

**Sebastian Haid, BSc**

# **Systemstudie zu Nebenreaktionen in einem magnetisch eingeschlossenen Fusionsplasma für Weltraumantriebsaufgaben**

## **MASTERARBEIT**

zur Erlangung des akademischen Grades  
Diplom-Ingenieur

Masterstudium Technische Physik



**Technische Universität Graz**

Betreuer:

Ao. Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Martin Heyn  
Institut für Theoretische Physik – Computational Physics

Graz, April 2012

Deutsche Fassung:  
Beschluss der Curricula-Kommission für Bachelor-, Master- und Diplomstudien vom 10.11.2008  
Genehmigung des Senates am 1.12.2008

## EIDESSTÄTLICHE ERKLÄRUNG

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt, und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommene Stellen als solche kenntlich gemacht habe.

Graz, am .....

.....  
(Unterschrift)

Englische Fassung:

## STATUTORY DECLARATION

I declare that I have authored this thesis independently, that I have not used other than the declared sources / resources, and that I have explicitly marked all material which has been quoted either literally or by content from the used sources.

.....  
date

.....  
(signature)

---

# Abstract

This thesis is a study on fusion reaction used for space propulsion. The current approach of the generalized burn criterion is supplemented by the examination of the possible side reactions that may occur. This is done by theoretically deriving a new burn criterion as well as by inserting the acquired formula in an extended Matlab<sup>®</sup>-Program. The four nominal pairs D-T, D-<sup>3</sup>He, <sup>3</sup>He-<sup>3</sup>He, <sup>11</sup>B-p are used as a basis for further research.

For the determination of the propulsion properties the processing of the particle bilanz is examined. Therefor the plasma specific quantities of the Hot Ion Mode and its confinement times, as well as the properties of the idealized reactor and its potential (side) reactions are treated in more detail. The thereby obtained burn criterion and its predominant ion density are examined with and without ash confinement. The possibly occurring neutrons are recorded according to their number and energy. The results achieved by the burn criterion make an estimation of the engine's mass possible. This examination is verified by a simulation of a space mission to Mars and the Oort'sche cloud.

# Zusammenfassung

Diese Arbeit beschäftigt sich mit der Anwendung von Fusion für Raumfahrtantriebe. Es wird die gängige Form des generalisierten Brennkriteriums durch die Betrachtung der möglichen Nebenreaktionen erweitert. Dies geschieht sowohl durch das theoretische Herleiten eines neuen Brennkriteriums als auch durch das Einsetzen der erarbeiteten Formel in ein erweitertes Matlab<sup>®</sup>-Programm. Die vier nominellen Paarungen D-T, D-<sup>3</sup>He, <sup>3</sup>He-<sup>3</sup>He, <sup>11</sup>B-p bilden dabei die Basis.

Zur Bestimmung der Antriebseigenschaften wird die Verarbeitung der Partikelbilanz untersucht. Dabei wird insbesondere auf die plasmazpezifischen Größen des Hot Ion Mode und der dafür nötigen Einschlusszeiten, sowie auf die Eigenschaften des idealisierten Reaktors und die möglichen (Neben-) Reaktionen eingegangen. Das erhaltene Brennkriterium und die dabei vorherrschenden Ionendichten werden sowohl mit, als auch ohne Ascheeinschluss betrachtet. Die dabei eventuell auftretenden Neutronen werden in Anzahl und Energie erfasst. Eine Abschätzung des Arbeitsgastriebwerkes und dessen Masse wird durch die aus dem Kriterium resultierenden Leistungen möglich. Mit der Simulation einer Mission zum Mars und der Oort'schen Wolke wird diese Schätzung überprüft.

---

# Danksagung

Diese Arbeit widme ich meinen Eltern für ihre liebevolle und uneingeschränkte Unterstützung vor und während der Arbeit, meinem Bruder für seine aufmunternde Art und meinem Großvater für die ersten wissenschaftlichen Berührungen.

Diese Arbeit entstand am Institut für Raumfahrtsysteme der Universität Stuttgart, Deutschland, als Masterarbeit der Technischen Physik am Institut für Theoretische Physik - Computational Physics an der Technischen Universität Graz, Österreich. Herr Ao. Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr. Heyn übernahm die Leitung der Arbeit in Graz. In Stuttgart wurde diese ermöglicht und betreut von Herr Dipl.-Ing. Gabrielli und Herr Dr.-Ing. Herdirch.

Mein größter Dank gilt Herrn Dipl.-Ing. Gabrielli und Herrn Dr.-Ing. Herdirch für die gegebene Möglichkeit und die damit einhergegangene engagierte und freundliche Betreuung. Mit deren Motivation, Wissen und Kritik standen sie mir bei meiner Arbeit stets zur Seite und haben einen großen Anteil an meiner dabei entstandenen Freude.

Ich möchte mich bei Herrn Ao. Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr. Heyn bedanken, dass er meine Betreuung in Graz übernahm und damit einen wichtigen Teil zu meiner Arbeit in Stuttgart beigetragen hat.

Die Bewilligung eines KUWI-Stipendium der Technischen Universität Graz bot mir einen Teil der nötigen finanziellen Unterstützung. Das bewilligte Geld wurde von der Akademisch-Soziale Arbeitsgemeinschaft Österreichs (ASAG) lukriert. Ihnen gilt daher mein großer Dank.

Abschließend möchte ich mich für die nötige Motivation und das Interesse meiner Familie an meinem Thema, die geistige und linguistische Hilfe meiner Freunde und die Integration der Bewohner einer Stuttgarter Bruchbude bedanken.

# Inhaltsverzeichnis

<b>Symbolverzeichnis</b>	<b>ix</b>
<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>xii</b>
<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>xiv</b>
<b>1. Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2. Grundlagen des Fusionsplasma-Modell</b>	<b>3</b>
2.1. Das Plasma . . . . .	3
2.2. Kernfusion und Fusionsbrennstoff . . . . .	4
2.2.1. Kernfusion . . . . .	4
2.2.2. Wirkungsquerschnitt, Reaktionsratenkoeffizient und Reaktionsrate . . . . .	5
2.3. Haupt- und Nebenreaktionen . . . . .	6
2.4. Der stationäre Betriebszustand . . . . .	10
2.4.1. Partikelbilanz . . . . .	10
2.4.2. Leistungsbilanz . . . . .	13
2.4.3. Leistungsfluss . . . . .	14
2.4.4. Brennkriterium . . . . .	15
2.5. Iterativer Lösungsansatz und Modellierung . . . . .	18
2.6. Antriebsparameter . . . . .	19
2.6.1. Arbeitsgastriebwerk . . . . .	21
2.6.2. Reaktormodelle und Massenabschätzung . . . . .	21
<b>3. Ergebnisse der Studie</b>	<b>27</b>
3.1. Gleichgewichtszustände des Plasmas . . . . .	27
3.2. Reaktionen und Nebenreaktionen . . . . .	30
3.2.1. Brennkriterium . . . . .	30
3.2.2. Fusionsleistungsdichten . . . . .	35
3.2.3. Weitere Plasmaparameter . . . . .	36
3.3. Neutronenhintergrundstrahlung . . . . .	37
3.4. Antriebsparameter . . . . .	41
3.4.1. Antriebsgrößen . . . . .	41
3.4.2. Antriebsmassen . . . . .	41
<b>4. Datenvergleich und experimentelle Ansätze</b>	<b>47</b>
4.1. Brennkriterium und Gesamtionendichte . . . . .	47

4.2. Druck, Magnetfeld und Neutronen . . . . .	48
<b>5. Missionsanalyse</b>	<b>50</b>
5.1. Astronautische Mission . . . . .	50
5.1.1. Das $^{11}\text{B-p}$ Triebwerk . . . . .	51
5.1.2. Das $\text{D-}^3\text{He}$ Triebwerk . . . . .	51
5.2. Robotische Wissenschaftsmision . . . . .	53
<b>6. Zusammenfassung</b>	<b>55</b>
<b>7. Ausblick</b>	<b>57</b>
7.1. Plasma und Brennkriterium . . . . .	57
7.2. Geometrischer Einschluss und Triebwerksforschung . . . . .	58
7.3. Programm . . . . .	58
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>60</b>
<b>A. Thermische Diffusion</b>	<b>65</b>
<b>B. Einschlusszeiten</b>	<b>67</b>
<b>C. Brennkriterium und Fusionsergebnisse</b>	<b>68</b>
C.1. Nebenreaktionen . . . . .	68
C.2. Magnetfeld . . . . .	69
<b>D. Antriebsparameter und -simulation</b>	<b>70</b>
D.1. Massenstrom . . . . .	70
D.2. Antriebssimulation . . . . .	71
D.2.1. Das $^{11}\text{B-p}$ Triebwerk . . . . .	71
D.2.2. Das $\text{D-}^3\text{He}$ Triebwerk . . . . .	72
<b>E. Das Programm</b>	<b>73</b>
E.1. Constants . . . . .	74
E.2. Parameters . . . . .	75
E.3. Reaction Rate Coefficient . . . . .	75
E.4. Calculations for the main part . . . . .	77
E.5. Calculation of the enthalpies of hydrogen . . . . .	77
E.6. System Calculation . . . . .	78
E.7. The Main Structure . . . . .	78
E.8. New reaction include . . . . .	81
E.9. Future Adapation . . . . .	83

# Symbolverzeichnis

## *Lateinische Bezeichnungen*

$A$	$A \in \mathbb{N}$	Nukleonenzahl
$A$	$[m^2]$	Fläche
$a$	-	Anzahl der Reaktionen/ Reaktanden
$a$	$[\frac{m}{s^2}]$	Beschleunigung
$B$	$[T]$	Magnetische Flussdichte
$b$	$b \in [2, 3]$	Anzahl der Produkte
$C$	-	Sicherheitsfaktor
$c$	-	Konzentration
$c_e$	$[\frac{m}{s}]$	Effektive Austrittsgeschwindigkeit
$D$	$[\frac{m^2}{s}]$	Diffusionskoeffizient
$d$	$[m]$	Dicke, Strecke, Distanz
$E_F$	$[keV]$	Energie eines Fusionsereignisses
$E$	$[J]$	Energie
$F$	$[N]$	Schub
$\mathcal{F}$	$[\frac{N}{m^3}]$	Schubdichte, bezogen auf das Plasmavolumen
$f$	-	Reflexionsanteil
$g$	-	Absorbierbarer Leistungsanteil
$h$	$\frac{J}{kg}$	Massenspezifische Enthalpie
$k$	-	Leistungsanteil
$L$	$L \in \mathbb{N}$	Anzahl an Schichten der Stärke einer Eindringtiefe
$m$	$[kg]$	Masse
$\dot{m}$	$[\frac{kg}{s}]$	Massenstrom
$N$	-	Iterationsschritte
$n$	$[\frac{1}{m^3}]$	Teilchendichte
$P$	$[W]$	Leistung
$\mathcal{P}$	$[\frac{W}{m^3}]$	Leistungsdichte, bezogen auf das Plasmavolumen
$p$	$[\frac{N}{m^2}]$	Druck
$Q$	-	Leistungsfaktor
$R$	$[\frac{1}{s}]$	Reaktionsrate
$r$	$[m]$	Radius, Abstand
$S$		Zusammengesetzte Strahlungskonstante
$T$	$[K]$	Temperatur
$T'$	$[keV]$	Temperatur
$t$	$[s]$	Zeit
${}^AX$	-	Isotop des Stoffes X mit A Nukleonen
$V$	$[m^3]$	Volumen
$V_c$	$[V]$	Coulomb Potential

$v$	$[\frac{m}{s}]$	Geschwindigkeit
$WSK$	$WSK \in [0, 1]$	Wahrscheinlichkeit
$Z$	$Z \in \mathbb{N}$	Kernladungszahl

*Griechische Bezeichnungen*

$\alpha$	$[\frac{W}{kg}]$	Massenspezifische Leistungsdichte
$\beta$	-	Plasmastabilitätsindex
$\delta_{ik}$	0 oder 1	Kronecker-Symbol
$\varepsilon$	$[\frac{J}{kg}]$	Massenspezifische Energiedichte
$\eta$	-	Wirkungsgrad
$\lambda$	$[m]$	Eindringtiefe
$\lambda_D$	$[m]$	Debyelänge
$\mu$	-	Massenanteil
$\xi$	-	Anteil der Produkt-Ionen an der Fusionsenergie
$\rho$	$[\frac{kg}{m^3}]$	(Massen-) Dichte
$\sigma$	$[1\text{barn} = 10^{-28}m^2]$	Wirkungsquerschnitt
$\langle\sigma v\rangle$	$[\frac{m^3}{s}]$	Reaktionsratenkoeffizient
$\tau$	$[s]$	Einschlußzeit
$\phi$	-	Ionenüberhitzung
$\tilde{\phi}$	-	Inverse Ionenüberhitzung
$\psi$	-	Konzentrationsmultiplikant
$\Omega$	-	Berechnungsterm

*Indices*

<i>abs</i>	Bezogen auf Absorption
<i>ag</i>	Bezogen auf Arbeitsgastriebwerke / Arbeitsgas
<i>ash</i>	Bezogen auf Aschetriebwerke / Asche
<i>back</i>	Bezogen auf Rückführung / regeneriert
<i>Blt</i>	Bezogen auf Blanket
<i>BrS</i>	Bezogen auf Bremsstrahlungs
<i>crit</i>	Bezogen auf Kriterium
<i>Cryo</i>	Bezogen auf Cryosystem
<i>E</i>	energiebezogen
<i>DEC</i>	Bezogen auf das Thermoelektrowandler
<i>e</i>	Bezogen auf Elektronen
<i>eff</i>	effektiv
<i>ext</i>	Bezogen auf externe Heizung
<i>Fus</i>	Bezogen auf Fusion
<i>f</i>	Bezogen auf Treibstoff
<i>G</i>	dem Plasma zukommend
<i>Gam</i>	Gamov
<i>geom</i>	geometrisch
<i>H<sub>2</sub></i>	Bezogen auf Wasserstoff
<i>in</i>	Bezogen auf (Blanket-)Innenseite
<i>ion</i>	Bezogen auf Ionen
<i>j</i>	$j \in \{l, k, p, q\}$ Spezies
<i>L</i>	vom Plasma verloren



<i>mag</i>	Bezogen auf Magnet
<i>n<sup>0</sup></i>	Neutronen-
<i>out</i>	Bezogen auf (Blanket-)Außenseite
<i>pla</i>	Bezogen auf Plasma
<i>Por</i>	Bezogen auf Porosität
<i>r</i>	reduziert
<i>rad</i>	Bezogen auf Radiator
<i>,rad</i>	radiativ übertragen
<i>sup</i>	Bezogen auf Supraleiter
<i>Syn</i>	Bezogen auf Synchrotronstrahlung
<i>T</i>	Bezogen auf Schub
<i>th</i>	thermisch
<i>+,-</i>	geladen (positiv, negativ)

*Naturkonstanten*

<i>c<sub>0</sub></i>	$2,998 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$	Lichtgeschwindigkeit
<i>ε<sub>0</sub></i>	$(\mu_0 c_0^2)^{-1}$	Influenzkonstante / elektrische Feldkonstante
<i>h</i>	$6,626 \cdot 10^{-34} Js$	Planck-Konstante
<i>k<sub>B</sub></i>	$1,381 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K}$	Boltzmann-Konstante
<i>μ<sub>0</sub></i>	$4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$	Induktionskonstante / magnetische Feldkonstante
<i>m<sub>n</sub></i>	$1,674 \cdot 10^{-27} kg$	Neutronenmasse
<i>m<sub>p</sub></i>	$1,672 \cdot 10^{-27} kg$	Protonenmasse
<i>q</i>	$1,602 \cdot 10^{-19} C$	Elementarladung

*Isotope*

<sup>1</sup> H, p	Proton, Protium
<sup>2</sup> H, D	Deuteron, Deuterium
<sup>3</sup> H, T	Triton, Tritium
<sup>3</sup> He	Helium-3-Isotop
<sup>4</sup> He	Helium-4-Isotop
<sup>11</sup> B	Bor-11-Isotop

# Abbildungsverzeichnis

2.1.	Reaktionsratenkoeffizient eines D-T Reaktandengemisches . . . . .	7
2.2.	Wahrscheinlichkeiten der Reaktionen in einem D-T Reaktandengemisch . .	8
2.3.	Diagram zur Darstellung der Leistungsflüsse . . . . .	15
2.4.	Gliederung von Antriebskonzepten . . . . .	20
2.5.	Generisches Reaktormodell im Querschnitt . . . . .	22
2.6.	Temperaturprofil einen hypothetischen Fusionsreaktors . . . . .	23
2.7.	Schematischer Aufbau eines Raumschiffs mit Fusionsantrieb . . . . .	23
2.8.	Radialer Schnitt durch den generischen Reaktor . . . . .	24
3.1.	Konvergenzverhalten eines D-T Systems ohne Nebenreaktionen . . . . .	27
3.2.	Konvergenzverhalten eines D-T Systems mit Ascheeinschluss und Nebenre- aktionen . . . . .	28
3.3.	Konvergenzverhalten eines D-T Systems mit Ascheeinschluss, Nebenreak- tionen und alternativer Brennstoff-Nachfütterung . . . . .	29
3.4.	Vergleich des Brennkriteriums ohne Nebenreaktionen . . . . .	31
3.5.	Vergleich des Brennkriteriums mit Nebenreaktionen . . . . .	33
3.6.	Gegenüberstellung verschiedener Konfigurationen einer D- <sup>3</sup> He Reaktionen .	33
3.7.	Gegenüberstellung verschiedener Konfigurationen eines D-T Reaktandenge- misches . . . . .	34
3.8.	Leistungsdichten eines D-T Fusionsplasma . . . . .	36
3.9.	Gegenüberstellung der Leistungsdichten von vier Reaktandengemischen . .	37
3.10.	Neutronenwahrscheinlichkeit eines D- <sup>3</sup> He Reaktandengemisches . . . . .	39
3.11.	Neutronenenergie eines D- <sup>3</sup> He Reaktandengemisches . . . . .	40
3.12.	Neutronendichte eines D- <sup>3</sup> He Reaktandengemisches . . . . .	40
3.13.	Gegenüberstellung der Antriebsparameter der Schubdichte und der effekti- ven Austrittsgeschwindigkeit . . . . .	42
3.14.	Gegenüberstellung der Massen der Subsysteme eines D- <sup>3</sup> He und eines D-T Fusionsplasmas . . . . .	45
3.15.	Gegenüberstellung der vier Hauptreaktionen der Ionenüberhitzung von $\phi =$ 1 und den Plasmavolumina von 10 m <sup>3</sup> und 30 m <sup>3</sup> . . . . .	46
4.1.	Vergleichender Plasmadruck von vier Reaktionen . . . . .	49
4.2.	Energieverlust durch Neutronen zum Vergleich mit den erhaltenen Daten .	49
5.1.	Missionsprofil einer Marsmission mit einem <sup>11</sup> B – p Triebwerk . . . . .	52
5.2.	Missionsprofil einer Marsmission mit einem D – <sup>3</sup> He Triebwerk . . . . .	53

5.3. Profil einer interplanetaren Mission mit 100 AE Länge auf Basis eines $^{11}\text{B}$ -p Triebwerks. . . . .	54
C.1. Magnetfeld Vergleich . . . . .	69
D.1. Massenstrom eines Arbeitsgastriebwerkes auf Basis eines Fusionsreaktor . .	70
E.1. Struktur des entwickelten Programms . . . . .	73

# Tabellenverzeichnis

1.1. Gegenüberstellung der verschiedenen Energiequellen und charakteristischen Größen von Triebwerken . . . . .	1
2.1. Vier interessante Reaktionen dieser Arbeit . . . . .	7
2.2. Nominelle Paarungen eines D-T Reaktandengemisches . . . . .	7
2.3. Aufzählung ausgewählter und relevanter Fusionsreaktionen . . . . .	9
3.1. Plasmaparameter für die Abbildungen bezüglich dem Konvergenzverhalten	29
3.2. Eigenschaften des generischen Fusionsplasmas . . . . .	31
3.3. Leistungsanteile in einem generischen Fusionsplasmas . . . . .	31
3.4. Vergleichende Parameter zur Gegenüberstellung von vier Reaktandengemischen . . . . .	32
3.5. Vergleichende Parameter verschiedener D- <sup>3</sup> He Reaktandengemische . . . . .	34
3.6. Vergleichende Parameter verschiedener D-T Reaktandengemische . . . . .	35
3.7. Tabelle der Kriteriums-, Druck- und Magentfeldoptima . . . . .	38
3.8. Neutronische Reaktionen, deren Energien und Leistungsfaktoren . . . . .	39
3.9. Absoluter Schub, Massenstrom und absolute Austrittsgeschwindigkeit bei den verschiedenen Einstellungen des Fusionsystems . . . . .	43
5.1. Vergleich der Triebwerke für Astronautikmissionen . . . . .	52
5.2. Flugparameter einer robotischen Mission . . . . .	54
6.1. Bewertungskriterium der betrachteten Fusionsreaktionen. Es wird die Anzahl der Plus jeder Reaktion als Ausgangspunkt für die Beurteilung herangezogen. . . . .	56
C.1. Tabelle der möglichen Reaktionen . . . . .	68
D.1. Flugparameter der Flüge in Kapitel 5.1.1 und 5.2 . . . . .	71
D.2. Flugparameter der Flüge in Kapitel 5.1.2 . . . . .	72
E.1. Main constants and definitions defined in the first part of the program . . .	74
E.2. Table of possible reactions . . . . .	76

# 1. Einleitung

Neben den bekannten chemischen Triebwerken wurden in den letzten Jahrzehnten große Anstrengungen im Bereich der elektromagnetischen Triebwerke unternommen. Jedoch unterliegen alle bisherigen Systeme einer Leistungs- oder Energiebegrenzung. Dies bedeutet im Falle der Leistungsbegrenzung in der Regel, dass entweder die Beschleunigung oder die Austrittsgeschwindigkeit des Treibmittels erhöht werden kann. Ein willkürliches beidseitiges Erhöhen ist ohne Weiteres nicht möglich. Um doch noch die gewünschte Kraft und Leistung zu erreichen, muss man die Masse des Flugkörpers minimieren oder den Massendurchsatz im Triebwerk erhöhen. Auch hier geht der eine Parameter auf die Kosten des anderen. All diese Zusammenhänge müssen für jedes gängige Triebwerk optimiert und den gegebenen Aufgaben angepasst werden.

Die Erhöhung der Leistungsbegrenzung ist die entscheidende Motivation, den Zugang zu neuen, unkonventionellen Triebwerkskonzepten zu suchen. Die Fusion und darauf basierende Triebwerke ermöglichen eine deutlich höheren Grenze [34, 49]. Nach der Materie-Antimaterie-Annihilation ist die Verschmelzung zweier Atomkerne die zweitgrößte bekannte Energiequelle (siehe Tabelle 1.1). Der physikalische Hintergrund der Fusion ist schon seit dem ersten Drittel des 20. Jahrhunderts bekannt. Parallel zur Entwicklung und dem Versuch der Nutzung der Fusion als terrestrische Energiequelle (zum Beispiel in den Projekten International Thermonuclear Experimental Reactor (ITER) oder Joint European Torus (JET) [2, 17]) entstanden zwei Konzepte, die Kernfusion auch in Raumfahrtanwendungen zu nutzen [20, 32, 40, 47, 52].

System	$E_{\text{spez}}$ [kJ / kg]	$P_{\text{spez}}$ [kW / kg]	ISP [s]	F [N]
chemisch	$4 \cdot 10^2 - 2 \cdot 10^4$	$2 \cdot 10^1 - 7 \cdot 10^3$	$2 \cdot 10^2 - 5 \cdot 10^2$	$1 \cdot 10^0 - 3 \cdot 10^7$
elektrische	$4 \cdot 10^{-2} - 5 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^{-2} - 1 \cdot 10^4$	$1 \cdot 10^3 - 5 \cdot 10^3$	$1 \cdot 10^{-2} - 3 \cdot 10^{-1}$
Fission	ca. $8 \cdot 10^{10}$	ca. $2 \cdot 10^{10}$	$5 \cdot 10^2 - 3 \cdot 10^3$	ca. $1 \cdot 10^6$
Fusion	ca. $4 \cdot 10^{11}$	ca. $1 \cdot 10^{11}$	$1 \cdot 10^4 - 1 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^0 - 1 \cdot 10^8$
Antimaterie	ca. $8 \cdot 10^{13}$	ca. $2 \cdot 10^{13}$	$1 \cdot 10^3 - 1 \cdot 10^6$	

Tabelle 1.1.: Gegenüberstellung der verschiedenen Energiequellen und charakteristischen Größen von Triebwerken (spezifische Energie  $E_{\text{spez}}$ , spezifische Leistung  $P_{\text{spez}}$ , spezifischer Impuls ISP und Sub F) [12, 21, 34, 38].

Das Inertial Confinement (IC) und das daraus abgeleitete Inertial Electrostatic Confinement (IEC) [23, 37, 59] bedient sich einem - simplifiziert ausgedrückt - elektostatischen Feld, um in diesem Einschluss ein extrem dichtes und heißes Plasma zu erzeugen, in dem Fusion ablaufen kann. Dem zweiten, in dieser Arbeit behandelten, Konzept, liegt ein Einschluss in einem Magnetfeld zu Grunde. Hierbei wird das Brennstoffplasma soweit erhitzt, dass mit einer guten Wahrscheinlichkeit Fusionsreaktionen ablaufen.

Ein wesentlicher Unterschied zwischen terrestrischer und weltraumtechnischer Nutzung ist die bevorzugte offene Auslegung in Zweitem. Dabei erzeugt der magnetische Einschluss keine geschlossenen Magnetfeldlinien. Um die Fusionsenergie nutzbar zu machen, wird die bei der Reaktion entstandene Asche aus dem magnetischen Einschluss entfernt und über eine magnetische Düse beschleunigt. Das Hauptaugenmerk dieser Arbeit liegt auf dem Arbeitsgastriebwerk. Hierbei kommt der Kühlflüssigkeit eine Doppelrolle zu: einerseits wird der Reaktor dadurch gekühlt, andererseits wird die dabei abgeführte Energie dazu genutzt, den Wasserstoff zu ionisieren und als Treibstoff durch eine magnetische Düse zu expandieren.

Bisher wurden Fusionsplasmen nur in einer ihrer Reaktionen betrachtet. Diese Arbeit erweitert damit verbundene Analysen um die immer auftretenden Nebenreaktionen. Ein idealisierter magnetischer Einschluss macht die Auslegung eines Arbeitsgastriebwerks und die Berechnung dessen Leistungen möglich. Das dabei erarbeitete MATLAB<sup>®</sup>-Programm kann genauere Auskunft über die Eigenschaften liefern, welche die Nebenreaktionen auf das Fusionsplasma haben. Mit den gewonnenen Daten werden beispielhafte Missionen zum Mars und in die Oort'sche Wolke simuliert.

Auf dem Gebiet der fusionsbasierenden Raumfahrzeuge wurden schon viele Konzepte aufgestellt [20, 27]. Es wurde sogar eine Machbarkeitsstudie über das Raumschiff aus dem Science-Fiction Filmklassiker „2001 - A Space Odyssey“ durchgeführt [58]. In mindestens einem Punkt stimmen die Autoren überein: die Reisegeschwindigkeit soll sich mit einem Fusionsantrieb drastisch erhöhen. Diese Verringerung der interplanetaren Reisezeit hätte im bemannten Falle schon erhebliche Vorteile hinsichtlich der psychologischen und physiologischen Auswirkungen des Raumflugs. In unbemannten Missionen könnten Sonden in absehbarer Zeit an den Rand des Sonnensystems vorstoßen und Informationen aus diesen derzeit unbekannt Gebieten liefern. Auf systemtechnischer Ebene würden diese Triebwerkssysteme einen Paradigmenwechsel darstellen. Werden heute noch Triebwerke auf die Nutzlasten abgestimmt, könnte im Falle einer technischen Umsetzungen die Konstruktion als Transportplattform dienen [20, 21].

Diese Arbeit kann als wichtige Vorarbeit für die gesamtheitliche Beschreibung eines solchen zukünftigen unkonventionellen Antriebs gesehen werden. Die Motivationen und Vorteile die sich daraus ergeben könnten, sind, wie oben gezeigt, vielseitig.

# 2. Grundlagen des Fusionsplasma-Modell

## 2.1. Das Plasma

*„Ein Plasma ist ein quasineutrales Gas geladener und ungeladener Teilchen das kollektives Verhalten zeigt.“ [56]*

Auf Grund der hohen Energien in einem Plasma liegt die ansonsten neutrale Materie dissoziiert und ionisiert in Form von Atomkernen und Elektronen vor. Makroskopisch jedoch bleibt die Ladungsneutralität in diesem teilweise ionisierten oder vollionisierten Zustand erhalten. Dies kann mit der Partikeldichte  $n_j$  der Art  $j$ ,  $n^e$  der Elektronendichte und  $Z$  der Ladungszahl durch die Bedingung der Quasineutralität,

$$n^e = \sum_Z Z n_j. \quad (2.1)$$

ausgedrückt werden [39, 56, 61].

Die mittlere Energie eines Plasmas kann durch die Maxwellverteilung, also der Verteilungsfunktion der maximalen Entropie, bestimmt werden. Wird diese Verteilungsfunktion  $f(v)$  normiert, so erhält man die Wahrscheinlichkeit mit der ein Partikel eine gewissen Geschwindigkeit aufweist. Daraus lässt sich mit Hilfe der Masse  $m$ , der Boltzmannkonstante  $k_B$ , der Temperatur  $T$  und der Geschwindigkeit  $v$  die mittlere Energie  $\langle E \rangle$  ableiten [24, 56]:

$$f(v) = \left( \frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} \exp\left( -\frac{\frac{1}{2}mv^2}{k_B T} \right) \quad (2.2)$$

$$\langle E \rangle = \frac{\int \frac{1}{2}mv^2 f(v) d^3v}{\int f(v) d^3v} = \frac{3}{2}k_B T. \quad (2.3)$$

Eine thermische Energie  $k_B T_e$  von 1 eV entspricht einer Elektronentemperatur von 11600 K [24]. Ein globales, thermisches Gleichgewicht wird dann erreicht, wenn Ionen- und Elektronentemperatur gleich groß sind. Dabei sind die elastischen Stöße untereinander so zahlreich, dass sich dadurch die selben Temperaturwerte ergeben. Ionen- und Elektronenmassen unterscheiden sich aber deutlich. Die dadurch fehlende Wärmekopplung legt eine differenzierte Betrachtung der Temperaturen nahe.

Eine charakterisierende Größe in einem Plasma ist die Debyelänge  $\lambda_D$  [24, 39]. Sie gibt die Reichweite des kollektiven Abschirmungseffektes der Ionen durch die umgebenden Elektronen auf eine Testladung an. Die Elektronentemperatur, die Gesamtpartikeldichte  $n$  und

die Ladung  $q$  charakterisieren die Debylänge  $\lambda_D$ ,

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\epsilon_0 k_B T_e}{n q^2}}. \quad (2.4)$$

Um die oben geforderte Quasineutralität zu gewährleisten, muss die Debylänge deutlich geringer sein als die physikalische Dimension  $d$  des Plasmas, das heißt  $\lambda_D \ll d$ .

Je nach Dichte und Temperatur bzw. Energie kann man Plasmen einteilen [61]. Die Ionisationsenergie ist durch die Gleichsetzung des ersten Bohrschen Zustandes mit der thermischen Energie gegeben. Diese Temperatur definiert die untere Grenze eines idealen Plasmas. Die obere Grenze ergibt sich durch die Gleichsetzung der thermischen Energie mit der relativistischen Ruheenergie  $E_{rel} = m_e c^2$  des Elektrons. Die engergetische Grenze ist bei 511 keV erreicht. Darüber gilt ein Plasma als relativistisch [13].

Die Konsequenz aus der Betrachtung des Plasmas in einem relativistischen Zustand sind unter anderem das mögliche Auftreten von „Runaway-Elektronen“ [39, 61] sowie nicht lineare Streuungseffekte und die relativistische Teilchenbewegung. Dies betrifft im Grunde nur die Elektronen, da die relativistische Temperatur der Ionen von ungefähr 900 GeV praktisch nicht erreicht wird. Durch die Boltzmannverteilung aber sieht man, dass schon bei geringeren Temperaturen relativistische Teilchen auftreten können [61]. Da diese allerdings sehr selten sind [61], wird in dieser Arbeit davon abgesehen das Plasma relativistisch zu betrachten.

Eigenschaften des idealen Plasmas sind, dass die Dichten der Ionen und Elektronen annähernd gleich sind und die oben beschriebene Bedingung  $\lambda_D \ll d$  im Temperaturbereich zwischen  $T_{ion}$  und  $T_{rel}$  [24, 39, 61].

Aus all dem werden für das Fusionsplasmamodell folgende Annahmen und Vereinfachungen herangezogen:

- Alle Elektronen in dem Plasma werden als unabhängig vom Nukleus und gleich angesehen.
- Die im Plasma vorliegenden Ionen sind vollionisiert.
- Die vorherrschenden Temperaturen sind für Ionen und Elektronen potentiell unterschiedlich.
- Innerhalb einer Gruppe (Ionen, Elektronen) werden aber die Temperaturen als gleich und nicht relativistisch angenommen.
- Das Fusionsplasma ist in einem idealisierten Reaktor eingeschlossen. Das Volumen kann daher, bis auf weiteres, als konstant angenommen werden. [20, 40]

## 2.2. Kernfusion und Fusionsbrennstoff

### 2.2.1. Kernfusion

Kernfusion ist die Verschmelzung leichter Kerne zu schwereren. Damit dies geschehen kann, müssen die Ausgangskerne ihr abstoßendes Coulomb-Potential überwinden und in den



anziehenden Potentialtopf „fallen“. Dieses Potential ist abhängig von den Ordnungszahlen  $Z$  der beiden Reaktanden  $j$  und  $k$ , der Elementarladung  $q$  und dem Abstand  $r$  der Kerne zueinander. Damit ist das Coulombsche Potential  $V_c$ ,

$$V_c = \frac{Z_j Z_k q^2}{4\pi\epsilon_0 r}. \quad (2.5)$$

Das Potential besitzt ein Maximum. Wird dieses Überwunden, wird der sich annähernde Kern durch die starke Wechselwirkung in den engergetisch günstigeren Potentialtopf gezogen.

Das Überwinden dieser Potentialbarriere benötigt extrem hohe Energien, die auch bei hohen Temperaturen bzw. hohen relativen Geschwindigkeiten unwahrscheinlich wären. Gamov (1904-1968) fand im Tunneleffekt eine quantenmechanische Erklärung des Problems. Dabei können Kerne mit einer endlichen Wahrscheinlichkeit das Potential durchtunneln. Somit erreichen diese trotz geringerer Energie den Potentialtopf und können verschmelzen [3, 7, 13].

Die Energie, die bei einer Fusion frei wird, gründet auf dem Massendefekt. Der Massendefekt  $\Delta m$  ist die Differenz der Masse  $m$  vor der Reaktion und der Masse  $m_K$  des entstandenen Kerns. Die Massen bestehen aus mehreren Spezies. Dabei gibt  $a = 2$  die Anzahl der Edukte und  $b \in [2, 3]$  die Anzahl der Produkte an,

$$\Delta m = m - m_k = \sum_j^a m_j - \sum_k^b m_k. \quad (2.6)$$

Diese Masse  $\Delta m$  entspricht dabei der frei gewordenen Bindungsenergie der Ausgangskerne. Durch die relativistische Beziehung aus Masse und  $c_0$  Vakuumlichtgeschwindigkeit erhält man die Energie  $E_{Fus}$  einer Fusionsreaktion,

$$E_{Fus} = \Delta m c_0^2, \quad (2.7)$$

in die bei der Fusion frei gewordenen Energie umgerechnet werden [39, 51]. Im Falle der D-T Reaktion erhält man einen Massendefekt von

$$\Delta m = m_D + m_T - (m_{4He} + m_{n^0}) = 3,1 \cdot 10^{-29} \text{kg}. \quad (2.8)$$

Dies entspricht einer Energie von  $E=17,6$  MeV [55].

### 2.2.2. Wirkungsquerschnitt, Reaktionsratenkoeffizient und Reaktionsrate

Der Wirkungsquerschnitt  $\sigma$  kann durch den geometrischen Wirkungsquerschnitt  $\sigma_{geom}$ , die Durchlässigkeit  $T$  der Potentialbarriere und die Wahrscheinlichkeit  $R$ , das sich zwei Kerne annähern und verschmelzen, abgeschätzt werden [3],

$$\sigma \approx \sigma_{geom} \times T \times R. \quad (2.9)$$

Dabei wird der geometrische Wirkungsquerschnitt durch die De-Broglie Wellenlänge, also in Form einer Materiewelle, zum Quadrat angenähert,

$$\sigma_{geom} \approx \lambda^2 = \left( \frac{\hbar}{mv} \right)^2. \quad (2.10)$$

Der Durchlässigkeitsfaktor nähert sich am Besten durch den Gamov Faktor  $T_{Gam}$  an, wobei  $E$  der benötigten Energie und  $E_{Gam}$  der Gamov-Energie entspricht,

$$T \approx T_{Gam} = \exp \left( \sqrt{-\frac{E_{Gam}}{E}} \right). \quad (2.11)$$

In die Gamov-Energie gehen die Feinstrukturkonstante, die reduzierte Masse und Ordnungszahl der Reaktanden ein. Die Wahrscheinlichkeit beinhaltet die charakteristischen Informationen der Reaktion in Bezug auf die Natur der Wechselwirkung der Reaktion [3].

Wie im Kapitel 2.1 erklärt, gleichen sich die Temperaturen der einzelnen Gruppen und Spezies nach einer gewissen Zeit an. Damit kann man von einem thermalisierten Plasma und einer Maxwell-Geschwindigkeitsverteilung ausgehen [7, 13].

Die Rate, mit der eine Fusionsreaktion bei einer gewissen Energie abläuft, berechnet man mit dem Reaktionsratenkoeffizienten  $\langle \sigma v \rangle$ . Dieser ist im thermischen Gleichgewicht, charakterisiert durch die Maxwell-Verteilung, gegeben durch die Faltung [3],

$$\langle \sigma v \rangle = \frac{4\pi}{(2\pi m_r)^{1/2}} \frac{1}{(k_B T)^{3/2}} \int_0^\infty \sigma(E) E \exp(-E/k_B T) dE. \quad (2.12)$$

Durch den Reaktionsratenkoeffizient kann nun die Reaktionsrate  $R$  für ein Volumen  $V$  von zwei Reaktanden mit den Partikeldichten  $n$  berechnet werden,

$$R = \int_V \frac{n_j n_k}{(1 + \delta_{jk})} \langle \sigma v \rangle dV. \quad (2.13)$$

Da das Plasmavolumen als konstant und die Ionendichten als homogen im Gesamtvolumen angenommen wird, kann das Volumenintegral in Gleichung 2.13 gleich dem Gesamtvolumen  $V_P$  geschrieben werden [7, 20, 40].

## 2.3. Haupt- und Nebenreaktionen

Die folgenden vier Reaktandengemische werden in Tabelle 2.1, auf Grund ihrer interessanten Eigenschaften, wie derzeitige Machbarkeit oder aneutronisch ablaufende Reaktionen, in dieser Arbeit genauer betrachtet (n Neutronen, p Protonen,  $\gamma$  Gammastrahlung) [20, 28, 48]: Bis jetzt wurden nur Reaktionen mit einer einzelnen Paarung, wie zum Beispiel die D-T Reaktion, betrachtet. Diese Einschränkung auf eine sogenannte Hauptreaktion stellt eine starke Simplifizierung der Situation in einem Reaktor dar. Dazu treten Nebenreaktionen auf.

D+T	→	${}^4\text{He}+\text{n}$
D+ ${}^3\text{He}$	→	${}^4\text{He}+\text{p}$
${}^{11}\text{B}+\text{p}$	→	$3{}^4\text{He}+\gamma$
${}^3\text{He}+{}^3\text{He}$	→	${}^4\text{He}+2\text{p}$

Tabelle 2.1.: Vier interessante Reaktionen dieser Arbeit

In dieser Arbeit werden nominelle Paarungen als die Reaktionen angesehen, die im ersten Schritt aus den vorhandenen Reaktandenspezies gebildet werden können. Am Beispiel eines Deuterium ( ${}^2\text{H}$ , D) und Tritium ( ${}^3\text{H}$ , T) Reaktionsgemisches wären dies, die folgenden Reaktionen [20, 50] in Tabelle 2.2. Aus den Ausgangsstoffen und den nach einer Reaktion

D+T	→	${}^4\text{He}+\text{n}$
D+D	→	${}^3\text{He}+\text{n}$
D+D	→	T+p
T+T	→	${}^4\text{He}+2\text{n}$

Tabelle 2.2.: Nominelle Paarungen eines D-T Reaktandengemisches

neu auftretenden Stoffen wie dem Helium Isotop  ${}^3\text{He}$  und  ${}^4\text{He}$ , können weitere, neue Reaktionen - die nicht nominellen Paarungen - gebildet werden, wie zum Beispiel T- ${}^3\text{He}$  [28, 48]. In der Abbildung 2.1 sind dazu die Reaktionsratenkoeffizienten, bestimmt aus Gleichung (2.12), aller Reaktionen eines D-T Reaktandengemisches zusehen. Die genauen Reaktionen sind im Anhang C.1 aufgelistet. Zu erkennen ist, dass im Bereich niedriger Temperaturen, die Reaktionsrate zum Erliegen kommt. Die Reaktionen in einem Fusionsplasma treten mit

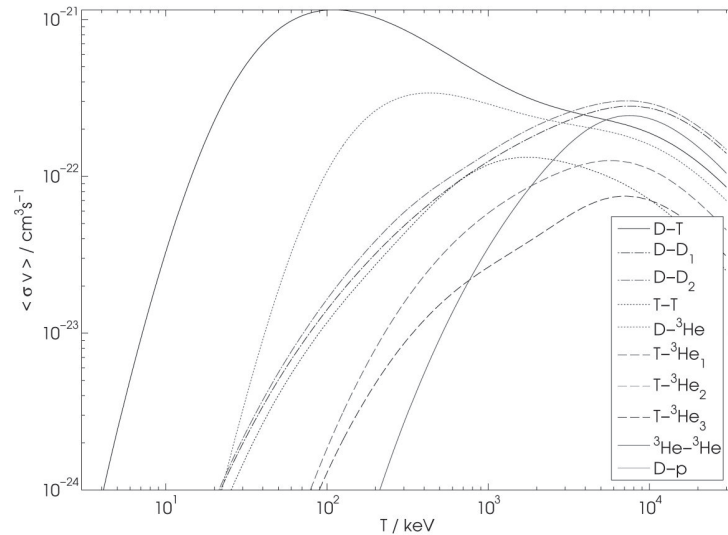


Abbildung 2.1.: Reaktionsratenkoeffizient, bestimmt aus Gleichung (2.12), eines D-T Gemisch über der Temperatur in einer doppellogarithmischen Darstellung. Die möglichen Nebenreaktionen werden einbezogen.

unterschiedlichen Wahrscheinlichkeiten auf. Um diese für jede Reaktion bei einer gewissen Temperatur zu erhalten, bedient man sich einer Eigenschaften des Reaktionsratenkoeffizienten aus Gleichung (2.12). In diesem geht der Wirkungsquerschnitt  $\sigma$  ein, der die Wahrscheinlichkeit angibt, dass zwei Kerne miteinander bei einer gewissen Energie wechselwirken [3]. Dadurch kann der Reaktionsratenkoeffizient auch als eine Wahrscheinlichkeit interpretiert werden. Die gesuchte Wahrscheinlichkeit  $WSK$  kann nun durch den auf die Summe der Reaktionsratenkoeffizienten normierten, Reaktionsratenkoeffizient einer einzelnen Reaktionen bestimmt werden [4, 6],

$$WSK = \frac{\langle \sigma v \rangle_j}{\sum_k \langle \sigma v \rangle_k}. \quad (2.14)$$

Ähnliches gilt auch in der Chemie im Gebiet der Reaktionskinetik [57].

In der folgenden Abbildung 2.2 sind nun die normierten Wahrscheinlichkeiten der Reaktionen des gleichen D-T Reaktandengemisches wie in Abbildung 2.1 zu sehen. Zu beachten ist, dass die Abbildung 2.2 keine Auskunft über den Reaktionsratenkoeffizienten mehr gibt. Die beiden Abbildungen müssen parallel betrachtet werden. Dabei erkennt man, dass der Reaktionsratenkoeffizient in Abbildung 2.1 bei niedrigen Temperaturen deutlich abnimmt, aber erst im Grenzwert keine Reaktionen mehr auftreten. Obwohl die Anzahl der Reaktionen gering ist, wird für jede eine Wahrscheinlichkeit in Abbildung 2.2 angegeben.

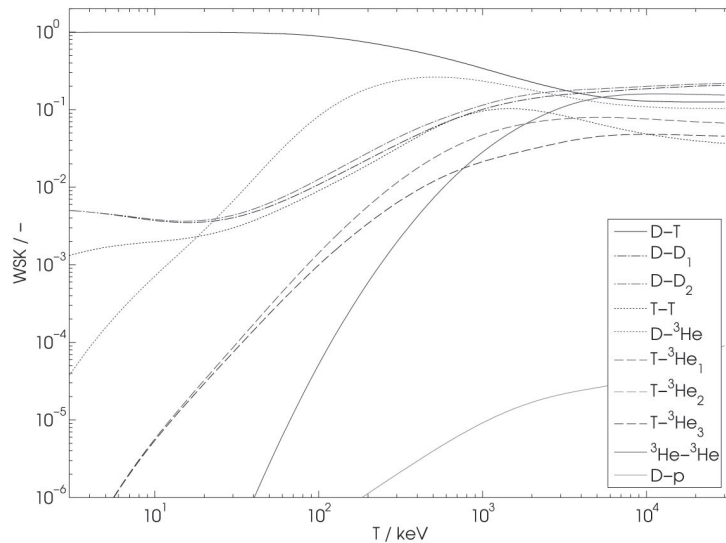


Abbildung 2.2.: Wahrscheinlichkeit der Reaktionen zueinander in einem D-T Reaktandengemisch in Abhängigkeit der Temperatur in einer doppellogarithmischen Darstellung.

Es gibt eine Vielzahl von möglichen Reaktionen. Ein paar Ausgewählte sind in der Tabelle 2.3 angeführt (p Protonen,  $\gamma$  Gammaquant,  $\nu$  Neutrino,  $e^+$  Positron) [3, 7, 12, 28, 44, 50]. Auf Grund mangelnder Daten, können einige der genannten Reaktionen nicht in die Betrachtung einfließen. Diese müssen als vernachlässigbar angenommen werden.

Reaktion	Produkte und Energien [MeV]
D+D	$\rightarrow \begin{cases} {}^3\text{He}(0.82) + n(2.45) \\ T(1.01) + p(3.02) \end{cases}$
D+T	$\rightarrow {}^4\text{He}(3.5) + n(14.1)$
T+T	$\rightarrow {}^4\text{He} + 2n + (11.33)$
D+ ${}^3\text{He}$	$\rightarrow {}^4\text{He}(3.6) + p(14.7)$
T+ ${}^3\text{He}$	$\rightarrow \begin{cases} {}^4\text{He} + p + n(2.45) + (9.65) \\ {}^4\text{He}(4.8) + D(9.5) \\ {}^3\text{He}(2.4) + p(11.9) \end{cases}$
${}^3\text{He} + {}^3\text{He}$	$\rightarrow {}^4\text{He} + 2p + (12.86)$
p+p	$\rightarrow D + e^+ + \nu$
p+p+e	$\rightarrow D + \nu$
${}^3\text{He} + p$	$\rightarrow {}^4\text{He} + e + \nu$
${}^3\text{He} + n$	$\rightarrow {}^4\text{He} + p$
D+p	$\rightarrow {}^3\text{He} + \gamma + (5.49)$
D+n	$\rightarrow T + \gamma + (6.26)$
${}^{11}\text{B} + p$	$\rightarrow 3{}^3\text{He}(8.7)$

Tabelle 2.3.: Aufzählung einiger ausgewählter und relevanter Fusionsreaktionen. Die Energien werden in MeV in den Klammern angegeben. Sind diese nachgestellt, wurden keine Daten für die einzelnen Produkte gefunden. Sind keine Energien angegeben, gehen diese Reaktionen in der Folge auch nicht in die Betrachtung ein.

Es gibt Reaktionsgemische, die mehrere unterschiedliche Reaktionen ermöglichen. Die gebräuchliche Branch-Wahrscheinlichkeit, der prozentuelle Anteil der Fälle jeder Reaktion, wird durch die oben in (2.14) eingeführte Wahrscheinlichkeit ersetzt. Die bisherigen erhaltenen Daten stimmen mit denen der Branch-Wahrscheinlichkeit überein [48].

Jede Fusion erzeugt Folgeprodukte, von denen einige wieder an Reaktionen teilnehmen können. Andere haben bei den vorherrschenden Temperaturen eine zu geringe Reaktionswahrscheinlichkeit und werden daher nicht weiter verarbeitet. Ein solches (Abfall-) Produkt, das auch als Asche bezeichnet wird, ist  ${}^4\text{He}$ . Es entsteht unter anderem in der D-T Reaktion. In einem abgeschlossenem System würde diese Asche das eigentliche Reaktandengemisch immer weiter verdünnen [50,56]. Das Resultat ist eine Behinderung der anderen Reaktionen und eine Abnahme der Fusionsleistung bis zum Erlöschen des Plasmas.

Neben der Asche können noch Neutronen und Gammastrahlung entstehen. Diese werden vom Reaktoreinschluss nicht zurückgehalten. Neutronen können die Reaktorwände schädigen und aktivieren. Im Falle einer bemannten Raumfahrtmission muss außerdem der Sicherheit der Nutzlast Rechnung getragen werden. Entweder umgeht man dieses Problem durch geeignete Wahl der Fusionsreaktion oder durch Abschirmung der Nutzlast. Die Neutronen werden quantitativ separat von dem Reaktionsgemisch als Hintergrundstrahlung erfasst [28].

## 2.4. Der stationäre Betriebszustand

In den folgenden Kapitel treten nun häufiger verschiedene Parameter auf. Um diese deutlich und übersichtlich voneinander unterscheiden zu können, wird die folgende Notation eingeführt:

$$n_D^i \quad \tau_D^{ia} \quad n_j \quad n. \quad (2.15)$$

Der untergestellte Index an einem Parameter wie der Partikeldichte  $n$  oder einer Einschusszeit  $\tau$  bezeichnet die Spezies. In dem obigen Beispiel ist diese Spezies Deuterium. Etwas allgemeiner wird in der Folge dafür  $j$  eingesetzt wobei  $j \in \{j, k, p, q\}$ . Die hochgestellten Indizes geben die Zugehörigkeit zu einer Gruppe an. Diese Gruppen können Reaktandenionen  $i$ , Ascheionen  $ia$ , Elektronen  $e$  und Ascheelektronen  $ea$  sein. Im Laufe der Arbeit werden jedoch die Reaktandenionen und Ascheionen, genau so wie ihre Elektronen, zusammengefasst. Hat ein Parameter nur einen untergestellten Index, weist dies auf die Gesamtheit der Spezies in dieser Eigenschaft hin. Fehlt überhaupt ein Index, so bezieht sich diese Eigenschaft auf die Gesamtheit des Systems [40].

Der stationäre Betriebszustand zeichnet sich durch mehrere zeitlich unveränderliche Eigenschaften wie der Temperatur  $T$ , der Gesamtteilchendichte  $n$ , der Leistung  $P$  und dem Reaktionsratenkoeffizienten  $\langle \sigma v \rangle$  aus. Das ergibt folgende Differentialgleichungen:

$$\frac{d\langle \sigma v \rangle}{dt} = 0 \quad (2.16)$$

$$\frac{dT_e}{dt} = 0 \quad (2.17)$$

$$\frac{dT_i}{dt} = 0 \quad (2.18)$$

$$\frac{dP}{dt} = 0 \quad (2.19)$$

$$\frac{dn}{dt} = 0. \quad (2.20)$$

Des weiteren werden die folgenden Annahmen für die Beschreibung des Plasmas getroffen:

- Betrachtet werden nur Fusionsreaktionen mit relevanten Wahrscheinlichkeiten. Potentiell mögliche Tripelreaktionen von Kernen schwerer als  $^1\text{H}$  werden a priori ausgeschlossen. Es können jedoch mehrere Produkte entstehen.
- Die vorherrschenden Temperaturen sind für Ionen und Elektronen im Allgemeinen unterschiedlich. Innerhalb der Gruppen werden aber die Temperaturen als gleich angenommen d.h.  $T_j^i = T_k^i = T_1^{ia} = \dots = T_q^{ia} = T_i$  und  $T^e = T^{ea} = T_e$ . In der späteren Beschreibung des Brennkriteriums wird ein Verhältnis der beiden Temperaturen zueinander eingeführt [20, 40].

### 2.4.1. Partikelbilanz

Von der Stationaritätsbedingung,

$$\frac{dn}{dt} = 0, \quad (2.21)$$

wird auch gefordert, dass jede Gruppe und darin jede Spezies schlussendlich in einen stationären Zustand übergeht. Dies bedeutet, dass jeder einzelne Term in der folgenden Gleichung für sich Null ist und insgesamt [16, 20, 40],

$$\frac{dn}{dt} = \sum_j \frac{dn_j^i}{dt} + \sum_k \frac{dn_k^{ia}}{dt} + \sum_l \frac{dn_l^e}{dt} + \sum_m \frac{dn_m^{ea}}{dt} + \dots = 0, \quad (2.22)$$

gilt. Für die nachfolgende Betrachtung werden nur die Gruppe der Ionen und Ascheionen herangezogen. Diese ergeben die Gesamtionendichte  $n^i$ ,

$$n^i = \sum_j n_j^i + \sum_j n_j^{ia} + \dots \quad (2.23)$$

Gleichung (2.23) lässt sich noch mit weiteren Partikeldichten, wie zum Beispiel Verunreinigungen erweitern. Von der Betrachtung dessen wird abgesehen.

Für eine Spezies  $j$  kann nun die Gleichung (2.23) vereinfacht werden,

$$n_j = n_j^i + n_j^{ia}. \quad (2.24)$$

Eine Änderung der Partikeldichte der Spezies führt nun zu den folgenden Gleichungen. Dabei treten zwei neue Größen auf: Der Quellterm  $S$  der die Zugabe der Ionen regelt und der Produkt-Ionen-Multiplikator  $\zeta$ .

$$\frac{dn_j^i}{dt} = S_j - \sum_{k=1} \frac{n_j^i n_k^i}{1 + \delta_{jk}} \langle \sigma v \rangle_{jk} - \frac{n_j^i}{\tau_j^i} \quad (2.25)$$

$$\frac{dn_j^{ia}}{dt} = \sum_{p,q,r=1} \frac{n_p^i n_q^i}{1 + \delta_{pq}} \langle \sigma v \rangle_{pq} \zeta_{pq,r} - \frac{n_j^{ia}}{\tau_j^{ia}} \quad (2.26)$$

Die Gleichungen (2.25) und (2.26) geben die Änderung der Ionen einer Spezies  $j$  mit der Zeit an. Dabei stellt erstere die Reaktandenionenbilanz dar. Zweitere bezieht sich auf die Entstehung dieser Ionenspezies als Reaktionsasche. Zusammen ergibt dies,

$$\frac{dn_j}{dt} = \frac{dn_j^i}{dt} + \frac{dn_j^{ia}}{dt} = S_j - \sum_{k=1} \frac{n_j^i n_k^i}{1 + \delta_{jk}} \langle \sigma v \rangle_{jk} - \frac{n_j^i}{\tau_j^i} + \sum_{p,q,r=1} \frac{n_p^i n_q^i}{1 + \delta_{pq}} \langle \sigma v \rangle_{pq} \zeta_{pq,r} - \frac{n_j^{ia}}{\tau_j^{ia}}. \quad (2.27)$$

Der Produktionsmultiplikator  $\zeta$  entspricht der Anzahl der entstandenen Ionen einer Art nach einer Fusion. Gammaquanten und Neutronen verlassen unverzüglich das Plasma. Als Beispiel entstehen bei der  ${}^3\text{He}$ - ${}^3\text{He}$ -Reaktion zwei Protonen und ein  ${}^4\text{He}$  Atom. Der Produktionsmultiplikator ist somit  $\zeta_p = 2$  und  $\zeta_{4\text{He}} = 1$  [20].

In Gleichung (2.27) können zwei charakteristische Terme identifiziert werden. Der erste auftretende Summenterm betrachtet den Verlust der Ionen durch die Fusionsreaktion. Dabei kann  $k$  jede Ionenspezies des Plasmas sein, mit der die Spezies  $j$  eine Reaktion eingehen kann. Der zweite Summenterm gibt den Anteil der Ionen an, der durch die Asche einer anderen Fusionsreaktion entstehen kann [20, 40].

Der Quellterm  $S$  regelt die Zugabe von Brennstoff in den Reaktor. Dieser Term muss die Verluste ausgleichen, die durch die ablaufende Fusion, die Reaktorverluste und andere, hierin nicht berücksichtigte Effekte verloren gehen (siehe unter anderem Anhang A).

Der Faktor  $\frac{1}{1+\delta_{kl}}$  dient der Vermeidung der Doppelzählung. Die Reihenfolge der Reaktionen kann vernachlässigt werden. In der folgenden Paarungsmatrix erkennt man, dass über und unter der Hauptdiagonale die selben Reaktionen stehen.

$$\sum_{j,k}^a n_j n_k = \vec{n}_j \vec{n}_j^t = \begin{bmatrix} n_1 n_1 & \cdots & n_1 n_j & \cdots & n_1 n_a \\ \vdots & \ddots & & & \vdots \\ n_k n_1 & \cdots & n_k n_j & \cdots & n_j n_a \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ n_a n_1 & \cdots & n_a n_j & \cdots & n_a n_a \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

Ein Beispiel dafür wäre ein D-T Plasma. Die Reaktion ist, in die eine Richtung D-T oder in die andere Richtung T-D, die selbe. Obwohl zwei Reaktionen auftreten, wird trotzdem immer nur eine in Gleichung (2.27) berücksichtigt. Bei der auch auftretenden D-D Reaktion gilt dies nicht. Es gibt nur eine Reaktion und keine Gegenreaktion. Sie ist somit überdefiniert und wird durch den Faktor  $\frac{1}{1+\delta_{kl}}$  korrigiert. An dieser Stelle sollte darauf hingewiesen werden, dass es unzulässig ist sowohl die D-T als auch die T-D Reaktion in einem Plasma zu nennen. Man muss sich vielmehr für eine Reaktionsrichtung entscheiden. In der stationären Gleichung (2.27), müssen die Verweilzeiten der einzelnen Spezies im Plasma mitberücksichtigt werden. Die Einschlusszeiten der Ionen  $\tau_{ion}$  und der Asche  $\tau_{ash}$  sind Funktionen der jeweiligen Temperatur, des Magnetfeldes und der Art der Teilchen [48]. Im Folgenden werden aber die Einschlusszeiten nicht berechnet. Stattdessen werden diese als austauschbaren Konstante,  $\tau_{ion}$  und  $\tau_{ash}$ , angenommen,

$$\tau_j^i = \tau_k^i = \dots = \tau_{ion} \quad (2.29)$$

$$\tau_j^{ia} = \tau_k^{ia} = \dots = \tau_{ash}. \quad (2.30)$$

Die Energieeinschlusszeit, also die von der Energie benötigte Zeit zum Verlassen des Reaktors, wird mit einer zusätzlichen Konstante  $\tau_E$  berücksichtigt. Diese, so wie auch die anderen Einschlusszeiten, werden in dieser Arbeit an experimentell erhaltenen Daten angelehnt und nicht mathematisch-physikalisch bestimmt [20, 40, 55].

Die Einschlusszeiten können miteinander in Beziehung gebracht werden [20, 40, 55]

$$\tilde{\tau}_{Ea} = \frac{\tau_{ash}}{\tau_E} = \frac{\tau_{ash}}{\tau_{ion}} \frac{\tau_{ion}}{\tau_E} = \tilde{\tau}_{ia} \tilde{\tau}_{Ei}. \quad (2.31)$$

Abschließend soll analog zur Gleichung (2.23) auch die Gesamtelektronendichte zusammengefasst werden. Diese ist

$$n^e = \sum_j n_j^e + \sum_j n_j^{ea} + \dots \quad (2.32)$$

Woraus eine Gesamtdichte  $n$  in einem Plasma mit,

$$n = \sum_j n_j^i + \sum_k^e n_k^e + \dots, \quad (2.33)$$



resultiert.

### 2.4.2. Leistungsbilanz

Gleichzeitig zur oben beschriebenen Teilchenbilanz muss die Leistungsbilanz betrachtet werden. In diese gehen neben der Fusionsleistung, auch die verschiedenen Leistungsverluste ein. Im stationären Zustand gilt somit

$$\frac{dP}{dt} = \frac{dP_{Fus}}{dt} = \frac{dP_{Therm}}{dt} = \frac{dP_{Brs}}{dt} = \frac{dP_{Syn}}{dt} = 0. \quad (2.34)$$

Dies ergibt nun die Summe der Leistungsänderungen mit,

$$\frac{dP}{dt} = \frac{dP_{Fus}}{dt} - \frac{dP_{Therm}}{dt} - \frac{dP_{Brs}}{dt} - \frac{dP_{Syn}}{dt} - \dots = 0. \quad (2.35)$$

Die Fusionsleistung einer Reaktion  $P_{Fus}$  ist gegeben durch

$$P_{Fus} = \frac{n_j^i n_k^i}{1 + \delta_{jk}} \langle \sigma v \rangle_{jk} E_{jk}. \quad (2.36)$$

Die thermische Verlustleistung  $P_{Therm}$  ist der Quotient der inneren Plasmaenergiedichte und der Energieeinschlusszeit  $\tau_E$  [7, 20, 50],

$$P_{Therm} = \frac{3}{2} \frac{k_B}{\tau_E} (n^i T_i + n^e T_e). \quad (2.37)$$

Der Verlust durch Bremsstrahlung  $P_{Brs}$  entsteht durch die Geschwindigkeitsänderung der Elektronen im Ladungsfeld der geladenen Teilchen. Durch die dabei abgestrahlte Leistung verliert das Plasma an Energie. Je größer die Temperatur und je größer die Kernladungszahl  $Z$ , desto größer wird der Verlust durch Bremsstrahlung. Verunreinigungen in höherer Konzentration wirken sich daher mit der Kernladungszahl zum Quadrat auf das Plasma auf [7, 20, 50],

$$P_{Brs} = S_{Brs} n^e \sqrt{\frac{T_e' k_B}{\|q\|}} (n^i Z^2). \quad (2.38)$$

Die Bremsstrahlungskonstante  $S_{Brs}$  setzt sich aus der Elementarladung der Elektronen  $q$ , der Elektronenmasse  $m_e$ , dem Planckschen Wirkungsquantum  $h$  und der elektrischen Feldkonstante  $\epsilon_0$  zusammen

$$S_{Brs} = \frac{q^6}{24\pi\epsilon_0^3 c_0^3 m_e h} \sqrt{\frac{12q}{\pi m_e}} = 1,628 \cdot 10^{-38} \left( m^4 \frac{\sqrt{Ckg}}{s^2} \right). \quad (2.39)$$

Die Synchrotronstrahlung  $P_{Syn}$  entsteht durch die Abgabe eines Teils der kinetischen Energie einer bewegten Ladung durch deren Ablenkung in einem Magnetfeld  $B$ ,

$$P_{Syn} = S_{Syn} B^2 n^e \frac{T_e' k_B}{\|q\|} \left( 1 + \frac{5T_e' k_B}{2m_e c^2} + O_2 \right). \quad (2.40)$$

Die höhere Reihenentwicklung  $O_2$  im hintern Teil kann nach der ersten Ordnung vernachlässigt werden.

Die Synchrotronkonstante  $S_{Syn}$  ist gegeben durch

$$S_{Syn} = \frac{q^4}{3\pi\epsilon_0 m_e^2 c_0} \cdot \frac{q}{m_e c_0^2} = 6,212 \cdot 10^{-23} \left( \frac{C}{sT^2} \right). \quad (2.41)$$

Das in der Synchrotronstrahlung vorkommende Magnetfeld kann mit dem Druck des Magnetfelds  $p_{mag}$  auf das Plasma, dem gewählten Stabilitätsparameter  $\beta$ , dem Plasmadruck  $p_{pla}$  und der Induktionskonstante  $\mu_0$  berechnet werden [20, 22, 40],

$$\beta = \frac{p_{pla}}{p_{mag}} = \frac{\sum_j (n_j^i k_B T_i + n_j^e k_B T_e)}{\frac{B^2}{2\mu_0}} \quad (2.42)$$

$$B^2 = 2\mu_0 \frac{\sum_j k_B (n_j^i T_i + n_j^e T_e)}{\beta}. \quad (2.43)$$

Aus der magnetohydrodynamischen Stabilität wird gefordert, dass der Stabilitätsparameter  $\beta < 1$  wird. Damit kann das Magnetfeld abgeschätzt werden mit [45]

$$B = \sqrt{2\mu_0 \sum_j k_B (n_j^i T_i + n_j^e T_e)}. \quad (2.44)$$

### 2.4.3. Leistungsfluss

Wie bei vielen technischen Systemen lassen sich auch bei Fusionsantrieben gewisse Leistungsverluste regenerativ verwenden. Wie in Abbildung 2.3 gezeigt treten diverse Leistungsflüsse auf. Dies Leistungsflüsse können in drei Gruppen eingeteilt werden. Dabei handelt es sich um Leistungsverluste  $P_L$ , recycelte Leitungen  $P_R$  und Leistungen die aus dem Fusionsplasma entstehen  $P_G$ . Gewinne und Verluste werden in Gleichung (2.45) gegenübergestellt,

$$P_G + P_R = P_L. \quad (2.45)$$

Die Leistungen die im Plasma entstehen, setzen sich aus der in den Ionen enthaltenen nutzbaren Fusionsleistung  $P_+$ , der extern zugeführten Leistung  $P_{ext}$  und einen wiederverwertbaren Teil  $k_{back}$  der Leistung  $P_{n^0}$  der Neutronen oder eventueller Strahlung zusammen,

$$P_G = P_+ + k_{back, n^0} P_{n^0} + P_{ext}. \quad (2.46)$$

Betrachtet man Abbildung 2.3 kann man den wiederverwertbaren Anteil  $k_{back}$  bestimmen. Tritt eine willkürliche Strahlung auf, wird ein Teil  $f$  deren an der First Wall zurück in das Plasma reflektiert. Von der verbleibendene Leistung wird wiederum ein Teil  $g$  in der Wand oder Kühlung absorbiert. Diese Aufgaben übernimmt das Blanket. Die Restleistung wird im Subsystem Direct Electric Conversion (DEC) mit dem Wirkungsgrad  $\eta$  von Wärme in elektrische Energie gewandelt. Zusammen ergibt dies [20, 40]

$$k_{back} = f + (1 - f)(1 - g)\eta. \quad (2.47)$$

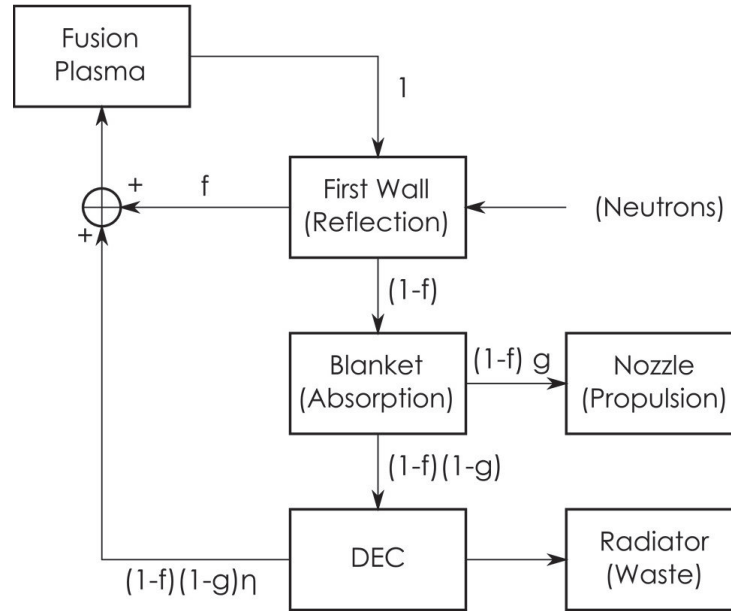


Abbildung 2.3.: Diagramm zur Darstellung der Leistungsflüsse in einem Fusionstriebwerk [40].

Die Terme die eine Subtraktion von Eins enthalten, weisen auf die Nettoleistungen in den oben beschriebenen Reaktorbereichen hin.

Jede auftretende Leistung wie die thermische und die Brems- und die Synchrotronstrahlung haben einen eigenen Nettoverlustfaktor  $(1 - k_{back})$ . Der verlorenen Anteil der Gesamtleistung  $P$  kann damit durch die Differenz der Verlust- und der zurückgeführten Leistung ausgedrückt werden [20, 40],

$$P_L - P_R = (1 - k_{back})' P. \quad (2.48)$$

Dabei ist der Nettoverlustfaktor nun ein Vektor, der alle einzelnen Faktoren vereint. Für den Anteil der Schubleistung  $k_T$  und der abgestrahlte Leistung  $k_{rad}$  lassen sich weitere Faktoren definieren [20, 40],

$$k_T = (1 - f) g \quad (2.49)$$

$$k_{rad} = (1 - f) (1 - g) (1 - \eta). \quad (2.50)$$

#### 2.4.4. Brennkriterium

Aus der Partikel- und Leistungsbilanz kann nun ein verallgemeinertes Brennkriterium hergeleitet werden. Dieses gibt an, ab wann die zurückgeführte Energie der Fusionsreaktion die Plasmatemperatur selbständig aufrechterhält [45].

Dazu werden einige Vereinfachungen eingeführt.

Die Konzentration  $c_j$  entspricht der Dichte einer Ionensorte  $j$  zur Gesamtionendichte  $n^i$

$$c_j = \frac{n_j^i}{n^i}. \quad (2.51)$$

Das Produkt zweier Partikeldichten miteinander ergibt, mit der Vereinfachung der Multiplikation der Konzentrationen zum Konzentrationsmultiplikator  $\psi$ ,

$$n_j^i n_k^i = (n^i)^2 c_j c_k = (n^i)^2 \psi. \quad (2.52)$$

Die Ionenüberhitzung (auch Hot-Ion-Mode genannt) ist das Verhältnis  $\phi$  zwischen der Ionen- und der Elektronentemperatur und wird, wie folgt, definiert [20],

$$\phi = \phi^{-1} = \frac{T_i}{T_e}. \quad (2.53)$$

Man versucht die Ionentemperatur größer zu halten als die Elektronentemperatur,  $T_i > T_e$ . Dabei werden die Verluste, die auf der Bewegung der Elektronen gründen, verkleinert. Solche Verluste sind die Bremsstrahlung und die Synchrotronstrahlung. Diesen Parameter kann man allerdings nicht beliebig vergrößern [18, 20].

Der Leistungsfaktor  $Q$  ist das Verhältnis der Fusionsleistung  $P_{Fus}$  zur extern zugeführten Leistung  $P_{ext}$ ,

$$Q = \frac{P_{Fus}}{P_{ext}}. \quad (2.54)$$

Mit dem Faktor  $\xi$ , dem Verhältnis der Leistung  $P_+$ , die in den Produktionen enthalten ist, zur Fusionsleistung  $P_{Fus}$ ,

$$\xi = \frac{P_+}{P_{Fus}}, \quad (2.55)$$

kann der Vorfaktor  $\Xi$  berechnet werden,

$$\Xi = \left( \frac{1}{Q} + \xi \right) + k_{back,n_0}(1 - \xi). \quad (2.56)$$

Nun erhält man durch Umschreiben der Gleichung (2.35) und inkludieren des Leistungsfluss und der Gleichung (2.45),

$$1 = \frac{(1 - k_{back,therm})P_{Therm}}{\Xi P_{Fus} - (1 - k_{back,Syn})P_{Syn} - (1 - k_{back,Brs})P_{Brs}}. \quad (2.57)$$

Die Leistungen des gesamten Fusionsplasmas können wie folgt umgeschrieben und vereinfacht werden [40]:

$$P_{Fus} = (n^i)^2 \cdot \sum_{j,k} \frac{\psi_{jk}}{1 + \delta_{jk}} \langle \sigma v \rangle_{jk} E_{jk} \quad (2.58)$$

$$P_{Therm} = n^i T_i \cdot \frac{3k_B}{2T_e} \sum_j c_j \left( 1 + Z_j \tilde{\phi} \right) \quad (2.59)$$

$$P_{Syn} = (n^i)^2 T_i^2 \cdot S_{Syn} \frac{2\mu_0 \tilde{\phi} k_B}{\beta \|q\|} \sum_{j,k} Z_j \left( \frac{\psi_{jk}}{1 + \delta_{jk}} + c_k Z_k \tilde{\phi} \right) \left( 1 + \frac{5\tilde{\phi} T_i k_B}{2m_e c^2} \right) \quad (2.60)$$

$$P_{Brs} = (n^i)^2 T_i^{1/2} \cdot S_{Brs} \sqrt{\frac{\tilde{\phi} k_B}{\|q\|}} \sum_{j,k} \frac{\psi_{jk}}{1 + \delta_{jk}} Z_j Z_k^2. \quad (2.61)$$

Mit den folgenden Vereinfachungen

$$\tilde{a} = \frac{\psi_{jk}}{1 + \delta_{jk}} \quad (2.62)$$

$$\Omega_{Fus} = \sum_{j,k} \tilde{a} \langle \sigma v \rangle_{jk} E_{jk} \quad (2.63)$$

$$\Omega_{Therm} = \sum_j c_j \left( 1 + Z_j \tilde{\phi} \right) \quad (2.64)$$

$$\Omega_{Syn} = T_i S_{Syn} \frac{2\mu_0 \tilde{\phi} k_B}{\beta \|q\|} \sum_{j,k} Z_j \left( \tilde{a} + c_k Z_k \tilde{\phi} \right) \left( 1 + \frac{5\tilde{\phi} T_i k_B}{2m_e c^2} \right) \quad (2.65)$$

$$\Omega_{Brs} = T_i^{1/2} S_{Brs} \sqrt{\frac{\tilde{\phi} k_B}{\|q\|}} \sum_{j,k} \tilde{a} Z_j Z_k^2, \quad (2.66)$$

ergibt dies das Brennkriterium [20, 40],

$$n^i \tau_E T_i = \frac{\frac{3}{2} k_B T_i^2 (1 - k_{back,therm}) \Omega_{Therm}}{(\Xi \Omega_{Fus} - (1 - k_{back,Syn}) \Omega_{Syn} - (1 - k_{back,Brs}) \Omega_{Brs})}. \quad (2.67)$$

Das Brennkriterium kann in Form eines Doppelprodukts der Gesamtionendichte und der Energieeinschlusszeit  $n^i \tau_E$  ohne Betrachtung der Temperatur oder eines Tripelprodukts, wie in Gleichung (2.67), dargestellt werden. Beide Darstellungen des Kriteriums geben an welche Bedingungen im Plasma im stationären Betrieb vorliegen. Die jeweilige Darstellungsweise ist abhängig von dem späteren Gebrauch. So ist das Doppelprodukt ein guter Ansatzpunkt für das Iterieren, denn es kommt implizit auch auf der rechten Seite vor. Es ist versteckt im Term der Bremsstrahlung in der Ionendichte, die auch die Asche mitbetrachtet. Dort ist  $\tau_{ash}$  vorhanden, dass mit der Beziehung in Gleichung (2.31) umgewandelt werden kann [20, 28, 36, 50].

Das Tripelkriterium weist eine Temperaturabhängigkeit auf. Diese macht eine unterschiedliche Betrachtung des Kriteriums im optimalen Temperaturbereich möglich.

Im Vergleich zu den bisherigen Behandlungen des Brennkriteriums in [20, 40], bei denen es auf die dominierende Ionenspezies bezogen wurde, ist dies bei mehreren Reaktionen nicht mehr sinnvoll, da viele Ionenarten in unterschiedlichen Konzentrationen vorkommen. Dabei können sich diese ändern und damit ist auch der Wechsel einer dominanten Spezies nicht auszuschließen. Der Bezugspunkt in dieser Arbeit ist die Gesamtionendichte. Der Wert des Kriteriums und der Gesamtionendichte variiert daher von den bisherigen Werten. Dies erkennt man am Beispiel einer D-T Reaktion ohne Asche. Hierbei setzt sich die Gesamtionendichte aus zwei gleichen Hälften Deuterium und Tritium zusammen. Bezieht sich das Kriterium nur auf eine Art, so ist der Wert nur halb so groß. Dies deckt sich mit der theoretischen Betrachtung und der Simulation. Der Druck ist davon ausgenommen, da er in beiden Fällen das Gesamtsystem betrachtet [20, 40].

Das Kriterium in Gleichung (2.67) lässt sich für ein D-T Reaktionsgemisch ohne Asche

leicht in das Kriterium von Lawson rückführen [20, 40, 45, 55],

$$n_i \tau_E = 2 \cdot \left( \frac{12k_B T_i}{\frac{1}{5} \langle \sigma v \rangle E_{Fus} - 4S_{BrS} \sqrt{\frac{k_B T_i}{\|q\|}}} \right). \quad (2.68)$$

Dabei wird der Verlust von Synchrotronstrahlung vernachlässigt und kein anderer Verlust wird rückgeführt. Das D-T Plasma besteht aus einer 50%-50% Mischung Deuterium und Tritium. Das Plasma wird als thermalisiert und somit die Ionenüberhitzung als eins angenommen [31, 40].

## 2.5. Iterativer Lösungsansatz und Modellierung

Parallel zu der theoretischen Abhandlung des erweiterten Brennkriteriums für Raumfahrtanwendungen, wurde ein Matlab<sup>©</sup>-Programm entwickelt, das eine Simulation des Fusionsplasma vornimmt. Dabei können die Eigenschaften der vier Reaktionen aus der Tabelle 2.1 ohne und mit Nebenreaktionen und in allen Aschekonfigurationen berechnet werden. Der Hauptaufwand besteht darin, die Partikel- und Leistungsbilanz, die in der Theorie gleichzeitig gelten, so zu berechnen, dass in der Dynamik eine Art Gleichzeitigkeit auftritt. Eine absolute Gleichzeitigkeit ist in der Berechnung aber unmöglich.

Wie in Kapitel 2.4.1 gezeigt, ist das Ziel das Erreichen der Stationaritätsbedingung. Um dorthin zu gelangen, muss die Dynamik durch Iterationen abgearbeitet werden. Wird dadurch ein Zustand der Partikeldichte gefunden, der sich nicht mehr ändert, ist die Forderung erfüllt.

Die Dynamik der Teilchendichten wird rekursiv für jeden Iterationsschritt  $N$  bestimmt. Dies ist möglich, weil das Brennkriterium implizit im rechten Teil der Gleichung (2.67) vorkommt. Die Dynamik setzt sich aus den vorhandenen Partikeldichten und deren Änderung zusammen:

$$n_{j,N} = n_{j,N}^i + n_{j,N}^{ia} = n_{j,N-1}^i + n_{j,N-1}^{ia} + \frac{dn_{j,N-1}^i}{dt} + \frac{dn_{j,N-1}^{ia}}{dN}. \quad (2.69)$$

Die iterative Änderung der Ionen- und Ascheionenpartikeldichten ist gegeben durch [20]

$$\frac{dn_{j,N-1}^i}{dN} = S_j - \sum_{k=1} \frac{n_j^i n_k^i}{1 + \delta_{jk}} \langle \sigma v \rangle_{jk} - \frac{n_j^i}{\tau_j^{ion}} \quad (2.70)$$

$$\frac{dn_{j,N-1}^{ia}}{dN} = \sum_{p,q,r=1} \frac{n_p^i n_q^i}{1 + \delta_{pq}} \langle \sigma v \rangle_{pq} \zeta_{pq,r} - \frac{n_j^{ia}}{\tau_j^{ash}}. \quad (2.71)$$

Mit der Überlegung alle Ionen und Ascheionen in einem Schritt zusammenzufassen, kann Gleichung (2.69) vereinfacht werden zu,

$$n_{j,N} = n_{j,N}^i + n_{j,N}^{ia} = \left( n_{j,N-1}^i - \frac{n_{j,N-1}^i}{\tau_j^{ion}} + S_j \right) + \left( n_{j,N-1}^{ia} - \frac{n_{j,N-1}^{ia}}{\tau_j^{ash}} \right). \quad (2.72)$$

Durch den Quellterm kann nun die Ionendichte konstant gehalten und damit die geforderte Stationaritätsbedingung erfüllt werden.

Im gleichen Schritt wird mit den somit erhaltenen Konzentrationen aus den Gleichungen (2.61) die Leistungsbilanz aufgestellt. Als Resultat erhält man schlieelich das Brennkriterium und die Gesamtpartikeldichte.

Ein Iterationszyklus besteht aus einer vordefinierten maximalen Anzahl von Iterationen  $N$ . Dabei wird nach jedem Iterationsvorgang die Abbruchsbedingung überprüft. Fällt diese positiv aus, ist der Zyklus für die entsprechende Temperatur beendet. Die Bedingung ist so formuliert, dass die Änderung der einzelnen Partikeldichten unter einem gewissen Fehler liegen muss. Durch den Fehler kann die Genauigkeit des Endzustandes gesteuert werden. Ist dieser erreicht, werden die Daten gespeichert, der Plasmadruck und das Magnetfeld mit einem vorgegebenen Stabilitätsparameter berechnet. Eine Mindestiterationsanzahl verhindert, dass im Einschwingfall, vorzeitig die Abbruchbedingung erfüllt und somit ein falscher Wert abgespeichert wird. Typische Werte der Mindestiterationsanzahl  $N_{mind}$  ist 20. Ein Iterationszyklus erreicht meist unter 100 Iterationen ein zufriedenstellendes Ergebnis. Falls ein System nicht bis zu der gewünschten maximalen Iterationszahl konvergiert, lässt sich trotzdem mit beschränkten Ressourcen ein Ergebnis erzielen. Dazu kann entweder der Fehler oder die Iterationszahl vergrößert werden.

Nach Beendigung der Iterationszyklen werden die erhaltenen Werte an einem Arbeitsgastriebwerk simuliert.

## 2.6. Antriebsparameter

Als nächstes werden die triebwerksrelevanten Parameter untersucht. Diesen werden die Eigenschaften des Fusionplasmas zu Grunde gelegt. Ausgangspunkt ist die Ziolkowsky- oder Raketengleichung für Raketensysteme mit sich ändernder Masse. Dies beschreibt die Änderung der Geschwindigkeit des Raumfahrzeugs  $\Delta v$ , die durch das Expandieren der Differenz der Anfangsmasse  $m_0$  zur Endmasse  $m_b$  mit einer effektiven Austrittsgeschwindigkeit  $c_e$  entsteht.

Dabei beinhaltet  $m_0$  die Trockenmasse  $m_t$  des Systems und die getankte Treibstoffmasse  $m_f$ . Nach Brennschluss, bei Verbrauch des gesamten Treibstoffs, bleibt die Trockenmasse zurück, so dass  $m_b = m_t$  gilt. Die Raketengleichung lautet [20, 34],

$$\Delta v = c_e \ln \left( \frac{m_0}{m_b} \right) = c_e \ln \left( \frac{m_t + m_f}{m_t} \right). \quad (2.73)$$

Aus der zeitlich konstant angenommenen Austrittsgeschwindigkeit  $c_e$  und dem ebenfalls gleichbleibenden Massenstrom  $\dot{m}$  kann die Kraft oder der Schub  $F$  des Triebwerks bestimmt werden [20, 34],

$$F = c_e \dot{m}. \quad (2.74)$$

Wenn von einer Kraft gesprochen wird, kann diese auch mit der Masse und der Beschleunigung  $a$  errechnet werden,

$$F = ma. \quad (2.75)$$

Die Leistung eines Triebwerks ist die Ableitung des Schubs nach der Zeit. Für thermische Antriebe ergibt dies eine Schubleistung  $P_T$ , in die man Gleichung (2.74) einsetzen kann,

$$P_T = \frac{1}{2} \dot{m} c_e^2 = \frac{1}{2} F c_e. \quad (2.76)$$

Die Leistungsdichte  $\alpha$  bezeichnet die Leistung, die auf eine Masse  $m$  bezogen ist und stellt einen typischer Triebwerksparameter dar. Diese Leistungsbeschränkung erhält man durch Zusammenführen der Gleichungen (2.74) und (2.75) in der folgenden Gleichung:

$$\alpha_{lim} \geq \alpha = \frac{P_T}{m} = \frac{F c_e}{m} = \frac{1}{2} a c_e. \quad (2.77)$$

Alternativ zur Leistungsbegrenzung gibt es noch die Möglichkeit einer Energiebegrenzung. Diese trifft hier nicht zu. Thermische Fusionstriebwerke unterliegen der Leistungsbegrenzung, wie andere expandierende Triebwerke. Sie beschreibt einen Trade-off zwischen effektiver Austrittsgeschwindigkeit und Beschleunigung [34]. Dies bedeutet, dass eine hohe Beschleunigung oder eine hohe effektive Austrittsgeschwindigkeit möglich ist.

In Abbildung 2.4 sind unterschiedliche Arten von Antrieben gegliedert. Dabei besitzt jedes Triebwerk am rechten Ast eine solche Leistungsbeschränkung. Unter den thermischen Antrieben haben Fusionsantriebe die größte Leistungsdichte, weshalb das oben angesprochene Dilemma nicht so ausgeprägt ausfällt. Für sie sind prinzipiell hohe effektive Austrittsgeschwindigkeiten bei hohen Beschleunigungen möglich [34].

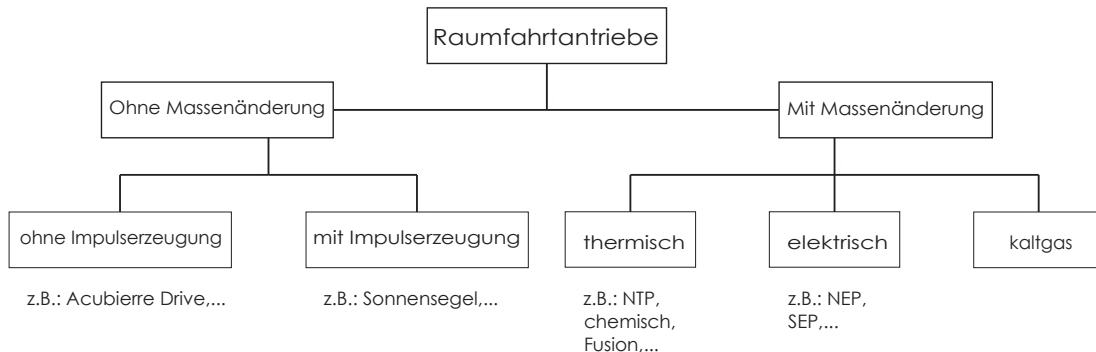


Abbildung 2.4.: Gliederung von Antriebskonzepten.

Aus der Literatur sollen nun zwei Konzepte von Fusionsantrieben, das Aschetriebwerk und das Arbeitsgastriebwerk, angeführt werden [20, 28].

Dem Aschetriebwerk soll die bei der Fusionsreaktion entstandene „Asche“ aus dem Reaktoreinschluss entnommen und expandiert werden. Ein Vorteil liegt klar auf der Hand. Es muss neben dem Fusionsbrennstoff kein zusätzlicher Treibstoff mitgeführt werden. Der zweite ist, dass eine hohe effektive Austrittsgeschwindigkeit wegen der direkten Abhängigkeit von der Temperatur und der Ionenüberhitzung erreicht werden kann [20]. Hingegen liegt ein großes Problem darin, dass eine reine Ascheentnahme nicht möglich ist und auch Brennstoff entnommen werden würde [15, 28, 29, 47]. Zusammen mit den allgemeinen Teilchenverlusten, würde die Minimierung dieses Verlustprozesses eine große Herausforderung



darstellen. Nach aktuellen Studien ist diese Auslegung deutlich ineffizienter als das Alternativkonzept des Arbeitsgastriebwerkes [20]. Dieses soll im Folgenden näher betrachtet werden und als Grundlage für die weitere Untersuchung dienen.

### 2.6.1. Arbeitsgastriebwerk

Diese Art von Triebwerk erzeugt mit einem Fusionsplasma Energie. Dem Arbeitsgas kommt eine doppelte Aufgabe zu. Es wird zur Kühlung genutzt und thermisch expandiert. Es wird angenommen, dass das Arbeitsgas dabei mit dem Inhalt des Reaktors nicht in Berührung kommt. Als effizientestes Gas hat sich, auf Grund der kleinen molaren Masse und hohen Wärmekapazität, Wasserstoff etabliert [20, 33].

Das Fusionsplasma wird im normalen Betriebszustand nicht mit den Wänden des Reaktoreinschlusses in Berührung kommen. Der Strahlung aus dem Plasma sind das Blanket und die First Wall ununterbrochen ausgesetzt. Ein Teil  $g$  der Strahlung mit der Eindringtiefe  $\lambda_{abs}$  wird im Blanket mit der Dicke  $d_{Blk}$  absorbiert,

$$g = 1 - \exp\left(-\frac{d_{Blk}}{\lambda_{abs}}\right). \quad (2.78)$$

Diese dadurch deponierte Energie führt zu einer Erwärmung und muss gekühlt werden. Das Blanketmodell sieht ein durchströmbares poröses Material für die Transpirationskühlung vor. Der dadurch benötigte Massenstrom aus Kühlflüssigkeit berechnet sich aus dessen spezifischer Enthalpie  $h_{H_2}$  bei der Temperaturdifferenz zwischen innen und außen und der radiativ deponierten Leistung  $P_{th,rad}$  [20, 40],

$$\dot{m}_{ag} = \frac{P_{th,rad}}{h_{H_2(T_{Blk,in})} - h_{H_2(T_{Blk,out})}}. \quad (2.79)$$

Mit der im Blanket erhaltenen Energie wird die Kühlflüssigkeit expandiert. Dabei tritt diese mit der effektiven Austrittsgeschwindigkeit  $c_e$  aus. Wegen der hohen Energien muss die Austrittsgeschwindigkeit relativistisch korrigiert werden. Es kommt zum folgenden Verhältnis der Austrittsgeschwindigkeit zur Lichtgeschwindigkeit [20, 40],

$$\frac{c_{e,ag}}{c_0} = \left(1 - \left(\frac{P_{T,ag}}{\dot{m}_{ag}c_0^2} + 1\right)^{-2}\right)^{\frac{1}{2}}. \quad (2.80)$$

Somit kann der Schub für das Arbeitsgastriebwerk aus Gleichung (2.74) mit dem Massenstrom aus Gleichung (2.79) errechnet werden.

### 2.6.2. Reaktormodelle und Massenabschätzung

In der Arbeit wird das Fusionsplasma idealisiert als Kugel angenommen. Diese ist in einem hypothetischen Magnetfeld eingeschlossen. Das Plasma befindet sich mittig im Reaktor, umgeben von einem Halo. Wie in Abbildung 2.5 gezeigt, dient eine erste Wand (First Wall) zur materiellen Abgrenzung des Halos. Dahinter befindet sich das Blanket,

ein poröser Bereich, der die Kühlung und die Abschirmung der Strahlung übernimmt. Der thermoelektrische Wandler stellt nun aus der thermischen Energie elektrische her. Den Abschluss des Reaktors bildet das Magnetsystem, welches das Magnetfeld zum Einschluss des Plasma bereitstellt. Das im Reaktor auftretende Temperaturprofil ist vereinfacht in

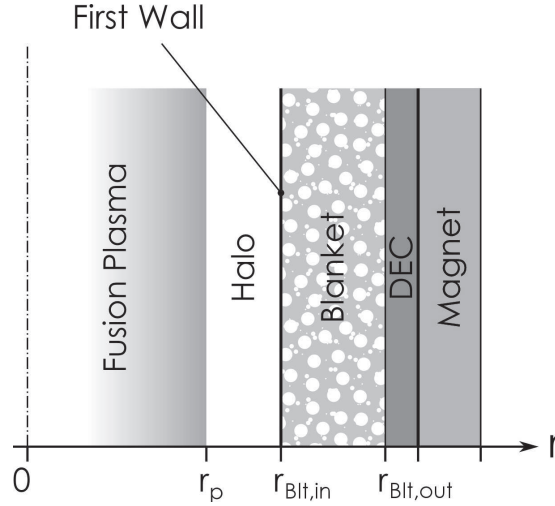


Abbildung 2.5.: Generisches Reaktormodell im Querschnitt [20, 40].

Abbildung 2.6 dargestellt. Die größte thermische und radiative Belastung trifft die First Wall. Die eindringende radiative Energie darf den Schmelzpunkt der First Wall und des dahinterliegenden Blankets nicht überschreiten. Weiters ist die First Wall ein Scrape-Off Layer (SOL). Dieser Bereich ist unablässig Neutronen und Strahlung ausgesetzt. Dadurch werden aus der Oberfläche Teilchen herausgelöst. Diese können in das Plasma geraten. Da die First Wall aus schweren Elementen besteht, werden dadurch die radiative Verluste vergrößert wie zum Beispiel in Gleichung (2.38) zu sehen [37]. Gleichzeitig wird die Oberfläche geschädigt. Durch transpirative Kühlung kann dann die deponierte Energie abgeführt werden. Die verbleibende Energie wird zum Teil in elektrische Energie umgewandelt und weiter verwendet. Die Restenergie darf das Magnetsystem, die Schirmung und die sich dahinter befindliche Struktur nicht beschädigen oder beeinflussen [20, 40]. In der Folge sollen alle genannten Teile und für den Reaktorbetrieb wichtigen Subsysteme genauer betrachtet und eine Massenabschätzung durchgeführt werden. Abbildung 2.7 zeigt eine hypothetische Anordnung der in der Folge besprochenen Systeme für eine bemannte Raummission. Das Plasma wurde in den vorangegangenen Kapiteln modelliert. Einzig seine Masse wurde nicht behandelt. Diese ist durch die Gesamtionendichte  $n$ , die Konzentration der darin befindlichen Teilchen  $c_j$  und deren Massenzahl  $A_j$ , gegeben. Die Masse der Elektronen wird vernachlässigt. Die Masse der Nukleonen  $m_{nuk}$  wird für Neutronen  $m_n$  und Protonen wird als gleich angenommen.

$$m_{Pla} = \sum n c_j A_j m_{nuk} \quad (2.81)$$

Die dadurch erhaltene Massedichte  $m_{Pla}$  ist vernachlässigbar klein und wird mit Null angenommen.

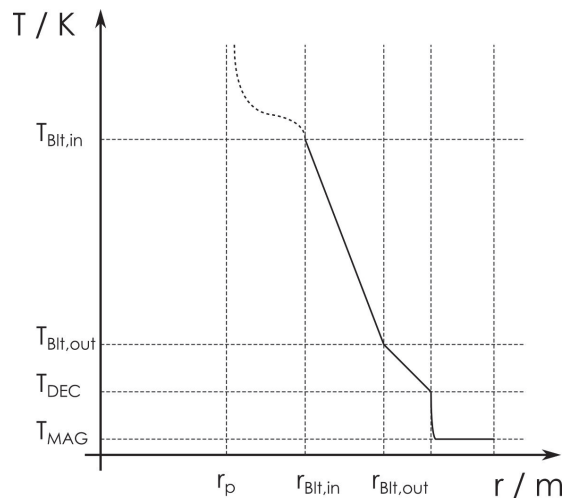


Abbildung 2.6.: Temperaturprofil über den Radius eines hypothetischen Fusionsreaktor [20].

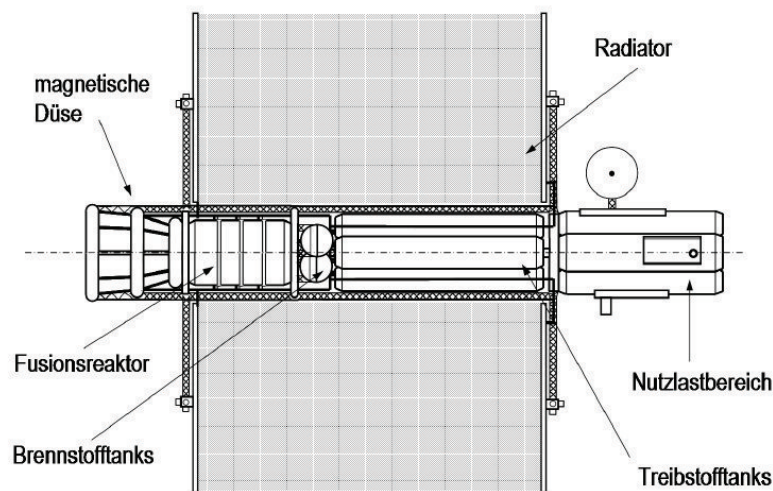


Abbildung 2.7.: Schematischer Aufbau eines Raumschiffes mit den in der Arbeit behandelten Komponenten [20]

Für das poröse Blanket wird eine Keramik auf Tantal-Hafnium-Basis angedacht, weil es die höchste Schmelztemperatur unter den gegebenen Werkstoffen aufweist. Für die Transpirationkühlung muss das Material eine gewisse Porosität aufweisen um einen genügenden Durchfluss zu gewährleisten. Diese Porosität  $k_{Por}$ , kann angegeben werden durch das Volumen des Material  $V_{Blt}$  und das darin befindliche Volumen der Poren  $V_{Por}$ ,

$$k_{Por} = \frac{V_{Por}}{V_{Blt}}. \quad (2.82)$$

Für eine massive Tantal-Hafnium-Keramik beträgt die Dichte  $\rho_{Blt}$  ungefähr  $13900 \text{ kg/m}^3$ . Die Masse  $m_{Blt}$  des Blankets ist abhängig von dessen Dichte und dem Volumen  $V_{Blt}$  mit

dem summierten Radius des Plasmas und des Halos (siehe Abbildung 2.8).

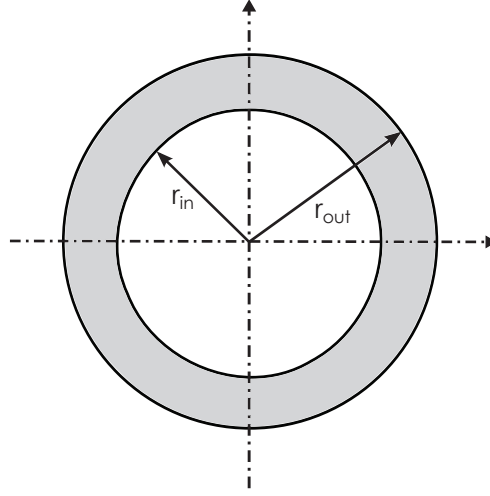


Abbildung 2.8.: Radialer Schnitt durch einen generischen Reaktor zur Darstellung der Radien. Der dunkle Bereich entspricht dem Blanket, das das innere Plasma und dessen Halo mit dem Radius  $r_{in}$  einschließt.

Daraus ergibt sich eine Masse  $m_{Blt}$ ,

$$m_{Blt} = \rho_{Blt} V_{Blt} (1 - k_{Por}). \quad (2.83)$$

In Zukunft sollte die Auswirkung der Neutronen auf das Blanket und auf die Blanketauslegung im Hinblick auf eine Schirmung untersucht werden [20, 40].

Der Thermoelektrowandler (DEC, Direct Energy Conversion) soll einen Teil der dort ankommenden thermische Energie in elektrische umwandeln, die dann dem System wieder eingespeist wird. Dies kann durch thermische Fotovoltaikanlagen oder thermoelektrische Elemente erfolgen. Die Masse  $M_{DEC}$  kann über die deponierte Leistung  $P_{DEC}$  und mit der spezifischen Massenleistungsdichte, dem idealisierten linearen Zusammenhang folgend bestimmt werden,

$$m_{DEC} = \frac{P_{DEC}}{\alpha_{DEC}}. \quad (2.84)$$

Für solch ein thermoelektrisches Element kann eine spezifische Massenleistungsdichte von  $\alpha_{DEC} = 569 \text{ W/kg}$  bei 1273 K an deren Plasma zugewandten Seite und einem Temperaturunterschied von 493 K angenommen werden [14, 20, 40].

Die Hauptaufgaben des Magnetsystems sind das Aufrechterhalten des Plasmaeinschlusses und im Fall eines Fusionstriebwerkes die Bereitstellung einer magnetischen Düse des Triebwerks. Nebenbei spielt es eine große Rolle im Treibstoffkreislauf, also dem Nachfüllen an Brennstoff, der Entnahme der Asche, und dem Zuführen von Leistung in den noch „kalten“ Reaktor. Das Magnetfeld soll mit einem supraleitenden Elektromagneten erzeugt werden [28]. Herkömmliche Spulen aus Kupfer würden sich auf Grund ihrer Größe, des Gewichts und der benötigten Energie als unbrauchbar erweisen [48]. Die Masse des Magnetsystems kann mit dem Virialsatz abgeschätzt werden. Die Masse  $m_{Mag}$  ist abhängig von

der Dichte der Supraleitermagneten  $\rho_{sup}$ , der Energie  $E_{Mag}$  des Magnetfeld, der maximalen Belastung  $\sigma_{sup}$  und dem Sicherheitsfaktor  $C_{Mag} = 2$  [40],

$$m_{Mag} = \frac{C_{Mag}\rho_{sup}E_{Mag}}{\sigma_{sup}}. \quad (2.85)$$

Die Dichte eines supraleitenden Elektromagneten auf Basis einer Kohlenstoffmatrix kann mit  $\rho_{sup} = 2500 \text{ kg/m}^3$  abgeschätzt werden. Die maximale Belastung wird mit  $\sigma_{sup} = 10^9 \text{ Pa}$  angenommen [40]. Die Energie des Magnetfeld kann aus dem vom Magnetfeld eingeschlossenem Volumen  $V_{Mag}$  und dem magnetischen Feld  $B$  berechnet werden,

$$E_{Mag} = \frac{B^2}{2\mu_0} \cdot V_{Mag}. \quad (2.86)$$

Das Cryosystem dient nun dazu, den supraleitenden Zustand und das Temperaturgefälle am Blanket aufrecht zu erhalten. Die Masse  $m_{cryo}$  wird als [28, 40]

$$m_{cryo} = \frac{1}{3}m_{Mag}, \quad (2.87)$$

angenommen.

Die verbleibende Leistung muss über einen Radiator abgestrahlt werden. Ein klassischer Radiator auf Festkörperbasis würde ungefähr eine Leistung von 1 kW/kg aus dem System entfernen. Die Nettoverlustleistung eines Fusionsreaktor ist extrem hoch und dementsprechend müsste der Radiator bemessen werden. Ein fortschrittliches Konzept der Kühlung wäre ein sogenannter Liquid Droplet Radiator (LDR). Hierbei wird die abstrahlende Oberfläche vergrößert, indem man eine Kühlflüssigkeit zu kleinen Tröpfchen zerstäubt und bis zu einem Empfänger frei propagieren lässt [19, 40]. Das System hätte zusätzlich den Vorteil relativ unempfindlich gegenüber Einschlägen von Mikrometeoriten zu sein. Die Kühlflüssigkeit müsste so bemessen sein, dass solche Verluste ausgeglichen werden können. Die Masse  $m_{Rad}$  eines solchen LDR-System kann ähnlich der Masse des elektrischen Wandlers behandelt werden. Sie skaliert mit der Leistung  $P_{Rad}$  und der spezifischen Massenleistungsdichte  $\alpha_{Rad}$  [40, 54],

$$m_{Rad} = \frac{P_{Rad}}{\alpha_{Rad}}. \quad (2.88)$$

Die spezifische Massenleistungsdichte wird mit  $\alpha_{Rad} = 30 \text{ kW/kg}$  angenommen.

Die ist der Teil des Reaktors der die verbleibenden Neutronen und auftretende Strahlung vom übrigen Teil des Raumflugkörpers abhalten. Ein großer Teil der Neutronenstrahlung im Anteil von  $1 - \exp(-\lambda n_0)$  wird schon im Blanket absorbiert. Selbst die hochenergetischen Neutronen der D-T Reaktion sollten innerhalb einer radialen Distanz von einem Meter, thermalisiert sein. Das in den Reaktor verbaute supraleitenden Magnetsystem würde empfindlich auf die Neutronen und die elektromagnetische Strahlung reagieren und muss zusätzlich abgeschirmt werden. Der Grund liegt nicht nur in der zerstörerischen Wirkung der Neutronen auf Materie, sondern auch in der Energieübertragung, die den supraleitenden Teil erwärmen, dadurch die magnetischen Eigenschaften verändern und im schlimmsten Fall den Ausfall zur Folge haben könnten [48].

Im heutigen Stadium geht man davon aus, dass die Schirmung vom Raumflugkörperdesign abhängig ist. Eventuell sollte in die Schirmung auch die Möglichkeit der auftretenden hohen elektromagnetischen Strahlung eingearbeitet werden. Es wird vorläufig angenommen, dass das Blanket die Energie der meisten Neutronen absorbiert und daher auf eine zusätzliche Schirmung verzichtet werden kann. Die Masse  $m_{Sch}$  wird vernachlässigt [20, 40, 48]. Die Gesamtmasse eines Arbeitsgastriebwerk  $m_{total}$  ergibt sich nun aus den Massen der Subsysteme [20, 40, 48],

$$m_{total} = m_{Pla} + m_{Blk} + m_{DEC} + m_{Mag} + m_{Cryo} + m_{Rad} + m_{Sch}. \quad (2.89)$$

# 3. Ergebnisse der Studie

Dieses Kapitel verknüpft die theoretischen Überlegungen mit simulierten Werten aus dem für diese Arbeit angefertigten Matlab<sup>®</sup>-Programm. Die dabei erhaltenen Daten für Fusionsreaktionen mit Nebenreaktionen werden dazu benutzt ein Raumfahrttriebwerk und dessen Größen zu simulieren.

## 3.1. Gleichgewichtszustände des Plasmas

Der Matlab<sup>®</sup>-Code mit dem die Studie angefertigt wurde, berechnet das Kriterium anhand interpolierter Reaktionsratenkoeffizienten. Die mit dem Code erzeugten Teilchendichten dienen zur Bestimmung der Plasmaparameter. Hier sollen die Gleichgewichtszustände und Konvergenzen des Plasmas genauer betrachtet werden. Erst danach wird das Brennkriterium selber besprochen werden.

Das Kriterium basiert auf der Leistungs- und Teilchenbilanz, die gleichzeitig erfüllt werden müssen. Dabei soll die Zusammensetzung nach einer gewissen Anzahl an Iterationen zu einem Wert konvergieren. In den folgenden Diagrammen 3.1, 3.2 und 3.3 kann dies an Hand eines D-T Systems nachvollzogen werden.

In Abbildung 3.1 wird zunächst ein reines D-T System ohne Nebenreaktionen bei einer

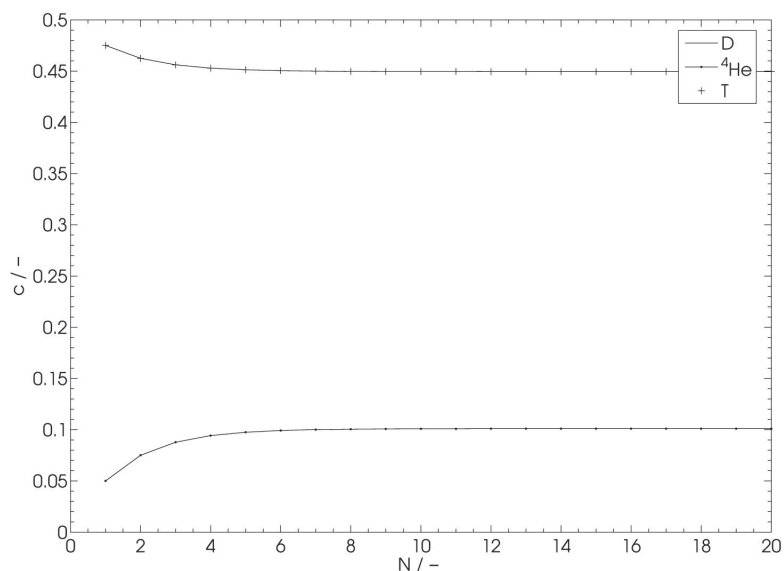


Abbildung 3.1.: Konvergenzverhalten eines D-T Systems mit gleichen Anteilen der Reaktanden. Es treten keine Nebenreaktionen auf.

beliebig gewählten Temperatur von 1890,5 keV gezeigt. Die Anfangskonzentration  $c_0$  der beiden Reaktanden ist je 50 Prozent. Da nach einem Iterationsschritt eine Fusionsreaktion abgelaufen ist reduziert sich die Konzentration an Brennstoffen. Um einem Erlöschen entgegenzuwirken wird, falls möglich, in jedem Schritt so Brennstoff nachgeführt, dass die Stationaritätsbedingungen eingehalten werden. Dies bedeutet, dass falls der Reaktor die maximale Dichte überschreitet, keine Brennstoffmasse nachgeführt wird.

Die entstanden Asche, im oben genannten Beispiel  ${}^4\text{He}$  und Neutronen, wird nicht instantan abgeführt. Würde dies der Fall sein, wäre in Abbildung 3.1 keine Änderung der Reaktantenkonzentrationen und keine Linie der Asche vorhanden. Die Neutronenhintergrundstrahlung wird hier nicht weiter betrachtet.

Da Abbildung 3.1 nicht der Realität entspricht, wird in der Abbildung 3.2 dieses System um Nebenreaktionen erweitert. Der Ascheeinschlussfaktor ist gegeben mit  $\tilde{\tau}_{\text{Ea}} = 2, 5$ . Nun sind weitere Linien zu erkennen. Es bildet sich eine deutliche und dominante  ${}^4\text{He}$ -Linie aus. Am unteren Bildrand, kann zusätzlich eine geringe  ${}^3\text{He}$  und Protonen Konzentration ausgemacht werden. Es entstehen also Produkte, die in der reinen D-T Reaktion nicht vorkommen würden. Das  ${}^3\text{He}$  ist als Produkt ein gutes Indiz für das gleichzeitige Ablaufen einer D-D Reaktion. Protonen entstehen in der zweiten D-D Reaktion. Die beiden D-D Reaktionen sind bei dieser Temperatur nicht dominant. In der Folge wird in Darstellung

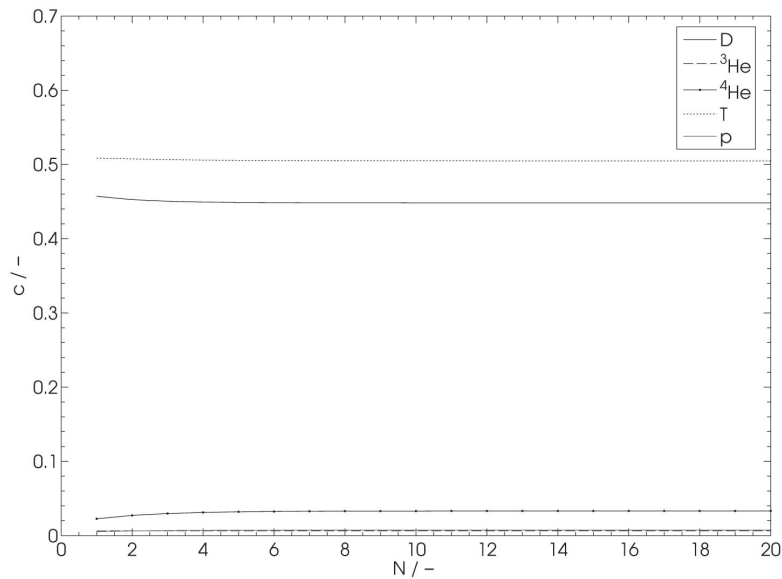


Abbildung 3.2.: Konvergenzverhalten eines D-T System mit Nebenreaktionen inklusive Ascheeinschluss

3.3 ein System abgebildet, dass neben den beiden Reaktanden Deuterium und Tritium zusätzlich mit  ${}^3\text{He}$  und Protonen gespeist wird. Diese zusätzliche Zugabe anderer Stoffe kann in komplexen Systemen den Vorteil bringen, dass ein System schneller in ein Gleichgewicht gerät. Markant wird das, wenn die Einschlussraten der Brennstoffe geringer sind als die der Asche. In den hier betrachteten Systemen ist dieser Vorteil vorhanden aber sehr gering.



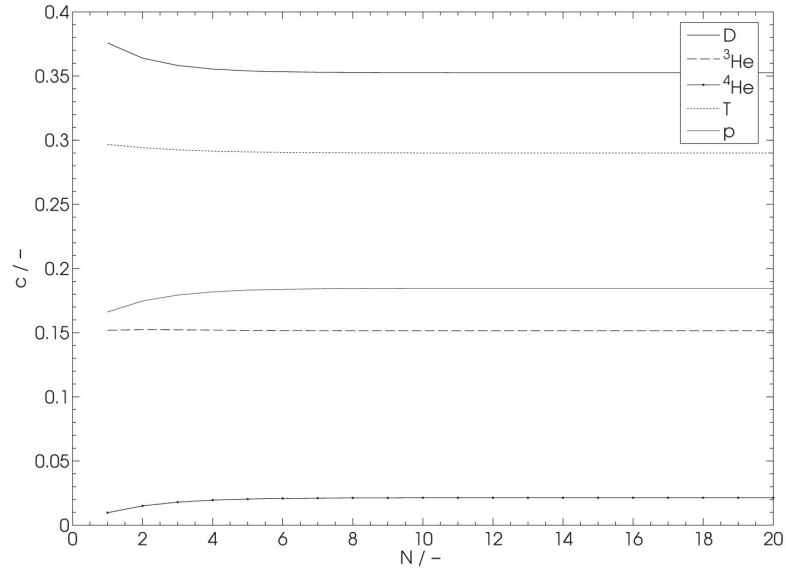


Abbildung 3.3.: Konvergenzverhalten eines D-T System inklusive Ascheeinschluss, Nebenreaktionen und Nachfütterung von alternativen Brennstoffen

		$c_0$ [-]	S [-]	$\tilde{\tau}_{Ei}$ [1/N]	$\tilde{\tau}_{Ea}$ [1/N]
D-T Reaktion ohne Nebenreaktionen					
für Abbildung 3.1	D	0,50	0,50	2,5	2,5
N = 100; Fehler = 0.01	T	0,50	0,50	2,5	2,5
$\phi = 1$ ; T = 1890,5 keV	$^3\text{He}$	0,00	0,00	0,0	0,0
	$^4\text{He}$	0,00	0,00	2,5	2,5
	p	0,00	0,00	2,5	2,5
D-T Reaktion mit Nebenreaktionen					
für Abbildung 3.2	D	0,50	0,50	2,5	2,5
N = 100; Fehler = 0.01	T	0,50	0,50	2,5	2,5
$\phi = 1$ ; T = 1890,5 keV	$^3\text{He}$	0,00	0,00	2,5	2,5
	$^4\text{He}$	0,00	0,00	2,5	2,5
	p	0,00	0,00	2,5	2,5
D-T Reaktion mit Nebenreaktionen					
für Abbildung 3.3	D	0,40	0,40	2,5	2,5
N = 100; Fehler = 0.01	T	0,30	0,30	2,5	2,5
$\phi = 1$ ; T = 1890,5 keV	$^3\text{He}$	0,15	0,15	2,5	2,5
	$^4\text{He}$	0,00	0,00	2,5	2,5
	p	0,15	0,15	2,5	2,5

Tabelle 3.1.: Plasmaparameter für die Abbildungen 3.1, 3.2 und 3.3. Angegeben sind die Startkonzentration  $c_0$ , der Quellterm S, die Ioneneinschlussrate im Bezug auf die Energieeinschlusszeit  $\tilde{\tau}_{Ei}$ , die Ascheneinschlussrate im Bezug auf die Energieeinschlusszeit  $\tilde{\tau}_{Ea}$ , die Anzahl der maximal erlaubten Iterationen N und den Fehler der Abbruchbedingung.

Es sind keine allgemeinen Aussagen darüber möglich, wann ein System schnell und wann langsam konvergiert. Der Bereich bis 50 Iterationen hat sich aber für viele Reaktionen als guter Richtwert erwiesen. Weitere Schwierigkeiten kann die Wahl der Abbruchbedingung darstellen. Um gegebenenfalls die Konvergenz besser darstellen zu können, kann zwar der Fehler verkleinert werden. Die Möglichkeit besteht aber, dass man im gewählten Iterationsbereich zu keiner Lösung kommt.

## 3.2. Reaktionen und Nebenreaktionen

### 3.2.1. Brennkriterium

Das Brennkriterium dient als zentrales Mittel um Fusionsplasmen zu vergleichen. Der Einfluss von Zusammensetzungen und Art der Reaktionen auf das Brennverhalten des Fusionsplasmas lässt sich hierbei sehr leicht erkennen. Die Asche verschiebt das Optimum, weil sie die anderen Reaktionen blockiert. Gleichzeitig trägt sie zu thermischen und Strahlungsverlusten bei. Die Konzentrationen der Reaktanden der nominellen Reaktionen bilden die Basis der Reaktion und definieren das grundlegende Aussehen der Kurven. Und betrachtete Nebenreaktionen erweitern das Kriterium bei einer Temperatur in dem Ausmaß ihrer Wahrscheinlichkeitsverteilung.

Die Tabelle 3.2 gibt die angenommenen Eigenschaften des generischen Fusionsplasmas an. Darin zu finden ist zunächst die Absorptionslänge  $\lambda_{abs}$ . Sie wird für elektromagnetische Strahlung mit 0,1 m angenommen. Es wird angenommen, dass Neutronen in ungefähr einem halben Meter absorbiert werden. Damit kann die Eindringtiefe  $L$  über die Dicke des Blankets  $d_{Blt}$  definiert werden,

$$L = \frac{d_{Blt}}{\lambda_{abs}}. \quad (3.1)$$

Die Dicke wird so gewählt, dass 95 % der Neutronen absorbiert werden. Dieser absorbierte Anteil  $g$  kann wie folgt bestimmt werden,

$$g = 1 - \exp(-L). \quad (3.2)$$

Die Eindringtiefe ist daher ungefähr 3. Dies führt zu einer Blanketdicke  $d_{Blt}$  zwischen 0,3 m und 1,5 m [20, 40]. In der Literatur finden sich vergleichbare Werte. So wurde ein Mock-Up der ITER Reaktorwand unter dem Einfluss von Neutronen untersucht. Dabei hatte die Wand eine Dicke von 95,7 cm [5]. In das Brennkriterium geht der Leistungsfluss über die Faktoren  $f$  für den reflektierten Anteil der jeweiligen Strahlung an der ersten Wand, sowie der Absorptionsfaktor  $g$ , ein. Diese sind in Tabelle 3.3 für jede Verlustart dargestellt [20, 40].

Eine weitere Eigenschaft jedes Plasmas ist die Asche- und Ioneneinschlusszeit. Beide gehen über ihre Einschlussrate relativ zur Energieeinschlusszeit ein. Diese beiden Einschlussraten,  $\tilde{\tau}_{Ei}$  für die Ionen und  $\tilde{\tau}_{Ea}$  für die Asche, werden in allen hier behandelten Systemen als gleich angenommen. Der Grund ist, dass alle Ionen in einem gewissen Maß aus dem Reaktor verloren gehen.

	Variable	Wert
Wirkungsgrad DEC	$\eta$	$\eta = 0,06$
Energieeinschlusszeit	$\tau_E$	$\tau_E = 0,5$
Leistungsfaktor	$Q$	$Q = \infty$
Ionenüberhitzung	$\phi$	$\phi = [1,2,5,10]$
Stabilitätsfaktor	$\beta$	$\beta = 1,8$
absorbtionslänge	$\lambda_{\text{abs}}$	$0,3 \text{ m} < \lambda_{\text{abs}} < 0,5 \text{ m}$

Tabelle 3.2.: Eigenschaften des generischen Fusionsplasmas [40]

Variable	Synchrotronstrahlung	Bremsstrahlung	thermisch	Neutronen
f	$f_{\text{Syn}} = 0,95$	$f_{\text{Brs}} = 0,1$	$f_{\text{th}} = 0$	$f_{\text{n0}} = 0$
g	$g_{\text{Syn}}=0,95$	$g_{\text{Brs}}=0,95$	$g_{\text{th}}=0,90$	$g_{\text{n0}}=0,95$

Tabelle 3.3.: Leistungsanteile in einem generischen Fusionsplasmas [40]

In der folgenden Abbildung 3.4 sollen nun die vier Reaktionen aus der Tabelle 2.1 gegenüber gestellt werden. Die Reaktionen haben die gleichen Eigenschaften und Parameter (siehe Tabelle 3.4). Somit ist ein Vergleich möglich. Jeder der vier Reaktionen besteht

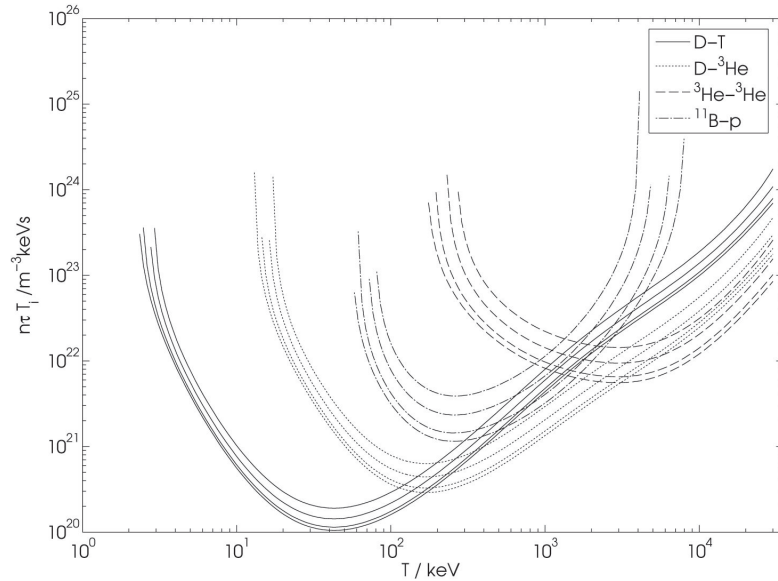


Abbildung 3.4.: Vergleich des Brennkriteriums der Reaktionen aus Tabelle 2.1. Die Asche wird nicht sofort entfernt. Alle Reaktionen sind ohne Nebenreaktionen. Jeder der Reaktionen besitzt eine Kurvenschar, in der von oben nach unten die Ionenüberhitzung  $\phi = [1, 2, 5, 10]$  zunimmt.

ihrerseits wieder aus vier Kurven. Diese entstehen durch die angenommene Ionenüberhitzung  $\phi = [1, 2, 5, 10]$ , welche von oben nach unten zunimmt. Die D-T Reaktion weist das niedrigste Optimum auf. In ansteigender Reihenfolge folgen das D-<sup>3</sup>He Plasma und die

		$c_0$ [-]	S [-]	$\tau_{\text{ion}}$ [1/N]	$\tilde{\tau}_{\text{Ea}}$ [1/N]
D-T	D	0,5	0,5	2,5	2,5
T = [0,5 , 30000] keV; N = 100	T	0,5	0,5	2,5	2,5
Fehler = 0.01; N <sub>mind</sub> = 20	<sup>4</sup> He	0	0	1,5	1,5
D- <sup>3</sup> He	D	0,5	0,5	2,5	2,5
T = [0,5 , 30000] keV; N = 100	<sup>3</sup> He	0,5	0,5	2,5	2,5
Fehler = 0.01; N <sub>mind</sub> = 20	<sup>4</sup> He	0	0	1,5	1,5
	p	0	0	1,5	1,5
<sup>11</sup> B-p	<sup>11</sup> B	0,5	0,5	5	5
T = [0,5 , 30000] keV; N = 100	p	0,5	0,5	5	5
Fehler = 0.01; N <sub>mind</sub> = 20	<sup>3</sup> He	0	0	1,5	1,5
<sup>3</sup> He- <sup>3</sup> He	<sup>3</sup> He	1	1	2,5	2,5
T = [0,5 , 30000] keV; N = 100	<sup>4</sup> He	0	0	1,5	1,5
Fehler = 0.01; N <sub>mind</sub> = 20	p	0	0	1,5	1,5

Tabelle 3.4.: Vergleichende Tabelle der Parameter der vier Reaktandengemische aus Tabelle 2.1. Diese Tabelle gilt für die Abbildung 3.4 und 3.5. Nebenreaktionen werden in Abbildung 3.4 nicht und in Abbildung 3.5 schon betrachtet.

fortschrittlichen Reaktionen <sup>3</sup>He-<sup>3</sup>He und <sup>11</sup>B-p.

Das nun durch die Nebenreaktionen erweiterte System wird in Abbildung 3.5 gezeigt. Hierbei stellen die Reaktionen <sup>3</sup>He-<sup>3</sup>He und <sup>11</sup>B-p eine Ausnahme dar. Erstere kann nur als Einzelreaktion ablaufen. Im Falle von Nebenreaktionen wird die Leistungsbilanz aus Gleichung (2.57) nicht erfüllt und es kommt kein Brennkriterium zu Stande. Dies passiert ab einem  $\tilde{\tau}_{\text{Ea}}=1,5$ . Die Reaktion aus einem <sup>11</sup>B-p Reaktandengemisch entspricht, auf Grund mangelnder Daten, der Einzelreaktion. Die p-p Reaktion wäre das Zwischenstück zu einer besseren Betrachtung dieses Reaktandengemisches.

Der Vergleich des D-<sup>3</sup>He Reaktandengemisches im Bereich zwischen 1000 keV und 10000 keV zeigt eine deutliche Verformung. Diese ist auf die zusätzlichen Nebenreaktionen zurückzuführen. Bei genauerer Betrachtung der Abbildung 3.6 lassen sich mit den Maxima der Reaktionsratenkoeffizienten die genaueren Auswirkungen einzelner Reaktionen erkennen. Die Verformung dürfte von der T-T und den beiden D-D Reaktionen herrühren. Im oben angesprochenen Bereich weist das Brennkriterium, das die Nebenreaktionen inkludiert ein deutlich besseres Verhalten auf. Dabei wird ein geringer Ascheeinschluss angenommen. Die Referenzlinie bildet die reine D-<sup>3</sup>He Reaktion. Das deutlich darüberliegenden Kurvenduettt wurde mit einem hohem Ascheeinschluss betrachtet. Die Parameter sind in Tabelle 3.5 angegeben. Die Abbildung 3.7 zeigt nun ein D-T Plasma mit verschiedenen Eigenschaften. Man kann erkennen, dass die Optima des durch die Nebenreaktionen erweiterten Systems mit jenen ohne übereinstimmen. Bei höheren Temperaturen bilden sich dann die anderen nominellen Paarungsreaktionen aus. Die Reaktion mit einem langen Ascheeinschluss liegt deutlich über denen mit einem kürzeren. Durch den Zusatz von <sup>3</sup>He

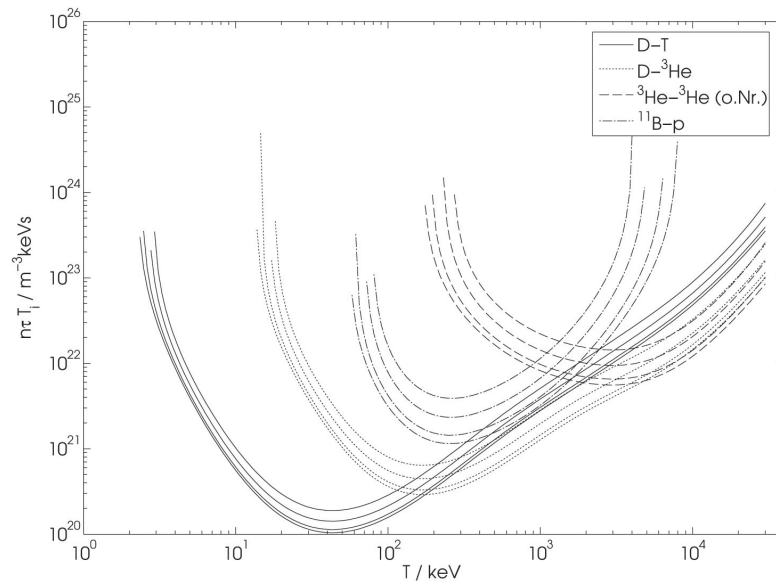


Abbildung 3.5.: Vergleich des Brennkriteriums für die in Kapitel 2.1 angeführten Reaktionen. Die Asche wird nicht sofort entfernt. Nebenreaktionen werden außer im Falle der  ${}^3\text{He}-{}^3\text{He}$  Reaktion, soweit Daten vorhanden sind, berücksichtigt. Die Kurvenscharen sind so zu verstehen, dass von oben nach unten die Ionenüberhitzung mit  $\phi = [1, 2, 5, 10]$  zunimmt.

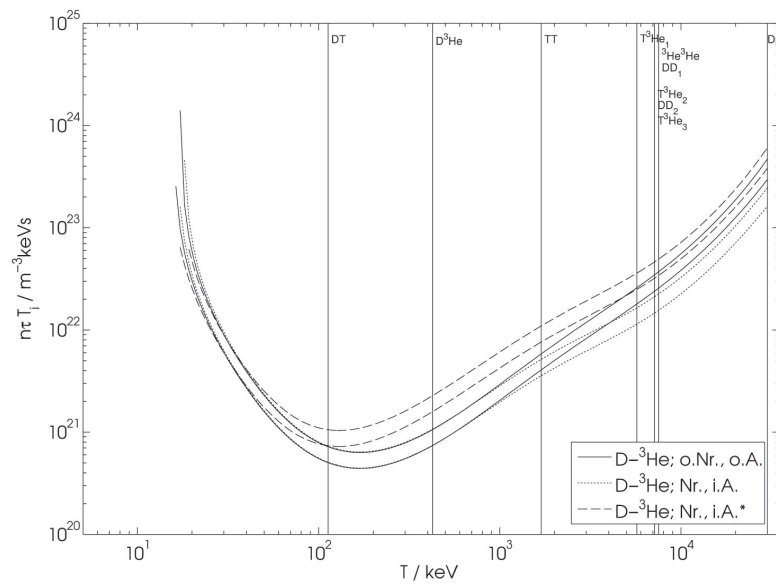


Abbildung 3.6.: Darstellung eines D- ${}^3\text{He}$  Reaktandengemisches in unterschiedlichen Zusammensetzungen. Die vertikalen Linien stellen die Maxima der Reaktionsratenkoeffizienten aller in diesem Fall betrachteten Reaktionen. Die mit dem \* markierte Reaktion besitzt einen längeren Ascheeinschluss. Die Ionenüberhitzung ist  $\phi = [1, 2]$ .

		$c_0$ [-]	S [-]	$\tilde{\tau}_{\text{ion}}$ [1/N]	$\tilde{\tau}_{\text{Ea}}$ [1/N]
D- <sup>3</sup> He T = [0,5 , 30000] keV; N = 100 Fehler = 0.01; N <sub>mind</sub> = 20	D	0,5	0,5	0	0
	T	0,5	0,5	0	0
	<sup>4</sup> He	0	0	0	0
D- <sup>3</sup> He, i. Nr. T = [0,5 , 30000] keV; N = 100 Fehler = 0.01; N <sub>mind</sub> = 20	D	0,5	0,5	2,5	2,5
	<sup>3</sup> He	0,5	0,5	2,5	2,5
	<sup>4</sup> He	0	0	1,5	1,5
	T	0	0	1,5	1,5
	p	0	0	1,5	1,5
D- <sup>3</sup> He, i. Nr. T = [0,5 , 30000] keV; N = 100 Fehler = 0.01; N <sub>mind</sub> = 20	D	0,5	0,5	2,5	2,5
	<sup>3</sup> He	0,5	0,5	2,5	2,5
	<sup>4</sup> He	0	0	7	7
	T	0	0	7	7
	p	0	0	7	7

Tabelle 3.5.: Tabelle zur Darstellung verschiedener Reaktandengemische und Parameter eines D-<sup>3</sup>He Plasmas. Die Betrachtung der Nebenreaktionen ist mit i.Nr. gekennzeichnet.

und Protonen kann im hohen Temperaturbereich eine deutliche Verbesserung des Brennkriterium erreicht werden. Die genauen Parameter sind in Tabelle 3.6 angeführt.

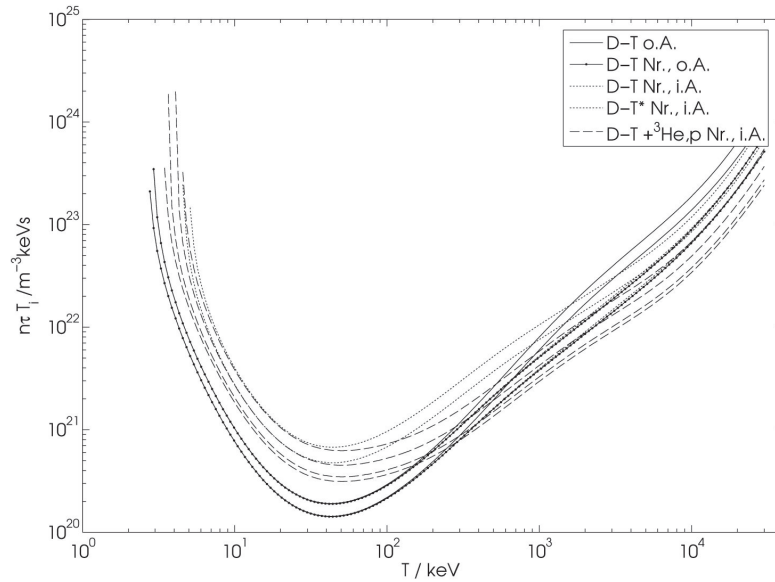


Abbildung 3.7.: Darstellung eines D-T Reaktandengemisches in unterschiedlichen Zusammensetzungen. Die mit dem \* markierte Reaktion besitzt einen längeren Ascheeinschluss. Die Ionenüberhitzung ist  $\phi = [1, 2]$ .

		$c_0$ [-]	S [-]	$\tilde{\tau}_{\text{ion}}$ [1/N]	$\tilde{\tau}_{\text{Ea}}$ [1/N]	
D-T		D	0,5	0,5	0	0
T = [0,5 , 30000] keV; N = 100		T	0,5	0,5	0	0
Fehler = 0.01; $N_{\text{mind}} = 20$						
D-T, i. Nr.		D	0,5	0,5	0	0
T = [0,5 , 30000] keV; N = 100		T	0,5	0,5	0	0
Fehler = 0.01; $N_{\text{mind}} = 20$						
D-T, i. Nr.		D	0,5	0,5	2,5	2,5
T = [0,5 , 30000] keV; N = 100		T	0,5	0,5	2,5	2,5
Fehler = 0.01; $N_{\text{mind}} = 20$		$^3\text{He}$	0	0	1,5	1,5
		$^4\text{He}$	0	0	1,5	1,5
		p	0	0	1,5	1,5
D-T, i. Nr.		D	0,5	0,5	2,5	2,5
T = [0,5 , 30000] keV; N = 100		T	0,5	0,5	2,5	2,5
Fehler = 0.01; $N_{\text{mind}} = 20$		$^3\text{He}$	0	0	7	7
		$^4\text{He}$	0	0	7	7
		p	0	0	7	7
D-T, i. Nr.		D	0,4	0,4	2	2
T = [0,5 , 30000] keV; N = 100		T	0,3	0,3	2	2
Fehler = 0.01; $N_{\text{mind}} = 20$		$^3\text{He}$	0,15	0,15	2,5	2,5
		$^4\text{He}$	0	0	2,5	2,5
		p	0,15	0,15	2,5	2,5

Tabelle 3.6.: Tabelle zur Darstellung verschiedener Reaktandengemische und Parameter eines D-  $^3\text{He}$  Plasmas. Die Betrachtung der Nebenreaktionen ist mit i.Nr. gekennzeichnet. Die Ionenüberhitzung ist  $\phi = [1, 2]$ .

### 3.2.2. Fusionsleistungsdichten

Als nächstes werden die Fusionsleistungsdichten eines D-T Plasmas und die hierbei auftretenden Leistungsdichten der Brems-, Synchrotron- und thermischen Strahlung betrachtet. In der Abbildung 3.8 sind zum Vergleich alle diese aufgetragen. Dabei ist zu erkennen, dass die Bremsstrahlung in einem niedrigeren Temperaturbereich sich stärker auswirkt als die Synchrotronstrahlung. Je höher die Temperatur wird, desto eher wächst die Leistungsdichte der Synchrotronstrahlung an. Diese Temperaturabhängigkeit ist aus den Gleichungen (2.38) und (2.39) zu erkennen, wobei in die Bremsstrahlung die Wurzel aus der Temperatur eingeht. Die Synchrotronstrahlung ist von der Temperatur einmal explizit und einmal in einem Entwicklungsterm abhängig. Ähnliches gilt für die thermische Leistungsdichte die einfach von der Temperatur abhängt. Die Abbildung 3.9 vergleicht nun die vier Reaktandengemische aus Tabelle 2.1. Betrachtet man die Fusionsleistungsdichten, erkennt man, dass alle Reaktionen langegezogene Kurvenscharen haben. Ausnahme bildet das  $^{11}\text{B-p}$

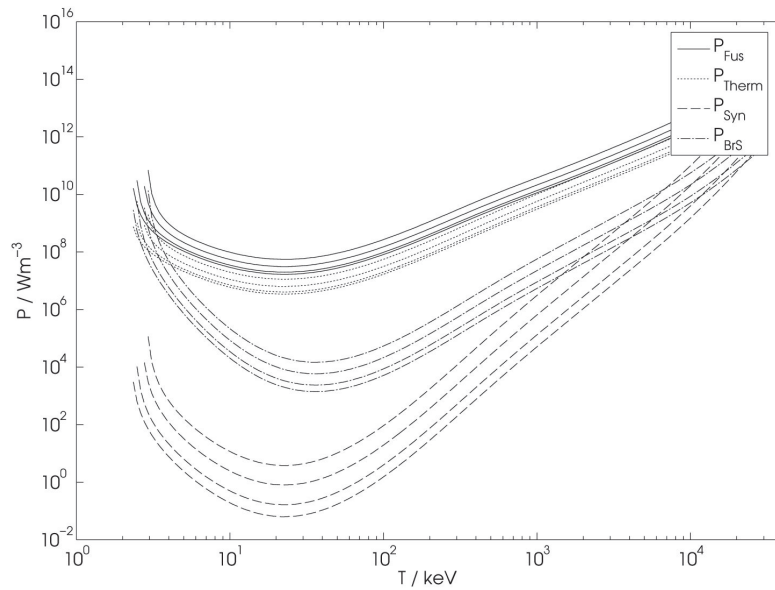


Abbildung 3.8.: Leistungsichten in einem D-T Fusionsplasma über der Temperatur. Diese ist ein Grund für das starke Anwachsen der Synchrotronstrahlung und das Abklingen der Bremsstrahlung im höheren Temperaturbereich.

Reaktandengemisch. Der Temperaturbereich in dem die Reaktion ablaufen kann, ist im Vergleich deutlich eingeschränkter.

### 3.2.3. Weitere Plasmaparameter

In diesem Kapitel werden nun einige, neben dem Brennkriterium, wichtige Plasmaparameter besprochen. Darunter befinden sich der Druck des Plasmas, das Magnetfeld des idealisierten Kerns, deren Optima und die in Kapitel 3.2.2 eingeführten Leistungen.

Aus den Eigenschaften des Fusionsplasmas ist die geeignete Wahl eines Arbeitspunktes möglich. Naheliegend dabei sind die Optima des Kriteriums, des Drucks, des Magnetfeldes oder der Neutronenstrahlung heranzuziehen. Diese sind in Tabelle 3.7 aufgelistet. Im Allgemeinen fallen diese Punkte nicht zusammen.

Im Minimum des Drucks, schafft diese Einstellung deutliche Vorteile in der Konzeption des Plasmaeinschlusses. Das Magnetfeldoptimum wird dann gewählt, wenn die Masse der das Magnetfeld erzeugenden Spulen gering werden soll. Dies folgt direkt aus der Massenabschätzung in Gleichung (2.85). In der terrestrischen Fusionsforschung und -nutzung wird man sich wohl für die erste Einstellung entscheiden [48].

Im raumfahrttechnischen Bereich, wenn das Gewicht minimiert werden muss, fällt die Wahl auf das Magnetfeldoptimum. Dem Aspekt der Haltbarkeit und Zuverlässigkeit trägt das Neutronenoptimum Rechnung. Bei bemannten Missionen könnte der Effekt der Neutronen auf die Nutzlast minimiert werden.



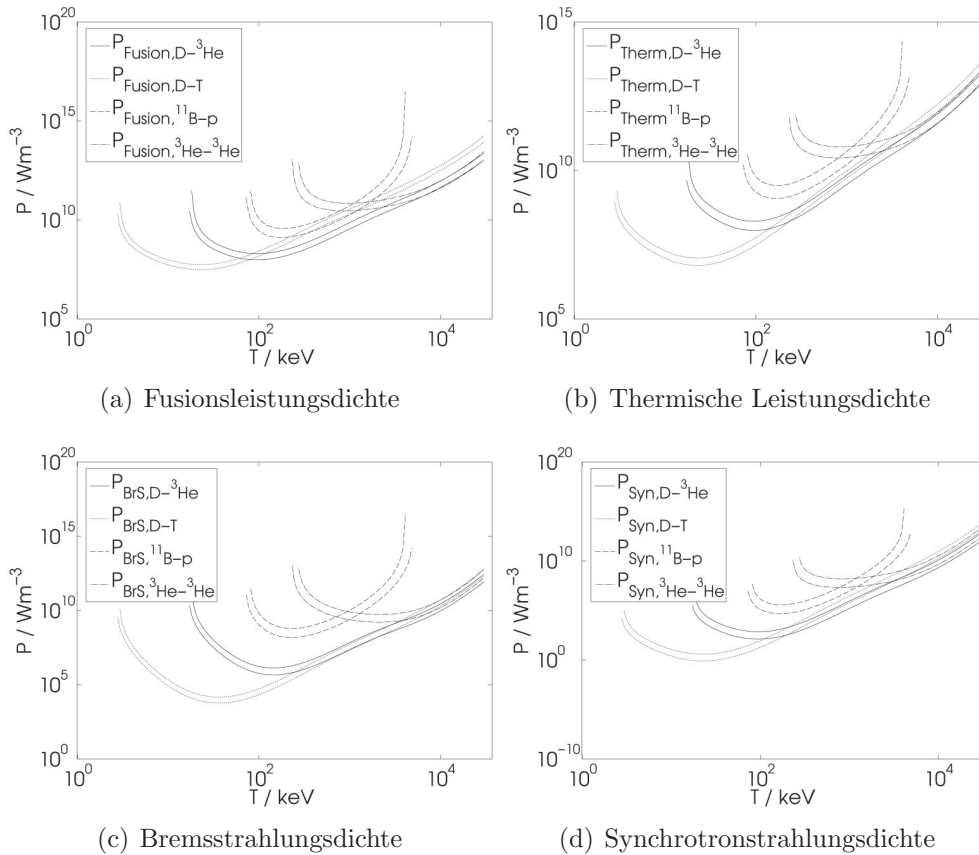


Abbildung 3.9.: Gegenüberstellung der Leistungsdichten der Reaktandengemische aus Tabelle 2.1. Die Ionenüberhitzung ist  $\phi = [1, 2]$ . Vier Bilder: a) Fusionsleistungsdichten, b) Thermische Leistungsdichten c) Leistung der Bremsstrahlung, d) Leistung der Synchrotronstrahlung

In der folgenden Tabelle 3.7 sollen nun die Optima zu den vier betrachteten Reaktionen inklusive Asche dargestellt werden. Auch hier gilt wieder für das  ${}^3\text{He}-{}^3\text{He}$  Reaktandengemisch, dass Nebenreaktionen die nominelle Reaktion zum Erliegen bringen würden und daher nicht betrachtet werden. Die Reaktionsparameter sind die selben wie in Tabelle 3.4.

### 3.3. Neutronenhintergrundstrahlung

Ein mögliches Auswahlkriterium für oder gegen ein Reaktandengemisch ist die Emission von Neutronen. Diese schädigen die Struktur des Reaktorgehäuses und können bei unzureichender Abschirmung den Raumflugkörper und deren Nutzlast schaden.

Ein  $\text{D}-{}^3\text{He}$  Reaktandengemisch wird in diesem Kapitel als Ausgangspunkt der Untersuchung herangezogen. Dabei treten in einem solchen Gemisch die vier Reaktionen auf, bei denen Neutronen entstehen. Diese sind in der Tabelle 3.8 angegeben. Jedes Neutron hat

	$\phi = 1$	$\phi = 2$	$\phi = 5$	$\phi = 10$
D - T, i.Nr.				
T [keV]	4,40E+01	4,40E+01	4,40E+01	4,40E+01
KO [ $\tau_E \text{Km}^{-3}$ ]	1,89E+20	1,42E+20	1,13E+20	1,04E+20
DOT [keV]	2,27E+01	2,27E+01	2,27E+01	2,27E+01
DO [bar]	3,73E+01	2,10E+01	1,34E+01	1,13E+01
MDO	2,28E+00	2,28E+00	2,28E+00	2,28E+00
MOT [keV]	2,27E+01	2,27E+01	2,27E+01	2,27E+01
MO	2,28E+00	1,71E+00	1,37E+00	1,26E+00
DMO [bar]	3,73E+01	3,73E+01	3,73E+01	3,73E+01
D - $^3\text{He}$ , i.Nr.				
T [keV]	1,66E+02	1,66E+02	1,66E+02	1,66E+02
KO [ $\tau_E \text{Km}^{-3}$ ]	6,40E+20	4,45E+20	3,29E+20	2,90E+20
DOT [keV]	9,55E+01	9,55E+01	9,55E+01	9,55E+01
DO [bar]	6,50E+02	3,15E+02	1,72E+02	1,33E+02
MDO	9,53E+00	9,53E+00	9,53E+00	9,53E+00
MOT [keV]	9,55E+01	9,55E+01	9,55E+01	9,55E+01
MO	9,53E+00	6,63E+00	4,90E+00	4,32E+00
DMO [bar]	6,50E+02	6,50E+02	6,50E+02	6,50E+02
$^3\text{He} - ^3\text{He}$				
T [keV]	2,94E+03	2,94E+03	2,94E+03	2,94E+03
KO [ $\tau_E \text{Km}^{-3}$ ]	1,43E+22	9,41E+21	6,52E+21	5,55E+21
DOT [keV]	8,25E+02	7,81E+02	7,39E+02	6,99E+02
DO [bar]	2,08E+05	8,84E+04	4,16E+04	2,99E+04
MDO	1,70E+02	1,71E+02	1,71E+02	1,72E+02
MOT [keV]	8,25E+02	7,81E+02	7,39E+02	6,99E+02
MO	1,70E+02	1,11E+02	7,62E+01	6,46E+01
DMO [bar]	2,08E+05	2,08E+05	2,10E+05	2,12E+05
$^{11}\text{B} - \text{p}$ , i.Nr.				
T [keV]	2,58E+02	2,58E+02	2,58E+02	2,58E+02
KO [ $\tau_E \text{Km}^{-3}$ ]	3,88E+21	2,33E+21	1,44E+21	1,15E+21
DOT [keV]	1,75E+02	1,66E+02	1,66E+02	1,57E+02
DO [bar]	1,04E+04	3,81E+03	1,48E+03	9,49E+02
MDO	3,81E+01	3,81E+01	3,81E+01	3,83E+01
MOT [keV]	1,75E+02	1,66E+02	1,66E+02	1,57E+02
MO	3,81E+01	2,31E+01	1,44E+01	1,15E+01
DMO [bar]	1,04E+04	1,04E+04	1,04E+04	1,05E+04

Tabelle 3.7.: Tabelle zur Darstellung der Optima des Kriteriums (KO), des Druck (DO), dazu das Magenfeld (MDO), und des Magnetfelds (MO) mit dem passenden Druck (DMO) bei der Temperatur (T, DOT und MOT)

eine für die Reaktion aus der entstanden ist charakteristische Energie  $E_{n^0}$ . Sie kann mit dem Wert des Leistungsfaktors  $\xi$  und der Fusionsenergie  $E_{Fus}$  berechnet werden,

$$E_{n^0} = (1 - \xi) \cdot E_{Fus}. \quad (3.3)$$

Für die Energie des Neutrons in der T-T Reaktionen sind keine Daten in der Literatur vorhanden. Über die Massen- und Energieerhaltung kann grob ein Wert abgeschätzt werden. Daraus erhält man  $\xi_{T-T} = 0,67$ .

	E [MeV]	$\xi$ [-]
D + T	17,6	0,20
D + D	3,27	0,25
T + T	11,3	0,67*
T + $^3\text{He}$	12,1	0,80

Tabelle 3.8.: Tabelle der Reaktionen in dem in dieser Arbeit simulierten D- $^3\text{He}$  Plasmas. Angegeben sind die vier Reaktionen, bei denen Neutronen auftreten, deren Energie der Fusion und deren Leitungsfaktor  $\xi=0,67$ . Das Zeichen \* weist darauf hin, dass dieser Wert eine Abschätzung ist. [3,12]

Im Temperaturverlauf ändert sich die Anzahl der emittierten Neutronen. Diese Zahl ist abhängig von der Wahrscheinlichkeit der zugehörigen Reaktion. Wie in Abbildung 3.10 gezeigt, nimmt bei höheren Temperaturen die Anzahl der Neutronen relativ zum Maximalwert, der durch die D-T Reaktion auftritt, ab. Ähnlich wie die Neutronenwahrscheinlichkeit,

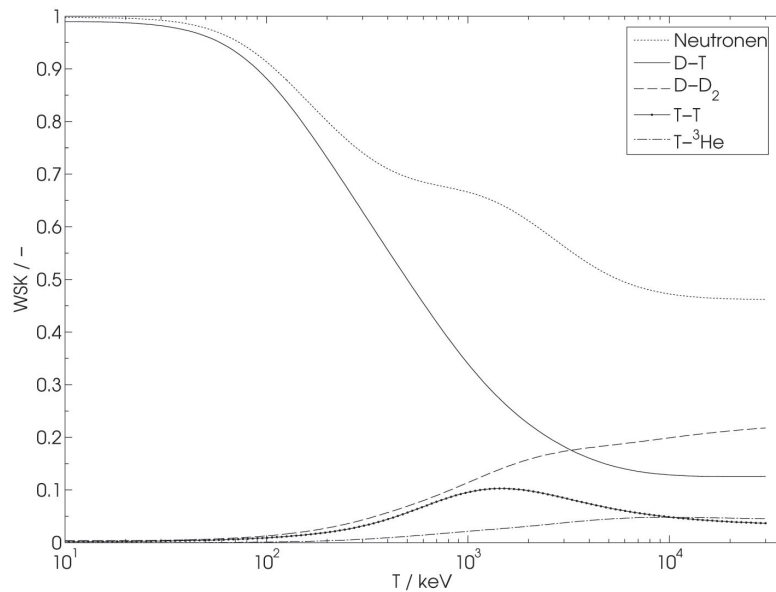


Abbildung 3.10.: Neutronenwahrscheinlichkeit in einem D- $^3\text{He}$  Reaktandengemisch über der Temperatur. Zur Zuordnung sind die vier neutronischen Reaktionen angegeben.

lichkeit, nimmt auch deren Energie ab. Dies ist in Abbildung 3.11 dargestellt. Die senkrechten Linien deuten die Maxima der neutronischen Reaktionen an. Neutronen entstehen bei jeder Reaktion. Deren Menge wird mit einem Faktor  $c_{n,0}$ , ähnliche einer Konzentration behandelt. Diese kann in eine Verhältnis mit der Gesamtionendichte gesetzt werden. In

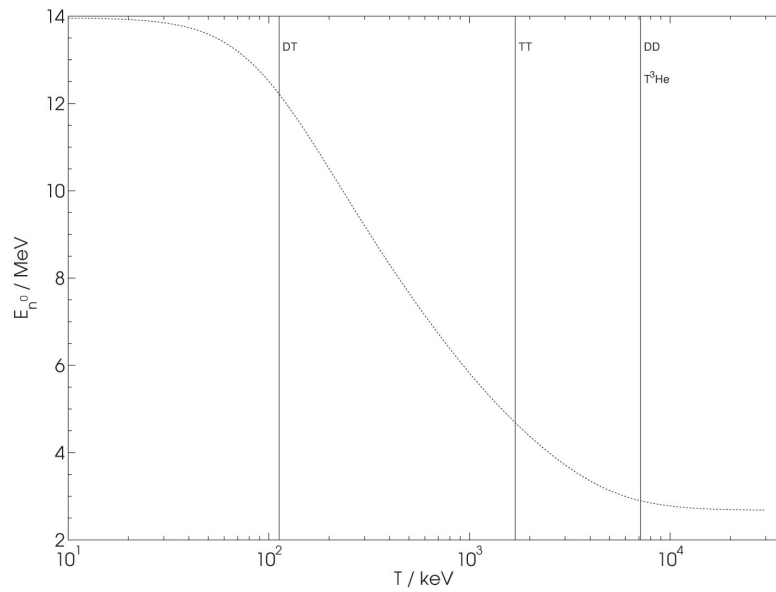


Abbildung 3.11.: Neutronenenergie eines D-<sup>3</sup>He Reaktandengemisch über der Temperatur. Zur Zuordnung sind die vier neutronischen Reaktionen durch senkrechte Linien angegeben.

Abbildung 3.12 sind die Konzentration die Neutronen- und Gesamtionendichte abgebildet. Die Bereiche, an denen das Brennkriterium nicht erfüllt ist, werde nicht abgebildet. Diese liegen in einem D-<sup>3</sup>He Reaktandengemisch unter etwa 10 keV. Das heißt nicht, dass in dem Bereich keine Reaktionen ablaufen und Neutronen emmitiert werden. Die Konzen-

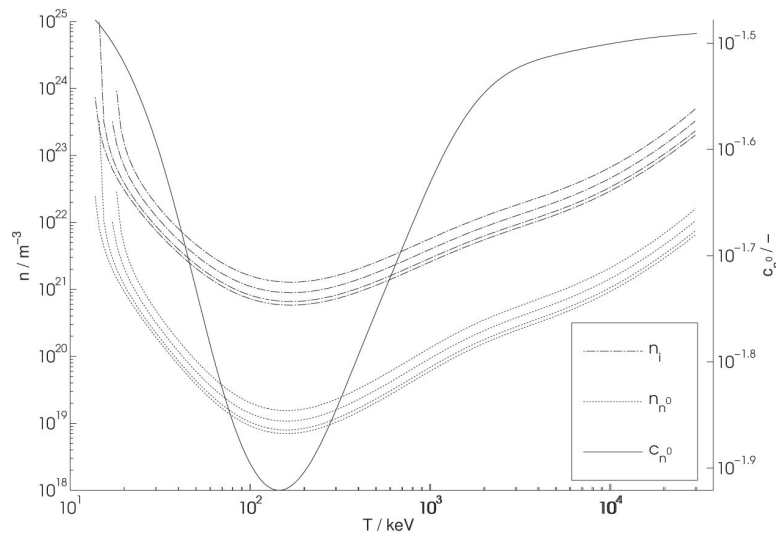


Abbildung 3.12.: Neutronendichte eines D-<sup>3</sup>He Reaktandengemisch über der Temperatur. Zum Vergleich wird die Gesamtionendichte und die Neutronenkonzentration dazu angegeben.

tration der Neutronen besitzt ein Optimum. Dieses liegt bei der selben Temperatur der Gesamtionendichte und also auch des Kriteriums. Durch die geringere Energie, die durch die Neutronen verloren geht, vergrößert sich die verbleibende Fusionsenergie im Plasma, wie in Gleichung (2.67) ersichtlich, und das Kriterium wird geringer.

## 3.4. Antriebsparameter

### 3.4.1. Antriebsgrößen

Gleichung (2.74) verbindet die drei wichtigsten Antriebsgrößen. In der Folge werden nun der Schub  $F$ , die effektive Austrittsgeschwindigkeit  $c_e$  des Arbeitsgases und der Massenstrom  $\dot{m}$  ausgewertet. Die folgende Abbildung 3.13 zeigt die vier Standardreaktionen mit ihren Schub- und Austrittsgeschwindigkeitswerten. Als Arbeitspunkt wird, bei den hier präsentierten Werten, das Magneto optimum gewählt.

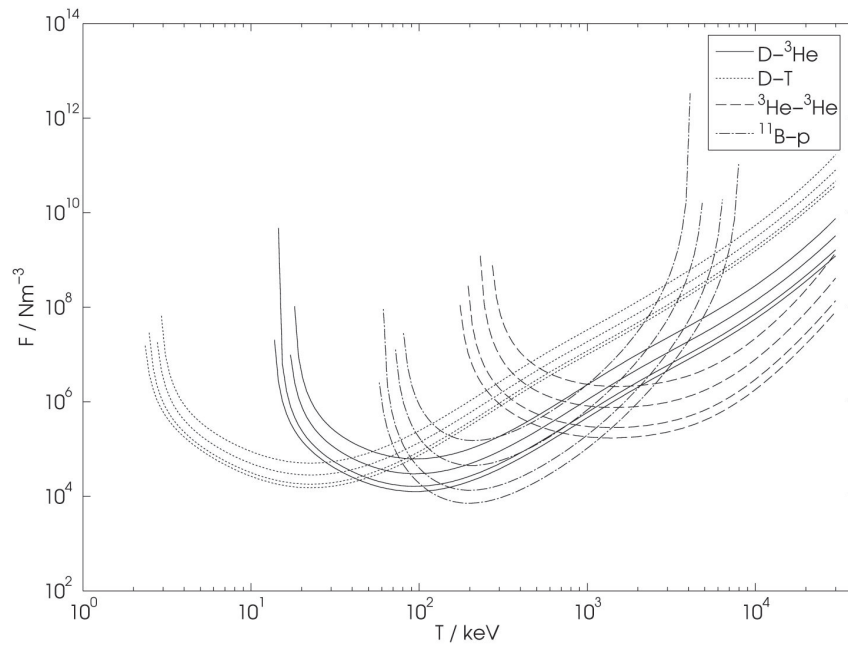
Zu sehen ist, dass der Schub der  ${}^3\text{He}$ - ${}^3\text{He}$  den höchsten Wert annimmt. Dieser Umstand würde eine zukünftige Betrachtung interessant machen. Die D-T Reaktion ist wegen des Umstandes, dass sie bei geringen Temperaturen abläuft, dabei aber pasablen Schub liefert interessant.

Eine zusätzliche Betrachtung der effektiven Austrittsgeschwindigkeit zeigt, dass der Wert für die gegenwärtig gängigen Reaktionen D-T und D- ${}^3\text{He}$  in großen Temperaturbereichen als konstant anzunehmen sind. In der Tabelle 3.9 sind die oben schon erwähnte Werte, absolut genommen. Dazu wird ein Fusionsplasmavolumen von  $10\text{ m}^3$  und  $30\text{ m}^3$  angenommen.

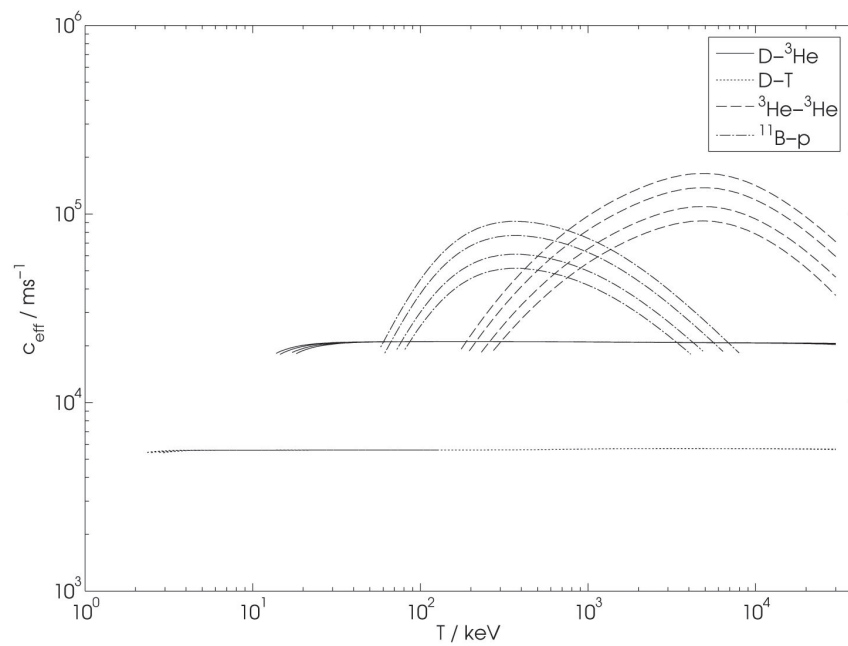
### 3.4.2. Antriebsmassen

Wie in Kapitel 2.6.2 ausgeführt, sind die Massen der Subsysteme abhängig von den benutzten Fusionsreaktionen. Für die Plasmavolumina werden  $10\text{ m}^3$  und  $30\text{ m}^3$  angenommen. Daraus können, wie in Abbildung 3.14 ersichtlich, Abschätzungen für die Gesamtanwendung getroffen werden. Diese Abbildung stellt, im Falle einer D- ${}^3\text{He}$  Reaktion, die Massen von Systemen mit unterschiedlichen Einschlusszeiten gegenüber. Im zweiten Bild werden die Massen der D-T Reaktion gegenübergestellt. Die Ionenüberhitzung nimmt innerhalb einer Gruppe von links nach rechts ab. Es werden aber Ionenüberhitzung nur die von  $\phi = [1, 2]$  gezeigt. In beiden Abbildungen kann der Trend erkannt werden, dass bei steigenden Einschlusszeiten die Masse zunimmt.

Als Gesamtübersicht der einzelnen Reaktionen untereinander soll die Abbildung 3.15 dienen. Hierin werden alle vier Reaktandengemische aus Tabelle 2.1 berücksichtigt. Die Masse eines Triebwerks auf  ${}^3\text{He}$ - ${}^3\text{He}$  Reaktionsbasis fällt sehr schwer aus. Der Grund ist der schlechte Wirkungsquerschnitt [20]. Dadurch werden für das Ablaufen einer Reaktion hohe



(a) Schub



(b) Effektive Austrittsgeschwindigkeit

Abbildung 3.13.: Gegenüberstellung der Antriebsparameter der Schubdichte und der effektiven Austrittsgeschwindigkeit der Reaktandengemische aus Aufzählung 2.1; Zwei Bilder: a) Schubdichte, b) Effektive Austrittsgeschwindigkeit

Temperaturen benötigt, die wiederum hohe radiative Verluste erzeugen. Das Aufrechterhalten der passenden Temperatur kann nur durch aufwändige und schwere Systeme be-

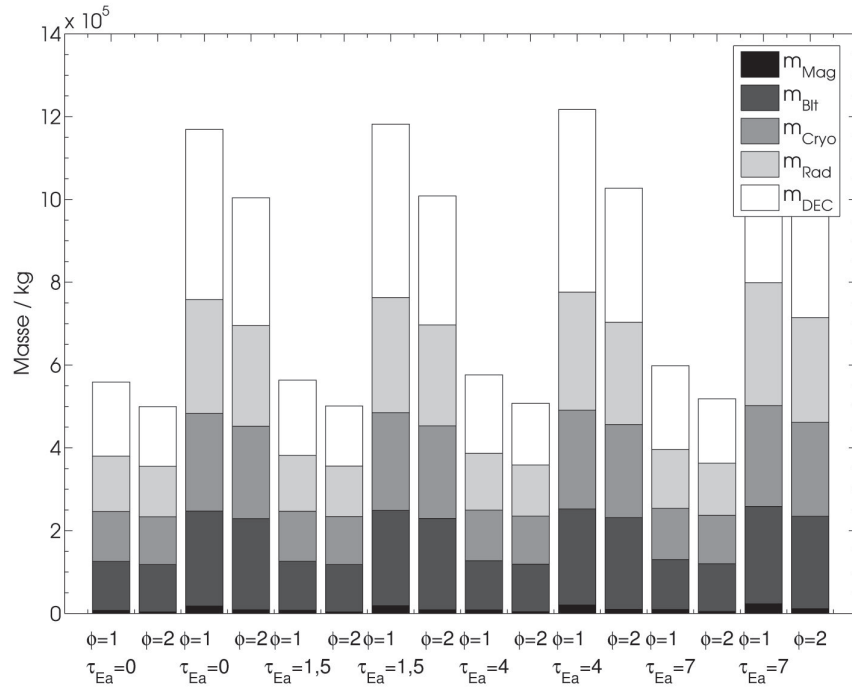
F [N]	$\phi = 1$	$\phi = 2$	$\phi = 5$	$\phi = 10$
D-T				
V=10	5,02E+05	2,82E+05	1,80E+05	1,51E+05
V=30	1,50E+06	8,45E+05	5,41E+05	4,54E+05
D- <sup>3</sup> He				
V=10	6,18E+05	2,99E+05	1,62E+05	1,26E+05
V=30	1,86E+06	8,96E+05	4,87E+05	3,78E+05
<sup>3</sup> He- <sup>3</sup> He				
V=10	2,66E+07	9,52E+06	3,57E+06	2,20E+06
V=30	7,99E+07	2,86E+07	1,07E+07	6,61E+06
<sup>11</sup> B-p				
V=10	1,61E+06	4,90E+05	1,43E+05	7,85E+04
V=30	4,84E+06	1,47E+06	4,29E+05	2,36E+05
c <sub>eff</sub> [m s <sup>-1</sup> ]				
	$\phi = 1$	$\phi = 2$	$\phi = 5$	$\phi = 10$
D-T				
V=10	5,59E+03	5,59E+03	5,59E+03	5,59E+03
V=30	5,59E+03	5,59E+03	5,59E+03	5,59E+03
D- <sup>3</sup> He				
V=10	2,10E+04	2,10E+04	2,11E+04	2,11E+04
V=30	2,10E+04	2,10E+04	2,11E+04	2,11E+04
<sup>3</sup> He- <sup>3</sup> He				
V=10	4,88E+04	5,59E+04	6,76E+04	7,73E+04
V=30	4,88E+04	5,59E+04	6,76E+04	7,73E+04
<sup>11</sup> B-p				
V=10	4,24E+04	4,87E+04	6,11E+04	6,99E+04
V=30	4,24E+04	4,87E+04	6,11E+04	6,99E+04
m [kg s <sup>-1</sup> ]				
	$\phi = 1$	$\phi = 2$	$\phi = 5$	$\phi = 10$
D-T				
V=10	8,97E+01	5,04E+01	3,22E+01	2,71E+01
V=30	2,69E+02	1,51E+02	9,67E+01	8,12E+01
D- <sup>3</sup> He				
V=10	2,94E+01	1,42E+01	7,71E+00	5,99E+00
V=30	8,82E+01	4,26E+01	2,31E+01	1,80E+01
<sup>3</sup> He- <sup>3</sup> He				
V=10	5,46E+02	1,70E+02	5,28E+01	2,85E+01
V=30	1,64E+03	5,11E+02	1,58E+02	8,55E+01
<sup>11</sup> B-p				
V=10	3,80E+01	1,01E+01	2,34E+00	1,12E+00
V=30	1,14E+02	3,02E+01	7,02E+00	3,37E+00

Tabelle 3.9.: Absoluter Schub, Massenstrom und absolute Austrittsgeschwindigkeit bei den verschiedenen Einstellungen des Fusionsystems

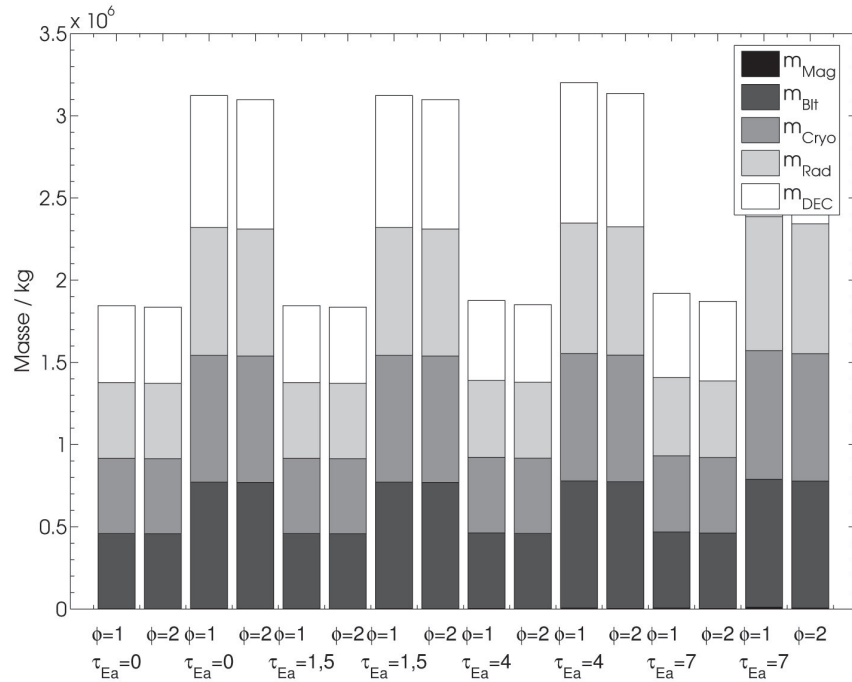
werkstelligt werden. Das  $^{11}\text{B-p}$  Reaktandengemisch kann auf Grund der fehlenden Daten nur als Einzelreaktion betrachtet werden.

An dieser Stelle sollte noch der Aspekt der Gesamtmasse des Raumfahrzeuges kurz diskutiert werden: Wie in Kapitel 2.6 erklärt ist, sind der Massenfluss und die Gesamtmasse voneinander abhängig. Wird der Massenfluss zu groß, muss entsprechend mehr an Treibstoff mitgeführt werden. Dadurch erhöht sich die Gesamtmasse. Bei einem vorgegebenen Schub, wird die Gesamtbeschleunigung dadurch verringert. Das in Tabelle 3.9 angesprochene  $^3\text{He-}^3\text{He}$  Triebwerk hat einen sehr hohen Massenfluss. Dazu kommt, dass die Masse des Triebwerks an sich schon deutlich über der Masse, der anderen Reaktandengemische liegt. Dies kann als Ausschlusskriterium für einen Reaktor dieses Typs gesehen werden.



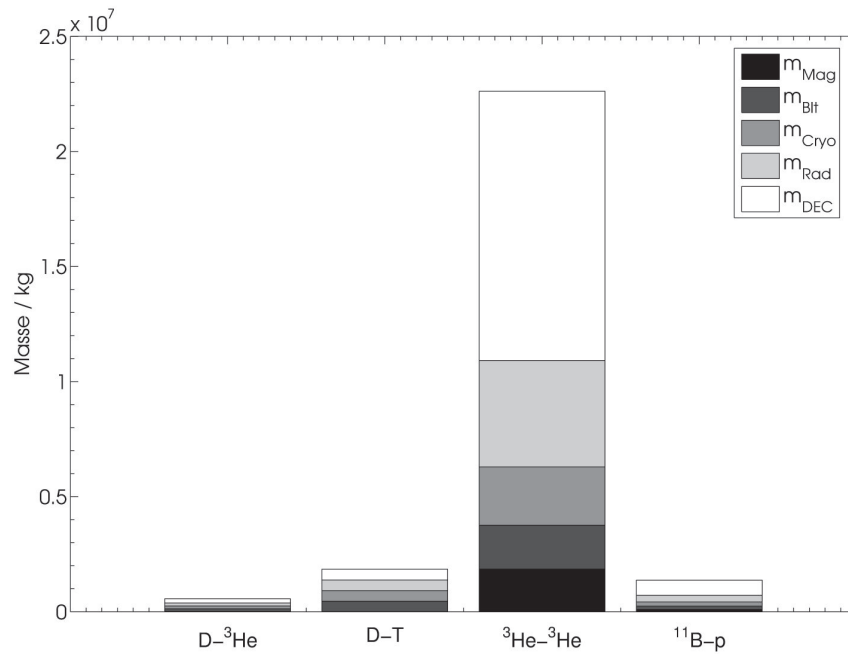


(a) Massen D-<sup>3</sup>He

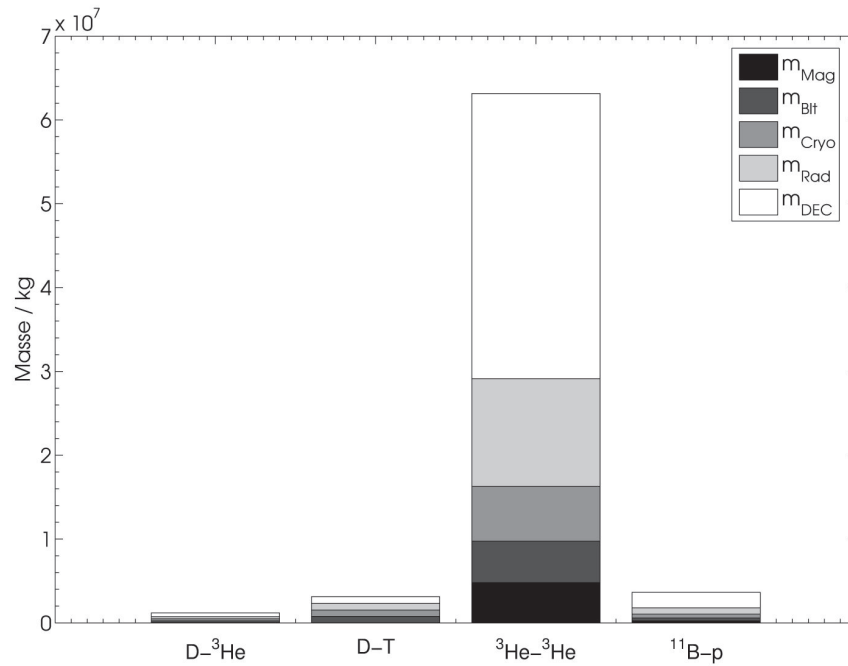


(b) Massen D-T

Abbildung 3.14.: Gegenüberstellung der Massen der Subsysteme eines D-<sup>3</sup>He und eines D-T Fusionsplasmas inklusive Nebenreaktionen und Asche. Jeweils zwei Ionenüberhitzungen bei den Volumina von 10 m<sup>3</sup> und 30 m<sup>3</sup> ro Einschusszeit werden gezeitigt. Zwei Bilder: a) Masse der Subsysteme eines D-<sup>3</sup>He Fusionsplasmas, b) Masse der Subsysteme eines D-T Fusionsplasmas



(a) Massen der Subsysteme mit  $\phi = 1$  und einem Plasmavolumen von  $10 \text{ m}^3$



(b) Massen der Subsysteme mit  $\phi = 1$  und einem Plasmavolumen von  $30 \text{ m}^3$

Abbildung 3.15.: Gegenüberstellung der vier Hauptreaktionen der Ionenüberhitzung von  $\phi = 1$  und den Plasmavolumina von  $10 \text{ m}^3$  und  $30 \text{ m}^3$ . Die Reaktionen sind in der Reihenfolge D-<sup>3</sup>He, D-T, <sup>3</sup>He-<sup>3</sup>He und <sup>11</sup>B-p abgebildet.

## 4. Datenvergleich und experimentelle Ansätze

Um die Daten und das dazu entstandene Programm in einem eingeschränkten Bereich zu validieren, werden in der Folge mehrere Größen eines Plasmas mit den in der Literatur vorhandenen Daten verglichen. Die vorliegende Arbeit befasst sich mit den Nebenreaktionen in Reaktandengemischen. Dazu wurden trotz längerer Recherche keine Daten oder verwertbare Quellen gefunden. Die Validierung findet daher nur im Grenzfall der Einzelreaktionen statt. Aus diesen muss dann auf die Allgemeinheit geschlossen werden. Eine unabhängige Prüfung und ein eventueller anderer zum Beispiel experimenteller oder numerischer Ansatz, könnten eine Vergleichbarkeit ermöglichen.

### 4.1. Brennkriterium und Gesamtionendichte

Das Brennkriterium in Gleichung (2.67) gilt für ein Reaktandengemisch mit allen möglichen Nebenreaktionen. Dabei kann die Asche mit einfließen. Ein Spezialfall davon wurde in der Arbeit [20] behandelt. Dabei geht es um eine nominelle Reaktion, Asche wird nicht berücksichtigt. Dieser Umstand wurde genutzt, um das neue Kriterium und dessen Ergebnisse mit den vorhandenen Daten zu vergleichen. Die Architektur des neuen Codes basiert auf jeder des alten der für [20] verwendet wurde. Es kann gezeigt werden, dass mit dem neuen Code die Ergebnisse aus [20] reproduziert werden können. Dabei muss bedacht werden, dass die Werte für das Brennkriterium und die Gesamtionendichte in der vorliegenden Arbeit doppelt so groß waren, da diese nun nicht mehr auf eine Spezies bezogen werden, sondern auf die Gesamtionendichte. Diese gehen wiederum in die Leistungen ein. Dabei sind die Abhängigkeiten der Nenner des Brennkriteriums immer quadratisch, was eine vierfach höhere Leistung bedeutet. Eine kleine Abweichung in den Werten der Fusionleistung und dem Fusionsterm im Kriterium wurde gefunden. Diese begründet sich auf den Werten des Verhältnisses  $\xi$  der Leistung in den Produkt-Ionen zur Fusionsleistung in Tabelle 3.8. Dabei wurden nicht alle Werte übernommen, sondern ein Verhältnis durch die Werte aus [12] ersetzt.

Aus dem Brennkriterium folgt direkt die Gesamtionendichte. Auch diese ist im Vergleich zu [20] und [40] auf Grund der unterschiedlichen Betrachtungsweise doppelt so groß.

Für die weitere Betrachtung werden aus einer Vielzahl an Quellen die folgenden zwei, [48] und [9], benutzt. Dabei entspricht das Brennkriterium immer dem nach Lawson aus Gleichung (2.68). Ein genauer Vergleich ist auf Grund mangelnder Daten nicht darstellbar. Die Größenordnungen stimmen überein. Die oben genannten Quellen schließen keine Synchrotronstrahlung oder eine Regeneration der Energieverluste mit ein.

Als experimenteller Ansatz soll hier [25] genannt werden. Obwohl diese Arbeit nicht den gleichen Ausgangspunkt hat, kann doch quantitativ eine Aussage gemacht und ein Vergleich gezogen werden. Der Unterschied besteht darin, dass ein D-T Reaktandengemisch herangezogen wird. Dabei wird einem Deuterium Plasma bis zu 11% Tritium zugesetzt. Das durchschnittliche Tripelprodukt beträgt zwischen  $n\tau_E T = 9 \cdot 10^{20} \text{ keVm}^{-3}\text{s}$  ohne Tritiumzusatz und  $n\tau_E T = 3,8 \cdot 10^{20} \text{ keVm}^{-3}\text{s}$  mit 11% dessen. Dies lässt sich mit dem Ergebniss für eine D-T Mischung mit 50% Tritium vergleichen, wofür dieser Wert im Optimum  $n\tau_E T = 1,8 \cdot 10^{20} \text{ keVm}^{-3}\text{s}$  ist. Die Energieeinschlusszeit im Experiment betrug ungefähr eine Sekunde. Der in dieser Arbeit angenommene Wert liegt bei 0,5 Sekunden. Mit der Annahme, dass der Faktor zwischen Sekunden und Iterationen gleich eins ist, kann er Wert übernommen werden. Die in der Mitte des Versuchsreaktors gemessene Ionentemperatur knapp um 12 keV. Zum Vergleich wird in dieser Arbeit im Optimum ein Wert von 44 keV erhalten.

Dabei wurde eine Energieeinschlusszeit um 1 s erreicht. In dieser Arbeit waren es 2,5 Iterationen. Dabei lag die Ionentemperatur in der Mitte dieses Versuchsreaktor bei knapp 12 keV. In diesem Punkt unterscheidet sich das derzeitige Modell deutlich. Hier sind es 44 keV.

## 4.2. Druck, Magnetfeld und Neutronen

Der entstehende Druck, errechenbar aus der Gleichung (2.43), wird mit der Arbeit [41] verglichen. Da es dafür keine numerischen Daten gibt, wird die sich darin befindliche Abbildung 3 zum Vergleich herangezogen. Dabei sieht man eine qualitative Übereinstimmung der Werte, insbesondere der Minima und der Linien ohne Ionenüberhitzung ( $\phi = 1$ ). Die folgende Abbildung 4.1 wurde in dieser Arbeit erzeugt. Dabei handelt es sich um die vier Reaktionen aus der Aufzählung 2.1 ohne Nebenreaktionen. Da das Magnetfeld direkt mit dem Plasmadruck zusammenhängt, ist auch dieses vergleichbar mit dem dieser Arbeit.

Die Neutronenwahrscheinlichkeit aus Abbildung 3.10 setzt sich aus der Anzahl der Neutronen und der Wahrscheinlichkeit mehrerer Reaktionen bei einer gewissen Temperatur zusammen. Werden diese Wahrscheinlichkeiten nicht summiert, bilden sich für jede Reaktion entsprechende Kurven aus. In [30] werden Werte angegeben, die den Verlust der Fusionsenergie mit jedem Neutron angeben sollen. Diese sind in Abbildung 4.2 dargestellt. Dabei werden keine Nebenreaktionen betrachtet. Das Diagramm muss nach den Ergebnissen dieser Arbeit deutlich verändert werden. Die D-T Reaktion verliert 80 % der Energie durch Neutronen. Dies stimmt mit den Ergebnissen dieser Arbeit überein. Wird jedoch die D-D Reaktion betrachtet unterscheiden sich die Werte um fast 50%. Dabei wurde in [30] nur die Neutronen emittierende D-D Reaktion betrachtet. Es tritt aber eine gleichwahrscheinliche aneutronische D-D Reaktion auf [28], wie in Tabelle 2.3 gezeigt. Dadurch halbiert sich diese Wahrscheinlichkeit auf 25 % der verlorenen Energie. Wird nun die D-<sup>3</sup>He Reaktion einem Reaktandengemisch dieser beiden Isotope gegenübergestellt, stimmen die Werte nicht überein. Die auftretenden Diskrepanz kann auf die Arten und Mengen der Reaktionen die betrachtet werden zurückgeführt werden.

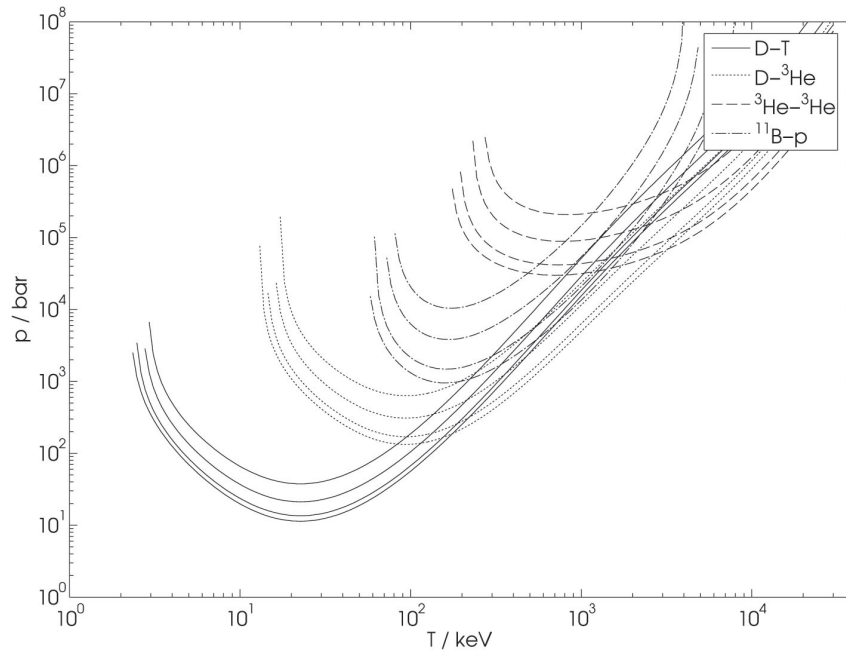


Abbildung 4.1.: Vergleichender Plasmadruck der vier Reaktionen aus Tabelle 2.1 zur Analyse mit den in [41] erhaltenen Drücken.

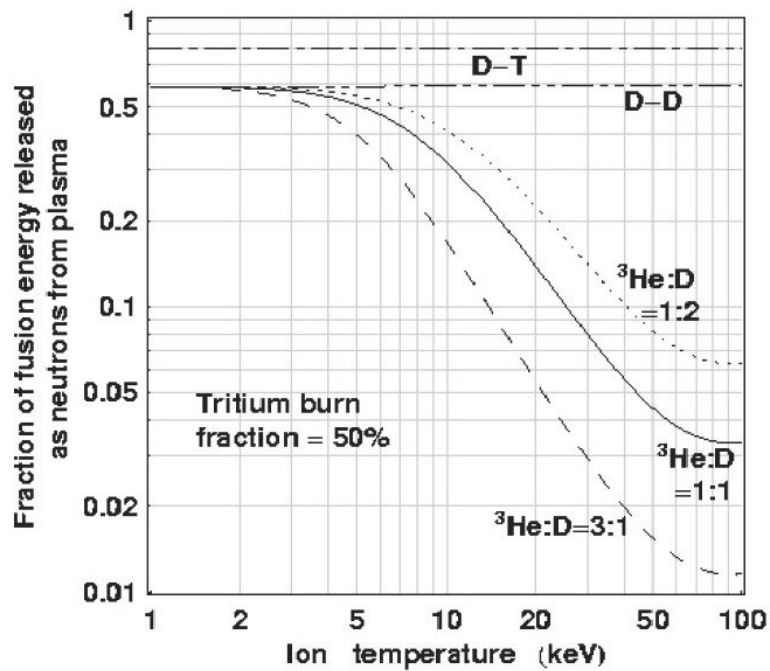


Abbildung 4.2.: Energieverlust durch Neutronen laut [30] über der Ionentemperatur. Gezeigt werden drei Reaktionen, D-D, D-T und D- $^3\text{He}$ . Abbildung aus [30] entnommen.

## 5. Missionsanalyse

Im folgenden Kapitel sollen nun zwei unterschiedliche Missionstypen mit den bisher erhaltenen Antriebswerten simuliert und im Anschluss analysiert werden. Dabei soll ein Vergleich mit bis dato erstellten Missionen mit anderen Treibwerken ermöglicht werden (zum Beispiel in [20]). Die hier vorgestellten Missionen sind, in Kapitel 5.1, eine zum Mars, stellvertretend für eine Reihe von auf die Entwicklung des Sonnensystems zielende Astronautikmissionen und eine Mission, in Kapitel 5.2, an und über die Grenzen unseres Sonnensystems hinaus, als Beispiel für eine robotische Wissenschaftsmission im tiefen Weltraum.

Um einige Abschätzungen vornehmen zu können, soll hier an der Stelle nochmals auf die Gleichungen (2.74), (2.75) und (2.77) hingewiesen werden. Die Gesamtmasse des Raumfahrzeugs  $m$  setzt sich aus der Trockenmasse und dem Treibstoff zusammen. Der Schub, der in der ersten Gleichung angegeben ist, muss entsprechend die Gesamtmasse beschleunigen. Dies wird durch den Massenfluss und die Austrittsgeschwindigkeit gesteuert. Dabei kann es passieren, dass ein Triebwerk soviel Masse ausstoßen muss, dass sein Betrieb, auf Grund der zur Verfügung zu stellenden Treibstoffmasse, unrentabel und sinnlos wird. In der Folge wird bei den Simulationen immer der Anteil  $\mu$  der Brennstoffmasse zur Gesamtmasse angegeben.

### 5.1. Astronautische Mission

Der große Aufwand der betrieben werden muss, um ein fusionsangetriebenes Raumschiff zu konstruieren, rechtfertigt sich unter anderem mit einer bemannten Mission zu unseren nächsten Nachbarn im Sonnensystem. Einige Gesamtflugzeiten konventioneller, auf heutigen Technologien basierender Missionen, sind in Tabelle D.1 aufgelistet.

Dabei nimmt der Transfer zum Mars hin und zurück die meiste Zeit in Anspruch. Damit können Komplikationen für die Besatzung auftreten. Psychologische und physiologische Schwierigkeiten könnten dabei im schlimmsten Fall zu einem Scheitern der Mission beitragen oder sogar direkt dazu führen. Ein weiterer Aspekt der mit der Dauer zunimmt, ist die Masse und Ausrüstung die zusätzlich mitgeführt werden muss. Ein Minimieren des Aufenthalts in der „Leere“ des Raums zwischen den beiden Planeten steigert die Komplexität der Mission.

Zur Simulation eines Fluges zum Mars wurden zwei Antriebe in unterschiedlichen Konfigurationen herangezogen, die als machbar und aussichtsreich gelten. Diese basieren auf einem  $^{11}\text{B-p}$  und einem  $\text{D-}^3\text{He}$  Fusionskern. Der Versuch einer Simulation mit einer D-T Brennstoffkombination scheiterte. Die Begründung ist in den Gleichungen (2.74), (2.75) und (2.77) zu finden. Die Masse des Gesamtsystems war auf Grund des hohen Massenflusses

ses zu hoch und die Beschleunigung durch den Schub des Triebwerks zu gering. Von einer Simulation eines  ${}^3\text{He}$ - ${}^3\text{He}$  Triebwerkes wurde abgesehen. Der Grund ist darin zu finden, dass bereits geringe Ascheeinschlüsse die Reaktion zum Erliegen bringen.

Die Simulation kann in fünf Phasen eingeteilt werden. In der ersten Phase parkt das Raumschiff in einem Orbit, welcher der Entfernung Erde-Mond entspricht womit typischen Szenarien eines Weltraumhafens in einem Lagrange-Punkt näherungsweise Rechnung getragen wird. Aus diesem Ort wird es direkt Richtung Mars beschleunigt. Üblicherweise wird vor dem Bremsvorgang noch ein Teil ohne Benutzung des Triebwerks zurückgelegt. Dieser Teil wird Coasting genannt. Das Abbremsen setzt sich aus zwei Manövern zusammen. Eines dient der Verringerung der Energie des Raumflugkörpers und das zweite bringt es in den Marsorbit. Dort wird ein passender Parkorbit eingenommen. Die Aufenthalte in den beiden Orbits zählen nicht zur Transferzeit.

### 5.1.1. Das ${}^{11}\text{B}$ -p Triebwerk

Für dieses Triebwerk wird ein  $10\text{ m}^3$   ${}^{11}\text{B}$ -p Plasmakern mit Asche mit einer Ionenüberhitzung von  $\phi = 10$  angedacht. Die Ascheneinschlussrate liegt bei  $\tilde{\tau}_{\text{Ea}} = 1,5$ . Dabei beträgt die Masse des Triebwerks 110 t. Die Trockenmasse wurde mit 400 t und die Treibstoffmasse mit der vierfachen Trockenmasse abgeschätzt. Dies ergibt ein Verhältnis  $\mu$  der Brennstoffmasse zur Raumschiffsmasse von ungefähr  $\mu = 0,8$ . Bei Ankunft am Mars verbleiben noch 191 t Treibstoff.

Die Strecke Erde Mars wurde in knapp unter 24 Tagen zurückgelegt. Dabei wurde das Triebwerk dreimal für Geschwindigkeitsänderungen aktiviert. Diese waren im heliozentrischen Bezugssystem je einmal mit und gegen die Sonne gerichtet. Die letzte Aktivierung diente der Injection in den Marsorbit. Dies ergab eine Gesamtgeschwindigkeitsänderung  $\Delta v$  von 85 km/s, eine zurückgelegte Entfernung von  $5,83 \cdot 10^7$  km und eine durchschnittliche Geschwindigkeit von ungefähr 28 km/s während des gesamten Transfers. Weitere Parameter dieser Mission sind in Tabelle 5.1 angegeben und werden mit anderen Missionen verglichen [28]. Die Vergleichsmision basiert auf einem Spheromak Fusionsreaktor (SFR). In der Abbildung 5.1 ist der Verlauf des Flugs im heliozentrischen Bezugssystem zu sehen. Die dünnen roten Linien stellen die Brennphasen des Triebwerks dar. Das Coasten ist grün dargestellt. Die genaueren Angaben des Fluges sind im Anhang D.2.1 zu finden. Diese Mission unterscheidet sich nur in geringen Ausmaß von bisher durchgeführten Simulationen mit  ${}^{11}\text{B}$ -p Triebwerken [20]. Dies hat den Grund, dass keine Daten für weitere Nebenreaktionen (z.B.: p-p Reaktion) vorhanden sind und nur die Asche berücksichtigt wurde.

### 5.1.2. Das D- ${}^3\text{He}$ Triebwerk

Das D- ${}^3\text{He}$  Triebwerk besitzt einem  $10\text{ m}^3$  Fusionskern inklusive Nebenreaktionen und Asche ohne Ionenüberhitzung  $\phi = 1$ . Die Masse des Triebwerks liegt bei 469 t. Die Trockenmasse wurde mit 2000 t abgeschätzt. Der Treibstoffvorrat erreicht 8000 t. Auch hier ergibt sich ein Massenverhältnis  $\mu = 0,8$ .

	$^{11}\text{B-p}$	D- $^3\text{He}$	D- $^3\text{He}$ SFR
t [d]	24	45	40,6
d [AE]	0,39	0,41	0,52
v [km/s]	28	15,4	22,3
$ \Delta v_+ $ [km/s]	40	20	n.v.
$v_+$ [km/s]	18,6	7,8	n.v.
$a_+$ [m/s $^2$ ]	0,02	0,05	n.v.
$ \Delta v_- $ [km/s]	40 / 5	20 / 4	n.v.
$v_-$ [km/s]	24,5 / 3,3	16,2 / 8,9	n.v.
$a_-$ [m/s $^2$ ]	0,06/0,08	0,26 / 1,32	n.v.
$m_t$ [t]	400	2000	715
$m_f$ [t]	1600	8000	332
$m_{f,\text{rest}}$ [t]	191	245	n.v.
F [N]	7,85E+04	6,18E+05	2,43E+02
$c_{\text{eff}}$ [m s $^{-1}$ ]	6,99E+04	2,10E+04	4,90E+02
$\dot{m}$ [kg s $^{-1}$ ]	1,12E+00	2,94E+01	4,95E-02
V [m $^3$ ]	10	10	n.v.
$\phi$ [-]	10	1	n.v.

Tabelle 5.1.: Vergleich der betrachteten Triebwerkssimulationen für Astronautikmissionen mit einer zuvor in der Literatur in [28] angedachten Mission eines Spheromak Fusionsreaktor (SFR). Das Plus bezeichnet die Beschleunigungsphase, das Minus eine Abbremsphase.

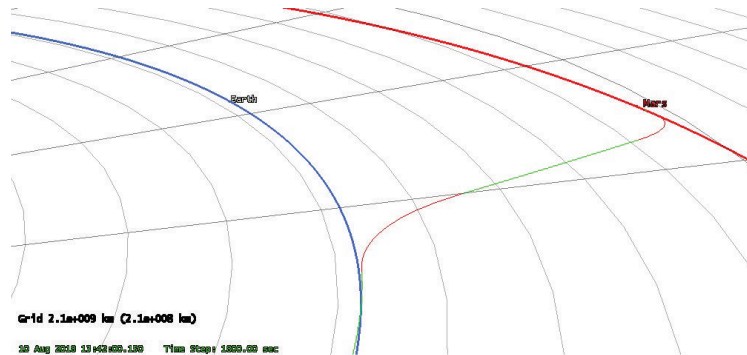


Abbildung 5.1.: Missionsprofil einer Marsmission mit einem  $^{11}\text{B-p}$  Triebwerk. Dabei geben die roten Linie die Brennphasen des Triebwerks an. Die dazwischen liegende grüne Linie ist das Coasting. Das System wird heliozentrisch betrachtet.

Die Dauer der Mission liegt bei ungefähr 45 Tagen. Der Grund dafür besteht in der geringen Beschleunigung der hohen Masse des Raumfahrzeugs. Die gesamte Geschwindigkeitsände-



Die Änderung der Geschwindigkeit  $\Delta v$  beträgt gerade einmal 44 km/s. Die zurückgelegte Entfernung beträgt  $6,07 \cdot 10^7$  km und ergibt somit eine durchschnittliche Geschwindigkeit des Transfers von ungefähr 15 km/s.

In der folgenden Abbildung 5.2 ist der Verlauf des Fluges im heliozentrischen Bezugssystem zu sehen. Die genaueren Angaben des Fluges sind in Tabelle 5.1 und im Anhang D.2.2 zu finden.

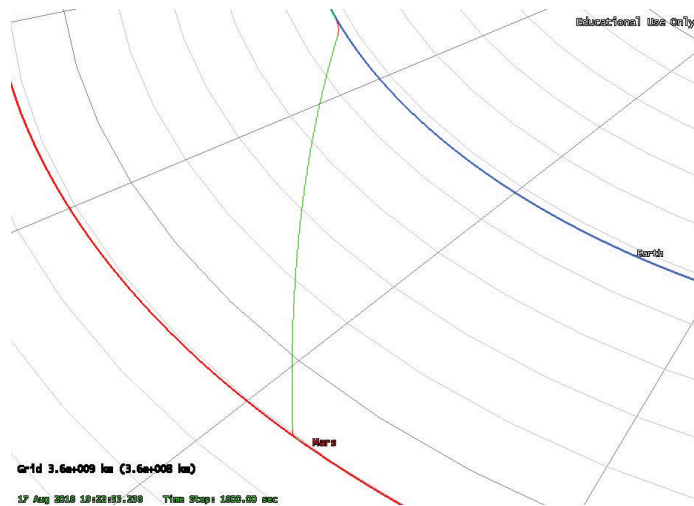


Abbildung 5.2.: Missionsprofil einer Marsmission mit einem  $D-^3\text{He}$  Triebwerk. Dabei geben die roten Linien die Brennpasen des Triebwerks an. Die dazwischen liegende grüne Linie ist das Coasting. Das System wird heliozentrisch betrachtet.

Wie man erkennt sind die Brennpasen kurz. Dabei wird ein enormer Massenstrom aufgebracht um die hohe Masse wie gewollt zu beschleunigen. Diese ungewöhnlich hohe Masse sollte in der Zukunft einer genaueren Betrachtung unterzogen und eine Optimierung der Flugbahnen durchgeführt werden [20].

## 5.2. Robotische Wissenschaftsmission

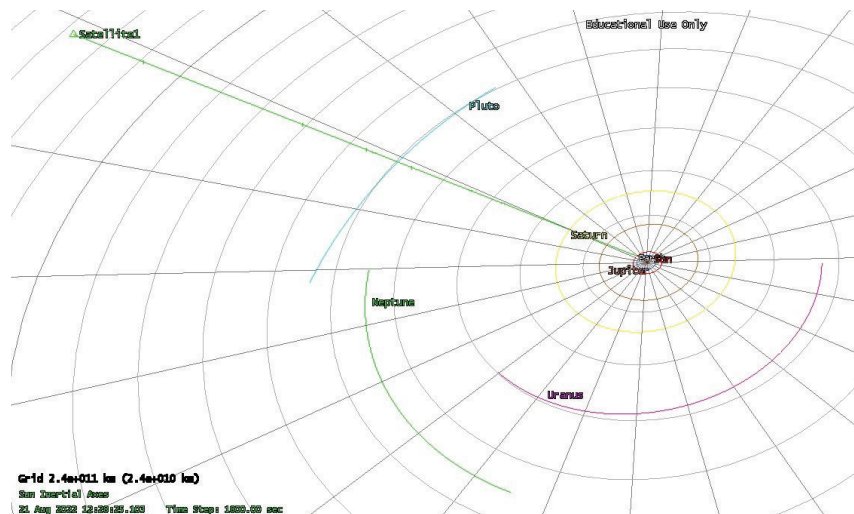
Um an die Grenzen unseres Systems zu gelangen, sind heute lange Betriebszeiten der Raumfahrzeuge von Nöten. Als Beispiel dafür können die Voyagermissionen genannt werden [1]. In der Folge soll eine Mission vorgestellt werden, die 100 AE zurücklegen soll. Dabei wird der gesamte Treibstoff verbraucht. Die Nutzlast dieses unbemannten Vehikels liegt bei 25 t und sollte trocken 125 t wiegen. Der Treibstoffvorrat beläuft sich auf 1200 t. Benutzt wird, wie in 5.1.1, das  $^{11}\text{B-p}$  Triebwerk (Antriebseigenschaften in Tabelle D.1 und 5.2). Dieses beschleunigt auf 164 km/s und erreicht dabei fast die Umlaufbahn des Mars. Die Dauer des Fluges beläuft sich auf 3 Jahre und 6 Tage und erreicht dabei eine Durchschnittsgeschwindigkeit von ungefähr 156 km/s (siehe Abbildung 5.3).

Die Grenze des Sonnensystems markiert die Oort'sche Wolke. Diese Gesteins- und Staubaufhäufung ist zwischen 300 und 100000 AE zu finden. Bei dem oben vorgestellten Antrieb

	<sup>11</sup> B-p
t [d]	1102
d [AE]	100
v [km/s]	156,5
$ \Delta v_+ $ [km/s]	164
$v_+$ [km/s]	53,2
$a_+$ [m/s <sup>2</sup> ]	0.05
$m_t$ [t]	125
$m_f$ [t]	1200
$m_{f,rest}$ [t]	1,20

Tabelle 5.2.: Flugparameter einer robotischen Mission

würde eine solche Reise ab 9 Jahren Reisedauer die Ausläufer erreichen können. Die gesamte Wolke in absehbarer Zeit zu durchfliegen ist aber auch mit diesem Antrieb auf Grund einer Dauer von ungefähr 3000 Jahren nicht realistisch.

Abbildung 5.3.: Profil einer interplanetaren Mission mit 100 AE Länge auf Basis eines <sup>11</sup>B-p Triebwerks.

## 6. Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurden die Grundlagen für Fusionsantriebe überarbeitet und um die zusätzliche Betrachtung von Fusionsnebenreaktionen erweitert. Diese gingen nach einer Literaturrecherche in die Neubetrachtung des bereits bestehenden Brennkriteriums ein. Somit ist es nun möglich Konzepte zu untersuchen, die verschiedene Reaktandengemische mit den darin möglichen entstehenden Nebenreaktionen beinhalten.

Als Basis für die Berechnung der Plasmaparameter wurde das Programm aus [20] überarbeitet und das neue Brennkriterium implementiert. Dazu wurden neue Daten des Wirkungsquerschnittes aus der ENDF-Datenbank der IAEA [60] hinzugefügt, um daraus den Reaktionsratenkoeffizienten und damit die Reaktionswahrscheinlichkeit berechnen zu können. Theoretisch können mit den passenden Daten nun alle Reaktandengemische simuliert werden. Dabei gründet das Programm einerseits auf den oben angesprochene Reaktionswahrscheinlichkeiten und andererseits auf der überarbeiteten Form der Partikel- und Leistungsbilanz.

Als Eingabeparameter können nun die Konzentrationen der Reaktanden, die Ionenüberhitzung und die Einschlusszeitraten frei vom Benutzer gewählt werden. Die dabei erhaltenen Daten werden weiterverarbeitet zu Leistungsdichten, die wiederum die Grundlage der Berechnung der Antriebsparameter eines generischen hypothetischen Fusionsreaktors sind. Dieser wird für verschiedene Arbeitspunkte ausgelegt. Dabei wurde ein Augenmerk auf den Punkt des magnetischen Optimums gelegt. Dies wäre aber auch im Kriteriums- oder im Druckoptimum möglich. Hinzu kommt das neue, aus der Neutronendichte bestimmte, Neutronenminimum.

Es wurde dann ein Arbeitsgastriebwerk mit Wasserstoff als Treibstoff betrachtet. Der oben angesprochene Reaktor besteht derzeit aus einem kugelförmigen Kern mit hypothetischer Zu- und Abfuhr der Brennstoffe und der Asche. Durch die Berechnung dieses in einem Arbeitspunkt, wurden die wichtigsten Triebwerksparameter erhalten. Mit der Masse, dem Schub und der effektiven Austrittsgeschwindigkeit konnte eine astronautische Mission zum Mars und eine robotische Mission an den Rande des Sonnensystems simuliert werden.

In der folgenden Tabelle 6.1 sollen nun mit Hilfe einfacher Bewertungskriterien, die Ergebnisse der vier betrachteten Reaktandengemische aus Tabelle 2.1 sichtbar gemacht werden. Die Auswahl der Kriterien folgt denen von [20], die aber keinen Anspruch auf Vollständigkeit stellen.

Die dabei betrachteten Reaktandengemische wurden, soweit wie möglich, mit Nebenreaktionen und Asche betrachtet. Dabei ist die  $^3\text{He}$ - $^3\text{He}$  Reaktion auf Grund der deutlich höheren Masse, vom derzeitigen Forschungsstand aus, uninteressant. Die D-T und D- $^3\text{He}$  Gemische müssen Aufgrund ihrer Rohstoffbeschaffung und der zu erwartenden Neutronendichte in diesen Punkten Abstriche machen. Für die  $^{11}\text{B}$ -p stehen derzeit noch zu wenige Daten bei den Nebenreaktionen zur Verfügung.

Bewertungskriterium	D-T	D- <sup>3</sup> He	<sup>3</sup> He- <sup>3</sup> He	<sup>11</sup> B-p
Freisetzbare Energie	+	+	~	~
Hoher Reaktionsratenkoeffizient	+	~	-	-
Aneutonisch	-	~	+	+
Tritiumfrei	-	+	+	+
Ablagerungsfrei	+	+	+	-
Wartungsarm	-	+	+	-
Erreichbare Betriebstemperatur	+	+	-	~
Ressourcenkosten	-	-	-	+
Zugang zu Nebenreaktionsdaten	~	~	-	-
Triebwerksmasse	+	+	-	+
Ascheabhängigkeit	+	~	-	~
Schub	~	~	+	+
effektive Austrittsgeschwindigkeit	-	~	~	~
Gesamtanzahl der Plus	6	6	4	5

Tabelle 6.1.: Bewertungskriterium der betrachteten Fusionsreaktionen. Es wird die Anzahl der Plus jeder Reaktion als Ausgangspunkt für die Beurteilung herangezogen.

Eine Erweiterung der Arbeit in geometrischen Aspekten, eine Datenbank für weitere Reaktionen und eine Optimierungsoption im entstandenen Programm, wären die logischen Konsequenzen, die in Zukunft den vollen Nutzen dieser Arbeit aufzeigen können.

# 7. Ausblick

Diese Arbeit und das dabei entstandene Programm sollten in der Zukunft verbessert und erweitert werden. In der Folge werden ein paar Erweiterungsvorschläge und Zusätze angesprochen, die eine genauere, bessere Beschreibung von Fusionsreaktionen mit Nebenreaktionen ermöglichen.

## 7.1. Plasma und Brennkriterium

Für zukünftige Forschungen bietet das Plasma viele Aspekte, die genauer betrachtet werden sollten. Von größter Bedeutung wäre das Suchen von weiteren Wirkungsquerschnittsdaten um neue Nebenreaktionen zu implementieren. Für das  $^{11}\text{B-p}$  Reaktandengemisch wäre die p-p Reaktion von großer Bedeutung. Diese kann den Übergang zu den schon betrachteten Nebenreaktionen liefern. Obwohl dadurch an sich schon die Rechenzeit verlängert wird, sollte die Abbruchbedingung dazu in einem engeren Fehlerbereich ausgeführt werden. Schlussendlich sollte es das Ziel sein, eine Reaktionsdatenbank zu erhalten. Am Ende könnten darin auch Fusionsreaktionen mit schwereren Elementen vorkommen [3, 50]. Neben den üblichen Reaktandengemischen haben erste Versuche, andere nicht nominelle Reaktanden in unterschiedlichen Konzentrationen, ins Plasma zuzuführen schon geringe Erfolge erzielt (siehe Abbildung 3.7). Eventuell lassen sich dadurch optimierte Bedingungen schaffen.

Die Abbruchbedingung beinhaltet derzeit nur die beiden letzten Iterationsschritte. Da dies bei höheren Einschlusszeiten der nicht nominellen Reaktanden gegenüber den nominellen, zu Problemen führt, sollte diese Abbruchsbedingung sinnvoll überarbeitet werden. Dabei sind ein höhere Anzahl von betrachteten Iterationsschritten oder eine Abbruchbedingung, die direkt auf die Teilchen- und Leistungsbilanz abzielt, denkbare Ansatzpunkte.

Die Basis der Berechnung stellt die Partikel- und Leistungsbilanz dar. Hierbei gehen sowohl der Sourceterm als auch die Einschlusszeiten  $\tau_{\text{ion}}$  und  $\tau_{\text{ash}}$  ein. Ersteres ist derzeit nur ein Auffüllterm. Dieser füllt den Reaktor, wenn es zugelassen wird, mit Brennstoffen. Neben den Iterationen sollten aber in der Zukunft weitere Abhängigkeiten eingearbeitet und untersucht werden. Ein genauere physikalisch-technische Beschreibung dieses Sourceterms kann die Grundlage für die technische Umstetzung sein. Die angesprochenen Einschlusszeiten basieren ebenso nicht auf einem physikalischen Konzept sondern sind Werte der experimentellen Durchführung und der Literatur. Eine Überlegung wäre eine allgemeine Einschlusszeit, die alle Verluste aller Ionen beinhaltet. Eine genauere Betrachtung ist also von Nöten und ein Potential an Verbesserungen gegeben. Mit diesen beiden verbesserten Größen könnte eine Studie der technischen Machbarkeit eines Zuführ- und Entnahmezyklus erfolgen.

Neben den Ionen, die für die Fusionsreaktion offensichtlich wichtig sind, sollte die Wirkung der Elektronen nicht außer Acht gelassen werden: Diese sind jetzt schon im Verlustterm der Leistung der Brems- und Synchrotronstrahlung, sowie in der Ionenüberhitzung eingearbeitet. Ab einer gewissen Temperatur, gezeigt in Kapitel 2.1, müsste das Plasma und unter anderem die darin befindlichen Elektronen zum größten Teil als relativistisch angesehen werden. Dabei können die Elektronen zu sogenannten Runaway-Elektronen werden, die versuchen das Plasma zu verlassen. Und die verbleibenden relativistisch bewegenden Elektronen könnten ihrerseits Auswirkungen auf die Ionenüberhitzung haben.

Aus all dem entsteht ein neues und erweitertes Kriterium, das um weitere Verluste, wie die der Linienstrahlung, der Diffusion (Anhang A) und der Verunreinigungen, erweitert werden sollte [10, 13, 52, 53]. Das Plasma sollte von der idealisierten Annahme der Vollionisation auf ein teilionisiertes Reaktandengemisch abgeändert werden. Dabei wird es wiederum zu einer Veränderung des Kriteriums, mindestens hinsichtlich der Elektronen, kommen.

## 7.2. Geometrischer Einschluss und Triebwerksforschung

Die derzeitige Betrachtung eines magnetischen Einschlusses in Form einer Kugel ist nur für die Grundbetrachtung angebracht. In der Folge sollte die Form des Einschlusses an die Realität angenähert werden. Die auf der Erde erforschten Geometrien werden zum größten Teil auch ins Weltall übertragbar sein. Diese wären Spheromak, Tokamak und Pincheanordnungen, um nur ein paar wenige zu nennen. Ein Teil des Aufwandes sollte in diesem Bereich auch dem Aufbau und der Geometrie der magnetischen Düse zukommen [28, 48, 50].

Aus diesen Geometrien lassen sich nun bessere Abschätzungen der Subsysteme und ihrer Massen ableiten. Dabei zu betrachten sind die Auswirkungen der Runaway-Elektronen, der Neutronen und der elektromagnetischen Strahlung auf ihre Umgebung. Auch das Plasma muss um das Volumen erweitert werden. Dieses geht in die Reaktivität ein und wird bisher für die Kriteriumsrechnung als eins angenommen [61].

Da sich die Masse und die Triebwerksparameter ändern werden, müssen neue Simulationen der Triebwerke in Missionen erfolgen. Dabei sollten deutlich mehr Triebwerke und Triebwerkskonfigurationen getestet werden, als in dieser Arbeit. Eine Möglichkeit wäre die Entwicklung eines Programms, dass in Zusammenarbeit mit einem Flugsimulationsprogramm (zum Beispiel STK<sup>©</sup>) das Optimum der Flugbahnen erarbeitet.

## 7.3. Programm

Das derzeitige Programm berechnet zwar die unterschiedlichen Kriterien, Gesamtionen-zahlen und Triebwerksparameter. Dabei gehen die Konzentrationen der Reaktanden, die Einschlusszeiten, die Ionenüberhitzung und zukünftig auch das Volumen ein. Daraus sollte eine Erweiterung des Programms geschaffen werden, dass diese Eigenschaften zueinander optimiert. Es muss so aufgebaut sein, dass auf Änderungen in der Berechnung eingegangen werden kann. Die dazu benötigten Rechenressourcen werden dazu deutlich höher ausfallen.

Daher sollten Einschränkungen und Randbedingungen diesem Umstand entgegenwirken. Diese können sich nach empirisch erhaltenen Daten als auch nach physikalischen Überlegungen richten.

Ein Nebenpunkt wäre die Entwicklung einer benutzerfreundlichen Oberfläche, in der Informationen direkt abgerufen werden können. Die derzeitige Eingabe der Parameter für die Berechnung ist für eine oftmalige Benutzung zu unpraktisch und zeitintensiv.

# Literaturverzeichnis

- [1] ANGRUM, A.: *Voyager: The Interstellar Mission*. 2012 [voyager.jpl.nasa.gov](http://voyager.jpl.nasa.gov)
- [2] ANTIDORMI, R. ; BARTLETT, D. ; BRUHNS, H. ; EUROPEAN COMISSION DG RESEARCH (Hrsg.): *The European Fusion Programme*. Brüssel, 2005. – Forschungsbericht
- [3] ATZENI, S. ; MEYER-TER-VEHN, J.: *Inertial Fusion - Beam Plasma Interaction, Hydrodynamics, Dense Plasma Physics*. Oxford : Oxford Science Publications, 2004 (International Series of Monographs on Physics). – 1–27 S.
- [4] AWAKOWICZ, P.: *Vorlesungsskript: Plasmatechnik II - Electrical Engineering Plasma Technology*. Ruhr-Universität, Bochum, 2010
- [5] BATISTONI, P. ; ANGELONE, M. ; FISCHER, U. ; FREIESLEBEN, H. ; HANSEN, W. ; PILLON, M. ; PETRIZZI, L. ; RICHTER, D. ; SEIDEL, K. ; UNHOLZER, S.: Neutronics experiment on a mock-up of the ITER shielding blanket at the Frascati Neutron Generator. In: *Fusion Engineering and Design* (1999), 23. Juli, Nr. 47, S. 25–60
- [6] BIRD, G. A.: *Molecular Gas Dynamics and the Direct Simulation of Gas Flows*. Oxford : Clarendon Press, 1994 (Oxford Engineering Science Series 42)
- [7] BOSCH, H.-S.: Nuclear Fusion. In: *Plasma Physics - Confinement, Transport and Collective Effects* Bd. 670. Berlin, Heidelberg : Springer, 2005, S. 445–460
- [8] CASSIBRY, J. T.: Comparison of Directly and Inductively Coupled Pulsed Electromagnetic Thrusters. In: *IEEE Transactions on Plasma Science* 36 (2008), Oktober, Nr. 5, S. 2180–2188
- [9] CONN, R.W. ; KESNER, J.: Space Dependent Effects on the Lawson Criterion, the Ignition Condition, and Thermal Equilibria in Tokamaks, UWFDM-155. In: *Nuclear Fusion [to be published]* (1975), Dezember
- [10] DE MICHELIS, C. ; MATTIOLI, M.: Spectroscopy and impurity behavior in fusion plasmas. In: *Reports on Progress in Physics* 47 (1983), November, S. 1233–1346
- [11] DEL-CASTILLO-NEGRETE, D.: Fractional diffusion models of anomalous transport: theory and applications. In: 373. WILHERM UND ELSE HERAEUS-SEMINAR (Hrsg.): *Anomalous Transport: Experimental Results and Theoretical Challenges*. Bad Honnef, Deutschland, 12.-16. Juli 2006



- [12] DEUTSCH, C. ; PLASMAS, Laboratoire de Physique des Gaz et d. (Hrsg.): *Fusion Reactions and Matter-Antimatter Annihilation for Space Propulsion*. Orsay, France, 2005. – 42 S.
- [13] DUX, R.: *Vorlesungsskript: Plasmaphysik und Fusionsforschung - Teil II: Fusionsforschung*. Universität Augsburg, Deutschland, 2002
- [14] EL-GENK, M. S. ; SABER, H. H.: Performance analysis of cascaded thermoelectric converters for advanced radioisotope power systems. In: *Energy Conversion Management* (2005), 13.Juni 2004, Nr. 46, S. 1083–1105
- [15] EMMERT, G.A. ; KULCINSKI, G.I. ; SANTARIUS, J.K. ; SVIATOSLAVSKY, I.N.: State of Tandem Mirror Physics - 1992. In: *Fusion Power Associates FPA-92-11* (1992), Dezember
- [16] EREMIN, A. ; SHISHKIN, A.: Particle and power balance in fusion plasma with different fuelling scenarios and helium ash removal. In: *The European Physical Journal D* (2009), Nr. 54, S. 503–509
- [17] EUROPEAN COMMISSION: European Fusion Research Area - Background information on all Participating Organisations. (2004), Juni, S. 1–68
- [18] FISCH, N.: A Hot-ion-mode rf-driven Tokamak via Alpha Channeling. Tarragona, Spain, 4.-5. Juli 2005 (Workshop on Burning Plasma Physics and Simulation)
- [19] FRANK, A.M. ; UNITED STATES PATENT (Hrsg.): *Collector for Liquid Droplet Radiator F28D 15/00 Nr.4702309*
- [20] GABRIELLI, R. A.: *Studienarbeit: Konzeptstudie über einen thermischen Fusionsantrieb unter Berücksichtigung unterschiedlicher Treibstoffkombinationen*. Universität Stuttgart, Stuttgart : Institut für Raumfahrtsysteme, 2008
- [21] GABRIELLI, R. A. ; HERDRICH, G.: *Vorlesungsskript: Unkonventionelle Raumfahrtantriebe - Nuklearantriebe II - Fusionsantriebe*. Stuttgart : Institut für Raumfahrtsysteme, Universität Stuttgart, 2012
- [22] HAVERKORT, J. W.: Zusammenfassung: Introduction to Fusion Physics. In: FREIDBERG, J. P. (Hrsg.): *Plasma Physics and Fusion Energy*. 2009
- [23] HERDRICH, G. ; BAUDER, U. ; BOXBERGER, A. ; GABRIELLI, R. A. ; LAU, M. ; PETKOW, D. ; PFEIFFER, M. ; SYRING, C. ; FASOULAS, S.: Advanced Plasma (Propulsion) Concepts at IRS. In: *Advances in applied Plasma Science* 8 (2011)
- [24] HEYN, M.: *Vorlesungsskript: Plasmaphysik*. Graz : Institut für theoretische Physik - Computational Physics, Technische Universität Graz, 2010
- [25] JET TEAM: Fusion Energy production from a Deuterium-Tritium Plasma in the JET tokamak. In: *Nuclear Fusion* 32 (1992), 3.Januar, Nr. 2, S. 187–203

- [26] JOHNER, J.: Main plasma phenomena - And thermonuclear plasma performances. In: *4th Karlsruhe International Summer School on Fusion Technologies*. Karlsruhe, 2010
- [27] KAMMASH, T.: Fission or Fusion for Mars Missions - Expectations and Challenges. In: *Acta Astronautica* 34 (1994), S. 17–23
- [28] KAMMASH, T.: *Fusion Energy in Space Propulsion - Progress in Astronautics and Aeronautics Volume 167*. Washington D.C. : American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1995
- [29] KAMMASH, T. ; GALBRALD, D.L.: Some Physics Issues Facing the Open Cycle Gas Core Nuclear Rocket. In: AMERICAN INSTITUTE OF AERONAUTICS AND ASTRONAUTICS (Hrsg.): *AIAA/NASA/OAI Konferenz on Advanced SEI Technologies*. Cleveland, OH, 4.-6. September 1991
- [30] KULCINSKI, G.L. ; SANTARIUS, J.F.: New Opportunities for Fusion in the 21st Century - Advanced Fuels, UWFDM-1150. (2000), 15.-19. Oktober, S. 1–7
- [31] LAWSON, J.D.: Some criteria for a useful thermonuclear reactor. (1955)
- [32] LERNER, E. J.: Plasma Propulsion in Space. In: *The Industrial Physicist* (2000), October, S. 16–19
- [33] MENNY, K.: *Strömungsmaschinen - Hydraulische und thermische Kraft- und Arbeitsmaschinen*. 4. Stuttgart : Teubner, 2003
- [34] MESSERSCHMID, E. ; FASOULAS, S.: *Raumfahrtsysteme - Eine Einführung mit Übungen und Lösungen*. 4. Berlin, Heidelberg : Springer, 2011
- [35] MITARAI, O. ; MATSUURA, H. ; TOMITA, Y.: Aspect ratio dependencies of D-3He fueled tokamak reactors. In: *Fusion Engineering and Design* 81 (2006), S. 2719–2724
- [36] MIYAMOTO, K.: *Plasma Physik for nuclear Fusion*. Cambridge : MIT Press, 1987
- [37] MIYAMOTO, K.: *Fundamentals of Plasma Physics and Controlled Fusion, NIFS-PROC-48*. Berlin, Heidelberg : Springer, 2005
- [38] NASI, J. ; RAIMBAULT, J.-L.: A generalization of the rocket formula and its applications to advanced space propulsion systems. In: *Acta Astronautica* 68 (2010), Januar - Februar, Nr. 1-2, S. 34–38
- [39] NEGER, T.: *Vorlesungsskript: Experimentelle Plasmaphysik*. Graz : Institut für Experimentalphysik, Technische Universität Graz, 2010
- [40] PETKOW, D. ; GABRIELLI, R. A. ; HERDRICH, G. ; LAUFER, R. ; RÖSER, H.-P.: Generalized Lawson criterion for magnetic fusion applications in space. In: *Fusion Engineering and Design* 87 (2011), Nr. 1, S. 30–38

- [41] PETKOW, D. ; HERDRICH, G. ; LAUFER, R. ; GABRIELLI, R. ; ZEILE, O.: Comparative Investigation of Fusion Reactions for Space Propulsion Applications. In: INTERNATIONAL ASTRONAUTICAL FEDERATION (Hrsg.): *26th International Symposium on space Technology and Science*. Hamamatsu, Juni 2008 2008
- [42] PETKOW, D. ; HERDRICH, G. ; LAUFER, R. ; RÖSER, H.P.: Key Technologies for Fusion-based Space Propulsion: A Case Study, IAC-07.C3.3.02. In: INTERNATIONAL ASTRONAUTICAL FEDERATION (Hrsg.): *58th International Astronautical Congress*. Hyderabad, 24.-28. September 2007
- [43] POST, D. ; ABDALLAH, J. ; CLARK, R. ; PUTVINSKAYA, N.: Calculation of Energy Losses due to Atomic processes in Tokamaks with Applications to the ITER Divertor. In: *Physics of Plasma* 2 (1995), Nr. 6, S. 2328
- [44] POVH, B. ; RITH, K. ; SCHOLZ, C. ; ZETSCHKE, F.: *Teilchen und Kerne - Eine Einführung in die physikalischen Konzepte*. 8. Heidelberg : Springer, 2009
- [45] REBHAN, E. ; REITER, D. ; WEYNANTS, R. ; SAMM, U. ; HOGAN, W.J. ; RAEDER, J. ; HAMACHER, T.: Controlled nuclear fusion: general aspects. In: *Advanced material and technologies* Bd. VIII. Berlin : Springer, 2006
- [46] REINMANN, J. J. ; RAYLE, W. D.: *Deuterium - Helium-3 Fusion Power Balanced Calculations, NASA TM X-2280*. Washington D. C. : National Aeronautics and Space Administration, 1971
- [47] ROMANELLI, F. ; BRUNO, C. ; REGNOLI, G. ; ESA (Hrsg.) ; RESEARCH, European S. (Hrsg.) ; CENTRE, Technology (Hrsg.): *Assessment of Open Magnetic Fusion for Space Propulsion - Final Report of the ARIADNA study 04/3102*
- [48] ROTH, R.: *Introduction to Fusion Energy*. Charlottenville : Ibis Publishing, 1986
- [49] SANTARIUS, J. F.: Lunar  $^3\text{He}$ , Fusion Propulsion and Space Development. In: 2ND CONFERENCE ON LUNARE BASES AND SPACE ACTIVITIES OF THE 21ST CENTURY (Hrsg.): *Nasa Conference Publications 3166, Vol.2*. Houston Texas, 5. -7. April 1988, S. 75
- [50] SCHUMACHER, U.: *Fusionsforschung*. Darmstadt : Wissenschaftliche Buchgesellschaft, 1993
- [51] SELATO, E. H.: *Diplomarbeit: Nuclear Fusion Energy*. Addis Ababa : School of graduate Studies, 2010
- [52] SHEFFIELD, J.: The physics of magnetic fusion reactors. In: *Reviews of Modern Physics* 66 (1994), Juli 1994, Nr. 3, S. 1015–1103
- [53] SWARTZ, M. ; VERNER, G.: Bremsstrahlung - Relative role in hot and cold Fusion and impact upon potential isotopic fuels. In: *Journal of new Energy* 3 (1999), Nr. 4, S. 90–102

- 
- [54] TAGLIAFICO, L.A. ; FOSSA, M.: Liquid sheet radiators for space power systems. In: *Institution of Mechanical Engineers G* (1999), 4.Oktober, Nr. 213, S. 399–406
- [55] VAN OOST, G. ; REBHAN, E.: Thermonuclear Burn Criteria. In: *Transactions of Fusion Science and Technology* 53 (2008), S. 16–26
- [56] VON KEUDELL, A.: *Vorlesungsskript: Einführung in die Plasmaphysik*. Bochum : Ruhr-Universität, 2008
- [57] WEDLER, G.: *Lehrbuch der Physikalischen Chemie*. Weinheim : Wiley-Vch, 2004
- [58] WILIAMS, C. H. ; DUDZINSKI, L. A. ; BOROWSKI, S. K. ; JUHASZ, A. J.: Realizing "2001: A Space Odyssey": Piloted Spherical Torus Nuclear Fusion Propulsion, NASA/TM-2005-213559. In: *American Institute of Aeronautics and Astronautics* (2005), März
- [59] YOSHIKAWAA, K. ; TAKIYAMAB, K. ; YAMAMOTOA, Y. ; MASUDAA, K. ; TOKUA, H. ; KOYAMAA, T. ; TARUYAA, K. ; HASHIMOTOA, H. ; OHNISHIC, M. ; HORIIKED, H. ; INOUEA, N.: Current Status of IEC (Inertial Electrostatic Confinement) Fusion Neutron/Proton Source Study. 1999. – Forschungsbericht
- [60] ZERKIN, V. ; INTERNATIONAL ATOMIC ENERGY AGENCY: *Evaluated Nuclear Data File (ENDF)*. 2011 [www-nds.indcentre.ord.in/exfor/endl.htm](http://www-nds.indcentre.ord.in/exfor/endl.htm)
- [61] ZOHN, H.: *Vorlesungsskript: Plasmaphysik*. München : Ludwig Maximilians Universität, 2001

# A. Thermische Diffusion

Die Grundlagen zur Behandlung der Diffusion in einem Fusionsplasma sind gegeben, aber die geometrischen Eigenschaften des Plasmas fehlen. Aus diesem Grund wurde von der Implementierung der Diffusion abgesehen. Sie wird dadurch im gegenwärtigen Fall als Null angenommen.

Diffusion ist eine der möglichen Ursachen von Energie- und Teilchenverlusten in einem Plasma. Darunter wird das Verlassen von Teilchen aus dem Plasmaeinschluss verstanden. Ermöglicht wird dies durch klassische Stöße, Fluktuationen im Plasma und durch stationäre Verluste. Die dabei deponierte Verlustleistung [37, 48],

$$P_{loss} = \Gamma \cdot E_k \cdot A, \quad (\text{A.1})$$

errechnet sich aus dem Teilchenfluss  $\Gamma$ , der Energie der Teilchen  $E_k$  und der begrenzenden Fläche  $A$ . Um den Teilchenfluss bestimmen zu können, wird von der Transportgleichung des Plasmas ausgegangen,

$$\frac{\delta n(r, t)}{\delta t} + \nabla (n(r, t)V(r, t)) = 0. \quad (\text{A.2})$$

Damit wird bestimmt, dass der Verlust von Teilchen pro Zeiteinheit gleich dem Partikelfluss, dem Fluss der Partikeldichte  $n$  des Volumens  $V$ , ist. Der äußere Partikelfluss  $\Gamma$  wird definiert als

$$\Gamma = n(r, t)V(r, t) = -D(r, t)\nabla n(r, t). \quad (\text{A.3})$$

Dies ist das Produkt des Diffusionskoeffizienten  $D$  mit dem Gradient der Partikeldichte. Dabei wurde auf der rechten Seite das Produkt der Mobilität der Teilchen und dem elektrischen Feld, auf Grund eines fehlenden Feldes nicht in Betrachtung gezogen.

Der auf der Brownschen Bewegung und daher auf der Gauss'schen Verteilung basierende, thermische Diffusionskoeffizient  $D_c$  ist gegeben durch [11, 37, 48]

$$D_c = \frac{k_B T}{n}. \quad (\text{A.4})$$

Für die obige Betrachtung muss die freie Weglänge deutlich geringer sein, als die Systemlänge. In der Regel gilt dies nicht für thermische Fusionsysteme [37, 48]. Es ist möglich eine Relation zwischen dem Diffusionskoeffizienten und der Partikeleinschlusszeit  $\tau_p$  herzustellen. Dabei wird die Substitution  $n(r, t) = n(r) \exp(-t/\tau_p)$  in der Transportgleichung A.2 durchgeführt. Dies führt zu

$$\nabla (D\nabla n(r)) = -\frac{1}{\tau_p}n(r). \quad (\text{A.5})$$

Aus dieser Gleichung lässt sich nun die Partikeleinschlusszeit in Abhängigkeit des Diffusionskoeffizienten berechnen. Bei einem Plasmazyylinder mit dem Radius  $a$  und der Randbedingung  $n(a) = 0$  wäre dies

$$\tau_p = \frac{a^2}{2.4^2 D}. \quad (\text{A.6})$$

Die Grundlagen zur Behandlung der Diffusion in einem Fusionsplasma sind gegeben, aber die geometrischen Eigenschaften des Plasmas fehlen. Aus diesem Grund wurde von der Implementierung der Diffusion abgesehen. Sie wird dadurch im gegenwärtigen Fall als Null angenommen.

## B. Einschlusszeiten

Die in dieser Arbeit benutzen Einschlusszeiten wurden teilweise aus den Arbeiten [20, 40] entnommen und für jeden Zweck adaptiert. Die Einschlusszeiten wurden in Bezug zu der Anzahl an Iterationen gesetzt. Das Verhältnis dieser beiden Parameter wird mit eins angenommen.

Daraus können nun Konzepte für die Einschlusszeiten der Energie und der Teilchen betrachtet werden. Zu Beginn sollte drauf hingewiesen werden, dass es sinnvoll ist, die Ionen- und Ascheeinschlusszeit zu einer Teilcheneinschlusszeit zusammenzufassen. Kommt eine Spezies in einem Plasma als Brennstoff oder als Asche vor, wird dafür dieselbe Einschlusszeit benutzt.

Die Energieeinschlusszeit  $\tau_E$ , die Zeit der Energie die zum Verlassen des Plasmas benötigt wird, ist gegeben durch [13, 37, 52],

$$\tau_E \equiv \frac{\int \frac{3}{2} k_B (n^i T^i + n^e T^e)}{P_{loss}}. \quad (\text{B.1})$$

Die Teilcheneinschlusszeit  $\tau_k$  ist gegeben durch die durchschnittliche Teilchendichte  $\bar{n}_k = \frac{\int n_k dV}{V}$  und der Verlust der Teilchen pro Sekunde  $\frac{n_{k,loss}}{dt} = \int n_k v_k dS$  [55],

$$\tau_k = \frac{\bar{n}_k V_k}{\int n_k v_k dS}. \quad (\text{B.2})$$

Gegenwärtig werden die Einschlusszeiten nicht aus der Theorie generiert. Die benutzten Werte sind an experimentelle Erfahrungen angenähert.

# C. Brennkriterium und Fusionsergebnisse

## C.1. Nebenreaktionen

In der Folge in Tabelle C.1 sollen nun zu den vier Hauptreaktionen aus 2.1, die betrachteten Nebenreaktionen angegeben werden. Es sind nicht alle theoretischen Reaktionen möglichen, da für viele keine Daten vorliegen.

	D-T	D+ <sup>3</sup> He	<sup>11</sup> Be+p	<sup>3</sup> He+ <sup>3</sup> He
D+D	x	x		
D+D	x	x		
D+T	x	x		
T+T	x	x		
T+ <sup>3</sup> He	x	x		
T+ <sup>3</sup> He	x	x		
T+ <sup>3</sup> He	x	x		
<sup>3</sup> He+ <sup>3</sup> He	x	x		x
D+p	x	x		
<sup>11</sup> Be+p			x	

Tabelle C.1.: Tabelle der Reaktionen, die im Programm benutzt werden und somit in dieser Arbeit betrachtet werden.



## C.2. Magnetfeld

In Kapitel 4.2 wurde der Plasmadruck eingeführt. Darüber kann direkt das Magnetfeld aus Gleichung (2.43) berechnet werden. In Abbildung C.1 werden die magnetischen Felder der vier Reaktandengemische aus Aufzählung 2.1 gezeigt.

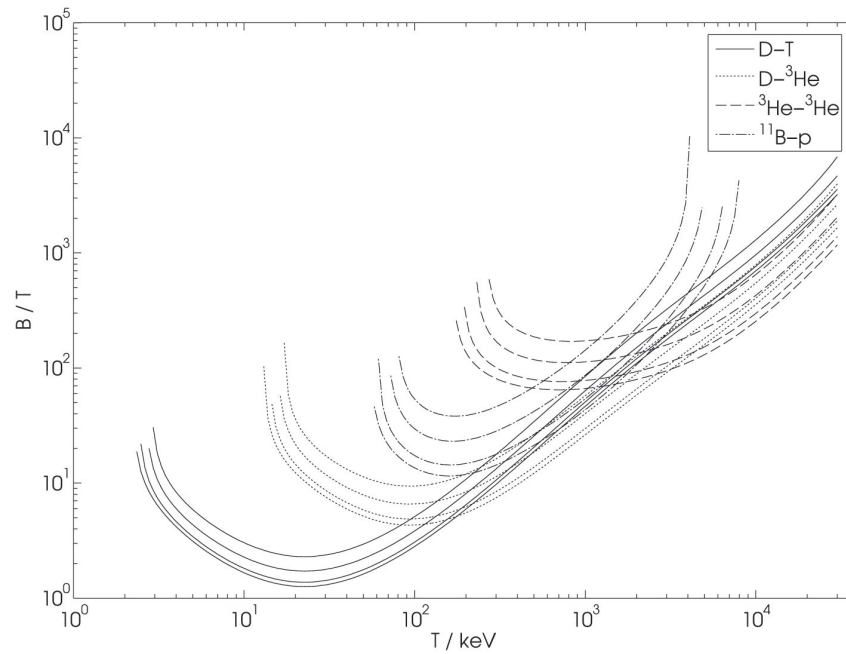


Abbildung C.1.: Magnetfeld Vergleich der vier Reaktionen aus Aufzählung 2.1

# D. Antriebsparameter und -simulation

## D.1. Massenstrom

Aus dem Schub und der effektiven Austrittsgeschwindigkeit in Abbildung 3.13 kann mit Gleichung (2.74) der Massenstrom berechnet werden. Dieser ist in Abbildung D.1 dargestellt.

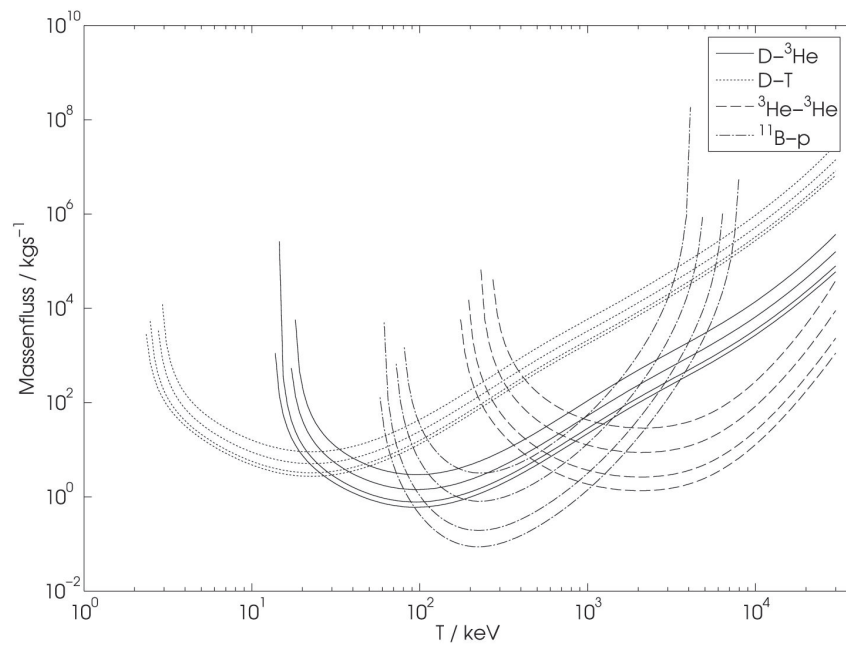


Abbildung D.1.: Massenstrom eines Arbeitsgastriebwerkes auf Basis eines Fusionsreaktor

## D.2. Antriebssimulation

### D.2.1. Das $^{11}\text{B-p}$ Triebwerk

In der Tabelle D.1 sind die Triebwerksdaten für die astronautische Mission in Kapitel 5.1.1 und die robotische Mission in Kapitel 5.2 angegeben. Tabelle 5.1 beinhaltet die Flugparameter der beiden Missionen.

	Astronautik Mission Mars	Robotische Sonde Oort'sche Wolke
Epoch	1.Juli 2018 08:00 UTCG 8.August 2018 13:42 UTCG	3.Juli 2018 08:00 UTCG 9.Juli 2021 22:13 UTCG
Parkorbit	a=340000 km e $\approx$ 0 i=29° $\Omega$ =9° $\omega$ =0° M=9°	a=340000 km e $\approx$ 0 i=29° $\Omega$ =9° $\omega$ =0° M=9°
Trockenmasse	4E+05 kg	1,25E+05 kg
Teilstoffmasse	1,6E+06 kg	1,2E+06 kg
Propagate1	15.Juli 2018 22:12 UTCG $\Delta t = 775485$ s = 8,97 d $\Delta v = 40$ km/s $m_{f,used} = 8,7E+05$ kg	15.Juli 2018 06:48 UTCG $\Delta t = 1065080$ s = 12,33 d $\Delta v = 164$ km/s $m_{f,used} = 1,2E+06$ kg
Coasting1	24.Juli 2018 21:36 UTCG	-
Propagate2	3.August 2018 01:27 UTCG $\Delta t = 437051$ s = 5,06 d $\Delta v = -40$ km/s $m_{f,used} = 4,9E+05$ kg	-
Propagate3	8.August 2018 02:51 UTCG $\Delta t = 39040$ s = 0,45 d $\Delta v = -5$ km/s $m_{f,used} = 4,4E+04$ kg	-
Ankunft	8.August 2018 13:42 UTCG	9.Juli 2021 22:13 UTCG
Gesamtdistanz	5,83E+07 km	1,51E+10 km
Fludauer	24 d	1090 d
Resttreibstoff	$m_f = 1,9E+05$ kg	$m_f = 1,2E+03$ kg

Tabelle D.1.: Flugparameter der Flüge in Kapitel 5.1.1 und 5.2

### D.2.2. Das D-<sup>3</sup>He Triebwerk

In der Tabelle 5.1 sind die Triebwerksdaten für die astronautische Mission in Kapitel 5.1.2 angegeben. Tabelle D.2 beinhaltet die Flugparameter der Mission.

Astronautik Mission Mars	
Epoch	3.Juli 2018 08:00 UTCG 17.August 2018 13:42 UTCG
Parkorbit	a=340000 km e ≈ 0 i=29° Ω =9° ω =0° M=9°
Trockenmasse	7E+05 kg
Teibstoffmasse	7E+06 kg
Propagate1	15.Juli 2018 06:48 UTCG Δt= 160542 s= 1,86 d Δv= 20km/s m <sub>f,used</sub> =4,7E+06 kg
Coasting1	17.Juli 2018 02:23 UTCG
Propagate2	16.August 2018 00:19 UTCG Δt= 61874 s= 0,72d Δv= -20 km/s m <sub>f,used</sub> =1,8E+06 kg
Propagate3	16.August 2018 17:30 UTCG Δt= 6736 s= 0,08 d Δv= -4 km/s m <sub>f,used</sub> =2,0E+05 kg
Ankunft	16.August 2018 19:22 UTCG
Gesamtdistanz	6,04E+07 km
Fludauer	32 d
Resttreibstoff	m <sub>f</sub> =2,5E+05 kg

Tabelle D.2.: Flugparameter der Flüge in Kapitel 5.1.2

# E. Das Programm

The documentation and explanation of a program that was developed beside this master thesis is written in english. This should ensure a further use in the future.

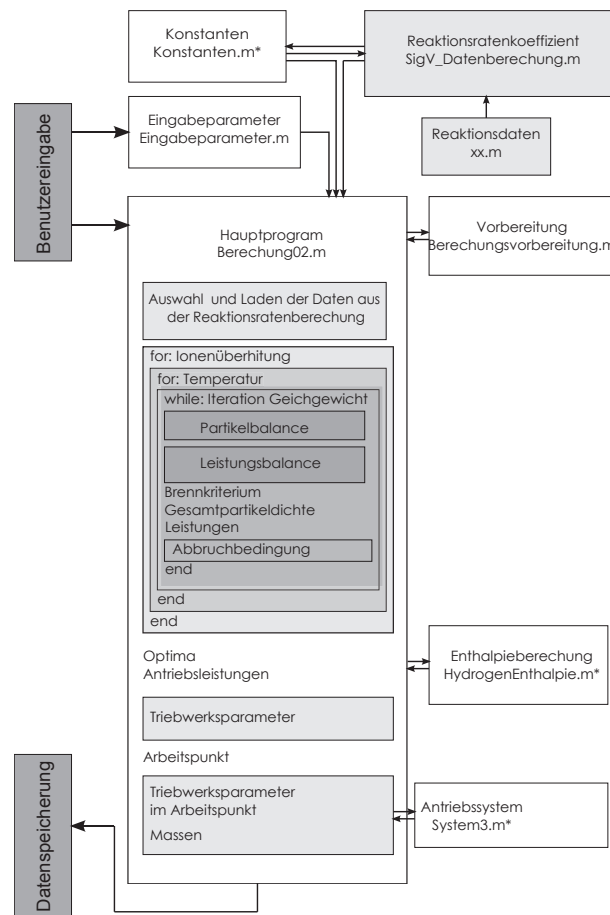


Abbildung E.1.: Structure of the developed program.

A program was developed to calculate the important values of a fusion reactor and the resulting propulsion properties. The structure and some parts are based on a former program from [20] and the advanced version used in [40].

The structure is designed that whole sections can be changed easily. This layout makes it possible to use the program not only for a fusion reactor. The main parts of it are explained in the following list:

- The Main Structure (*Berechnung02.m*): This program part is the frame including all different subprograms into the calculation. The second purpose is to calculate

particle and power balance and as a result the criteria and the propulsion properties. It will be discussed in the last section E.7.

- Constants (*Konstanten.m*): This part includes the constants.
- Parameters (*Eingabeparameter.m*): This file makes it possible to control all parameters and reaction properties.
- Reaction Rate Coefficient (*SigV\_Datenberechnung.m*, *Reaction xx.m*): It calculates the fitted reaction rate coefficient for each reaction. It uses the data saved in the reaction files (*xx.m*, xx stands for the Reaction).
- Preparatory calculations (*Berechnungsvorbereitung.m*): Some sidecalculations are implemented in this file.
- Calculation of the enthalpies of hydrogen (*HydrogenEnthalpies.m*): It calculates the hydrogen enthalpies used for the massflow.
- System Calculation (*System3.m*): This code is used to evaluate the reactor system models.

## E.1. Constants

The program *Konstanten.m* contains all important constants on the field of thermodynamics, electrodynamic and kinetic gas theory. In table E.1 all used constants and their names in the program are listed.

Variable	Name	Value	Unit
k_B	Boltzmann constant $k_B$	$1,380662E^{-23}$	$[JK^{-1}]$
h_P	Planck constant $h_P$	$6,626072E^{-34}$	$[kgm^2s^{-1}]$
h_quer	Reduced Planck constant $\hbar$	$h_P/2\pi$	$[kgm^2s^{-1}]$
e_q	Elementary charge $e_q$	$1.602189E^{-19}$	$[C]$
u_prot	Atomar mass $m_a$	$1.672648E^{-27}$	$[kg]$
m_elec	Electron mass $m_e$	$9.10938E^{-31}$	$[kg]$
epsi_0	Electrical field constant $\epsilon_0$	$8.85419E^{-12}$	$[Fm^{-1}]$
mu_0	Magnetic field constant $\mu_0$	$4 \cdot \pi \cdot E^{-7}$	$[VsA^{-1}m^{-1}]$
c_0	Speed of light $c_0$	$\epsilon_0^{-1/2} \mu_0^{-1/2}$	$[ms^{-1}]$
g_0	Gravitational constant $g_0$	9.83	$[ms^{-2}]$
R_GAS	Universal gas constant R	$8.31434E^3$	$[Jkmol^{-1}K^{-1}]$
AVOGADRO	Avogadro gas constant $R_A$	$Rk_B^{-1}$	$[kmol^{-1}]$
S_BrS	Constant of Bremsradiation $S_{BrS}$	$\frac{e_q^6}{24\pi\epsilon_0^3 c_0^3 m_e h_P} \cdot \frac{12e_q}{\pi m_e}^{1/2}$	$[C^{\frac{1}{2}}kg^{\frac{1}{2}}m^4s^{-2}]$
S_Syn	Constant of Synchrotronradiation $S_{Syn}$	$\frac{e_q^3}{3\pi\epsilon_0 m_e c_0^3 E^3}$	$[AT^{-2}]$

Tabelle E.1.: Main constants and definitions defined in the first part of the program

## E.2. Parameters

The subprogram (*Eingabeparameter.m*) contains the main parameters for the program. It is easy to change reaction and reactor setup.

The particle densities in a reactor and the confinement times determine the reaction and its fusion power. The file stores parameters defining the reactions' and the reactor's setup.

```
n_D=[0.5,0.5,5,5];
n_T=[0,0,2,7.5];
n_He3=[0.5,0.5,5,5];
n_He4=[0,0,2,7.5];
n_B11=[0,0,0,0];
n_p=[0,0,0,0];
n_gamma=[0,0,0,0];
n_neutr=[0,0,0,0];
n_nix=[0,0,0,0];
```

There are four values for each species. The first is the starting particle density. It is given as the relative fraction of the whole reactor. The second value is the fuel term, the relative amount of particles added each calculation cycle. The last two values are the  $\tilde{\tau}_{Ei}$  and  $\tilde{\tau}_{Ea}$  (both explained in 2.4). Instant ash removal is carried out with zero values.

The power flux model allows the recycling of the loss power to heat the plasma. Therefore three parameters are introduced. The reflected radiation fraction `f_leist`, the absorbed radiation fraction in the coolant `g` and the part `eta` that is converted back into electrical energy. With these three parameters the fraction that is fed back into the plasma `k_back`, the fraction removed by the radiator `k_radiat` and the fraction `k_thrust` that is used for propulsion can be calculated. `Xi` and `Ab` are two combinations of the parameters used below.

The parameter `beta_plasma` is the fraction of the plasma pressure to the magnetic pressure and `phi_V` the fraction of the ion to the electron temperature.

## E.3. Reaction Rate Coefficient

The reaction rate coefficient  $\langle\sigma v\rangle$  will be calculated in two steps. There is one file for each reaction. At that moment these reactions are  $^{11}\text{B-p}$  (*B11p.m*),  $\text{D-T}$  (*DT.m*),  $\text{D-D}_1$  (*DD1.m*),  $\text{D-D}_2$  (*DD2.m*),  $\text{D-}^3\text{He}$  (*DHe3.m*),  $\text{D-p}$  (*Dp.m*),  $^3\text{He-}^3\text{He}$  (*He3He3.m*),  $\text{T-}^3\text{He}_1$  (*THe31.m*),  $\text{T-}^3\text{He}_2$  (*THe32.m*),  $\text{T-}^3\text{He}_3$  (*THe33.m*) and  $\text{D-T}$  (*DT.m*).

Each file calculates the reaction rate coefficient between a lower `T_MIN_keV` ([keV]) and upper `T_MAX_keV` ([keV]) temperature. In *SigV\_Datenberechnung.m*, all these reactions are fitted at the same temperatures to make them comparable. These datas of temperatures and reaction rate coefficients are saved in files (*xx\_Data.mat*). The main program choses which one is needed for calculation. *SigV\_Datenberechnung.m* is only a datasource. It is not activated in the main file. The main file only uses the saved data files.

D+D	→	T+p	DD1.m
D+D	→	<sup>3</sup> He+n	DD2.m
D+T	→	<sup>4</sup> He+n	DT.m
T+T	→	<sup>4</sup> He+2n	TT.m
T+ <sup>3</sup> He	→	<sup>3</sup> He+p	THe1.m
T+ <sup>3</sup> He	→	<sup>4</sup> He+D	THe2.m
T+ <sup>3</sup> He	→	<sup>4</sup> He+p+n	THe3.m
<sup>3</sup> He+ <sup>3</sup> He	→	<sup>4</sup> He+2p	He3He3.m
D+p	→	<sup>3</sup> He+ $\gamma$	Dp.m
isotope[11]Be+p	→	<sup>3</sup> He	B11p.m

Tabelle E.2.: This table contains possible considerable reactions and sidereactions. The last column is the file name.

Moreover each data file contains the reactants  $g$  and products  $h$  in cell arrays and information for the reactants, the products and the fusion reaction itself are given. It contains the nucleon number `Card_Nucleons_xx`, the atomic number `Z_xx`, the mass of the products `MA_prod`, the product ion multipliers `zeta_prod`, the atomic numbers of the products `Z_prod`, the Kronecker delta `Kroneckers`, the fraction  $\xi$  of the power stored in the product ions to the fusion power `xi` and the fusion energy `E_Fus[MeV]`.

The data for the energy  $E$  [keV] and the associated cross section `Sig` [barn] are taken from the ENDF [60]. With the reduced mass of the reactants `m_redu` and the temperature within the range, the calculation of the convolution product in a reaction file as in equation (2.12) can be taken.

```

for k=2:length(E)
    dE(k)=(E(k)-E(k-1))*(1000*e_q);
end
for kk=1:length(T)
    T_keV = T(kk);
    T_K = (T_keV*e_q*1000/k_B);
    Integral(1)=0;
    for k=2:length(E)
        E_Mitte= 0.5*(E(k)+E(k-1));
        Sig_Mitte=barn*0.5*(Sig(k)+Sig(k-1));
        Integral(k) =...
        Sig_Mitte*(E_Mitte*(1000*e_q))*exp(-E_Mitte/(T_keV))*dE(k)+...
        Integral(k-1);
    end
    term_1=(2*pi*m_redu)^(1/2)*(k_B*T_K)^(3/2);
    SigV(kk) = 4/(term_1) * Integral(length(E));
end
SigV(1)= (SigV(2)^2/SigV(3));

```

The integral is calculated similar to a Riemann's sum with the width of  $dE$ . The coefficient



in front of the integral is `term_1`. The temperature terms at the beginning of the second loop are `T_keV` [keV] and `T_K` [ $\text{J K}^{-1}$ ]. The first value of `SigV` is approximated as shown in the last line.

A function handle delivers all these values to the program *SigV\_Datenberechnung.m*. As mentioned the data is fitted and then saved to the corresponding file (In this example into the file *DT\_Data*).

```
[E,SigV_g,T,E_Fus_g,Z_1_g,Z_2_g,Kroneckers_g,xi_g,MA_prod_g,zeta_prod_g,...
Z_prod_g,g_g,h_g]=DT(T_MIN_keV,T_MAX_keV,e_q,k_B,barn,u_prot);
fresult = fit(T',SigV_g','cubicspline');
SigV_g=fresult(Temp);
save('DT_Data','Temp','SigV_g','g_g','h_g','E_Fus_g','Z_1_g','Z_2_g',...
'Kroneckers_g','xi_g','MA_prod_g','zeta_prod_g','Z_prod_g')
```

The maxima of the fit and the data can be compared. If they do not discriminate within a certain error range, the fit is esteemed as appropriate and used for the further calculations.

## E.4. Calculations for the main part

This little subprogram *Berechnungsvorbereitung.m* only calculates the position of the particle species and assign some values (`Z`, `n_null`, `s`, `tau_ion`, `tau_Ea`) to the right place in the used vectors.

```
for k=1:rea
    for kk=1:length(f(1,:));
        ff=f(k,kk);
        uu=unique(ff);
        gg=ismember(u,uu);
        pos(k,kk)=ind2sub(1,find(gg~=0));
    end
end
```

## E.5. Calculation of the enthalpies of hydrogen

The mass flow in equation (2.79) needs the enthalpies of the coolant. Hydrogen is used because of its molar mass and thermodynamic properties. This subprogram calculates the enthalpies between 2000 K and 35000 K. It is based on some experimental enthalpy data fitted within the range mentioned before. The values are saved to the vector `Enthalpies_massiques_hydrogen`. This part is taken over from the original file.

## E.6. System Calculation

This part `System3.m` calculates a reactorsystem with all its submasses like the radiator, the thermoelectric element, the blanket, the magnet, the cryosystem and their total mass. The used parameters are the plasma volume `V_Plasma`, all the power flux properties (section 3.2) and the specific mass power density `alpha_Radiator_LDR` (section 2.6.2). This part is taken over from the original file.

## E.7. The Main Structure

`Berechnung02.m` is the main program. It calls and coordinates all subprograms.

After the constants and parameters are loaded the user can choose the reaction or reactions he wants to investigate. Two types are possible. The affix `Singel` is used for a reaction without sidereactions. The affix `Multiple` includes all possible sidereactions. After the choice, the reaction rate coefficient datas and the reaction parameter are loaded and connected to the used vectors.

```
SigV=[SigV,SigV_g];
g=[g;g_g];
h=[h;h_g];
E_Fus=[E_Fus;E_Fus_g];
Z_1=[Z_1;Z_1_g];
Z_2=[Z_2;Z_2_g];
Kroneckers=[Kroneckers;Kroneckers_g];
xi=[xi;xi_g];
MA_prod=[MA_prod;MA_prod_g'];
zeta_prod=[zeta_prod;zeta_prod_g'];
Z_prod=[Z_prod;Z_prod_g'];
```

It is important to set a `comparestring`. The datas are saved to that „name“.

The reactants `g` and products `h` are combined to a reactant-ash-cell `f`. All occurring particle species are unique taken together in the vector `u`. The length of the reactant-ash-cell is the number of reactions `rea`.

The calculations for the main program are included. These are the last values needed for the particle and power balance calculation.

The reaction rate coefficient  $\langle\sigma v\rangle$  is one of the most important parts of the calculation in that program. It is used in two different ways. On one hand it is the rate a fusion reaction takes place. On the other hand the probability for a reaction can be calculated with (2.14) in a pool of several reactions proceeding at the same time.

The power and particle balances are based on two for-loops and one while-loop. The for-loops go over the number of `phi_V` and the number of temperature steps. The while-loop is used for iterating the balances. The `phi_V`-loop contains only the reciprocal of `phi_V`. The first part of the temperature-loop initializes the whole calculation with the given

parameters. The first time the concentration  $c_i$  occurs. It is the quotient of the particle densities  $n_i$  to the total particle density  $n$ ,

$$c_i = \frac{n_i}{n}. \quad (\text{E.1})$$

The while-loop iterates as long as the number of iterations  $\mathbf{t}$  is smaller than a defined number  $\mathbf{time}$  or the condition to stop is fulfilled. It contains the assignment of the reaction rate coefficient  $\mathbf{SigV\_T}$  to a possible reaction. A reaction is possible if both reaction partners are not zero. The code checks that with the positions of non-zero-elements  $\mathbf{pos\_sig}$ . The result is a vector  $\mathbf{Prozent}$  containing the possible reaction rate coefficients.

```
pos_sig=ind2sub(1,find(n_i~=0));
for kkk=1:length(pos_sig)
    for kkkk=1:length(pos_sig)
        pos_sig_1=ind2sub(1,find(pos(:,1)==pos_sig(kkk)));
        pos_sig_2=ind2sub(1,find(pos(:,2)==pos_sig(kkkk)));
        Prozent(intersect(pos_sig_1,pos_sig_2))=...
            SigV_T(intersect(pos_sig_1,pos_sig_2));
    end
end
```

It is necessary to distinguish between the reaction rate coefficient  $\mathbf{Prozent}$  and the probability  $\mathbf{SigV\_i}$  that a reaction in a pool of reactions passes off.

```
SigV_i=Prozent./sum(Prozent);
```

To perform the particle and power balance at the same time in one iteration step both have to be considered

The particle density vector  $\mathbf{n\_i}$  is enhanced with the all additions and losses. It is important to mention that in this case the probability  $\mathbf{SigV\_i}$  is used. Because all reactions pass off the same time an additional vector  $\mathbf{n\_i1}$  is introduced to assign the new values of the particle densities to the same position of  $\mathbf{n\_i}$ . After the loop the vector  $\mathbf{n\_i1}$  subtracted from the initial vector  $\mathbf{n\_i}$  to get the resulting particle densities,  $\mathbf{n\_idiff}$ .

```
for kkk=1:rea
    pos_1=pos(kkk,1:2);
    n_i1(pos_1(1))=n_i1(pos_1(1))+(prod(n_i(pos_1))./...
        (1+Kroneckers(kkk))).*SigV_i(kkk);
    n_i1(pos_1(2))=n_i1(pos_1(2))+(prod(n_i(pos_1))./...
        (1+Kroneckers(kkk))).*SigV_i(kkk);
end
```

The same is done for the ashes. The differences are that there can be three different products and that the vector that is used to assign the new values is  $\mathbf{n\_i2}$ . After leaving the loop,  $\mathbf{n\_i2}$  is renamed to  $\mathbf{n\_ash}$ .

```

for kkk=1:rea
    pos_1=pos(kkk,1:2);
    pos_2=pos(kkk,3:end);
    mm=(prod(n_i(pos_1))./(1+Kroneckers(kkk))).*SigV_i(kkk);
    n_i2(pos_2(1))=n_i2(pos_2(1))+mm.*zeta_prod(kkk,1);
    n_i2(pos_2(2))=n_i2(pos_2(2))+mm.*zeta_prod(kkk,2);
    n_i2(pos_2(3))=n_i2(pos_2(3))+mm.*zeta_prod(kkk,3);
end
n_ash=n_i2;

```

Now the resulting particle density is connected to the confinement times and the fuel adds. Fuel will only be included if the reactor is not filled up to 100 %.

```

n_iash=n_idiff.*tau_ion+n_ash.*tau_ash;
if sum(n_iash)<=1
    n_iash=n_iash+(1-sum(n_iash)).*s;
end

```

Again the new concentration  $c_i$  for every species and the multiplication  $\psi$  of two for each reaction is calculated. The next section contains the calculation of the power balance. It strictly follows the equations (2.66).

The  $\Omega$  terms are equal to  $\Omega_{\text{therm}}$ ,  $\Omega_{\text{fus}}$ ,  $\Omega_{\text{brs}}$  and  $\Omega_{\text{syn}}$  all considering the power flux. Based on these further calculations of the fusion power properties can be made.  $aa$  and  $aaa$  are terms calculated for each reaction separately to generate matrices containing the particle concentration and some of the specific properties of the considered species.

```

aa(kkk,kkkk)=sum(c_i(kkk).*Z(kkk)).*c_i(kkkk).*Z(kkkk).^2.*z;
aaa=(sum(ab.*Z(pos_psi(1))).*(1+Z(pos_psi(2)).*phi));

```

All the  $\Omega$  terms are used to set up the burn criterion  $\text{Quotient\_Kriterium}$  as well as the new total particle density  $n$ .

```

n=sum(Omega_therm)./(sum(Omega_fusxi)-sum(Omega_syn)-sum(Omega_brs));
Quotient_Kriterium=n.*T_i.*tau_E;

```

To connect the particle balance to the power balance, the total particle density  $n$  is multiplied with the concentration  $c_i$ . The result is a new vector for  $n_i$ .

```

n_i=n.*c_i;
n_i=n_i./sum(n_i);

```

Beside the total ion density  $n$  the total ash density  $n_{\text{ash\_a}}$  is calculated.

The loop stops if an equilibrium in the change of the particle densities is beneath a certain error  $\text{Fehler}_1$ . To prevent that the change of the densities is overlapped with some oscillation at the beginning of the calculation this termination condition starts at the 20th iteration step. In the future a better method has to be thought of.

The following parts are the calculations of the plasma pressure  $p_{\text{plasma}}$  and the magnetic field  $B_{\text{Magnet}}$  and their optima including the optimum of the burn criterium  $\text{Quotient\_Kriterium\_bla}$ .

The following parts are used to calculate the propulsion properties. In the beginning the powers of the engine are calculated. The most important values are the power of the thrust  $P_{\text{Thrust\_Arbeitsgas\_Radiative}}$  from the radiative part of the fusion power, the power of the thrust  $P_{\text{Thrust\_Arbeitsgas}}$  itself and the power at the radiators  $P_{\text{Radiator}}$ .

With the subprogram *HydrogenEnthalpies.m* the mass flux can be calculated as shown in equation (2.79). With the power of the thrust the effective exhausting velocity and the fraction to the light speed can be created.

The sideprogram *System3.m* now introduces a reactor system. With this specific structure the masses in an optimum can be calculated. The result is the vector  $M_{\text{ANA}}$  containing the mass of the magnet  $M_{\text{MAG}}$ , the mass of the cryogenic system  $M_{\text{CRYO}}$ , the mass of the blanket  $M_{\text{BLA}}$ , the mass of the DEC  $M_{\text{DEC}}$  and the mass of the radiator  $M_{\text{RAD}}$ .

The end of the program are the important propulsion values  $F_{\text{Thrust\_AG\_abs}}$  and  $c_{\text{exhaust\_AG\_abs}}$  in a reactor with the volume  $V_{\text{Plasma\_V}}$ .

## E.8. New reaction include

The main advantage is the inclusion of any other reaction. To do so a new file has to be created (xx.m where as xx is the reaction name). There the head and the end of the file have to be included. In the first line the function handle must be renamed to the filename (xx\_SigV). Then all the reaction properties have to be prepared (g,h,Card\_Nucleons\_1, Card\_Nucleons\_2, Z\_1, Z\_2, Kroneckers, xi, E\_Fus, MA\_prod, zeta\_prod, Z\_prod). There are three slots for products h. If only two appear, the third one is simply '-' In the following example is this a D-T reaction.

```
function [E,SigV,T,E_Fus,Z_1,Z_2,Kroneckers,xi,MA_prod,zeta_prod,Z_prod,...
g,h]=DT_SigV(T_MIN_keV,T_MAX_keV,e_q,k_B,barn,u_prot)
titlestring = 'Kernfusion von 2H und 3H - DT-Reaktion';
comparestring = 'DT';
g={'D','T'};
h={'HE4','n','-'};
Card_Nucleons_1 = 2;
Card_Nucleons_2 = 3;
Z_1 = 1;
Z_2 = 1;
Kroneckers = 0;
xi = 3.517/17.586;
E_Fus = 18.34; % MeV
MA_prod = [4 1 0]';
zeta_prod = [1 1 0]';
Z_prod = [2 0 0]';
```

The end is simply copied. There are no changes needed.

Between the head and the calculation in the end the data for the energy [keV] and the crosssection [barn] has to be included. You can copy single columns and rename them to **Sig** and **E**. If you have two columns you name them **Data** and then rename as shown before. It is important that the columns have to be transposed in the end.

After saving this data file the file *SigV\_Datenberechnung.m* has to be opened. There the function handle for the new reaction has to be included. Then the fit lines have to be copied and the save command adapted to the new file by renaming the saved file name (**xx\_Data**).

```
[E,SigV_g,T,E_Fus_g,Z_1_g,Z_2_g,Kroneckers_g,xi_g,MA_prod_g,...
zeta_prod_g,Z_prod_g,g_g,h_g]=DT(T_MIN_keV,T_MAX_keV,...
e_q,k_B,barn,u_prot);
fresult = fit(T',SigV_g','cubicspline');
SigV_g=fresult(Temp);
save('DT_Data','Temp','SigV_g','g_g','h_g','E_Fus_g','Z_1_g',...
'Z_2_g','Kroneckers_g','xi_g','MA_prod_g','zeta_prod_g','Z_prod_g')
```

Execute the file *SigV\_Datenberechnung.m*. Now all data is saved.

Open the main file *Berechnung02.m*. Create a new singel (without sidereaction) file selection. First the name has to be added to the list where the reaction can be choosen (D-T - single). If you do not want to reassign all reactions it has to be the last position. Identify the number of the position. Then copy the part as shown below. The number behind the **reac\_cho** has to be changed to the number of the position. The vector **a** has the length of the number of all reactions. The position of the new reaction is filled up with 1. Then choose the properties in the file *Eingabeparamter.m*.

```
if reac_cho==1
    a=[1];
    T_coolant_1 = T_coolant_1(1);
    T_coolant_0 = T_coolant_0(1);
    porosity = porosity(1);
    lambda_n0 = lambda_n0(1);
    rho_Blanket = 4000;
%     comparestring = 'DT_Singel_kurz';
%     comparestring = 'DT_Singel_lang';
%     comparestring = 'DT_Singel_ash';
end
```

If new reactants appear new particle densities (e.g.: **n\_D**) and there properties (**Z\_D**) have to be added.

```
n_D=[0.3,0.3,5,5];
```

In the file *Berechnungsvorbereitung.m* a new line in each assignment has to be made. The name is always **...\_xx** where as **...** is the assigned property.

```
gg_D=ismember(u,'D');  
pos_D=ind2sub(1,find(gg_D~=0));  
Z(pos_D)=Z  
n_null(pos_D)=n_D(1);  
s(pos_D)=n_D(2);  
tau_ion(pos_D)=n_D(3);  
tau_Eash(pos_D)=n_D(4);
```

Before running the file *Berechnung02.m* save all changes in the other subfiles. Choose a comparestring for the name the calculated data should be saved to. Then run the program.

## E.9. Future Adaption

In the future some important features should be added:

- A more precise consideration of the magnetic field and its geometries. The spherical geometry is a generic simplification.
- Inclusion of more reaction to simulate a fusion reactor in more detail and with all possible reactions.
- Inclusion of more power losses such as diffusion, line radiation, impurities and partly ionized plasma.
- A more precise reactor model.
- A better and more realistic theory for the source term (fuel addition) and model of it.