  $\delta_i$  zu bestimmen, werden die Carter-Faktoren sowohl für den Stator als auch für den Rotor lt. Abschnitt 2.1 benötigt. Diese betragen nach Canay [2]:

$$k_{ca} = 1,36 \quad k_{cr} = 1,28 \quad k_p = 1$$

Mit der Berechnung von  $\delta_i = 0,27 cm$  fehlen nur noch die Streuanteile  $\alpha$  um die Synchronreaktanzen berechnen zu können.

$$\alpha_d = \alpha_q = 0,0284$$

Hiermit ergeben sich  $x_d$  und  $x_q$  nach den Gleichungen (2.4) und (2.5) zu:

$$x_d = x_q = 2,23 pu$$

Die Streureaktanz der Statorwicklung lässt sich nach Gleichung (2.6) bestimmen.

$$x_{a\sigma} = 0,0617 pu$$

### 5.1.2. Rotorgrößen

Der Erregerwiderstand wird auf die gleiche Art wie der Statorwiderstand über eine Strom- Spannungsmessung bestimmt. Auch dieses Ergebnis dient als Eingangsparameter zur Bestimmung der Erregerwindungszahl über die mittlere Windungslänge und dem Leiterquerschnitt. Um den Erregerwiderstand auf die Statorseite umzurechnen, ist

dieser auf die Impedanz  $Z_{fB}$ , welche im Abschnitt 5.1.3 berechnet wird, zu beziehen. Der gemessene Wert beträgt  $R_f = 10,69 \Omega$ . Mit der Berechnung der Bezugsimpedanz folgt:

$$r_f = \frac{R_f}{Z_{fB}} = 0,0221 pu$$

Für die Berechnung der Streureaktanz sind die Streuleitwerte  $\lambda$  zu ermitteln. Die Spaltstreuung  $\alpha_{\nu f}$  ist für Vollpolmaschinen vernachlässigbar klein.

Die Streuleitwerte des Erregers werden auch nach Müller [13] bestimmt. Diese betragen:

$$\lambda_{ef} = 0,24 \quad \lambda_{kf} = 0,035 \quad \lambda_{Nf} = 2,75$$

Damit kann nach Gleichung (2.12) die Streureaktanz der Erregerwicklung berechnet werden.

$$X_{f\sigma} = 46,7 \Omega$$

Diese Reaktanz wird für das Modell nach Bonfert [1] benötigt. Sie wird in weiterer Folge entsprechend den Umrechnungsvorschriften lt. Abschnitt 1.2.2 berechnet.

Der Dämpferkäfig lässt sich über seine Streureaktanzen in Längs- und Querrichtung sowie durch seine Widerstände in beiden Richtungen beschreiben. Bei großen Maschinen kann der Eisenkreis (Abbildung 2.2) aufgrund des hohen Eisenwiderstandes  $r_{DE}$  im Verhältnis zu  $r_D$  meist vernachlässigt werden. Bei kleinen Maschinen hingegen kann es sein, dass dieser eine Auswirkung zeigt. Aus diesem Grund wird dieser angenähert berücksichtigt. Der Einfachheit halber wird der Eisenkreis parallel zum Dämpferkreis angenommen, dies entspricht allerdings nicht der Wirklichkeit. Für die genaue Berechnung hätte das Modell um einen Dämpferkreis erweitert werden müssen, was mit hohem Aufwand verbunden ist. Die Reaktanzen des reinen Dämpferkreises werden zusätzlich mit dem Index 1 versehen. Ohne Angabe der genauen Abmessungen, berechnen sich die Widerstände nach den Gleichungen (2.29) und (2.30), wobei diese mit den Bezugsgrößen lt. Abschnitt 5.1.3 umzurechnen sind.

$$r_{D1} = \frac{1}{Z_{DB}} \cdot \frac{2 \cdot l_D}{p \cdot \gamma_{Cu} \cdot Q_D \cdot q_D} \cdot w_D^2 \cdot \xi_D \cdot k_D = 0,157 pu$$

$$r_{Q1} = \frac{1}{Z_{QB}} \cdot \frac{2 \cdot l_D}{p \cdot \gamma_{Cu} \cdot Q_D \cdot q_D} \cdot w_D^2 \cdot (\xi_Q + \varphi) \cdot k_Q = 0,472 pu$$

Die Streureaktanzen, welche wiederum für das Modell nach Bonfert [1] benötigt werden, lassen sich mit den Gleichungen (2.24) und (2.25) berechnen.

$$X_{D\sigma} = \omega \cdot \mu_0 \cdot \frac{2 \cdot w_D^2 \cdot l_i}{p \cdot q_D} \cdot \xi_D \cdot (\lambda_{ND} + \lambda_{KD}) + \Lambda \cdot w_D^2 \cdot \xi_D^2 \cdot \alpha_{\nu_D} = 0,001 \, \Omega$$

$$X_{Q\sigma} = \omega \cdot \mu_0 \cdot \frac{2 \cdot w_D^2 \cdot l_i}{p \cdot q_D} \cdot \xi_Q \cdot (\lambda_{ND} + \lambda_{KD}) + \Lambda \cdot w_D^2 \cdot \xi_Q^2 \cdot \alpha_{\nu_Q} = 0,001 \, \Omega$$

Die ideale Streureaktanz  $x_{Dc1}$  und  $x_{Qc1}$  berechnet sich nach den Gleichungen (3.12) und (3.13).

$$x_{Dc1} = 0,012 \, pu \quad x_{Qc1} = 0,030 \, pu$$

Der Eisenkreis, welcher parallel zur Dämpferwicklung angenommen wird, kann nach Abschnitt 2.7.2 berechnet werden. Demnach ist für die Berechnung des komplexen Eisenwiderstandes  $r_{DE} + jx_{DE}$  die Eindringtiefe  $d_n$  von großer Bedeutung. Hierfür wird die Feldstärke  $H$  benötigt, welche bei dem entsprechenden Strom von Interesse ist. In diesem Fall wird ein Strom von  $i = 0,2 \, pu = 4,6 \, A$  (aufgrund der gewählten Spannung  $u = 0,2 \, pu$ ) angenommen. Die Breite  $b_E \cong 5,6 \, cm$  kann der Tabelle 5.1 entnommen werden.

$$H = \frac{N \cdot I}{b_E} = 68,78 \frac{A}{cm}$$

Daraus resultiert ein  $\mu_{rm}$  nach der Gleichung (2.46) von:

$$\mu_{rm} \approx 10 + \frac{12500}{H} \cdot \left(1 + \ln \frac{H}{20}\right) = 415,93 \quad \rightarrow \quad d_n = 0,16 \, cm$$

Die Eisenimpedanz ergibt sich nach der Gleichung (2.48) zu:

$$r_{DE} + jx_{DE} \cong r_{QE} + jx_{QE} = \frac{8 \cdot l_r \cdot k_D}{\Lambda \cdot p \cdot d_n \cdot D_r \cdot \pi \cdot \gamma_E} \cdot x_{hd} \cdot (1 + j\lambda) = 0,282 + j0,141 \, pu$$

Die Parallelschaltung von  $r_{D1} + jx_{Dc1}$  und  $r_{DE} + jx_{DE}$  führt zu den tatsächlich verwendeten Dämpfergrößen.

$$r_D = 0,105 \, pu \quad x_{Dc} = 0,022 \, pu$$

$$r_Q = 0,184 \, pu \quad x_{Qc} = 0,058 \, pu$$

Es ist darauf zu achten, dass dies nur eine Näherung ist, die nicht das exakte Ergebnis liefert. Wird der Eisenkreis komplett vernachlässigt, so liefert die Berechnung einen



wesentlich höheren Erregerstrom. Daraus lässt sich schließen, dass die Wirkung des Eisenkreises bei dieser Maschine nicht vernachlässigt werden darf. Um diesen Kreis richtig zu berücksichtigen, ist es notwendig, weitere Differentialgleichungen (zusätzliche Masche) im Matlab/Simulink<sup>®</sup>-Modell zu implementieren.

Dies ist bei großen Maschinen jedoch nicht erforderlich. Der Dämpferkäfig zeigt in diesen Fällen eine sehr gute Wirkung, wodurch der Einfluss des Eisens vernachlässigbar bleibt. In weitere Folge sollen mit der Methode nach Canay [2] große Generatoren berechnet werden. Deswegen wird auf die Implementierung eines weiteren Kreises im Modell verzichtet.

Mit der angenäherten Berechnung soll nur gezeigt werden, dass durch einen wirkungsvolleren Dämpferkreis der transiente Erregerstrom stärker gedämpft wird.

### 5.1.3. Bezugsgrößen

Für die Bezugsgrößen sind die Gegenreaktanzen ausschlaggebende Größen. Diese werden mit den Gleichungen (2.34), (2.35) und (2.36) ermittelt.

$$X_{af} = \Lambda \cdot w_a \cdot w_f \cdot \xi_a \cdot \xi_f = 120,61 \, \Omega$$

$$X_{aD} = \Lambda \cdot w_a \cdot w_D \cdot \xi_a \cdot \xi_D = 1,03 \, \Omega$$

$$X_{aQ} = \Lambda \cdot w_a \cdot w_D \cdot \xi_a \cdot \xi_Q \cdot C_{q1} = 1,03 \, \Omega$$

Die Gegenreaktanz zwischen dem Dämpfer- und Erregerkreis  $X_{fD}$  lässt sich, nach Bestimmung von  $\alpha_{fD}$ , über die Gleichung (2.37) berechnen.

$$X_{fD} = \Lambda \cdot w_f \cdot w_D \cdot \xi_f \cdot \xi_D \cdot (1 + \alpha_{fD}) = 9,05 \, \Omega$$

Die Bezugsgrößen für den Rotorkreis ergeben sich aus den Gleichungen (3.6), (3.7) und (3.8).

$I_{fB} = 5,59 \, A$	$U_{fB} = 2712,1 \, V$	$Z_{fB} = 484,56 \, \Omega$
$I_{DB} = 655,74 \, A$	$U_{DB} = 23,14 \, V$	$Z_{DB} = 0,035 \, \Omega$
$I_{QB} = 655,74 \, A$	$U_{QB} = 23,14 \, V$	$Z_{QB} = 0,035 \, \Omega$

### 5.1.4. Berechnung der Parameter für das Modell

Die schlussendlichen Parameter sind nach Abschnitt 3 zu bestimmen. Die Berechnung für den Ersatzdämpferkreis wird im Abschnitt 5.1.2 gezeigt und an dieser Stelle übernommen.

$$\begin{array}{lll} x_{df} = 2,17 \text{ pu} & x_{dD} = 2,17 \text{ pu} & x_{fD} = 2,19 \text{ pu} \\ x_{rc} = 0,018 \text{ pu} & x_{fc} = 0,079 \text{ pu} & x_{Dc} = 0,022 \text{ pu} \\ x_{Qc} = 0,058 \text{ pu} & & \end{array}$$

Die Eigenreaktanzen werden mit den Gleichungen (1.28) bis (1.30) berechnet und beitragen:

$$x_f = 2,267 \text{ pu} \qquad x_D = 2,209 \text{ pu} \qquad x_Q = 2,225 \text{ pu}$$

Hiermit sind alle Parameter bekannt um die Berechnung durchzuführen. Wie erwähnt, werden im Modell keinerlei Sättigungserscheinungen berücksichtigt, wodurch nur eine ungesättigte Synchronreaktanz existiert.

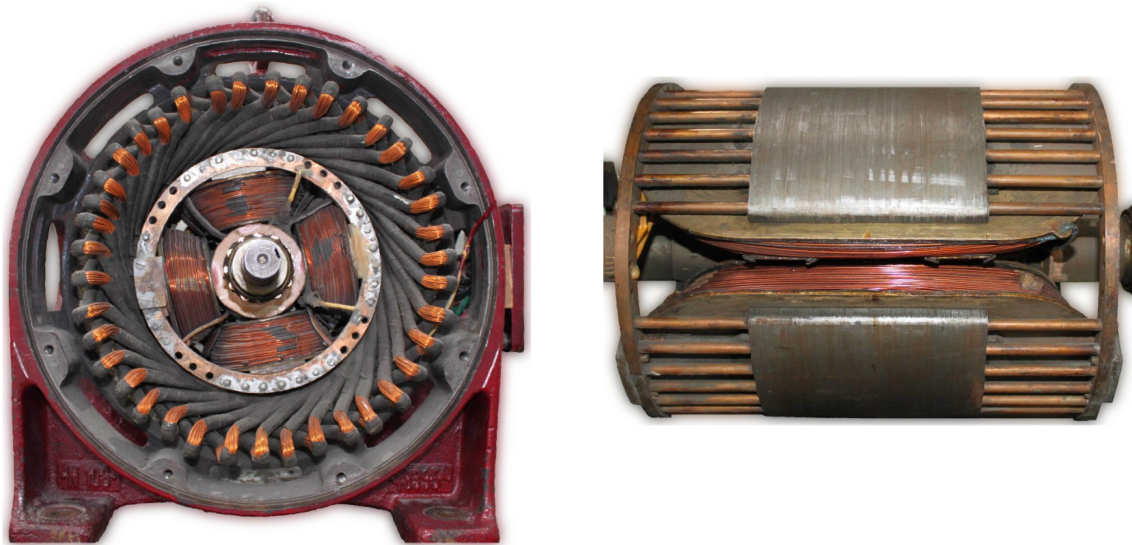
## 5.2. Schenkelpomaschine

Die zweite Maschine ist die Schenkelpolsynchronmaschine lt. Tabelle 5.1. Diese besitzt lamellierte Polkappen und einen massiven Polschuh. Die Statorwicklung zeichnet sich durch eine Bruchlockwicklung aus. Der Dämpfer ist in Form eines Polgitters ausgeführt. Die folgende Berechnung wird in Anlehnung an Canay [2], [8] und [9] durchgeführt. Die Werte werden bereits in pu-Größen umgerechnet.

### 5.2.1. Statorgrößen

Der Stator ist durch den Statorwiderstand  $r_a$ , die Synchronlängs- und Synchronquerreaktanz  $x_d$  und  $x_q$  und der Statorstreureaktanz gekennzeichnet. Der ohmsche Widerstand ergibt sich nach der Gleichung (2.9). In diesem Fall ist der Statorwiderstand als Messwert bekannt. Dieser ist somit gemäß der Gleichung (3.14) auf die Bezugsimpedanz  $Z_B$  zu beziehen.

$$r_a = \frac{R_a}{Z_B} = 0,064 \text{ pu}$$



(a) Rotor eingebaut in den Stator

(b) Rotor

Abbildung 5.2.: Darstellung der vermessenen Schenkelpolmaschine

Die Synchronreaktanzen errechnen sich nach den Gleichungen (2.4) und (2.5), wobei diese wieder auf die Bezugsimpedanz  $Z_B$  zu beziehen sind. Die Streuleitwerte  $\lambda_N, \lambda_K$  und  $\lambda_e$  werden nach Canay [2] bestimmt, da die Nutform mit der dort angegebenen zufällig übereinstimmt. Die Summe von  $\lambda$  kann der Tabelle 5.1 entnommen werden. Die Polformfaktoren  $C_{d1}$  und  $C_{q1}$  werden nach Canay [2, Abb. 9, 10] ermittelt.

$$C_{d1} = 0,94 \quad C_{q1} = 0,45$$

Mit dem Wicklungsfaktor, der nach Köfler [19] ermittelt wurde, können nun die Streuteile  $\alpha$  nach den Gleichungen (2.7) und (2.8) berechnet werden.

$$\alpha_d = 0,029 \quad \alpha_q = 0,06$$

Der ideale Luftspalt  $\delta_i$  errechnet sich mit den Carter-Faktoren nach Abschnitt 2.1. Die Carter-Faktoren werden nach [2] berechnet und betragen  $k_{ca} = 1,36$  sowie  $k_{cr} = 1$ . Der ideale Luftspalt weitet sich somit entsprechend auf.

$$\delta_i = 0,27 \text{ cm}$$

Anschließend sind für  $x_d$  und  $x_q$  alle Größen bekannt.

$$x_d = \frac{1}{Z_B} \cdot \frac{3}{2} \cdot \Lambda \cdot w_a^2 \cdot \xi_a^2 \cdot C_{d1} \cdot (1 + \alpha_d) = 1,56 \text{ pu}$$

$$x_q = \frac{1}{Z_B} \cdot \frac{3}{2} \cdot \Lambda \cdot w_a^2 \cdot \xi_a^2 \cdot C_{q1} \cdot (1 + \alpha_q) = 0,77 \text{ pu}$$

Die Streureaktanz  $x_{a\sigma}$  wird nach Gleichung (2.6) zu:

$$x_{a\sigma} = \frac{X_{a\sigma}}{Z_B} = 0,04 \text{ pu}$$

### 5.2.2. Rotorgrößen

Der Rotorkreis besteht aus der Erreger- sowie aus der Dämpferwicklung. Der Erregerwiderstand wird in diesem Fall wieder messtechnisch bestimmt, kann aber auch rechnerisch mit der Gleichung (2.14) ermittelt werden. Um die pu-Größen auf der Statorseite zu erhalten, müssen die SI-Werte auf die jeweilige Bezugsgröße lt. der Tabelle 5.1 bezogen werden.

$$r_f = \frac{R_f}{Z_{fB}} = 0,021 \text{ pu}$$

Eine weitere Größe ist die Streureaktanz der Erregerwicklung  $X_{f\sigma}$ . Hierfür ist die Spaltstreuung  $\alpha_{\nu f}$  nach der Gleichung (2.13) erforderlich. Über die Streuleitwerte der Schenkelpolmaschine ist kaum Literatur vorhanden. Kilgore beschreibt in [20] eine Möglichkeit diese zu berechnen. Canay hat in [2] diesen Weg übernommen, wobei darauf zu achten ist, dass er die Streuleitwerte nur für einen Pol berechnet. Somit sind diese Leitwerte mit der Polzahl  $2p$  zu multiplizieren. Daraus ergibt sich:

$$\sum \lambda = 2,12$$

Nach Berechnung der Spaltstreuung  $\alpha_{\nu f}$  errechnet sich die Streureaktanz zu:

$$X_{f\sigma} = 282,42 \Omega$$

Diese wird in  $\Omega$  angegeben, da sie im Modell Canay [2] für die Reaktanzberechnung nicht benötigt wird. Erst im Modell Bonfert [1] wird diese Reaktanz auf den Rotor umgerechnet und auf  $Z_n = U_n/I_n$  bezogen.

Auch für den Dämpferkreis kann eine Streureaktanz  $X_{D\sigma}$  und  $X_{Q\sigma}$  sowie ein ohmscher Widerstand  $r_D$  und  $r_Q$  bestimmt werden. Werden die Gleichungen (2.29) und (2.30) direkt auf die Bezugsimpedanzen lt. den Gleichungen (3.7) und (3.8) bezogen, ergibt sich:

$$r_D = \frac{2 \cdot l_D \cdot C_{d1} \cdot k_D}{p \cdot \Lambda \cdot Q_{Dp} \cdot \gamma_{Cu} \cdot \xi_D} \cdot x_{hd} = 0,214 \text{ pu}$$

$$r_Q = \frac{2 \cdot l_D \cdot k_Q}{p \cdot \Lambda \cdot Q_{Dp} \cdot \gamma_{Cu} \cdot \xi_Q \cdot C_{q1}} \cdot x_{hd} = 0,444 \text{ pu}$$

Die Streureaktanzen der Dämpferwicklung ergeben sich nach den Gleichungen (2.24) und (2.25) zu:

$$X_{D\sigma} = \omega \cdot \mu_0 \cdot \frac{2 \cdot w_D^2 \cdot l_i}{p \cdot q_D} \cdot \xi_D \cdot \sum \lambda + \Lambda \cdot w_D^2 \cdot \xi_D^2 \cdot \alpha_{\nu_D} = 0,0015 \Omega$$

$$X_{Q\sigma} = \omega \cdot \mu_0 \cdot \frac{2 \cdot w_D^2 \cdot l_i}{p \cdot q_D} \cdot \xi_Q \cdot \sum \lambda + \Lambda \cdot w_D^2 \cdot \xi_Q^2 \cdot \alpha_{\nu_Q} = 0,0112 \Omega$$

Die Eigenreaktanzen der Erreger- und Dämpferwicklung können über die Gleichungen (2.10), (2.16) und (2.17) berechnet werden. Das jeweilige Ergebnis muss auf die entsprechende Bezugsimpedanz bezogen werden. Eine weitere Möglichkeit ist die Berechnung nach den Gleichungen (1.28) bis (1.30). In diesem Fall findet die zweite Methode Anwendung.

### 5.2.3. Bezugsgrößen

Um die Bezugsgrößen berechnen zu können, sind die jeweiligen Gegenreaktanzen zwischen den einzelnen Kreisen (Stator-Erreger, Stator-Dämpfer) erforderlich. Diese ergeben sich nach den Gleichungen (2.34) bis (2.36) zu:

$$X_{af} = \Lambda \cdot w_a \cdot w_f \cdot \xi_a \cdot \xi_f = 107,68 \Omega$$

$$X_{aD} = \Lambda \cdot w_a \cdot w_D \cdot \xi_a \cdot \xi_D = 0,36 \Omega$$

$$X_{aQ} = \Lambda \cdot w_a \cdot w_D \cdot \xi_a \cdot \xi_Q \cdot C_{q1} = 0,104 \Omega$$

Die Gegenreaktanz zwischen dem Dämpfer- und Erregerkreis  $X_{fD}$  lässt sich, nach Bestimmung von  $\alpha_{fD}$ , über die Gleichung (2.37) berechnen.

$$X_{fD} = \Lambda \cdot w_f \cdot w_D \cdot \xi_f \cdot \xi_D \cdot (1 + \alpha_{fD}) = 2,76 \Omega$$

Daraus ergeben sich die Bezugsgrößen für den Erregerkreise zu (Gleichung (3.6)):

$$I_{fB} = I_{fl} \cdot (x_d - x) = \frac{\sqrt{2} \cdot U_n}{X_{af}} \cdot (x_d - x) = 4,39 \text{ A}$$

$$U_{fB} = \frac{3 \cdot U_n \cdot I_n}{I_{fB}} = 2503,4 \text{ V}$$

$$Z_{fB} = \frac{U_{fB}}{I_{fB}} = 569,83 \text{ } \Omega$$

Der Strom  $I_{fl} = \sqrt{2} \cdot U_n / X_{af}$  ist jener Strom, der im Erregerkreis fließen muss, damit am Stator die Nennspannung gemessen werden kann. Diese ist somit auch ein Parameter, der in weiterer Folge mit der Messung verglichen werden kann um Rechenfehler auszuschließen. Die Werte der Bezugsgrößen sind nicht von Bedeutung, weshalb auf die Angabe dieser verzichtet wird.

#### 5.2.4. Eisenwiderstand

In diesem Abschnitt wird auf die Berechnung des komplexen Eisenwiderstandes eingegangen. Der Eisenwiderstand ( $r_{fE} + jx_{fE}$ ) des Erregerkreises ist in Abbildung 2.3 ersichtlich. Dieser ist für jede Statorspannung erneut zu berechnen. Als Beispiel wird hier die Berechnung für  $u = 0,05 pu$  durchgeführt. Der Spitzenwert des Erregerstroms beträgt bei kurzgeschlossener Erregerwicklung  $\hat{i}_f = 0,41 \text{ A}$ . Dieser Strom lässt sich entweder mit Hilfe des Matlab/Simulink<sup>®</sup>-Modells, andererseits aber auch aus dem Ersatzschaltbild berechnen. Hierfür wird das Ersatzschaltbild entsprechend Abbildung 5.3 herangezogen. Die Spannung beträgt für dieses Beispiel  $u = 0,5 pu$ . Anschließend wird

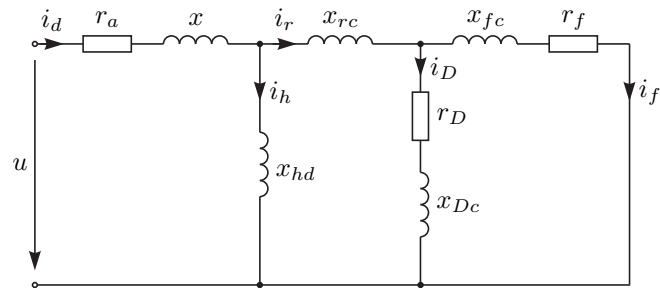


Abbildung 5.3.: Ersatzschaltbild der Synchronmaschine mit kurzgeschlossener Erregerwicklung

über die Maschen- und Knotengleichungen das Netzwerk nach dem Strom  $i_f$  aufgelöst

und auf die Rotorseite umgerechnet.

Nach Aufstellen der Maschen- und Knotengleichungen und der Substitution des Stromes  $i_D$  und  $i_r$  erhält man das Gleichungssystem (5.1).

$$\begin{pmatrix} u \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_a + jx & jx_{hd} & 0 \\ r_D + j(x_{rc} + x_{Dc}) & -r_D - j(x_{rc} + x_{Dc} + x_{hd}) & -r_D - jx_{Dc} \\ -r_D - jx_{Dc} & r_D + jx_{Dc} & r_D + r_f + j(x_{fc} + x_{Dc}) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_d \\ i_h \\ i_f \end{pmatrix} \quad (5.1)$$

Die folgende Umformung dient der Berechnung des gesuchten Stroms  $i_f$ .

$$\begin{pmatrix} u \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = Z \cdot \begin{pmatrix} i_d \\ i_h \\ i_f \end{pmatrix} \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} i_d \\ i_h \\ i_f \end{pmatrix} = Z^{-1} \cdot \begin{pmatrix} u \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5.2)$$

Hieraus kann der Betrag des Erregerstroms  $i_f$  bereits berechnet werden. Die Multiplikation mit  $I_{fB}$  führt zum Erregerstrom in  $A$  auf der Rotorseite.

Es ist lt. Canay [2] anzunehmen, dass sich durch die Ströme im Eisen die gleiche Durchflutung, wie durch die kurzgeschlossene Erregerwicklung entsteht, erzeugt wird. Nach den Gleichungen (2.44) und (2.45) ergibt sich:

$$\hat{H} = \frac{\hat{i}_f}{p \cdot b_E} = 30,84 \frac{A}{cm}$$

Die Eindringtiefe (Gleichung (2.47)) kann nun mit der Permeabilität (Gleichung (2.46)) bestimmt werden.

$$\mu_{rm} \approx 10 + \frac{12500}{\hat{H}} \cdot \left(1 + \ln \frac{\hat{H}}{20}\right) \cong 590$$

$$d_n = 710 \cdot \sqrt{\frac{50}{f \cdot \mu_{rm} \gamma_E}} = 0,14 \text{ cm}$$

Unter der Annahme, dass die elektr. Leitfähigkeit des Eisens  $\gamma_E = 4,5 \cdot 10^4 \text{ 1}/\Omega\text{cm}$  beträgt, sind an dieser Stelle alle Größen bekannt (Gleichung (2.50)). Der Eisenwiderstand ergibt sich zu:

$$r_{fE} \approx 0,72 + j0,36 \Omega$$

Die Leitfähigkeit des Eisens ist aufgrund des unbekanntes Materials  $\gamma_E$  nicht verfügbar. Der verwendete Wert stammt aus Canay [2] und ist als Richtwert anzusehen. Um zu zeigen, dass die Berechnung des Erregerstroms bei kurzgeschlossener Erregerwicklung stimmt, ist in Abbildung 5.4 der Vergleich zur Messung dargestellt.

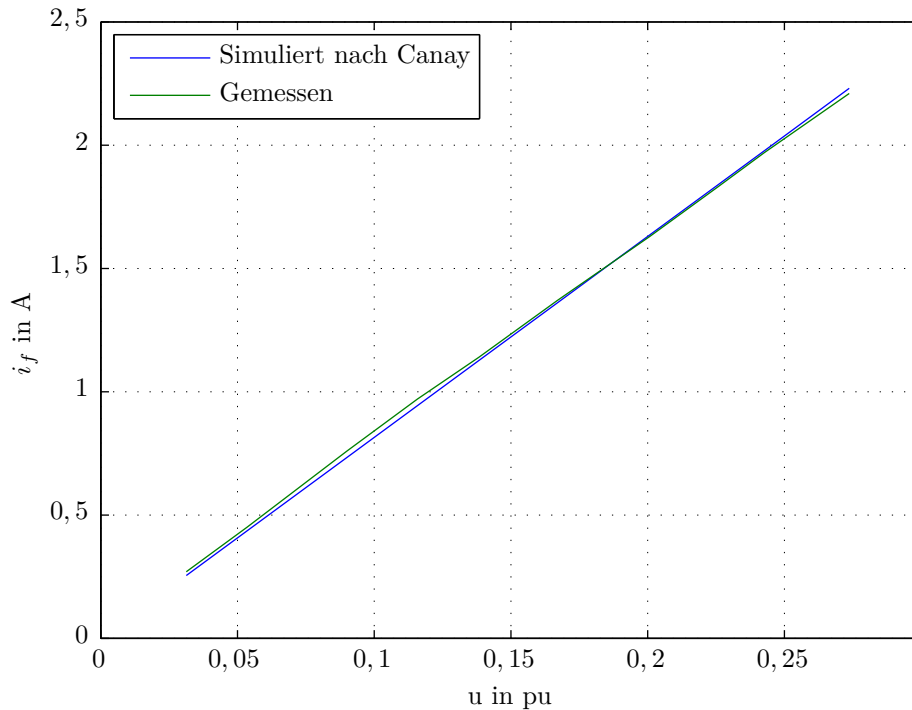


Abbildung 5.4.: Vergleich des berechneten und gemessenen Erregerstroms bei kurzgeschlossener Erregerwicklung

### 5.2.5. Berechnung der Parameter für das Modell

Für das Modell im Matlab/Simulink<sup>®</sup> werden die Parameter aus dem Ersatzschaltbild (Abbildung 3.1) benötigt. Diese werden mit der in Abschnitt [2] beschriebenen Vorgehensweise berechnet.

$$x_{df} = 1,52 \text{ pu}$$

$$x_{dD} = 1,52 \text{ pu}$$

$$x_{fD} = 1,46 \text{ pu}$$

$$x_{rc} = -0,068 \text{ pu}$$

$$x_{fc} = 0,476 \text{ pu}$$

$$x_{Dc} = 0,209 \text{ pu}$$

$$x_{Qc} = 2,22 \text{ pu}$$



## 5. Berechnung der Parameter für zwei Labormaschinen

---

Die Eigenreaktanzen werden mit den Gleichungen (1.28) bis (1.30) ermittelt und betragen:

$$x_f = 1,93 \text{ pu}$$

$$x_D = 1,67 \text{ pu}$$

$$x_Q = 2,95 \text{ pu}$$

# 6. Vergleich der Simulationen mit Messungen

Um die Berechnungen auf Richtigkeit zu überprüfen, werden Messungen durchgeführt und anschließend mit den Vorausberechnungen verglichen. Zum Vergleich wird der 3-phasige Stoßkurzschluss herangezogen. Zusätzlich wird bei der Schenkelpolmaschine Berechnung der offenen Feldwicklung bei stillstehendem Rotor (Schlupf  $s = 1$ ) durchgeführt.

## 6.1. Vollpolmaschine

Die verwendete Vollpolmaschine ist der Tabelle 5.1 zu entnehmen. Als Ausgleichsvorgang wird in diesem Fall nur der Stoßkurzschluss simuliert. Auf die offene Erregerwicklung wird verzichtet, da der Dämpferkreis nur angenähert Berücksichtigung findet. Wie bereits in Abschnitt 5.1 beschrieben, ist diese Maschine ursprünglich für die falsche Statorspannung ausgelegt worden, wodurch diese sehr schnell Sättigungserscheinungen zeigt. Da das erstellte Modell keine Sättigungserscheinungen berücksichtigt, wird sowohl die Simulation als auch die Messung mit einer Spannung von  $u = 0,2 pu$  durchgeführt. Dadurch wird sichergestellt, dass die Maschine noch nicht in Sättigung ist.

Abbildung 6.1 zeigt das Resultat des Stoßkurzschlussstroms. Es ist ersichtlich, dass im Statorstrom nur sehr geringe Unterschiede zwischen dem Modell nach Canay [2] und dem nach Bonfert [1] zu beobachten sind. Eine Abweichung von ca. 8 % im ersten Peak kann aufgrund einer angenäherten Berechnung als akzeptables Ergebnis bewertet werden.

Der Erregerstromverlauf ist in Abbildung 6.2 ersichtlich. Der Unterschied zwischen der Berechnung nach Bonfert [1] und nach Canay [2] ist höher. Canay weist im ersten Peak eine Abweichung von ca. 6 % auf. Die Berechnung nach Bonfert hingegen weicht

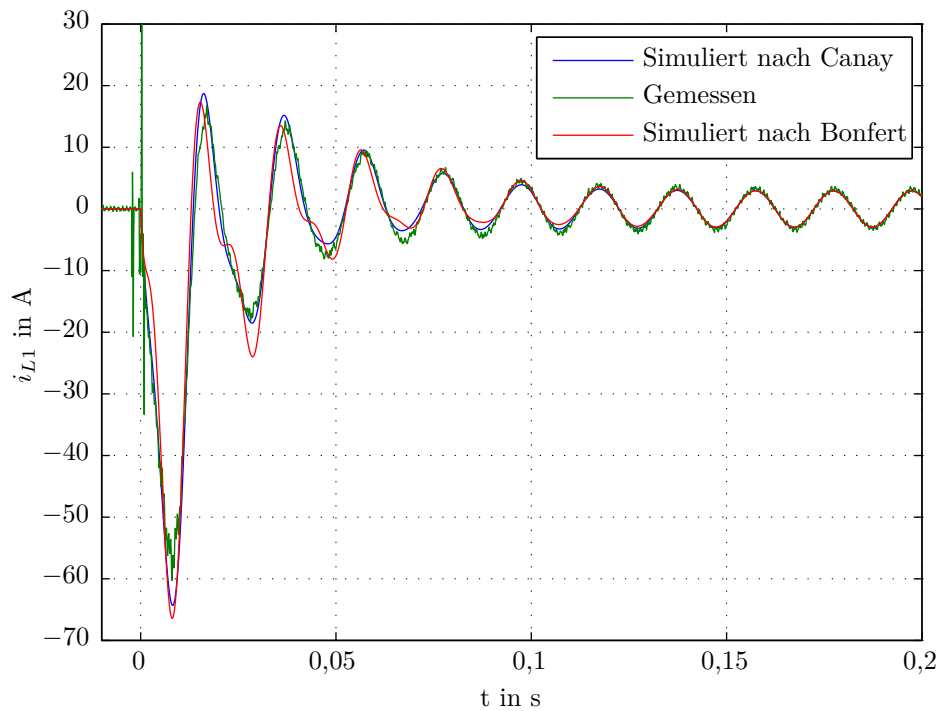


Abbildung 6.1.: Statorstromverlauf beim Stoßkurzschluss der Vollpolmaschine

mit ca. 18 % wesentlich stärker vom Messergebnis ab. Die Vorausberechnung nach Canay ist durch die Einführung der Koppelreaktanz  $x_{rc}$  genauer. Die noch vorhandene Abweichung kann wiederum auf die angenäherte Berücksichtigung des Eisenkreises zurückgeführt werden.

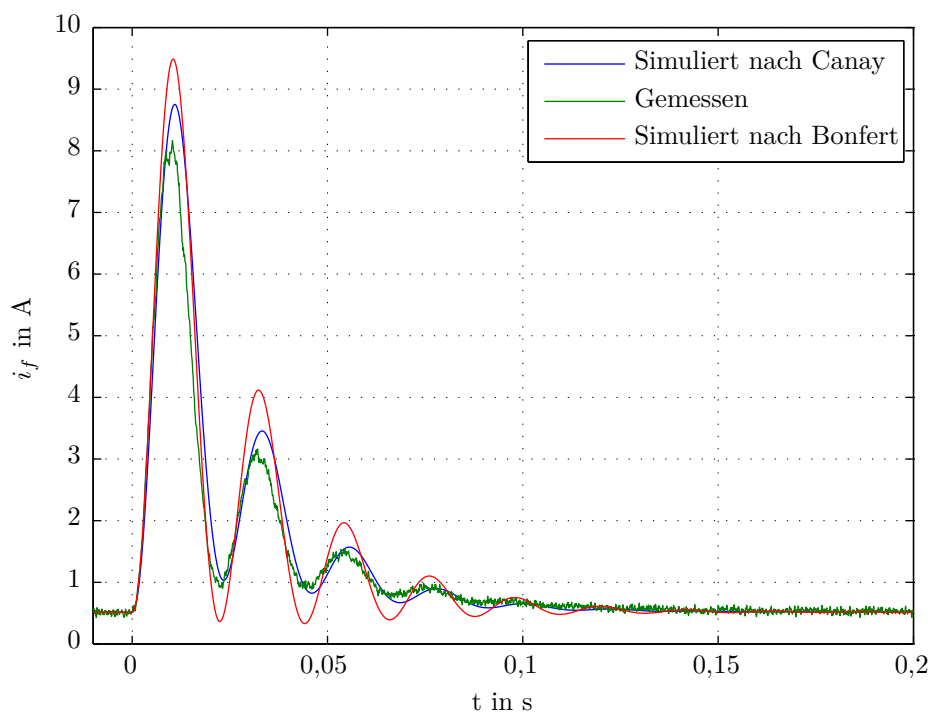


Abbildung 6.2.: Erregerstromverlauf beim Stoßkurzschluss der Vollpolmaschine

## 6.2. Schenkelpolmaschine

Um die Übersicht zu gewährleisten, wird das Ersatzschaltbild mit den bereits berechneten Parametern dargestellt.

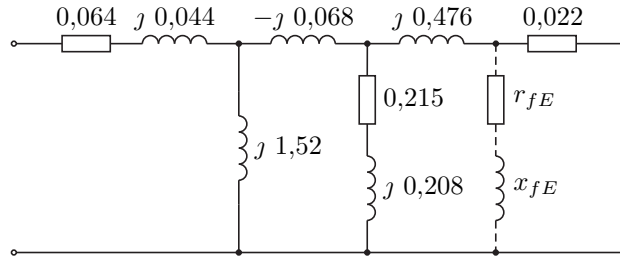


Abbildung 6.3.: Ersatzschaltbild der im Labor vermessenen Schenkelpol-Synchronmaschine mit lamellierten Polen

Um den Stoßkurzschluss im erstellten Matlab/Simulink<sup>®</sup>-Modell zu simulieren, ist es notwendig, die Polradspannung der Klemmenspannung gleichzusetzen. Dadurch ergibt sich der leerlaufende Zustand ( $i_{L1} = i_{L2} = i_{L3} = 0 pu$ ). Anschließend wird die Statorspannung sprunghaft auf null gelegt, wodurch ein generatorischer Kurzschluss vorliegt. Der Stoßkurzschluss wird bei  $u = 0,5 pu$  (beliebig gewählt) durchgeführt. Um die Vergleichbarkeit für das Ergebnis herzustellen, sind die pu-Größen entsprechend den Bezugsgrößen umzurechnen. In den Abbildungen 6.4 und 6.5 sind die Vergleiche ersichtlich. Zusätzlich sind die Verläufe aus dem Modell Bonfert dargestellt. Wie Canay in [2] schon beschreibt, ist der Unterschied im Statorstromverlauf zwischen dem Modell nach Bonfert [1] und Canay [2] sehr gering. Im Erregerstromverlauf sind jedoch wesentliche Unterschiede zu erkennen. Die Berechnung nach Canay weist in der ersten Stromspitze eine Abweichung von ca. 3 % auf, die Rechnung nach Bonfert hingegen besitzt eine Abweichung von ca. 15 %. Hierbei ist eindeutig ersichtlich, dass das Modell nach Canay eine wesentlich genauere Vorausberechnung ermöglicht.

Der zweite durchgeführte Versuch ist die Bestimmung der Erregerspannung bei offener Erregerwicklung. Der Rotor wird hierbei festgehalten ( $n = 0 U/min$ ) und der Stator mit der 3-phasigen Spannung beaufschlagt. Die im offenen Erregerkreis induzierte Spannung wird gemessen. Es werden jeweils stationäre Punkte aufgenommen, wobei darauf geachtet wird, dass der Statorstrom keine unzulässig hohen Werte erreicht.

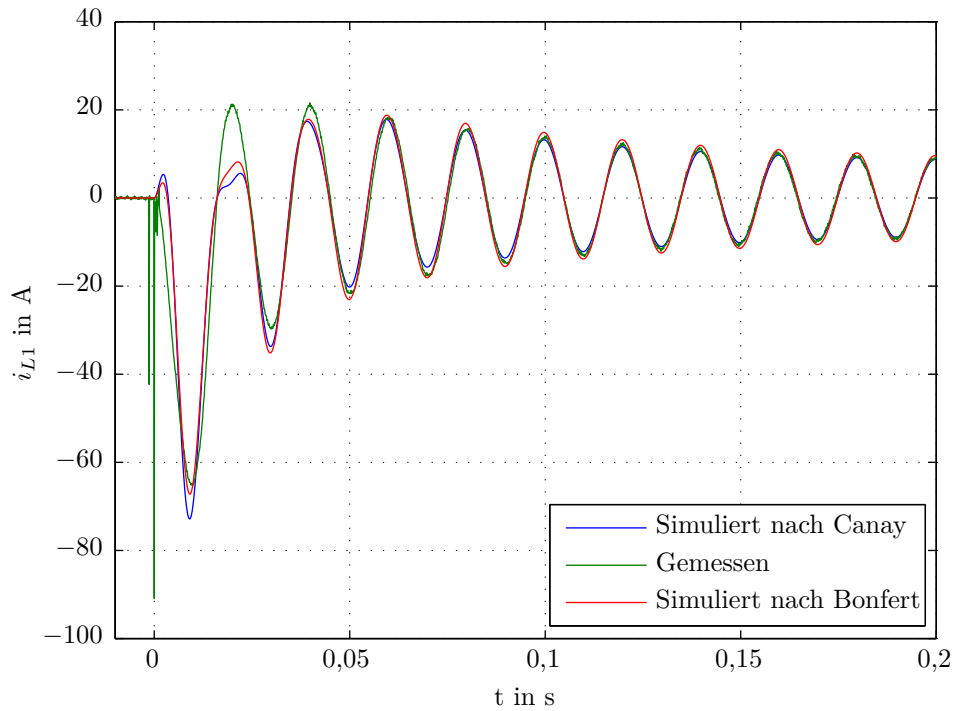


Abbildung 6.4.: Statorstromverlauf beim Stoßkurzschluss der Schenkelpolmaschine

Die Berechnung der Spannung am offenen Erregerkreis erfolgt über die Maschen- und Stromgleichungen aus dem Ersatzschaltbild. Nach dem Aufstellen von drei Maschengleichungen und zwei Knotengleichungen werden der Strom  $i_r$  (über die Reaktanz  $x_{rc}$ ) und der Dämpferstrom  $i_D$  entsprechend substituiert. Daraus resultiert ein Gleichungssystem mit drei Unbekannten.

$$\begin{pmatrix} u_d \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = Z \cdot \begin{pmatrix} i_d \\ i_h \\ i_f \end{pmatrix} \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} i_d \\ i_h \\ i_f \end{pmatrix} = Z^{-1} \cdot \begin{pmatrix} u_d \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (6.1)$$

Die Matrix  $Z$  ist in Gleichung (6.2) zu finden.

$$Z = \begin{pmatrix} r_a + jx & jx_{hd} & 0 \\ r_D + j(x_{rc} + x_{Dc}) & -r_D - jx_{M2} & -r_D - jx_{Dc} \\ -r_D - jx_{Dc} & r_D + jx_{Dc} & r_D + r_{fE} + jx_{M3} \end{pmatrix} \quad (6.2)$$

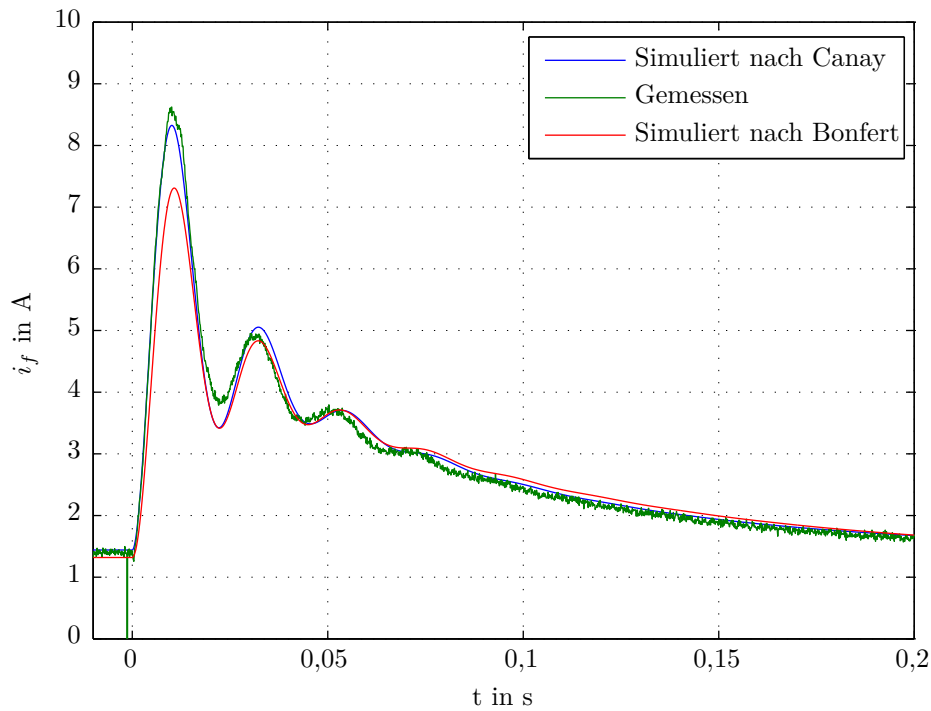


Abbildung 6.5.: Erregerstromverlauf beim Stoßkurzschluss der Schenkelpolmaschine

In der Matrix  $Z$  sind die Reaktanzen  $x_{M2}$  und  $x_{M3}$  folgend definiert:

$$x_{M2} = x_{rc} + x_{Dc} + x_{hd} \quad x_{M3} = x_{Dc} + x_{fc} + x_{fE}$$

Darauf basierend lässt sich die Spannung an der offenen Erregerwicklung durch Multiplikation der Reaktanz mit dem Strom  $i_f$  berechnen.

$$u_f = i_f \cdot (r_{fE} + jx_{fE})$$

Canay gibt in [2] als Lösung eine analytische Gleichung an. Dieses Ergebnis wird erreicht, wenn die beschriebene Vorgehensweise vollkommen analytisch durchgerechnet wird. Da nach der Matrixinvertierung sehr lange Terme entstehen, wird aufgrund der unwesentlichen Mehrinformation auf die eigene Berechnung verzichtet.

$$u_f = u_d \cdot \left( \frac{Z_4}{Z_d} \cdot \frac{Z_2}{Z_3} \cdot \frac{Z_{fE}}{Z_1} \right) \quad (6.3)$$

Die Ersatzimpedanzen sind hierbei folgend zu ersetzen:

$$\begin{aligned}
 Z_{fE} &= r_{fE} + jx_{fE} & Z_1 &= Z_{fE} + jx_{fc} & Z_2 &= \frac{Z_2 \cdot (r_D + jx_{Dc})}{Z_2 + r_D + jx_{Dc}} \\
 Z_3 &= Z_2 + jx_{rc} & Z_4 &= \frac{Z_3 \cdot jx_{hd}}{Z_3 + jx_{hd}} & Z_d &= Z_4 + r_a + jx
 \end{aligned}$$

Abbildung 6.6 zeigt den Vergleich zwischen der vorausgerechneten Spannung nach Canay und Bonfert mit dem Messergebnis. Eine maximale Abweichung von ca. 20 % bei der Berechnung nach Canay ist ein durchaus zufriedenstellendes Ergebnis. Hierbei darf nicht außer Acht gelassen werden, dass bei der Parameterbestimmung noch einige Unsicherheitsfaktoren vorhanden sind. Als Beispiel ist die elektrische Leitfähigkeit des Eisens zu nennen. Diese ist unbekannt und es wird nur ein Näherungswert von Canay [2] übernommen. Des Weiteren unterliegt die gewählte Vorgehensweise geometrischen Messfehlern, wodurch auch die anderen Reaktanzen fehlerbehaftet sein können. Das Ergebnis nach Bonfert hingegen weist noch wesentlich höhere Abweichungen von ca. 70 % auf. Die Berechnung nach Bonfert erfolgt direkt mit dem Matlab/Simulink®-Modell. Die analytisch Lösung über das Ersatzschaltbild führt zum gleichen Ergebnis.



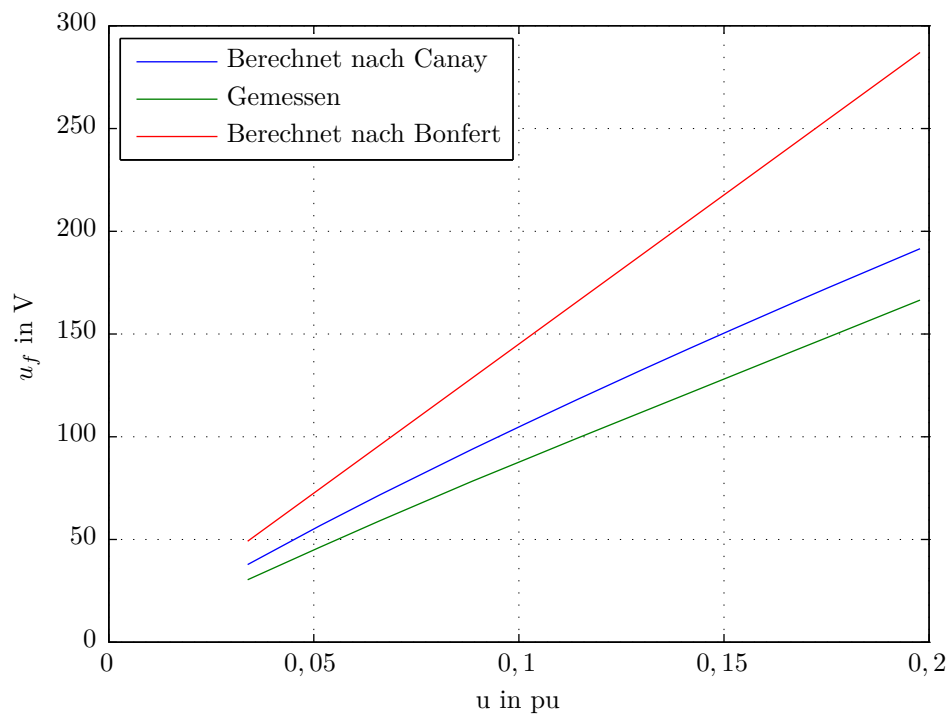


Abbildung 6.6.: Erregerspannung bei offener Erregerwicklung

### 6.3. Analytische Lösung des Erregerstromverlaufs

Wie erwähnt, wird in dieser Arbeit der Stoßkurzschluss mit Hilfe von Matlab/Simulink<sup>®</sup> simuliert woraus, eine numerische Lösung resultiert. Canay hingegen hat in [2] die Lösung des Differentialgleichungssystems mit Hilfe der Operatorenrechnung analytisch durchgeführt und gibt auch entsprechende Ergebnisse an.

Die Berechnung der analytischen Lösung wird aufgrund des hohen Aufwands in der vorliegenden Arbeit nicht durchgeführt. Diese wird von Canay [2] übernommen. Aufgrund der Übereinstimmung mit dem numerischen Verlauf kann auf die Richtigkeit der Formel von Canay [2] geschlossen werden.

Die erforderlichen Größen werden im Abschnitt 3.4 dargestellt. Der Erregerstrom ergibt sich lt. Canay [2] zur Gleichung (6.4).

$$i_f(t) = I_{f0} \cdot \left[ 1 + \frac{x_d - x'_d}{x'_d} \cdot \frac{T_f}{T'_{d0}} \cdot \left( e^{-\frac{t}{T'_d}} - (1 - K \cdot \cos \varphi_K) \cdot e^{-\frac{t}{T''_d}} - K \cdot e^{-\frac{t}{T_a}} \cdot \cos(\omega t - \varphi_K) \right) \right] \quad (6.4)$$

Hierin sind  $K$  und  $\varphi_K$  lt. den Gleichungen (6.5) und (6.6) definiert.

$$K = \left| \frac{1 + j\omega \cdot T_{Dc}}{1 + j\omega \cdot T''_d} \right| \quad (6.5)$$

$$\varphi_K = \arg \left( \frac{1 + j\omega \cdot T_{Dc}}{1 + j\omega \cdot T''_d} \right) \quad (6.6)$$

Werden die berechneten Zeitkonstanten und Reaktanzen in die Gleichungen (6.4) bis (6.6) eingesetzt, so ergibt sich für die berechnete Schenkelpolmaschine zeitliche Verlauf lt. Gleichung (6.7), welcher in Abbildung 6.7 noch einmal im Vergleich zur numerischen Lösung dargestellt ist.

$$i_f(t) = 1,44 \cdot \left[ 1 + 3,33 \cdot \left( e^{-\frac{t}{0,067}} + 0,09 \cdot e^{-\frac{t}{0,0024}} - 1,1 \cdot e^{-\frac{t}{0,017}} \cdot \cos(\omega t - 0,12) \right) \right] \quad (6.7)$$

Canay [2] gibt in seinem Werk zur analytischen Lösung der Differentialgleichungen außer dem Ansatz und der endgültigen Lösung keine Informationen an. Den Weg der Lösung mit Hilfe der Operatorenrechnung hat Bonfert [1] dokumentiert.

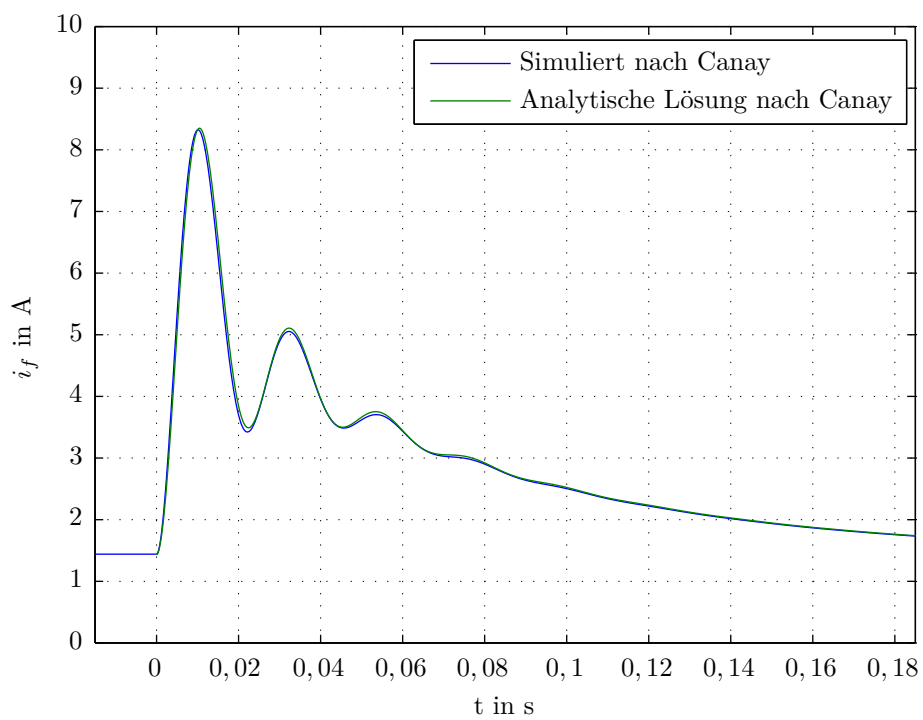


Abbildung 6.7.: Vergleich des simulierten Erregerstroms mit der analytischen Lösung

## 7. Diskussion und Ausblick

Zusammenfassend kann gesagt werden, dass die Berechnung mit der Methode nach Canay bessere Ergebnisse als die Methode nach Bonfert liefert. Dadurch wird die von Canay angegebene Ursache, die falsche Annahme der Koppelreaktanz  $x_{fD}$  zwischen dem Erreger- und dem Dämpferkreis, bestätigt.

In dieser Arbeit sind Ergebnisse von kleinen Synchronmaschinen angegeben. Um gegen unsymmetrische Belastung und Kurzschlüsse besser geschützt zu sein, wird bei großen Generatoren der Dämpferkäfig relativ gesehen viel wirkungsvoller ausgeführt als bei kleinen Maschinen. Dadurch wird der Unterschied zwischen der Berechnung nach Bonfert und nach Canay noch größer. Hieraus können nach der klassischen Berechnung falsche bzw. unterdimensionierte Komponenten des Erregerkreises resultieren.

Für weitere Betrachtungen kann das Matlab/Simulink<sup>®</sup>-Modell um die Eisenkreise (siehe Abschnitt 2.7) erweitert werden. Hierzu sind die entsprechenden Differential- sowie Flussverkettungsgleichungen hinzuzufügen bzw. die bestehenden auf die aktuelle Ersatzschaltung abzuändern. Dadurch wäre auch die Berechnung der Ausgleichsvorgänge, in denen die Eisenkreise eine Rolle spielen, mit dem Modell möglich.

Das aktuelle Modell berücksichtigt keine Beeinflussung durch Sättigungserscheinungen. Um die Vorausberechnung noch genauer durchzuführen, kann in das Modell der jeweilige Sättigungszustand der Maschine implementiert werden. Hierzu zählen zur Hauptreaktanz auch die Streureaktanzen.

# Symbolverzeichnis

Dimensionslose Größen (*pu*) werden mit Kleinbuchstaben gekennzeichnet.

$a$	Anzahl paralleler Leiter
$b_E$	Eisenbreite
$C$	Polformfaktor
$D$	Durchmesser
$d$	Äquivalente Dicke
$f$	Frequenz
$H$	Magnetische Feldstärke
$h_p$	Polhöhe
$I, i$	Strom
$I_N$	Effektivwert des Nennphasenstroms
$k_c, k_{ca}, k_{cr}$	Carterfaktor
$k_D, k_Q$	Widerstandserhöhungsfaktor
$L, l$	Induktivität, Länge
$l_{Ls}, l_{Lr}$	Länge des Luftkanals Stator, Rotor
$m_A$	Äußeres Drehmoment
$m$	Phasenanzahl
$N$	Nutanzahl
$p$	Polpaarzahl
$q$	Lochzahl
$Q$	Querschnitt
$R, r$	Ohm'scher Widerstand
$s$	Schlupf
$T'_{d0}, T''_{d0}$	Transiente, subtransiente Leerlaufzeitkonstante
$T_A$	Anlaufzeitkonstante
$T_a$	Ankerzeitkonstante

$T'_d, T''_d$	Transiente, subtransiente Kurzschlusszeitkonstante
$\ddot{u}$	Übertragungsfaktor
$U, u$	Spannung
$U_N$	Effektivwert der Nennphasenspannung
$x$	Dimensionslose Reaktanz
$X_{af}, X_{aD},$ $X_{aQ}, X_{fD}$	Koppelreaktanz
$x_d$	Synchronlängsreaktanz
$x'_d, x''_d$	Transiente, subtransiente Synchronlängsreaktanz
$x_q$	Synchronquerreaktanz
$x''_q$	Subtransiente Synchronquerreaktanz
$Z, z$	Impedanz
$\alpha$	Streuanteil
$\alpha_\nu$	Spaltstreuung
$\delta_0$	Luftspalt
$\gamma$	Elektrische Leitfähigkeit, bewickelte Zone
$\lambda$	Streuleitwert
$\mu$	Abschirmungskoeffizienten
$\mu_0$	Permeabilität des Vakuums
$\omega$	Kreisfrequenz
$\phi_h$	Hauptfluss
$\psi, \phi$	Magnetischer Fluss
$\sigma$	Streukoeffizienten
$\tau$	Polteilung, Nutteilung
$\Theta$	Polradwinkel, Durchflutung
$\xi$	Wicklungsfaktor

## Allgemeine Indizes

$a, s$	Anker, Stator
$B$	Bezugsgröße
$c$	Charakteristische Reaktanz lt. Canay
$Cu$	Kupfer
$D, Q$	Dämpferwicklung in d- bzw. q-Richtung
$d, q$	Statorwicklung in d- bzw. q-Richtung
$e$	Wickelkopf
$E$	Eisen
$f$	Erreger-, Feldwicklung
$i$	ideell
$K$	Zahnkopf
$N$	Nut
$N, n$	Nenngröße
$pu$	per unit
$r$	Rotor
$\sigma$	Streugröße

# Literaturverzeichnis

- [1] BONFERT, K.: *Betriebsverhalten der Synchronmaschine*. Berlin und Göttingen und Heidelberg : Springer-Verlag, 1962
- [2] CANAY, M.: *Ersatzschemata der Synchronmaschine sowie Vorausberechnung der Kenngrößen mit Beispielen*. Lausanne, Ecole Polytechnique de l'Université de Lausanne, Diss., 3.05.1968
- [3] PARK, R.: Two-Reaction Theory of Synchronous - Part I. In: *A.I.E.E.* (1929), Nr. 48, S. 716–727
- [4] KOVACS, K. ; RACZ, I.: *Transiente Vorgänge in Wechselstrommaschinen*. Bd. 1. Budapest : Verlag der ungarischen Akademie der Wissenschaften, 1959
- [5] CANAY, M. ; J., Simond: Rotor-Überspannungen und Windungsspannungen an der Erregerwicklung von Synchronmaschinen. In: *Brown Boveri Mitteilungen* (1980), Nr. 9, S. 516–523
- [6] ADKINS, B.: *The general theory of electrical machines*. London : Chapman & Hall Ltd., 1957
- [7] KÖFLER, H.: *Berechnung und Konstruktion elektromagnetischer Energiewandler*. Graz, 1997. – Unveröffentlichtes Vorlesungsskriptum an der TU Graz
- [8] CANAY, M.: Ersatzschemata der Synchronmaschine zur Berechnung von Polradgrößen bei nichtstationären Vorgängen sowie asynchronen Anlauf. Teil I: Turbo-generatoren. In: *Brown Boveri Mitteilungen* 56 (1969), Nr. 2, S. 60–71
- [9] CANAY, M.: Ersatzschemata der Synchronmaschine zur Vorausberechnung von Polradgrößen bei nichtstationären Vorgängen sowie asynchronem Anlauf. Teil II: Schenkelpolmaschinen. In: *Brown Boveri Mitteilungen* 57 (1970), Nr. 3, S. 134–144



- [10] CANAY, M.: Experimentelle Ermittlung der Ersatzschemata und der Parameter einer idealisierten Synchronmaschine. In: *Bulletin SEV* 63 (1972), S. 1137–1146
- [11] CANAY, M.: Determination of model parameters of synchronous machines. In: *IEE Proceedings* 130 (1983), Nr. 2, S. 86–94
- [12] MÜLLER, G. ; PONICK, B.: *Theorie elektrischer Maschinen*. 6. Aufl. Weinheim : WILEY-VCH, 2009
- [13] MÜLLER, G. ; PONICK, B.: *Berechnung elektrischer Maschinen*. 6. Aufl. Weinheim : WILEY-VCH, 2008
- [14] NÜRNBERG, W.: *Die Asynchronmaschine*. Berlin und Göttingen und Heidelberg : Springer-Verlag, 1952
- [15] RICHTER, R.: *Elektrische Maschinen I*. Bd. 1. 3. Aufl. Basel und Stuttgart : Birkhäuser Verlag, 1967
- [16] KLAMT, J.: *Berechnung und Bemessung elektrischer Maschinen*. Berlin und Göttingen und Heidelberg : Springer-Verlag, 1962
- [17] LAIBLE, T.: *Die Theorie der Synchronmaschine im nichstationären Betrieb*. Berlin und Göttingen und Heidelberg : Springer-Verlag, 1952
- [18] KÜPFMÜLLER, K.: *Einführung in die theoretische Elektrotechnik*. Berlin und Göttingen und Heidelberg : Springer-Verlag, 1959
- [19] KÖFLER, H.: *Elektrische Maschinen 1*. Graz, 2001. – Unveröffentlichtes Vorlesungsskriptum an der TU Graz
- [20] KILGORE, L. A.: Calculation of Synchronous Machine Constants. In: *Transactions of the AIEE* (1931), Nr. 50, S. 1201–1213
- [21] TAKEDA, Y. ; ADKINS, B.: Determination of synchronous machine parameters allowing for unequal mutual inductances. In: *IEE Proceedings* 121 (1974), Nr. 12, S. 1501–1504
- [22] CANAY, M.: Allgemeine Theorie der Synchron- und Asynchronmaschinen in der Operator-Matrix-Darstellung. In: *Archiv für Elektrotechnik* 46 (1961), Nr. 2, S. 83–102

- [23] CANAY, M.: Überspannungen im Feldkreis von Synchronmaschinen mit Gleichrichterregung. In: *Brown Boveri Mitteilungen* (1974), Nr. 5, S. 217–227

# Abbildungsverzeichnis

1.1.	Darstellung der idealisierten Synchronmaschine . . . . .	2
1.2.	Flussverhältnisse in der Maschine im Kurzschlussfall . . . . .	4
1.3.	Ersatzschaltbild der Synchronmaschine in Längs- und Querrichtung nach Bonfert [1] . . . . .	6
1.4.	Darstellung der Spulenkopplungen von Stator-, Erreger- und Dämpferkreis	9
1.5.	Ersatzschaltbild der Synchronmaschine nach Canay [2, Abb. 27] in Längs- und Querrichtung . . . . .	10
2.1.	Hilfsgrafik zur Bestimmung von $b_E$ sowohl für die Schenkelpol- als auch für die Vollpolmaschine . . . . .	25
2.2.	Ersatzschaltbild einer Synchronmaschine mit Vollpolläufer inklusive Eisenkreis . . . . .	26
2.3.	Ersatzschaltbild der Schenkelpol-Synchronmaschine mit lamellierten Polen	27
2.4.	Ersatzschaltbild der Schenkelpol-Synchronmaschine mit massiven Polen	28
3.1.	Ersatzschaltbild der Synchronmaschine nach Canay [2] in Längs- und Querrichtung . . . . .	29
3.2.	Transiente $x'_d$ und subtransiente Zeitkonstante $x''_d$ der Synchronmaschine	32
4.1.	Gesamter Signalflussplan in Matlab/Simulink® . . . . .	37
4.2.	Koppelplan für das Subsystem „Elektrisches Modell“ in Matlab/Simulink® . . . . .	38
4.3.	Stoßkurzschlussverlauf bei $u = 1 pu$ . . . . .	40
4.4.	Ersatzschaltbild der Synchronmaschine im Netzbetrieb und das zugehörige Zeigerdiagramm für den Phasenschieberbetrieb . . . . .	41
4.5.	Stationärer Strom- und Spannungsverlauf der Phase $L1$ im Phasenschieberbetrieb . . . . .	41
5.1.	Darstellung der vermessenen Vollpolmaschine . . . . .	45
5.2.	Darstellung der vermessenen Schenkelpolmaschine . . . . .	51

5.3. Ersatzschaltbild der Synchronmaschine mit kurzgeschlossener Erregerwicklung . . . . .	54
5.4. Vergleich des berechneten und gemessenen Erregerstroms bei kurzgeschlossener Erregerwicklung . . . . .	56
6.1. Statorstromverlauf beim Stoßkurzschluss der Vollpolmaschine . . . . .	59
6.2. Erregerstromverlauf beim Stoßkurzschluss der Vollpolmaschine . . . . .	60
6.3. Ersatzschaltbild der im Labor vermessenen Schenkelpol-Synchronmaschine mit lamellierten Polen . . . . .	61
6.4. Statorstromverlauf beim Stoßkurzschluss der Schenkelpolmaschine . . . . .	62
6.5. Erregerstromverlauf beim Stoßkurzschluss der Schenkelpolmaschine . . . . .	63
6.6. Erregerspannung bei offener Erregerwicklung . . . . .	65
6.7. Vergleich des simulierten Erregerstroms mit der analytischen Lösung . . . . .	67
A.1. Simulink-Koppelplan für das Differentialgleichungssystem (1.17) . . . . .	79

# Tabellenverzeichnis

5.1. Geometrisch ermittelte Parameter der vermessenen Maschinen . . . . .	44
---	----

**Teil I.**

**Anhang**

# A. Modellierung in Matlab/Simulink®

Wie im Abschnitt 4.1 erwähnt, werden an dieser Stelle die noch fehlenden Blockschaltbilder aus dem Simulink-Koppelplan eingefügt. Hierzu zählen die Differentialgleichungen (1.3) bis (1.7) für das Modell nach Bonfert sowie das Gleichungssystem (1.17) für das Modell nach Canay. Die Koppelpläne sind ergänzend zur Abbildung 4.2 zu sehen.

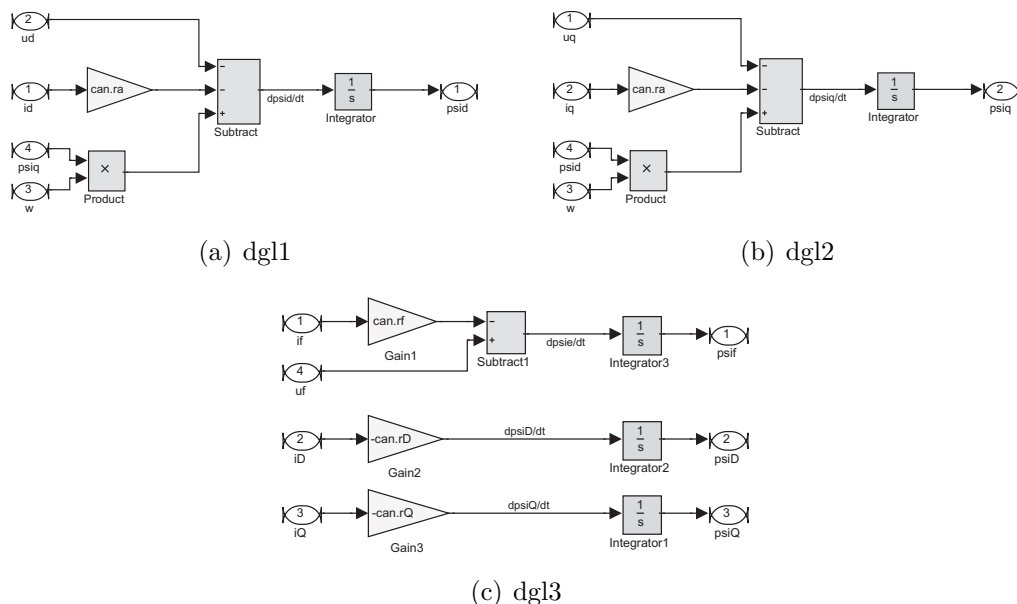


Abbildung A.1.: Simulink-Koppelplan für das Differentialgleichungssystem (1.17)

Die Abbildung A.1 zeigt jene Differentialgleichungen, die sich im Koppelplan der Abbildung 4.2 in den Subsystemen „dgl1“ bis „dgl3“ befinden. Abbildung A.1(a) stellt die erste Differentialgleichung (Gleichung (1.3)) dar und Abbildung A.1(b) zeigt die Differentialgleichung (1.4). In der Abbildung A.1(b) sind die Differentialgleichungen (1.5) bis (1.7) enthalten. Die Referenzen auf das Modell nach Bonfert können analog dazu auf das erweiterte Modell nach Canay umgelegt werden.