

# Theoretische Betrachtung der Berechnungsgrundlagen für auf Querkraft beanspruchte BSH-Bauteile

Masterarbeit von  
**Moser Markus**

Eingereicht am  
Institut für Holzbau und Holztechnologie  
Technische Universität Graz

Begutachtung:  
Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Gerhard Schickhofer

Betreuer:  
Dipl.-Ing. Gernot Pirnbacher

Graz, März 2012



## Erklärung

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig und ohne fremde Hilfe verfasst, andere als die angegebenen Quellen nicht benutzt, und die in den benutzten Quellen wortlich und inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe.

Markus Moser

März 2012



## Danksagung

Mein Dank gilt in erster Linie meinen Eltern, die mir durch Ihre jahrelange Unterstützung mein Studium ermöglichten.

Ich möchte mich auch bei Herrn Prof. Schickhofer bedanken, der mir die Möglichkeit zu dieser Masterarbeit gab.

Ganz besonders möchte ich mich bei meinem Betreuer Gernot Pirnbacher bedanken, der mich stets gut beraten hat und der meine Betreuung auch über seine Verpflichtungen hinaus noch mit Einsatz betrieben hat.

Außerdem gilt mein Dank meiner besseren Hälfte Helgit Natmeßnig, für ihre Unterstützung und Motivation.



## Kurzfassung

Die Bemessung von BSH-Bauteilen auf Zugbeanspruchung quer zur Faser war schon immer ein viel diskutiertes Thema, da die auftretenden Querspannungen auf Grund von Momentenbeanspruchung sowie die Festigkeit des Materials schwer zu erfassen sind. Um einen Eindruck vom Stand der Technik zu verschaffen, wurden im Zuge dieser Masterarbeit die Grundlagen für die derzeitigen Bemessungsrichtlinien aufbereitet und zusammengefasst. Anschließend wurde eine Parameterstudie für verschiedene Geometrieingangswerte durchgeführt, um einen Vergleich zwischen den theoretischen Grundlagen, den Bemessungsrichtlinien und FEM Berechnungen zu verschaffen. Ziel ist die Beurteilung der derzeit üblichen Berechnungsmethoden insbesondere hinsichtlich ihrer Anwendbarkeit.

Als Trägergeometrien wurden polarorthotrope Kreisbogenscheiben, gekrümmte Satteldachträger und gerade Satteldachträger behandelt. Neben Differenzen bei der Berechnung von Verteilung und Größe des querzugbeanspruchten Volumens wurde außerdem festgestellt, dass bestimmte, für die Spannungsberechnung relevante Umstände der Bauteilgeometrie und Lasteinbringung in den Bemessungsrichtlinien keine Berücksichtigung finden. Für diese speziellen Bereiche empfiehlt es sich, weitere Forschungen anzustellen, um zukünftige Regelungen entsprechend anpassen zu können.

## Abstract

The structural design of glued-laminated timber beams regarding tension perpendicular to grain has always been a much discussed topic, as the tensions resulting from a moment of flexion and the resistance of the material are difficult to determine. To give an impression of the current state of the art, the mathematics and the theoretical foundations of the current design rules were outlined and summarized. Subsequently a survey with different geometrical input values was arranged to compare the theoretical foundations, the current design rules and FEM simulations. The goal is an evaluation of the commonly used calculation methods especially regarding their applicability.

Curved beams, double tapered curved beams and double tapered straight beams were examined. Alongside of differences in the volume and distribution of stress perpendicular to grain, there was also discovered, that certain relevant circumstances of the geometry and loading are not included by the current design rules. Further investigations of these special conditions are recommended.





# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung und Zielsetzung.....</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Grundlagen.....</b>	<b>3</b>
2.1	Querzugproblematik und Ursachen.....	3
2.2	Bemessung laut Eurocode .....	4
2.3	Spannungsberechnung nach Blumer [2].....	6
2.3.1	Ansätze .....	7
2.3.2	Polarorthotrope Kreisbogenscheibe (gekrümmter Träger) .....	10
2.3.3	Satteldachträger mit gekrümmter Unterseite .....	13
2.3.4	Satteldachträger mit gerader Unterseite .....	18
<b>3</b>	<b>Durchführung der Parameterstudie.....</b>	<b>23</b>
3.1	Octave .....	23
3.2	RFEM Einstellungen.....	25
3.3	Polarorthotrope Kreisbogenscheibe .....	26
3.3.1	Belastung .....	26
3.3.2	Parameter .....	27
3.3.3	FE-Netz .....	28
3.4	Gekrümmter Satteldachträger .....	29
3.4.1	Belastung .....	29
3.4.2	Parameter .....	29
3.4.3	Bauteilform und FE-Netz .....	32
3.5	Gerader Satteldachträger .....	34
3.5.1	Belastung .....	34
3.5.2	Parameter .....	36
3.5.3	Bauteilform und FE-Netz .....	36
3.6	Einfluss von Materialeigenschaften .....	38
<b>4</b>	<b>Auswertung und Analyse .....</b>	<b>41</b>
4.1	Polarorthotrope Kreisbogenscheibe .....	42
4.1.1	Maximalspannungen $k_I$ und $k_p$ .....	42
4.1.2	Spannungsverteilung, $k_{dis}$ .....	44
4.1.3	Querzugvolumen, $k_{vol}$ .....	44
4.2	Gekrümmter Satteldachträger .....	45
4.2.1	Maximale Biegespannung $k_I$ .....	45
4.2.2	Maximaler Querzug $k_p$ .....	47

---

4.2.3	Spannungsverteilung, $k_{\text{dis}}$ .....	49
4.2.4	Querzugvolumen, $k_{\text{vol}}$ .....	49
4.3	Gerader Satteldachträger .....	53
4.3.1	Maximale Biegespannung $k_{\text{I}}$ .....	53
4.3.2	Maximaler Querzug $k_{\text{p}}$ .....	53
4.3.3	Spannungsverteilung und Querzugvolumen, $k_{\text{dis}}$ und $k_{\text{vol}}$ .....	55
4.3.4	Alternative Belastungsszenarios .....	55
4.4	Einfluss der Materialeigenschaften.....	63
<b>5</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick.....</b>	<b>67</b>
	<b>Literaturverzeichnis.....</b>	<b>69</b>
	<b>Anhang.....</b>	<b>71</b>

# 1 Einleitung und Zielsetzung

Bei der Konstruktion von Holzbauteilen ist die Frage nach auftretenden Querkzugspannung ein ständiger Begleiter. Der Querkzug gilt im Holzbau als besonders problematisches Thema, da die Festigkeit des Werkstoffs quer zur Faser nur einen Bruchteil der Längstragfähigkeit ausmacht und scheinbar geringe Ursachen bereits zu Rissen oder gar zur Zerstörung des Bauteils führen können. Obwohl man sich schon lange mit diesem Thema beschäftigt, ist es noch immer nicht ausreichend geklärt, da in den letzten Jahrzehnten immer wieder Schadensfälle an querkzugbeanspruchten Trägern auftraten.

Im speziellen treten Querkzugspannungen als Nebenprodukt bei Biegebeanspruchung von Satteldachträgern und gekrümmten Bauteilen auf.

Die derzeitigen Bemessungsverfahren für die komplexen Verhältnisse in diesen Bauteilen, die zu Querkzugspannungen führen, sind undurchsichtige Formelwerke, bei denen völlig unklar ist, was in den Näherungsformeln berücksichtigt wird und was nicht, welche eventuellen Einschränkungen diese haben und auf welchen Grundlagen sie beruhen. Aus diesem Grund ist es für den Bauingenieur nahezu unmöglich, Bauteile mit planmäßigem Querkzug vernünftig bemessen und argumentieren zu können, ohne über das umfangreiche Hintergrundwissen um dieses Thema zu verfügen.

Deshalb soll diese Arbeit dazu dienen, einen Überblick über das derzeit gültige Bemessungsverfahren gemäß Eurocode EN 1995-1-1 [1] und dessen Grundlagen verschaffen und die Stärken, Schwächen und Möglichkeiten des Verfahrens verdeutlichen. Darüber hinaus soll diese Arbeit einen kritischen Blick auf das Bemessungsverfahren ermöglichen und eventuelle Verbesserungsmöglichkeiten aufzeigen. Es soll auch die Möglichkeit einer EDV-gestützten Bemessung mittels FEM-Programmen untersucht werden.



## 2 Grundlagen

### 2.1 Querzugproblematik und Ursachen

Die Zugfestigkeit von Holz normal zu Faserrichtung ist um ein Vielfaches kleiner, als alle anderen Festigkeitswerte, auf die üblicherweise bemessen wird. Daher können im Verhältnis zu den Belastungen gesehen bereits sehr kleine Kräfte zum Versagen des Bauteils und somit zu schweren Schäden oder sogar zur Zerstörung führen. Diese Kräfte können leicht übersehen werden und können durch die verschiedensten Ursachen hervorgerufen werden. Deshalb ist der Querzug ein äußerst heikles Thema im Holzbau.

Ursache für eine Zugbelastung quer zur Faser kann beispielsweise die Trägerform sein. Die Umlenkkräfte, die aus Unstetigkeitsstellen bzw. Querschnitts- und Richtungsänderungen resultieren spielen in dieser Arbeit eine bedeutende Rolle.

Andererseits hat auch die Art der Belastung einen großen Einfluss auf die Spannungsverhältnisse. Da üblicherweise die Lasteinleitung normal zur Trägerachse also auch normal zur Faserrichtung erfolgt, wird hier auch direkt Querdruck bzw. Querzug erzeugt.

Darüber hinaus ist Holz ein anisotropes Material und die unterschiedlichen Dehnungssteifigkeiten quer und parallel zur Faser machen eine Berechnung der Spannungen zu einer noch komplexeren Aufgabe.

## 2.2 Bemessung laut Eurocode

Das Bemessungsverfahren laut Eurocode EN 1995-1-1[1] sieht zur Berechnung der höchsten auftretenden Spannungen im Firstquerschnitt zwei Beiwerte vor. Jeweils einen für die Spannungen parallel ( $k_1$ ) und quer ( $k_p$ ) zur Faser. Diese sind mittels Formeln in Abhängigkeit von der Krümmung ( $h_{ap}/r$ ) und dem Firstanschnittwinkel( $\alpha$ ) wie folgt zu ermitteln. [1]

$$k_1 = k_1 + k_2 \cdot \left(\frac{h_{ap}}{r}\right) + k_3 \cdot \left(\frac{h_{ap}}{r}\right)^2 + k_4 \cdot \left(\frac{h_{ap}}{r}\right)^3$$

mit

$$k_1 = 1 + 1,4 \tan \alpha_{ap} + 5,4 (\tan \alpha_{ap})^2$$

$$k_2 = 0,35 - 8 \tan \alpha_{ap}$$

$$k_3 = 0,6 + 8,3 \tan \alpha_{ap} - 7,8 (\tan \alpha_{ap})^2$$

$$k_4 = 6 (\tan \alpha_{ap})^2$$

Glg. 2.1

$$k_p = k_5 + k_6 \cdot \left(\frac{h_{ap}}{r}\right) + k_7 \cdot \left(\frac{h_{ap}}{r}\right)^2$$

mit

$$k_5 = 0,2 \tan \alpha_{ap}$$

$$k_6 = 0,25 - 0,5 \tan \alpha_{ap} + 2,6 (\tan \alpha_{ap})^2$$

$$k_7 = 2,0 \tan \alpha_{ap} - 4 (\tan \alpha_{ap})^2$$

Glg. 2.2

Anschließend sind die erhaltenen Beiwerte mit dem Quotienten aus Bemessungsmoment und Widerstandsmoment, also mit der maximalen Biegespannung eines geraden Trägers gleicher Höhe zu multiplizieren, um die maximal auftretende Biege- bzw. Querkzugspannung berechnen zu können.

$$\sigma_{md} = k_1 \cdot \frac{M_d}{W_{ap}} \quad \text{Glg. 2.3}$$

$$\sigma_{t,90,d} = k_p \cdot \frac{M_d}{W_{ap}} \quad \text{Glg. 2.4}$$

Außerdem sieht der Eurocode [1] die beiden Faktoren  $k_{vol}$  und  $k_{dis}$  zur Berücksichtigung der Größe und Verteilung des querzugbeanspruchten Volumens vor. Diese sind wie folgt definiert: [1]

$$k_{vol} = \left(\frac{V_0}{V}\right)^{\frac{1}{k_{wei}}} \quad \text{Glg. 2.5}$$

$$k_{dis} = \frac{\sigma_{max}}{\left(\frac{1}{V} \cdot \int_V \sigma(x, y, z)^{k_{wei}} \cdot dV\right)^{\frac{1}{k_{wei}}}} \quad \text{Glg. 2.6}$$

wobei  $V_0$  ein Referenzvolumen von  $0,01 \text{ m}^3$  ist und für  $k_{dis}$  prinzipiell ein konstanter Wert je nach Trägertyp angenommen werden darf.

$k_{dis} = 1,4$  für Kreisbogenscheiben und gerade Satteldachträger

$k_{dis} = 1,7$  für gekrümmte Satteldachträger

Der gesamte Querzugspannungsnachweis stellt sich folgendermaßen dar:

$$\sigma_p \cdot \frac{M_d}{W} \leq f_{t,90,d} \cdot k_{vol} \cdot k_{dis} \quad \text{Glg. 2.7}$$

## 2.3 Spannungsberechnung nach Blumer [2]

Das oben erläuterte Verfahren zur Spannungsermittlung gründet sich auf eine Dissertation, die 1972 in Karlsruhe von Hermann Blumer [2] verfasst wurde. Im Zuge der vorliegenden Arbeit wurden mit dem Mathematikprogramm Octave mehrere Programme erarbeitet, die nach dem Vorbild von Blumers [2] ursprünglicher Berechnung Spannungen an orthotropen Bauteilen berechnen können, um ein Bild von der Arbeitsweise und Qualität dieses Verfahrens und des daraus folgenden Formelwerks zu bekommen. Deshalb soll in diesem Kapitel die Funktionsweise von Blumers [2] Berechnungen erläutert werden.

An diesem Punkt sei angemerkt, dass sich einige in dieser Arbeit angeführten Formeln von denen in Blumers per Schreibmaschine verfassten Originalfassung unterscheiden. Dies liegt daran, dass die erste Aufgabe im Zuge dieser Masterarbeit die vollständige Nachvollziehung von Blumers Dissertation sowie das Auffinden und Korrigieren aller mehrdeutigen Formulierungen und Tippfehler war.

Blumer [2] befasst sich getrennt mit Spannungsberechnungen an drei verschiedenen Trägerarten:

- polarorthotrope Kreisbogenscheibe (gekrümmter Träger)
- Satteldachträger mit gekrümmter Unterseite und Faser
- Satteldachträger mit gerader Unterseite und Faser

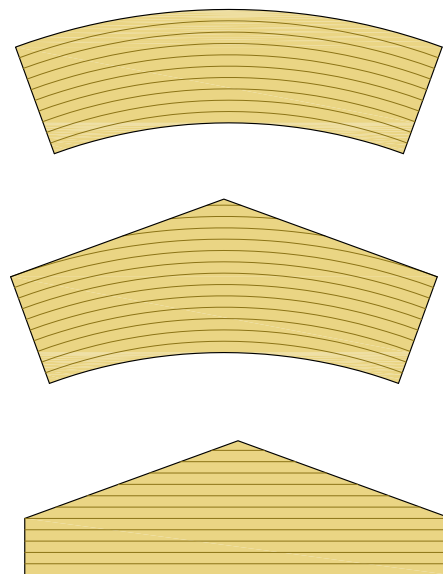


Abb. 2.1 Bauteilartenunterscheidung nach Blumer [2]



Mittels der Airy'schen Spannungsfunktion werden Differenzialgleichungen aufgestellt, die als Ansatzfunktionen mit unendlich vielen Lösungen dienen. Die Problematik besteht darin, eine Lösung zu finden, die auch den Randbedingungen des jeweiligen Bauteils genügt. Im Fall des gekrümmten Trägers ist es möglich, eine eindeutige Lösung zu ermitteln. Anders jedoch im Fall des Satteldachträgers (gekrümmte und gerade Unterseite). Hier ist es nicht möglich, die Randbedingungen an der Trägeroberseite genau einzuhalten. Es muss daher ein Näherungsverfahren (Prinzip der kleinsten Quadrate) angewandt werden. Dies führt zu einem aufwendigen Lösungsverfahren, im Zuge dessen für jede Berechnung ein umfangreiches Gleichungssystem erstellt und mittels Mathematikprogramm gelöst werden muss.[2]

Es werden verschiedene spezielle Belastungsszenarien (Grundlastfälle) einzeln berechnet, sodass man nach dem Superpositions-Prinzip jede beliebige Belastungskombination erstellen kann. Zu beachten ist jedoch, dass **ausschließlich Belastungen am Bauteilende** angebracht werden.

### 2.3.1 Ansätze

#### Materialkonstanten

Blumer betrachtet in seiner Parameterstudie zwar mehrere Kombinationen von Materialkonstanten, jedoch liegen dem aus seiner Dissertation resultierenden Formelwerk lediglich die Werte für Fichtenholz zugrunde. Dies gilt folglich auch für das Bemessungsverfahren laut Eurocode.

$E_x$ bzw. $E_\phi$	Elastizitätsmodul parallel zur Faser
$E_y$ bzw. $E_r$	Elastizitätsmodul normal zur Faser
$G_{xy}$ bzw. $G_{\phi r}$	Schubmodul
$\mu_x$ bzw. $\mu_\phi$	Querdehnungszahl parallel zur Faser
$\mu_y$ bzw. $\mu_r$	Querdehnungszahl normal zur Faser

Es gilt:

$$\frac{\mu_y}{E_y} = \frac{\mu_x}{E_x} \quad \text{Glg. 2.8}$$

Dadurch kann die Variable  $\mu_y$  in allen Gleichungen ersetzt werden und man benötigt nur noch  $\mu_x$

Im weiteren leiten sich folgende Rechenwerte ab:

$$s = \sqrt{E_x/E_y} \quad \text{bzw.} \quad s = \sqrt{E_\phi/E_r} \quad \text{Glg. 2.9}$$

$$k = \sqrt{E_x/G_{xy}} \quad \text{bzw.} \quad k = \sqrt{E_\phi/G_{\phi r}} \quad \text{Glg. 2.10}$$

Es werden folgende Werte (Fichtenholz) für sämtliche Berechnungen verwendet, um den Annahmen Blumers zu entsprechen:

$$E_x = E_\varphi = 1050 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$E_y = E_r = 29,17 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$G_{xy} = G_{\varphi r} = 47,53 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\mu_x = \mu_\varphi = 0,30$$

$$s = 6,0$$

$$k = 4,70$$

## Polarkoordinatensystem

„Die Spannungskomponenten werden als Ableitung der Airy’schen Spannungsfunktion  $F$  definiert.“ (Blumer, 1972, 22)

$$\sigma_r = \left( \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial F}{\partial r} \right) + \left( \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial \varphi^2} \right) \quad \text{Glg. 2.11}$$

$$\sigma_\varphi = \frac{\partial^2 F}{\partial r^2} \quad \text{Glg. 2.12}$$

$$\tau_{r\varphi} = -\frac{\partial}{\partial r} \cdot \left( \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial F}{\partial \varphi} \right) \quad \text{Glg. 2.13}$$

Für die Airy’schen Spannungsfunktion  $F$  wird folgender allgemeiner Lösungsansatz verwendet:

$$F_{(r,\varphi)} = \sum_{i=0}^i (A_{i1} \cdot r^{m_{i1}} + A_{i2} \cdot r^{m_{i2}} + A_{i3} \cdot r^{m_{i3}} + A_{i4} \cdot r^{m_{i4}}) \cdot \cos(\alpha_i \varphi) \quad \text{Glg. 2.14}$$

Wobei

$$m_{i1-4} = \pm \sqrt{q_i^2 \pm \sqrt{q_i^4 - s^2(\alpha_i^2 - 1)^2}} + 1 \quad \text{Glg. 2.15}$$

$$q_i^2 = \frac{1}{2} \cdot [1 + s^2 + \alpha_i^2(k^2 - 2\mu_\varphi)] \quad \text{Glg. 2.16}$$

## Kartesisches Koordinatensystem

Die Spannungskomponenten werden als Ableitung der Airy'schen Spannungsfunktion  $F$  definiert.

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \quad \text{Glg. 2.17}$$

$$\sigma_y = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \quad \text{Glg. 2.18}$$

$$\tau_{xy} = -\frac{\partial^2 F}{\partial x \cdot \partial y} \quad \text{Glg. 2.19}$$

Für die Airy'schen Spannungsfunktion  $F$  wird folgender allgemeiner Lösungsansatz verwendet:

$$F_{(x,y)} = \sum_{i=0}^{i=i} [A_{i1} \cdot \cosh(\lambda_1 \omega_i y) + A_{i2} \cdot \cosh(\lambda_2 \omega_i y) + A_{i3} \cdot \sinh(\lambda_1 \omega_i y) + A_{i4} \cdot \sinh(\lambda_2 \omega_i y)] \cdot \cos(\omega_i x) \quad \text{Glg. 2.20}$$

Wobei

$$\lambda_{1,2} = \sqrt{\frac{(k^2 - 2\mu_x)}{2}} \pm \sqrt{\frac{(k^2 - 2\mu_x)^2}{4} - s^2} \quad \text{Glg. 2.21}$$

### 2.3.2 Polarorthotrope Kreisbogenscheibe (gekrümmter Träger)

Als erstes sollen die geometrischen Parameter und die Aufteilung des allgemeinen Lastfalls in die Grundlastfälle dargestellt werden:

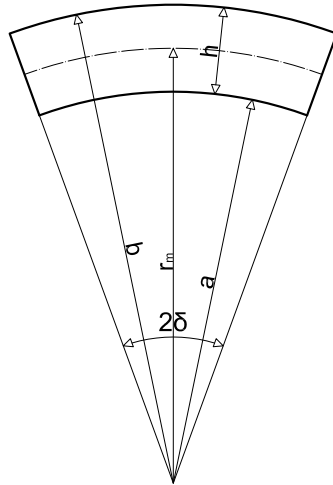


Abb. 2.2 geometrische Parameter bei polarorthotropen Kreisbogenscheiben

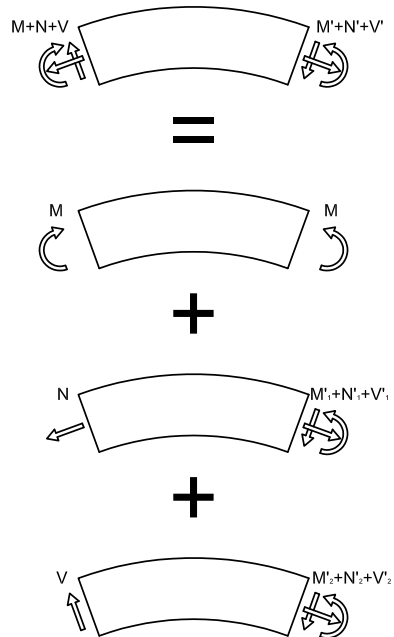


Abb. 2.3 Superposition bei polarorthotropen Kreisbogenscheiben laut Blumer [2]

Da das Bemessungsverfahren laut Eurocode lediglich Spannungen zufolge Momentenbelastung berücksichtigt, soll hier auch nur auf den ersten Grundlastfall genauer eingegangen werden.

Da dieser Belastungsfall drehsymmetrisch ist, sind sämtliche Verschiebungen und Spannungen vom Winkel unabhängig. Dieser Spannungszustand kann beschrieben werden, indem man  $\alpha_i=0$  setzt. So ergibt sich nach einigen Rechenschritten:

$$F_0 = A_{01} + A_{02}r^2 + A_{03}r^{(1+s)} + A_{04}r^{(1-s)} \quad \text{Glg. 2.22}$$

$$\sigma_r = 2A_{02} + (1+s)A_{03}r^{(s-1)} + (1-s)A_{04}r^{(-s-1)} \quad \text{Glg. 2.23}$$

$$\sigma_\varphi = 2A_{02} + s(1+s)A_{03}r^{(s-1)} - (1-s)A_{04}r^{(-s-1)} \quad \text{Glg. 2.24}$$

$$\tau_{r\varphi} = 0 \quad \text{Glg. 2.25}$$

Zur Bestimmung der Werte  $A_{02}$ ,  $A_{03}$  und  $A_{04}$  stehen nun jeweils eine Randbedingung oben und unten und eine Gleichgewichtsbedingung am Endquerschnitt zur Verfügung:

$$\sigma_r = 0 \quad \text{für } r = a \quad \text{Glg. 2.26}$$

$$\sigma_r = 0 \quad \text{für } r = b \quad \text{Glg. 2.27}$$

$$-\int_a^b \sigma_\varphi \cdot r \cdot dr = M \quad \text{Glg. 2.28}$$

Nach Einsetzen in die Gleichungen und Auflösen des Gleichungssystems kann man die Lösung wie folgt eindeutig ausformulieren.

$$\sigma_r = \frac{M}{r_m F} \cdot \frac{4\alpha(1-s^2)}{N_1} \cdot \left\{ [(1+\alpha)^{(s+1)} - (1-\alpha)^{(s+1)}] \cdot (1-2\alpha\eta)^{(s-1)} \right. \\ \left. - [(1-\alpha)^{2s}(1+\alpha)^{(s+1)} - (1-\alpha)^{(s+1)}(1+\alpha)^{2s}] \cdot \frac{1}{(1-2\alpha\eta)^{(s+1)}} \right. \\ \left. - [(1+\alpha)^{2s} - (1-\alpha)^{2s}] \right\} \quad \text{Glg. 2.29}$$

$$\sigma_\varphi = \frac{M}{W} \cdot \frac{4\alpha^2(1-s^2)}{3N_1} \left\{ s[(1+\alpha)^{(s+1)} - (1-\alpha)^{(s+1)}](1-2\alpha\eta)^{(s-1)} \right. \\ \left. + s[(1-\alpha)^{2s}(1+\alpha)^{(s+1)} - (1-\alpha)^{(s+1)}(1+\alpha)^{2s}] \frac{1}{(1-2\alpha\eta)^{(s+1)}} \right. \\ \left. - [(1+\alpha)^{2s} - (1-\alpha)^{2s}] \right\} \quad \text{Glg. 2.30}$$

$$\tau_{r\varphi} = 0 \quad \text{Glg. 2.31}$$

Mit den Abkürzungen:

$$N_1 = (1-s)^2 [(1-\alpha)^{(2s+2)} + (1+\alpha)^{(2s+2)}] \\ - (1+s)^2 [(1-\alpha)^2(1+\alpha)^{2s} + (1-\alpha)^{2s}(1+\alpha)^2] + 8s(1-\alpha^2)^{(s+1)} \quad \text{Glg. 2.32}$$

$$\eta = \frac{y}{h} \quad \text{Glg. 2.33}$$

$$\alpha = \frac{h}{2r_m} \quad \text{Glg. 2.34}$$

### 2. 3. 3 Satteldachträger mit gekrümmter Unterseite

Auch hier sollen als erstes die geometrischen Parameter und die Aufteilung des allgemeinen Lastfalls in die Grundlastfälle dargestellt werden:

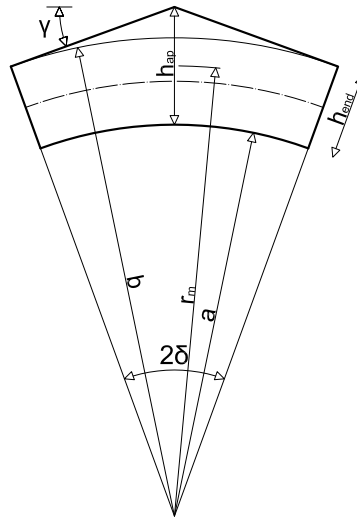


Abb. 2.4 geometrische Parameter bei Satteldachträgern mit gekrümmter Unterseite

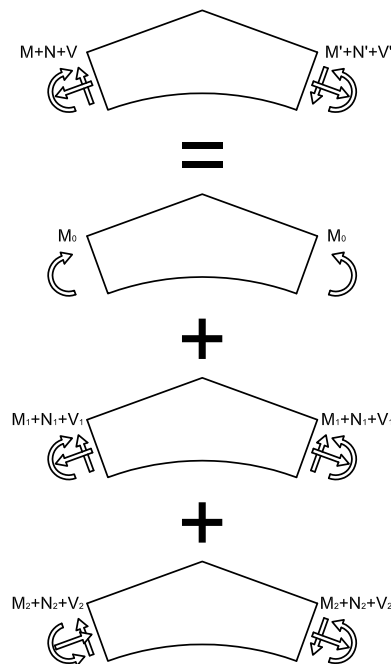


Abb. 2.5 Superposition bei Satteldachträgern mit gekrümmter Unterseite laut Blumer

Wie bei der polarorthotropen Kreisbogenscheibe wird auch hier nur der erste Grundlastfall behandelt.

Aber anders als zuvor, ist das Bauteil nun nicht mehr drehsymmetrisch. Daher kann die Lösung nicht mehr mit einem Reihengliedsatz bestimmt werden. Hier muss eine Anzahl an Reihengliedsätzen  $(1 + j)$  festgelegt werden (frei wählbar) und mittels Fehlerminimierung eine möglichst gute Näherung gefunden werden, wobei als erster Reihengliedsatz weiterhin der gleiche wie zuvor verwendet wird. Dies führt zu folgender Ansatzformel:

$$F = A'_{01} + A'_{02}r^{(1+s)} + A'_{03}r^{(1-s)} + A'_{04}r^2 + \sum_{i=1}^{j} \left( \sum_{k=1}^{4} A'_{ik}r^{m_{ik}} \right) \cos(\alpha_i \varphi) \quad \text{Glg. 2.35}$$

Dabei führen eine hohe Anzahl an Reihengliedern  $(3 + 4j)$  und eine günstige Wahl des Faktors  $\alpha_i$  zu einer guten Näherung mit geringem Fehler. Jedoch steigt der Rechenaufwand mit der Anzahl der Reihengliedern enorm, da jeder neue Gliedsatz 4 weitere Unbekannte im aufzulösenden Gleichungssystem darstellt.

Der Wert  $\alpha_i$  wird mit

$$\alpha_i = \frac{\pi \cdot i}{(\delta + \vartheta)w} \quad \text{Glg. 2.36}$$

festgelegt, wobei  $w$  prinzipiell  $= 1$  ist. Bei Problemen seitens des Mathematikprogramms kann  $w$  jedoch auf eine beliebige ganze positive Zahl angehoben werden um die Exponenten  $m_{ik}$  klein zu halten.

Das „ ‘ “ weist lediglich darauf hin, dass im nächsten Schritt eine Umformung der Festwerte ( von  $A'$  zu  $A$  ) vorgenommen wird, wodurch die Rechnung übersichtlicher dargestellt werden kann. So werden die allgemeinen Ansätze für die Spannungsverteilungen wie folgt aufgestellt:

$$\sigma_r = A_{02}(1+s)\rho^{(1-s)} + A_{03}(1-s)\rho^{(1+s)} + 2A_{04} + \sum_{i=1}^{j} \left( \sum_{k=1}^{4} A_{ik}(m_{ik} - \alpha_i^2)\rho^{(2-m_{ik})} \right) \cos(\alpha_i \varphi) \quad \text{Glg. 2.37}$$

$$\sigma_\varphi = A_{02}s(1+s)\rho^{(1-s)} + A_{03}(s-1)\rho^{(1+s)} + 2A_{04} + \sum_{i=1}^{j} \left( \sum_{k=1}^{4} A_{ik}m_{ik}(m_{ik}-1)\rho^{(2-m_{ik})} \right) \cos(\alpha_i \varphi) \quad \text{Glg. 2.38}$$

$$\tau_{r\varphi} = \sum_{i=1}^{j} \alpha_i \left( \sum_{k=1}^{4} A_{ik}(m_{ik}-1)\rho^{(2-m_{ik})} \right) \sin(\alpha_i \varphi)$$

mit

$$\rho = \frac{b}{r} \quad \text{Glg. 2.39}$$



Nun müssen die Festwerte  $A_{02}$ ,  $A_{03}$ ,  $A_{04}$  und  $A_{ik}$  ermittelt werden. Zu diesem Zweck werden folgende Bedingungen verwendet.

Am inneren Rand müssen Radial- und Tangentialspannungen = 0 sein.

$$\sigma_r = 0 \text{ für } r = a \quad \text{Glg. 2.40}$$

$$\tau_{r\varphi} = 0 \text{ für } r = a \quad \text{Glg. 2.41}$$

Es wird gefordert, dass die Summe jedes Reihengliedsatzes (Glieder mit gleichem  $i$ ) verschwindet. Deshalb erhält man aus den obigen Bedingungen insgesamt  $1 + 2i$  Gleichungen.

Das Momentengleichgewicht am Bauteilende muss erfüllt sein:

$$M = -t \cdot \int_{r=a}^{r=b/(\cos\vartheta)} \sigma_\varphi \cdot r \cdot dr \text{ für } \varphi = \delta \quad \text{Glg. 2.42}$$

Zur Erhöhung der Genauigkeit formuliert Blumer außerdem noch zusätzliche Gleichgewichtsbedingungen für den ausspringenden Bereich oberhalb der Kreisbogenscheibe.

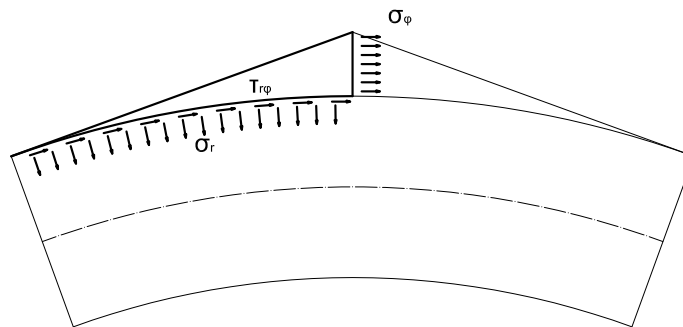


Abb. 2.6 ausspringender Bereich gekrümmter Satteldachträger

Hier wird jeweils eine Bedingung für die vertikalen und horizontalen Kräfte sowie für die Momente um den Koordinatenursprung formuliert.

$$\sum F_y = 0$$

$$-\frac{tb}{\cos(\vartheta)} \int_0^\delta \sigma_{r=b/(\cos(\vartheta))} \cdot \cos(\varphi) \cdot d\varphi + \frac{tb}{\cos(\vartheta)} \int_0^\delta \tau_{r\varphi=r=b/(\cos(\vartheta))} \cdot \sin(\varphi) \cdot d\varphi = 0 \quad \text{Glg. 2.43}$$

$$\sum F_x = 0$$

$$-\frac{tb}{\cos(\vartheta)} \int_0^\delta \sigma_{r=b/(\cos(\vartheta))} \cdot \sin(\varphi) \cdot d\varphi - \frac{tb}{\cos(\vartheta)} \int_0^\delta \tau_{r\varphi=r=b/(\cos(\vartheta))} \cdot \cos(\varphi) \cdot d\varphi$$

$$-t \int_{b/(\cos(\vartheta+\delta))}^{b/(\cos(\vartheta+\delta))} \sigma_{\varphi=0} \cdot dr = 0 \quad \text{Glg. 2.44}$$

$$\sum M = 0$$

$$-\frac{tb^2}{\cos^2(\vartheta)} \int_0^\delta \tau_{r\varphi=r=b/(\cos(\vartheta))} \cdot d\varphi - t \int_{b/(\cos(\vartheta))}^{b/(\cos(\vartheta+\delta))} \sigma_{\varphi=0} \cdot r \cdot dr = 0 \quad \text{Glg. 2.45}$$

Für den geneigten oberen Rand müssen wie beim unteren Rand die Normalspannung und die Schubspannung gegen 0 gehen. Die Ansatzformeln werden mit Transformationsgleichungen in ein kartesisches, nach der Bauteiloberfläche ausgerichtetes Koordinatensystem umgerechnet.

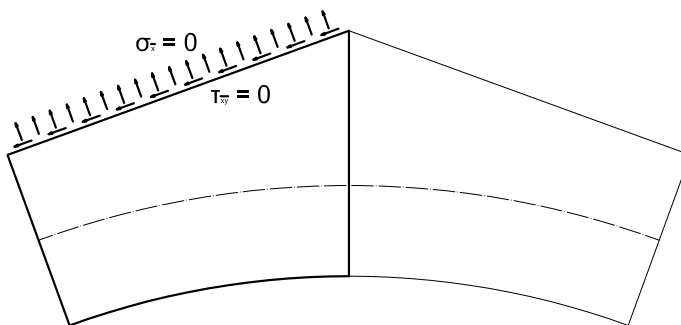


Abb. 2.7 Randbedingungen am geneigten oberen Rand

Diese Bedingungen können jedoch mit einer begrenzten Anzahl an Reihengliedern nicht vollständig erfüllt werden. Deshalb wird die Methode der kleinsten Quadrate wie folgt angewandt:

$$K = \int_{\bar{y} = b \cdot \tan \vartheta}^{\bar{y} = b \cdot \tan(\vartheta + \delta)} (\sigma_{\bar{x}}^2 + \tau_{\bar{x}\bar{y}}^2) d\bar{y} \quad \text{Glg. 2.46}$$

wobei  $K$  minimal werden soll. Daraus erhält man  $3+4j$  weitere Gleichungen. Anzumerken ist, dass das oben angeführte Integral wegen seiner Komplexität nicht ausformuliert, sondern numerisch in Teilschritten gelöst und aufsummiert wird.

$$\frac{\partial K}{\partial A_{02}} = \frac{\partial K}{\partial A_{03}} = \frac{\partial K}{\partial A_{04}} = \frac{\partial K}{\partial A_{ik}} = 0 \quad \text{Glg. 2.47}$$

Abschließend wird nun ein Gleichungssystem gemäß der Lagrange'schen Multiplikationstheorie aufgestellt. Dabei werden die Bedingungen für den inneren Rand, das Bauteilende und den ausspringenden Bereich als Nebenbedingungen ( $f_1$  bis  $f_{5+2j}$ ) formuliert

$$\begin{aligned} f_1 &= 0 \\ \dots \\ f_{5+2j} &= 0 \end{aligned} \quad \text{Glg. 2.48}$$

und die Bedingungen am oberen Rand optimiert. Dabei werden  $5+2j$  neue Variablen  $\lambda$  (Lagrange-multiplikatoren) eingeführt.

$$\begin{aligned} \frac{\partial K}{\partial A_{02}} + \lambda_1 \frac{\partial f_1}{\partial A_{02}} + \dots + \lambda_{5+2j} \frac{\partial f_{5+2j}}{\partial A_{02}} \\ \dots \\ \frac{\partial K}{\partial A_{i4}} + \lambda_1 \frac{\partial f_1}{\partial A_{i4}} + \dots + \lambda_{5+2j} \frac{\partial f_{5+2j}}{\partial A_{i4}} \end{aligned} \quad \text{Glg. 2.49}$$

Das Gleichungssystem besitzt nun  $8+6j$  Gleichungen und ebensoviele Unbekannte und kann mittels Computerprogramm aufgelöst werden. Dies liefert die Festwerte  $A_{02}$  bis  $A_{i4}$  mit welchen die Spannungen an jeder beliebigen Stelle berechnet werden können. Im Zuge der Parameterstudie stellte sich jedoch heraus, dass es oftmals Schwierigkeiten bei der Auflösung des Gleichungssystems gibt, weil eine Matrix nahe der Singularität produziert wird. Dies ist auf die automatisierte Berechnung der einzelnen Matrizenpositionen zurückzuführen. Je größer die Matrix angesetzt wird, desto höher ist die Wahrscheinlichkeit, dass zwei oder mehrere nahezu gleichwertige Gleichungen im System verwendet werden. In diesem Fall werden gänzlich unbrauchbare Ergebnisse errechnet. Das Gleichungssystem kann also nicht beliebig groß gewählt werden.

Daher mussten sämtliche Ergebnisse mehrmals mit unterschiedlicher Reihengliedanzahl berechnet, verglichen und manuell kontrolliert werden. Die genaue Vorgehensweise ist in Kapitel 3 erläutert. Weil es bei bestimmten Abmessungskombinationen nicht möglich war, zufriedenstellende Ergebnisse zu erhalten, konnten gewisse Bereiche des betrachteten Parameterspektrums nicht mit dieser Methode nachgerechnet werden. Es war nicht möglich nachzuvollziehen, ob und wie H. Blumer für diese problematischen Bereiche Ergebnisse erhalten konnte.

### 2.3.4 Satteldachträger mit gerader Unterseite

Die Aufteilung in die Grundlastfälle gestaltet sich hier etwas einfacher als bei gekrümmter Unterseite:

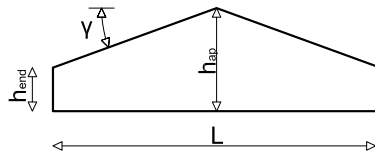


Abb. 2.8 Geometrische Parameter bei Satteldachträgern mit gekrümmter Unterseite

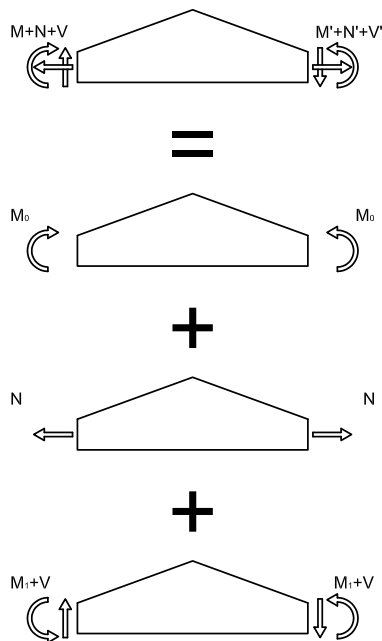


Abb. 2.9 Superposition bei Satteldachträgern mit gekrümmter Unterseite laut Blumer [2]

Wieder ist lediglich der Lastfall mit reiner Momentenbelastung von Interesse. Die Aufstellung des Gleichungssystems erfolgt analog zum gekrümmten Satteldachträger mit anderen Ansatzformeln. Der Faktor „o“ erfüllt die gleiche Funktion wie zuvor „w“. Hier gilt:

$$F_{(x,y)} = A_0 \frac{y^3}{6} + \sum_{i=1}^i \frac{1}{\omega_i^2} [A_{i1} \cdot \cosh(\lambda_1 \omega_i y) + A_{i2} \cdot \cosh(\lambda_2 \omega_i y) + A_{i3} \cdot \sinh(\lambda_1 \omega_i y) + A_{i4} \cdot \sinh(\lambda_2 \omega_i y)] \cdot \cos(\omega_i x)$$

mit

$$\omega_i = \frac{\pi \cdot i}{l \cdot o} \quad \text{Glg. 2.50}$$

Dies führt im Weiteren zu folgenden Ansätzen für die Spannungen:

$$\sigma_x = A_0 y + \sum_{i=1}^i [A_{i1} \cdot \lambda_1^2 \cdot \cosh(\lambda_1 \omega_i y) + A_{i2} \cdot \lambda_2^2 \cdot \cosh(\lambda_2 \omega_i y) + A_{i3} \cdot \lambda_1^2 \cdot \sinh(\lambda_1 \omega_i y) + A_{i4} \cdot \lambda_2^2 \cdot \sinh(\lambda_2 \omega_i y)] \cdot \cos(\omega_i x) \quad \text{Glg. 2.51}$$

$$\sigma_y = -\sum_{i=1}^i [A_{i1} \cdot \cosh(\lambda_1 \omega_i y) + A_{i2} \cdot \cosh(\lambda_2 \omega_i y) + A_{i3} \cdot \sinh(\lambda_1 \omega_i y) + A_{i4} \cdot \sinh(\lambda_2 \omega_i y)] \cdot \cos(\omega_i x) \quad \text{Glg. 2.52}$$

$$\tau_{xy} = \sum_{i=1}^i [A_{i1} \cdot \lambda_1 \cdot \sinh(\lambda_1 \omega_i y) + A_{i2} \cdot \lambda_2 \cdot \sinh(\lambda_2 \omega_i y) + A_{i3} \cdot \lambda_1 \cdot \cosh(\lambda_1 \omega_i y) + A_{i4} \cdot \lambda_2 \cdot \cosh(\lambda_2 \omega_i y)] \cdot \sin(\omega_i x) \quad \text{Glg. 2.53}$$

Nun gilt es, die Unbekannten  $A_0$  und  $A_{ik}$  zu ermitteln. Die dazu verwendeten Randbedingungen lauten wie folgt:

Die Spannungen an der Trägerunterseite müssen = 0 sein.

$$\sigma_y = 0 \quad \text{für } y = -\frac{h}{2} \quad \text{Glg. 2.54}$$

$$\tau_{xy} = 0 \quad \text{für } y = -\frac{h}{2} \quad \text{Glg. 2.55}$$

Es wird gefordert, dass die Summe jedes Reihengliedsatzes (Glieder mit gleichem  $i$ ) verschwindet. Deshalb erhält man aus den obigen Bedingungen insgesamt  $2i$  Gleichungen.

Das Momentengleichgewicht am Bauteilende muss erfüllt sein:

$$M = -t \cdot \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_x \cdot y \cdot dy \quad \text{für } x = \frac{l}{2} \quad \text{Glg. 2.56}$$

Zur Erhöhung der Genauigkeit formuliert Blumer auch hier zusätzliche Gleichgewichtsbedingungen für den ausspringenden Bereich oberhalb des geraden Trägers.

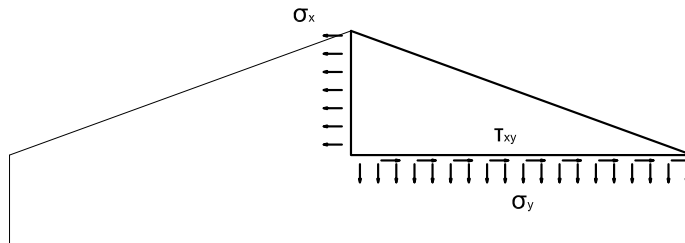


Abb. 2.10 ausspringender Bereich gerader Satteldachträger

Hier wird jeweils eine Bedingung für die vertikalen und horizontalen Kräfte sowie für die Momente um den Punkt A formuliert.

$$\sum F_y = 0$$

$$\int_0^l \sigma_{y_{y=\frac{h}{2}}} \cdot dx = 0 \quad \text{Glg. 2.57}$$

$$\sum F_x = 0$$

$$-\int_{\frac{h}{2}}^v \sigma_{x_{x=0}} \cdot dy - \int_0^l \tau_{xy_{y=\frac{h}{2}}} \cdot dx = 0 \quad \text{Glg. 2.58}$$

$$\sum M_A = 0$$

$$\int_{\frac{h}{2}}^v \sigma_{x_{x=0}} \cdot \left(y - \frac{h}{2}\right) \cdot dy - \int_0^l \sigma_{y_{y=\frac{h}{2}}} \cdot x \cdot dx = 0 \quad \text{Glg. 2.59}$$

Für den geneigten oberen Rand müssen wie beim unteren Rand die Normalspannung und die Schubspannung gegen 0 gehen. Die Spannungsgleichungen werden deshalb wie beim gekrümmten Satteldachträger in ein nach der Bauteiloberkante ausgerichtetes Koordinatensystem umgerechnet.[2]

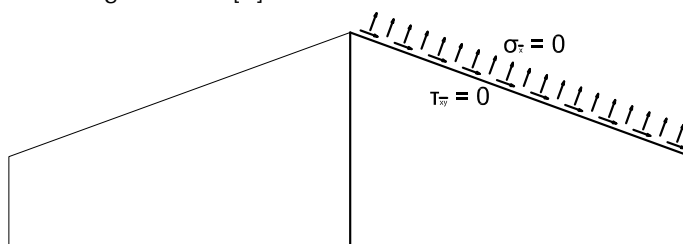


Abb. 2.11 Randbedingungen am geneigten oberen Rand

Diese Bedingungen können jedoch mit einer begrenzten Anzahl an Reihengliedern nicht vollständig erfüllt werden. Deshalb wird die Methode der kleinsten Quadrate wie folgt angewandt:

$$K = \int_0^l (\sigma_x^2 + \tau_{xy}^2) \frac{dx}{\cos(\gamma)} \quad \text{Glg. 2.60}$$

wobei  $K$  minimal werden soll. Daraus erhält man  $1 + 4j$  weitere Gleichungen. Anzumerken ist, dass das oben angeführte Integral wegen seiner Komplexität nicht ausformuliert, sondern numerisch in Teilschritten gelöst und aufsummiert wird.

$$\frac{\partial K}{\partial A_0} = \frac{\partial K}{\partial A_{ik}} = 0 \quad \text{Glg. 2.61}$$

Nun wird analog zum gekrümmten Satteldachträger das Gleichungssystem nach dem Lagrange'schen Multiplikationsprinzip aufgestellt. Dazu stehen  $4 + 2j$  Nebenbedingungen und  $1 + 4j$  Extremalbedingungen zur Verfügung. Blumer empfiehlt, bei kleinem Winkel  $\gamma$  als zusätzliche Nebenbedingungen die Spannungen im Firstpunkt  $= 0$  zu setzen.

Anschließend werden die erhaltenen Werte  $A_0$  und  $A_{ik}$  verwendet, um die Spannungen zu ermitteln. Dieses Berechnungsverfahren führt jedoch bei bestimmten Konstellationen von Eingangswerten genau wie beim gekrümmten Satteldachträger zu Problemen bei der Auflösung des Gleichungssystems.





## 3 Durchführung der Parameterstudie

In diesem Kapitel soll die durchgeführte Parameterstudie in allen Einzelheiten erläutert werden. Zunächst wurde nur eine Studie gemäß Blumers Einschränkungen angesetzt, um einen Vergleich zwischen Blumer [2], Eurocode [1] und FEM-Simulationen zu haben. Später im Laufe der Studie wurden jedoch einige Mängel dieses Berechnungsszenarios offenkundig, weshalb die Studie erweitert und angepasst wurde.

Die in Kapitel 2 bereits erwähnte Fehlerauffindung bzw. -korrektur von Blumers [2] Originalfassung wurde per Handrechnung und mit den Mathematikprogrammen Octave [4] und Mathematica [5] durchgeführt, während die Blumer-Spannungsverläufe für die Parameterstudie sämtlich mit Octave [4] berechnet wurden. Außerdem stand für die Berechnungen das 3D-FEM-Computerprogramm RFEM Version 4.06 [3] zur Verfügung.

### 3.1 Octave

Die Arbeitsweise der programmierten Octave-Dateien hält sich strikt an die Vorgaben in Blumers Originaldissertation (mit bereits erwähnten Korrekturen).

Wie bereits erwähnt, mussten die durch Blumers Rechnung erhaltenen Ergebnisse mehrfach berechnet und manuell verglichen und überprüft werden. Zu diesem Zweck wurde derselbe Träger immer viermal berechnet und gefordert, dass mindestens dreimal im Wesentlichen das selbe Ergebnis geliefert wird. D.h. es wurden minimale Abweichungen toleriert und maximal ein Ausreißer von vier Berechnungen geduldet. Bei zwei oder mehr Ausreißern wurde die gesamte Berechnung verworfen.

Um diese Vorgehensweise zu verdeutlichen sind anschließend zwei Beispielplots aus Octave dargestellt. In jedem sind vier Linien eingezeichnet, wobei der linke Plot die Biegespannungen im Firstquerschnitt eines gekrümmten Satteldachträgers darstellt und der rechte die Querspannungen des selben Trägers. Der Spannungsanstieg am Firstpunkt ist eine direkte Folge des Näherungsverfahrens, das in Kapitel 2 erläutert wurde und nicht weiter zu beachten. Eine der vier Linien weicht wesentlich von den anderen dreien ab und wird als Ausreißer nicht weiter verwendet. Von den anderen Linien wird der Mittelwert gebildet und in die Ergebnisliste aufgenommen.

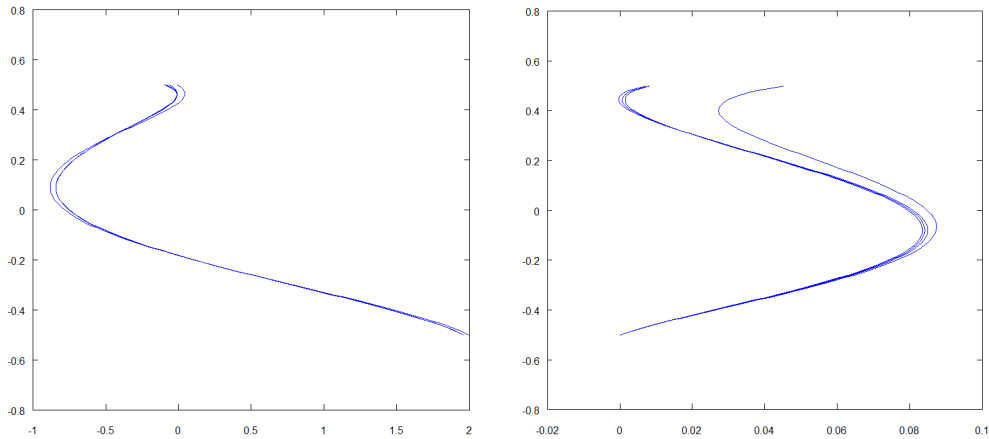


Abb. 3.1 Beispielplots mit einem Ausreißer

Daraus ergaben sich in den Ergebnistabellen (siehe Anhang) gewisse Bereiche bei den Satteldachträgern, die unausgefüllt blieben, da keine zufriedenstellende Lösung gefunden werden konnte. Es ist, wie gesagt, nicht bekannt, ob und wie Blumer [2] dieses Problem lösen konnte, da es aus seiner Arbeit nicht hervorgeht.

Es wurde ebenfalls versucht, die Querschnittsfläche mit Blumers Methode zu ermitteln. Dies ist jedoch gescheitert, da sich die Streuungen als zu groß und die Unregelmäßigkeiten als zu gravierend erwiesen und dadurch keine brauchbare Auswertung vorgenommen werden konnte. In der Folge wurden die Berechnungen auf die Maximalspannungen beschränkt, was auch der ursprünglich vorgesehenen Funktion der Methode entspricht.

## 3. 2 RFEM Einstellungen

Die Berechnungen mittels RFEM [3] wurde zweidimensional als orthogonale Platte durchgeführt, weil von einer dreidimensionalen Auswertung der behandelten Problematik keine zusätzlichen Ergebnisse oder Erkenntnisse zu erwarten sind. Darüber hinaus übersteigt ein dreidimensionaler orthotroper Rahmen die Möglichkeiten des Programms.

Als Einheiten werden in allen RFEM [3] Berechnungen kN und Meter verwendet. Die Bauteiltiefe wird mit 1,0 m fixiert, womit die dritte Dimension sozusagen aus allen Gleichungen genommen wird.

Als Materialmodell scheiden die Einstellungen „Isotrop“, „Diagramm“ und „Plastisch“ aus, da sie keine Möglichkeit bieten, die Faserrichtung des Holzes und die daraus folgende Anisotropie zu berücksichtigen. Es wurde „Orthotrop - Extra“ gewählt, da dieses im Gegensatz zum Modell „Orthotrop“ zwei Querdehnungszahlen in den verschiedenen Richtungen unterscheidet, was den ursprünglichen Annahmen Blumers [2] entspricht.

Die Spannungen wurden stets in einem rechtwinkligen Raster ausgelesen, dessen Feinheit der des FE-Netzes entsprach.

Wie bereits in Kapitel 2 erwähnt, werden die Materialkennwerte wie folgt von Blumer übernommen, wobei die Größe der Steifigkeiten keine Rolle spielt, sondern nur das Verhältnis zwischen ihnen:

$$E_x = 1050 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$
$$E_y = 29,17 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$
$$G_{xy} = 47,53 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$
$$\mu_x = 0,30$$

### 3.3 Polarorthotrope Kreisbogenscheibe

#### 3.3.1 Belastung

Als Belastung setzt Blumer ein Moment an, ohne eine bestimmte Spannungsverteilung im Endquerschnitt zu definieren. Diese ergibt sich erst am Ende der Berechnung. Für die Berechnung mittels R-FEM [3] wurde deshalb eine lineare Spannungsverteilung am Trägerende angenommen und mittels Linienlast parallel zur Faser aufgebracht.

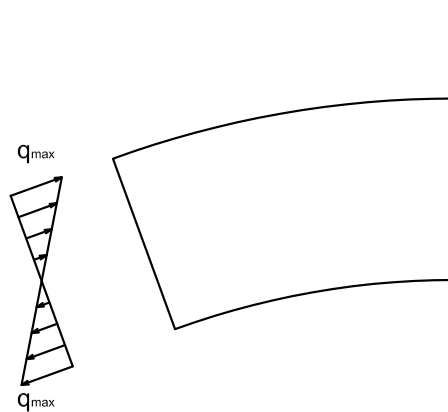


Abb. 3.2 Momentenbelastung am Trägerende

Da sämtliche Formeln so ausgelegt sind, dass sie das Verhältnis von tatsächlicher Spannung zu  $M/W$  liefern, wird die Größe des Moments (bzw. der Linienlast  $q$ ) so gewählt, dass das Moment im Firstquerschnitt exakt dem Widerstandsmoment ( $b \cdot h^2/6$ ) entspricht. D.h. die ausgewerteten Höchstspannungen entsprechen direkt den Faktoren, die die Formeln liefern.

$$M = q_{\max} \cdot \frac{h_{\text{end}}}{2} \cdot \frac{2h_{\text{end}}}{3} = q_{\max} \cdot \frac{h_{\text{end}}^2}{6} \quad \text{Glg. 3.1}$$

$$W = \frac{b \cdot h_{\text{ap}}^2}{6} \quad \text{Glg. 3.2}$$

$$\frac{M}{W_{\text{ap}}} = 1,0 \rightarrow q_{\max} = \left( \frac{h_{\text{ap}}}{h_{\text{end}}} \right)^2 \quad \text{Glg. 3.3}$$

Im Fall der polarorthotropen Kreisbogenscheibe ist der Trägerquerschnitt konstant. Deshalb kann die Linienlast so angesetzt werden, dass die Maximalwerte am oberen und unteren Rand genau  $+1,0$  bzw.  $-1,0$  kN/m betragen.

### 3.3.2 Parameter

Betrachtet man die Spannungsberechnungsformeln gemäß Blumer [2] und Eurocode [1], so fällt schnell auf, dass darin kein Öffnungswinkel  $\delta$  und keine Laufvariable  $\varphi$  zu finden ist. D.h. der Spannungszustand ist theoretisch von der Spannweite und vom betrachteten Querschnitt vollkommen unabhängig und ausschließlich abhängig vom Moment und von der Krümmung (siehe auch Kapitel 2).

Dies wurde in der Folge mit R-FEM [3] ausgetestet und bestätigt. Tatsächlich liefert jede Berechnung mit gleicher Krümmung nahezu den selben Spannungsverlauf über die gesamte Trägerlänge. Nur an den Trägerenden befinden sich Störungszonen, welche durch die oben erwähnte Art der Momentenaufbringung bedingt ist.



Abb. 3.3 Spannungsverteilung polarorthotrope Kreisbogenscheibe

Daher wird die polarorthotrope Kreisbogenscheibe nur eindimensional im Firstquerschnitt ausgewertet und die Krümmung ist als einziger Parameter in der Studie zu variieren. Es muss dabei darauf geachtet werden, dass der Abstand zwischen Firstquerschnitt und Endquerschnitt groß genug ist, sodass die erwähnte Störungzone keinen Einfluss hat.

Als Folge daraus simuliert die Auswertung einen theoretisch unendlich langen gekrümmten Träger als „Worst-Case-Scenario“.

Entsprechend Blumers Einschränkungen für seine Näherungsformel wird der Kehrwert der Krümmung begrenzt mit 2,0.

$$\beta = \frac{r_m}{h} \geq 2,0 \quad \text{Glg. 3.4}$$

Daher wird eine Bandbreite für  $r/h$  von 2,0 bis 100,0 betrachtet.



Abb. 3.4 Parameterbandbreite polarorthotrope Kreisbogenscheibe

### 3.3.3 FE-Netz

Zunächst wurde der Krümmungsradius  $r_m$  konstant auf 1,0 m gehalten und die Trägerhöhe variiert. Die Elementgröße wurde je nach Trägerhöhe angepasst. Bei geringer werdender Krümmung musste aber der Radius auf 10,0 m angehoben werden, da das Computerprogramm keine ausreichend kleinen Elementgrößen zulässt. Die Ergebnisse werden dadurch nicht beeinflusst. So wurden die Eingangswerte für die Parameterstudie wie folgt festgesetzt:

	$r_m$ [m]	$h_{ap}$ [m]	Elementgröße [m]
$r_m/h_{ap}$	2,0	1,0	0,500
	2,5	1,0	0,400
	5,0	1,0	0,200
	7,5	1,0	0,133
	10,0	1,0	0,100
	15,0	1,0	0,067
	20,0	1,0	0,050
	25,0	10,0	0,400
	30,0	10,0	0,333
	40,0	10,0	0,250
	50,0	10,0	0,200
	75,0	10,0	0,133
	100,0	10,0	0,100

Tab. 3.1 Parameterraster und Elementgrößen

## 3. 4 Gekrümmter Satteldachträger

### 3. 4. 1 Belastung

Genau wie zuvor wird ein linearer Spannungsverlauf am Bauteilende angenommen und als Linienlast aufgebracht. Aber anders als bei der polarorthotropen Kreisbogenscheibe muss nun für jede Berechnung vorher die Höhe der Linienlast ermittelt werden, damit das dadurch erzeugte Moment genau dem Widerstandsmoment im Firstquerschnitt entspricht. Dies wird folgendermaßen bewerkstelligt:

$$h_{\text{end}} = \left( r_m + \frac{h_{\text{ap}}}{2} \right) \cdot \cos \gamma - r_m + \frac{h_{\text{ap}}}{2} \quad \text{Glg. 3.5}$$

$$M = q_{\text{max}} \cdot \frac{h_{\text{end}}^2}{6} \quad \text{Glg. 3.6}$$

$$W_{\text{ap}} = \frac{b \cdot h_{\text{ap}}^2}{6} \quad \text{Glg. 3.7}$$

$$q_{\text{max}} = \left( \frac{h_{\text{ap}}}{h_{\text{end}}} \right)^2 \quad \text{Glg. 3.8}$$

### 3. 4. 2 Parameter

Beim gekrümmten Satteldachträger wird die Form des Trägers durch drei Parameter bestimmt. Diese sind die Krümmung  $h_{\text{ap}}/r_m$ , der Firstanschnittwinkel  $\gamma$ , und der Winkel  $\nu$  der anschließend erklärt werden soll.

Für Krümmung und Firstanschnittwinkel wurde ein Raster festgesetzt und wie folgt variiert:

$$2,0 \leq \frac{r_m}{h_{\text{ap}}} \leq 50,0 \quad \text{und} \quad 2,5^\circ \leq \gamma \leq 30^\circ$$

Anzumerken ist, dass dieses Spektrum geringfügig über die von Blumer festgelegte Gültigkeit seiner Näherungsformeln hinausragt, welche

$$\frac{r}{h} \geq 2,5 \quad \text{und} \quad \gamma \leq 25^\circ$$

vorschreibt.

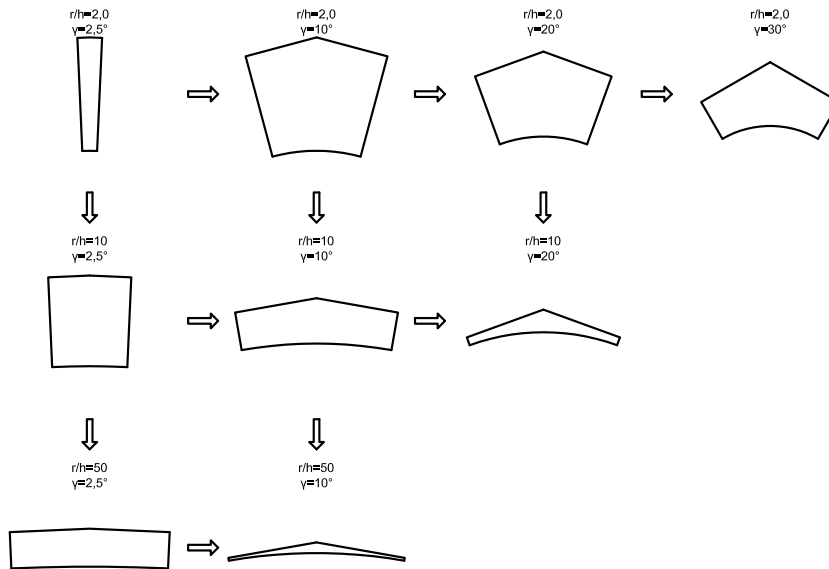
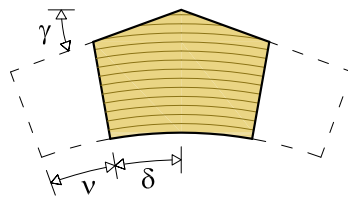


Abb. 3.5 Parameterbandbreite gekrümmter Satteldachträger

Blumer [2] räumt in seinen Berechnungen, wie in Kapitel 2 gezeigt, die Möglichkeit ein, das Bauteil nicht soweit auszuführen, dass die obere Bauteilkante parallel zur Faser am Bauteilende steht, sondern es rechtwinklig zur Faser abzuschneiden, sodass ein Winkel  $\nu$  zwischen Faserrichtung am Endquerschnitt und Bauteiloberkante entsteht.


 Abb. 3.6 Bauteileingrenzungswinkel  $\nu$ 

Jedoch wird in den von Blumer erstellten Näherungsformeln und in der Folge auch in den Eurocode-Formeln dieser Winkel nicht berücksichtigt, sondern lediglich der Firstanschnittwinkel  $\gamma$  und die Krümmung  $h_{ap}/r_m$ . Demnach hat dieser Winkel  $\nu$  keinerlei Einfluß auf die Höhe der Maximalspannungen. Deshalb wurde vorab eine Studie geringeren Ausmaßes durchgeführt, um zu überprüfen, ob dies tatsächlich der Fall ist.

Hierbei wurde ein Träger mehrmals mit unterschiedlichem Winkel  $\nu$  und ansonsten gleichbleibenden Formparametern sowohl mit RFEM als auch mit Octave durchgerech-



net. Die Höhe der Linienlasten an den Endquerschnitten wurden ebenfalls für jeden Träger einzeln berechnet und angepasst, sodass das aufgebrachte Moment immer dem Widerstandsmoment im Firstquerschnitt entspricht. (siehe auch 3.3.1)

$$h_{\text{end}} = \left( r_m + \frac{h_{\text{ap}}}{2} \right) \cdot \frac{\cos(\delta + \nu)}{\cos \nu} - r_m + \frac{h_{\text{ap}}}{2} \quad \text{Glg. 3.9}$$

$$q_{\text{max}} = \left( \frac{h_{\text{ap}}}{h_{\text{end}}} \right)^2 \quad \text{Glg. 3.10}$$

Für diese Studie wurde ein Träger mit  $r/h=10$  und  $\gamma=20^\circ$  verwendet. Der Winkel  $\nu$  wurde von  $0^\circ$  bis  $10^\circ$  variiert.

Wie die nachfolgende Grafik zeigt, hat eine Veränderung des Winkels  $\nu$  nur minimalen Einfluss auf die Maximalspannungen im Firstquerschnitt. Die Differenz zwischen höchstem und niedrigstem Ergebnis beträgt bei der Querkzugspannung 2,2% und bei der Biegespannung 2,6%.

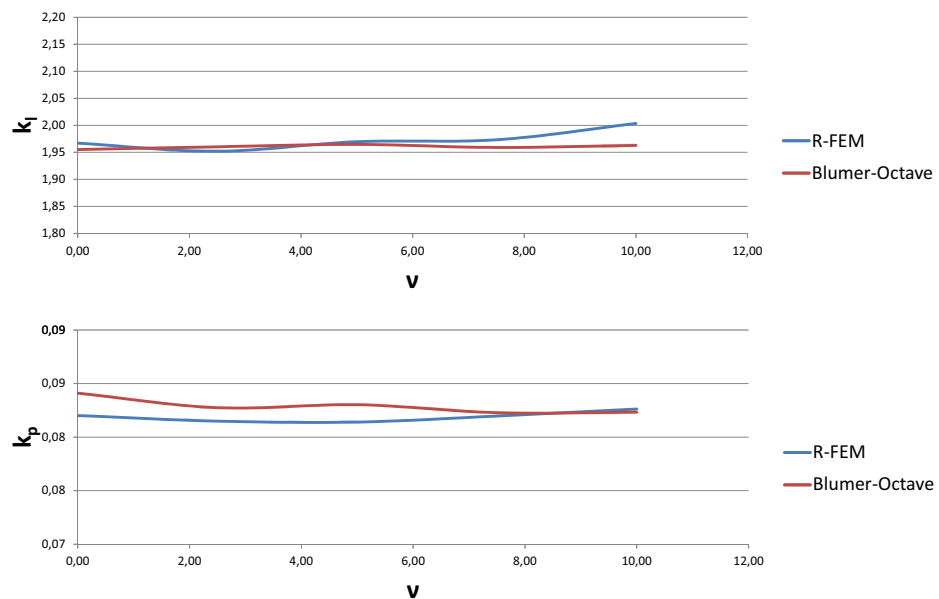


Abb. 3.7 Einfluss von  $\nu$  auf Maximalspannungen

Deshalb wurde dieser Parameter auch aus der Studie genommen und für alle weiteren Berechnungen  $\nu = 0$  gesetzt.

### 3. 4. 3 Bauteilform und FE-Netz

Der Krümmungsradius  $r_m$  wird konstant auf 10,0 m gehalten, während die Trägerhöhe  $h_{op}$  und der Öffnungs- bzw. Firstanschnittwinkel variiert werden. Dadurch ergeben sich sehr unterschiedliche Größenordnungen bei der Bauteilfläche und somit auch beim Querschnittsvolumen. Daher sei bei der Betrachtung der Auswertungen dieses Wertes immer der Vergleich zwischen Eurocode [1] und RFEM [3] zu beachten.

Die Lösung nach Blumer [2] berechnet ausschließlich den in Abb. 2.4 **dargestellten gekrümmten Bauteil**. Eine Weiterführung des Trägers, wie es in der Praxis zumeist der Fall ist, findet keine Berücksichtigung.

Nun wurde in einem ersten Durchlauf der Parameterstudie ebenfalls nur das gekrümmte Bauteil simuliert und die Ergebnisse laut RFEM stimmten sehr gut mit denen von Blumer und Eurocode überein (siehe Auswertung). Aber bei Vergleichsrechnungen mit angebauten geraden Trägerteilen wurde schnell klar, dass diese nicht unbeachtet bleiben dürfen. Deshalb wurden an die Enden von allen gekrümmten Satteldachträgern Rechtecke angeschlossen und die Parameterstudie wiederholt. Diese Rechtecke besitzen die selben Materialeigenschaften, sie folgen jedoch keinem polaren Koordinatensystem, sondern einem karthesischen nach der Unterkante ausgerichteteten.

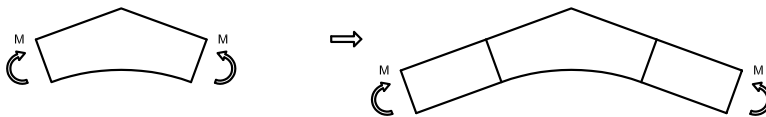


Abb. 3.8 Bauteilverlängerungen

Für diese Rechtecke wurde ein Längen/Höhen-Verhältnis von 2,0 fixiert, weil durch Tests gezeigt wurde, dass eine weitere Erhöhung der Länge keine nennenswerte Veränderung des Spannungszustands im gekrümmten Bauteil mit sich bringt.

Die Feinheit des FE-Netzes musste wegen der bereits erwähnten unterschiedlichen Bauteilflächen wie beim gekrümmten Träger abgestuft werden, um die Berechnungsdauer zu beschränken und trotzdem ausreichend genaue Ergebnisse zu erhalten. Der Parameterraster und die Elementgrößen wurden wie folgt festgesetzt:

		Elementgrößen [m]								
		$\gamma [^\circ]$								
		2,5	5	7,5	10	12,5	15	20	25	30
$r_m/h_{ap}$	2,00	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100
	3,00	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100
	5,00	0,050	0,050	0,050	0,050	0,050	0,050	0,050	0,050	0,050
	10,00	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020
	15,00	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020
	25,00	0,010	0,010	0,010	0,010	0,010	0,010	0,010	0,010	0,010
50,00	0,010	0,010	0,010	0,010	0,010	0,010	0,010	0,010	0,010	

Tab. 3.2 Parameterraster und Elementgrößen

Außerdem ergaben sich sowohl am First von gekrümmten als auch von geraden Satteldachträgern Spannungsspitzen, die die Ergebnisse beeinträchtigten. Diese wurden durch eine kreisförmige Netzverfeinerung weitestgehend unterbunden. Der Radius des Verfeinerungsbereichs beträgt die halbe Firstquerschnittshöhe und die Abmessungen der Elemente werden kontinuierlich vom Rand bis zum Zentrum auf ein Zehntel der ursprünglichen Größe reduziert.

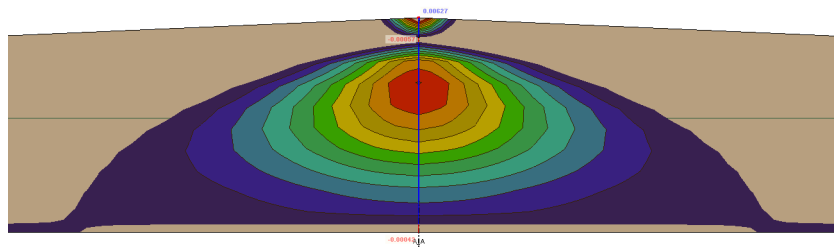


Abb. 3.9 Spannungsspitzen im Firstbereich ohne Netzverfeinerung

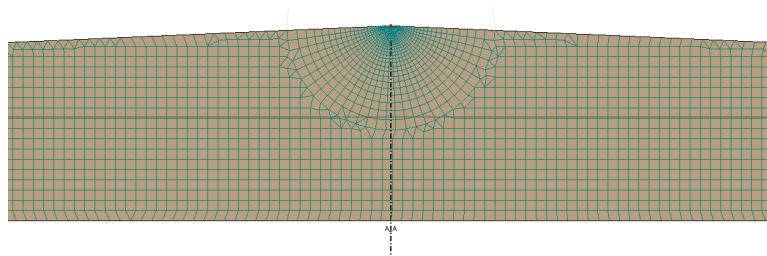


Abb. 3.10 Beispiel Netzverfeinerung

## 3.5 Gerader Satteldachträger

### 3.5.1 Belastung

Diesem Thema kommt in dieser Masterarbeit eine sehr wichtige Rolle zu, denn während bei der polarorthotropen Kreisbogenscheibe und dem gekrümmten Satteldachträger ein Moment am Bauteilende durchaus ein realistisches Belastungsszenario darstellt, ist es beim geraden Satteldachträger nicht praxisüblich. Schließlich werden bei den gekrümmten Bauteilen in aller Regel gerade Bauteilfortsätze angeschlossen, während der gerade Satteldachträger stets das einzige Trägerbauteil bleibt.

Aus diesem Grund wurden in dieser Studie einerseits das Momentenszenario wie beim gekrümmten Satteldachträger, andererseits eine Reihe von realitätsnäheren Belastungsszenarios verwendet. Dabei wurde davon ausgegangen, dass es sich um einen Einfeldträger handelt, und dass eine gleichmäßige, symmetrische Lastverteilung mit Einleitung an der Trägeroberseite vorliegt.

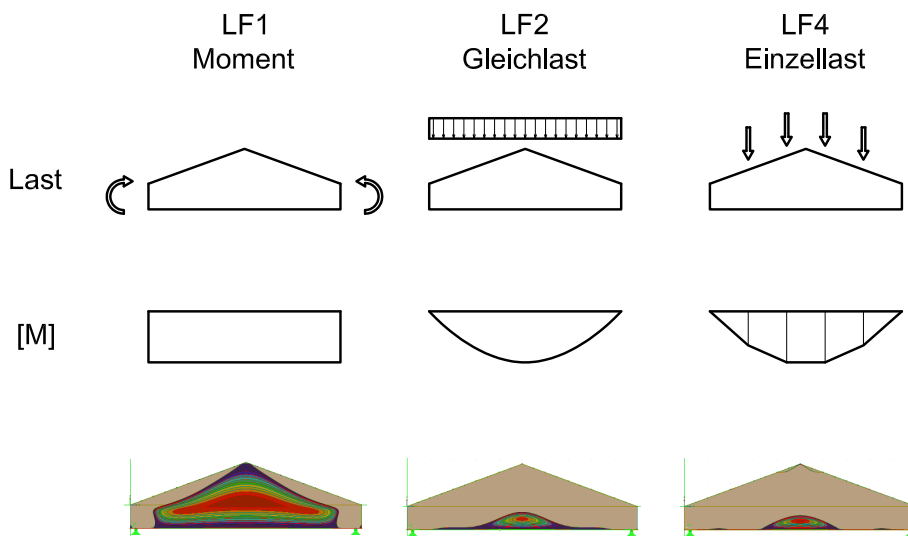


Abb. 3.11 schematische Darstellung der Belastungsformen Moment, Gleichlast und Einzellast

Die Höhe der Linienlasten zur Einleitung der Momente wurde wie folgt berechnet:

$$q_{\max} = \left( \frac{h_{\text{end}} + \frac{L}{2} \cdot \tan \gamma}{h_{\text{end}}} \right)^2 \quad \text{Glg. 3.11}$$

Für die alternativen Lastfälle wurde zunächst eine konstante Gleichlast über die gesamte Trägerlänge herangezogen. Des Weiteren wurde erwägt, dass bei den meisten geraden

Satteldachträgern die Hauptlast durch Pfetten eingeleitet wird und somit eine Belastung durch Einzellasten angebracht wäre. Deshalb wurden drei weitere Lastfälle mit Einzellasten eingeführt. Der erste simuliert 10 Einzellasten, die mit konstantem Abstand ( $L/10$ ) über die gesamte Trägerlänge symmetrisch verteilt sind. Der zweite Lastfall beinhaltet 4 Einzellasten mit einem konstanten Abstand von  $L/5$  und soll den Einfluss von größer werdenden Pfettenabständen verdeutlichen. Der dritte und letzte Lastfall simuliert 5 Pfetten mit Abstand  $L/5$ , wobei eine davon am First liegt. Aus diesem Lastfall sind zwar nicht die höchsten Maximalspannungen zu erwarten, aber er soll den Einfluss einer Firstpfette auf das Tragverhalten verdeutlichen.

Sämtliche Lasten sind wiederum so bemessen, dass das Moment in Trägermitte dem Firstwiderstandsmoment entspricht.

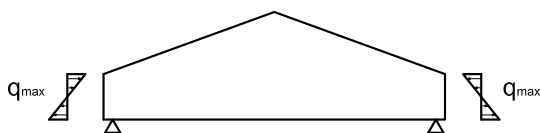


Abb. 3.12 Lastfall 1: Moment

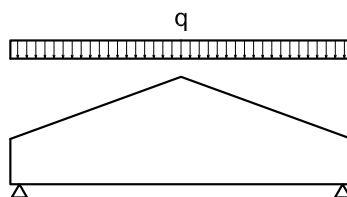


Abb. 3.13 Lastfall 2: Gleichlast

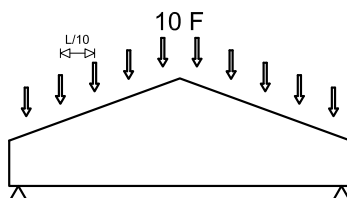


Abb. 3.14 Lastfall 3: 10 Einzellasten

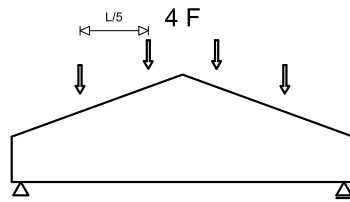


Abb. 3.15 Lastfall 4: 4 Einzellasten

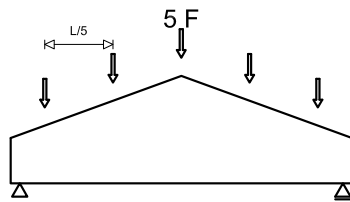


Abb. 3.16 Lastfall 5: 5 Einzellasten

### 3. 5. 2 Parameter

Obwohl laut den vorliegenden Formeln die Trägerhöhe am Endquerschnitt  $h_{\text{end}}$  keine Rolle spielt, wurde sie dennoch in die Parameterstudie aufgenommen, da sie bei den neu eingeführten Belastungsszenarien mit Sicherheit einen erheblichen Einfluss hat, welcher für diese Arbeit von großem Interesse ist.

Daher wurde ein Raster für die beiden Parameter  $\gamma$  und  $h_{\text{end}}$  festgesetzt und wie folgt begrenzt:

$$\frac{L}{40} \leq h_{\text{end}} \leq \frac{L}{5} \quad \text{und} \quad 2,5^\circ \leq \gamma \leq 25^\circ$$

Dies entspricht auch den Beschränkungen laut Blumer.

### 3. 5. 3 Bauteilform und FE-Netz

Die Trägerlänge wurde mit 10,0 m fixiert, wobei dies jedoch nicht der Spannweite entspricht. In der ursprünglichen Berechnung wurden die Auflager an den Bauteilenden definiert. Bei Lastfall 1 ist die Auflagersituation belanglos, solange das Bauteil äußerlich statisch bestimmt ist, da die Belastungen sich gegenseitig aufheben und die Auflagerreaktionen immer  $=0$  werden. Jedoch riefen im ersten Rechengang die Ecklager bei Lastfall 2 bis 5 Singularitäten hervor, welche wiederum die Spannungsverläufe bis hin zum Firstquerschnitt beeinträchtigten. Dieser inakzeptable Zustand wurde behoben, indem die Auflager um 0,25 m nach innen verschoben wurden. Sämtliche Belastungen wurden in der Folge neu berechnet und korrigiert.

Es wurde ebenfalls erwogen, das oben genannte Problem durch Linienlager zu lösen. Jedoch wäre eine steife Linienlagerung fatal, da sie quasi einer Einspannung gleichen würde, wie der unten dargestellte Verformungsumriss verdeutlichen soll.

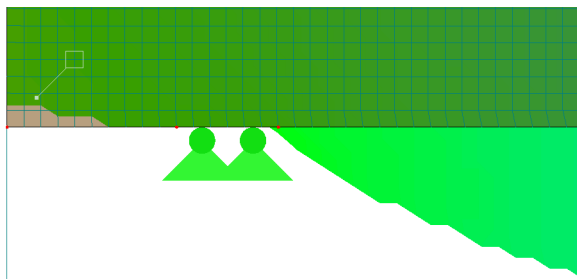


Abb. 3.17 Verformung bei steifem Linienlager

Deshalb käme höchstens eine gefederte Linienlagerung in Frage. Dies wurde allerdings ebenfalls schnell verworfen, da dies eine exakte Bestimmung der Spannweite für die Lastermittlung nahezu unmöglich machen würde. Außerdem würde es nur einen sehr geringen Nutzen mit sich bringen und darüber hinaus die Frage der richtigen Lagersteifigkeit aufwerfen.

Da die Bauteilfläche in diesem Fall nicht so stark streut wie bei den gekrümmten Bauteilen, kann die Elementgröße konstant mit 0,025 m angenommen werden. So ergibt sich folgender Auswertungsraster:

		Elementgrößen [m]					
		$\gamma$ [°]					
		2,5	5	10	15	20	25
$h_{\text{end}}$ [m]	0,25	0,025	0,025	0,025	0,025	0,025	0,025
	0,50	0,025	0,025	0,025	0,025	0,025	0,025
	0,75	0,025	0,025	0,025	0,025	0,025	0,025
	1,00	0,025	0,025	0,025	0,025	0,025	0,025
	1,50	0,025	0,025	0,025	0,025	0,025	0,025
	2,00	0,025	0,025	0,025	0,025	0,025	0,025

Tab. 3.3 Parameterraster und Elementgrößen

Die beim gekrümmten Satteldachträger durchgeführte Netzverfeinerung am First musste auch hier angebracht werden. Allerdings war dies hier nur bei Trägern mit geringem Firstanschnittwinkel notwendig. Es wurde ein Verfeinerungsradius von 0,25 m verwendet.

### 3. 6 Einfluss von Materialeigenschaften

Wie aus Kapitel 2 ersichtlich, gründen sich sämtliche Formeln von Blumer [2] und Eurocode [1] auf einer einzigen Kombination von Materialeigenschaften, die von Blumer angenommen wurde. Die verschiedenen Güteklassen und Steifigkeitsverhältnisse die heute üblich sind bleiben unberücksichtigt.

Fraglich ist, wie groß der Einfluss der Materialeigenschaften auf die Berechnungsformeln und die Ergebnisse ist. Deshalb wurde zusätzlich zur bereits erläuterten Parameterstudie eine Variation der Materialeigenschaften durchgeführt mit dem Ziel, einen Überblick über das Ausmaß und die Streuung der materialbedingten Abweichungen zu bekommen.

Es wurden die folgenden 4 Träger (je ein Träger pro Bauteilart und ein gerader SDT mit Gleichlast) aus der Parameterstudie ausgewählt und wie zuvor mit veränderten Materialeigenschaften berechnet:

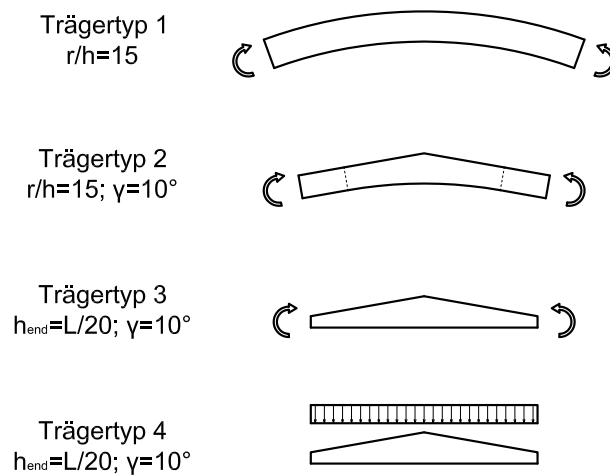


Abb. 3.18 Betrachtete Träger bei Materialvariation

Was die verschiedenen Materialeigenschaften betrifft wurden die folgenden Holzsorten in betracht gezogen:



Holzklasse	E-Modul [N/mm <sup>2</sup> ]	E <sub>90</sub> -Modul [N/mm <sup>2</sup> ]	G-Modul [N/mm <sup>2</sup> ]	s [-]	k [-]
C16	8000	270	500	5,44	4,00
C24	11000	370	690	5,45	3,99
C30	12000	400	750	5,48	4,00
C35	13000	430	810	5,50	4,01
C40	14000	470	880	5,46	3,99
D30	10000	640	600	3,95	4,08
D40	11000	750	700	3,83	3,96
D50	13000	930	880	3,74	3,84
GL24h	11600	390	720	5,45	4,01
GL28h	12600	420	780	5,48	4,02
GL32h	13700	460	850	5,46	4,01
GL36h	14700	490	910	5,48	4,02
GL24c	11600	320	590	6,02	4,43
GL28c	12600	390	720	5,68	4,18
GL32c	13700	420	780	5,71	4,19
GL36c	14700	460	850	5,65	4,16
Blumer	-	-	-	6,00	4,70

Tab. 3.4 Betrachtete Holzklassen

Dieser Umfang wurde jedoch noch reduziert, da es für eine Übersicht ausreichend ist, die Grenzwerte abzutasten, anstatt jede Holzklasse gesondert zu berechnen. Die Nadelholzgruppe (C) wurde komplett weggelassen, da sich die Werte für s und k kaum von denen der GLh-Gruppe unterscheiden und eine Berechnung somit auch die selben Ergebnisse liefern muss.

Von den anderen Gruppen wurde jeweils die niedrigste und höchste Güteklasse verwendet. Hier ist anzumerken, dass bei den kombinierten Brettschichtholzarten (GLc) keine unterschiedlichen Steifigkeiten in den verschiedenen Zonen des einzelnen Trägers berücksichtigt wurden, sondern alle Träger als homogene Scheiben modelliert wurden.

Außerdem wurden die bereits vorhandenen Ergebnisse gemäß Blumers Materialannahmen als Referenz mit in die Auswertung aufgenommen. Anschließend wurden alle Werte ins Verhältnis zum Ergebnis nach Blumer gesetzt. Dadurch ergaben sich die jeweiligen Steigerungen/Abminderungen auf Grund der veränderten Materialeigenschaften in Prozentwerten wobei Blumers Annahme als Referenz immer 100% ergeben muss.



## 4 Auswertung und Analyse

Dieser Abschnitt soll der Analyse und Diskussion der, durch die in Kapitel 3 erläuterte Parameterstudie, erhaltenen Ergebnisse dienen. Es werden sowohl die verschiedenen Berechnungsmethoden der Maximalspannungen, als auch die Auswertungen für  $k_{vol}$  und  $k_{dis}$  genau betrachtet und verglichen. In der Folge sollen zum bestehenden Berechnungssystem gemäß Eurocode Aussagen bezüglich der Gültigkeit getätigt werden.

In diesem Kapitel werden lediglich Auszüge aus den Berechnungsergebnissen dargestellt, um die Erkenntnisse und Schlussfolgerungen zu verdeutlichen. Die vollständigen Ergebnistabellen und -grafiken sind dem Anhang zu entnehmen.

Zur Auswertung mit RFEM wurde ein quadratischer Raster über jedes Bauteil gelegt und dieser abgetastet. Die Feinheit dieses Rasters richtete sich nach der jeweiligen Elementgrößeneinstellung. Dadurch wurde sichergestellt, dass jede Auswertung mehrere tausend Auswertungspunkte verwendet und eine ausreichende Auflösung gegeben ist. Um das Querszugvolumen und  $k_{dis}$  berechnen zu können, wurden anschließend alle Punkte mit Querspannung kleiner  $5 \cdot 10^{-6} M/W_{ap}$  (Quersdruckspannungsbereich) gelöscht. Dieser Wert ergibt sich aus der Begrenzung der Nachkommastellen beim Datenexport aus RFEM [3]. Folglich sind in der Ergebnistabelle alle Werte größergleich  $5 \cdot 10^{-6} M/W_{ap}$  als Zugspannungen zu erkennen. Außerdem wurden alle Punkte mit Querspannungen größergleich der manuell abgelesenen Maximalspannung (Spannungsspitzen bei Ecken und Einzelkräften) aus der Auswertung gelöscht. Diese haben zwar nur einen geringen Einfluss auf das ermittelte Volumen, aber durch ein verändertes  $\sigma_{max}$  ergaben sich vor dieser Korrektur maßgebliche Fehler bei der Berechnung von  $k_{dis}$ .

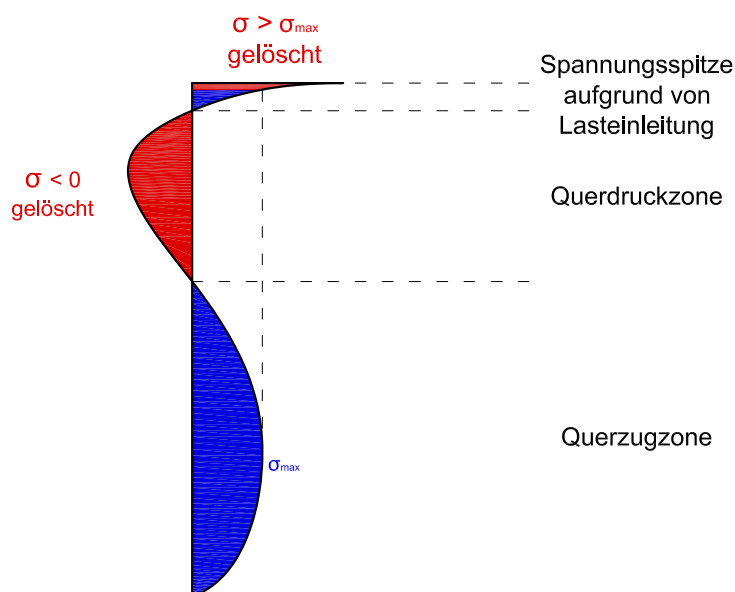


Abb. 4.1 Schematische Darstellung gelöschte Trägerbereiche

Die  $k_{dis}$ -Berechnung erfolgte dann unter Verwendung der in Kapitel 2 angeführten Formel:

$$k_{dis} = \frac{\sigma_{max}}{\left( \frac{1}{V} \cdot \int_V \sigma(x, y, z)^{k_{wei}} \cdot dV \right)^{\frac{1}{k_{wei}}}} \quad \text{Glg. 4.1}$$

Zur Festlegung des Weibullfaktor  $k_{wei}$  wurde die Diplomarbeit von Herrn A. Stuefer vom Juni 2011 [6] herangezogen. Diese beschäftigt sich ausführlich mit den Versagensmechanismen und -ursachen bei BSH-Lamellen unter Querkzug. Gemäß Stuefers Ergebnissen wurde für alle Berechnungen ein Weibullfaktor von 4,55 angenommen.

## 4. 1 Polarorthotrope Kreisbogenscheibe

### 4. 1. 1 Maximalspannungen $k_f$ und $k_p$

Für die polarorthotrope Kreisbogenscheibe ergaben sich nur minimale Abweichungen zwischen den unterschiedlichen Berechnungsmethoden der Maximalspannungen. Sowohl die Berechnung nach Blumer als auch die FEM-Simulationen bestätigten die Ergebnisse der Näherungsformel.

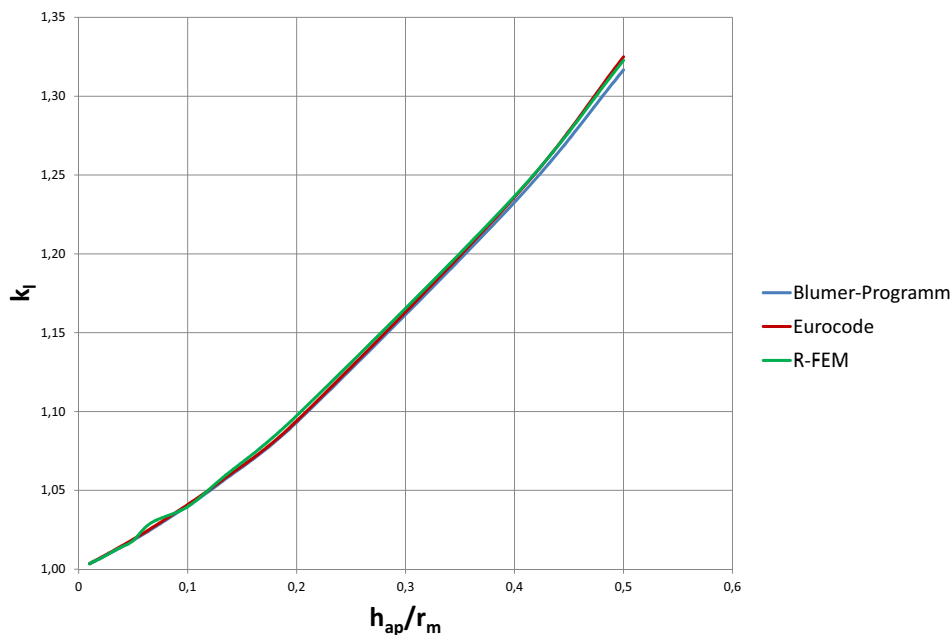


Abb. 4.2 maximale faserparallele Spannungen bei gekrümmten Trägern

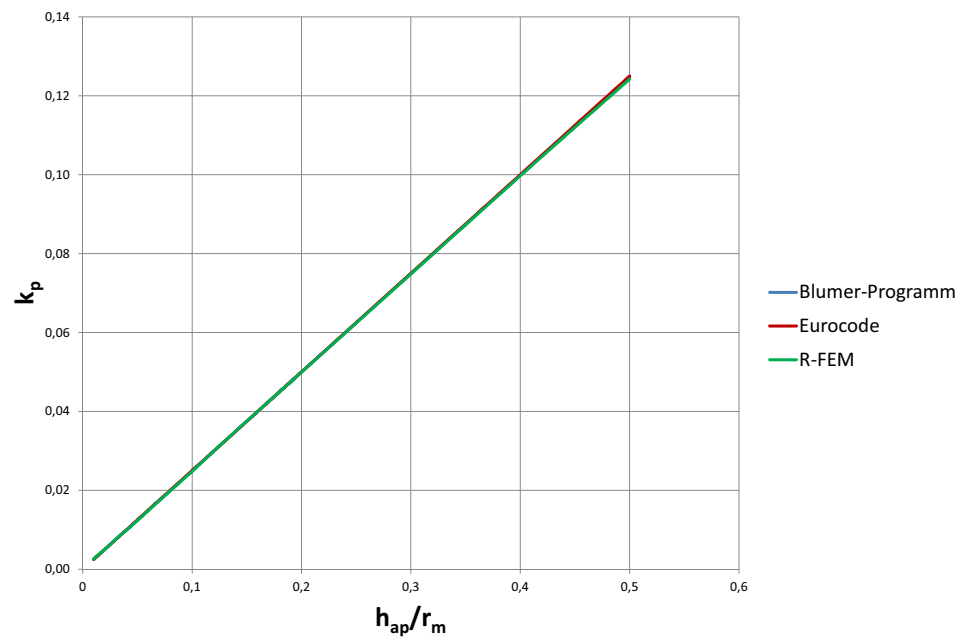


Abb. 4.3 maximale fasernormale Spannungen bei gekrümmten Trägern

#### 4. 1. 2 Spannungverteilung, $k_{dis}$

Hier wurde festgestellt, dass die Spannungsverteilung zwar immer annähernd den selben Wert für  $k_{dis}$  liefert, dieser sich jedoch im Mittel bei 1,23 liegt anstatt der in der EN 1995-1-1 [1] veranschlagten 1,40.

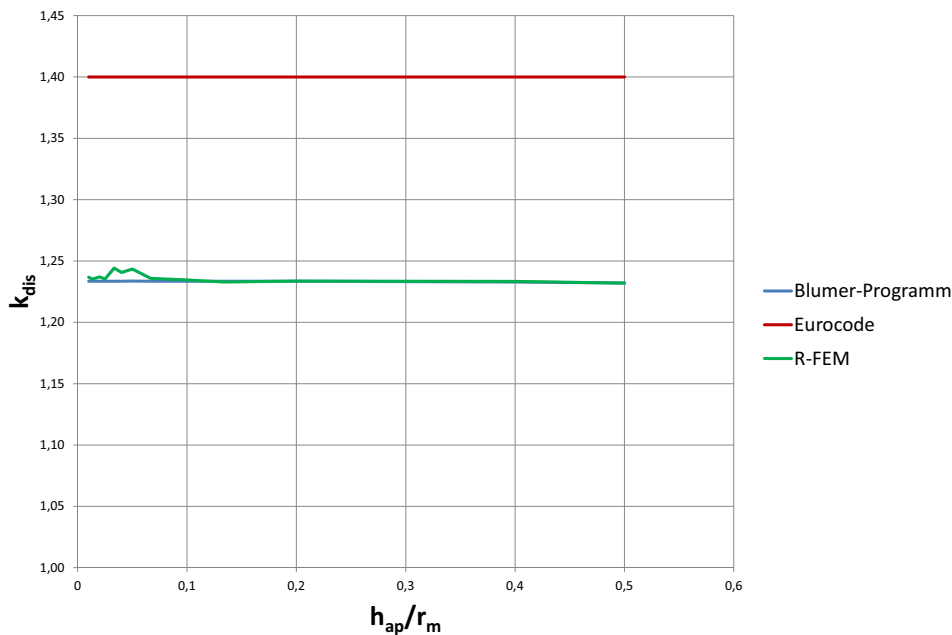


Abb. 4.4  $k_{dis}$ -Auswertung bei gekrümmten Trägern

Auch ein veränderter Weibullfaktor hat nur geringen Einfluss auf diese Ergebnisse. Anzumerken ist wiederum, dass, wie bereits erwähnt, die Auswertung hier nur eindimensional am Firstquerschnitt durchgeführt wurde. Ein Abfallen der Spannungen am Bauteilende blieb unberücksichtigt. D.h. die Berechnung ist für sehr schlanke bogenförmige Träger ausgelegt und bei kurzen gedrunenen Bogenteilen würde  $k_{dis}$  höher ausfallen.

#### 4. 1. 3 Querzugvolumen, $k_{vol}$

Der Eurocode schreibt vor, dass der gesamte gekrümmte Trägerbereich als Zugzone anzusetzen ist. Dies konnte im Laufe der Studie ebenfalls belegt werden. Es bleibt nur anzumerken, dass ähnlich wie bei den gekrümmten Satteldachträgern der Querzugbereich über den gekrümmten Träger hinausragt, sofern er über den Endquerschnitt hinaus fortgesetzt wird. D.h. die Volumsberechnung ist ebenfalls für sehr schlanke bogenförmige Träger ausgelegt, bei kurzen gedrunenen Bogenteilen mit Trägerfortsetzung ergäben sich größere Volumina.  $k_{vol}$  hat somit im Bezug auf die Bauteilschlankheit einen zu  $k_{dis}$  gegenläufigen Trend.

## 4.2 Gekrümmter Satteldachträger

### 4.2.1 Maximale Biegespannung $k_f$

Zunächst wurde die maximale Biegespannung automatisch unabhängig von der betrachteten Stelle ausgewertet. Allerdings geht aus Blumers Arbeit hervor, dass nicht unbedingt die maximale Biegespannung berechnet wird, sondern immer die Biegespannung am unteren Rand des Firstquerschnitts.

Das spielt insbesondere dann eine Rolle, wenn sich aus der Bauteilgeometrie ein im Verhältnis zum Firstquerschnitt relativ schmales Bauteilende ergibt. In diesem Fall treten die maximalen Biegespannungen außerhalb des Firstquerschnitts auf. Diese können die Bemessungsspannungen am Bauteilende (lineare Spannungsverteilung) übersteigen.

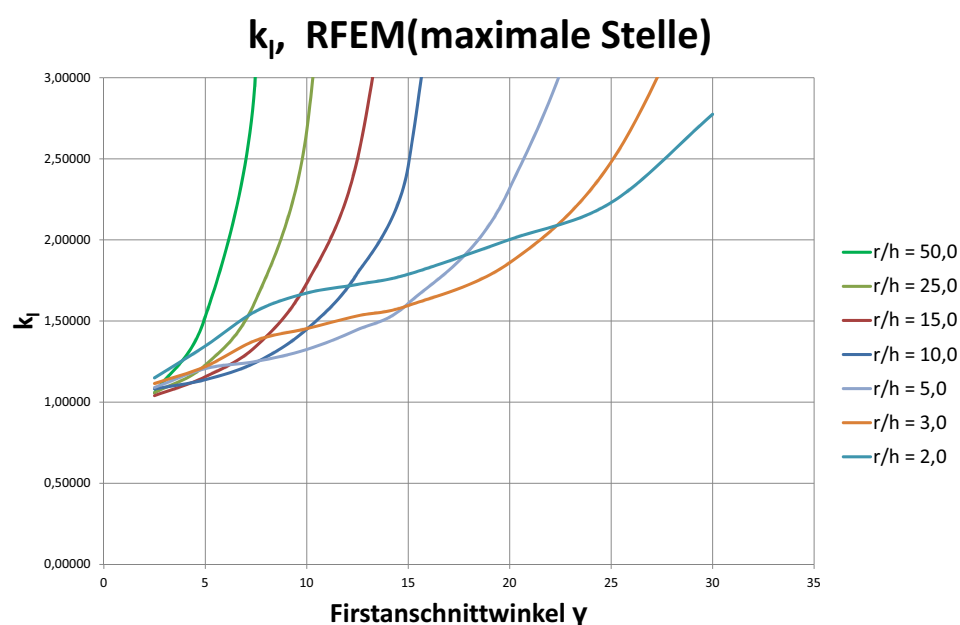


Abb. 4.5 maximale Biegespannung lt. RFEM bei gekrümmten Satteldachträger an beliebiger Stelle

Da aufgrund dieses Umstands ein Vergleich zwischen den Berechnungsmethoden erschwert wurde, mussten die maximalen Spannungswerte im Firstquerschnitt manuell ausgelesen werden. Anschließend wurden die erhaltenen Daten ins Verhältnis zu den Eurocode-Werten gestellt. Bei geringen Krümmungen zwischen  $r/h = 10$  und  $r/h = 50$  wurden keine Differenzen über 4% festgestellt. Diese ergeben sich erst bei starken Krümmungen von  $r/h \leq 5$  und gehen bis zu 27%.

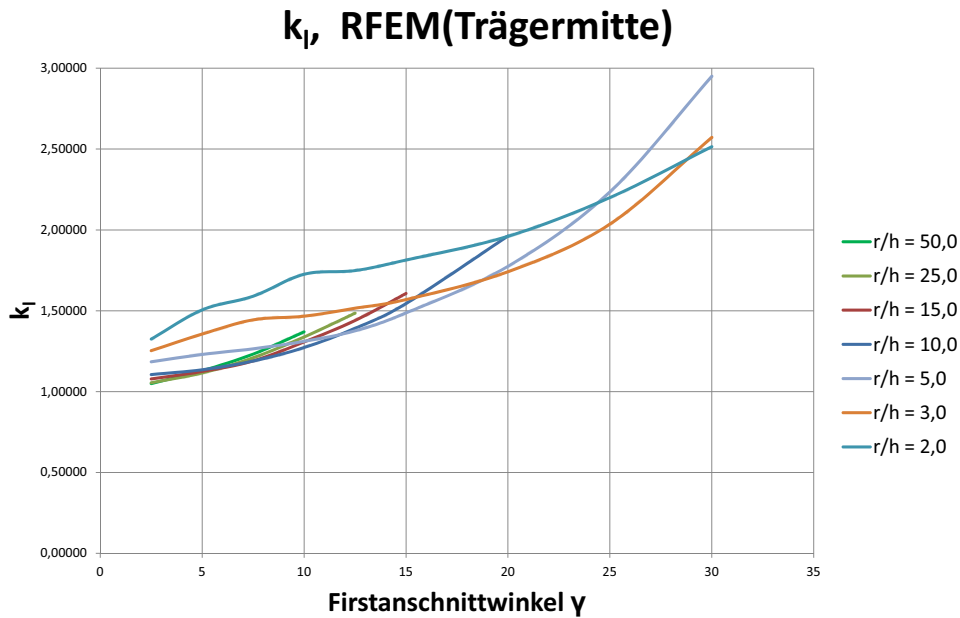


Abb. 4.6 maximale Biegespannung lt. RFEM bei gekrümmten Satteldachträgern im Firstquerschnitt

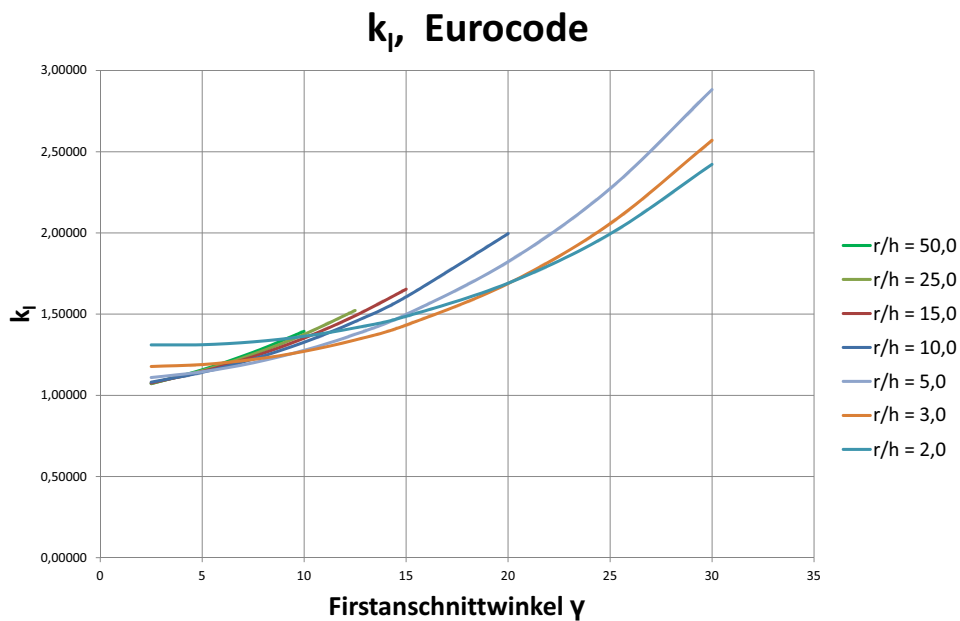


Abb. 4.7 maximale Biegespannung lt. Eurocode bei gekrümmten Satteldachträgern



Bei der Untersuchung dieses Sachverhalts fiel im Weiteren auf, dass im Endquerschnitt stehts die Druckspannung an der Oberseite höher ausfiel als die Zugspannung an der Unterseite. Dieser Spannungsanstieg wurde auch in Blumers Arbeit schon grafisch dargestellt, es wurde jedoch nicht explizit auf dieses Thema verwiesen.

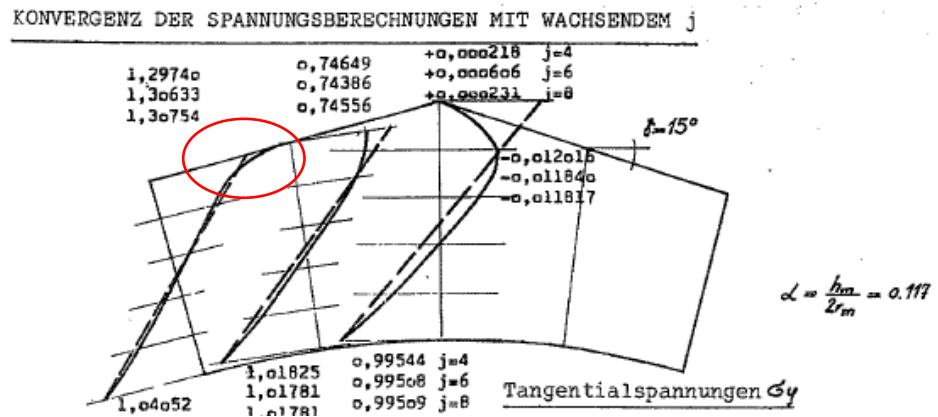
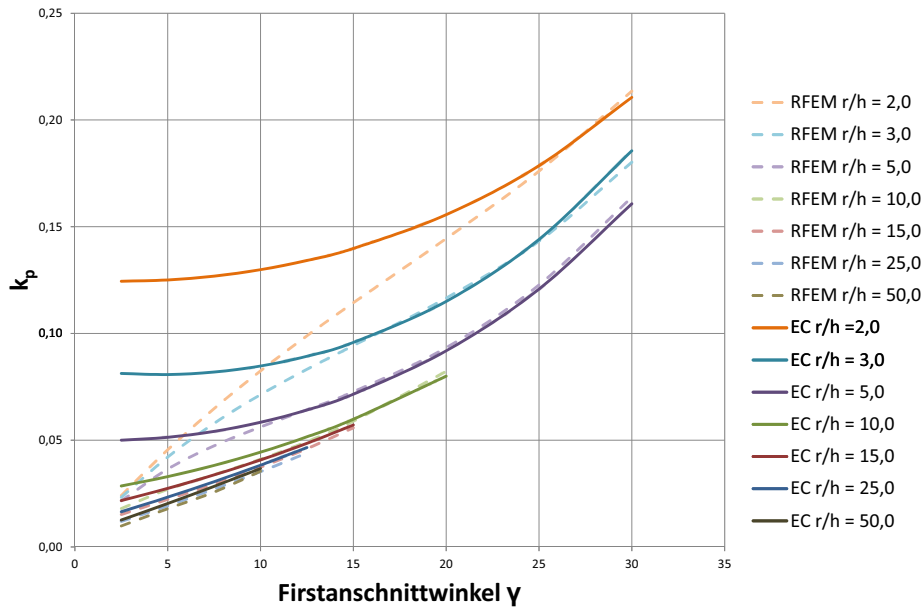
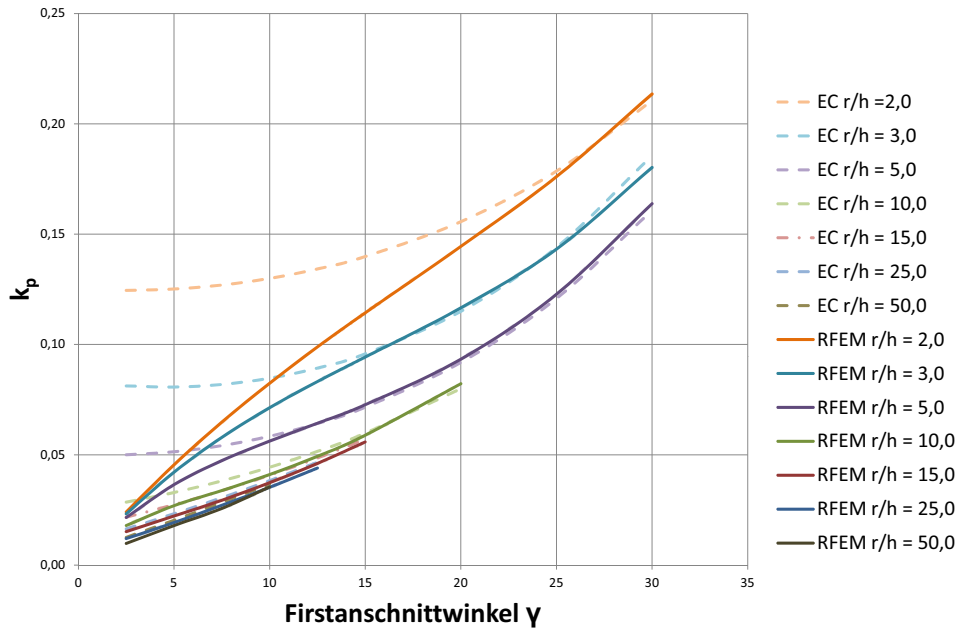


Abb. 4.8 Spannungsanstieg im oberen Bereich des Endquerschnitts [Blumer]

#### 4. 2. 2 Maximaler Querzug $k_p$

Bei der Ursprünglichen Berechnung ohne Bauteilfortsetzung über den Endquerschnitt hinaus wurden Ergebnisse ähnlich denen gemäß Eurocode bzw. Blumer ermittelt. Jedoch hatten die rechteckigen Fortsätze einen immer größer werdenden Einfluss auf die Querzugspannung je geringer der Firstanschnittwinkel und je größer die Krümmung wurden.

Bei großer Krümmung und geringem Firstanschnittwinkel (bzw. Öffnungswinkel) ergibt sich ein relativ schmaler Keil als Bauteilgeometrie. Während bei der bisherigen Berechnungsmethode der gesamte Querzug auf diesen schmalen Keil aufgebracht wird, verteilt er sich nun über einen größeren Bereich und es ergeben sich geringere Spannungen.


 Abb. 4.9  $k_p$  bei gekrümmten Satteldachträgern nach Eurocode

 Abb. 4.10  $k_p$  bei gekrümmten Satteldachträgern nach RFEM mit Fortsätzen

Obwohl die Annahme nach Eurocode stehts auf der „sicheren Seite“ ist, wird empfohlen, die derzeitigen Gültigkeitsregeln der Formeln weiter einzugrenzen und für die somit ausgegrenzten Bereiche neue Bemessungsregeln zu entwerfen.

### 4. 2. 3 Spannungverteilung, $k_{dis}$

Hier wurde ein mittlerer  $k_{dis}$ -Wert von 1,72 ermittelt. Die Abweichungen vom Mittelwert sind im unten dargestellten Diagramm ersichtlich. Auch der im Eurocode festgesetzte Fixwert von 1,70 ist als gestrichelte Linie erkennbar.

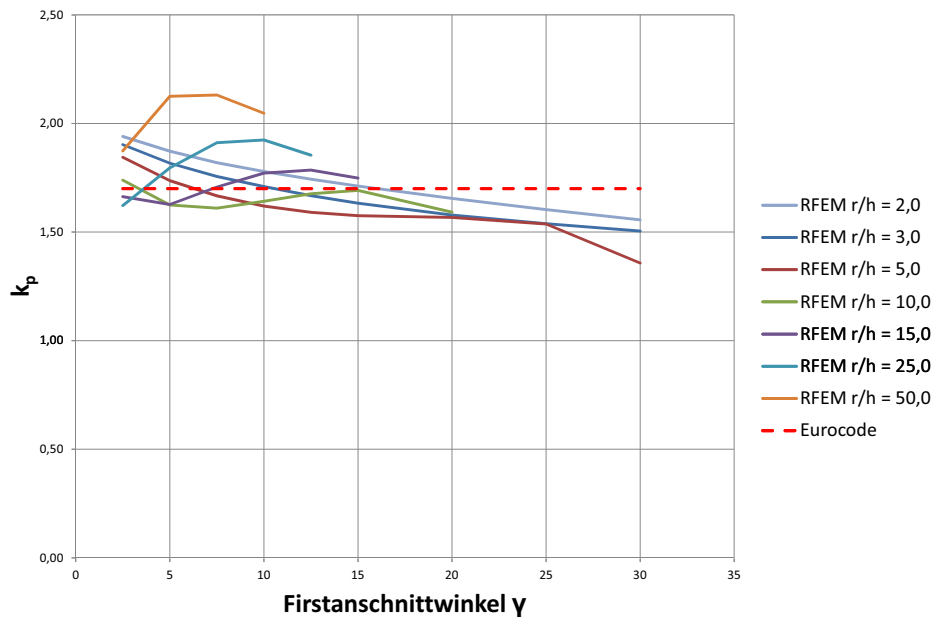


Abb. 4.11  $k_{dis}$  bei gekrümmten Satteldachträgern nach RFEM und Eurocode

### 4. 2. 4 Querzugvolumen, $k_{vol}$

Auch hier schreibt die Norm vor, den gesamten gekrümmten Bereich als Querzugzone anzusetzen. Bei den RFEM-Simulationen wurden jedoch zwei Abweichungen von dieser Annahme festgestellt. Zum Ersten ergibt sich stets eine schmale Druckzone am oberen Bauteilrand und zum zweiten ragt die Querzugzone immer in die angeschlossenen Bauteilfortsätze hinein.

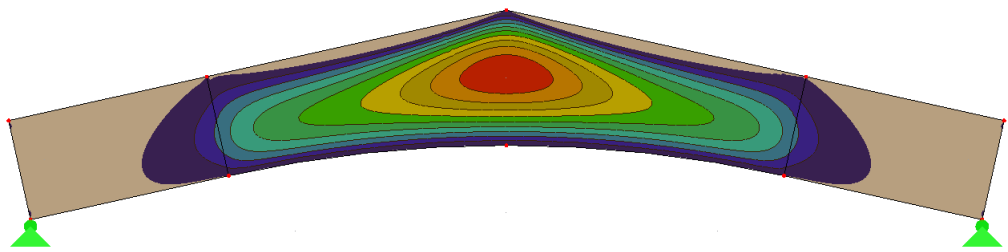


Abb. 4.12 Querzugbereich bei gekrümmten Satteldachträgern,  $r/h=10$ ,  $\gamma=12,5^\circ$

Um den besagten überstehenden Bereich zu berücksichtigen, wurde zur bestehende Berechnungsformel ein zusätzlicher Term ergänzt.

$$h_{\text{end}} = \left( r_m + \frac{h_{\text{ap}}}{2} \right) \cdot \cos\gamma - r_m + \frac{h_{\text{ap}}}{2} \quad \text{Glg. 4.2}$$

$$V = b \cdot \left[ \sin\gamma \cdot \cos\gamma \cdot (r_{\text{in}} + h_{\text{ap}})^2 - r_{\text{in}}^2 \cdot \frac{\gamma \cdot \pi}{180} \right] + 2 \cdot h_{\text{end}}^2 \quad \text{Glg. 4.3}$$

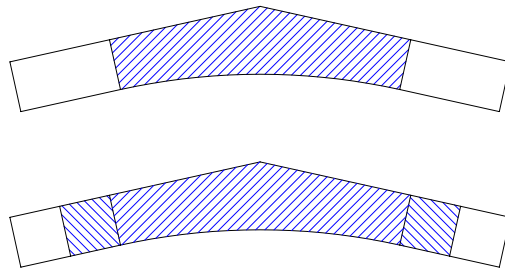


Abb. 4.13 Skizze Querszugvolumenannahmen ohne und mit Korrektur

Diese einfache Erweiterung der bestehenden Formel führte zu wesentlich geringeren Differenzen zwischen den mittels Näherungsformel und RFEM ermittelten Querszugvolumina, wie in den folgenden Tabellen dargestellt wird. Und zwar wurde die mittlere Abweichung von 12,9% auf rund 3% reduziert. Die Differenz D in % wurde für jedes Bauteil folgendermaßen berechnet:

$$D = \left( \left( \frac{V_{\text{Formel}}}{V_{\text{RFEM}}} \right)^{\frac{1}{k_{\text{wei}}}} - 1 \right) \cdot 100 \quad \text{Glg. 4.4}$$

		γ								
		2,5	5	7,5	10	12,5	15	20	25	30
r/h	2,00	-46,1	-37,5	-31,8	-27,4	-23,8	-20,8	-15,7	-11,5	-7,8
	3,00	-41,3	-32,0	-25,9	-21,4	-17,8	-14,7	-9,7	-5,7	-2,4
	5,00	-34,6	-24,5	-18,2	-13,6	-10,2	-7,4	-3,3	-0,1	3,0
	10,00	-24,6	-13,9	-8,2	-4,7	-2,4	-0,7	2,5	-	-
	15,00	-18,3	-8,5	-4,0	-1,5	0,3	1,9	-	-	-
	25,00	-10,8	-3,4	-0,6	1,4	3,1	-	-	-	-
	50,00	-4,0	0,1	2,5	4,9	-	-	-	-	-

Tab. 4.1 Berechnungsdifferenz in % bei derzeitig gültiger Berechnungsformel von  $k_{\text{vol}}$

		v								
		2,5	5	7,5	10	12,5	15	20	25	30
r/h	2,00	-6,2	-5,2	-4,0	-3,0	-2,1	-1,3	0,0	1,1	1,9
	3,00	-5,8	-4,2	-2,7	-1,6	-0,6	0,3	1,5	2,4	3,0
	5,00	-4,7	-2,4	-0,5	0,9	1,8	2,5	3,0	3,4	4,2
	10,00	-2,3	1,2	2,8	3,5	3,6	3,6	4,0	-	-
	15,00	-0,1	2,9	3,7	3,7	3,7	3,9	-	-	-
	25,00	2,6	4,0	3,8	3,8	4,2	-	-	-	-
	50,00	3,8	3,6	4,1	5,2	-	-	-	-	-

Tab. 4.2 Berechnungsfehler in % bei korrigierter Berechnungsformel von  $k_{vol}$

Um die Wirkung der Formeländerung zu veranschaulichen, ist in nachfolgender Grafik ein direkter Vergleich zwischen Eurocode-Formel und ergänzter Formel abgebildet. Darin ist erkennbar, dass die ergänzte Formel stets Werte nahe an der 45° Linie liefert und somit eine gute Näherung an die RFEM-Ergebnisse darstellt.

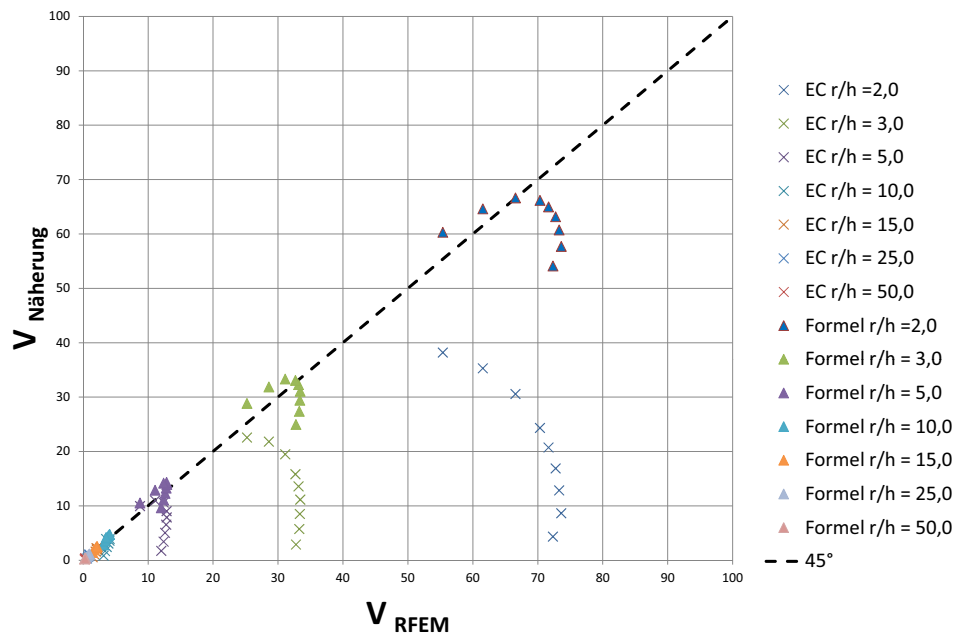


Abb. 4.14 Vergleich zwischen Volumsberechnung mit Eurocode und neuer Formel

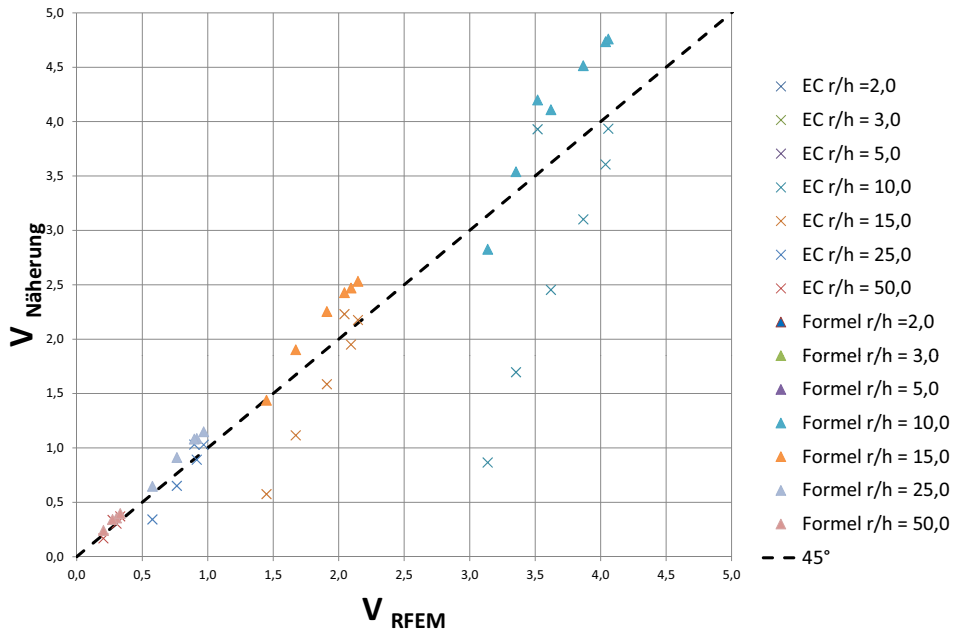


Abb. 4.15 Vergleich zwischen Volumsberechnung mit Eurocode und neuer Formel Vergrößerung

## 4.3 Gerader Satteldachträger

Hier soll als erstes, wie bei den anderen Bauteiltypen, nur auf den Vergleich zwischen Blumerlösung, Eurocode und RFEM-Berechnung mit Momentenbelastung eingegangen werden. Die alternativen Belastungsszenarios werden anschließend gesondert behandelt.

### 4.3.1 Maximale Biegespannung $k_f$

Die Auswertung lieferte quasi-identische Ergebnisse für alle drei Berechnungsmethoden. Auch der Umstand, dass die Trägerhöhe am Endquerschnitt keinen nennenswerten Einfluss auf die Biegespannung hat, konnte gezeigt werden. Wie in der unten gezeigten Grafik deutlich sichtbar ist, weicht kein simuliertes Szenario von der Eurocode-Formel wesentlich ab.

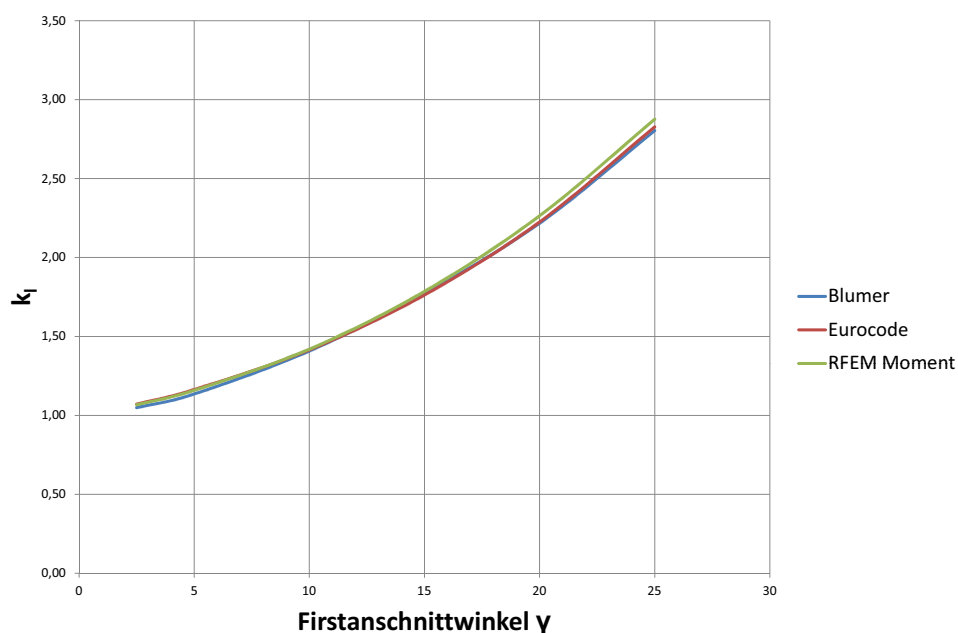


Abb. 4.16 Biegespannung  $k_f$  mit allen Berechnungsmethoden

### 4.3.2 Maximaler Querzug $k_p$

Auch hier stimmen die Ergebnisse mit vernachlässigbaren Abweichungen überein, allerdings nur bei ausschließlicher Auswertung im Firstquerschnitt. D.h. unter gewissen Umständen, nämlich bei großer Neigung  $\gamma$  und kleiner Endquerschnittshöhe  $h_{\text{end}}$ , ist die maximale Querzugspannung nicht in Trägermitte zu finden ist, sondern in der Nähe der Auflager.

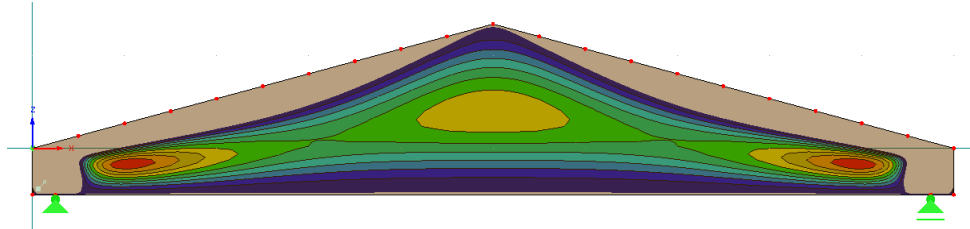
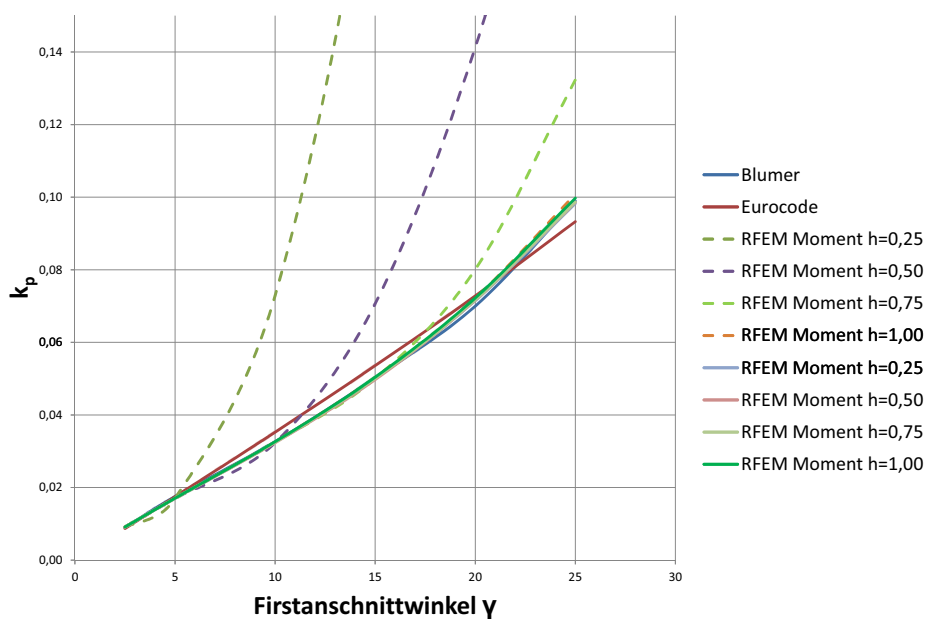


Abb. 4.17 Querzugspannungsverteilung mit Maximum außerhalb der Trägermitte

Im folgenden Diagramm ist dieser plötzliche Spannungsanstieg mit strichlierten Linien gekennzeichnet. Die Maximalspannungen in den Firstquerschnitten stimmen mit Blumers Lösung überein und reißen nicht nach oben aus. Da die Differenzen unter 1% liegen sind sie im nachfolgenden Diagramm nicht mehr als getrennte Linien zu erkennen.


 Abb. 4.18 Querzugspannung  $k_p$  mit allen Berechnungsmethoden

Auffällig ist auch, dass Blumers Programm genau für diejenigen Bauteile keine brauchbaren Ergebnisse lieferte, die das Querzugmaximum außerhalb der Trägermitte haben.



### 4.3.3 Spannungsverteilung und Querkzugvolumen, $k_{dis}$ und $k_{vol}$

Anhand der RFEM-Rechnung mit Momentenbelastung konnte festgestellt werden, dass der Großteil des Trägers, immer zwischen 70% und 75%, unter Querkzug steht und die Spannungsverteilungen sehr breit gestreute Werte für  $k_{dis}$  liefern können. In jedem Fall waren das ausgewertete Querkzugvolumen und der errechnete Verteilungsbeiwert  $k_{dis}$  größer als die im Eurocode veranschlagten Werte.

Da  $k_{dis}$  und  $k_{vol}$  in engem Zusammenhang stehen und quasi eine Einheit bilden, wurde zu Vergleichszwecken auch das Produkt aus  $k_{dis}$  und  $k_{vol}$  für sämtliche Berechnungen ausgewertet und verglichen. Mehr zu dieser Auswertung ist unter Punkt 4.3.4 nachzulesen.

### 4.3.4 Alternative Belastungsszenarios

Wie bereits in Kapitel 3 erklärt, stellt für den geraden Satteldachträger der Momentenlastfall, der die Grundlage für alle bisherigen Spannungsberechnungen bildet, kein in der Baupraxis übliches Szenario dar. Deshalb sollen hier die Lastfälle 2 bis 5 ausgewertet werden um festzustellen, ob die Näherungsformeln laut Eurocode auch den Spannungsverhältnissen in Einfeldträgern mit Belastungen von oben gerecht werden können.

Zum ersten konnte festgestellt werden, dass die Biegespannungen ( $k_f$ ) sich von Lastfall zu Lastfall kaum Veränderungen aufweisen, die Formel also eine geeignete Näherung für alle Lastfälle darstellt.

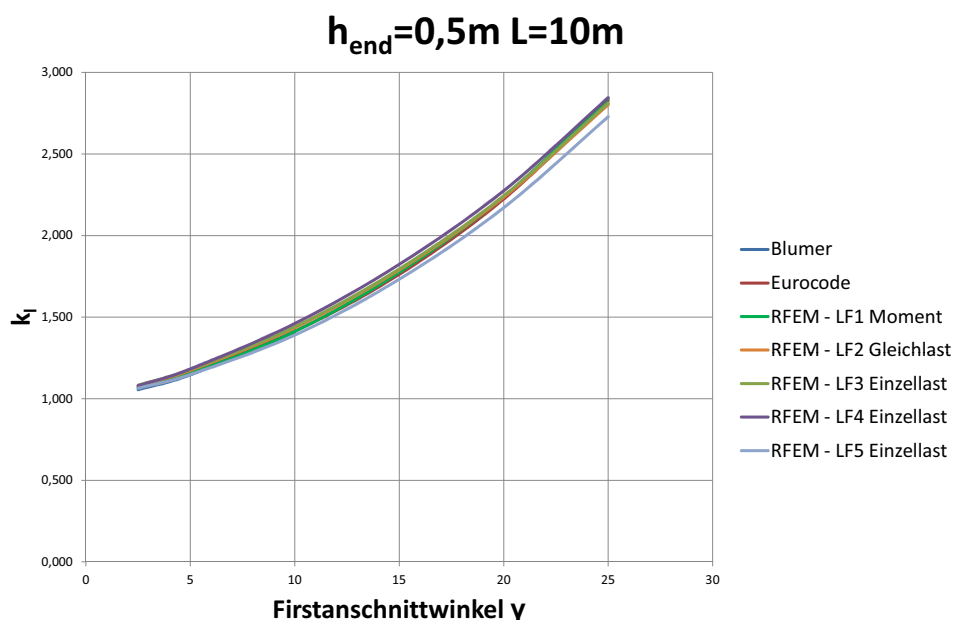


Abb. 4.19 Lastfallvergleich  $k_f$ ,  $h_{end}=L/20$

Es wurde allerdings festgestellt, dass durch die Anbringung der Lasten an der Trägeroberseite die Querspannungen wesentlich reduziert bzw. überdrückt werden. Dies wird verständlicher Weise mit höher werdendem Trägerquerschnitt immer gravierender und geht sogar so weit, dass bei mehreren Bauteilkonfigurationen keine Quersugzone mehr vorhanden ist.

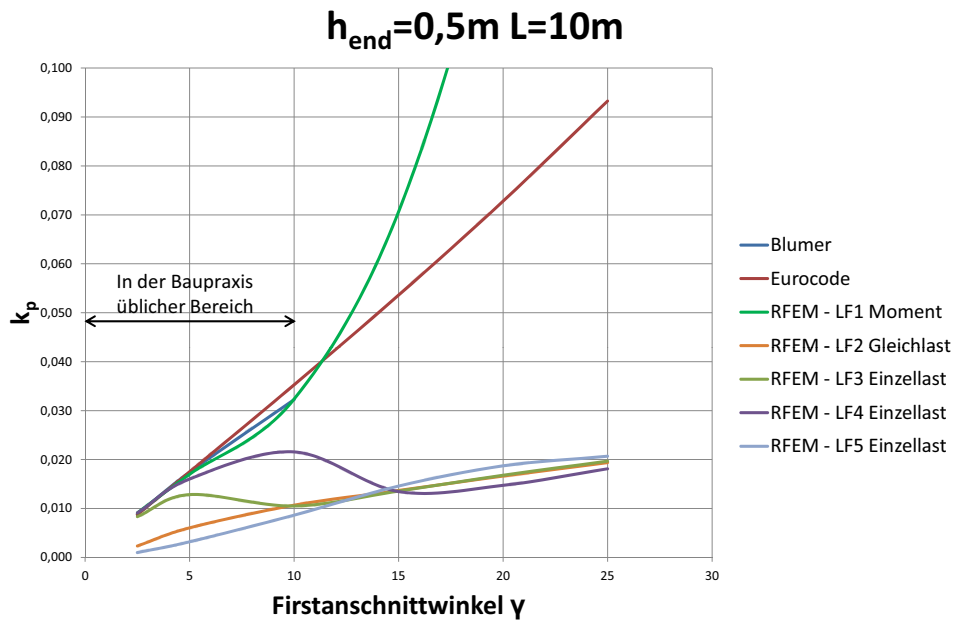


Abb. 4.20 Lastfallvergleich  $k_p$ ,  $h_{\text{end}}=L/20$

Was die Spannungsverteilung betrifft, bewegen sich die erhaltenen Werte für  $k_{dis}$  nun in einem deutlich engerem Spektrum um den Mittelwert 1,70. Da dieser deutlich höher als der bisher angenommene Wert von 1,4 ist, wäre eine Anhebung des Eurocode-Fixwertes sinnvoll.

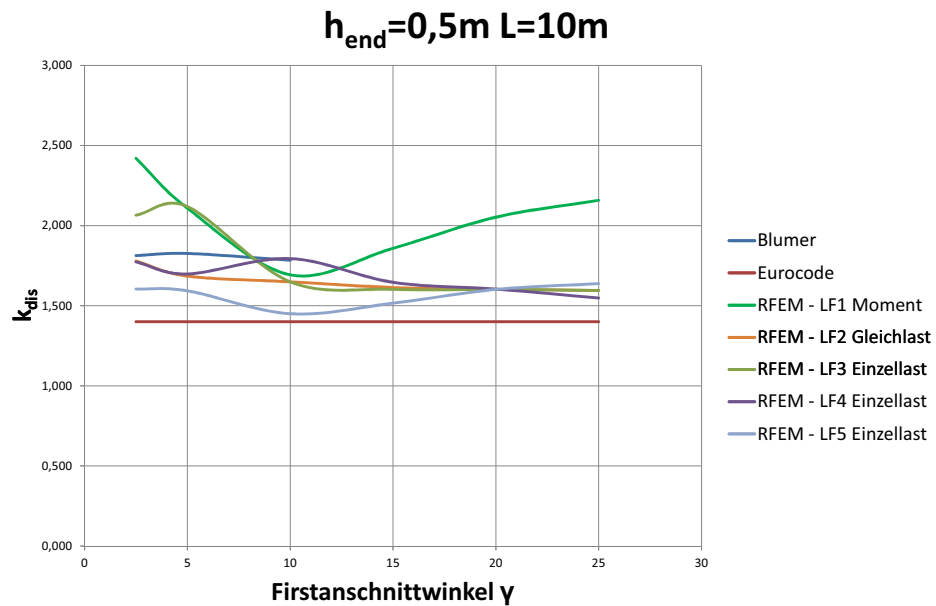


Abb. 4.21 Lastfallvergleich  $k_{dis}$

Das Querzugvolumen wurde durch die Alternativbelastungen stark verringert. Die Eurocodeannahme definiert einen Firstbereich vor allem in Abhängigkeit von seiner Höhe als Querzugfläche.

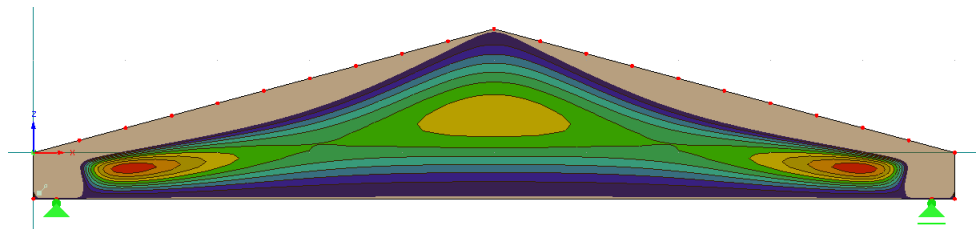


Abb. 4.22 Querzugspannungsverteilung LF1 Moment,  $h_{end}=L/10$ ,  $\gamma=12,5^\circ$

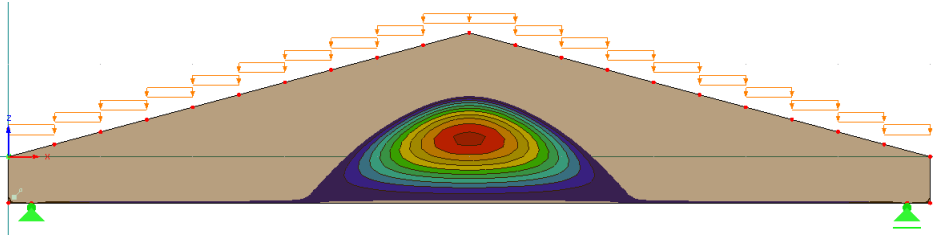


Abb. 4.23 Querzugspannungsverteilung LF2 Gleichlast,  $h_{\text{end}}=L/10$ ,  $\gamma=12,5^\circ$

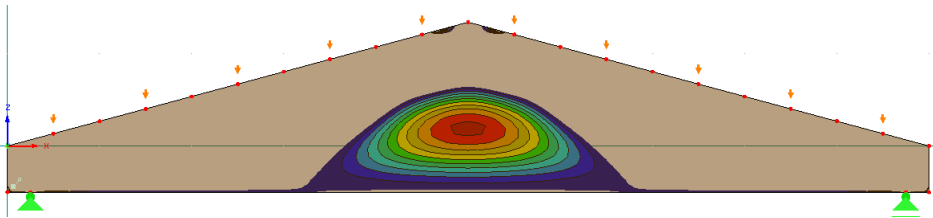


Abb. 4.24 Querzugspannungsverteilung LF3 Einzellasten,  $h_{\text{end}}=L/10$ ,  $\gamma=12,5^\circ$

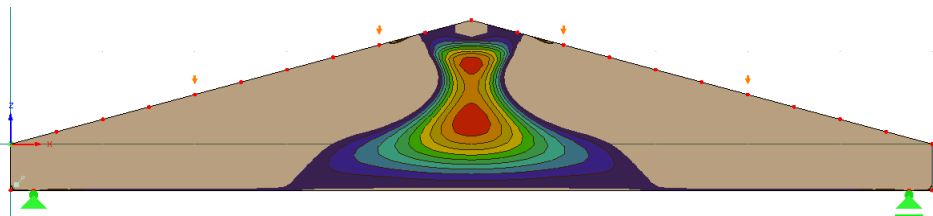


Abb. 4.25 Querzugspannungsverteilung LF4 Einzellasten,  $h_{\text{end}}=L/10$ ,  $\gamma=12,5^\circ$

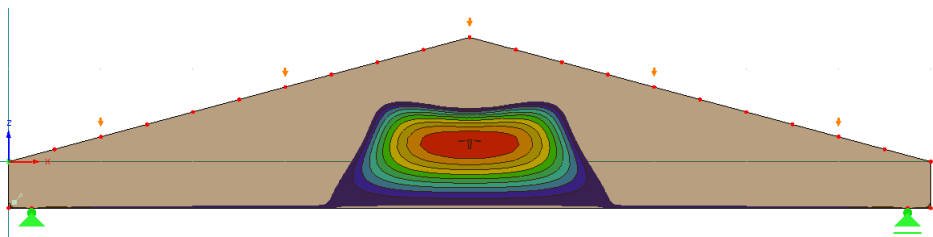


Abb. 4.26 Querzugspannungsverteilung LF5 Einzellasten,  $h_{\text{end}}=L/10$ ,  $\gamma=12,5^\circ$

Wie in folgenden Diagrammen zu erkennen ist, sind im baupraktisch üblichen Bereich (flacher Träger mit geringer Neigung) nur geringe Differenzen zwischen Eurocodeannahme und RFEM-Ergebnissen vorhanden. Dabei ist jedoch auffällig, dass mit steigender Trägerhöhe bei gleichbleibendem Neigungswinkel das Querkzugvolumen abnimmt, was gegenläufig zur derzeitigen Vorschrift ist.

Während das Querkzugvolumen sehr sensibel auf den Firstanschnittwinkel reagiert, haben Lastfall und Endquerschnittshöhe nur geringen Einfluss auf das Querkzugvolumen. Darüber hinaus fungiert die Trägerlänge als Skalierungsfaktor für den gesamten Träger.

Auf Grund dieser Tendenzen wurde ein Versuch unternommen, eine alternative Näherungsformel zu finden. Nachdem verschiedene Ansätze ausgetestet wurden, konnte die quadratische Parabel als zutreffendste Näherung identifiziert werden. Dabei wurden erst die Trägerlänge als Skalierungsfaktor und der Firstanschnittwinkel als Berechnungsparameter für den Querkzugbereich verwendet und anschließend noch ein Korrekturfaktor für die Endquerschnittshöhe hinzugefügt. Bei der Festlegung der Koeffizienten wurde Bedacht darauf gelegt, die „in der Baupraxis üblichen“ Bereiche möglichst gut anzunähern. Der Winkel  $\gamma$  ist in Grad in die Formel einzusetzen. Für Trägerlänge und Endquerschnittshöhe kann die Einheit frei gewählt werden.

$$V = B \cdot L^2 \cdot 10^{-3} \cdot (\gamma - 0,02 \cdot \gamma^2) \cdot \left(\frac{L}{h_{\text{end}}}\right)^{\frac{1}{3}} \quad \text{Glg. 4.5}$$

In den folgenden Grafiken sind die Ergebnisse der RFEM-Berechnungen dargestellt. Die Ergebnisse zufolge Momentenbelastung sind stets erheblich größer als die zufolge der anderen Lastfälle. Die Näherungsformeln nach Eurocode (gepunktet) und die alternative Näherungsformel (gestrichelt) sind in rot dargestellt.

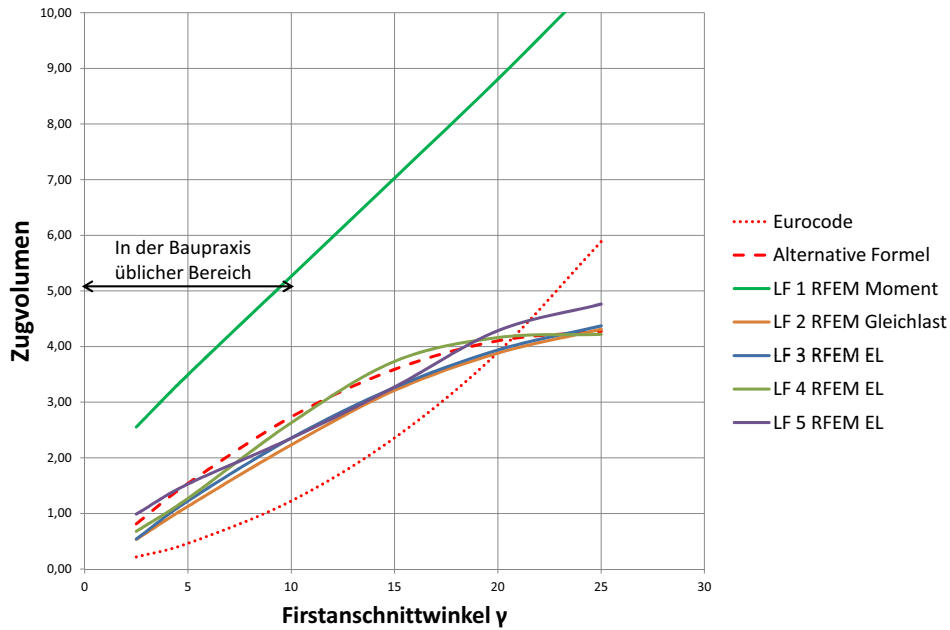


Abb. 4.27 Querzugvolumen alle Lastfälle  $h_{\text{end}}=L/40$

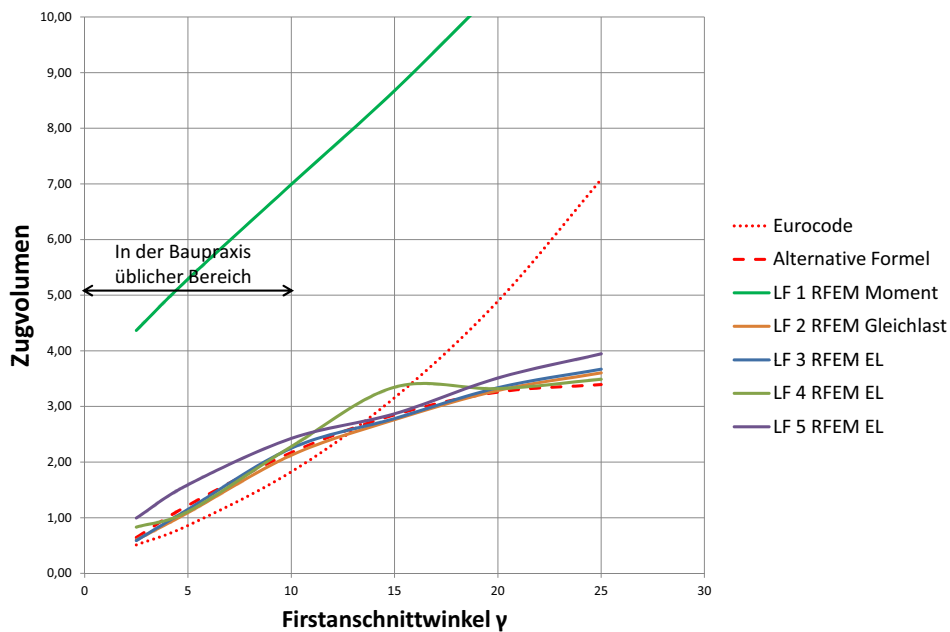


Abb. 4.28 Querzugvolumen alle Lastfälle  $h_{\text{end}}=L/20$

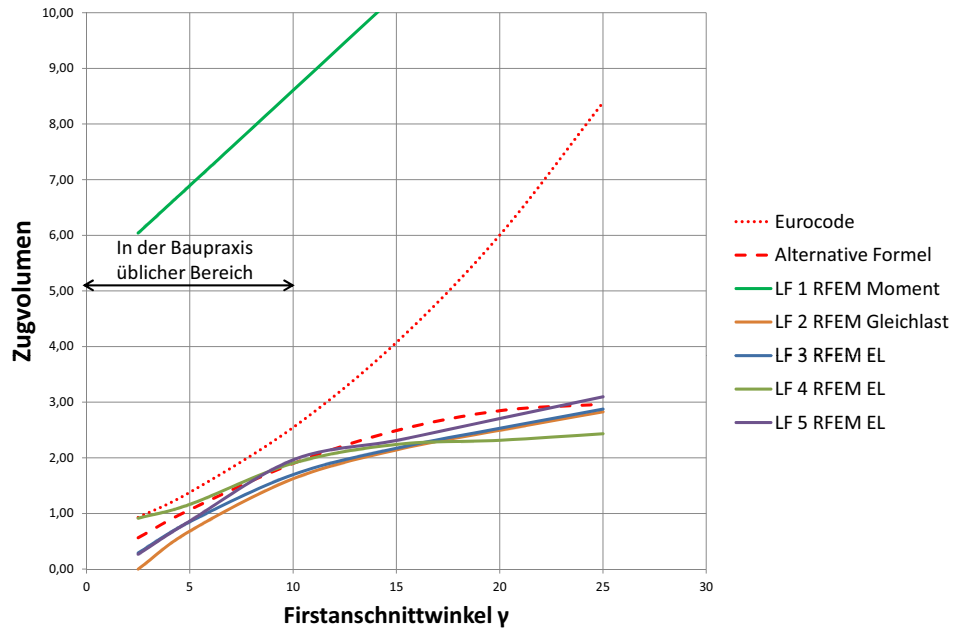


Abb. 4.29 Querzugvolumen alle Lastfälle  $h_{end}=L/13,33$

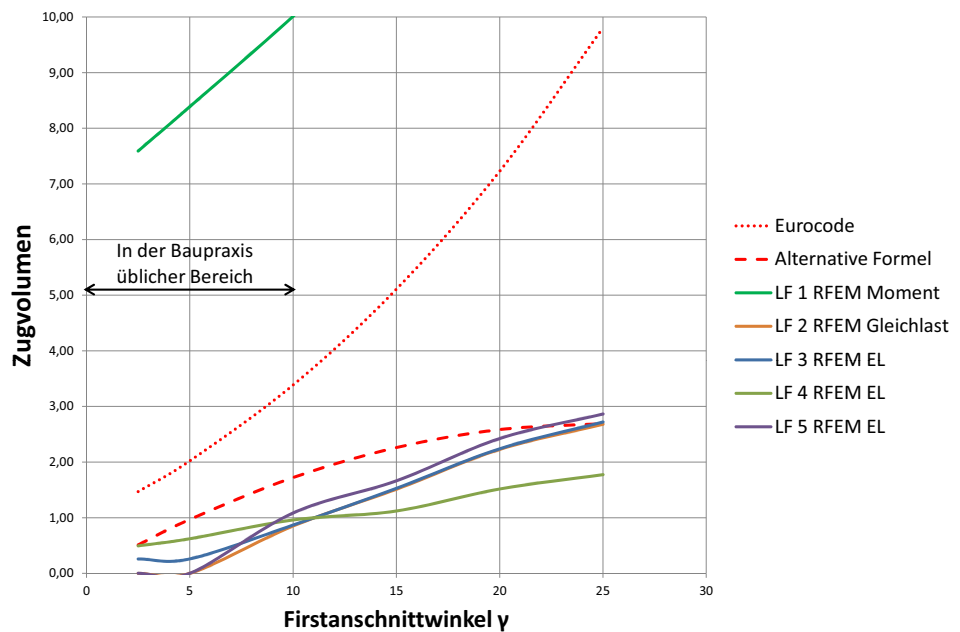


Abb. 4.30 Querzugvolumen alle Lastfälle  $h_{end}=L/10$

Zusätzlich zum direkten Vergleich der Volumina wurde, wie bereits erwähnt, auch das Gesamtergebnis ( $k_{vol} * k_{dis}$ ) ermittelt und verglichen. Wie man in den unten gezeigten Diagrammen erkennen kann, weicht das Eurocodeberechnungsverfahren bei höher werdenden Trägern immer weiter von den FEM-Simulationsergebnissen ab.

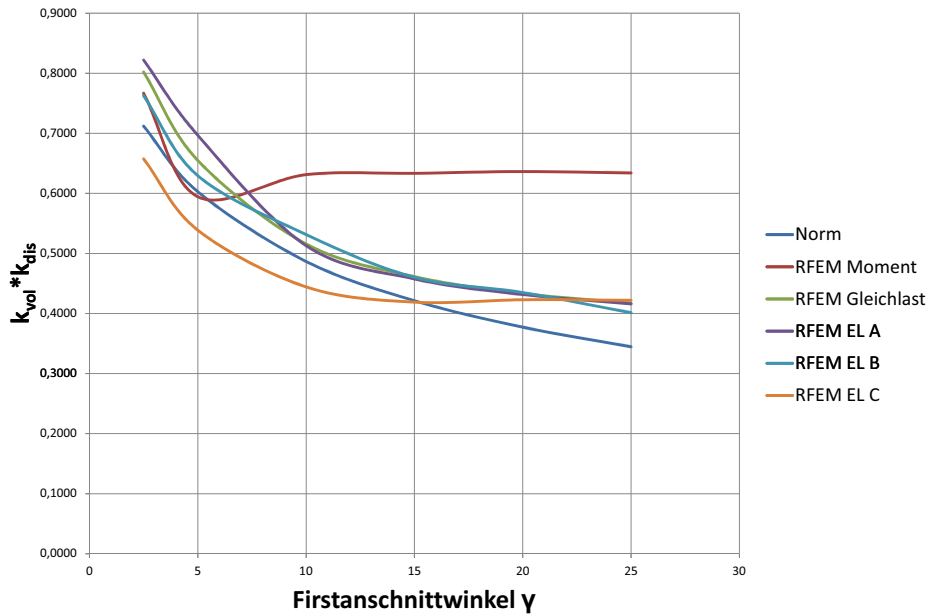


Abb. 4.31  $k_{vol} * k_{dis}$  alle Lastfälle  $h_{end} = L/40$

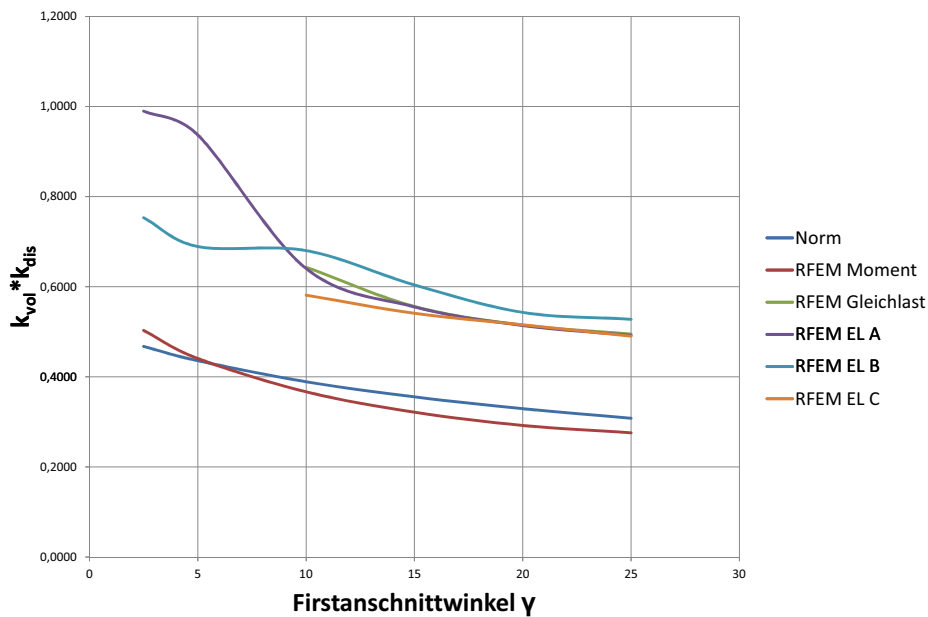


Abb. 4.32  $k_{vol} * k_{dis}$  alle Lastfälle  $h_{end} = L/10$



## 4. 4 Einfluss der Materialeigenschaften

Beim gekrümmten Träger (Trägertyp 1) ergaben sich keine Spannungsdifferenzen über 0,3% und auch die Spannungsverteilung ist bei allen Materialien quasi identisch.

Bei den anderen Trägertypen jedoch wurden erhebliche Unterschiede bei der Höhe der Maximalspannung festgestellt. Es ist gut erkennbar, dass bei sinkendem Verhältnis der Steifigkeiten - also bei Materialien, die verhältnismäßig steif quer zur Faser sind - die Querkzugspannungen steigen und die Biegespannungen sinken. Es sei nochmals angemerkt, dass alle hier dargestellten Werte ins Verhältnis zum jeweiligen Ergebnis gemäß Blumers Annahmen wurden und daher in % angegeben sind.

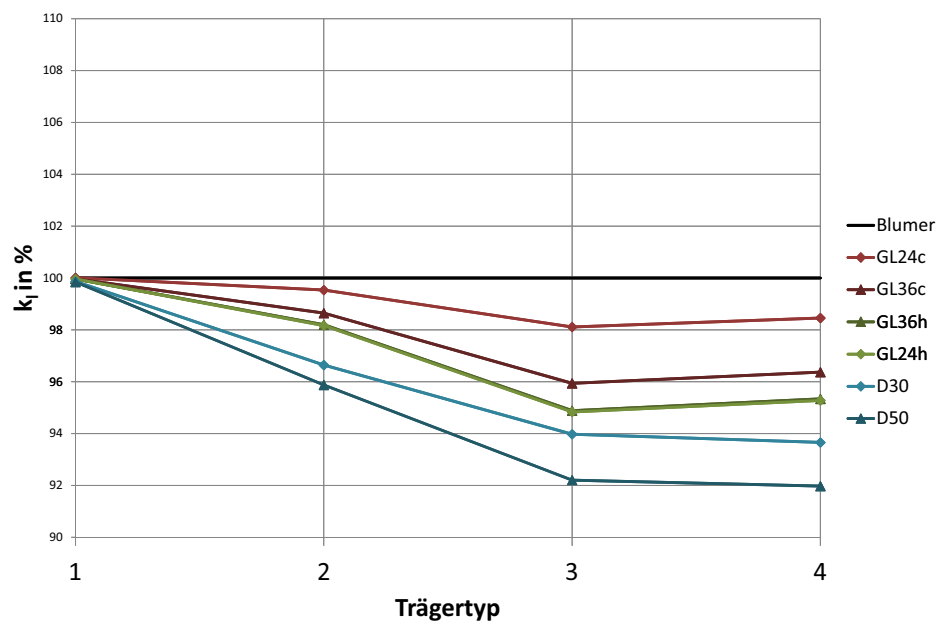


Abb. 4.33 Materialabhängigkeit von  $k_t$

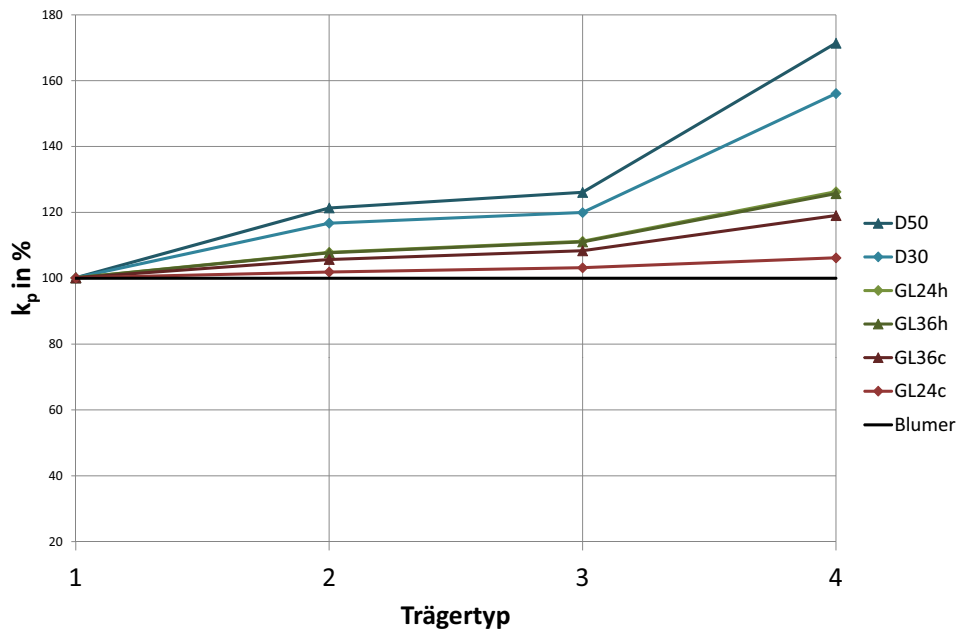


Abb. 4.34 Materialabhängigkeit von  $k_p$

Es wurde auch festgestellt, dass bei niedrigerem Steifigkeitsverhältnis ein höherer  $k_{dis}$ -Wert errechnet wird. D.h. die Querspannungen werden stärker auf einen Punkt konzentriert, je steifer das Material quer zur Faser ist.

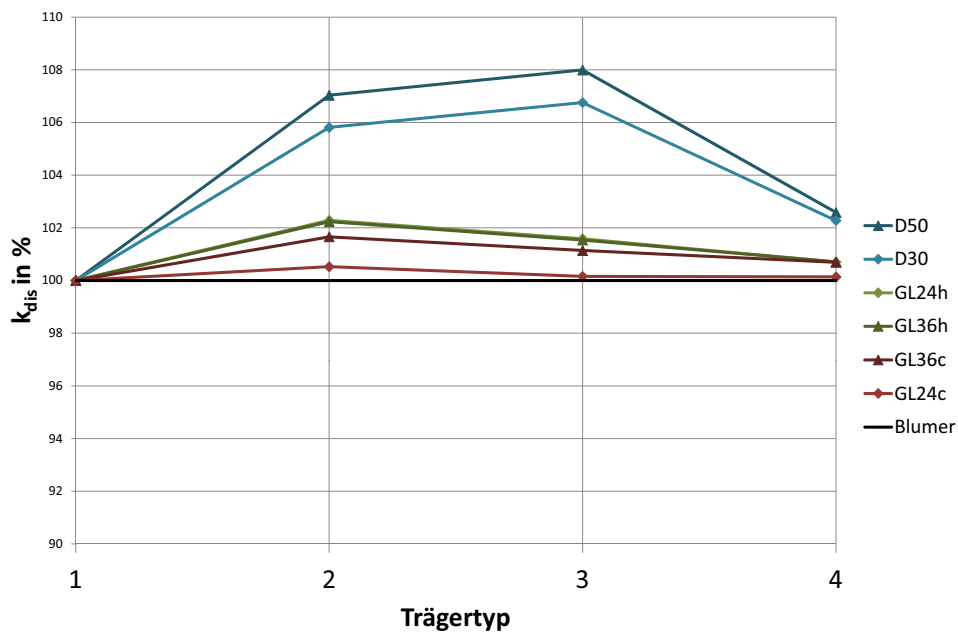


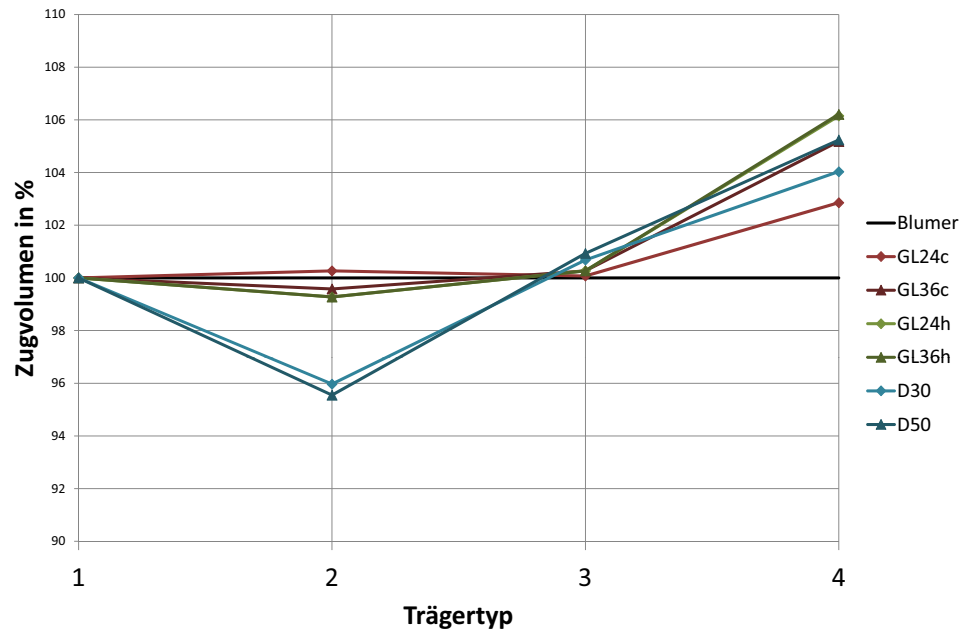
Abb. 4.35 Materialabhängigkeit von  $k_{dis}$ 

Abb. 4.36 Materialabhängigkeit des Quersugvolumens

Die exakten Ergebnisse sind im Anhang angeführt. Um den Einfluss der Orthotropie zu verdeutlichen wurden die vier Trägertypen außerdem noch mit einem isotropen Materialmodell berechnet, die Ergebnisse konnten jedoch nicht in den oben dargestellten Grafiken dargestellt werden, da sie zu stark von den restlichen Werten abwichen. Sie sind deshalb ebenfalls dem Anhang zu entnehmen.



## 5 Zusammenfassung und Ausblick

Im Zuge der Arbeit wurden die Grundlagen für das Bemessungsverfahren von Satteldachträgern und gekrümmten Trägern aufgearbeitet und ein Vergleich der Ergebnisse mit Computergestützten FEM-Simulationen angestellt.

Bezüglich der Spannungsberechnungen wurde festgestellt, dass die Berechnungsformeln gemäß Eurocode gewissen Einschränkungen unterliegen. Gemeint sind damit unter anderem die Verlängerungen der gekrümmten SDT-Bauteile (siehe 4.2.2) und vor allem die Berücksichtigung der Lasteinbringung durch Gleichlast oder Einzelkräfte (siehe 4.3.4). In diesen Bereichen herrscht die Notwendigkeit für weitere Forschung um die in der Baupraxis gängigen Umstände berücksichtigen zu können.

Des Weiteren wurden bei der Ermittlung von Volums- und Verteilungsbeiwerten teilweise gravierende Abweichungen zwischen Simulationen und Bemessungsformeln festgestellt und Vorschläge für eine präzisere Näherung an die Simulationsergebnisse erarbeitet. Diese sind jedoch noch optimierungsfähig und bedürfen ebenfalls noch weiterer Forschung.

Darüber hinaus konnte gezeigt werden, dass das Bemessungsverfahren gemäß Eurocode eine Veränderung der Materialeigenschaften nicht berücksichtigt. Während beim gekrümmten Träger keine nennenswerten Materialabhängigkeiten erkennbar waren, konnten bei den Satteldachträgern erhebliche materialbedingte Abweichungen festgestellt werden. Dies muss in zukünftigen Überlegungen berücksichtigt werden und fordert ein umfangreiches Studium der Materialabhängigkeiten und eine anschließende Erweiterung des Formelapparats.



## Literaturverzeichnis

- [1] ÖNORM EN 1995-1-1 Ausgabe: 2009-07-01
- [2] Hermann Blumer: Spannungsberechnungen an anisotropen Kreisbogenscheiben und Sattelträgern konstanter Dicke; Technische Hochschule Karlsruhe; 1972/1979
- [3] „RFEM“ 3D-FEM-Programm Version 4.06
- [4] „OCTAVE“ Rechenprogramm Version 3.2.4
- [5] „Mathematica“ Rechenprogramm Version 4.06
- [6] Alfons Stuefer: Einflussparameter auf die Querkzugfestigkeit von BSH-Lamellen; Technische Universität Graz; 2011
- [7] Jurgen Ehlbeck, Jurgen Kürth: Influence of perpendicular-to-grain stressed volume on the load-carrying capacity of curved and tapered glulam beams; INTERNATIONAL COUNCIL FOR BUILDING RESEARCH STUDIES AND DOCUMENTATION; Oxford; 1991
- [8] TU Graz: Skriptum zur Lehrveranstaltung: HOLZBAU VO; TU-Graz; Institut für Holzbau und Holztechnologie; 2010





# Anhang

## A. 1 Gekrümmter Träger

			Blumer - Programm	Blumer- Formel	Eurocode	R-FEM
$k_l$	r/h	2,0	1,3167	1,3228	1,3250	1,3228
		2,5	1,2328	1,2356	1,2360	1,2367
		5,0	1,0932	1,0934	1,0940	1,0974
		7,5	1,0565	1,0565	1,0573	1,0588
		10,0	1,0402	1,0402	1,0410	1,0397
		15,0	1,0253	1,0253	1,0260	1,0295
		20,0	1,0184	1,0184	1,0190	1,0182
		25,0	1,0144	1,0144	1,0150	1,0143
		30,0	1,0119	1,0119	1,0123	1,0120
		40,0	1,0088	1,0088	1,0091	1,0088
		50,0	1,0069	1,0069	1,0072	1,0069
		75,0	1,0046	1,0046	1,0048	1,0048
		100,0	1,0034	1,0034	1,0036	1,0034

$k_p$	r/h	2,0	0,124584	0,124375	0,125000	0,124230
		2,5	0,099843	0,099680	0,100000	0,099690
		5,0	0,049992	0,049960	0,050000	0,049930
		7,5	0,033331	0,033321	0,033333	0,033380
		10,0	0,024999	0,024995	0,025000	0,024800
		15,0	0,016666	0,016665	0,016667	0,016540
		20,0	0,012500	0,012499	0,012500	0,012320
		25,0	0,010000	0,010000	0,010000	0,009900
		30,0	0,008333	0,008333	0,008333	0,008380
		40,0	0,006249	0,006250	0,006250	0,006234
		50,0	0,005000	0,005000	0,005000	0,004979
		75,0	0,003333	0,003333	0,003333	0,003493
		100,0	0,002500	0,002500	0,002500	0,002489

$k_{dis}$	r/h	2,0	1,2320	-	1,4000	1,2319
		2,5	1,2329	-	1,4000	1,2334
		5,0	1,2335	-	1,4000	1,2336
		7,5	1,2336	-	1,4000	1,2329
		10,0	1,2336	-	1,4000	1,2345
		15,0	1,2335	-	1,4000	1,2358
		20,0	1,2336	-	1,4000	1,2434
		25,0	1,2336	-	1,4000	1,2407
		30,0	1,2336	-	1,4000	1,2442
		40,0	1,2335	-	1,4000	1,2353
		50,0	1,2335	-	1,4000	1,2370
		75,0	1,2336	-	1,4000	1,2353
		100,0	1,2336	-	1,4000	1,2368

## A. 2 Gekrümmter Satteldachträger Berechnung nach Blumer

Anmerkung: Die leeren Bereiche in den Tabellen sind entweder geometrisch nicht sinnvoll oder lieferten keine gültigen Ergebnisse bei der Berechnung mit Octave.

		v									
		2,5	5	7,5	10	12,5	15	20	25	30	
$k_l$	r/h	2,0						2,43133	3,03395	2,97532	
		3,0					1,50089	2,03583	2,17791	2,47209	
		5,0				1,52960	1,48807	1,58467	1,74525	2,23238	
		10,0			1,11115	1,21120	1,38788	1,53711	1,95947		
		15,0			1,15857	1,28556	1,45053	1,60840			
		25,0		1,23063	1,20267	1,33268	1,47862				
	50,0	1,06952	1,12588	1,19477	1,33497						
$k_p$	r/h	2,0						0,18795	0,23129	0,24713	
		3,0					0,07588	0,11506	0,15106	0,17057	
		5,0				0,066682	0,07408	0,08637	0,09150	0,12330	
		10,0			0,03813	0,03742	0,04906	0,05827	0,08242		
		15,0			0,02783	0,03652	0,04656	0,05745			
		25,0		0,03732	0,02720	0,03548	0,04340				
	50,0	0,01070	0,01892	0,02336	0,03333						
$k_{dis}$	r/h	2,0						1,79741	2,00185	1,95225	
		3,0					1,36165	1,61762	1,75967	2,15538	
		5,0				1,48360	1,69549	1,92437	1,70350	1,97720	
		10,0			1,61258	1,61995	1,55786	1,74760	1,85705		
		15,0			1,61537	1,66941	1,62805	1,75035			
		25,0		1,65938	1,66687	1,69770	1,83647				
	50,0	1,43787	1,65809	1,83894	1,88323						

### A. 3 Gekrümmter Satteldachträger Berechnung nach Eurocode

Anmerkung: Die leeren Bereiche in den Tabellen sind geometrisch nicht sinnvoll.

		v									
		2,5	5	7,5	10	12,5	15	20	25	30	
$k_l$	r/h	2,0	1,3101	1,3112	1,3287	1,3630	1,4150	1,4859	1,6903	1,9934	2,4219
		3,0	1,1774	1,1896	1,2204	1,2705	1,3407	1,4325	1,6880	2,0568	2,5697
		5,0	1,1096	1,1449	1,2004	1,2770	1,3757	1,4981	1,8224	2,2723	2,8822
		10,0	1,0810	1,1415	1,2233	1,3271	1,4543	1,6065	1,9954		
		15,0	1,0757	1,1461	1,2380	1,3522	1,4901	1,6534			
		25,0	1,0730	1,1519	1,2523	1,3753	1,5221				
		50,0	1,0718	1,1573	1,2645	1,3943					
$k_p$	r/h	2,0	0,12448	0,12511	0,12691	0,12992	0,13420	0,13984	0,15564	0,17858	0,21057
		3,0	0,08123	0,08073	0,08187	0,08471	0,08931	0,09578	0,11500	0,14406	0,18558
		5,0	0,04999	0,05136	0,05413	0,05837	0,06415	0,07156	0,09187	0,12082	0,16076
		10,0	0,02852	0,03290	0,03816	0,04436	0,05155	0,05982	0,07999		
		15,0	0,02174	0,02742	0,03376	0,04078	0,04855	0,05713			
		25,0	0,01645	0,02329	0,03057	0,03831	0,04658				
		50,0	0,01256	0,02033	0,02837	0,03669					
$k_{dis}$	r/h	2,0	1,70	1,70	1,70	1,70	1,70	1,70	1,70	1,70	1,70
		3,0	1,70	1,70	1,70	1,70	1,70	1,70	1,70	1,70	1,70
		5,0	1,70	1,70	1,70	1,70	1,70	1,70	1,70	1,70	1,70
		10,0	1,70	1,70	1,70	1,70	1,70	1,70	1,70		
		15,0	1,70	1,70	1,70	1,70	1,70	1,70			
		25,0	1,70	1,70	1,70	1,70	1,70				
		50,0	1,70	1,70	1,70	1,70					
V	r/h	2,0	4,355	8,658	12,857	16,903	20,745	24,336	30,583	35,304	38,206
		3,0	2,901	5,758	8,524	11,156	13,611	15,847	19,505	21,833	22,577
		5,0	1,739	3,437	5,056	6,555	7,897	9,044	10,614	11,003	9,983
		10,0	0,867	1,697	2,454	3,102	3,607	3,935	3,930		
		15,0	0,576	1,116	1,586	1,951	2,177	2,231			
		25,0	0,343	0,652	0,892	1,030	1,032				
		50,0	0,169	0,304	0,372	0,339					

## A. 4 Gekrümmter Satteldachträger Berechnung mit RFEM

Anmerkung: Die leeren Bereiche in den Tabellen sind geometrisch nicht sinnvoll.

		y									
		2,5	5	7,5	10	12,5	15	20	25	30	
$k_{I,Mitte}$	r/h	2,0	1,3252	1,5055	1,5901	1,7258	1,7485	1,8138	1,9603	2,1998	2,5144
		3,0	1,2531	1,3563	1,4443	1,4670	1,5161	1,5697	1,7416	2,0364	2,5725
		5,0	1,1845	1,2300	1,2649	1,3109	1,3761	1,4868	1,7749	2,2349	2,9500
		10,0	1,1052	1,1353	1,1893	1,2726	1,3916	1,5448	1,9626		
		15,0	1,0782	1,1246	1,1897	1,3072	1,4399	1,6074			
		25,0	1,0553	1,1159	1,2100	1,3383	1,4856				
		50,0	1,0498	1,1294	1,2323	1,3700					

$k_{I,Max}$	r/h	2,0	1,3252	1,5055	1,5901	1,7258	1,7485	1,8138	2,0018	2,2296	2,7739
		3,0	1,2531	1,3563	1,4443	1,4670	1,5318	1,5953	1,8595	2,4794	3,7158
		5,0	1,1845	1,2300	1,2649	1,3245	1,4469	1,6078	2,3177	4,3574	14,4915
		10,0	1,1052	1,1383	1,2454	1,4493	1,7953	2,4527	7,4331		
		15,0	1,0782	1,1559	1,3441	1,7326	2,4980	4,4764			
		25,0	1,0579	1,2281	1,6322	2,6709	6,3639				
		50,0	1,0582	1,5267	3,0927	18,1708					

$k_p$	r/h	2,0	0,02413	0,04550	0,06481	0,08246	0,09888	0,11436	0,14444	0,17604	0,21349
		3,0	0,02323	0,04211	0,05788	0,07134	0,08319	0,09432	0,11659	0,14321	0,18023
		5,0	0,02157	0,03645	0,04736	0,05618	0,06430	0,07270	0,09332	0,12275	0,16381
		10,0	0,01798	0,02698	0,03384	0,04109	0,04934	0,05891	0,08225		
		15,0	0,01522	0,02228	0,02942	0,03735	0,04607	0,05580			
		25,0	0,01199	0,01926	0,02714	0,03528	0,04401				
		50,0	0,00983	0,01792	0,02569	0,03542					

$k_{dis}$	r/h	2,0	1,9406	1,8723	1,8197	1,7785	1,7434	1,7115	1,6549	1,6035	1,5565
		3,0	1,9025	1,8170	1,7560	1,7093	1,6674	1,6332	1,5783	1,5385	1,5048
		5,0	1,8444	1,7371	1,6671	1,6199	1,5911	1,5753	1,5677	1,5374	1,3572
		10,0	1,7389	1,6249	1,6099	1,6418	1,6768	1,6922	1,5917		
		15,0	1,6634	1,6269	1,7072	1,7716	1,7853	1,7486			
		25,0	1,6222	1,7957	1,9112	1,9243	1,8537				
		50,0	1,8741	2,1253	2,1309	2,0469					

V	r/h	2,0	72,320	73,600	73,270	72,730	71,640	70,320	66,550	61,520	55,360
		3,0	32,750	33,260	33,350	33,400	33,150	32,670	31,090	28,580	25,210
		5,0	12,008	12,375	12,600	12,763	12,863	12,830	12,375	11,063	8,738
		10,0	3,137	3,353	3,620	3,867	4,037	4,058	3,518		
		15,0	1,448	1,672	1,909	2,094	2,146	2,043			
		25,0	0,577	0,764	0,916	0,969	0,897				
		50,0	0,203	0,303	0,332	0,273					

## A. 5 Gerader Satteldachträger Berechnung nach Blumer

Anmerkung: Die leeren Bereiche in den Tabellen lieferten keine gültigen Ergebnisse bei der Berechnung nach Blumer.

		y						
		2,5	5	10	15	20	25	
$k_l$	$h_{\text{end}}$	0,25	1,0474	1,1269				
		0,50	1,0553	1,1468	1,4088			
		0,75	1,0578	1,1507	1,4089	1,7382		
		1,00	1,0544	1,1520	1,4090	1,7677	2,2385	2,7777
		1,50	1,0492	1,1357	1,4083	1,7735	2,2175	2,8038
		2,00	1,0321	1,1883	1,4036	1,7665	2,2132	2,7869

$k_p$	$h_{\text{end}}$	0,25	0,00759	0,01287				
		0,50	0,00879	0,01742	0,03226			
		0,75	0,00900	0,01765	0,03230	0,04257		
		1,00	0,00862	0,01776	0,03272	0,05024	0,06726	0,10256
		1,50	0,00896	0,01756	0,03267	0,05028	0,07000	0,09896
		2,00	0,00864	0,01954	0,03243	0,05006	0,06995	0,09538

$k_{\text{dis}}$	$h_{\text{end}}$	0,25	1,8153	2,0491				
		0,50	1,8128	1,8259	1,7839			
		0,75	1,8238	1,8075	1,7631	1,8983		
		1,00	1,8191	1,7914	1,7614	1,9037	2,1733	2,2723
		1,50	2,0144	1,9243	1,7540	1,8572	2,0914	2,2121
		2,00	2,4256	1,6438	1,7518	1,8414	2,0724	2,2780

## A. 6 Gerader Satteldachträger Berechnung nach Eurocode

		v						
		2,5	5	10	15	20	25	
$k_l$	$h_{end}$	0,25	1,0714	1,1638	1,4148	1,7628	2,2249	2,8270
		0,50	1,0714	1,1638	1,4148	1,7628	2,2249	2,8270
		0,75	1,0714	1,1638	1,4148	1,7628	2,2249	2,8270
		1,00	1,0714	1,1638	1,4148	1,7628	2,2249	2,8270
		1,50	1,0714	1,1638	1,4148	1,7628	2,2249	2,8270
		2,00	1,0714	1,1638	1,4148	1,7628	2,2249	2,8270
$k_p$	$h_{end}$	0,25	0,00873	0,01750	0,03527	0,05359	0,07279	0,09326
		0,50	0,00873	0,01750	0,03527	0,05359	0,07279	0,09326
		0,75	0,00873	0,01750	0,03527	0,05359	0,07279	0,09326
		1,00	0,00873	0,01750	0,03527	0,05359	0,07279	0,09326
		1,50	0,00873	0,01750	0,03527	0,05359	0,07279	0,09326
		2,00	0,00873	0,01750	0,03527	0,05359	0,07279	0,09326
$k_{dis}$	$h_{end}$	0,25	1,4000	1,4000	1,4000	1,4000	1,4000	1,4000
		0,50	1,4000	1,4000	1,4000	1,4000	1,4000	1,4000
		0,75	1,4000	1,4000	1,4000	1,4000	1,4000	1,4000
		1,00	1,4000	1,4000	1,4000	1,4000	1,4000	1,4000
		1,50	1,4000	1,4000	1,4000	1,4000	1,4000	1,4000
		2,00	1,4000	1,4000	1,4000	1,4000	1,4000	1,4000
V	$h_{end}$	0,25	0,2169	0,4622	1,2241	2,3580	3,8944	5,8874
		0,50	0,5103	0,8596	1,8248	3,1579	4,8920	7,0829
		0,75	0,9274	1,3792	2,5449	4,0745	6,0032	8,3889
		1,00	1,4681	2,0211	3,3845	5,1077	7,2280	9,8052
		1,50	2,9203	3,6716	5,4221	7,5240	10,0185	12,9693
		2,00	4,8672	5,8112	7,9378	10,4067	13,2636	16,5750

## A. 7 Gerader Satteldachträger Ber. mit RFEM LF1 : Moment

		v						
		2,5	5	10	15	20	25	
$k_l$	$h_{end}$	0,25	1,0665	1,1556	1,4100	1,7683	2,2372	2,8315
		0,50	1,0662	1,1554	1,4126	1,7753	2,2392	2,8388
		0,75	1,0661	1,1554	1,4114	1,7740	2,2536	2,8715
		1,00	1,0662	1,1558	1,4127	1,7775	2,2611	2,8851
		1,50	1,0675	1,1592	1,4197	1,7854	2,2644	2,8757
		2,00	1,0709	1,1658	1,4276	1,7837	2,2389	2,8084
$k_p$	$h_{end}$	0,25	0,00908	0,01700	0,07289	0,20826	0,44097	0,78418
		0,50	0,00910	0,01699	0,03233	0,07064	0,14128	0,24057
		0,75	0,00910	0,01702	0,03248	0,05003	0,08008	0,13235
		1,00	0,00911	0,01705	0,03263	0,05038	0,07221	0,10079
		1,50	0,00916	0,01718	0,03298	0,05071	0,07192	0,09781
		2,00	0,00924	0,01739	0,03309	0,04983	0,06889	0,09135
$k_{dis}$	$h_{end}$	0,25	2,5927	2,1530	2,5011	2,6748	2,8237	2,9349
		0,50	2,4204	2,1090	1,6927	1,8585	2,0528	2,1581
		0,75	2,2766	2,0185	1,7127	1,4951	1,4904	1,6376
		1,00	2,1605	1,9348	1,6735	1,5202	1,4230	1,3787
		1,50	1,9638	1,7832	1,6043	1,5223	1,4880	1,4751
		2,00	1,8148	1,6843	1,5727	1,5331	1,5226	1,5274
V	$h_{end}$	0,25	2,5544	3,4950	5,2625	7,0294	8,8069	10,6719
		0,50	4,3656	5,2900	6,9919	8,6781	10,5225	12,3294
		0,75	6,0419	6,8938	8,6056	10,3250	12,0194	13,7731
		1,00	7,5900	8,3875	10,0125	11,7725	13,4944	15,2131
		1,50	10,2894	10,9231	12,6563	14,3419	16,1038	17,8113
		2,00	12,9100	13,4444	15,1694	16,8906	18,5631	20,2806

## A. 8 Gerader Satteldachträger Ber. mit RFEM LF2: Gleichlast

Anmerkung: Die leeren Bereiche in den Tabellen lieferten keine auswertbaren Querzugzonen und gelten als überdrückt.

		y						
		2,5	5	10	15	20	25	
$k_l$	$h_{end}$	0,25	1,0719	1,1655	1,4262	1,7816	2,2378	2,8108
		0,50	1,0792	1,1741	1,4354	1,7892	2,2364	2,8030
		0,75	1,0900	1,1857	1,4447	1,7936	2,2411	2,8057
		1,00	1,1050	1,2023	1,4627	1,8129	2,2629	2,8320
		1,50	1,1698	1,2798	1,5678	1,9505	2,4392	3,0541
		2,00	1,3050	1,4432	1,7915	2,2393	2,7979	3,4887

$k_p$	$h_{end}$	0,25	0,00612	0,01114	0,01758	0,02240	0,02666	0,03089
		0,50	0,00233	0,00604	0,01066	0,01366	0,01661	0,01936
		0,75	-	0,00103	0,00398	0,00604	0,00786	0,00979
		1,00	-	-	0,00070	0,00196	0,00347	0,00537
		1,50	-	-	-	0,00102	0,00255	0,00464
		2,00	-	-	-	0,00279	0,00513	0,00773

$k_{dis}$	$h_{end}$	0,25	1,9231	1,8504	1,6931	1,6406	1,6066	1,5825
		0,50	1,7792	1,6852	1,6496	1,6138	1,6030	1,5955
		0,75	-	1,6121	1,6341	1,6289	1,6257	1,6233
		1,00	-	-	1,7088	1,6754	1,6897	1,6909
		1,50	-	-	-	1,4614	1,4690	1,4984
		2,00	-	-	-	1,3930	1,3418	1,3757

V	$h_{end}$	0,25	0,5344	1,1281	2,2338	3,2125	3,8825	4,3119
		0,50	0,5994	1,0900	2,1238	2,7619	3,2875	3,6044
		0,75	-	0,6838	1,6244	2,1431	2,4963	2,8269
		1,00	-	-	0,8513	1,5119	2,2288	2,6806
		1,50	-	-	-	2,1431	2,8563	3,1606
		2,00	-	-	-	2,6181	3,4925	3,6350



## A. 9 Gerader Satteldachträger Ber. mit RFEM LF3: Einzellasten

Anmerkung: Die leeren Bereiche in den Tabellen lieferten keine auswertbaren Querzugzonen und gelten als überdrückt.

			$\gamma$					
			2,5	5	10	15	20	25
$k_l$	$h_{\text{end}}$	0,25	1,0720	1,1697	1,4321	1,7883	2,2456	2,8202
		0,50	1,0825	1,1787	1,4411	1,7957	2,2441	2,8125
		0,75	1,0939	1,1903	1,4501	1,8000	2,2488	2,8155
		1,00	1,1089	1,2067	1,4680	1,8191	2,2704	2,8419
		1,50	1,1739	1,2843	1,5729	1,9564	2,4463	3,0636
		2,00	1,3088	1,4472	1,7957	2,2438	2,8033	3,4958
$k_p$	$H$	0,25	0,00898	0,01524	0,01803	0,02216	0,02680	0,03122
		0,50	0,00833	0,01284	0,01052	0,01357	0,01679	0,01967
		0,75	0,00751	0,01071	0,00398	0,00608	0,00802	0,01007
		1,00	0,00679	0,00870	0,00069	0,00199	0,00356	0,00553
		1,50	0,00532	0,00416	-	0,00101	0,00256	0,00467
		2,00	0,00331	-	-	0,00276	0,00510	0,00769
$k_{\text{dis}}$	$H$	0,25	1,9749	2,0047	1,7041	1,6330	1,6052	1,5829
		0,50	2,0651	2,1191	1,6497	1,6026	1,6024	1,5959
		0,75	1,9936	2,3519	1,6627	1,6264	1,6239	1,6237
		1,00	2,0215	1,9148	1,7078	1,6769	1,6876	1,6866
		1,50	1,5780	1,4638	-	1,4610	1,4801	1,5067
		2,00	1,5735	-	-	1,3935	1,3429	1,3767
$V$	$H$	0,25	0,5394	1,2250	2,3556	3,2638	3,9381	4,3719
		0,50	0,5900	1,1513	2,2500	2,7838	3,3369	3,6700
		0,75	0,2906	0,8513	1,6994	2,1738	2,5313	2,8763
		1,00	0,2575	0,2581	0,8675	1,5294	2,2400	2,7219
		1,50	0,0388	0,0388	-	2,1375	2,8488	3,1700
		2,00	0,0369	-	-	2,6019	3,4931	3,6406

## A. 10 Gerader Satteldachträger Ber. mit RFEM LF4: Einzellasten

Anmerkung: Die leeren Bereiche in den Tabellen lieferten keine auswertbaren Querzugzonen und gelten als überdrückt.

		y						
		2,5	5	10	15	20	25	
$k_l$	$h_{end}$	0,25	1,0687	1,1674	1,4476	1,8178	2,2793	2,8555
		0,50	1,0804	1,1834	1,4617	1,8243	2,2752	2,8446
		0,75	1,0977	1,2011	1,4719	1,8258	2,2736	2,8363
		1,00	1,1178	1,2207	1,4877	1,8380	2,2825	2,8415
		1,50	1,1821	1,2914	1,5711	1,9356	2,3956	2,9698
		2,00	1,2933	1,4206	1,7376	2,1409	2,6407	3,2555
$k_p$	H	0,25	0,00912	0,01700	0,02745	0,02515	0,02457	0,02939
		0,50	0,00910	0,01601	0,02155	0,01345	0,01472	0,01810
		0,75	0,00864	0,01432	0,01621	0,00528	0,00608	0,00794
		1,00	0,00796	0,01242	0,01127	0,00094	0,00191	0,00312
		1,50	0,00648	0,00843	0,00267	-	0,00061	0,00141
		2,00	0,00461	0,00437	-	-	0,00136	0,00253
$k_{dis}$	H	0,25	1,9271	1,8260	1,8085	1,6917	1,6375	1,5151
		0,50	1,7733	1,6983	1,7940	1,6460	1,6037	1,5482
		0,75	1,8776	1,8096	1,9615	1,8313	1,6051	1,5780
		1,00	1,7738	1,7075	1,8540	1,7037	1,6369	1,6461
		1,50	1,5429	1,4753	1,5470	-	1,5353	1,5028
		2,00	1,5174	1,4977	-	-	1,4081	1,3991
V	H	0,25	0,6794	1,2719	2,6300	3,7331	4,1606	4,2175
		0,50	0,8306	1,1106	2,2775	3,3456	3,3181	3,4875
		0,75	0,9131	1,1625	1,9038	2,2413	2,3156	2,4331
		1,00	0,4925	0,6206	0,9581	1,1206	1,5169	1,7744
		1,50	0,1481	0,1919	0,1675	-	1,6263	2,0956
		2,00	0,0981	0,1356	-	-	1,6644	2,0294

## A. 11 Gerader Satteldachträger Ber. mit RFEM LF5: Einzellasten

Anmerkung: Die leeren Bereiche in den Tabellen lieferten keine auswertbaren Querzugzonen und gelten als überdrückt.

		y						
		2,5	5	10	15	20	25	
$k_l$	$h_{end}$	0,25	1,0641	1,1476	1,3846	1,7233	2,1697	2,7327
		0,50	1,0640	1,1482	1,3903	1,7324	2,1712	2,7281
		0,75	1,0677	1,1542	1,3986	1,7386	2,1790	2,7346
		1,00	1,0777	1,1674	1,4163	1,7589	2,2017	2,7619
		1,50	1,1326	1,2359	1,5128	1,8858	2,3639	2,9659
		2,00	1,2599	1,3907	1,7252	2,1593	2,7024	3,3747
$k_p$	H	0,25	0,00166	0,00490	0,01320	0,02168	0,02885	0,03252
		0,50	0,00100	0,00320	0,00864	0,01458	0,01871	0,02068
		0,75	0,00009	0,00051	0,00389	0,00751	0,00948	0,01105
		1,00	-	-	0,00105	0,00280	0,00430	0,00605
		1,50	-	-	-	0,00122	0,00268	0,00471
		2,00	-	-	-	0,00272	0,00483	0,00738
$k_{dis}$	H	0,25	1,8051	1,6276	1,4752	1,4959	1,6020	1,6360
		0,50	1,6047	1,5933	1,4502	1,5160	1,6021	1,6384
		0,75	1,6075	1,5971	1,5101	1,5793	1,6340	1,6589
		1,00	-	-	1,6281	1,6644	1,7228	1,6993
		1,50	-	-	-	1,5535	1,5469	1,5261
		2,00	-	-	-	1,3775	1,3374	1,3905
V	H	0,25	0,9900	1,5300	2,3525	3,2738	4,2844	4,7619
		0,50	0,9931	1,5919	2,4244	2,8688	3,5119	3,9469
		0,75	0,2669	0,8644	1,9631	2,3125	2,7063	3,0969
		1,00	-	-	1,0844	1,6625	2,4225	2,8631
		1,50	-	-	-	2,3025	2,8744	3,1813
		2,00	-	-	-	2,7394	3,4831	3,6238

## A. 12 Einfluss der Materialeigenschaften Ber. mit RFEM

Anmerkung: Die Trägertypen wurden unter 3.6 erläutert.

		Trägertyp				
		1	2	3	4	
$k_I$	Güteklasse	D30	1,0281	1,2633	1,3275	1,3468
		D50	1,0279	1,2533	1,3025	1,3226
		GL24h	1,0291	1,2832	1,3396	1,3701
		GL36h	1,0291	1,2836	1,3403	1,3710
		GL24c	1,0296	1,3011	1,3859	1,4158
		GL36c	1,0292	1,2895	1,3552	1,3858
		Blumer	1,0295	1,3072	1,4126	1,4380
		Isotrop	1,0269	1,1277	1,0990	1,1049

$k_p$	Güteklasse	D30	0,01656	0,04360	0,03878	0,01664
		D50	0,01656	0,04532	0,04076	0,01827
		GL24h	0,01656	0,04029	0,03596	0,01346
		GL36h	0,01656	0,04024	0,03590	0,01340
		GL24c	0,01656	0,03806	0,03336	0,01132
		GL36c	0,01656	0,03948	0,03503	0,01269
		Blumer	0,01654	0,03735	0,03233	0,01066
		Isotrop	0,01658	0,09654	0,09469	0,06912

$k_{dis}$	Güteklasse	D30	1,2360	1,8746	1,8070	1,6872
		D50	1,2360	1,8963	1,8280	1,6922
		GL24h	1,2360	1,8121	1,7195	1,6612
		GL36h	1,2360	1,8113	1,7187	1,6613
		GL24c	1,2360	1,7810	1,6953	1,6519
		GL36c	1,2360	1,8011	1,7120	1,6610
		Blumer	1,2360	1,7716	1,6927	1,6496
		Isotrop	1,2360	2,3992	2,2929	1,8618

$V$	Güteklasse	D30	-	2,0092	7,0394	2,2094
		D50	-	2,0004	7,0569	2,2350
		GL24h	-	2,0784	7,0106	2,2544
		GL36h	-	2,0784	7,0106	2,2556
		GL24c	-	2,0992	6,9969	2,1844
		GL36c	-	2,0848	7,0106	2,2338
		Blumer	-	2,0936	6,9919	2,1238
		Isotrop	-	2,0616	7,0781	1,9706