



Technische Universität Graz  
Fakultät für Bauingenieurwissenschaften

# Stabilität von Tragelementen aus Glas

**Analytische und numerische Untersuchung kippgefährdeter Kragträger aus  
Verbundsicherheitsglas**

## **MASTERARBEIT**

zur Erlangung des akademischen Grades eines Diplom-Ingenieurs  
der Studienrichtung Konstruktiver Ingenieurbau - Bauingenieurwissenschaften

**Bashkim Hasani**

Eingereicht am

Institut für Hochbau

Betreuer:

**Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.nat.techn. Oliver Enghardt**

Graz, im März 2014



## Eidesstattliche Erklärung

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig und ohne fremde Hilfe verfasst, andere als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel nicht benutzt, und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe.

Ich versichere, dass ich diese Masterarbeit bisher weder im In- noch im Ausland einer Beurteilerin oder einem Beurteiler in irgendeiner Form als Prüfungsarbeit vorgelegt habe.

.....

Ort, Datum

.....

Unterschrift



## Danksagung

Ich möchte mich an dieser Stelle allen Personen bedanken, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben und mir jederzeit zur Seite gestanden sind.

Der größte Dank gebührt meiner lieben Familie, meiner Frau Shqipe, meiner Tochter Roza, vor allem meinen Eltern Feta und Ramadan, meiner Schwester Vjollca und meinen Brüdern Ilir und Flamur, für die ständige Motivation und die Unterstützung, ohne die meine bisherige Ausbildung und mein Studium nicht möglich gewesen wären.

Bei meinem Betreuer, Herrn Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.nat.techn. Oliver Enghardt vom Institut für Hochbau der Technischen Universität Graz möchte ich mich für die geduldige und sehr gute Begleitung über den gesamten Ablauf dieser Masterarbeit und für die Zurverfügungstellung eines Arbeitsplatzes bedanken.

Ein spezieller Dank geht an den mitbetreuenden Assistenten, Herrn Dipl.-Ing. Vlad Silvestru, der mir beim Verfassen dieser Masterarbeit, jederzeit unterstützt hat.

Zu guter Letzt möchte ich mich bei meinen lieben Freunden und Arbeitskollegen bedanken: Shkelzen Kryeziu, Mentor Desku, Qamil Krasniqi, Peter Mayr, Shkelqim Kryeziu, Besnik Gashi, Fatos Sahiti, Arsim Sherifi, Bardhyl Shala, Elidon Boqolli, Besart Azemi und allen anderen, die ich jetzt zu erwähnen vergessen habe.

Besonderer Dank geht an Herrn Friedrich Walter, der mir in den letzten Jahren als sein Mitarbeiter die Möglichkeit gegeben hat, mein Studium selbst zu finanzieren.

## Kurzfassung

Neben der Funktion als Füllelement in der Vergangenheit, weist Glas gute mechanische Eigenschaften auf und durch seine Transparenz eignet es sich als Tragelement für die Stahl-Glas-Konstruktionen. Durch ihre hohe Schlankheit, sind diese Konstruktionen kippsgefährdet. Da beim Verbundglas, die Zwischenschicht aus PVB-Folie( in der Regel), temperatur- und belastungsdauerabhängig ist, lässt sich sein Tragverhalten schwer definieren. Bis jetzt gibt es nur wenige Kenntnisse über kippsgefährdete Kragträger aus VSG.

Die Ziele dieser Masterarbeit sind:

- Untersuchung des Tragverhaltens kippsgefährdeter Tragelemente aus VSG anhand von analytischen und numerischen Berechnungsmodellen
- Studie der einflussnehmenden Parameter auf das Kippen von VSG-Träger
- Diskussion über einen möglichen Bemessungsvorschlag kippsgefährdeter Kragträger

Dabei werden die folgenden Parameter und Materialeigenschaften von Glas untersucht:

- Trägerlänge
- Trägerhöhe
- Glasdicke
- Ververformung
- Schubmodul der PVB-Folie

Um das numerische Berechnungsmodell zu überprüfen, werden die gewonnenen Ergebnisse mit den bereits bekannten Ergebnissen aus der Literatur verglichen. Eine Lösung für die ideale Kipplast für Kragträger soll gegeben werden. Anhand von numerischen Simulationen werden Abminderungsfaktoren und bezogene Kippschlankheiten, vergleichsweise mit dem Stahlbau, für unterschiedliche Berechnungsmodellen gerechnet, die zur Festlegung von Kippspannungskurven verwendet werden.

Zum Schluss wird die Arbeit zusammengefasst und eine Diskussion über die weitere Forschungsthemen geführt.



## Abstract

Besides its function as a filling member in the past, glass has good mechanical properties and by its transparency is suitable as a supporting element for light constructions. Due to their high slenderness, these constructions are subjected to lateral torsional buckling. Since at the laminated glass, the interlayer of PVB film (mostly), is temperature and load duration dependent, can be difficult to define. At the moment, there is little knowledge about the behaviour of cantilever beam consisting of laminated safety glass in case of lateral torsional buckling.

The aim of this master thesis is:

- Analysis of the structural behavior of cantilever beam consisting of laminated safety glass based on analytical and numerical models
- Study of the influencing parameters on the behaviour of cantilever beam consisting of laminated safety glass in case of lateral torsional buckling
- Discussion of an possible design concept for laminated safety glass for LTB

The following parameters and material properties of the laminated safety glass will be considered:

- Beam length
- Beam height
- Glass thickness
- Imperfections
- Shear modulus of PVB-Layer

To verify the numerical model, the results obtained will be compared to the already known results from the literature. A solution for the critical load for a cantilever beam should be given. On the basis of numerical simulations, should be developed curves for LTB for cantilever glass beams using a slenderness ratio based on effective tensile strength. Finally the analyses have to be summarized and lead a discussion on the future research topics.





## Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis.....	10
1. Einleitung.....	14
1.1 Aufbau der Masterarbeit.....	14
1.2 Motivation.....	16
1.3 Aufgabenstellung.....	18
1.4 Vorgehensweise.....	18
2. Glas als Werkstoff.....	19
2.1 Geschichte.....	19
2.2 Floatglas.....	22
2.2.1 Chemische Zusammensetzung.....	22
2.2.2 Physikalische Eigenschaften.....	22
2.2.3 Herstellung von Floatglas.....	24
2.3 Glasprodukte im konstruktiven Glasbau.....	25
2.3.1 ESG (Einscheibensicherheitsglas).....	25
2.3.2 ESG-H (Heißgelagertes Einscheibensicherheitsglas).....	26
2.3.3 TVG (Teilvorgespanntes Glas).....	27
2.3.4 VSG (Verbund-Sicherheitsglas).....	27
3. Grundlagen der Kipptheorie.....	33
3.1 Stabilitätstheorie allgemein.....	33
3.2 Kippen im Stahlbau nach EN 1993-1-1.....	35
3.3 Stand der Forschung - Kippen im konstruktiven Glasbau.....	36
3.3.1 Untersuchung des Tragverhaltens von kippgefährdeten Glasträgern an der EPFL Lausanne.....	39
3.4 Kippen von Glasträgern aus Verbundsicherheitsglas.....	42
4. Analytische und numerische Untersuchungen kippgefährdeter Kragträger aus VSG.....	47
4.1 Untersuchung eines Einfeldträgers aus ESG zur Validierung des numerischen Modells.....	47
4.1.1 Analytische Ermittlung der ideellen Kipplast.....	47
4.1.2 Numerische Ermittlung der ideellen Kipplast.....	48
4.1.3 Vergleich der Ergebnisse.....	49
4.2 Einfeldträger aus VSG.....	51

---

4.2.1	Analytische Ermittlung der ideellen Kipplast .....	51
4.2.2	Numerische Ermittlung der ideellen Kipplast .....	52
4.2.3	Vergleich der Ergebnisse .....	53
4.3	Kragträger aus VSG .....	55
4.3.1	Analytische Ermittlung der ideellen Kipplast .....	55
4.3.2	Numerisches Modell .....	57
4.3.3	Numerische Ermittlung der ideellen Kipplast .....	59
4.3.4	Vergleich der Ergebnisse .....	59
5.	Parameterstudie für kippgefährdete Kragträger aus VSG .....	61
5.1	Trägerlänge .....	63
5.2	Trägerhöhe .....	65
5.3	Glasdicke .....	66
5.4	Schubmodul der Verbundfolie .....	68
5.5	Vorverformung .....	70
6.	Bemessungsvorschlag für kippgefährdete Kragträger aus VSG .....	71
6.1	Abminderungsfaktoren nach EC 3 .....	71
6.2	Definition der bezogenen Kippschlankheit und des Abminderungsfaktors im Glasbau .....	72
6.3	Erstellung von Kippspannungskurven mit dem numerischen Modell .....	73
6.3.1	Ergebnisse der Simulation .....	75
6.3.2	Vorschlag zur Festlegung einer Kippspannungskurve .....	77
6.4	Bemessungsvorschlag .....	79
6.4.1	Nachweis der Tragfähigkeit nach [DIN 18008] .....	79
6.4.2	Kippnachweis für Kragträger aus VSG .....	80
6.5	Beispiel .....	81
7.	Konstruktive Detailausbildung .....	83
8.	Zusammenfassung und Ausblick .....	88
8.1	Zusammenfassung .....	88
8.2	Ausblick .....	90
	Literaturverzeichnis .....	92
	Tabellenverzeichnis .....	94
	Abbildungsverzeichnis .....	95

---





# 1. Einleitung

## 1.1 Aufbau der Masterarbeit

### **Kapitel 1:**

#### **-Einleitung**

Im ersten Kapitel wird ein Überblick über den Aufbau der Masterarbeit gegeben. Stichwortartig werden die ausgearbeiteten Kapitel beschrieben. Motivation zum gewählten Thema, Aufgabenstellung und die Vorgehensweise sind Inhalt dieses Kapitels.

### **Kapitel 2:**

#### **-Glas als Werkstoff**

Die Entwicklungsgeschichte von Glas sowie eine Zusammenfassung interessanter Glasbauten ist das Thema dieses Kapitels. Die Glasprodukte sowie ihre Anwendungsbereiche und mechanische Eigenschaften werden im Einzelnen behandelt.

### **Kapitel 3:**

#### **-Grundlagen der Kipptheorie**

In diesem Kapitel wird die Stabilitätstheorie im Allgemeinen erläutert. Die Ursachen der Stabilitätsprobleme und Lösungsansätze sind Bestandteile dieses Kapitels. Des Weiteren wird eine Studie über den Stand der Forschung von Kippen im Stahlbau und im konstruktiven Ingenieurbau durchgeführt.

### **Kapitel 4:**

#### **-Analytische und numerische Untersuchungen kippgefährdeter Kragträger aus VSG**

Ziel dieses Kapitels ist, durch analytische und numerische Methoden, die ideellen Kipplasten für Kragträger aus VSG zu ermitteln. Dabei werden Glasträger mit unterschiedliche Querschnittsaufbauten, Spannweiten und Schubmodule der PVB-Folie untersucht. Um das numerische Modell zu überprüfen, werden die gewonnen Ergebnisse mit den bereits

---

bekannten Ergebnissen aus der Literatur verglichen. Eine Lösung für die ideale Kipplast für die Kragträger aus VSG soll vorgeschlagen werden.

### **Kapitel 5:**

#### **- Parameterstudie für kippfährdete Kragträger aus VSG**

Durch eine Studie einflussnehmender Parameter wird versucht eine Aussage über ihre Einwirkung auf das Kippen von Kragträger aus VSG hervorzubringen. Dabei werden die folgenden Parameter und Materialeigenschaften von Glas untersucht: Trägerlänge, Trägerhöhe, Glasdicke, Vorverformung und Schubmodul der PVB-Folie.

### **Kapitel 6:**

#### **- Bemessungsvorschlag für kippfährdete Kragträger aus VSG**

Ein wichtiger Punkt dieser Masterarbeit ist der Entwurf eines Bemessungsvorschlages bzw. Überprüfung der möglichen Anwendung der Kippspannungskurven für Kragträger aus VSG ähnlich dem Bemessungskonzept für Stahlbau im EC3. Anhand eines Beispiels wird die Methode verdeutlicht.

### **Kapitel 7:**

#### **- Konstruktive Detailausbildung**

In diesem Kapitel wird ein Anschlussdetail vom Glasträger an die Haupttragkonstruktion mittels eines Stahlschuhs entworfen. Durch den Entwurf soll die Verbindungstechnik detailliert dargestellt werden.

### **Kapitel 8:**

#### **- Zusammenfassung und Ausblick**

Zum Schluss werden die ausgearbeiteten Punkte in dieser Masterarbeit zusammengefasst. Dabei wird eine Schlussfolgerung gezogen sowie ein Ausblick auf den weiteren Forschungsbedarf gegeben.

---

## 1.2 Motivation

Der zunehmende Einsatz von Glas als tragendes Element im Glasbau in den letzten Jahren, hat dazu geführt, dass sein Tragverhalten und somit die Lösung der Stabilitätsprobleme ein wichtiges Forschungsgebiet des konstruktiven Ingenieurbaus geworden ist. Die Tragelemente aus Glas weisen in der Regel einen schlanken Querschnitt auf. Dadurch sind derartige Konstruktionen sehr empfindlich und stabilitätsgefährdet.

Um die Resttragfähigkeit zu erhöhen, werden in der Regel Glasträger aus Verbundsicherheitsglas eingesetzt. Die Zusammensetzung der Glasträger aus VSG kann aus Floatglas, aus thermisch vorgespanntem Glas (TVG) oder aus Einscheibensicherheitsglas (ESG).

Da die Glasschwerter fast immer im Inneren des Gebäudes angeordnet werden und nicht seitlich befestigt sind, kann es im Lastfall Wind-Sog zum Kippen kommen. ( Abbildung 1.1)



Abbildung 1.1 Sainsbury Center for Visual Arts [1]



Im Zuge eines Forschungsprojekts [2] am Institut für Hochbau an der Technischen Universität Graz, wurden hängende Glasschwerter aus VSG numerisch und versuchstechnisch untersucht. Dabei wurde festgestellt, dass schon bei einer niedrigen Last weicht das Glasschwertende aus. Das für dieses Forschungsprojekt untersuchte Glasschwert ist in der Abbildung 1.2 im Bauzustand dargestellt worden.

Die Untersuchung kippgefährdeter Glasträger und Entwicklung eines Bemessungskonzeptes diente als Motivation für die vorliegende Masterarbeit, um ein Beitrag im Bereich der Stabilität im konstruktiven Glasbau zu leisten.



Abbildung 1.2 Glasschwerter im Bauzustand [2]

## 1.3 Aufgabenstellung

Diese Masterarbeit soll als Erweiterung des bestehenden Standes der Forschung, im Bereich Stabilität im konstruktiven Glasbau dienen. Der Schwerpunkt dieser Arbeit ist die Untersuchung der Kippprobleme von Kragträgern aus Verbundsicherheitsglas.

Ziel der Untersuchungen ist:

- Lösung für die Berechnung der ideellen Kipplast für Kragträger
- Definition einflussnehmender Parameter auf das Kippen
- Festlegung von Kippspannungskurven anhand von Simulationen
- Vorschlag eines Bemessungskonzeptes

## 1.4 Vorgehensweise

Die Vorgehensweise dieser Masterarbeit wird stichwortartig beschrieben:

- Erkenntnisse von Glasprodukte: ihre Anwendungsbereiche und mechanische Eigenschaften
  - Erfassung des Standes der Technik
  - Modellieren und Simulation eines Einfeldträgers aus ESG und Vergleich mit der bereits bekannten analytischen Lösung
  - Erweiterung des Verfahrens von Luible für Einfeldträger aus VSG für Kragträger aus VSG
  - Überprüfung der Ergebnisse mithilfe der FEM-Berechnung
  - Simulation des Kippwiderstandes und Berechnung der bezogenen Kippschlankheit und des Abminderungsfaktors
  - Festlegung der Kippspannungskurven
  - Anwendung der Kippspannungskurven für die Nachweisführung
  - Zusammenfassung der Arbeit und Diskussion in die Zukunft im Bereich der Stabilität im konstruktiven Ingenieurbau.
-

## 2. Glas als Werkstoff

### 2.1 Geschichte

Glas ist ein anorganisches festes Material, das in der Regel durch das Schmelzen klar oder transparent hergestellt werden kann. Obsidian, ist ein Vulkanglas, das von Menschen verwendet wurde um daraus Pfeil- und Speerspitzen, Keile sowie Schmucksteine und Amulette zu fertigen. Es gibt verschiedene Angaben über die erste Herstellung von Glas. Aus dem Jahr 3500 v. Chr. stammen die ersten Glasprodukte, in Form von Glasperlen in Mesopotamien. Das erste Glasrezept stammt aus dem Zeitraum 650 v.Chr. von assyrischen König Ashurbanipal (669-626 v.Chr.). Mit der Erfindung der Glasmacherpfeife von ca. 2000 v.Chr. konnten dünnwandige Gläser hergestellt werden. Im Mittelalter werden in Venedig die Flaschenhersteller sehr berühmt und somit wird die Stadt zum Mittelpunkt der europäischen Glastradition. Die Verwendung von Glas im Bauwesen war am Anfang sehr beschränkt, meistens als kleine Fenster. Der Bau großer gotischen Kathedralen ermöglichte die Verwendung von aufwendigen Fenstern aus farbigem Glas (Abbildung 2.1).

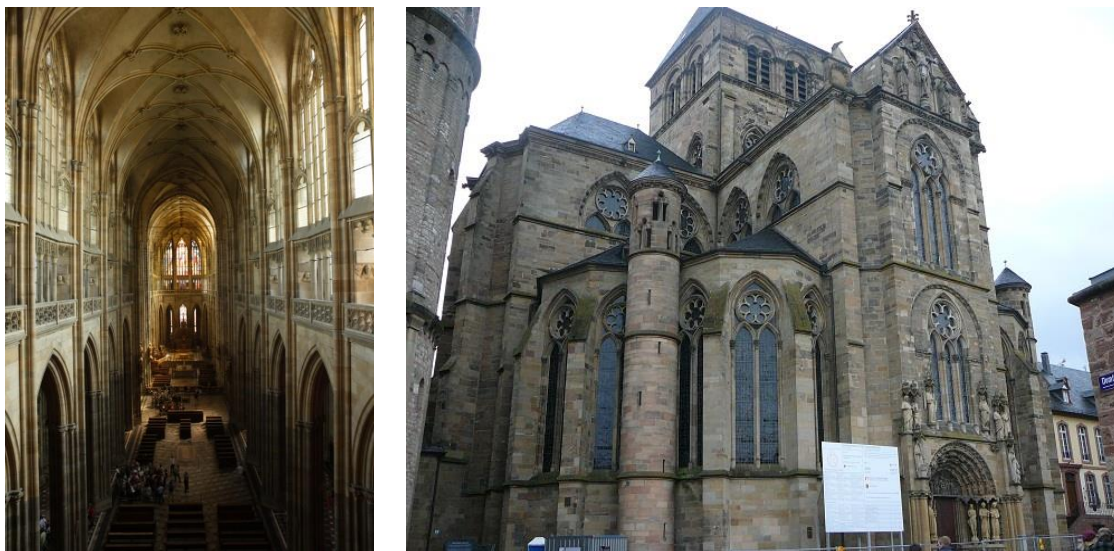


Abbildung 2.1 Gotische Kathedralen – Links: Veitsdom in Prag [14]; Rechts : Liebfrauenkirche in Trier[15]

Mit der Einführung von Eisen und anderen Baumaterialien im 19 Jahrhundert nahm auch Glas in der Architektur eine neue Funktion. Somit wurden die Konstruktionen aus Glas in Kombination mit Stahl eines der beliebtesten Bauweise die heutzutage noch aktuell ist. Der

Kristallpalast (Abbildung 2.2 links), der im Jahr 1851 in London gebaut wurde, ist Vertreter der ehrgeizigsten Projekte aus Glas seiner Zeit und besteht aus ca. 300000 Glasplatten.

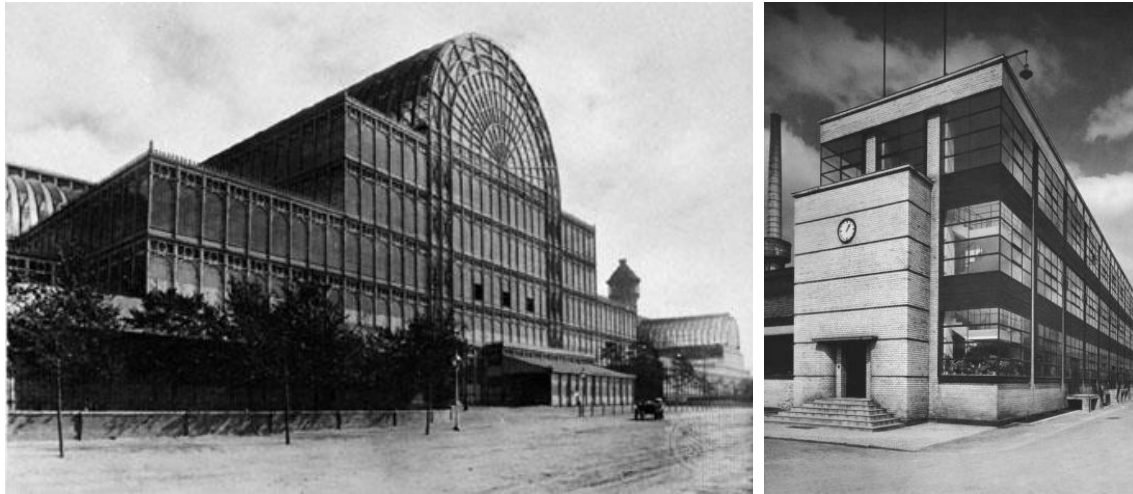


Abbildung 2.2 Links: Der Kristallpalast in Sydenham Hill, London [16], Rechts: Das Fagus-Werk in Alfeld an der Leine [17]

Im 20. Jahrhundert wurde Glas als tragendes Element eingesetzt. Das im Jahr 1911 errichtete Fagus-Werk (Abbildung 2.2 rechts) ist eine von den Architekten Alfred Gropius und Adolf Meyer entworfene Schuhleistenfabrik, die durch ihre Fassadengestaltung zu der ersten architektonischen Moderne eingestuft wurde. Das Werk ist seit 1946 unter UNESCO-Denkmalenschutz und seit 2011 zum UNESCO-Weltkulturerbe.

Mit der Entwicklung des Floatglasverfahrens von Sir Alastair Pilkington im Jahr 1959, wird Floatglas als kostengünstiges und hochwertiges Massenprodukt erzeugt und als Baustoff angewendet werden. [1]

Der Umstand, dass viele Projekte nicht für den dauerhaften Aufenthalt von Menschen geplant wurden und daher geringere Sicherheiten angenommen werden konnten, wirkte sich positiv auf die Gestaltung aus.

Der einzigartige Transparenzeindruck und die Gestaltung der Gewächshäuser vom Palmhaus (Abbildung 2.3) in den botanischen Garten in Kew bei London, stellte durch teils gebogenen und statisch wirksamen Glasscheiben zum einen der innovativsten Konstruktionen dieser Zeit dar. [3]



Abbildung 2.3 Königlicher Botanischer Gärten in Kew bei London [18]

Neben der tragenden Funktion von Glas, werden in der modernen Architektur bei der Planung der Konstruktion auch die bauphysikalischen Aspekte, wie Schall- und Wärmeschutz, berücksichtigt. In der Abbildung 2.4 ist beispielsweise das Atrium der Stadtparkasse Köln dargestellt wo der Schall, an der innen liegenden Dachkonstruktion aus Hauptträgern aus Stahl und Nebenträgern aus Glas, gebrochen wird.



Abbildung 2.4 Dachkonstruktion Atrium Stadtparkasse, Köln [19]

## 2.2 Floatglas

### 2.2.1 Chemische Zusammensetzung

Glas gehört zu einer chemisch anorganischen Gruppe amorpher Feststoffe und ist ein Schmelzprodukt. Für die Verwendung des Glases im Bauwesen wird vorwiegend Kalk-Natron-Glas eingesetzt und besteht aus folgenden Bestandteilen [4]:

Siliciumdioxid ( $\text{SiO}_2$ )	69% - 74%
Calciumdioxid ( $\text{CaO}$ )	5% - 12%
Natriumdioxid ( $\text{Na}_2\text{O}$ )	12% - 16%
Magnesiumdioxid ( $\text{MgO}$ )	0% - 6%
Aluminiumdioxid ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ )	0% - 3%

### 2.2.2 Physikalische Eigenschaften

Im Gegensatz zu konventionellen duktilen Baustoffen weist Glas ein linear-elastisches Materialverhalten auf und beim Erreichen der Bruchdehnung ohne große plastische Verformungen ein schlagartiges Versagen zur Folge hat. Ein Vergleich der Spannungs-Dehnungs-Diagramme mit dem Baustoff Stahl ist in der Abbildung 2.5 dargestellt. [5]

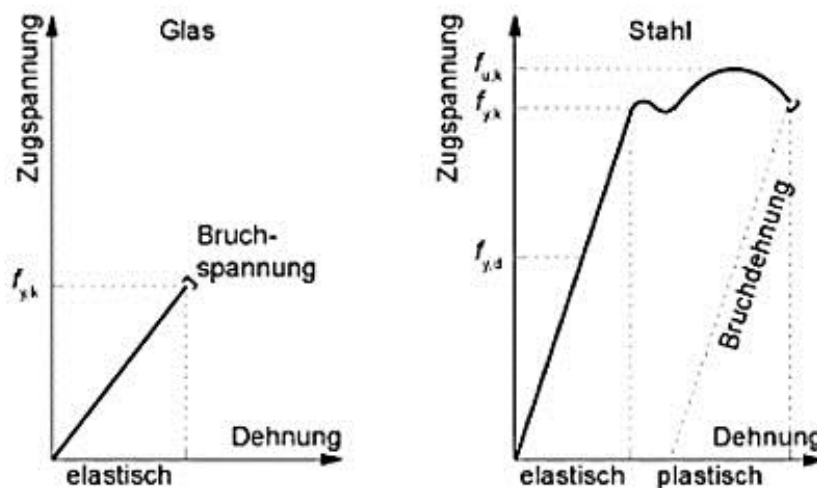


Abbildung 2.5 Qualitative Darstellung der Spannungs-Dehnungs-Diagramme von Glas und Stahl im Vergleich [21]

Die Eigenschaften der Glasoberfläche (Diskontinuitäten, Mikrorisse, Kerbstellen und Spannungsspitzen) und die Belastungsdauer haben einen wesentlichen Einfluss auf die Festigkeit des Glases. Glas hat eine höhere Druckfestigkeit als Baustahl S235. Die Prüfbiegezugfestigkeit von Glas ist zwar viel geringer als die Druckfestigkeit aber noch immer

höher als das Nadelholz mit einer Zugfestigkeit von ca. 10 bis 35 N/mm<sup>2</sup>. Die mittlere Zugfestigkeit von Glas liegt bei 45 N/mm<sup>2</sup>. Für das thermisch vorgespannte Glas ESG beträgt die Prüfbiegezugfestigkeit 120 N/mm<sup>2</sup>. [4]

Tabelle 1 Eigenschaften von Floatglas [4]

Dichte	$\rho$	2500 kg/m <sup>3</sup>
Elastizitätsmodul	E	70000 N/mm <sup>2</sup>
Poissonzahl	$\nu$	0.23
Wärmeausdehnungskoeffizient	$\alpha_T$	9x10 <sup>-6</sup> °C <sup>-1</sup>
Temperaturwechselbeständigkeit	$\Delta T$	30 bis 40 °C
Druckfestigkeit	$f_c$	bis 600 N/mm <sup>2</sup>
Prüfbiegezugfestigkeit	$f_t$	45 N/mm <sup>2</sup>

Das Bruchbild des Floatglases ist für bestimmte Anwendungen wie zum Beispiel die Überkopfverglasung zu beachten, da die spitzen Splitter, die beim Bruch eines Floatglases fallen, eine Gefahr darstellen und als Glastrennwände nur eingeschränkt verwendet werden können.



Abbildung 2.6 Bruchbild von Floatglas [22]

### 2.2.3 Herstellung von Floatglas

Durch das heute in der Glasherstellung dominierende Floatverfahren, das von dem britischen Unternehmen Pilkington entwickelt wurde, wird Glas in enormer Oberflächenqualität erzeugt ohne nachträgliche Bearbeitung. Mit diesem Verfahren werden ca. 95% aller Glaserzeugnisse hergestellt. [5] Das Verfahren der Herstellung des Floatglases ist in der Abbildung 2.7 dargestellt.

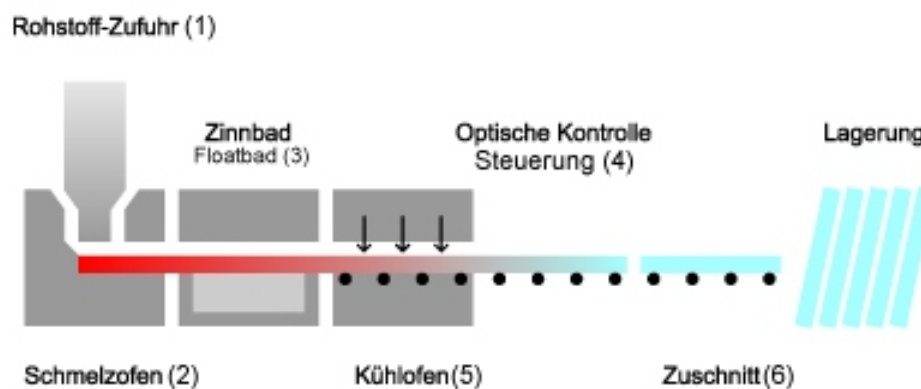


Abbildung 2.7 Prinzipskizze des Floatprozesses [23]

“Die flüssige Glasmenge wird kontinuierlich bei einer Temperatur von etwa 1500°C in eine erste Kammer gefüllt. In einer zweiten Kammer befindet sich flüssiges Zinn. Dieses Metall ist einerseits bei 600°C bereits flüssig und entwickelt andererseits bei etwa 1100°C noch keinen störenden Dampfdruck. Das flüssige Glas schwimmt auf der spiegelglatten Zinnoberfläche und kühlt über eine Länge von etwa 70 m von 1100°C auf 600°C ab. Glas hat keinen Schmelzpunkt sondern geht bei Abkühlung kontinuierlich von einem flüssigen in einem teigigen und dann festen Zustand über. Der Transformationsbereich vom teigigen zum festen Zustand liegt bei etwa 640°C. In der darauf folgenden Kammer wird das Glas über Rollen kontinuierlich gezogen und kühlt dabei weiter ab. Mit der Ziehgeschwindigkeit kann die Glasstärke gesteuert werden. Anschließend wird das Floatglas geschnitten und gelagert“.

[4]



## 2.3 Glasprodukte im konstruktiven Glasbau

Um die Eigenschaften der Glasoberfläche zu verbessern und damit die Beanspruchbarkeit zu erhöhen, können Gläser thermisch oder chemisch vorgespannt werden. Beim chemischen Verfahren werden die Gläser in eine Salzsäure eingetaucht und dabei wird an der Glasoberfläche ein Ionenaustausch ausgelöst. Dabei wird eine homogene Druckspannung an der Glasoberfläche erzeugt. Weil das Verfahren zeitintensiv und kostspielig ist, werden diese Produkte selten eingesetzt.

Das thermisch vorgespannte Glas (TVG) entsteht durch langsames Erhitzen und anschließendes rasches Abkühlen der Oberflächen, üblicherweise mittels Luftdüsen. Durch den Abkühlvorgang entsteht im Glas ein Eigenspannungszustand, bei dem die Oberflächen und Glaskanten Druckspannung aufweisen während im inneren des Glases Zugbeanspruchung entsteht. [5]

Durch Einlegen eines Drahtgewebes in die noch flüssige Glasmasse entsteht Drahtglas als Gussglas. Der Vorteil besteht darin, dass beim Bruch keine Glasscheiben herausfallen. [1]

### 2.3.1 ESG (Einscheibensicherheitsglas)

Die Herstellung des Einscheibensicherheitsglases erfolgt durch Erhitzen der Glasscheibe auf 600 bis 700°C und durch eine Abkühlung mit Kaltluft. Durch die innere Zug- und äußere Druckspannung, die in der Scheibe entstehen, wird die mögliche Biegebruchfestigkeit erhöht, da zum Bruch führende Mikrorisse und Kerbstellen überdrückt werden. [1]

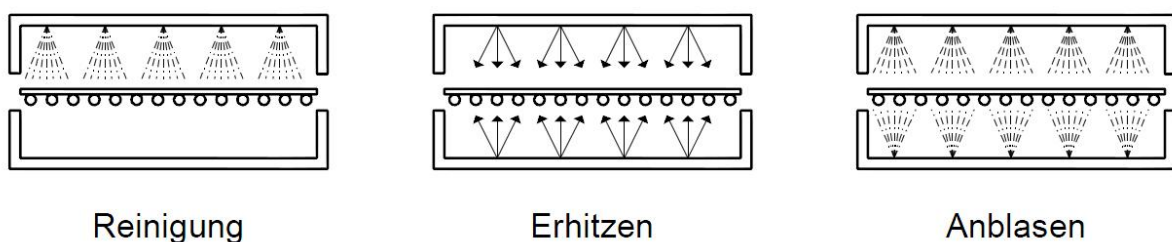


Abbildung 2.8 Herstellung von thermisch vorgespanntem Glas (ESG) [4]

Im Vergleich zum Floatglas, besitzt das ESG eine höhere Biegezugfestigkeit und eine deutlich erhöhte Temperaturwechselbeständigkeit und Schlagfestigkeit.

Durch die Behandlung wird in der Scheibe ein im Gleichgewicht befindlicher Spannungszustand aufgebaut, dabei entstehen die Oberflächen unter Druckbeanspruchung und das Scheibeninnere unter Zugspannung.

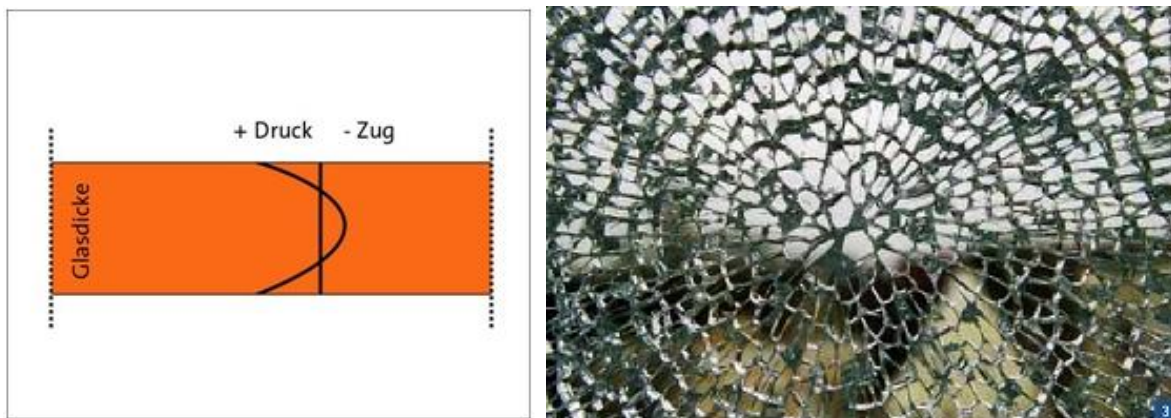


Abbildung 2.9 Links: Spannungsverteilung über den Querschnitt bei ESG [24]; Rechts: Bruchbild eines ESG [25]

### 2.3.2 ESG-H (Heißgelagertes Einscheibensicherheitsglas)

Durch die nicht sichtbaren Nickelsulfideinschlüsse kann beim ESG ein Spontanbruch ohne Lasteinwirkung auftreten. Diese besitzen einen großen Temperaturexpansionskoeffizienten, der zu einem schlagartigen Bruch ohne Vorankündigung führen kann. Das lässt sich durch eine zusätzliche Heißlagerung bei ca. 290°C verhindern. Die Schmetterlingsform ist eine charakteristische Form eines Spontanbruchs.

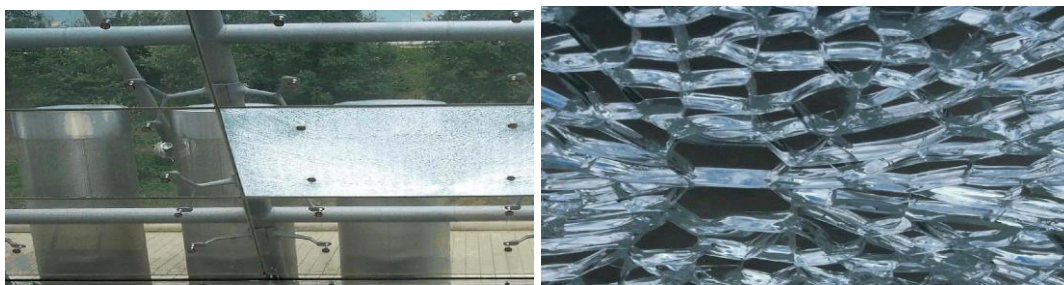


Abbildung 2.10 Spontanbruch bei ESG [4]

### 2.3.3 TVG (Teilvorgespanntes Glas)

Von der Erzeugung her ist das Teilvorgespannte Glas (TVG) ähnlich dem Einscheibensicherheitsglas (ESG) mit einem geringeren Vorspanngrad. Im Gegensatz zum ESG ist der Abkühlprozess beim TVG langsamer. Die charakteristische Prüfbiegezugfestigkeit beträgt  $70 \text{ N/mm}^2$  bei TVG und  $40 \text{ N/mm}^2$  bei emailliertem, teilemailliertem oder mit Keramikfarbe bedrucktem TVG. [4] Im Bruchbild von TVG (Abbildung 2.11) sind die Splitter größer und keine spitze Splitter wie beim Floatglas erkennbar.



Abbildung 2.11 Bruchbild von TVG [26]

### 2.3.4 VSG (Verbund-Sicherheitsglas)

Beim Bruch der Verbundgläser, bei einer oder mehreren Scheiben, soll ein Totalversagen der Verglasung ausgeschlossen werden. Dabei muss eine entsprechende Resttragfähigkeit aufgewiesen werden und die Splitterbindung gewährleisten, um die Verletzungsgefahr durch herabfallende Scherben zu vermindern. Dadurch soll die Verglasung auch im gebrochenen Zustand in der Rahmenkonstruktion verbleiben um eine Sicherung des betroffenen Bereichs und den Austausch des Bauteils ermöglichen zu können. [5]

In der Regel besteht der Aufbau des VSG aus mindestens zwei Glasscheiben und einer Zwischenschicht aus PVB-Folie (Polyvinyl-Butyral). Die Glasscheiben können aus Floatglas, TVG oder ESG bestehen. Die PVB-Foliendicke beträgt  $0.38 \text{ mm}$  und wird je nach Bedarf in zwei-, vier- oder sechslagig zum Einsatz gebracht. Das Schubtragverhalten der PVB-Folie ist von der Belastungsdauer und Temperatur abhängig. Bei Raumtemperatur beträgt die Zugfestigkeit der Folie eine Reißfestigkeit mehr als  $20 \text{ N/mm}^2$  und eine Bruchdehnung von über  $250\%$ . [4]

Durch Zusammenlegen und -drücken der Glasscheiben mit der PVB-Folie erfolgt die Herstellung des Verbundglases. Nach einer Behandlung unter Druck (ca. 12-14 bar) und Temperatur (ca. 140°C) in einem Autoklav, entsteht das VSG (Abbildung 2.12).

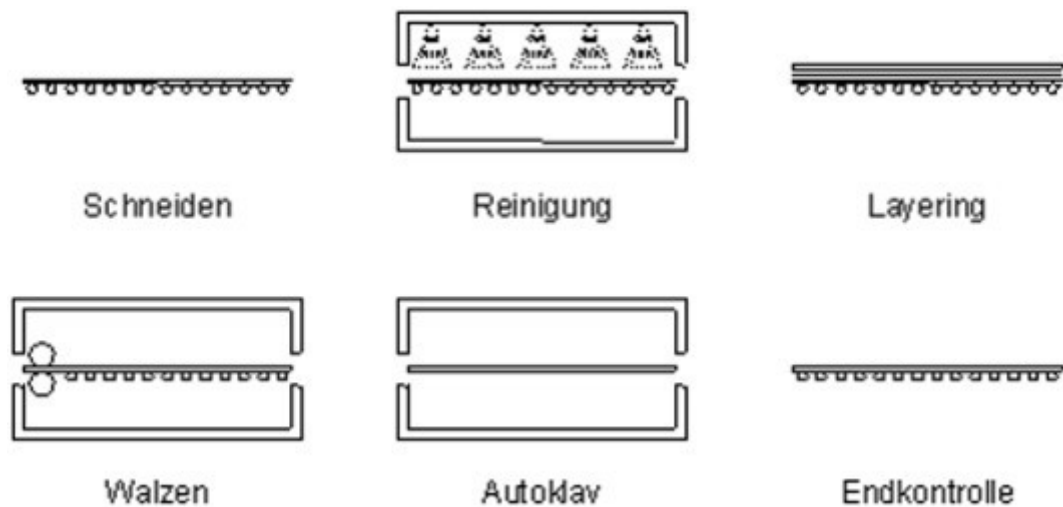


Abbildung 2.12 Herstellung von VSG [20]

### Resttragfähigkeit

Unter Resttragfähigkeit versteht man den Widerstand des VSG bei einem verformten System bis zum vollständigen Versagen. Neben der Glasart hat die Lagerungsart einen wesentlichen Einfluss auf die Resttragfähigkeit des VSG (Tabelle 2 und 3).

Tabelle 2 Resttragfähigkeit von VSG für verschiedene Glasarten [20]

#### Resttragfähigkeit für verschiedene Glasarten

Resttragfähigkeit bei Zerstörung aller Scheiben	gering	mäßig	gut	sehr gut
VSG aus Floatglas				x
VSG aus ESG	x			
VSG aus TVG			x	
VSG aus ESG + TVG		x		
Drahtglas		x		

Tabelle 3 Resttragfähigkeit von VSG für verschiedene Lagerungsarten [20]

**Resttragfähigkeit für verschiedene Lagerungsarten bei Verwendung von VSG**

Resttragfähigkeit bei Zerstörung aller Scheiben	gering	mäßig	gut	sehr gut
vierseitige Lagerung				x
zweiseitige Lagerung	x			
Punktlagerung mit Tellerhaltern			x	
Punktlagerung mit versenkten Haltern		x		

Die Resttragfähigkeit wird von der Wahl der Glasart enorm beeinflusst. Beispielsweise ist besonders bei einer Punktlagerung die Resttragfähigkeit von VSG aus ESG erheblich geringer gegenüber der von VSG aus Floatglas und VSG aus TVG. [6]

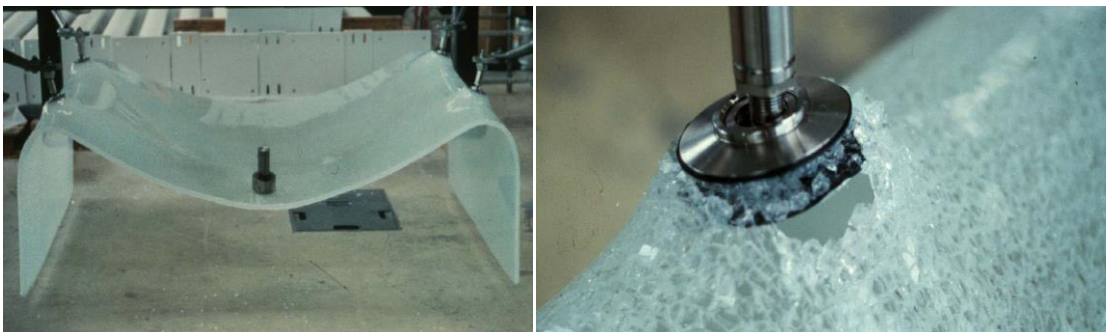


Abbildung 2.13 VSG aus ESG mit Punkthalter [20]

**Schubverbund**

Bei Temperaturen unter 40°C und einer kurzzeitigen Belastung wird bei einem VSG eine Verbundwirkung entstehen, die zu einem vollen Verbund nahezu kommt. Schubverbund kann sowohl auch bei Langzeitlasten, sehr hoch, als auch bei Raumtemperaturen, teilweise, entstehen dafür aber bei hohen Temperaturen, ab 50°C, fast kein. [6]

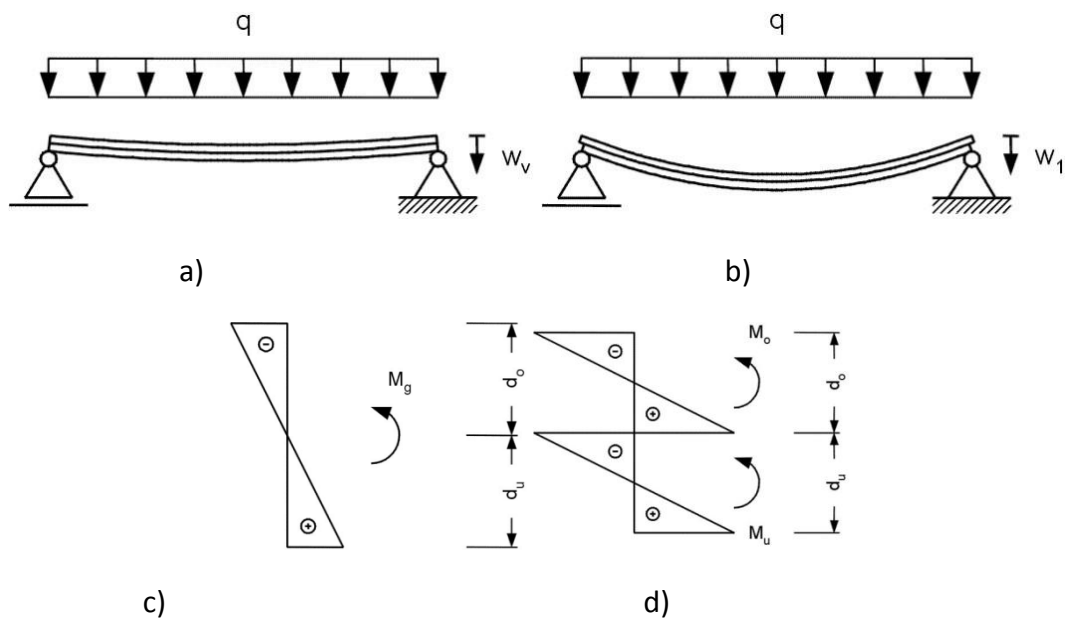


Abbildung 2.14 Schubverbund bei Verbundgläsern :a) Verformung einer Verbundglasscheibe bei vollem Schubverbund; b) Verformung einer Verbundglasscheibe bei fehlendem Schubverbund; c) Spannungsverteilung bei vollständigem Schubverbund; d) Spannungsverteilung ohne Schubverbund[27]

Laut der [ÖNORM B 3716-1] darf bei Vertikalverglasungen unter Windbelastung ein Schubmodul der PVB-Folie von  $0.4 \text{ N/mm}^2$ , mit elastischem Tragverhalten, für die Berechnung von Verformungen und Spannungen eingesetzt werden. Hinsichtlich der Stoßbelastungen darf sogar voller Verbund angenommen werden [4].

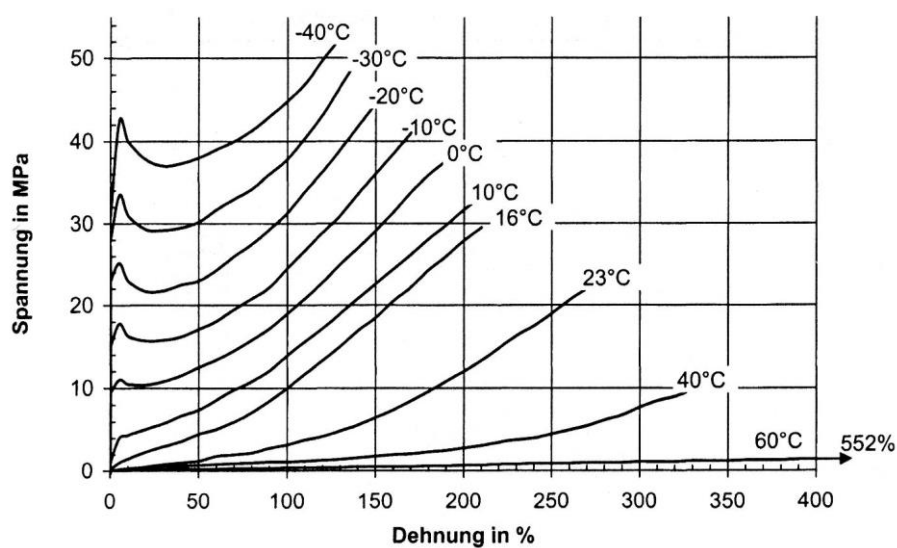


Abbildung 2.15 Spannungs-Dehnungslinien der PVB-Folie bei verschiedenen Temperaturen [4]

Das von einem der weltweit größten Konzernen der Welt hergestellte SentryGlas Plus (SGP), ist ein alternatives Produkt für die Zwischenschicht von VSG und besitzt eine höhere Anfangsfestigkeit als die PVB-Folie (Abbildung 2.16).

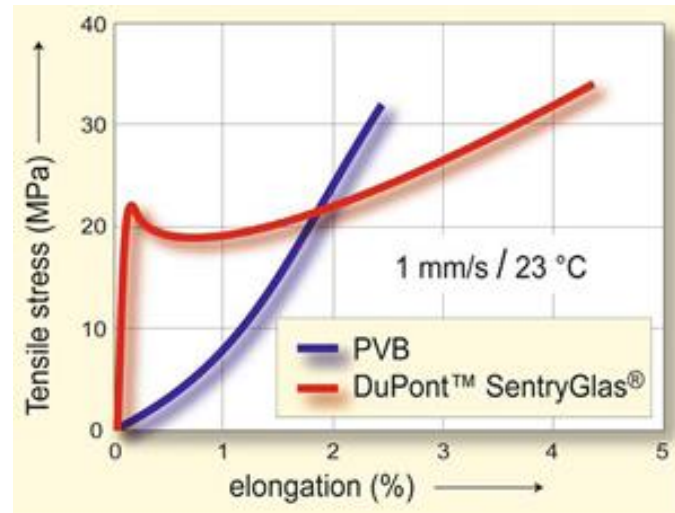


Abbildung 2.16 Vergleich der Kurzzeitbeanspruchung PVB-SentryGlas Plus

[7]

Die Steifigkeit der SentryGlas ist ca. 100 mal höher als die von der PVB-Folie und bleibt bei Dauertemperaturen von bis zu 70° C erhalten. Die Verwendung von SentryGlas besteht darin, dass es zur Minderung der Scheibendicke kommt und dabei das Gewicht reduziert wird. [2]

### Bruchverhalten

Das Bruchverhalten eines Glasträgers ist schwer beschreibbar. Im Gegensatz zum Stahl, ist Glas aus verschiedenen Gründen komplexer (Abbildung 2.17).

Wesentliche Unterscheidungsunkte sind:

- aufgrund der schlanken Querschnitte ist der Ort der maximalen Biegezugspannung im Glasträger nicht eindeutig bestimmbar
- aus dem Anteil der thermischen Vorspannung und der Eigenzugfestigkeit  $f_i$  von Glas setzt sich der maßgebende Materialwiderstand (effektive Biegezugfestigkeit  $\sigma_{p,t}$ ) zusammen

- die Vorspannung  $\sigma_p$  ist über den gesamten Glasquerschnitt nicht konstant
- an der Glasoberfläche wird die Eigenzugfestigkeit  $f_i$  des Glases vom Schädigungsgrad bestimmt und da diese stark variiert kann es die Eigenzugfestigkeit stark schwanken [8]

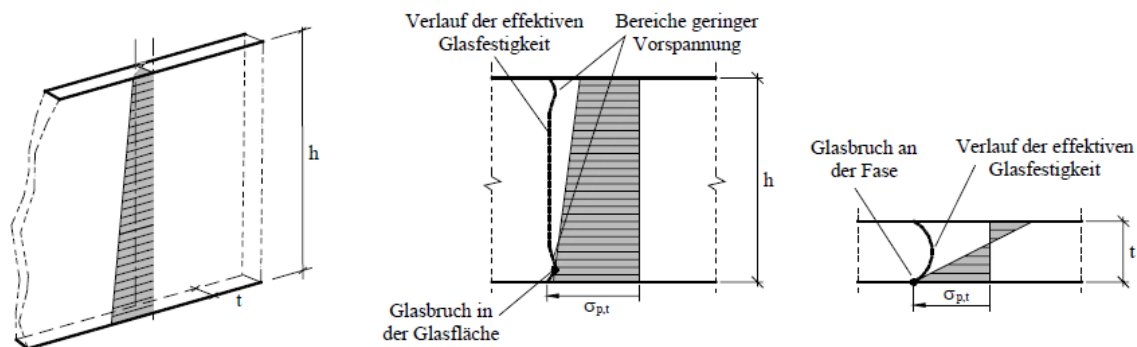


Abbildung 2.17 Typische Lage der Initialbrüche: schmaler Querschnitt [13]

### Überkritisches Verhalten

Bei einem VSG-Träger kann es dazu kommen, dass die aufnehmbare Kraft die ideale Kipplast überschreitet, bevor die effektive Biegezugfestigkeit im Glas erreicht ist.

Inwieweit diese Tragreserve in der Praxis ausgenutzt werden kann, ist fraglich, da entsprechend große Verformungen des Trägers notwendig sind diesen Spannungszustand aufzubauen. Dennoch könnte dieses überkritische Tragverhalten bei der Ermittlung des Kippwiderstandes als zusätzliche Systemsicherheit berücksichtigt werden. [8]



# 3. Grundlagen der Kipptheorie

## 3.1 Stabilitätstheorie allgemein

Die Druckbeanspruchung ist die Ursache für die drei Stabilitätsfälle Knicken, Kippen und Beulen und dadurch entsteht eine Exzentrizität wo die Schnittkräfte und die Verformung erhöht werden. Im Gegensatz zur Theorie I. Ordnung, wo die Gleichgewichtsgleichungen nicht am unverformten Tragwerk gebildet werden, werden die Schnittkräfte nach der Theorie II. Ordnung am verformten Tragwerk gerechnet unter Berücksichtigung der Verformung des Tragwerkes. [9]

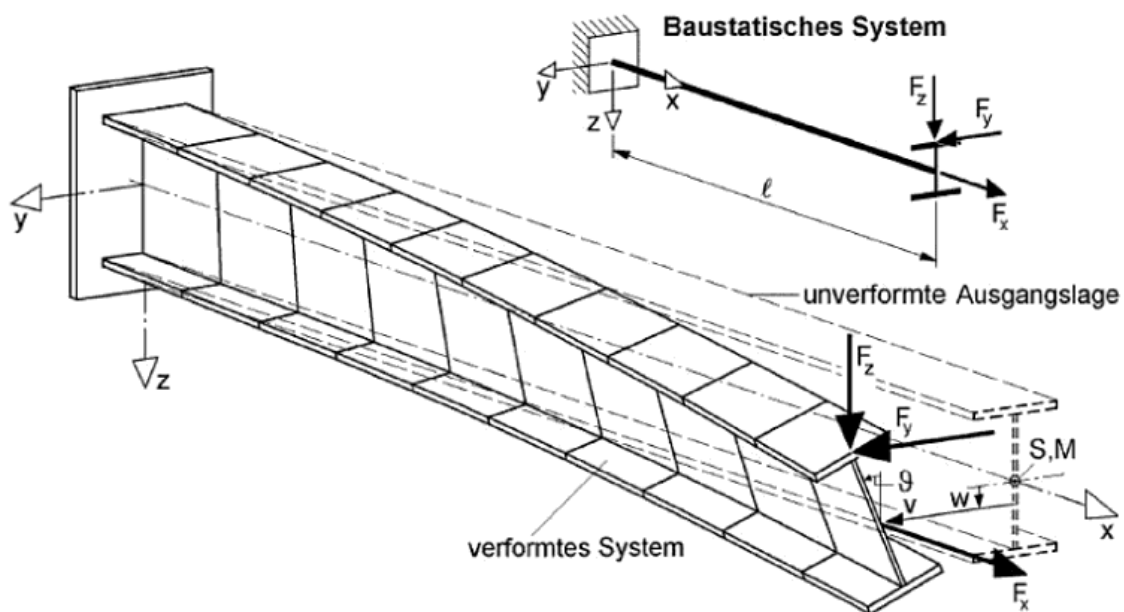


Abbildung 3.1 Grundsatzbeispiel Kragträger [9]

In der Stabilitätstheorie lassen sich drei Typen von Gleichgewichtslagen unterscheiden:

- Stabiles Gleichgewicht, dabei kehrt der Körper in die Anfangslage.
- Indifferentes Gleichgewicht, hier nimmt der Körper nach einer kleinen Auslenkung eine neue Gleichgewichtslage ein.
- Labiles Gleichgewicht, der Körper befindet sich im Gleichgewicht, kann aber nach einer kleinen Auslenkung fortbewegen.

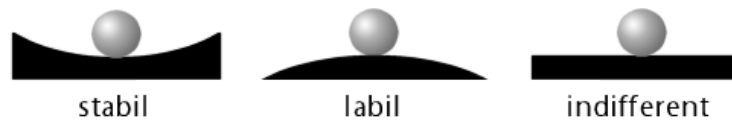


Abbildung 3.2 Illustration der Gleichgewichtsarten: Kugel [10]

Das Stabilitätsproblem Knicken, tritt auf, wenn die äußere Drucklast am Träger die kritische Knicklast erreicht hat. Die kritische Knicklast nach Euler ist:

$$N_{cr,K} = \frac{\pi^2 \cdot EI}{L_k^2} \quad (3.1)$$

E     Elastizitätsmodul

I     Trägheitsmoment des Stabes

$L_k$      Knicklänge

Im konstruktiven Glasbau kann es zum Kippen eines Trägers kommen wenn er auf Biegung um die starke Achse belastet wird. Dazu kommt es wenn die kritische Kipplast bzw. das ideelle Kippmoment erreicht wird und zu Folge eine seitliche Verschiebung und Verdrehung des Querschnitts hat.

$$M_{cr,D} = \frac{\pi}{L_D} \sqrt{GK EI_z \left(1 + \frac{\pi^2 EI_\omega}{L_D^2 GK}\right)} \quad (3.2)$$

$L_D$      Kipplänge

G     Schubmodul

K     Saint-Venant'sche Torsionskonstante

GK     Torsionssteifigkeit

E     Elastizitätsmodul

$EI_z$      seitliche Biegesteifigkeit

$I_\omega$      sektorielles Trägheitsmoment

$EI_\omega$      Wölbsteifigkeit

Beim Versagen einer Scheibe durch eine Druckbeanspruchung in der Scheibenebene infolge Beulen kommt es zu Verformungen senkrecht zu seiner Ebene. Die ideale Beullast einer Scheibe lässt sich nach folgender Formel berechnen:

$$N_{x,cr,p} = \left( \frac{mb}{a} + \frac{a}{bn} \right)^2 \cdot \frac{\pi^2 E t}{12(1-\nu^2)} \left( \frac{t}{b} \right)^2 \quad (3.3)$$

- E     Elastizitätsmodul
- t     Plattendicke
- $\nu$      Querdehnungszahl
- m     Anzahl der Halbwellen der Beulfigur in x-Richtung
- n     Anzahl der Halbwellen der Beulfigur in y-Richtung

### 3.2 Kippen im Stahlbau nach EN 1993-1-1

Für einen auf Biegung beanspruchten Träger, der am Druckgurt nicht kontinuierlich gehalten wird, ist in der Regel folgender Nachweis gegen Biegedrillknickversagen zu erbringen [10]:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}} \leq 1.0 \quad (3.4)$$

Dabei ist

$M_{Ed}$      der Bemessungswert des einwirkenden Biegemoments;

$M_{b,Rd}$      der Bemessungswert der Biegedrillknickbeanspruchbarkeit:

$$M_{b,Rd} = X_{LT} \cdot W_y \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}} \quad (3.5)$$

$X_{LT}$  ist der Abminderungsfaktor für das Biegedrillknicken:

$$X_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}} \leq 1,0 \quad (3.6)$$

Dabei ist

$$\Phi_{LT} = 0,5 \left[ 1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - 0,2) + \bar{\lambda}_{LT}^2 \right] \quad (3.7)$$

$\alpha_{LT}$  der Imperfektionsbeiwert für die maßgebende Knicklinie für das Biegedrillknicken;

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_y f_y}{M_{cr}}} \quad (3.8)$$

$M_{cr}$  das ideale Biegedrillknickmoment.

### 3.3 Stand der Forschung - Kippen im konstruktiven Glasbau

Im konstruktiven Glasbau gibt es bisher keine geltende Regelungen oder Vorschriften. Es liegen nur wenige Forschungsergebnisse vor.

Die Herstellungsverfahren, Maße, Toleranzabweichungen und Eigenschaften für Basisglasprodukte, werden auf europäischer Ebene in Produktnormen geregelt. Die Produkte, die diese Anforderungen erfüllen, werden durch eine Herstellererklärung oder eine Zertifizierung einer anerkannten Prüfstelle in Europa mit dem CE-Zeichen gekennzeichnet. Beispiele für Produktnormen sind [2]:

EN 572 für Basiserzeugnisse aus Kalk-Natronglas

EN 12150 für vorgespanntes Glas (ESG und ESG-H)

EN 1863 für teilvorgespanntes Glas (TVG)

EN ISO 12543 für Verbundglas und Verbund-Sicherheitsglas.

Die ersten Untersuchungen liefert Güssen in [11]. Hier werden die theoretischen Grundlagen zur Bemessung von Glasträgern auf Biegung um die starke Achse, Biegung um die schwache Achse und Biegedrillknicken gegeben. Jedoch sind die Ergebnisse durch Versuche oder FEM-Berechnungen nicht überprüft worden.

Die ersten experimentellen Untersuchungen führte Kasper in [12] durch. Hier wurden gabelgelagerte Glasträger aus ESG und TVG untersucht, und die Ergebnisse mit den Versuchen und mit einem numerischen Model verglichen.

Luible in [8] führt an der EPFL Lausanne eine detaillierte Untersuchung kippgefährdeter Glasträgern aus ESG und VSG. Der Schwerpunkt dieser Studie ist die Entwicklung eines analytischen Berechnungsmodells nach linear-elastischer Kipptheorie. Weiterhin ist eine Lösung für die Berechnung effektiver Biege- und Torsionssteifigkeiten und damit eine Anwendung von analytischen Formeln von Einfachglas für Verbundsicherheitsgläser

vorgeschlagen. Die Validierung der Ergebnisse erfolgt durch experimentelle Untersuchungen und numerische Simulationen mithilfe von FEM-Berechnungen.

Ein weiterer Beitrag, im Rahmen der Biegedrillknick-Experimente an der RWTH Aachen hat Kasper in [12] geleistet. Hier wurden Lösungen für Grundlastfälle gegeben, für ESG- und VSG-Träger, die als Bemessungskonzept nach Theorie II. Ordnung angewandt werden können. Festgestellt wurde, dass der Versuchsaufbau nicht den in der Wirklichkeit auftretenden Lagerbedingungen entspricht.

Kasper und Luble stellten fest, dass eine Bemessung nach Theorie II. Ordnung zu fehlerhaften Ergebnissen führen kann, da die allgemeinen Ansätze dieser Theorie, die im Glasbau üblichen großen Verformungen nicht richtig abbilden können. [13]

Holberndt in [13] entwickelte ein praxisgerechtes und wirtschaftliches Bemessungskonzept für das Biegedrillknicken. Dabei sind folgende Untersuchungen durchgeführt worden:

- Experimentelle Bestimmung von Material- und Trägerkennwerten : Abmessungen, E-Modul, Querdehnzahl, Biegezugfestigkeit, Torsions- und Wölbträgheitsmoment und Imperfektionen
- Experimentelle Biegedrillknickuntersuchungen mit folgenden Beanspruchungen: Einzellast, Einzellast mit seitlicher Stützung, einseitiges Endmoment und beidseitiges Endmoment
- Kalibrierung eines FE-Modells und Nachrechnung der experimentellen Biegedrillknickuntersuchungen
- Analytische und numerische Untersuchungen zum idealen Biegedrillknickmoment
- Ermittlung des Teilsicherheitsbeiwertes  $\gamma_M$

Für diese Untersuchung wurde die Verbundwirkung der PVB-Folie bei VSG-Träger vernachlässigt.

J. Belis et al. in [14] führten eine Reihe von versuchstechnischen und numerischen Untersuchungen kippgefährdeter Glasträger aus VSG. Dabei wurden 55 Träger mit unterschiedlichen Querschnittsabmessungen und unterschiedliche Glasarten (Floatglas, ESG und TVG) untersucht. Die Kiplänge betrug bei allen Trägern 3000 mm. Die Zwischenschicht bestand aus PVB mit einer Dicke von 1.52 mm und aus SentryGlas 2.28 mm.

Tabelle 4 Übersicht der untersuchten Trägern

Series	Glass type	Interlayer material <sup>a</sup>	Length $L$ (mm) <sup>b</sup>	Height $h$ (mm)	Length/height $L/h$ (-)	Glass thickness $t$ (mm)	Number of specimens	Origin
B	AN	PVB	3000	120	25	2 × 6	4	EU
A		PVB	3000	120	25	2 × 8	4	EU
C		PVB	3000	150	20	2 × 6	4	EU
D		PVB	3000	150	20	2 × 8	4	EU
F		PVB	3000	300	10	2 × 10	5	Asia
S	HS	PVB	3000	300	10	2 × 10	5	Asia
E	FT	PVB	3000	200	15	2 × 6	8	EU
T		PVB	3000	300	10	2 × 10	5	Asia
G		SG	3000	200	15	2 × 6	4	EU
I		SG	3000	200	15	2 × 8	4	EU
H		SG	3000	300	10	2 × 6	4	EU
J		SG	3000	300	10	2 × 8	4	EU
							55	

Die wichtigsten Aussagen dieser Untersuchungen sind im Folgenden stichwortartig aufgeführt:

- Die Glasart ist ein wichtiger Faktor, sollte sorgfältig bei der Interpretation der Versuchsergebnisse berücksichtigt werden
- Die Trägerimperfektionen müssen in den Versuchen berücksichtigt werden
- Die Dickenabweichung aus dem Nennwert soll bei den Berechnungen eingesetzt werden
- Schließlich sei darauf hingewiesen, dass die oben genannten Schlussfolgerungen, wurden von einem gründlichen Vergleich der experimentellen und numerischen Ergebnissen abgeleitet.

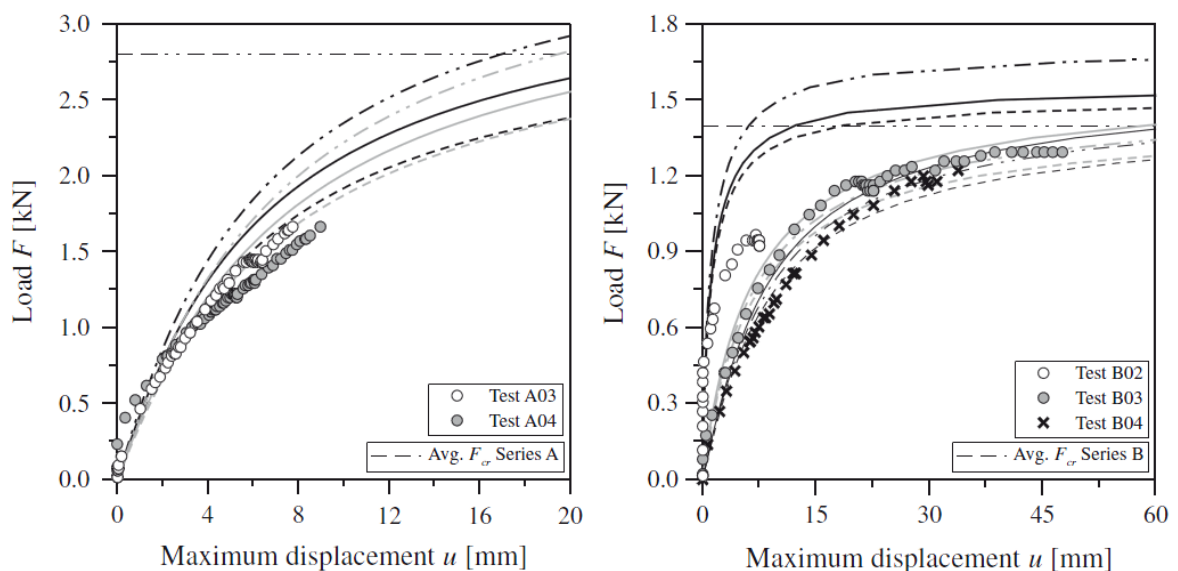


Abbildung 3.3 Vergleich der Last-Verschiebungs-Diagrammen aus den Versuchen und aus der analytischen Gleichung [14]

### 3.3.1 Untersuchung des Tragverhaltens von kippgefährdeten Glasträgern an der EPFL Lausanne

An der EPFL Lausanne ist eine Reihe von Untersuchungen für die drei Stabilitätsprobleme von Luible durchgeführt worden.

Als Erstes leitet Luible in [8] die Formel für das kritische Kippmoment eines monolithischen Glasträgers ab:

$$M_{cr,D} = C_1 \cdot \frac{\pi^2 \cdot EI_z}{L_D^2} \left[ \sqrt{C_2 \cdot z_a + \frac{GK \cdot L_D^2}{\pi^2 EI_z}} + C_2 \cdot z_a \right] \quad (3.9)$$

$C_1, C_2$     Beiwert für die Berücksichtigung der Biegemomentenverteilungen

$z_a$         Abstand zwischen Lastangriffspunkt und Schubmittelpunkt

Die Formel gilt für:

- unverformter Träger mit doppelsymmetrischem und konstanten Querschnitt
- Träger ohne Imperfektionen
- freies Kippen (ohne seitliche Halterungen)
- ideale Gabellagerung des Trägers
- linear-elastisches Materialverhalten
- Trägermoment  $I_z$  kleiner als  $I_y$
- kleine Verformungen ( $\sin\varphi \approx \varphi$ ,  $\cos\varphi \approx 1$ ) [8]

Eine FEM-Berechnung erfolgt in dem Programm ANSYS 6.1. Die Glasscheiben werden als 8-Knoten Schalenelemente erstellt.

Die Genauigkeit der Berechnung des ideellen Kippmoments hängt von der Träbergeometrie und der Art der Belastung ab. Je länger der Träger im Vergleich zu seiner Höhe ist, desto geringer ist der Unterschied zwischen den analytisch und numerisch ermittelten ideellen Kippmoment. [8]

Bei einem kippgefährdeten Glasträger mit konstantem Biegemoment, kann die seitliche Abweichung mit Hilfe der Theorie II. Ordnung berechnet werden. Eine Lösung von Differentialgleichungen ist von der Vorverformung und der Art der Belastung abhängig. Daher kann das Problem nur näherungsweise gelöst werden.

Beim Vergleich der Zugspannungen an der Unterkante, weichen diese um 8% von dem analytischen Modell ab (Abbildung 3.3).

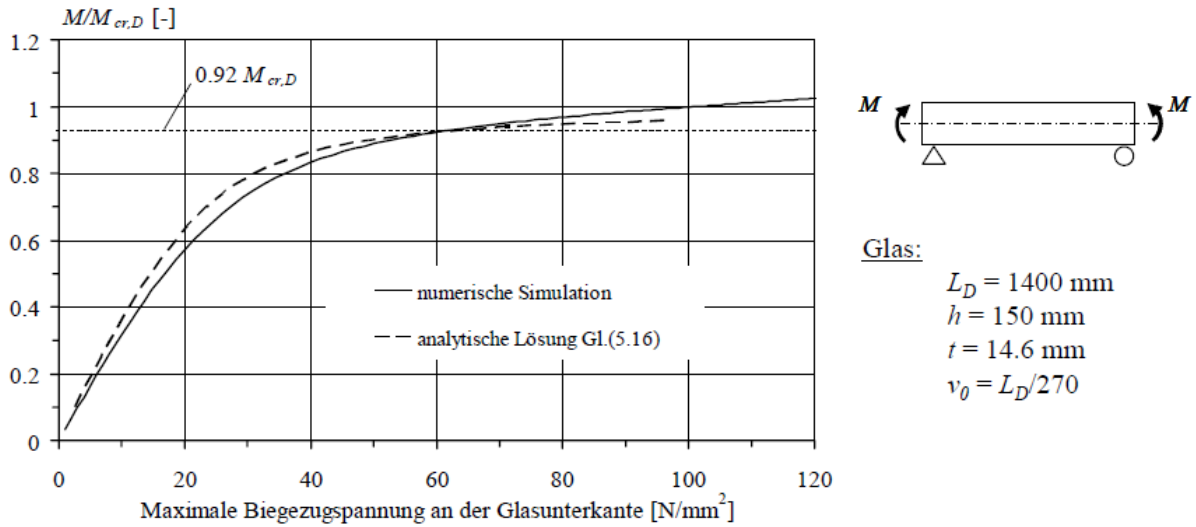


Abbildung 3.4 Maximale Biegezugspannung von analytischem und numerischem Modell an der Glasunterkante in Trägermitte [8]

### Experimentelle Untersuchung

Für die Kippversuche wurde ein spezieller Versuchsstand aufgebaut. Das System besteht aus einem Balken mit Gabellagerung an den Enden. Die Träger wurden in der Mitte mit einer Punktlast belastet. Ein spezieller Druckzylinder, durch eine kugelartige Lagerung, ermöglicht nach der seitlichen Ausweichung eine Nachführung des Zylinders.

Die Versperrung der Verschiebung in y- bzw. z-Richtung und der Verdrehung um die x-Achse an den Auflagern, ist mithilfe von zwei Stahlprofilen möglich.



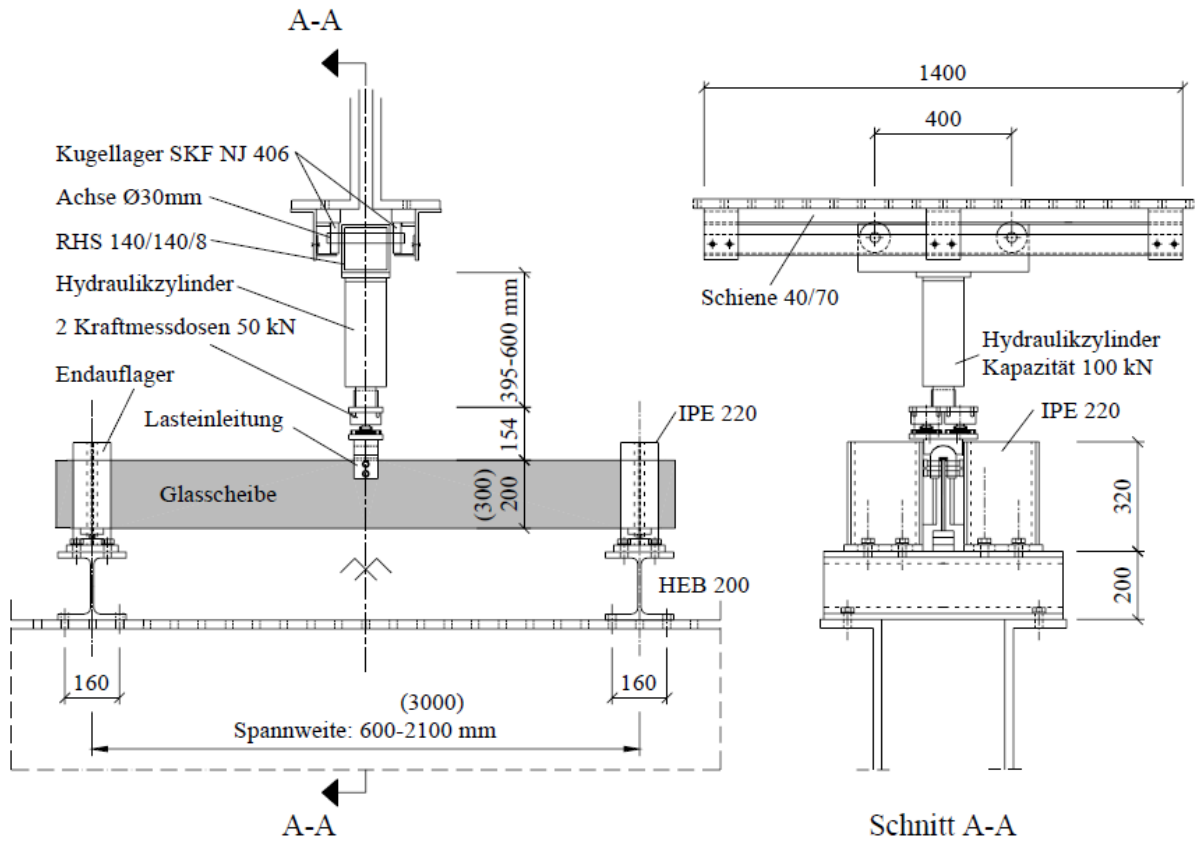


Abbildung 3.5 Versuchsstand der Kippversuche [8]

Es wurden 56 Versuche an Einfachgläsern aus ESG (45) und TVG (11) durchgeführt. Indessen wurden Einfachgläser mit einer Dicke von 8, 10 und 15 mm, einer Nennhöhe von 200 bzw. 300 mm und einer zwischen 660 und 3000 mm variierten Glaslänge untersucht. [8]

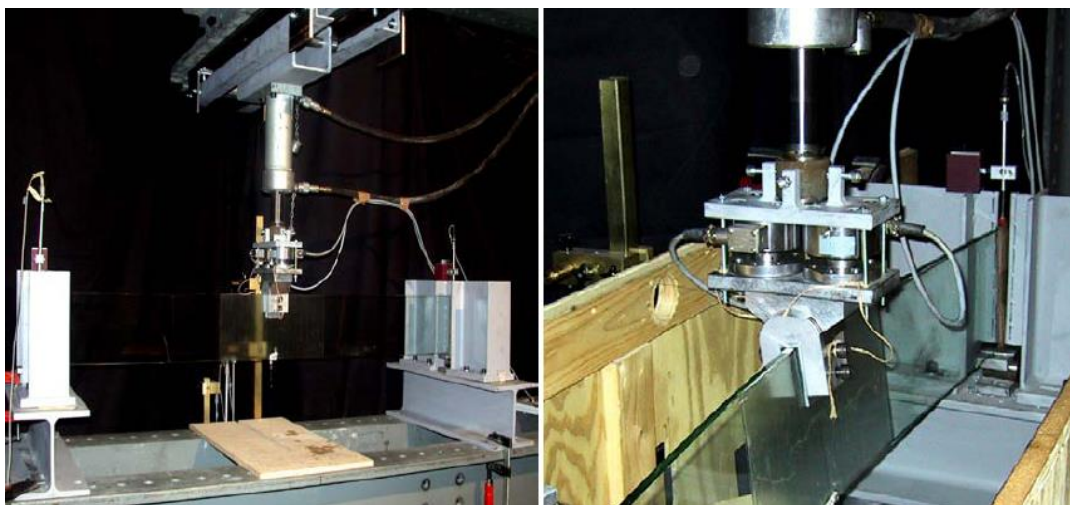


Abbildung 3.6 Kippversuche [8]

### 3.4 Kippen von Glasträgern aus Verbundsicherheitsglas

Für die Lösung der kippgefährdeten Glasträger aus Verbundsicherheitsglas gelten die im Kapitel 3.3.1 Annahmen. Beim Kippen, werden die Träger neben der Biegebeanspruchung zufolge der Querschnittsverdrehung auch auf Torsion beansprucht. Hier werden zwei Methoden für die Lösung dieses Problems dargestellt, die auf das gleiche Prinzip beruhen.

Das erste Verfahren liefert Kasper in [12]. Dieses Verfahren gilt für Träger mit Einzelquerschnitte sowie für Verbundquerschnitte unter der Verwendung der äquivalenten Biegesteifigkeiten  $EI_z^{eq}$  und der äquivalenten Torsionssteifigkeit  $GI_T^{eq}$ . [12]

Die äquivalente Biegesteifigkeit  $EI_z^{eq}$  hängt von dem Momentenverlauf ab und kann je nach Belastungsart berechnet werden. Für eine Streckenlast lässt sich die äquivalente Biegesteifigkeit mit folgender Formel berechnen:

$$EI_z^{eq} = \frac{1}{v_B(\frac{L}{2})} \cdot \frac{5}{384} \cdot L^4 \cdot q_y \quad (3.10)$$

Die äquivalente Torsionssteifigkeit  $GI_T^{eq}$  kann in gleicherweise zur äquivalenten Biegesteifigkeit  $EI_z^{eq}$  über die Verformung bestimmt werden. [12]

Die Gleichungen für die Berechnung des kritischen Kippmomentes, der Verdrehung und der seitlichen Verformung für einen Einfeldträger, für reine Biegung, Streckenlast und Einzellast in der Trägermitte sind den folgenden Tabellen zu entnehmen:

Tabelle 5 Koeffizienten für die Lastfälle  $q = \text{cte}$  (konstant) und „P in Feldmitte“ [12]

Lastfall	$c_1$	$c_2$
$q = \text{cte}$	$\frac{2}{3} + \frac{2}{\pi^2} = 0,8693$ (0,8834)	$\frac{8}{\pi^2} = 0,8106$ (0,798)
P in Feldmitte	$\frac{2}{\pi^2} + \frac{1}{2} = 0,7026$ (0,7326)	$\frac{8}{\pi^2} = 0,8106$ (0,8103)
Die Werte in Klammern entsprechen den Koeffizienten aus [ENV 1993 1-1].		

Tabelle 6 Gleichungen für die Berechnung der Verdrehung [12]

Lastfall	Verdrehung nach Theorie II. Ordnung
M = cte	$\vartheta(x)^{\text{Th.II}} = \frac{\frac{M_y^2}{E \cdot I_z} \cdot \vartheta_0 + \left(\frac{\pi}{\ell}\right)^2 \cdot M_y \cdot v_0}{G \cdot I_t \cdot \left(\frac{\pi}{\ell}\right)^2 - \frac{M_y^2}{E \cdot I_z}} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{\ell} x\right)$
q = cte	$\vartheta(x)^{\text{Th.II}} = \frac{\vartheta_0 \left( \frac{c_1^2 \cdot M_y^2}{E \cdot I_z} - c_2 \cdot \left(\frac{\pi}{\ell}\right)^2 \cdot M_y \cdot z_p \right) + c_1 \cdot \left(\frac{\pi}{\ell}\right)^2 \cdot M_y \cdot v_0}{G \cdot I_t \cdot \left(\frac{\pi}{\ell}\right)^2 - \frac{c_1^2 \cdot M_y^2}{E \cdot I_z} + c_2 \cdot M_y \cdot z_p \cdot \left(\frac{\pi}{\ell}\right)^2} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{\ell} x\right)$
P in Feldmitte	

Tabelle 7 Gleichungen für die Berechnung der seitlichen Verformung [12]

Lastfall	Seitliche Verformung nach Theorie II. Ordnung
M = cte	$v(x)^{\text{Th.II}} = \frac{\frac{G \cdot I_t}{E \cdot I_z} \cdot M_y \cdot \vartheta_0 + \frac{M_y^2}{E \cdot I_z} \cdot v_0}{G \cdot I_t \cdot \left(\frac{\pi}{\ell}\right)^2 - \frac{M_y^2}{E \cdot I_z}} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{\ell} x\right)$
q = cte	$v(x)^{\text{Th.II}} = \frac{c_1 \cdot \frac{G \cdot I_t}{E \cdot I_z} \cdot M_y \cdot \vartheta_0 + c_1^2 \cdot \frac{M_y^2}{E \cdot I_z} \cdot v_0}{G \cdot I_t \cdot \left(\frac{\pi}{\ell}\right)^2 - \frac{c_1^2 \cdot M_y^2}{E \cdot I_z} + c_2 \cdot M_y \cdot z_p \cdot \left(\frac{\pi}{\ell}\right)^2} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{\ell} x\right)$
P in Feldmitte	

Tabelle 8 Gleichungen für die Berechnung des kritischen Momentes  $M_{ki}$  [12]

Lastfall	Kritisches Moment
M = cte	$M_{ki} = \frac{\pi}{\ell} \sqrt{E \cdot I_z \cdot G \cdot I_t}$
q = cte	$M_{ki} = \frac{1}{c_1} \cdot N_{ki} \left( \frac{1}{2} \cdot \frac{c_2}{c_1} \cdot z_p^M + \sqrt{\left( \frac{1}{2} \cdot \frac{c_2}{c_1} \cdot z_p^M \right)^2 + \frac{G \cdot I_t}{E \cdot I_z} \cdot \left(\frac{\ell}{\pi}\right)^2} \right)$
P in Feldmitte	

Die allgemeine teilempirische Formel nach Timoshenko:

$$M_{cr,D} = C_1 \cdot \frac{\pi^2 \cdot EI_z}{k_v \cdot k_\phi \cdot L_D^2} \left[ \sqrt{(C_2 \cdot z_a + C_3 \cdot \beta) + \frac{I_\omega}{I_z} \left[ \frac{GK \cdot k_\phi^2 \cdot L_D^2}{\pi^2 \cdot EI_\omega} + 1 \right]} + (C_2 \cdot z_a + C_3 \cdot \beta) \right] \quad (3.11)$$

für Träger mit doppelsymmetrischem Querschnitt für Einfachglas nach Luible, vereinfacht sich diese:

$$M_{cr,D} = C_1 \cdot \frac{\pi^2 \cdot EI_z}{L_D^2} \left[ \sqrt{C_2 \cdot z_a + \frac{GK \cdot L_D^2}{\pi^2 \cdot EI_z}} + C_2 \cdot z_a \right] \quad (3.12)$$

Für VSG-Träger kann die Gleichung 3.12, unter der Berücksichtigung der Verbundwirkung zwischen der PVB-Folie und den Glasscheiben durch effektive Biege- und Torsionssteifigkeit, verwendet werden:

$$M_{cr,D} = C_1 \cdot \frac{\pi^2 \cdot EI_{z,eff}}{L_D^2} \left[ \sqrt{C_2 \cdot z_a + \frac{GK_{eff} \cdot L_D^2}{\pi^2 \cdot EI_{z,eff}}} + C_2 \cdot z_a \right] \quad (3.13)$$

Die effektive Biegesteifigkeit bei reiner Biegung wird nach folgender Gleichung ermittelt:

$$EI_{z,eff} = EI_s \left[ \frac{\alpha \cdot \beta \cdot \pi^2 + \alpha + 1}{1 + \pi^2 \beta} \right] \quad (3.14)$$

Bei einem Träger, der mit einer Einzellast in Feldmitte belastet wird, ist:

$$EI_{z,eff} = \frac{E(I_1 + I_2 + I_s)}{1 + \frac{12}{\alpha \cdot \lambda^2} \frac{48 \sin^2(\frac{\lambda}{2})}{\alpha \cdot \lambda^3 \sin(h\lambda)}} \quad (3.15)$$

Und bei einer Gleichlast durch gegengleiche Endmomente, ist:

$$EI_{z,eff} = EI_s \left[ \frac{\alpha \beta \pi^2 + \alpha + 1}{1 + 4\pi^2 \beta} \right] \quad (3.16)$$

Bei einem VSG aus zwei Scheiben, lassen sich  $\alpha$ ,  $\beta$  und  $I_s$  nach folgenden Gleichungen ermitteln:

$$\alpha = \frac{I_1 + I_2}{I_s} \quad (3.17)$$

$$\beta = \frac{t_{PVB}}{G_{PVB} \cdot h(z_1 + z_2)^2} \cdot \frac{EI_s}{L_{LT}^2} \quad (3.18)$$

$$I_s = h(t_1 \cdot z_1^2 + t_2 \cdot z_2^2) \quad (3.19)$$

Bei einem VSG aus drei Scheiben, werden  $\alpha$ ,  $\beta$  und  $I_S$  nach folgenden Gleichungen ermitteln:

$$\alpha = \frac{2 \cdot I_1 + I_2}{I_S} \quad (3.20)$$

$$\beta = \frac{t_{PVB}}{2 \cdot G_{PVB} \cdot h z_1^2} \cdot \frac{E I_S}{L_{LT}^2} \quad (3.21)$$

$$I_S = 2 \cdot h \cdot t_1 \cdot z_1^2 \quad (3.22)$$

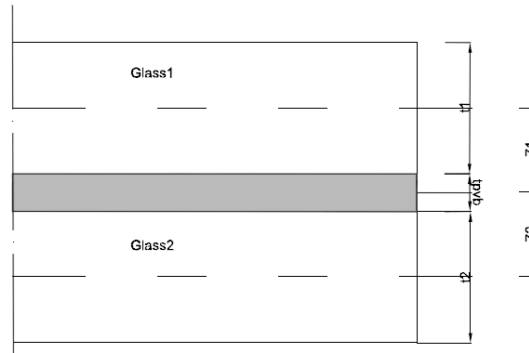


Abbildung 3.7 Querschnitt von VSG aus zwei Glasscheiben

Das Modell eines auf Torsion belasteten geschichteten Balkens mit Deckschichten, deren Eigentorsionssteifigkeit nicht vernachlässigbar klein ist, geht von folgenden Annahmen aus [8]:

- ebene Querschnittsflächen im verformten Zustand,
- Erhaltenbleiben des Querschnitts im verformten Zustand,
- konstanter Querschnitt entlang der Trägerachse,
- linear elastisches Materialverhalten von Deckschichten (Glas) und Zwischenschicht (PVB),
- Vernachlässigung der Eigentorsionssteifigkeit der Zwischenschicht,
- Schubübertragung von der Zwischenschicht zur Deckschicht,
- Aufteilen des Schubflusses in einen Schubfluss infolge Verbundtragwirkung durch die PVB-Folie und einen Schubfluss infolge Tragwirkung des Glases.

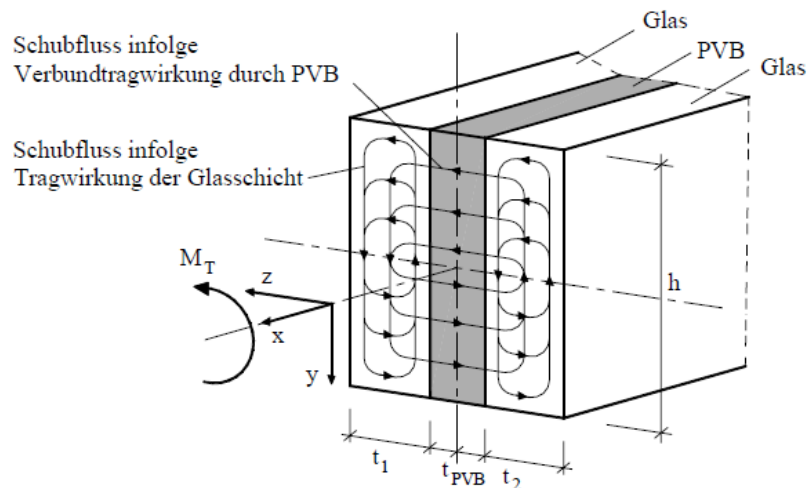


Abbildung 3.8 Schubfluss in einem VSG-Querschnitt bei reiner Torsionsbeanspruchung [13]

Die effektive Torsionssteifigkeit setzt sich zusammen aus:

$$GK_{eff} = GK_{Glas\ 1} + GK_{Glas\ 2} + GK_{Verbund} \quad (3.23)$$

Dabei ist:

$GK_{Glas}$  Eigentorsionssteifigkeit von Glascheibe 1 und 2

$GK_{Verbund}$  Torsionssteifigkeit der Verbundwirkung

Aus der Sandwichtheorie ist:

$$GK_{Verbund} = GI_s \left[ 1 - \frac{\tanh\frac{\lambda h}{2}}{\frac{\lambda h}{2}} \right] \quad (3.24)$$

mit

$$I_s = 4 \left[ \frac{t_1+t_2}{2} + t_{PVB} \right]^2 \frac{t_1 \cdot t_2}{t_1+t_2} \cdot h \quad (3.25)$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{G_{PVB}}{G} \frac{t_1+t_2}{t_{PVB} \cdot t_1 \cdot t_2}} \quad (3.26)$$

Wenn  $t_1 = t_2$ , d.h. symmetrischer Aufbau, vereinfacht sich die Gleichung:

$$I_s = 2(t + t_{PVB})^2 \cdot t \cdot h \quad (3.27)$$

## 4. Analytische und numerische Untersuchungen kippgefährdeter Kragträger aus VSG

Für die Untersuchung der kippgefährdeten Kragträger aus VSG, werden Glasträger mit verschiedenen Querschnittabmessungen, Spannweiten und unterschiedliche Schubfestigkeiten der PVB-Folie gewählt.

Zur Validierung des numerischen Modells, wird ein Einfeldträger aus Einfachglas und aus Verbundsicherheitsglas mit einer Einzellast in der Trägermitte analytisch und numerisch untersucht. Die Ergebnisse werden mit den bereits bekannten Werten von [8] und [14] gegenüber gestellt. Des Weiteren wird ein Lösungsansatz zur Berechnung der ideellen Kipplast für einen Kragträger aus VSG vorgeschlagen.

### 4.1 Untersuchung eines Einfeldträgers aus ESG zur Validierung des numerischen Modells

#### 4.1.1 Analytische Ermittlung der ideellen Kipplast

Für die Lösung der Kippprobleme eines unverformten Trägers wird die linear elastische Kipptheorie eingesetzt. Für gabelgelagerte Träger mit doppelsymmetrischem rechteckigem Querschnitt und Vernachlässigung der Wölbsteifigkeit gilt die Gleichung 4.1: [8]

$$F_{cr,D} = 1.365 \cdot \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot EI_z}{L_D^3} \left[ \sqrt{(0.553 \cdot h/2)^2 + \frac{GK \cdot L_D^2}{\pi^2 \cdot EI_z}} - 0.553 \cdot h/2 \right] \quad (4.1)$$

Die aus der Gleichung 4.1 berechneten ideellen Kipplasten sind in der Tabelle 9 zu entnehmen.

Tabelle 9 Berechnungsmodelle und die ideellen Kipplasten aus der analytischen Lösung für ESG

Modell	Länge[mm]	Höhe[mm]	Dicke[mm]	$F_{cr,D}$ [kN]
1	2000	200	10	5.95
2	1300	200	10	13.58
3	600	200	10	56.52
4	1100	200	15	62.83

#### 4.1.2 Numerische Ermittlung der ideellen Kipplast

Das numerische Modell wird mit dem FEM-Programm ABAQUS 6.10-1 erstellt. Die ideale Kipplast wird durch Eigenwertberechnung bestimmt, wobei der niedrigste Eigenwert der ideellen Kipplast entspricht. Die Glasscheibe wird mit 8-Knoten Schalenelementen (S8R) modelliert. Aufgrund der Symmetrie in der Trägermitte wird nur eine Trägerhälfte modelliert, um die Rechenzeit sparen zu können. Das ist möglich durch eine Sperre der Knoten in x-Achse und der Verdrehung in y- und z-Achse in der Trägermitte.

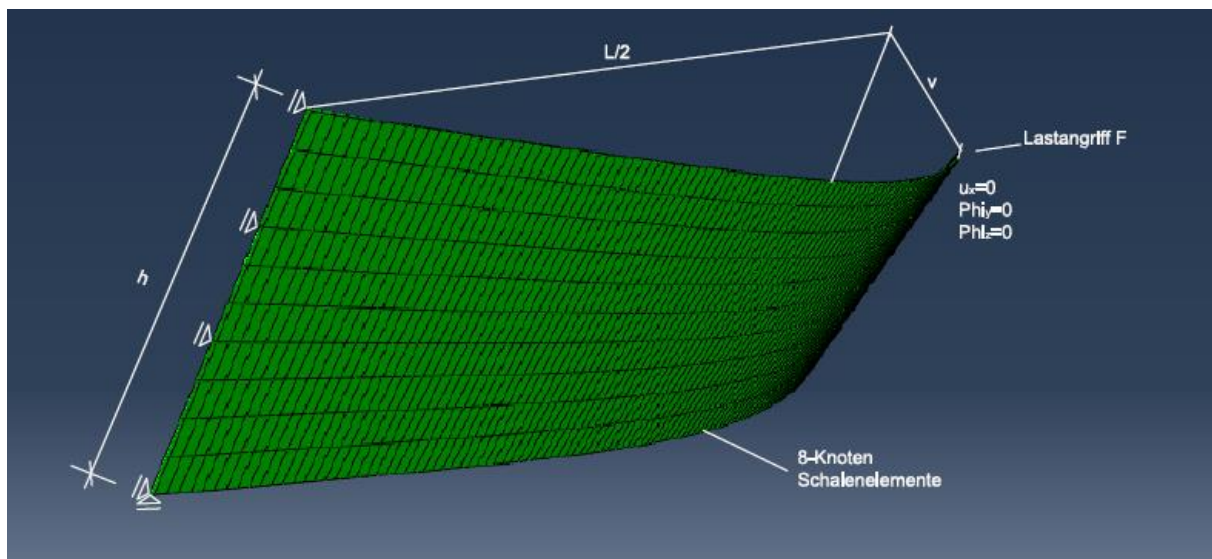


Abbildung 4.1 FEM-Modell und Symetriebedingungen

Die Simulationsergebnisse des numerischen Modells sind in der Tabelle 10 zusammengefasst und können mit den Berechnungsergebnissen verglichen werden.



Tabelle 10 Berechnungsmodelle und die ideellen Kipplasten aus der numerischen Simulation für ESG

Modell	Länge[mm]	Höhe[mm]	Dicke[mm]	$F_{cr,FEM}$ [kN]
1	2000	200	10	5.75
2	1300	200	10	13.07
3	600	200	10	53.91
4	1100	200	15	59.60

### 4.1.3 Vergleich der Ergebnisse

Die für die Validierung des Modells verwendeten ideellen Kipplasten von Luible, sind in der Tabelle 11 zusammengefasst.

Tabelle 11 Vergleich der ideellen Kipplast mit den Bruchlasten der Versuche [8]

Anzahl	Glasart	Kipp-länge $L_D$	Glas-höhe $h$	Glas-dicke $t$	$F_{cr,D,DGL}$	$F_{cr,D,FEM}$	$F_{Bruch-Versuch}$ (mittel)
[-]	[-]	[mm]	[mm]	[mm]	[kN]	[kN]	[kN]
3	ESG	600	200	10	56.45	53.63	57.13
3	ESG	860	200	10	29.38	28.05	30.73
5	ESG	1040	200	10	20.64	19.76	20.45
4	ESG	1100	200	10	18.58	17.80	18.58
9	ESG	1300	200	10	13.56	13.01	13.04
5	ESG	1600	200	10	9.13	8.78	9.01
3	ESG	2000	200	10	5.94	5.73	6.16
2	TVG	860	200	10	29.38	28.05	27.89
2	TVG	1040	200	10	20.64	19.76	18.95
3	TVG	1500	200	8	5.29	5.11	5.31
4	TVG	3000	300	10	3.96	3.85	3.97
6	ESG	1100	200	15	62.72	59.32	59.28
4	ESG	1500	200	15	34.85	33.14	27.64

Tabelle 12 Vergleich der ideellen Kipplast für ESG

Modell	Länge[mm]	Höhe[mm]	Dicke[mm]	$F_{cr,D}$ [kN]	$F_{cr,FEM}$ [kN]	$F_{cr,Luible}$ [kN]
1	2000	200	10	5.95	5.75	5.73
2	1300	200	10	13.58	13.07	13.01
3	600	200	10	56.52	53.91	53.63
4	1100	200	15	62.83	59.60	59.32

Hier ist es zu erkennen, dass die eingesetzte Methode für die analytische Lösung und die numerische Simulation zufriedenstellende Werte liefern (Tabelle 12).

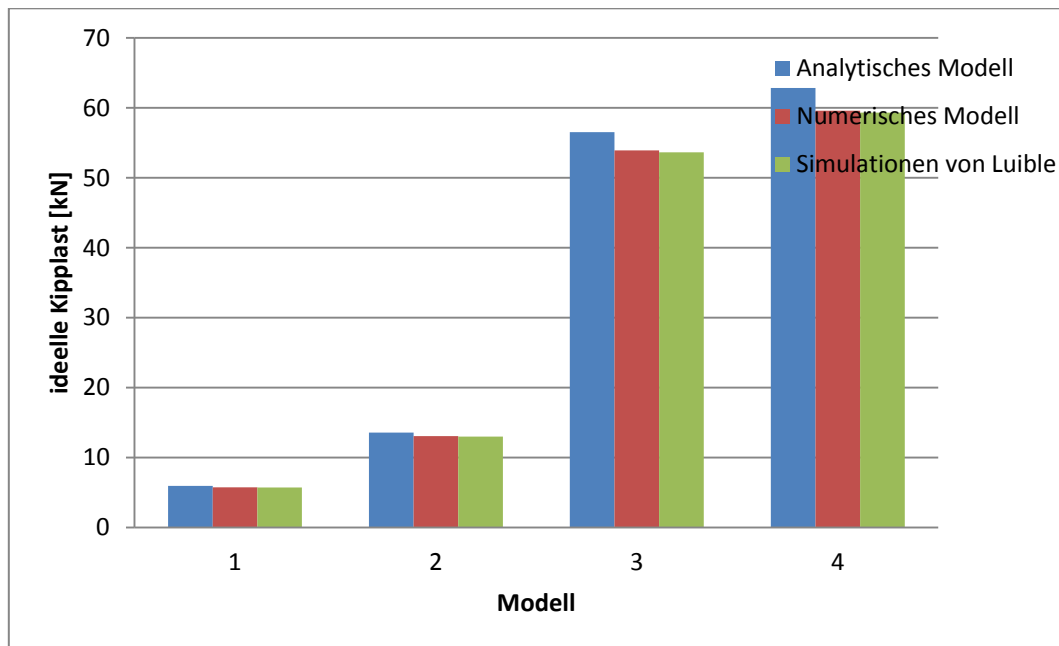


Abbildung 4.2 Vergleich analytischen-numerischen mit den Simulationen von Luible

Es scheint zunächst plausibel zu sein, dass sich die ideellen Kipplasten, die mit dem analytischen und numerischen Modell aus den Ergebnissen der Tabelle 11 gut annähern.

## 4.2 Einfeldträger aus VSG

### 4.2.1 Analytische Ermittlung der ideellen Kipplast

Wie beim Einfachglas gelten für VSG die gleichen Annahmen, nur hier muss die Verbundwirkung der Zwischenschicht berücksichtigt werden. Dieser Einfluss wird durch die effektiven Biege- und Torsionssteifigkeiten des Verbundsquerschnitts berücksichtigt. Das Verfahren wurde im Kapitel 3.4 dargestellt.

$$F_{cr,D} = 1.365 \cdot \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot EI_{z,eff}}{L_D^3} \left[ \sqrt{(0.553 \cdot h/2)^2 + \frac{G_{Keff} \cdot L_D^2}{\pi^2 \cdot EI_{z,eff}}} - 0.553 \cdot h/2 \right] \quad (4.2)$$

Die im Zuge dieser Arbeit zu untersuchenden VSG-Träger bestehen aus zwei ESG-Scheiben und die Zwischenschicht aus einer PVB-Folie.

Die ideellen Kipplasten für Einfeldträger aus VSG, die aus der Gleichung 4.2 stammen, sind in der Tabelle 13 dargestellt.

Tabelle 13 Berechnungsmodelle und die ideellen Kipplasten aus der analytischen Lösung für VSG

Modell	Länge[mm]	Höhe[mm]	t <sub>Glas</sub> [mm]	t <sub>PVB</sub> [mm]	G <sub>PVB</sub> [N/mm <sup>2</sup> ]	F <sub>cr,D</sub> [kN]
1	3000	120	2x8	1.52	1.17	3.21
2	3000	300	2x10	1.52	1.03	13.93

#### 4.2.2 Numerische Ermittlung der ideellen Kipplast

Das Modell wird gleich wie beim ESG mit dem Programm ABAQUS 6.10-1 erstellt. Die Glasscheiben werden als Schalenelemente S8R und die Zwischenschicht als Volumenelemente C3D20 modelliert. Das Materialverhalten der Zwischenschicht wird als elastisch angenommen.

Der Träger ist an beiden Enden gabelgelagert. Das ist möglich durch die Lagerung der untersten Knoten in y-Richtung und aller Knoten entlang der Kante in z-Richtung.

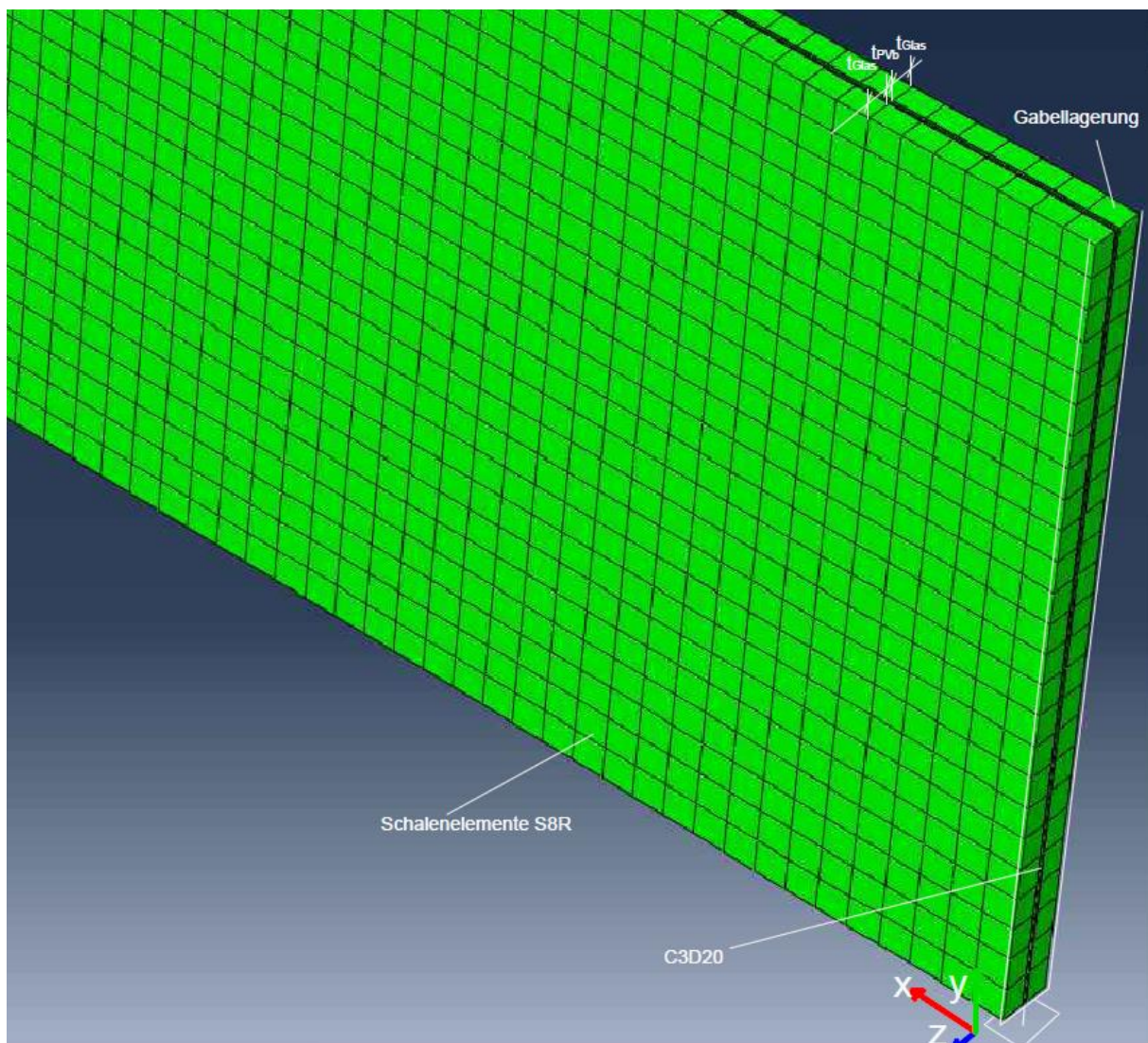


Abbildung 4.3 FEM- Modell: Schichtenaufbau und Lagerung

Die ideellen Kipplasten für die zwei numerisch untersuchten Modelle, die als Vergleichsergebnisse verwendet werden, sind in der Tabelle 14 dargestellt.

Tabelle 14 Berechnungsmodelle und die ideellen Kipplasten aus der numerischen Simulation für VSG

Modell	Länge[mm]	Höhe[mm]	$t_{\text{Glas}}$ [mm]	$t_{\text{PVB}}$ [mm]	$G_{\text{PVB}}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$F_{\text{cr,FEM}}$ [kN]
1	3000	120	2x8	1.52	1.17	3.11
1	3000	300	2x10	1.52	1.03	14.16

### 4.2.3 Vergleich der Ergebnisse

Für den Vergleich der aus dem analytischen und numerischen Modell stammenden ideellen Kipplasten, werden diese den Versuchsergebnissen von Belis et al. [14] (Tabelle 15 und 16) gegenübergestellt.

Tabelle 15 Übersicht der Proben für die experimentelle Untersuchung [14]

Series	Glass type	Interlayer material <sup>a</sup>	Length L (mm) <sup>b</sup>	Height h (mm)	Length/height L/h (-)	Glass thickness t (mm)	Number of specimens	Origin
B	AN	PVB	3000	120	25	2 × 6	4	EU
A		PVB	3000	120	25	2 × 8	4	EU
C		PVB	3000	150	20	2 × 6	4	EU
D		PVB	3000	150	20	2 × 8	4	EU
F		PVB	3000	300	10	2 × 10	5	Asia
S	HS	PVB	3000	300	10	2 × 10	5	Asia
E	FT	PVB	3000	200	15	2 × 6	8	EU
T		PVB	3000	300	10	2 × 10	5	Asia
G		SG	3000	200	15	2 × 6	4	EU
I		SG	3000	200	15	2 × 8	4	EU
H		SG	3000	300	10	2 × 6	4	EU
J		SG	3000	300	10	2 × 8	4	EU
							55	

Tabelle 16 Bruchlasten der Versuche und der analytischen Berechnungen [14]

Series	Test	Critical load (kN)					
		Experimental	Analytical (Eq. (2))				Exp./Tol-
			Nominal	Measured	Tolerance+	Tolerance-	
A	03	3.027	3.571	3.337	3.930	3.195	0.947
	04	2.573	3.571	3.319	3.919	3.186	0.808
	Avg.	2.800	3.571	3.328	3.924	3.190	0.878
T	01	12.903	15.867	-	17.196	14.606	0.883
	02	12.937	15.576	-	16.882	14.538	0.902
	03	13.717	16.198	-	17.554	14.912	0.920
	04	13.044	16.056	-	17.401	14.781	0.880
	05	13.298	15.782	-	17.104	14.528	0.915
	Avg.	13.172	15.863	-	17.192	14.603	0.900

Tabelle 17 Vergleich der ideellen Kipplasten für VSG

Modell	Länge	Höhe	$t_{\text{Glas}}$	$t_{\text{PVB}}$	$G_{\text{PVB}}$	$F_{\text{cr,D}}[\text{kN}]$	$F_{\text{cr,FEM}}[\text{kN}]$	$F_{\text{cr,Belis}}[\text{kN}]$
1	3000	120	2x8	1.52	1.17	3.21	3.11	3.02
2	3000	300	2x10	1.52	1.03	13.93	14.16	12.90

Da sich die ideellen Kipplasten aus dem analytischen und numerischen Modell mit den Versuchsergebnissen aus der Tabelle 15 und 16 annähern, kann das Modell als plausibel angenommen werden.

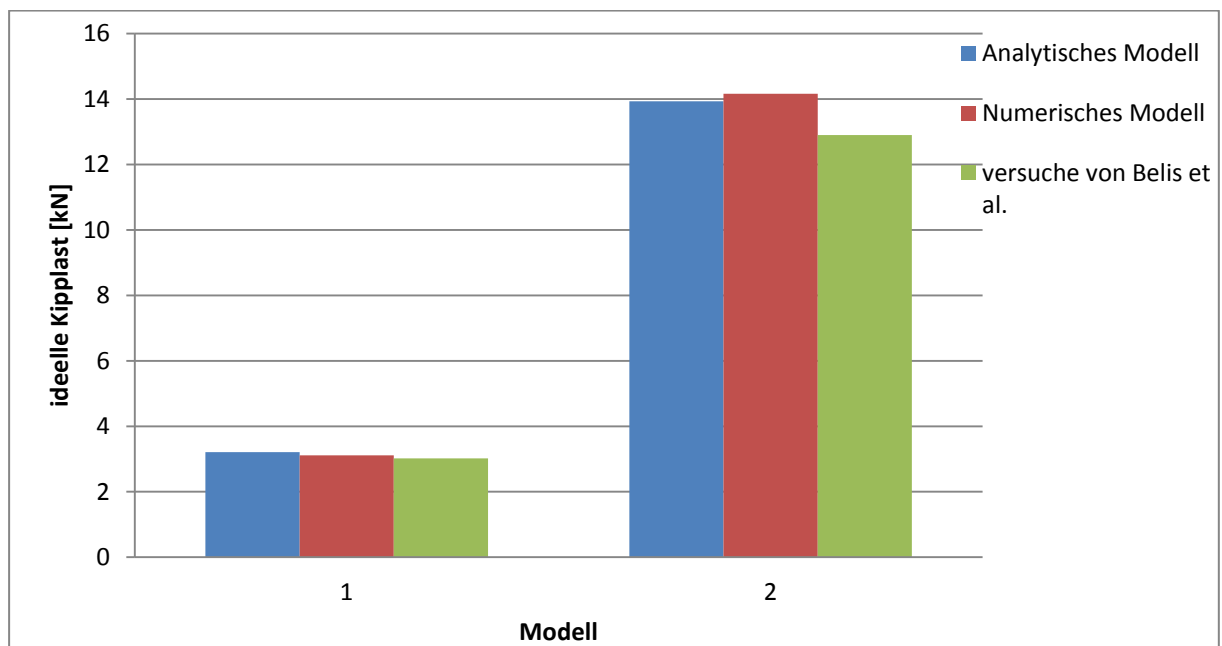


Abbildung 4.4 Vergleich analytischen-numerischen mit den Versuchsergebnissen von Belis et al. [14]

## 4.3 Kragträger aus VSG

Die Vorgehensweise für die Berechnung der ideellen Kipplast für einen Kragträger aus VSG ist gleich wie bei einem Einfeldträger. In gleicher Weise wird auch die Verbundwirkung der Zwischenschicht und Glasscheiben durch die effektive Biegesteifigkeit  $EI_{z,\text{eff}}$  und die effektive Torsionssteifigkeit  $GK_{\text{eff}}$  berücksichtigt.

### 4.3.1 Analytische Ermittlung der ideellen Kipplast

Das Kippen eines Kragträgers mit einer Einzellast am Kragende liefert Prandtl in [15] aus.

Vorausgesetzt müssen folgende Bedingungen gelten:

- Doppelsymmetrischer, wölbreier Stabquerschnitt
- Gültigkeit des Hooke'schen Gesetzes ( $\sigma = E\varepsilon$ )
- Die Richtung der Last beim Ausweichen bleibt unverändert

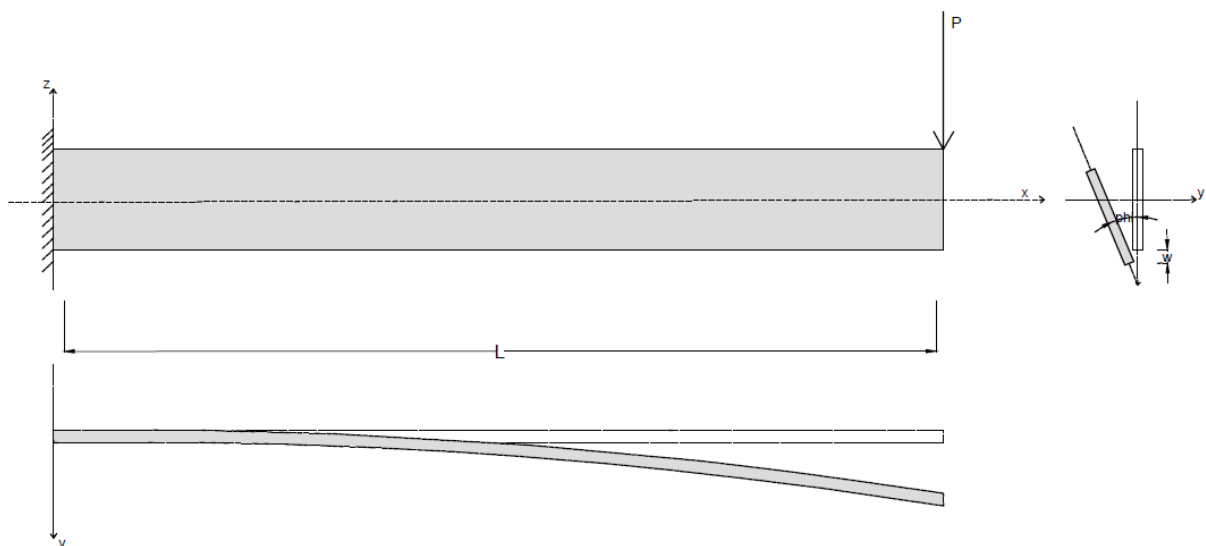


Abbildung 4.5 Kippen eines Kragträgers

Die ideale Kipplast von Prandtl [15] lautet:

$$F_{cr,D} = 4.013 \cdot \frac{\sqrt{EI_z \cdot GI_T}}{L^2} \quad (4.3)$$

Dabei ist:

Torsionsträgheitsmoment: 
$$I_T = \frac{1}{3} \cdot h \cdot t^3 \quad (4.4)$$

und die ideale Kippspannung : 
$$\sigma_{cr,D} = 4.013 \cdot \frac{h}{2 \cdot L} \cdot \frac{\sqrt{EI_z \cdot GI_T}}{I_y} \quad (4.5)$$

Aus der Gleichung 4.3 wird die Lösung für die ideale Kipplast und die ideale Kippspannung eines Kragträgers aus VSG abgeleitet, indem man die Biegesteifigkeit  $EI_z$  und die Torsionssteifigkeit  $GI_T$  durch die effektive Biegesteifigkeit  $EI_{z,eff}$  bzw. effektive Torsionssteifigkeit  $GK_{eff}$  ersetzt.

$$F_{cr,D} = 4.013 \cdot \frac{\sqrt{EI_{z,eff} \cdot GK_{eff}}}{L^2} \quad (4.6)$$

und

$$\sigma_{cr,D} = 4.013 \cdot \frac{h}{2 \cdot L} \cdot \frac{\sqrt{EI_{z,eff} \cdot GK_{eff}}}{I_y} \quad (4.7)$$

Tabelle 18 stellt die ideellen Kipplasten aus der analytischen Lösung dar. Die Berechnung der effektiven Biege- und Torsionssteifigkeiten erfolgte nach Luible (Gleichung 3.15 und 3.23).

Tabelle 18 Berechnungsmodelle und die ideellen Kipplasten aus der analytischen Lösung für Kragträger aus VSG

Modell	Länge[mm]	Höhe[mm]	t <sub>Glas</sub> [mm]	t <sub>PVB</sub> [mm]	G <sub>PVB</sub> [N/mm <sup>2</sup> ]	F <sub>cr,D</sub> [kN]
1	1500	120	2x8	1.52	0.40	1.58
2	900	100	2x8	1.52	2.00	4.66
3	3000	200	2x15	1.52	1.00	7.22
4	2000	400	2x10	1.52	1.00	9.75
5	700	120	2x8	1.52	8.00	13.17



### 4.3.2 Numerisches Modell

Das numerische Modell für Kragträger aus VSG wird gleich wie der Einfeldträger aus VSG modelliert, d.h. es werden die gleichen Elemententypen (S8R-Schalenelemente für Glasscheiben und C3D20 Volumenelemente für Zwischenschicht) verwendet, jedoch ändern sich die Lagerungsbedingungen. Die Einspannung des Trägers wird durch eine Sperre aller Knotenverschiebungen und –Verdrehungen in alle Richtungen ( $u_x=u_y=u_z=0$  und  $\varphi_x=\varphi_y=\varphi_z=0$ ) modelliert.

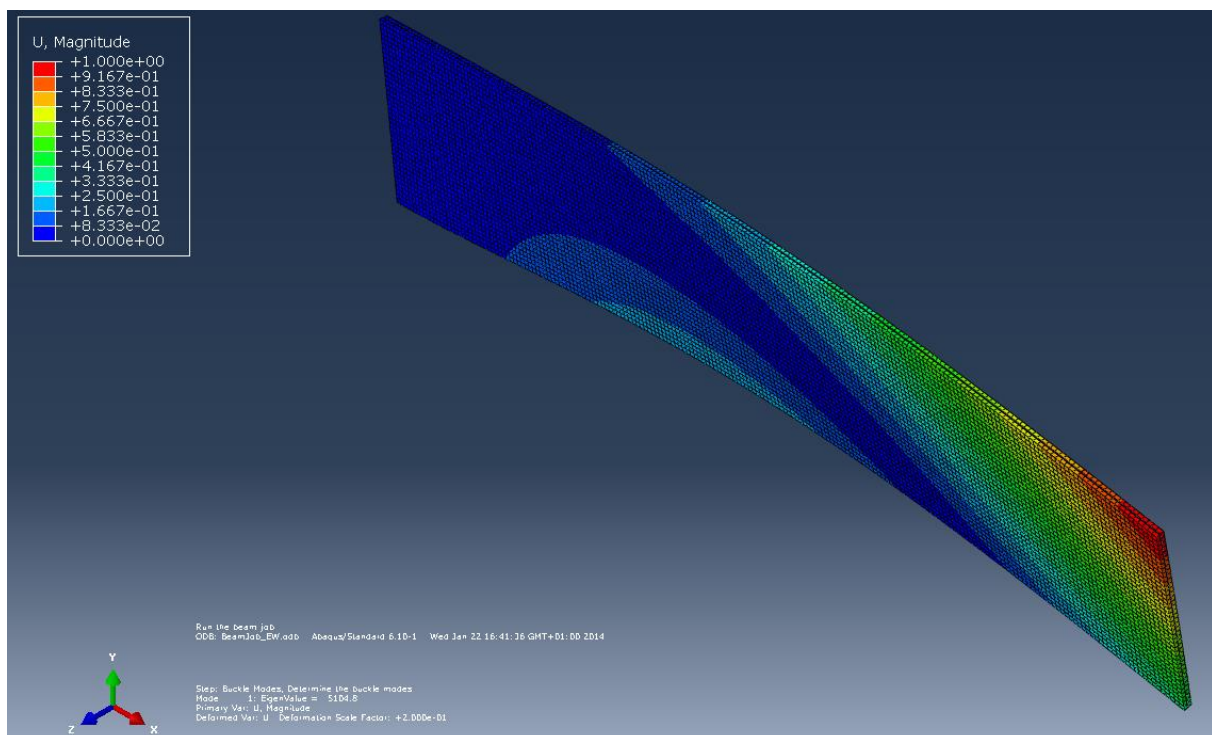


Abbildung 4.6 Erste Eigenform

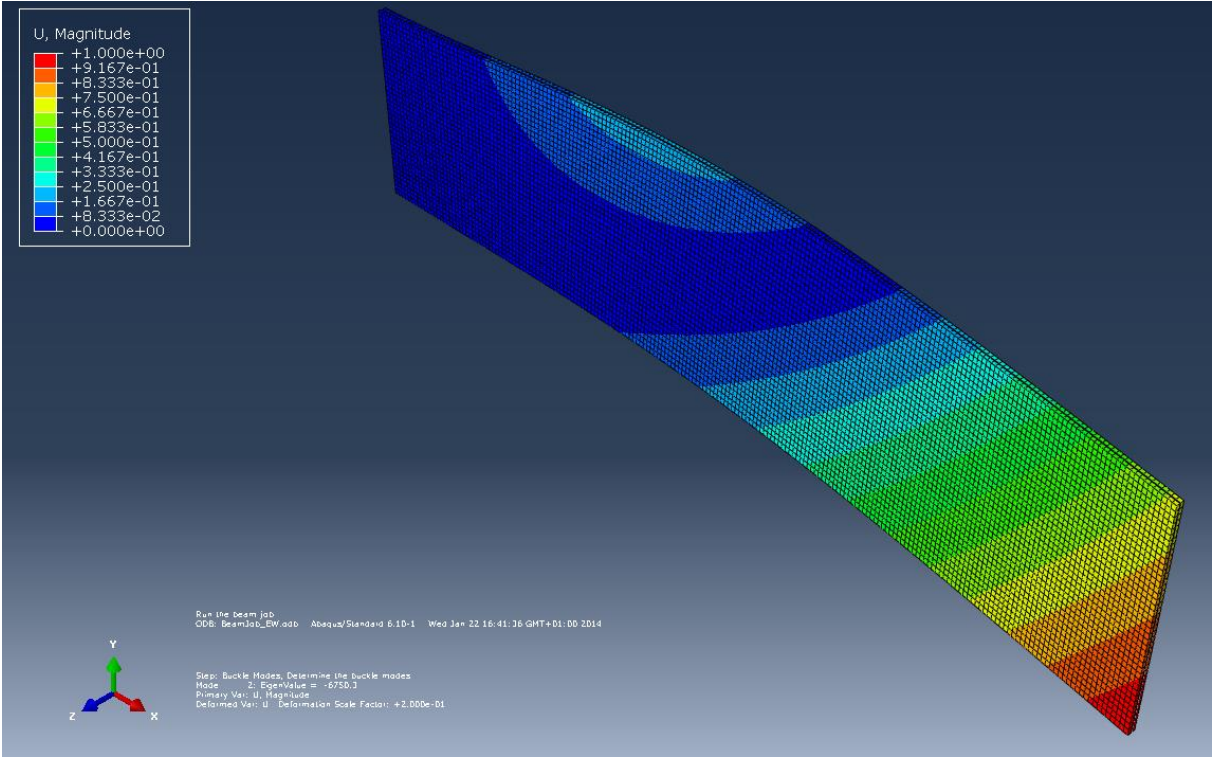


Abbildung 4.7 Zweite Eigenform

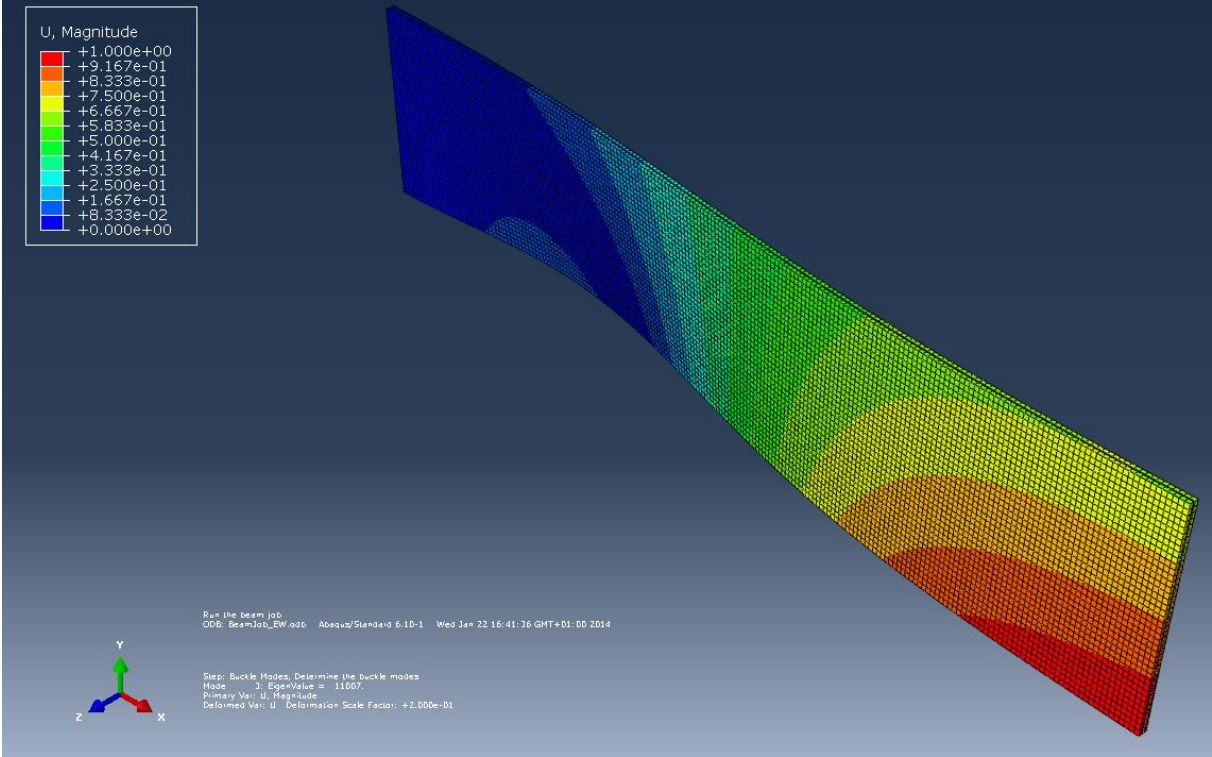


Abbildung 4.8 Dritte Eigenform

### 4.3.3 Numerische Ermittlung der ideellen Kipplast

Die Berechnung der ideellen Kipplast erfolgt wie bereits beschrieben, durch eine Eigenwertberechnung. Die gesuchte Kipplast entspricht dem niedrigsten Eigenwert des Systems.

Die ideellen Kipplasten aus der Simulation lassen sich in der Tabelle 19 darstellen.

Tabelle 19 Berechnungsmodelle und die ideellen Kipplasten aus der numerischen Lösung für Kragträger aus VSG

Modell	Länge[mm]	Höhe[mm]	$t_{\text{Glas}}$ [mm]	$t_{\text{PVB}}$ [mm]	$G_{\text{PVB}}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$F_{\text{cr,FEM}}$ [kN]
1	1500	120	2x8	1.52	0.40	2.46
2	900	100	2x8	1.52	2.00	6.18
3	3000	200	2x15	1.52	1.00	8.05
4	2000	400	2x10	1.52	1.00	11.03
5	700	120	2x8	1.52	8.00	14.40

### 4.3.4 Vergleich der Ergebnisse

In der folgenden Tabelle sind die ideellen Kipplasten aus dem analytischen Modell den ideellen Kipplasten aus dem numerischen Modell gegenübergestellt.

Tabelle 20 Vergleich der analytischen und numerischen ideellen Kipplasten

Modell	Länge[mm]	Höhe[mm]	$t_{\text{Glas}}$ [mm]	$t_{\text{PVB}}$ [mm]	$G_{\text{PVB}}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$F_{\text{cr,D}}$ [kN]	$F_{\text{cr,FEM}}$ [kN]
1	1500	120	2x8	1.52	0.40	1.58	2.46
2	900	100	2x8	1.52	2.00	4.66	6.18
3	3000	200	2x15	1.52	1.00	7.22	8.05
4	2000	400	2x10	1.52	1.00	9.75	11.03
5	700	120	2x8	1.52	8.00	13.17	14.40

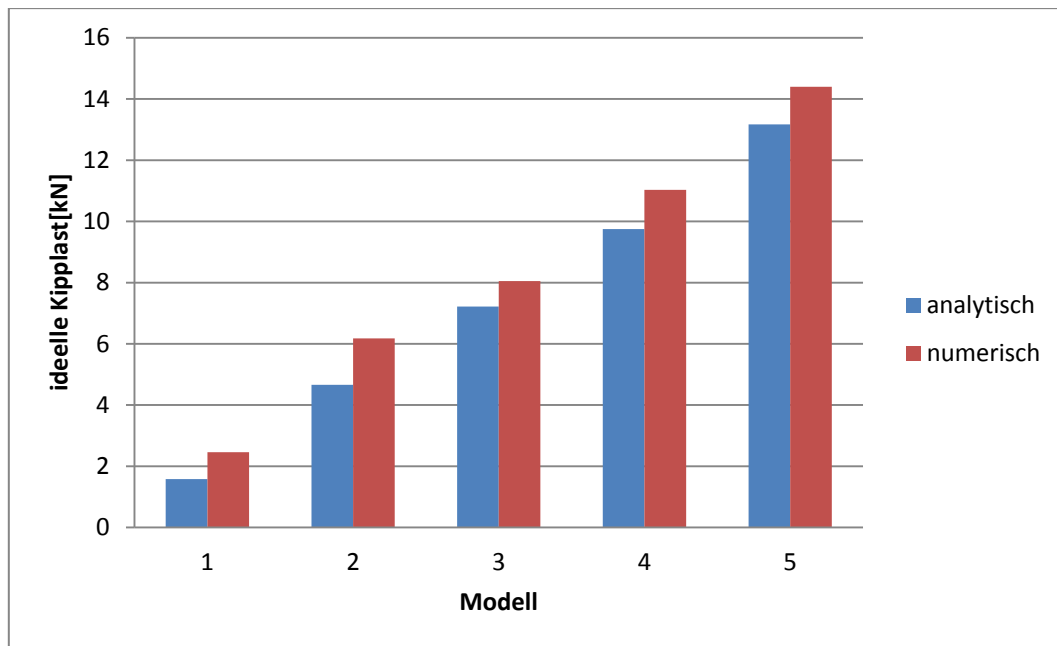


Abbildung 4.9 Vergleich von analytischen und numerischen Kipplasten

Anhand dieser grafischen Darstellung (Abbildung 4.9) ist es erkennbar, dass bei kleineren Trägerlängen die Genauigkeit dieser Methode deutlich niedriger als bei Trägern mit größeren Spannweiten ist.

## 5. Parameterstudie für kippgefährdete Kragträger aus VSG

Ziel dieses Kapitels ist, durch eine Studie der analytisch und numerisch untersuchten einflussnehmenden Parameter, eine Definition über ihren Einfluss auf das Kippen von Kragträger aus VSG zu begründen.

Dabei werden die folgenden Parameter und Materialeigenschaften von Glas und Zwischenschicht untersucht:

- Trägerlänge  $L$
- Trägerhöhe  $h$
- Glasdicke  $t_{\text{Glas}}$
- Schubmodul der PVB-Folie
- Vorverformung  $v_0$

Für die Simulation wird ein Referenzmodell erstellt, bei dem die oben genannten Parameter variiert werden:

VSG 8/1.52/8 mm

$h=400$  mm

$L=2000$  mm

$G_{\text{PVB}}= 0.4$  N/mm<sup>2</sup>

$v_0=L/200$

Die Dicke der Zwischenschicht, die als PVB-Folie angenommen wird, beträgt 1.52 mm und der Elastizitätsmodul vom ESG beträgt 70 000 N/mm<sup>2</sup>.

Um das Kippverhalten von VSG-Trägern darstellen zu können, werden für die jeweiligen Parameter Last-Verschiebungs-Diagramme erstellt. Auf der Abszisse werden die Verschiebungen in z-Richtung und auf der Ordinate die Last eingetragen (Abbildung 5.1).

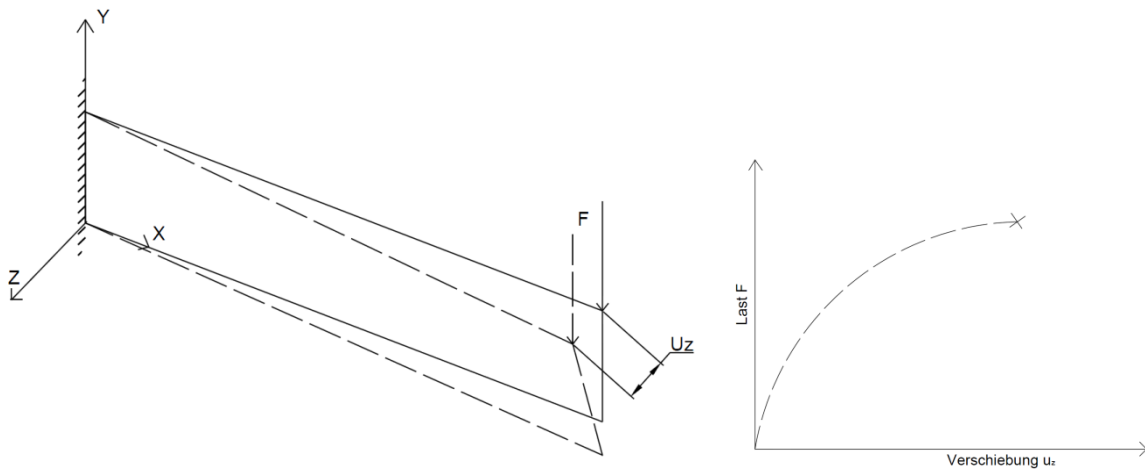


Abbildung 5.1 Erstellung der Last-Verschiebungs-Diagramme

**Singularität:**

Einer der Gründe, dass eine Singularität in der FEM-Berechnung auftritt, ist wenn ein Kontaktkörper punktförmig mit dem Kontaktpartner in Verbindung kommt. Das ist der Fall in diesem Modell im Auflagerbereich, wo die maximale Biegezugspannung auftritt.

Um die Eckensingularität zu verhindern, werden die Spannungen an den Elementen gemessen. Das lässt sich aus der Abbildung 5.2 begründen.

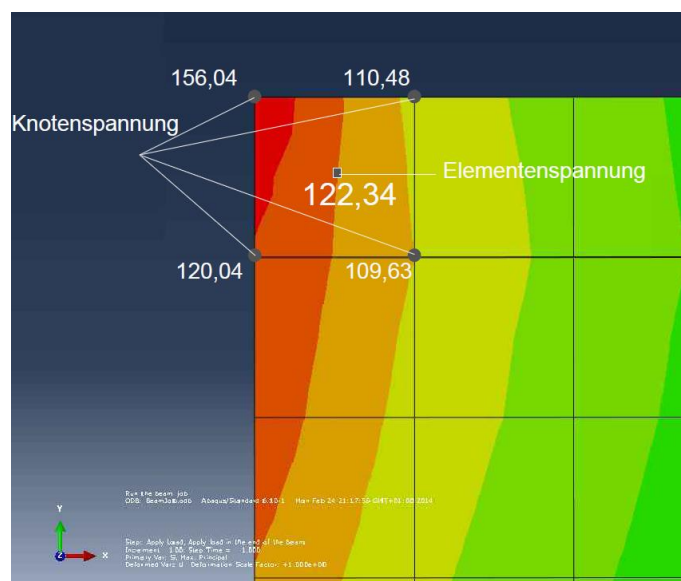


Abbildung 5.2 Biegezugspannungen an der Glasoberkante im Einspannbereich

## 5.1 Trägerlänge

Die Trägerlänge eines VSG-Trägers wird durch die gesamte Länge der Glasscheibe definiert. Aus der Simulation ist deutlich zu erkennen, dass mit der zunehmenden Kipplänge, die ideale Kipplast stark abnimmt. Die Kipplänge ist auch mit großen Verformungen am Träger verbunden.

Eine mögliche Abweichung der Kipplänge von der Glaslänge bei der Berechnung ist von den Lagerungsbedingungen abhängig und muss vom planendem Ingenieur entsprechend abgeschätzt werden. [8]

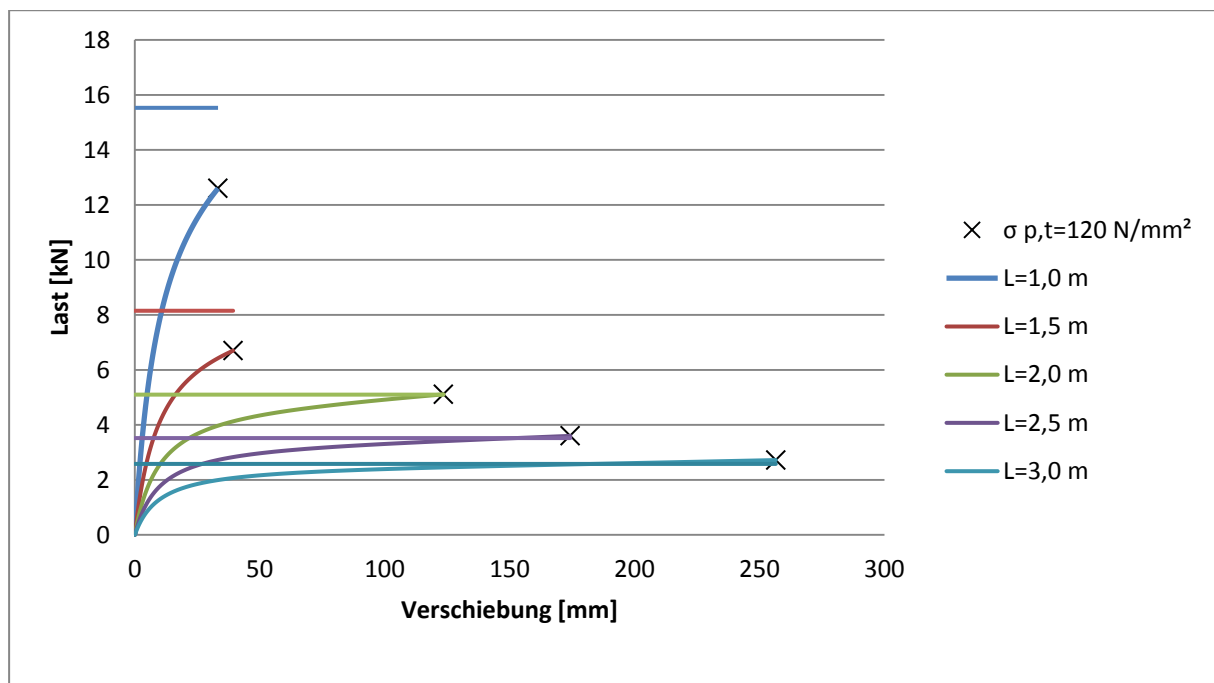


Abbildung 5.3 Vergleich der Last-Verschiebungskurven für verschiedene Trägerlängen

In der Abbildung 5.3 ist es erkennbar, dass der Bruch erst nach dem Auftreten von großen elastischen Verformungen bei großen Spannweiten auftritt.

Beim Vergleich der Last-Verschiebungs-Diagramme von zwei Trägern mit einer kleinen und einer großen Spannweite (Abbildung 5.4 und 5.5), ist es übersichtlich, dass bei einer großen Spannweite die Bruchlast die ideale Kipplast überschreitet.

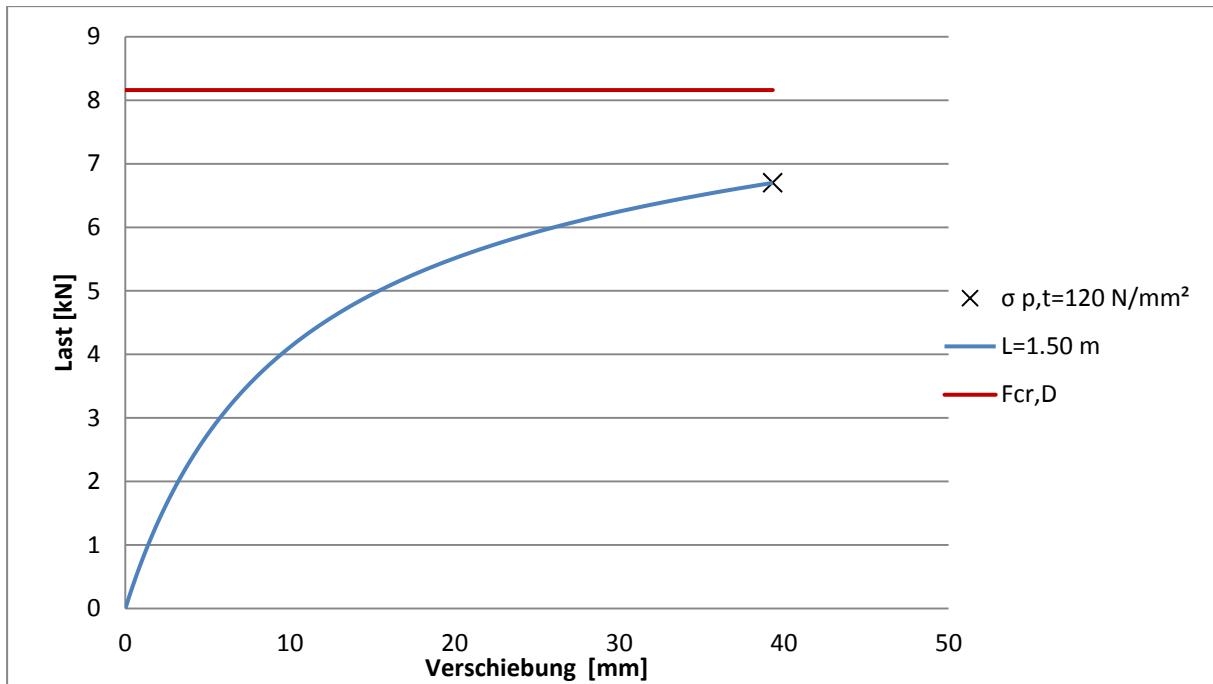


Abbildung 5.4 Last-Verschiebungsdiagramme für  $v_0=L/200$  und  $L=1.5\text{ m}$

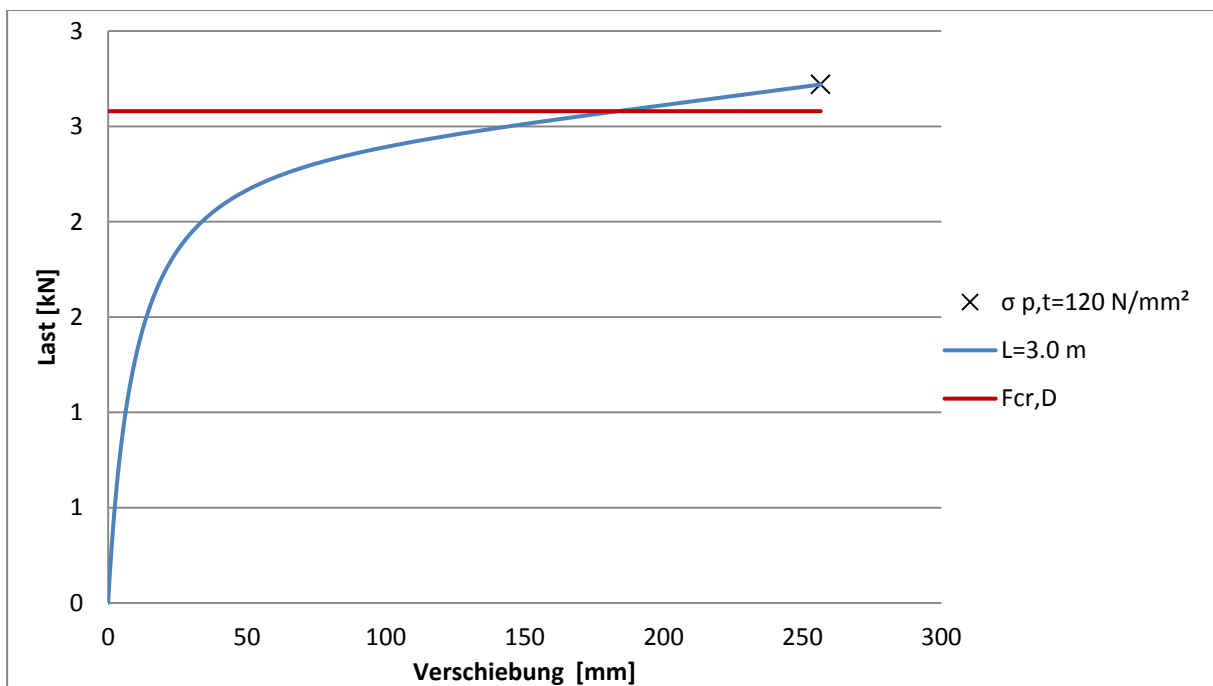


Abbildung 5.5 Last-Verschiebungsdiagramme für  $v_0=L/200$  und  $L=3\text{ m}$

Bei allen Trägern liegt der Bruchausgang an der Glasoberkante, wo die maximale Biegezugspannung von  $120\text{ N/mm}^2$  erreicht wird.



## 5.2 Trägerhöhe

Abweichungen der Glashöhe von den Nennabmessungen haben bei Stabilitätsproblemen von Glasträgern nur eine untergeordnete Rolle. Jedoch müssen sie die in den Normen festgelegten Toleranzgrenzen nicht unterschreiten.

In den Normen [EN 572-2:1994], [EN 12150-1:2000], [EN 1863-1:2000] und [EN ISO 12543-5:1998] ist die Abweichung der Abmessungen eines Glases vom Nennwert geregelt. [8]

Der Einfluss der Trägerhöhe auf die ideale Kipplast wird in der Abbildung 5.6 und 5.7 mittels Last-Verformungs-Diagramme dargestellt.

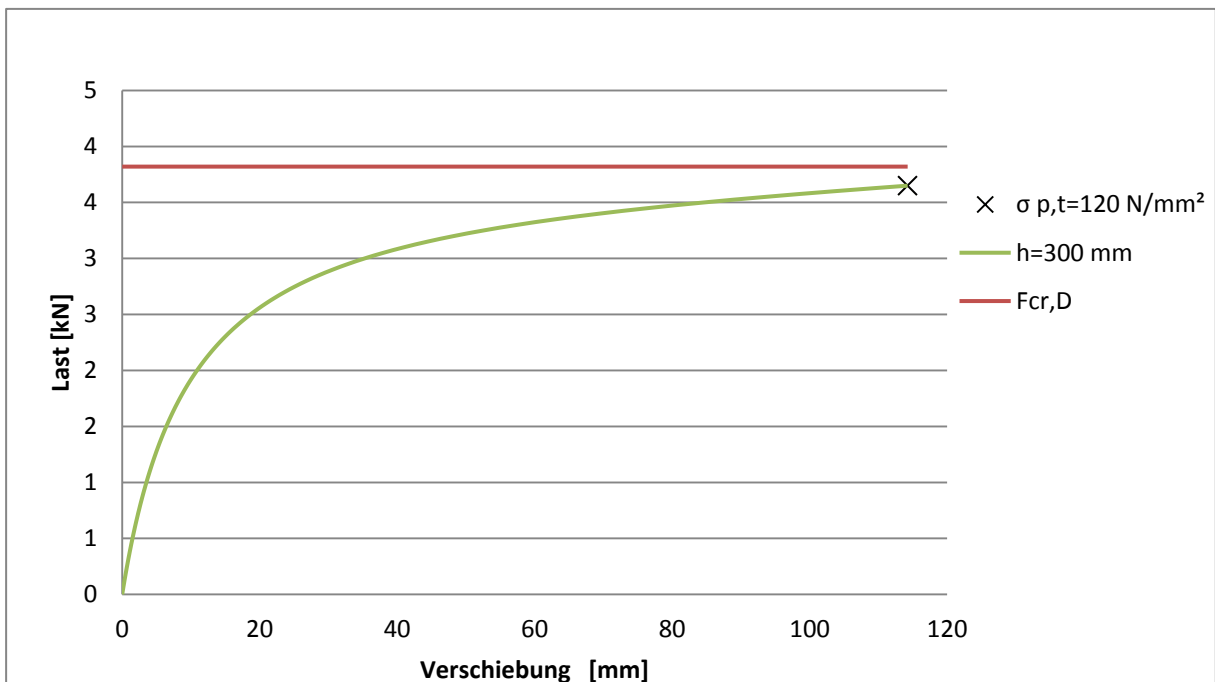


Abbildung 5.6 Last-Verschiebungsdiagramme für  $v_0=L/200$  und  $h=300$  mm

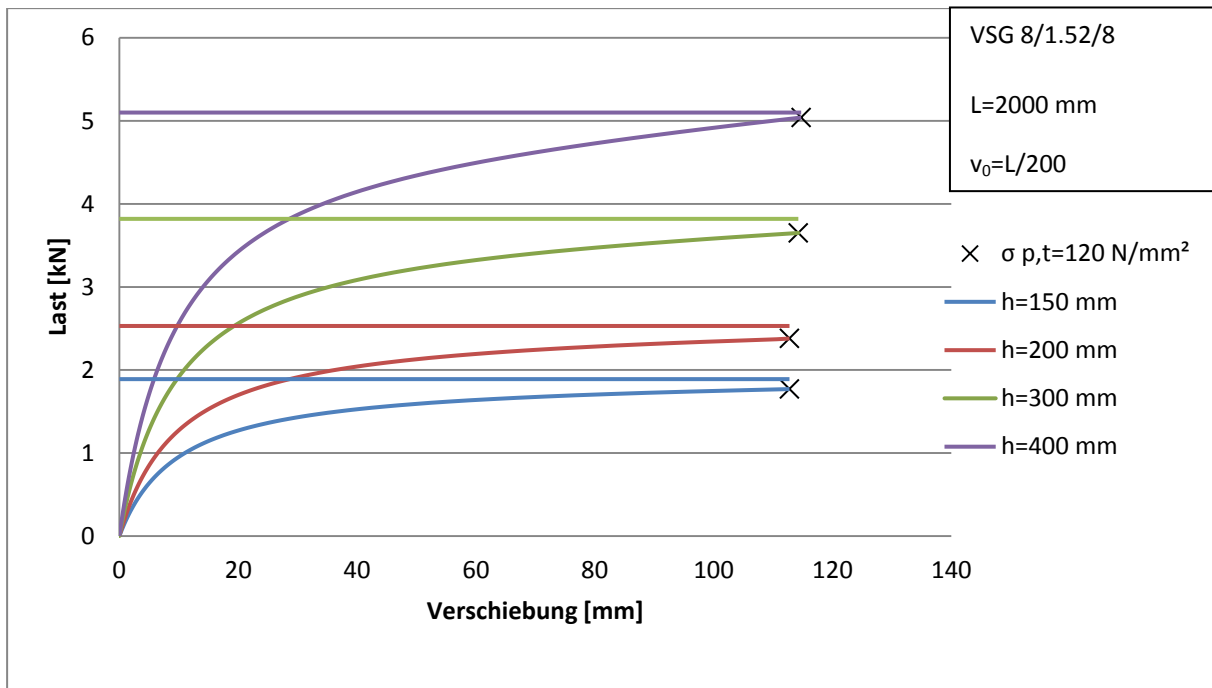


Abbildung 5.7 Vergleich der Last-Verschiebungskurven für verschiedene Trägerhöhen

### 5.3 Glasdicke

Die größte zulässige Dickenabweichung ergibt sich nach [EN 572-2:1994] demnach für ein Glas mit einer Nenndicke von 8 mm, das diesen Wert um 0,3 mm unterschreiten darf. [8]

Diese Abweichung der Glasdicke vom Nennwert, die bei der Berechnung der ideellen Kipplast angenommen wird, führt zu einer niedrigen ideellen Kipplast. Diesbezüglich wird im folgenden Diagramm (Abbildung 5.8) der Effekt einer Dickenabweichung bei der ideellen Kipplast dargestellt.

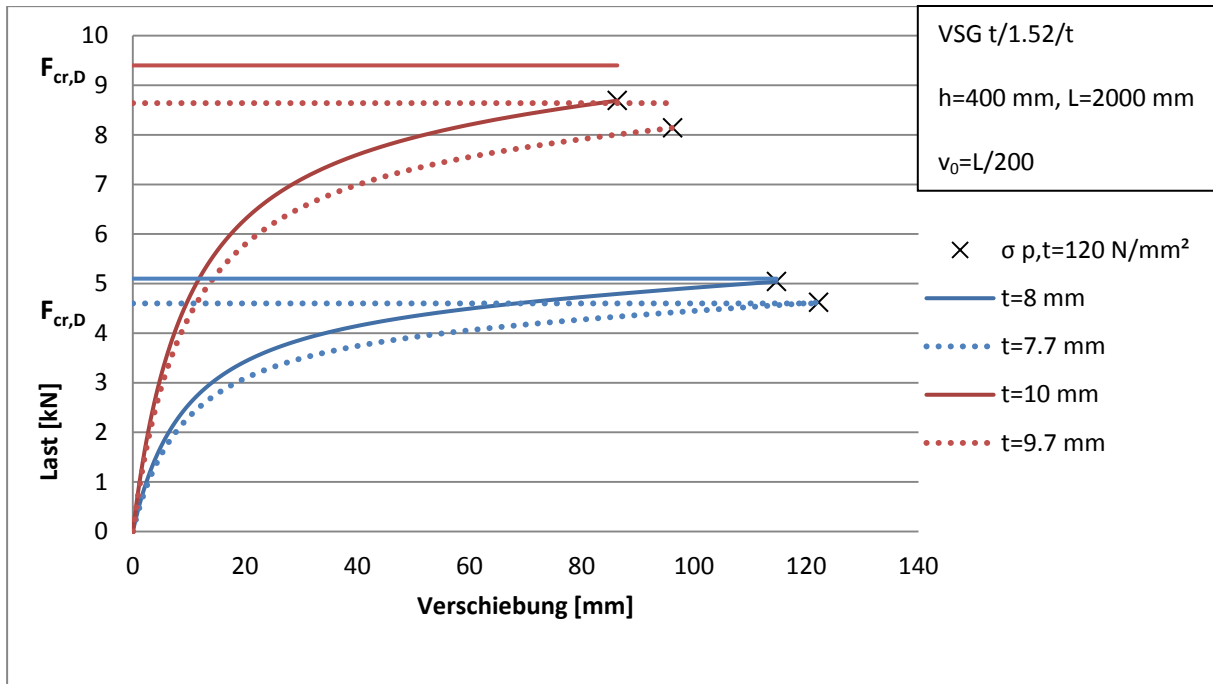


Abbildung 5.8 Last-Verschiebungs-Diagramm für die Nenndicke und red. Dicke des Trägers

Die zulässige Dickenabweichung von 0.3 mm hat einen größeren Einfluss auf die ideale Kipplast bei dünneren Scheiben und lässt sich in dem folgenden Diagramm darstellen. (Abbildung 5.9)

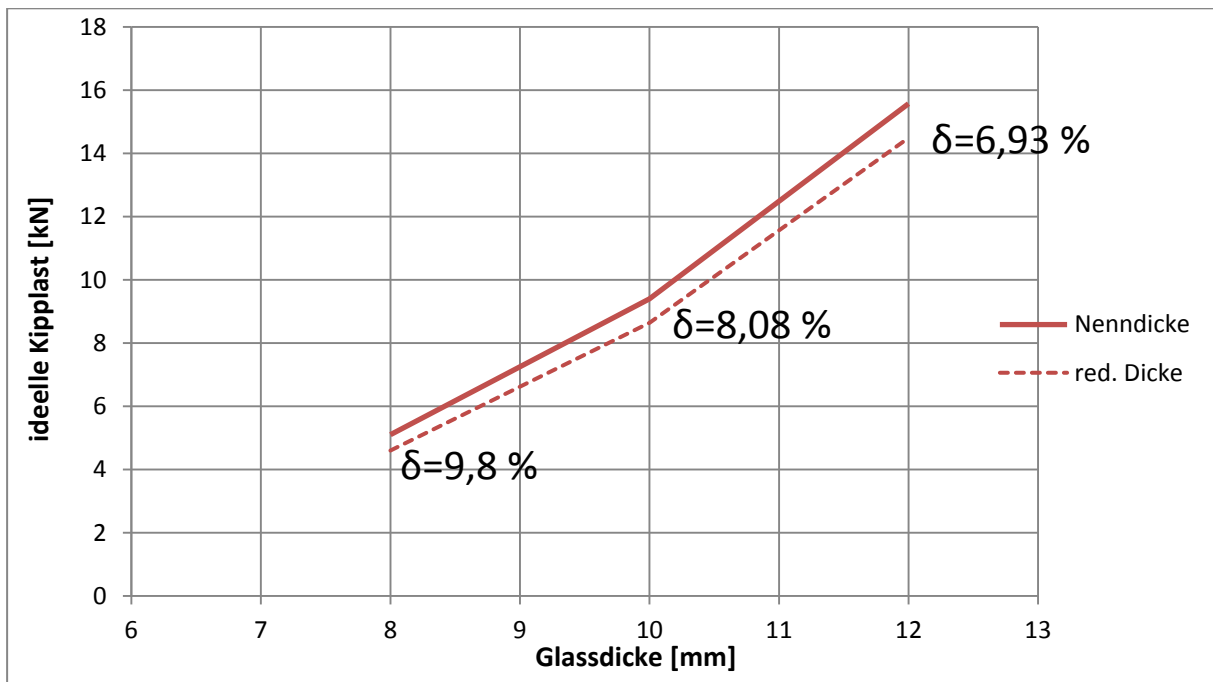


Abbildung 5.9 Effekt der Dickenabweichung auf die ideale Kipplast

## 5.4 Schubmodul der Verbundfolie

Die PVB-Folie hat bei Verbundsicherheitsglas einen Einfluss auf folgenden Parameter:

- die Imperfektionen vergrößern sich bei wiederholter Beanspruchung aufgrund des zeitverzögerten Rückverformungsverhaltens
- das Traglastniveau wird beeinflusst durch die Belastungsgeschwindigkeit. Bei weiterer Zunahme der Verformungen relaxiert die PVB-Folie weiter und die aufnehmbare Last wird geringer. [12]

Mit steiferem Verbund zwischen den Glasscheiben werden die Verformungen kleiner bzw. die Tragfähigkeit größer (Abbildung 5.10).

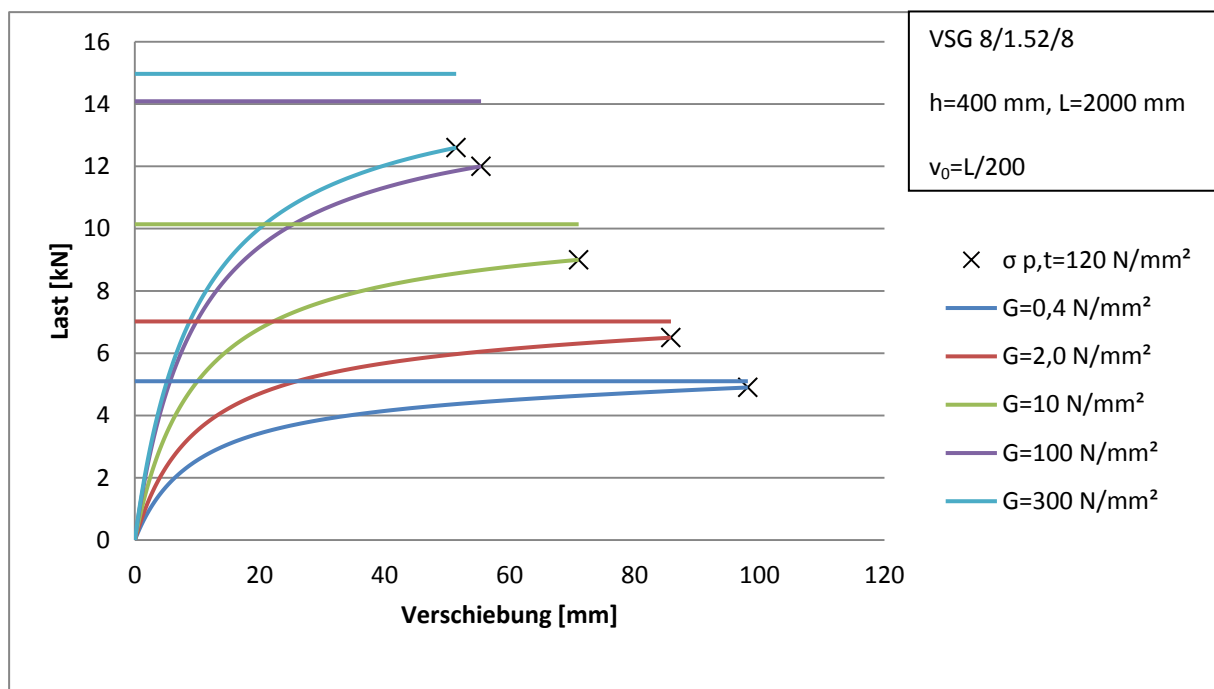


Abbildung 5.10 Vergleich der Last-Verschiebungskurven für unterschiedliche Schubmodulen der Verbundfolie

Das viskoelastische Schubtragverhalten der PVB-Folie kann für eine gegebene Temperatur und Belastungsdauer durch ein elastisches Material mit einem elastischen Schubmodul ersetzt werden, nur wenn die Verformungen oder die Spannungen bei einer bestimmten Belastungszeit und Temperatur von Interesse sind. [8]

Das folgende Diagramm zeigt die Auswirkung anhand eines Beispiels. Der Träger besteht aus VSG mit Foliendicke 1.52 mm, 8 mm Glasdicke, 400 mm Glashöhe und 2000 mm Trägerlänge (Abbildung 5.9).

Zu erkennen ist, dass mit zunehmender Schubfestigkeit der PVB-Folie, sich die ideale Kipplast eines VSG-Trägers der idealen Kipplast eines monolithischen Glasträgers annähert.

Für diesen Vergleich wurden ideale Kipplasten für  $G=0.4 \text{ N/mm}^2$ ,  $G=2.0 \text{ N/mm}^2$ ,  $G=10 \text{ N/mm}^2$ ,  $G=100 \text{ N/mm}^2$  und  $G=300 \text{ N/mm}^2$  berechnet.

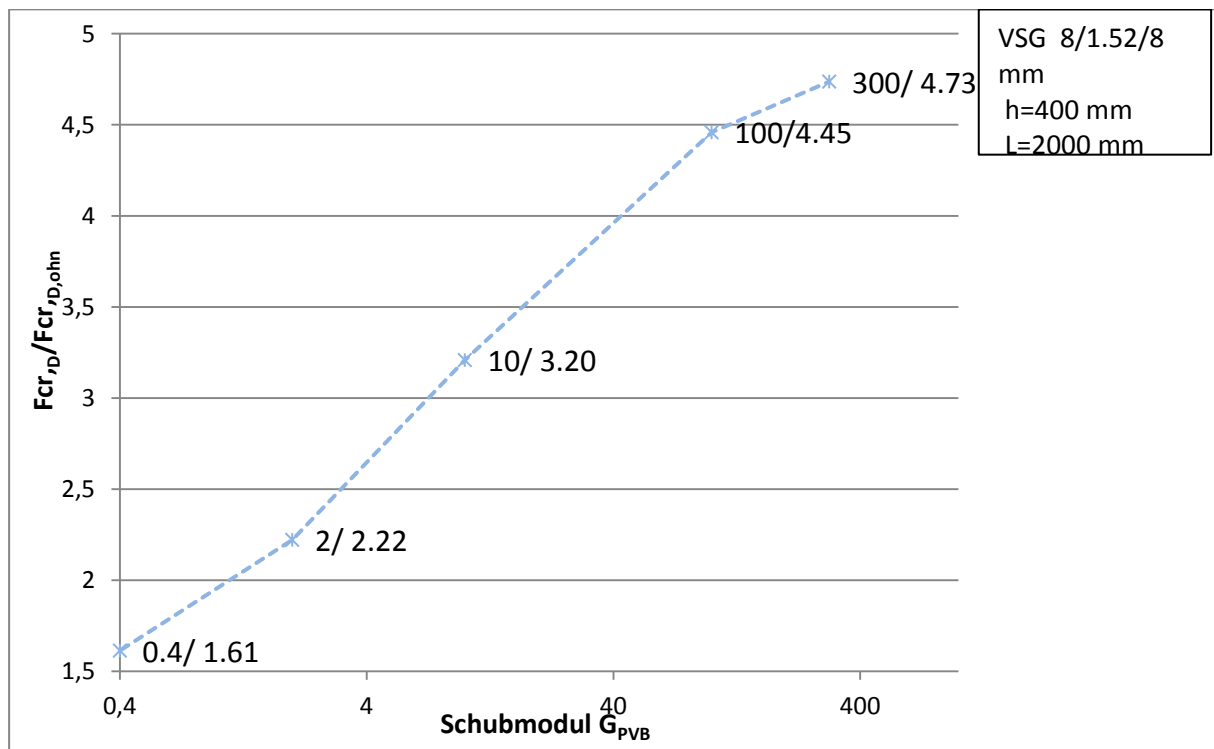


Abbildung 5.11 Einfluss der Schubfestigkeit  $G_{PVB}$  auf die ideale Kipplast  $F_{cr,D}$

## 5.5 Vorverformung

Die größten Vorverformungen liegen bei  $l/200$  und die kleinsten bei  $l/1000$ . Diese Werte beziehen sich auf die Werte der Verschiebung und Verdrehung des Querschnitts von der ersten Eigenform.

Beim VSG zu beachten ist, dass bei wiederholter Belastung der Träger, die Imperfektionen zunehmen können.

In der Abbildung 5.9 ist der Einfluss der Vorverformung  $v_0$  auf die ideale Kipplast dargestellt. Dabei wurden drei unterschiedliche Vorverformungen am Trägerende ( $v_0=L/200$ ,  $v_0=L/500$  und  $v_0=L/1000$ ) eingebracht.

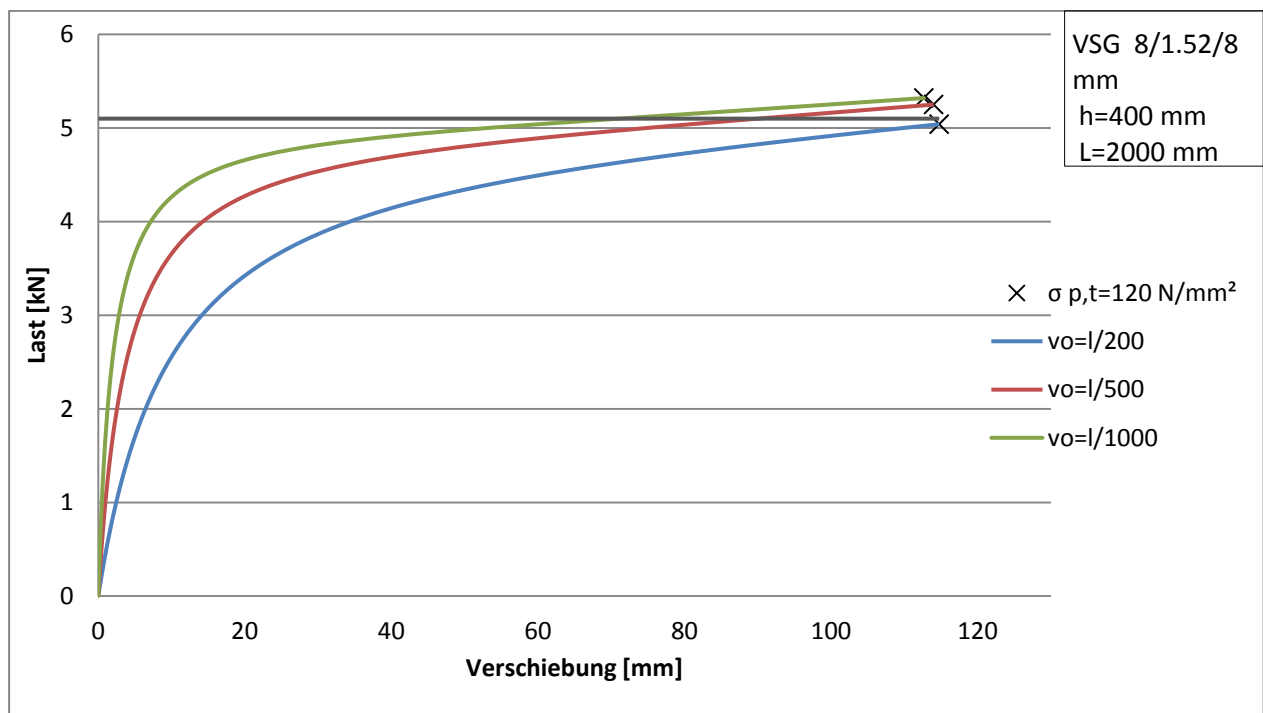


Abbildung 5.12 Auswirkung einer Vorverformung auf das Kippverhalten eines Kragträgers

## 6. Bemessungsvorschlag für kippgefährdete Kragträger aus VSG

Wie bereits erwähnt treten beim Kippen seitliche Verschiebungen  $v(x)$  und Verdrehungen  $\varphi(x)$  um die x-Achse auf. Im Stahlbau laut Eurocode 3 werden die Stabilitätsnachweise mit den Abminderungsfaktoren  $\chi_{LT}$  geführt.

### 6.1 Abminderungsfaktoren nach EC 3

Beim Kippen oder wie es üblicherweise im Stahlbau als Biegedrillknicken bezeichnet wird, lautet die Nachweisbedingung wie folgt:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}} \leq 1.0 \quad (6.1)$$

Dabei ist

$M_{Ed}$  Bemessungswert der Einwirkung

$M_{b,Rd}$  Bemessungswert der Biegedrillknickbeanspruchbarkeit

Der Bemessungswert der Biegedrillknickbeanspruchbarkeit ist nach EC3 wie folgt zu berechnen:

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} \cdot W_y \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}} \quad (6.2)$$

Der Nachweis kann wie folgt geschrieben werden:

$$\frac{M_{Ed}}{\chi_{LT} \cdot W_y \cdot f_y / \gamma_{M1}} \leq 1.0 \quad (6.3)$$

Die Abminderungsfaktoren  $\chi_{LT}$  sind von der bezogenen Kippschlankheit  $\lambda_D$  abhängig und sind im EC 3 mittels Knickspannungslinien festgelegt.

Die bezogene Kippschlankheit berechnet sich wie folgt:

$$\lambda = \sqrt{\frac{f_{y,k}}{\sigma_{cr}}} \quad (6.4)$$

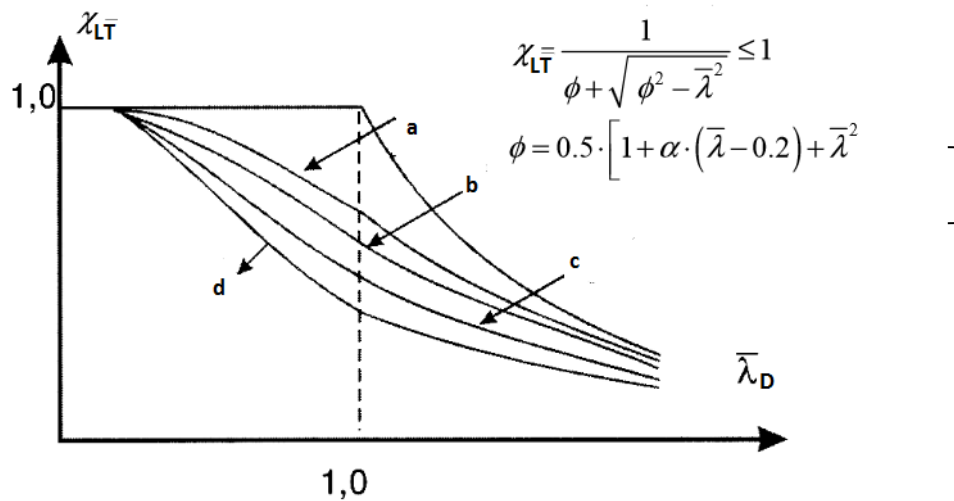


Abbildung 6.1 Knickspannungslinien nach EC3

Es wird versucht, durch die untersuchten einflussnehmenden Parameter, das Konzept mit den Abminderungsfaktoren aus dem Stahlbau für Kragträger aus VSG anzuwenden. Nach der Erstellung der Kippspannungskurven für Kragträger aus VSG aus der numerischen Simulationen, könnten diese für die Bemessung und für die Nachweisführung verwendet werden.

## 6.2 Definition der bezogenen Kippschlankheit und des Abminderungsfaktors im Glasbau

Die bezogene Kippschlankheit für Glas wird folgendermaßen festgelegt [8]:

$$\bar{\lambda}_D = \sqrt{\frac{\sigma_{p,t}}{\sigma_{cr,D}}} \quad (6.5)$$

$\sigma_{p,t}$  effektive Biegezugfestigkeit

$\sigma_{cr,D}$  ideale Kippspannung

Da beim Glas die effektive Biegezugfestigkeit maßgebend ist und im Gegensatz zum Stahlbau sich nicht auf eine Fließgrenze beziehen kann, wird die bezogene Kippschlankheit auf die effektive Biegezugfestigkeit von Glas bezogen.

Der Abminderungsfaktor wird mit der Gleichung 6.6 bestimmt:

$$\chi_D = \frac{\sigma}{\sigma_{p,t}} \quad (6.6)$$



mit

$$\sigma = \frac{M_y}{W_y} \quad (6.7)$$

Der Abminderungsfaktor infolge Kippen  $\chi_D$  entspricht dem Verhältnis der Biegespannung  $\sigma$  aufgrund eines Biegemoments  $M_y$  im Träger, bei der der Kippwiderstand des Trägers erreicht ist, zur effektiven Biegezugfestigkeit  $\sigma_{p,t}$ . [8]

### 6.3 Erstellung von Kippspannungskurven mit dem numerischen Modell

Unter der Annahme, dass bei einem Kragträger der Kippwiderstand an der Glasoberkante erreicht wird, kann der Zusammenhang zwischen der bezogenen Kippschlankheit und dem Abminderungsfaktor infolge Kippen dargestellt werden.

Bei bekanntem Kippwiderstand, der mithilfe der numerischen Simulationen bestimmt wird, lässt sich dieser Zusammenhang mittels Diagrammen bzw. Kippspannungskurven beschreiben.

Für die Bestimmung von Abminderungsfaktoren aus den numerischen Simulationen, wird das Verfahren nach Luible [8] verwendet:

- 1) Simulation des Kippverhaltens mit dem numerischen Berechnungsmodell und Ausgabe des Verlaufs der maximalen Biegezugspannung sowie der Biegespannung  $\sigma$  aufgrund der Belastung  $M_y$ .
- 2) Ermittlung der korrespondierenden Biegespannung  $\sigma_y$  im Träger bei Annahme einer ebenen Biegung um die y-Achse.
- 3) Ermittlung der bezogenen Schlankheit  $\lambda_D$  und des Abminderungsfaktors  $\chi_D$  anhand der Definitionen im Punkt 6.2
- 4) Antragen der Ergebnisse im Diagramm.

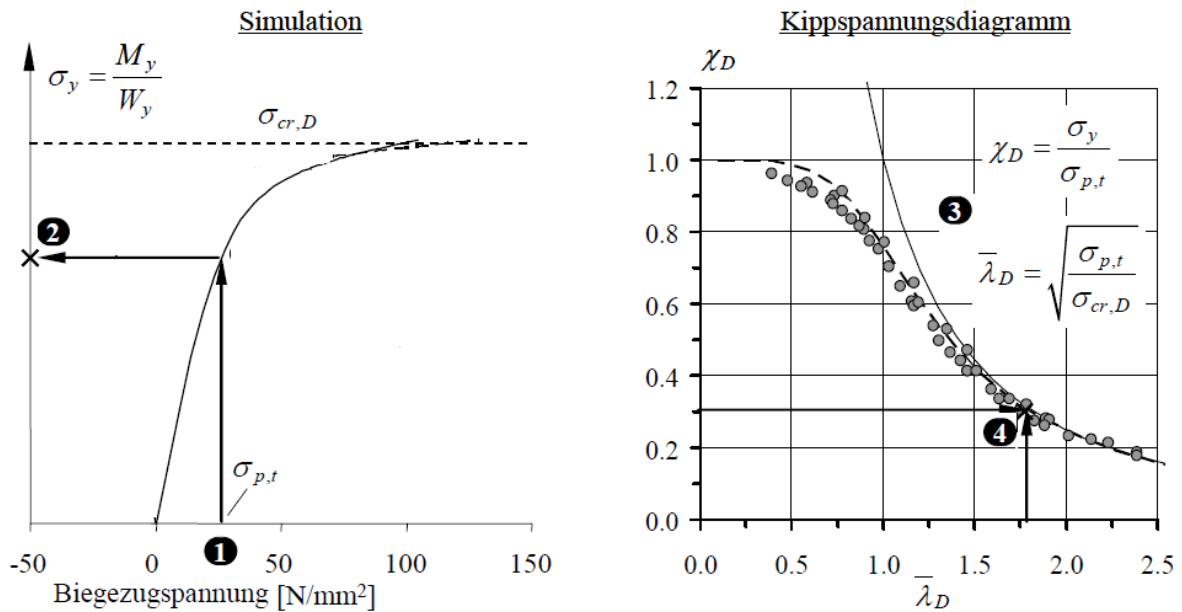


Abbildung 6.2 Vorgehensweise bei der Erstellung der Kippspannungsdiagramme

[8]

In der Simulation wurden unterschiedliche Parameter untersucht, die eine Einwirkung auf das Kippen von Glasträgern haben.

Der Träger wurde mit einer Einzellast belastet und die folgenden Parameter wurden variiert:

- Glasaufbau  $t$  : 8/1.52/8 mm, 10/1.52/10 mm und 15/1.52/15 mm
- Trägerhöhen  $h$  : 150, 200, 300 und 400 mm
- Trägerlängen  $L$  : 500, 1000, 1500, 2000, 2500 und 3000 mm
- Schubmodul  $G_{PVB}$  : 0,4, 2,0, 10, 100 und 300 N/mm<sup>2</sup>
- Vorverformung  $v_0$ :  $L/200$ ,  $L/500$  und  $L/1000$
- Effektive Biegezugfestigkeit  $\sigma_{p,t}$  30, 50, 70, 90, 100 und 120 N/mm<sup>2</sup>

### 6.3.1 Ergebnisse der Simulation

Die Ergebnisse der Simulation werden anhand Diagramme dargestellt. Zum Vergleich der Simulationsergebnisse, wurden in den Diagrammen die Knickspannungskurven a und b für Stahlbau aus dem Eurocode 3 und die Kurve von Euler dargestellt.

Die Kurve des Verzweigungsproblems nach Euler ist:

$$\chi_D = \frac{\sigma}{\sigma_{p,t}} \quad (6.8)$$

$$\text{aus } \lambda_D = \sqrt{\frac{\sigma_{p,t}}{\sigma_{cr,D}}} \Rightarrow \sigma_{p,t} = \lambda_D^2 \cdot \sigma_{cr,D} \quad (6.9)$$

$$\chi_D = \frac{\sigma}{\sigma_{cr,D}} \cdot \frac{1}{\lambda_D^2} \quad (6.10)$$

für den kritischen Eulerfall  $\sigma = \sigma_{cr,D}$ :

$$\chi_D = \frac{1}{\lambda_D^2} \quad (6.11)$$

In dem folgenden Diagramm (Abbildung 6.3) werden die Simulationsergebnisse in Abhängigkeit von der Geometrie des Trägerquerschnitts zusammengefasst.

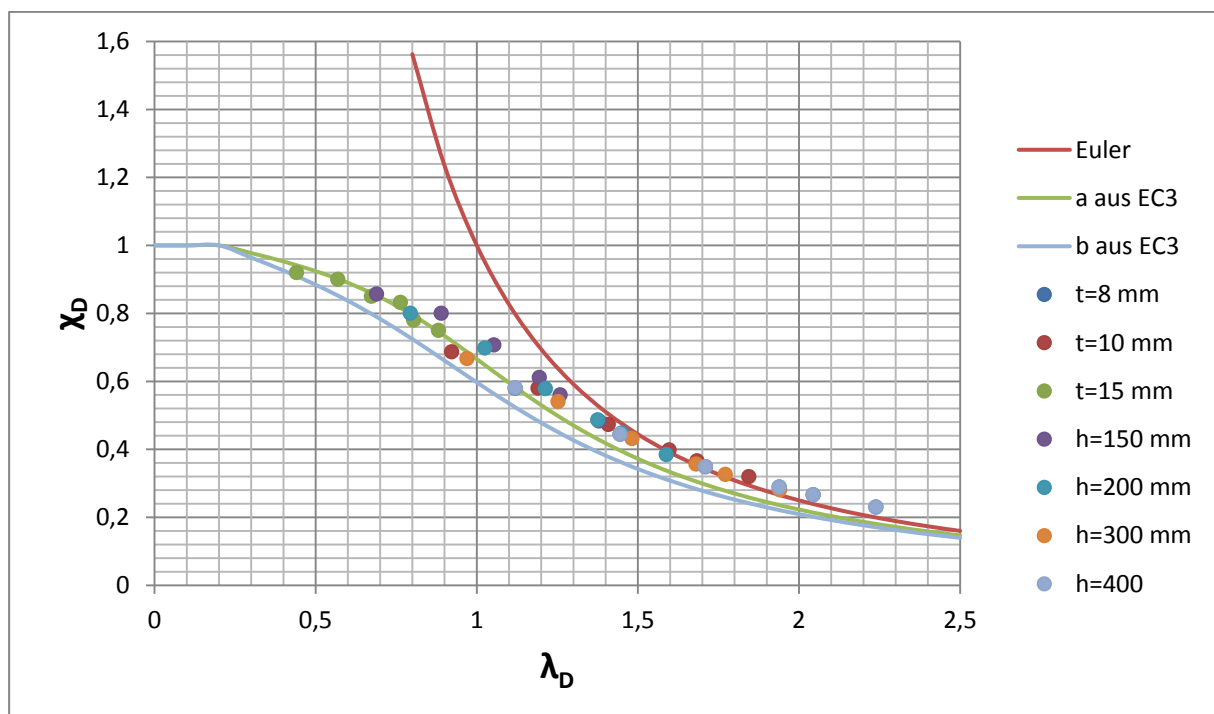


Abbildung 6.3 Simulationsergebnisse für bestimmte Querschnittsabmessungen  $v_0=L/200$

Aus der Abbildung 6.3 ist zu erkennen, dass die Simulationenpunkte einen Verlauf bilden, der in diesem Fall zwischen der Euler-Kurve und der Knickspannungskurve b aus EC 3 liegt.

Im nächsten Diagramm (Abbildung 6.4) wird die Abhängigkeit der bezogenen Kippschlankheit und des Abminderungsfaktors in Funktion der Trägerlänge eingetragen.

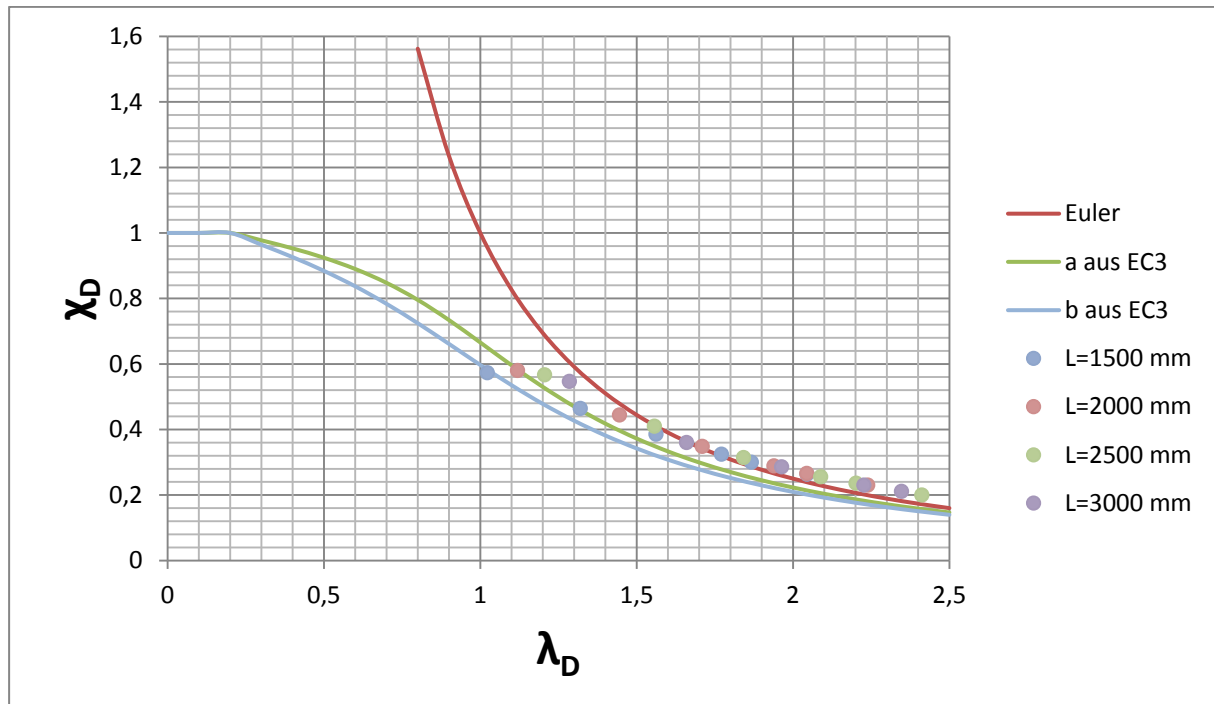


Abbildung 6.4 Simulationsergebnisse für bestimmte Trägerlängen  $v_0=L/200$

Aus der Simulation stellte sich fest, dass der Abminderungsfaktor bei gleicher Schlankheit des Trägers mit zunehmender effektiver Biegezugspannung, größer wird.

In dem folgenden Diagramm (Abbildung 6.5) werden Simulationsergebnisse für alle untersuchten Parameter dargestellt. Basierend auf dem Diagramm wird eine Kippspannungskurve für den Kippnachweis von Kragträgern aus VSG vorgeschlagen.

Da es im Rahmen dieser Masterarbeit keine Versuche durchgeführt worden sind und es für derartigen Träger keine Ergebnisse aus der Forschung gibt, ist ein Vergleich der Ergebnisse nicht gestattet.

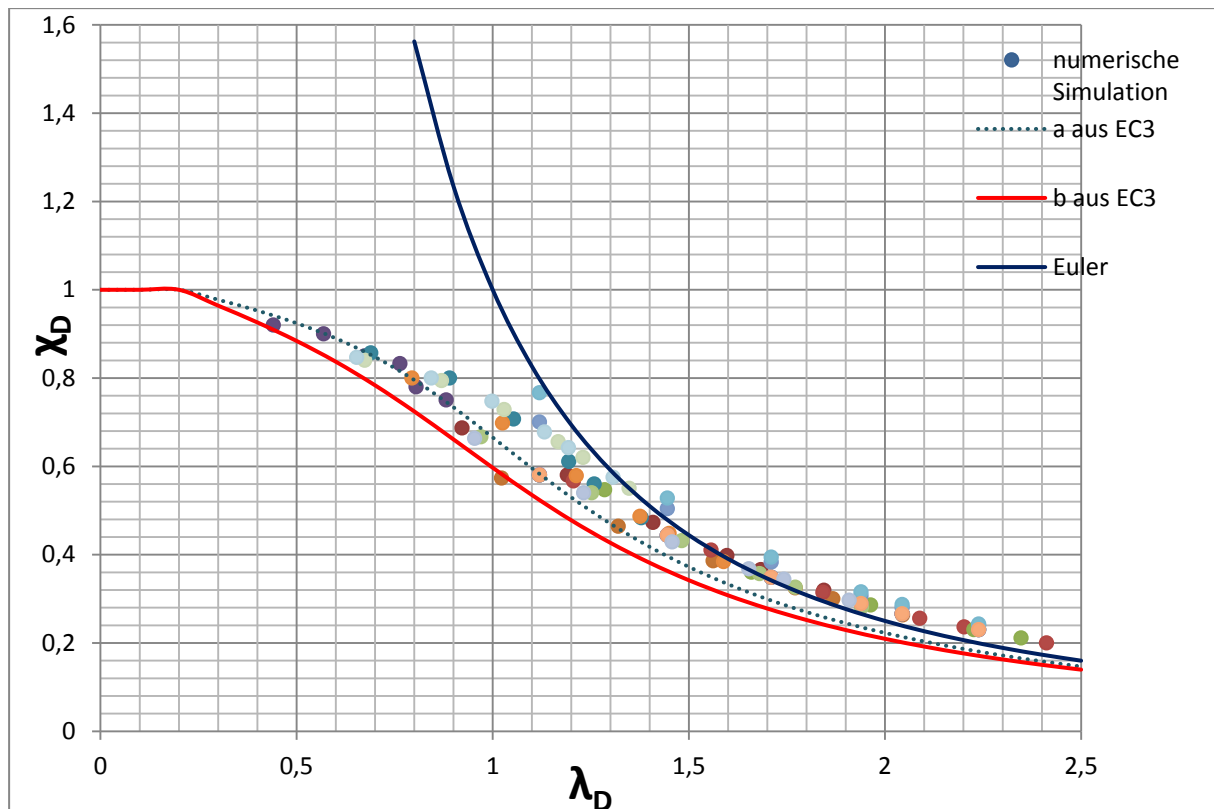


Abbildung 6.5 Simulationsergebnisse für Kragträger aus VSG

### 6.3.2 Vorschlag zur Festlegung einer Kippspannungskurve

Aus der Simulation stellte es sich fest, dass die Entwicklung eines Bemessungskonzeptes mithilfe von Kippspannungskurven ähnlich der Vorgehensweise im Stahlbau nach Eurocode 3, möglich ist.

Bei der Festlegung der Kippspannungskurven muss auf folgenden Aspekt geachtet werden:

- Bezogene Kippschlankheit wird als Funktion der effektiven Biegezugspannung bestimmt
- Belastungsart und -Dauer
- Lagerungsart
- Glasaufbau
- Vorverformung
- $\chi_{Dmax} = 1$

Aus der Abbildung 6.5 stellt sich fest, dass die Simulationspunkte durch die Knickspannungskurve b aus EC 3 gut angenähert wird. Daher wird diese Kurve für die Nachweisführung in den untersuchten Fällen vorgeschlagen.

Da bei der Simulation mit der Nenndicke gerechnet wurde und sich aus dem Kapitel 5.3 feststellte, dass die Dickenabweichung einen großen Einfluss auf den Kippwiderstand eines Kragträgers aus VSG hat (Abbildung 5.9), wird ein Sicherheitsfaktor zur Berücksichtigung dieser Abweichung vorgeschlagen. Der Sicherheitsfaktor soll bei 1.10 liegen.

Die Berechnung des Abminderungsfaktors erfolgt nach den folgenden Formeln:

$$\chi_D = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \lambda_D^2}} \quad (6.12)$$

mit  $\phi = 0.5 [1 + 0.34(\lambda_D - 0.2) + \lambda_D^2]$  (6.13)

$$\chi'_D = \frac{\chi_D}{f}$$

mit  $f = 1.10$

## 6.4 Bemessungsvorschlag

### 6.4.1 Nachweis der Tragfähigkeit nach [DIN 18008]

In der [DIN 18008] wird das Konzept nach Teilsicherheitsbeiwerten verfolgt. Der Tragsicherheitsnachweis der Glasträger ist erfüllt wenn die vorhandenen Spannungen im Glas den Bemessungswert der Biegezugfestigkeit des Glases nicht überschreiten.

$$E_d/R_d \leq 1.0 \quad (6.14)$$

Dabei ist

$$R_d = \frac{k_{mod} \cdot k_c \cdot \sigma_{p,t}}{\gamma_M} \quad (6.15)$$

$k_{mod}$       Beiwert zur Berücksichtigung der Lasteinwirkung

$k_c$           Beiwert zur Berücksichtigung der Lagerung

$\sigma_{p,t}$       effektive Biegezugfestigkeit von Glas

$\gamma_M$          Teilsicherheitsbeiwert für den Widerstand [16]

Tabelle 21 Bemessungsfestigkeiten von Baugläsern nach [DIN 18008] [30]

Glasart	Einwirkungs-dauer	$k_{mod}$	$R_d$ [N/mm <sup>2</sup> ]		
			Monoglas	+ Verbundglas	+ Kante unter Zug
Float	ständig	0,25	6,3	6,9	5,5
	mittel	0,4	10,0	11,0	8,8
	kurz	0,7	17,5	19,3	15,4
TVG	-	-	46,6	51,3	51,3
ESG	-	-	80,0	88,0	88,0

Für VSG laut [DIN 18008] darf der bemessungswert um 10% erhöht werden.

$k_c$  für Horizontalverglasungen darf 1.0 eingesetzt werden.

$\gamma_M$  für ESG und TVG beträgt 1.5

## 6.4.2 Kippnachweis für Kragträger aus VSG

Der Nachweis erfolgt mithilfe von Kippspannungskurven aus dem Kapitel 6.3

Die folgende Bedingung muss erfüllt werden:

$$M_{Ed}/M_{Rd} \leq 1.0 \quad (6.16)$$

$M_{Ed}$  Bemessungswert der Beanspruchung

$M_{Rd}$  Bemessungswert des Kippwiderstandes

$$M_{Rd} = \chi_D \cdot W_y \cdot \frac{\sigma_{p,t}}{\gamma_M} \quad (6.17)$$

$\chi_D$  Abminderungsfaktor infolge Kippen

$W_y$  Widerstandsmoment um die y-Achse

$\sigma_{p,t}$  Bemessungswert der effektiven Biegezugfestigkeit von Glas

$\gamma_M$  Teilsicherheitsbeiwert für den Widerstand



## 6.5 Beispiel

VSG 10/1.52/10

$h=400$  mm

$L=2000$  mm

$G_{pVB}=0,4$  N/mm<sup>2</sup>

$\sigma_{p,t}=120$  N/mm<sup>2</sup>

$\gamma_M=1.5$  für ESG

$F_{Ed}=3.0$  kN

### Lösung:

$M_{Ed}=F_{Ed}\cdot L=6.0$  kNm

$$F_{cr,D} = 4.013 \cdot \frac{\sqrt{EI_{z,eff} \cdot GK_{eff}}}{L^2}$$

$F_{cr,D}=6.78$  kN

$$W_y = 2 \cdot \frac{t \cdot h^2}{6} = 533333 \text{ mm}^3$$

$$\lambda_{D} = \sqrt{\frac{\sigma_{p,t}}{\sigma_{cr,D}}} = \sqrt{\frac{\sigma_{p,t}}{F_{cr,D} \cdot L / W_y}} = 2.17$$

$$\phi = 0.5 [1 + 0.34(\lambda_D - 0.2) + \lambda_D^2] = 3.19$$

$$\chi_D = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \lambda_D^2}} = 0.18$$

$$\chi'_D = \frac{\chi_D}{f} = 0.163$$

$$M_{Rd} = \chi'_D \cdot W_y \cdot \frac{\sigma_{p,t}}{\gamma_M} = 0.163 \cdot 533333 \cdot 120 / 1.5 = 6.95 \text{ kNm}$$

**Nachweis:**

$$\frac{M_{Ed}}{M_{Rd}} \leq 1.0$$

$$\frac{6.0}{6.95} = 0.86 \leq 1.0$$

Nachweis erfüllt!

---

## 7. Konstruktive Detailausbildung

Bei allen Lagerungen sollte der direkte Kontakt von Glas mit Stahl und anderen harten Materialien zu vermeiden werden. Die zur Vermeidung dieses Kontaktes verwendeten Zwischenschichtmaterialien, müssen durch ihre Steifigkeit die Lasten übertragen können. Kunststoffe, Injektionsmörtel, Neopren, Epoxiharz eignen sich gut dafür.

Um Zwangsbeanspruchungen zu verhindern, sind die Toleranzen des Rohbaus und der Unterkonstruktion, mögliche Absenkung der Lager oder Bewegung aus Dehnfugen, Toleranzprobleme in Bohrlöchern bei der Planung zu beachten. [17]

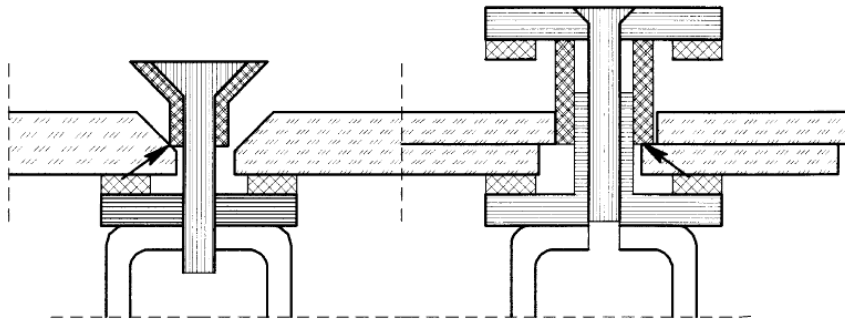


Abbildung 7.1 Toleranzprobleme beim Punkthalter [4]

Zur Übertragung der Drucklasten in der Scheibenebene werden die Kontaktverbindungen eingesetzt. Dazu gehören die Klotzungen und die Lochleibungsverbindungen. Die Klotzungen können punkt- oder linienförmig vorkommen, die aus Kunststoffen (Polyoxymethylen-PA oder Polyamid-PA) oder Injektionsmörtel hergestellt werden.

Bei einer Lochleibungsverbindung werden vorgespannte Bolzen oder Schrauben verwendet. Um die Spannungsspitzen zu vermeiden, werden Zwischenschichten aus Kunststoffen verwendet. Gießhülsen erlauben größere Maßtoleranzen und sind bei VSG günstig (Abbildung 7.2).

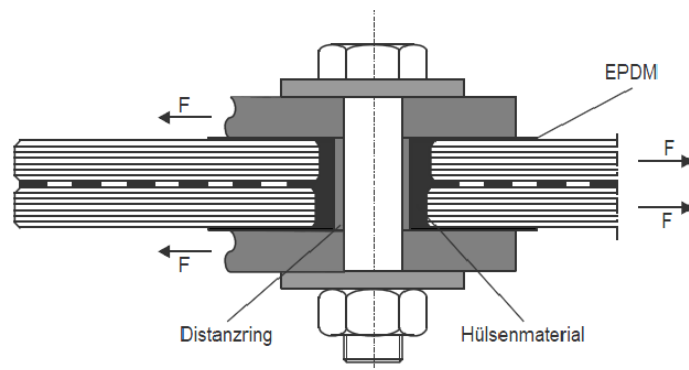


Abbildung 7.2 Lochleibungsverbindung [4]

Im Rahmen eines Forschungsprojektes am Institut für Hochbau an der Technischen Universität Graz, wurden Glasschwerter untersucht, die beim Eingang des Hochhaus beim Messezentrum in Abu Dhabi - ADNEC / Capital Gate eingebaut wurden (Abbildung 7.3).



Abbildung 7.3 Gesamtansicht der Main Canopy [2]

In der Abbildung 7.4 wird der Glasschwerttyp von der Main Canopy des Capital Gate gezeigt, von dem ausgegangen wurde. Es handelte sich dabei um ein 3.825 m langes Glasschwert aus VSG (3 x 10 mm ESG), welches hängend eingebaut ist. Am oberen Ende ist es mittels einer Verbindung mit Stahlschuh eingespannt.

Die vertikal wirkenden Eigengewichte des Glasschwertes und der Fassade werden durch eine M30 Schraube der Festigkeit 10.9 auf den Stahlschuh übertragen. Dabei wird diese auf Scher-Lochleibung beansprucht. Die horizontalen Einwirkungen werden über eine Mörtelzweischicht aus Hilti HIT-HY 70 von den Glasschwertkanten im Einspannbereich auf den Stahlschuh übertragen. [2]

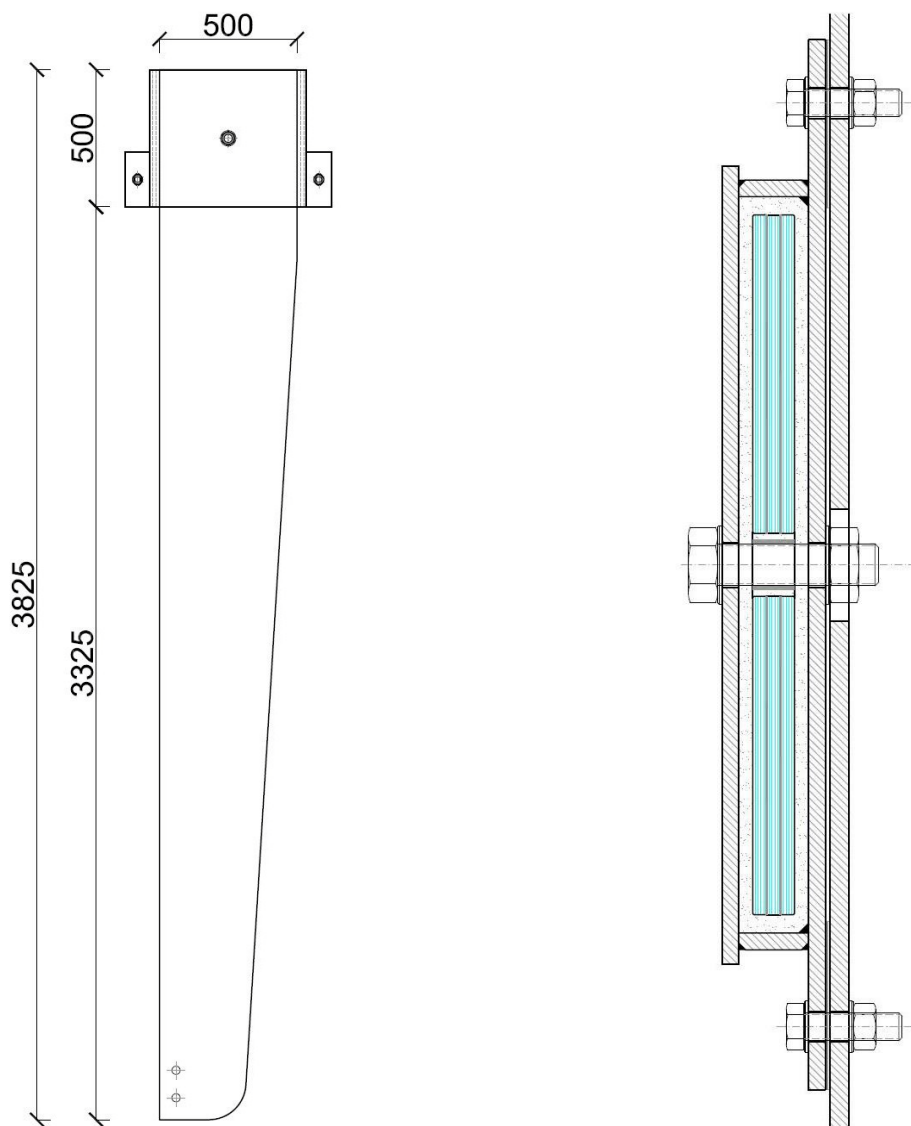


Abbildung 7.4 Glasschwert von dem bei den Untersuchungen ausgegangen wurde

Links: Ansicht; Rechts: Schnitt durch den Stahlschuh [2]

Dabei wurden vier verschiedene Varianten von hängenden Glasschwertern hinsichtlich der Lasteinleitung in die Unterkonstruktion und der Spannungsverteilung im Glas untersucht (Abbildung 7.5).

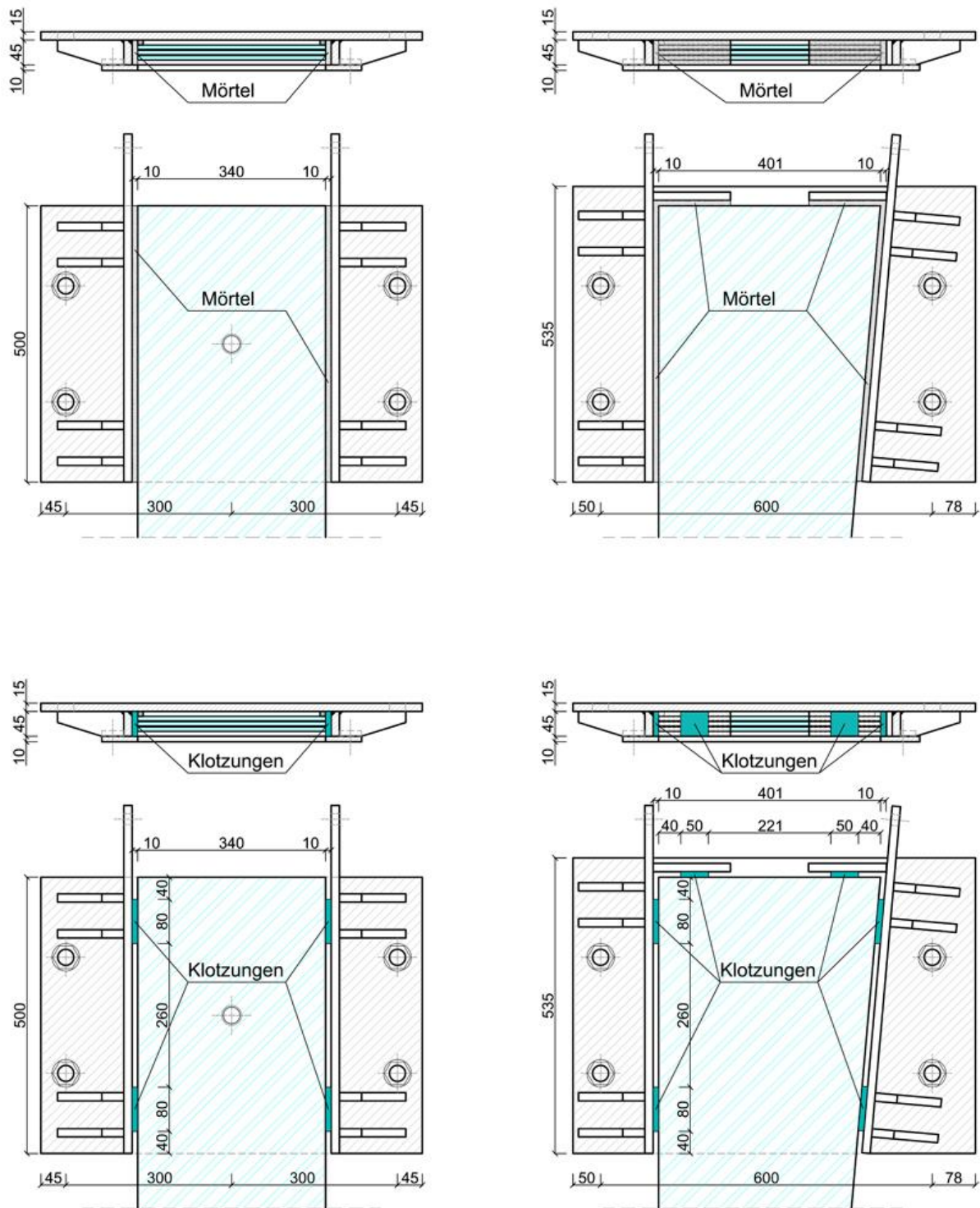


Abbildung 7.5 Geometrien der numerisch untersuchten Glasschwerttypen [2]

Da die bei den Versuchen eingreifende horizontale Drucklast viel höher als die bei den ausgeführten Stahlschuhen angesetzte Bemessungslast war, wurden zur Übertragung der Drucklasten von den Stirnblechen auf das hintere Deckblech werden 8 Steifen ausgeführt. [2]

Aus diesen Untersuchungen wurde festgestellt, dass sich der Mörtel Hilti HIT-HY 70 besser als Klotzungen aus POM als Kontaktmaterial für die Lasteinleitung aus der Glasrinne in dem Stahlschuh eignet.

# 8. Zusammenfassung und Ausblick

## 8.1 Zusammenfassung

### Theoretische Grundlagen

Die vorliegende Arbeit widmet sich der Stabilität von Tragelementen aus Glas mit Schwerpunkt auf das Kippen von Kragträgern aus Verbundsicherheitsglas. Als Erstes wurden Glas als Werkstoff und die Glasprodukte im konstruktiven Glasbau in behandelt. Anschließend wurde die Stabilitätstheorie im Allgemeinen erläutert und der Stand der Forschung für das Kippen im konstruktiven Glasbau erfasst. Die Lösungsansätze zur Ermittlung der ideellen Kipplast für Einfeldträger aus VSG nach Kasper und Luible wurden ins Detail beschrieben.

### Analytische und numerische Untersuchungen

Nach der Überarbeitung der erforderlichen Grundlagen wurden die analytischen und numerischen Untersuchungen durchgeführt. Als Erstes wurde ein Einfeldträger aus ESG und aus VSG mit einer Einzellast in der Trägermitte analytisch und numerisch untersucht. Nach dem Vergleich der Ergebnisse mit Werten aus der Literatur (Luible, Belis) stellte es sich fest, dass das Modell zufriedenstellende Ergebnisse liefert und als plausibel angenommen werden kann. Des Weiteren wurde ein Lösungsvorschlag zur analytischen Ermittlung der ideellen Kipplast für Kragträger aus VSG gegeben. Um die Gültigkeit dieser Methode zu prüfen, werden die ideellen Kipplasten numerisch ermittelt und den Kipplasten der analytischen Lösung gegenübergestellt.

### Parameterstudie

Anhand einer Parameterstudie wurde der Einfluss der folgend aufgelisteten Parameter auf das Kippen von Kragträgern aus VSG analysiert:

- Glasaufbau  $t$  : 8/1.52/8 mm, 10/1.52/10 mm und 15/1.52/15 mm
- Trägerhöhen  $h$  : 150, 200, 300 und 400 mm
- Trägerlängen  $L$  : 500, 1000, 1500, 2000, 2500 und 3000 mm
- Schubmodul  $G_{PVB}$  : 0.4, 2.0, 10, 100 und 300 N/mm<sup>2</sup>
- Vorverformung  $v_0$ : L/200, L/500 und L/1000



Dabei wurden der Elastizitätsmodul von ESG und die Dicke der Zwischenschicht konstant gehalten. Mithilfe von Last-Verschiebungs-Diagrammen wurde das Tragverhalten der Träger in Abhängigkeit der jeweiligen Parameter, bis zum Erreichen der effektiven Biegezugfestigkeit von  $120 \text{ N/mm}^2$ , dargestellt.

### **Bemessungsvorschlag**

Aus der Simulation stellte es sich fest, dass die Entwicklung eines Bemessungskonzeptes mithilfe von Kippspannungskurven ähnlich der Vorgehensweise im Stahlbau nach Eurocode 3, unter Berücksichtigung folgender Aspekte möglich ist:

- Bezogene Kippschlankheit wird als Funktion der effektiven Biegezugspannung ermittelt
- Belastungsart und –Dauer
- Lagerungsart
- Glasaufbau
- Vorverformung
- $\chi_{Dmax} = 1$

Es wurde festgestellt, dass die Simulationenpunkte durch die Knickspannungskurve b aus EC 3 gut angenähert werden. Daher wird diese Kurve für die Nachweisführung in der untersuchten Fällen vorgeschlagen.

## 8.2 Ausblick

In der vorliegenden Masterarbeit wurden analytische und numerische Untersuchungen zum Stabilitätsverhalten von Kragträgern aus VSG durchgeführt und Hinweise zur Bemessung vorgeschlagen.

In Zukunft sollten hinsichtlich der Entwicklung eines Bemessungskonzeptes für Stabilitätsbeanspruchungen von Kragträgern im konstruktiven Glasbau folgende Punkte untersucht werden:

- **Mehrere Parameter zur Festlegung der Kippspannungskurven:** Im Rahmen dieser Arbeit wurde mit einem Schubmodul der Verbundfolie von  $0.4 \text{ N/mm}^2$  gerechnet, dieser kann in der Praxis aufgrund der Temperatur und Belastungsdauer schwanken.
- **Versuchstechnische Untersuchungen zur Überprüfung der Ergebnisse:** Durch die Versuche kann die Gültigkeit der analytischen und numerischen Ergebnisse überprüft werden.
- **Untersuchungen mit anderen Belastungsarten:** Eine Belastung des Kragträgers durch eine konstante Linienlast bedarf noch Untersuchungen.
- **Untersuchung von VSG-Trägern, die aus mehr als zwei Scheiben bestehen:** In der Regel wird für Kragträger aus Glas in der Praxis VSG aus mindestens drei Scheiben eingesetzt. Die Untersuchungen in dieser Arbeit zu VSG-Kragträgern aus zwei Glasscheiben sind auf mehrschichtige Aufbauten zu erweitern.
- **Detaillierte Untersuchung der Dickenabweichung vom Nennwert:** Bei der Herstellung der Glasscheiben wird aus Kostengründen versucht die zulässigen Toleranz für die Scheibendicken maximal auszunutzen. Dadurch wird in der Praxis die Nenndicke in der Regel unterschritten. Diese Dickenabweichung hat einen großen Einfluss auf die ideale Kipplast.
- **Viskoelastisches Materialverhalten der Verbundfolie:** Im Rahmen dieser Arbeit wurde für die Verbundfolie ein elastisches Materialgesetz verwendet. Die Untersuchungen bedürfen einer Erweiterung mit einem viskoelastischen Materialgesetz.
- **Untersuchung zur Steifigkeit der Einspannstelle:** Die Einspannung wurde für die Untersuchungen als ideal starr angenommen. Es ist zu überprüfen inwieweit eine Nachgiebigkeit der Einspannstelle (Rotationssteifigkeit) auf die Ergebnisse einen Einfluss nimmt.



## Literaturverzeichnis

- [1] U. Kanack, Konstruktiver Glasbau, Köln: Müller, 1998.
  - [2] V. Silvestru, Masterarbeit: Numerische und versuchstechnische Untersuchung von hängenden Glasschwertern, Graz: TU Graz, 2012.
  - [3] B. Weller, Harth K und S. Unneweher, „Konstruktiver Glasbau“. *DETAIL Praxis*.
  - [4] R. Ofner, Leichtbau und Glasbau-Skriptum, Graz: Institut für Stahlbau und Flächentragwerke, Technische Universität Graz, 2008.
  - [5] Weller, Nicklisch, Thieme und Weimar, Glasbau-Praxis, Konstruktion und Bemessung, Berlin: Bauwerk, 2010.
  - [6] [http://www.baunetzwissen.de/standardartikel/Glas\\_Resttragfaehigkeit\\_159310.html](http://www.baunetzwissen.de/standardartikel/Glas_Resttragfaehigkeit_159310.html).
  - [7] <http://www.glassonweb.com/articles/article/531/>.
  - [8] A. Luble, Stabilität von Tragelementen aus Glas, Laussane: EPFL, 2004.
  - [9] C. Petersen, Stahlbau, Grundlagen der Berechnung und baulichen Ausbildung von Stahlbauten, Wiesbaden: Springer Vieweg, 2013.
  - [10] R. Kindmann, Stahlbau, Teil2: Stabilität und Theorie II. Ordnung, Ernst&Sohn, 2008.
  - [11] J. Güsgen, Bemessung tragender Bauteile aus Glas, Aachen: Shaker Verlag, 1998.
  - [12] R. Kasper, Tragverhalten von Glasträgern, Aachen: Shaker Verlag, 2005.
  - [13] T. Holberndt, Entwicklung eines Bemessungskonzeptes für den Nachweis von stabilitätsgefährdeten Glasträgern unter Biegebeanspruchung, Berlin: Frauenhofer IRB Verlag, 2006.
  - [14] J. Belis, C. Bedon, C. Louter, C. Amadio und R. Van Impe, „Experimental and analytical assessment of lateral torsional buckling of laminated glass beams,“ *Engineering Structures*, 2013.
  - [15] L. Prandtl, Kipperscheinung, München, 1899.
  - [16] B. Weller und S. Tasche, Glasbau 2012, Ernst & Sohn, 2012.
  - [17] I. f. H. d. T. Graz, Konstruktiver Glasbau-Lehrunterlagen zur Glas- und Leichtbau, Graz:
-

Institut für Hochbau der TU Graz, 2013.

- [18] [http://www.baunetzwissen.de/standardartikel/Glas\\_Glasrohre\\_456075.html?img=1&layout=galerie](http://www.baunetzwissen.de/standardartikel/Glas_Glasrohre_456075.html?img=1&layout=galerie).
- [19] [http://www.baunetzwissen.de/standardartikel/Glas\\_Glasrohre\\_456075.html?img=1&layout=galerie](http://www.baunetzwissen.de/standardartikel/Glas_Glasrohre_456075.html?img=1&layout=galerie).
- [20] <http://www.detail.de/uploads/pics/Schueco6-11-2012.jpg>.
- [21] [http://www.detail.de/inspiration/sites/inspiration\\_detail\\_de/uploads/images/projects/160211385downloadansichtenBuerogebaeudeFellbach\\_Aussenansicht\\_Glasfassade.jpg?780](http://www.detail.de/inspiration/sites/inspiration_detail_de/uploads/images/projects/160211385downloadansichtenBuerogebaeudeFellbach_Aussenansicht_Glasfassade.jpg?780).
- [22] [http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/b/be/Gleichgewicht\\_Mechanik.png](http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/b/be/Gleichgewicht_Mechanik.png).
- [23] <http://www.hrad.cz/en/prague-castle/photogallery/prague-castle/15.shtml>.
- [24] <http://reisen-travel.com/bilder-galerie/displayimage.php?album=89&pos=3>.
- [25] [www.britannica.com](http://www.britannica.com).
- [26] <http://bauhaus-online.de/atlas/werke/fagus-werk>.
- [27] <http://news.travelhouseuk.co.uk/destinations/go-green-with-the-bewitching-botanical-gardens.htm>.
- [28] J. Wurm, Glas als Tragwerk-Entwurf und Konstruktion selbsttragender Hüllen, Basel: Birkhäuser Verlag AG, 2007.
- [29] <http://www.glasbau.net/ursachen-fuer-glasbruch-2010594>.
- [30] <http://www.chemie-am-auto.de/glas/index2.htm>.
- [31] <http://www.konzept-glas.de/images/stories/2.bmp>.
- [32] <http://www.fassade.ch/platform/content/element/1332/25.jpg>.
- [33] [http://www.glas-porschen.de/de/produkte\\_sg\\_tvg.php](http://www.glas-porschen.de/de/produkte_sg_tvg.php).
-

## Tabellenverzeichnis

Tabelle 1 Eigenschaften von Floatglas [4] .....	23
Tabelle 2 Resttragfähigkeit von VSG für verschiedene Glasarten [20] .....	28
Tabelle 3 Resttragfähigkeit von VSG für verschiedene Lagerungsarten [20] .....	29
Tabelle 4 Übersicht der untersuchten Trägern .....	38
Tabelle 5 Koeffizienten für die Lastfälle $q = \text{cte}(\text{konstant})$ und „P in Feldmitte“ [12] .....	42
Tabelle 6 Gleichungen für die Berechnung der Verdrehung [12] .....	43
Tabelle 7 Gleichungen für die Berechnung der seitlichen Verformung [12] .....	43
Tabelle 8 Gleichungen für die Berechnung des kritischen Momentes $M_{ki}$ [12] .....	43
Tabelle 9 Berechnungsmodelle und die ideellen Kipplasten aus der analytischen Lösung für ESG .....	48
Tabelle 10 Berechnungsmodelle und die ideellen Kipplasten aus der numerischen Simulation für ESG .....	49
Tabelle 11 Vergleich der ideellen Kipplast mit den Bruchlasten der Versuche [8] .....	49
Tabelle 12 Vergleich der ideellen Kipplast für ESG .....	49
Tabelle 13 Berechnungsmodelle und die ideellen Kipplasten aus der analytischen Lösung für VSG .....	51
Tabelle 14 Berechnungsmodelle und die ideellen Kipplasten aus der numerischen Simulation für VSG .....	53
Tabelle 15 Übersicht der Proben für die experimentelle Untersuchung [14] .....	53
Tabelle 16 Bruchlasten der Versuche und der analytischen Berechnungen [14] .....	53
Tabelle 17 Vergleich der ideellen Kipplasten für VSG .....	54
Tabelle 18 Berechnungsmodelle und die ideellen Kipplasten aus der analytischen Lösung für Kragträger aus VSG .....	56
Tabelle 19 Berechnungsmodelle und die ideellen Kipplasten aus der numerischen Lösung für Kragträger aus VSG .....	59
Tabelle 20 Vergleich der analytischen und numerischen ideellen Kipplasten .....	59
Tabelle 21 Bemessungsfestigkeiten von Baugläsern nach [DIN 18008] [30] .....	79

## Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1.1 Sainsbury Center for Visual Arts [1].....	16
Abbildung 1.2 Glasschwerter im Bauzustand [2] .....	17
Abbildung 2.1 Gotische Kathedralen – Links: Veitsdom in Prag [14]; Rechts : Liebfrauenkirche in Trier[15].....	19
Abbildung 2.2 Links: Der Kristallpalast in Sydenham Hill, London [16], Rechts: Das Fagus-Werk in Alfeld an der Leine [17].....	20
Abbildung 2.3 Königlicher Botanischer Gärten in Kew bei London [18].....	21
Abbildung 2.4 Dachkonstruktion Atrium Stadtsparkasse, Köln [19].....	21
Abbildung 2.5 Qualitative Darstellung der Spannungs-Dehnungs-Diagramme von Glas und Stahl im Vergleich [21] .....	22
Abbildung 2.6 Bruchbild von Floatglas [22] .....	23
Abbildung 2.7 Prinzipskizze des Floatprozesses [23] .....	24
Abbildung 2.8 Herstellung von thermisch vorgespanntem Glas ( ESG) [4] .....	25
Abbildung 2.9 Links: Spannungsverteilung über den Querschnitt bei ESG [24]; Rechts: Bruchbild eines ESG [25] .....	26
Abbildung 2.10 Spontanbruch bei ESG [4] .....	26
Abbildung 2.11 Bruchbild von TVG [26] .....	27
Abbildung 2.12 Herstellung von VSG [20] .....	28
Abbildung 2.13 VSG aus ESG mit Punkthalter [20] .....	29
Abbildung 2.14 Schubverbund bei Verbundgläsern :a) Verformung einer Verbundglasscheibe bei vollem Schubverbund; b) Verformung einer Verbundglasscheibe bei fehlendem Schubverbund; c) Spannungsverteilung bei vollständigem Schubverbund; d) Spannungsverteilung ohne Schubverbund[27].....	30
Abbildung 2.15 Spannungs-Dehnungslinien der PVB-Folie bei verschiedenen Temperaturen [4] .....	30
Abbildung 2.16 Vergleich der Kurzzeitbeanspruchung PVB-SentryGlas Plus .....	31
Abbildung 2.17 Typische Lage der Initialbrüche: schmaler Querschnitt [13].....	32
Abbildung 3.1 Grundsatzbeispiel Kragträger [9] .....	33
Abbildung 3.2 Illustration der Gleichgewichtsarten: Kugel [10] .....	34
Abbildung 3.3 Vergleich der Last-Verschiebungs-Diagrammen aus den Versuchen und aus der analytischen Gleichung [14].....	38
Abbildung 3.4 Maximale Biegezugspannung von analytischem und numerischem Modell an der Glasunterkante in Trägermitte [8] .....	40
Abbildung 3.5 Versuchsstand der Kippversuche [8] .....	41
Abbildung 3.6 Kippversuche [8] .....	41
Abbildung 3.7 Querschnitt von VSG aus zwei Glasscheiben.....	45
Abbildung 3.8 Schubfluss in einem VSG-Querschnitt bei reiner Torsionsbeanspruchung [13] .....	46
Abbildung 4.1 FEM-Modell und Symetriebedingungen.....	48

Abbildung 4.2 Vergleich analytischen-numerischen mit den Simulationen von Luible .....	50
Abbildung 4.3 FEM- Modell: Schichtenaufbau und Lagerung .....	52
Abbildung 4.4 Vergleich analytischen-numerischen mit den Versuchsergebnissen von Belis et al. [14].....	54
Abbildung 4.5 Kippen eines Kragträgers .....	55
Abbildung 4.6 Erste Eigenform.....	57
Abbildung 4.7 Zweite Eigenform .....	58
Abbildung 4.8 Dritte Eigenform .....	58
Abbildung 4.9 Vergleich von analytischen und numerischen Kipplasten .....	60
Abbildung 5.1 Erstellung der Last-Verschiebungs-Diagramme .....	62
Abbildung 5.2 Biegezugspannungen an der Glasoberkante im Einspannbereich .....	62
Abbildung 5.3 Vergleich der Last-Verschiebungskurven für verschiedene Trägerlängen.....	63
Abbildung 5.4 Last-Verschiebungsdiagramme für $v_0=L/200$ und $L=1.5$ m .....	64
Abbildung 5.5 Last-Verschiebungsdiagramme für $v_0=L/200$ und $L=3$ m .....	64
Abbildung 5.6 Last-Verschiebungsdiagramme für $v_0=L/200$ und $h=300$ mm .....	65
Abbildung 5.7 Vergleich der Last-Verschiebungskurven für verschiedene Trägerhöhen .....	66
Abbildung 5.8 Last-Verschiebungs-Diagramm für die Nenndicke und red. Dicke des Trägers.....	67
Abbildung 5.9 Effekt der Dickenabweichung auf die ideelle Kipplast .....	67
Abbildung 5.10 Vergleich der Last-Verschiebungskurven für unterschiedliche Schubmodulen der Zwischenschicht.....	68
Abbildung 5.11 Einfluss der Schubfestigkeit $G_{PVB}$ auf die ideelle Kipplast $F_{cr,D}$ .....	69
Abbildung 5.12 Auswirkung einer Vorverformung auf das Kippverhalten eines Kragträgers.....	70
Abbildung 6.1 Knickspannungslinien nach EC3 .....	72
Abbildung 6.2 Vorgehensweise bei der Erstellung der Kippspannungsdiagramme .....	74
Abbildung 6.3 Simulationsergebnisse für bestimmte Querschnittsabmessungen $v_0=L/200$ .....	75
Abbildung 6.4 Simulationsergebnisse für bestimmte Trägerlängen $v_0=L/200$ .....	76
Abbildung 6.5 Simulationsergebnisse für Kragträger aus VSG .....	77
Abbildung 7.1 Toleranzprobleme beim Punkthalter [4] .....	83
Abbildung 7.2 Lochleibungsverbindung [4] .....	84
Abbildung 7.3 Gesamtansicht der Main Canopy [2] .....	84
Abbildung 7.4 Glasschwert von dem bei den Untersuchungen ausgegangen wurde.....	85
Abbildung 7.5 Geometrien der numerisch untersuchten Glasschwerttypen [2] .....	86