



Stefan Johann Huemer, BSc

**Zuverlässigkeit im Stahlbau -
Vorgehensweise nach Eurocode
und praktische Anwendung**

MASTERARBEIT

zur Erlangung des akademischen Grades

Diplom-Ingenieur

Masterstudium Bauingenieurwissenschaften - Konstruktiver Ingenieurbau

eingereicht an der

Technischen Universität Graz

Betreuer

Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Harald Unterwiesing

Ass.Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Andreas Taras

Institut für Stahlbau

Fakultät für Bauingenieurwissenschaften

EIDESSTATTLICHE ERKLÄRUNG

AFFIDAVIT

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt, und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe. Das in TUGRAZonline hochgeladene Textdokument ist mit der vorliegenden Masterarbeit identisch.

I declare that I have authored this thesis independently, that I have not used other than the declared sources/resources, and that I have explicitly indicated all material which has been quoted either literally or by content from the sources used. The text document uploaded to TUGRAZonline is identical to the present master's thesis.

Datum / Date

Unterschrift / Signature

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei all jenen bedanken, die mich während der Studienzeit an der TU Graz sowie beim Verfassen dieser Masterarbeit begleitet und unterstützt haben.

An erster Stelle möchte ich mich bei meinem Betreuer, Herrn Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Harald Unterweger, bedanken. Ich weiß es sehr zu schätzen, dass Sie so viel Zeit und Hingabe in die Betreuung dieser Arbeit gesteckt haben.

Ein großer Dank gilt meinem Betreuer Ass.Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Andreas Taras, der mich für das Masterarbeitsthema begeisterte. Herzlichen Dank für deine großartige Betreuung und Unterstützung beim Verfassen dieser Arbeit.

Ein herzlicher Dank gilt dem gesamten Stahlbauinstitut der TU Graz für die angenehme und freundliche Arbeitsatmosphäre am Institut.

Ein großer Dank gilt auch dem Institut für Baustatik für die zur Verfügung Stellung des 2D-Rahmenprogrammes, ohne dem die Arbeit nicht realisierbar gewesen wäre.

Ganz besonders möchte ich mich bei meiner Familie, meinen Eltern Heribert und Edeltraud, sowie meinen Geschwistern Michael und Katrin bedanken. Ohne euch wäre ich nicht wo ich heute bin. Danke für den Rückhalt und die Unterstützung während meines gesamten Bildungsweges.

Ein ganz großer Dank gilt auch meinen Mitbewohnern während der Studienzeit, Max und Elli. Herzliches Dankeschön für die wundervolle gemeinsame Zeit in unserer „Rohrer-WG“.

Ein ganz besonderer Dank gilt meinen Studienkollegen, insbesondere der „Gruppe 1“ (Manuel, Michael, Christian, Gregor, Matthias, Irene, Martin sowie Alexander). Danke für die großartigen gemeinsamen Stunden innerhalb und abseits des TU Gebäudes. Dank euch war die Studienzeit einfach einzigartig.

Abschließend möchte ich mich noch ganz besonders bei meiner Verlobten, Claudia, bedanken. Unsere gemeinsame Zeit kam oft aufgrund des Studiums sowie meiner Masterarbeit zu kurz und trotzdem hast du mich stets ermutigt und unterstützt beim Verwirklichen meiner Ziele. Danke für dein Verständnis und deine Unterstützung.

Kurzfassung

Bei der Errichtung eines Bauwerkes werden konkrete Anforderungen an die Sicherheit – insbesondere Tragsicherheit - des Bauwerkes für die Benutzer gestellt. Die Zuverlässigkeit (Bezifferung der Sicherheit) wird auf die beiden Größen: Einwirkungen auf das Bauwerk E und Tragwiderstand des Bauwerkes R , aufgeteilt. Diese Arbeit befasst sich vor allem mit der Festlegung der Zuverlässigkeit auf Seite des Widerstandes und beschreibt die prinzipielle Vorgehensweise zur statistischen Kalibrierung eines Widerstandsmodells. Dies erfolgt nach dem Eurocode EN1990-Annex D und alternativ mittels Monte Carlo-Simulationen. Als Unsicherheiten auf der Widerstandsseite gehen zum einen die Streuungen der Basisvariablen ein und zum anderen die Modellunsicherheiten.

Die Auswirkungen der Streuungen der Basisvariablen wurden anhand von Beispielen an den Tragsicherheitsnachweisen im Stahlbau (Querschnittsnachweise und Stabilitätsnachweise) sowie an einem kompletten Stahl-Hallenrahmen, nach der Vorgehensweise nach dem Eurocode sowie mittels Monte Carlo Simulationen untersucht.

Der Einfluss der Modellgenauigkeit, sowie die gesamte Bestimmung des Teilsicherheitsbeiwertes γ_M^* zur Gewährleistung der geforderten Bauteil-Zuverlässigkeit, ist anhand eines Knickstabes unter zentrischem Druck gezeigt.

Die in dieser Arbeit gewonnenen Erkenntnisse sind abschließend in der Schlussfolgerung zusammengefasst.

Abstract

Reliability of Steel Structures – Eurocode Methodology and Practical Applications

When designing a building, specific demands on the structure regarding the safety of the users have to be met. The reliability (i.e. the quantification of the safety) has two origins, the effects of actions/loads E and the resistance R of the structure. This work primarily is concerned with defining the reliability of the resistance side; it thus describes the general procedure for the statistical calibration of resistance models. This is done according to Eurocode EN 1990 Annex-D and alternatively with Monte Carlo Simulations. As uncertainties on the resistance side, there are - on the one hand - the variances of the basic variables and – on the other hand - the model uncertainties.

The effects of the variation of the basic variables is shown through examples of some selected ULS-limit state verification equations for steel constructions (cross-sectional design checks and stability checks), as well as on a complete steel portal frame, according to the procedure of the Eurocode and by using Monte Carlo Simulations.

The influence of the model uncertainties and the entire determination of the partial safety coefficient γ_M^* to ensure the required component reliability are shown for a steel member under axial compression.

This thesis discussed the advantages and disadvantages of the individual methods for the reliability assessment of steel structures.

Inhaltsverzeichnis

0	Gliederung der Arbeit	1
1	Einleitung.....	3
1.1	Sicherheit und Zuverlässigkeit	3
1.2	Strategien zur Erhöhung der Sicherheit.....	5
1.2.1	Sicherheitsabstand zwischen Einwirkungen und Widerstand vergrößern	5
1.2.2	Maßnahmen zur Vermeidung menschlicher Fehlhandlungen	5
1.2.3	Maßnahmen zur Begrenzung des Schadensausmaßes.....	6
1.3	Überblick über Zuverlässigkeitsmethoden	7
1.3.1	Deterministische Methoden.....	7
1.3.2	Probabilistische Methoden	8
1.4	Grundlagen zur Statistik - Begriffsbestimmung	11
1.4.1	Mittelwert.....	11
1.4.2	Medianwert.....	11
1.4.3	Fraktile bzw. Quantile	11
1.4.4	Varianz	12
1.4.5	Standardabweichung	13
1.4.6	Variationskoeffizient.....	13
1.4.7	Wahrscheinlichkeit.....	13
1.4.8	Zufallsexperiment.....	13
1.4.9	Ereignis.....	14
1.4.10	Wahrscheinlichkeitsfunktion, Dichtefunktion, Verteilungsfunktion...	14
1.4.11	Verteilungsarten	16
1.4.12	Konfidenzintervall bzw. Konfidenzgrenze.....	20
1.5	Anforderungen an das Bauwerk - Begriffsbestimmung	21
1.5.1	Geplante Nutzungsdauer	21
1.5.2	Dauerhaftigkeit.....	22
1.5.3	Qualitätsmanagement	22
1.5.4	Zuverlässigkeit	23
1.6	Zuverlässigkeitsindex β	24

1.7	Aufteilung der geforderten globalen Sicherheit auf Einwirkung und Widerstand.....	26
2	Statistische Kalibrierung eines Widerstandsmodells – prinzipielle Vorgehensweise	29
2.1	Vorgehensweise nach Eurocode EN 1990.....	29
2.1.1	Schritt 1: Entwicklung einer Funktion für das Widerstandsmodell.....	29
2.1.2	Schritt 2: Vergleich der experimentellen und theoretischen Werte der Widerstände.....	30
2.1.3	Schritt 3: Schätzung der Mittelwertkorrektur b	31
2.1.4	Schritt 4: Schätzung des Variationskoeffizienten der Streugröße δ_i	32
2.1.5	Schritt 5: Verträglichkeitsprüfung.....	32
2.1.6	Schritt 6: Bestimmung der Variationskoeffizienten V_{xi} der Basisvariablen.....	33
2.1.7	Schritt 7: Bestimmung des charakteristischen Wertes r_k der Widerstandsfunktion - Methode (a).....	33
2.1.8	Bestimmung des Bemessungswertes r_d der Widerstandsfunktion - Methode (b).....	36
2.2	Alternative Vorgehensweise durch Monte Carlo Simulationen.....	37
2.2.1	Anwendung der Monte Carlo Methode zur Kalibrierung eines Widerstandsmodelles.....	43
2.2.2	Schritt 4: Schätzung der Streugröße $\delta_{rand,i}$	43
2.2.3	Schritt 5: Verträglichkeitsprüfung.....	46
2.2.4	Schritt 6: Bestimmung der theoretischen Werte der Widerstandsfunktion $r_{t,rand}$	46
2.2.5	Schritt 7: Bestimmung der Werte der Widerstandsfunktion $r_{rand,i}$	48
2.2.6	Schritt 8: Bestimmung des charakteristischen Wertes r_k der Widerstandsfunktion.....	48
2.2.7	Schritt 9: Bestimmung des Bemessungswertes r_d der Widerstandsfunktion.....	50
2.3	Ermittlung des Teilsicherheitsbeiwertes γ_M für die praktische Anwendung.....	50
3	Widerstandsmodelle im Stahlbau - Formelzusammenstellung.....	51
3.1	Querschnittswerte.....	51
3.2	Querschnittsnachweis.....	53
3.2.1	Nachweis auf Druck/Zug.....	54

3.2.2	Querkraftnachweis.....	54
3.2.3	Beanspruchung aus Biegung, Querkraft und Normalkraft	54
3.3	Stabilitäts- bzw. Bauteilnachweis.....	55
3.3.1	Biegeknicke.....	55
3.3.2	Biegedrillknicken	56
3.3.3	Nachweis auf Biegung und Druck.....	57
4	Festlegung der einzelnen Basisgrößen im Widerstandsmodell.....	59
4.1	Eingangsdaten der „theoretischen“ Basisgrößen	59
4.1.1	Geometrische Basisgrößen.....	59
4.1.2	Materielle Basisgrößen.....	61
4.2	Eingangsdaten der experimentellen Basisgrößen	62
4.2.1	Geometrische Basisgrößen	62
4.2.2	Materielle Basisgrößen.....	63
5	Verwendete Software.....	67
5.1	Matlab/Octave	67
5.2	Abaqus.....	68
6	Einfluss der Basisvariablen: indirekte Bestimmung – Koeffizient V_{rt}	69
6.1	Beanspruchung aus Biegung, Normalkraft und Querkraft (Querschnittsnachweis)	69
6.1.1	Ermittlung der Widerstandsfunktion g_{rt}	69
6.1.2	Wahl der Eingangsgrößen – vorausgesetzter Schnittkraftzustand ..	72
6.1.3	V_{rt} -Berechnung	76
6.2	Biegeknicke infolge N alleine (Stabilitätsnachweis).....	84
6.2.1	Ermittlung der Widerstandsfunktion g_{rt}	84
6.2.2	V_{rt} -Berechnung	86
6.3	Biegedrillknicken – M_y alleine (Stabilitäts-NW).....	92
6.3.1	Ermittlung der Widerstandsfunktion g_{rt}	92
6.3.2	V_{rt} -Berechnung	93
6.4	Biegung und Druck (Stabilitätsnachweis)	96
6.4.1	Ermittlung der Widerstandsfunktion g_{rt}	96
6.4.2	V_{rt} -Berechnung	106
7	Einfluss der Basisvariablen: direkte Bestimmung mittels MC-Simulation.....	119

7.1	Beanspruchung aus Biegung, Normalkraft und Querkraft - Querschnittsnachweis	120
7.2	Biegeknicken-zentrischer Druck (Stabilitätsnachweis)	129
8	Einfluss der Basisvariablen: Erweiterung auf einen Stahlrahmen.....	133
8.1.1	Nachweisverfahren zur Stabilitätsberechnung	133
8.2	Eingangsgrößen: Betrachteter Stahlrahmen, Beanspruchung und Basisvariable.....	135
8.2.1	Anlageverhältnisse.....	136
8.3	„Widerstandsfunktion“ für den Rahmen – Definition über den Laststeigerungsfaktor „ Λ “	139
8.4	Einfluss der Basisvariablen am Stahlrahmen: indirekte Bestimmung – Koeffizient V_{rt}	139
8.5	Einfluss der Basisvariablen am Stahlrahmen: direkte Bestimmung mit MC- Simulation.....	140
8.5.1	Darstellung des Berechnungsablaufs für eine „Realisierung“ des Rahmens	140
8.5.2	Ermittlung von Λ_{rand} für eine Einzel-Realisierung.....	155
8.5.3	Bemessungswert von Λ aus MC-Simulationen (84 500 Einzelrahmen).....	156
8.5.4	Schlussfolgerung	158
9	Einfluss der Modellgenauigkeit – Beispiel Knickstab unter zentrischem Druck.....	159
9.1	Bestimmung von r_e mittels FEM-Berechnung.....	159
9.1.1	Modellierung des Querschnittes in FEM.....	159
9.1.2	Modellierung des statischen Systems	161
9.1.3	Realisierung eines Biegeknickversuchs.....	161
9.2	Vergleich der experimentellen und theoretischen Werte	164
9.2.1	r_e - r_t Diagramm.....	164
9.2.2	Quantilplot.....	165
9.2.3	Tail Approximation	166
10	Bestimmung von γ_M – Beispiel Knickstab.....	169
10.1.1	Eingangsdaten.....	169
10.1.2	Wahl des Bemessungsmodelles.....	170
10.2	Modellgenauigkeit – Bestimmung von δ bzw. V_δ	170

10.3	Direkte Bestimmung von r_d mittels Monte Carlo Berechnung.....	172
10.4	indirekte Bestimmung von r_d – Methode aus EN1990 – Annex D.....	173
10.4.1	Berechnung von V_{rt} am Beispiel Knickstab – Verschiedene Varianten	173
10.4.2	Ermittlung des Bemessungswertes r_d	177
10.5	Bestimmung des fiktiven Teilsicherheitsbeiwertes γ_M^*	181
10.6	Schlussfolgerung	183
10.6.1	Empfehlung für die Anwendung	183
11	Zusammenfassung und Schlussfolgerung.....	185
11.1	Zusammenfassung	185
11.2	Schlussfolgerung	186
11.3	Ausblick.....	186
	Literaturverzeichnis	187
	Abbildungsverzeichnis.....	191
	Tabellenverzeichnis.....	199
A-1	Programmabläufe Monte Carlo Simulationen.....	201
A-1.1	Programmablaufdiagramme	201
A-1.2	Programmablauf der Monte Carlo Simulation am Biegeknickstab	203
A-1.2.1	MCflexuralBuckling.....	203
A-1.2.2	LHSrand	206
A-1.2.3	calcgrt	206
A-1.2.4	lambdaNVisualisation/lambdaNdiffVisualisation.....	206
A-1.3	Programmablauf der Monte Carlo Stahlrahmenberechnung	208
A-1.3.1	MCframeCalculation.....	208
A-1.3.2	LHSrand	211
A-1.3.3	calcgrt	213
A-1.3.4	frameCalculation	214
A-1.3.5	computeMember.....	216
A-1.3.6	CSevidence.....	216
A-1.3.7	sysEvidenceColoumn	218
A-1.3.8	sysEvidenceRoof (Var. 1-4).....	220
	Abbildungsverzeichnis-Anhang.....	221

Verwendete Symbole und Abkürzungen

CEN	Comité Européen de Normalisation
EC	Eurocode
ECCS	European Convention for Constructional Steelwork
MC	Monte Carlo
FEM	Finite Elemente Methode
QS	Querschnitt
NW	Nachweis
GMNIA	Geometrically and materially nonlinear analysis with imperfections included

0 Gliederung der Arbeit

Kapitel 1 beinhaltet die Einleitung der Arbeit. Darin sind die grundlegenden Begriffe aus der Bauwerkssicherheit, sowie aus der Statistik erläutert.

Kapitel 2 beschreibt die Vorgehensweise zur Kalibrierung eines Widerstandsmodelles nach dem Eurocode EN1990-Annex D (indirekte Bestimmung) und mittels Monte Carlo-Simulationen (direkte Bestimmung) als alternative Variante.

Kapitel 3 beinhaltet eine Formelzusammenstellung aller in dieser Arbeit verwendeten Widerstandsmodelle im Stahlbau. Die darin angeführten Nachweise sind dem Eurocode EN1993 entnommen.

Kapitel 4 beinhaltet eine Auflistung aller in den Widerstandsmodellen verwendeten Basisgrößen mit Hinweisen zu ihren Streuungen.

Kapitel 5 beschreibt in kurzer Form die zu den Berechnungen verwendeten Programme: Matlab (Octave) sowie Abaqus.

Kapitel 6 zeigt den Einfluss der Basisvariablen in der Kalibrierung eines Widerstandsmodelles, anhand des im Eurocode EN1990-Annex D verwendeten Koeffizienten V_{rt} an Querschnitts-, sowie Systemnachweisen im Stahlbau. Die V_{rt} -Werte stellen vereinfacht gesprochen – die Streuung bzw. den Variationskoeffizienten der Grenzzustandsfunktion dar.

Kapitel 7 zeigt ebenfalls den Einfluss der Basisvariablen in der Kalibrierung eines Widerstandsmodelles an Querschnitts-, sowie Systemnachweisen im Stahlbau, jedoch mittels Monte Carlo Simulationen (alternative Variante).

Kapitel 8 zeigt den Einfluss der Basisvariablen auf die Tragfähigkeit eines Stahl-Hallenrahmens. Dies ist ebenfalls anhand der indirekten Bestimmung mittels V_{rt} -Koeffizienten, sowie an der direkten Bestimmung mittels Monte Carlo-Simulationen gezeigt.

Kapitel 9 beinhaltet den Einfluss der Modellgenauigkeit, gezeigt am Beispiel eines Knickstabes unter zentrischem Druck. Dazu ist die Bestimmung des „experimentellen Widerstandes“ mittels FEM-Berechnung am Knickstab gezeigt.

Kapitel 10 zeigt die komplette Bestimmung von γ_M am Beispiel eines Knickstabes unter zentrischem Druck.

Kapitel 11 beinhaltet die Zusammenfassung und Schlussfolgerung der Arbeit.

1 Einleitung

1.1 Sicherheit und Zuverlässigkeit

Das Maß der Sicherheit ist eine sehr individuelle Größe, die das persönliche Empfinden einer Person über den Gefahrenzustand ausdrückt. *„Sicherheit sei die Seelenruhe, die aus der Empfindung kommt, dass keine Gefahr zu fürchten sei.“* [1]



Bild 1.1 Einsturz einer Brücke in Myanmar [2]



Bild 1.2 Einsturz Flughafenterminal in Paris [3]

1.1 Sicherheit und Zuverlässigkeit

Die Sicherheit kann jedoch statistisch über das Maß der Zuverlässigkeit zahlenmäßig ausgedrückt werden. Die Zuverlässigkeit Z ist durch die folgende Gleichung definiert:

$$Z = 1 - P_f \text{ (siehe Kap. 1.5.4)}$$

Die Zuverlässigkeit ist also über die Wahrscheinlichkeit eines Versagens – im schlimmsten Fall mit Todesfolgen P_f , dem sogenannten Todesrisiko definiert. [1]

In **Tabelle 1.1** sind zum Vergleich ausgewählte Todesrisiken in der Gesellschaft aufgelistet.

Tabelle 1.1 Ausgewählte Risiken in der Gesellschaft [1] (nach Melchers)

Aktivität	Todesrate (je Aktivität $\times 10^{-9}/h$)	Typische Dauer der Aktivität (h/Jahr)	Todesrisiko (je Jahr $\times 10^{-6}$)
Alpines Klettern	30000-40000	50	1500-2000
Bootfahren	1500	80	120
Schwimmen	3500	50	170
Rauchen	2500	400	1000
Flugreisen	1200	20	24
Autofahren	700	300	200
Bahnfahren	80	200	15
Kohlebergbau	210	1500	300
Bauarbeiten	70-200	2200	150-440
Werkstattarbeiten	20	2000	40
Brände	1-3	8000	8-24
Bauwerkversagen	0,02	6000	0,1

Das Sicherheitsgefühl einer Person ist abhängig von dem

- Grad der Freiwilligkeit einer risikoerzeugenden Aktivität
- Grad der möglichen persönlichen Einflussnahme durch adäquates Handeln

Bei Extremsportarten (freiwillig) im Zusammenhang mit gutem Training (Einflussnahme durch adäquates Handeln) werden oft sehr hohe Risiken in Kauf genommen, wohingegen bei der Nutzung von Gebäuden das Sicherheitsbedürfnis äußerst hoch ausgeprägt ist. Das heißt, dass ein Risiko bei der Gebäudenutzung praktisch nicht akzeptiert wird. Man wünscht sich „absolute Sicherheit“, die es jedoch nicht gibt. [1]

1.2 Strategien zur Erhöhung der Sicherheit

1.2.1 Sicherheitsabstand zwischen Einwirkungen und Widerstand vergrößern

Je größer der Abstand zwischen dem charakteristischen Wert der Einwirkung (in der Regel etwa 95% Fraktilwert) und dem charakteristischen Wert des Widerstandes (in der Regel etwa 5% Fraktilwert) ist, umso höher ist die Sicherheit (bzw. die Zuverlässigkeit). Die Bestimmung dieses Sicherheitsabstandes ist in den Kapiteln 1.4 und 1.5 gezeigt.

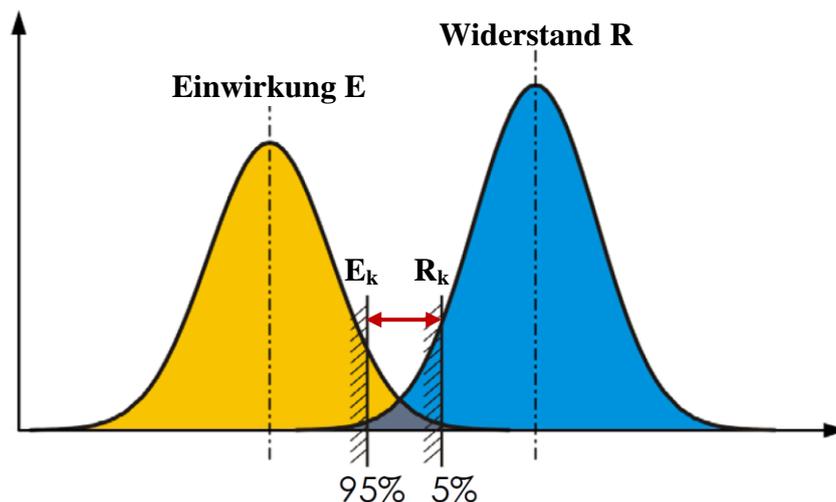


Bild 1.3 Sicherheitsabstand zwischen Einwirkung und Widerstand [1]

1.2.2 Maßnahmen zur Vermeidung menschlicher Fehlhandlungen

Der größte Anteil der Versagensfälle ist auf menschliche Fehlhandlungen zurückzuführen. Die wesentlichen Versagensursachen durch menschliche Fehlhandlungen sind:

- Ausführungsmängel
- Fehler im Lastansatz
- Unklare Angaben/Kommunikativ verursachte Fehler
- Verstöße gegen Vorschriften
- Fehler in der Berechnung

Um die menschlichen Fehlhandlungen möglichst zu vermeiden, sind verschiedene Kontrollsysteme eingerichtet:

- Prüfingenieure für statische Berechnung
- Zulassungen/Überwachung von Bauprodukten (CE)
- Überwachung der Belastungen (Baupolizei/Verkehrspolizei) → Kontrolle, Wartung
- Überwachung der Ausführung

1.2.3 Maßnahmen zur Begrenzung des Schadensausmaßes

a) Vermeidung des Totaleinsturzes durch „Robustheit“ eines Bauwerkes.

Ein Bauwerk ist (wenn möglich) so zu konzipieren, dass bei Versagen eines Bauteils nicht das gesamte Bauwerk einstürzt, sondern dass sich das Versagen auf einen lokalen, möglichst geringen Bereich, beschränkt.

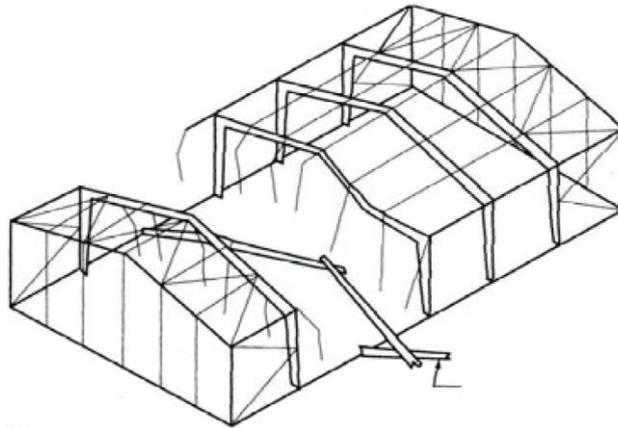


Bild 1.4 „Robustheit“ am Beispiel Stahlhalle [1]

b) Vermeidung des Totaleinsturzes durch „Duktilität“ des Materials bzw. der Konstruktion

Ein Bauwerk soll nach Möglichkeit so konstruiert werden, dass sich ein Versagensfall vorab, beispielsweise durch große Verformungen der Konstruktion, ankündigt. Dies kann erreicht werden durch eine duktile Konstruktion des Tragwerkes bzw. durch die Wahl duktiler Materialien/Baustoffe. Damit ist auch die Umlagerung der Beanspruchung von hochbeanspruchten Zonen in weniger beanspruchte Bereiche möglich.

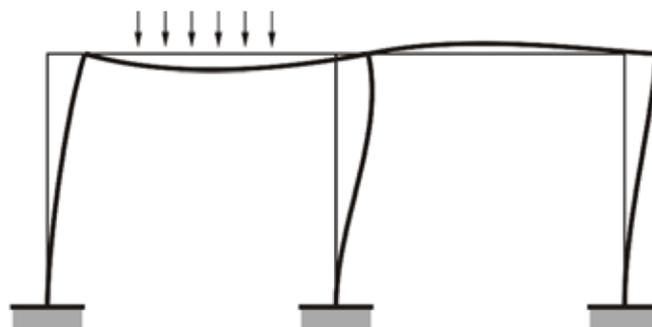


Bild 1.5 Systemduktilität [1]

1.3 Überblick über Zuverlässigkeitsmethoden

Das Ziel der Zuverlässigkeitsmethoden ist die Quantifizierung (Festlegung) der Versagenswahrscheinlichkeit.

In **Bild 1.6** ist die Hierarchie der verschiedenen Methoden zur Kalibrierung der Bemessungsgleichungen (für die Grenzzustände) mit Teilsicherheitsbeiwerten gezeigt. In dieser Arbeit wird die Zuverlässigkeitsmethode 1. Ordnung (FORM) weiter verfolgt.

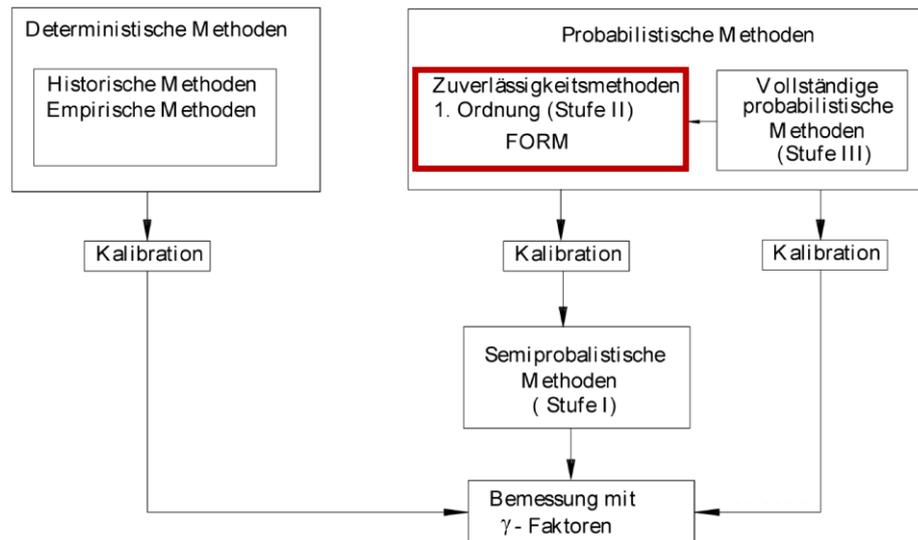


Bild 1.6 Überblick über Zuverlässigkeitsmethoden [4]

Die Zuverlässigkeitsmethoden lassen sich grundsätzlich in zwei Hauptgruppen unterteilen:

- Deterministische Methoden
- Probabilistische Methoden

1.3.1 Deterministische Methoden

In früheren Nachweiskonzepten der einzelnen nationalen Normenwerke wurde mit sogenannten zulässigen Spannungen gearbeitet.

$$\sigma \leq \sigma_{\text{zul}} \quad (1.1)$$

Diese zulässigen Spannungen stellen – nach heutigem Verständnis – die um einen pauschalen Sicherheitsfaktor γ_0 abgeminderten Festigkeiten für das entsprechende Material dar:

$$\sigma_{\text{zul}} = \frac{\beta_F}{\gamma_0}$$

Der Wert σ_{zul} wurde mit steigender Erfahrung und besserer Ausführung schrittweise höher gesetzt (empirische Methoden). Man spricht von einem deterministisch festgelegten Wert.

Die zulässige Spannung σ_{zul} ist somit aus Festigkeit geteilt durch einen „globalen Sicherheitsbeiwert“ definiert. Der Sicherheitsbeiwert deckt pauschal alle Streuungen auf Einwirkungs- und Widerstandsseite ab, ohne jedoch die Anteile der Streuungen differenzieren zu können. Damit kann die Zuverlässigkeit bzw. Versagenswahrscheinlichkeit auch nicht quantifiziert werden.

1.3.2 Probabilistische Methoden

In den neueren Nachweiskonzepten, so wie auch in den Eurocodes angewendet, beruhen die Nachweisführungen auf sogenannten Teilsicherheitskonzepten. Für die Nachweisführung kommt es zur Aufspaltung des globalen Sicherheitsfaktors in den Teil seitens der Einwirkungen und den Teil seitens der Widerstände. So erhalten die Einwirkungen den Sicherheitsfaktor γ_F , der die Streuungen auf Seite der Lasten abdecken soll und die Widerstände den Teilsicherheitsfaktor γ_M , der die Streuungen auf Seite des Materials (bzw. der Modellbildung des Tragsystems) abdeckt. Durch das einheitliche Konzept mit den Teilsicherheitsbeiwerten kann baustoffunabhängig eine bestimmte Zuverlässigkeit bzw. Versagenswahrscheinlichkeit vorgegeben werden und die Berechnungen können für alle Baustoffe auf denselben Konzepten basieren. [1]

a) Semiprobabilistische Methode (Stufe I-Verfahren) [5]

Die semiprobabilistische Methode (Stufe I-Verfahren) liegt der EN 1990 [4] zugrunde. Der Begriff rührt aus dem Umstand, dass für eine vollständige probabilistische Methode bzw. Umsetzung die Datenreihen der einzelnen Eingangsgrößen (Einwirkungen, Widerstände) zu gering sind. Daher sind – auf Basis der Erfahrung der Vergangenheit – ergänzende Annahmen bzw. Anpassungen erforderlich. Die Methode ist dadurch gekennzeichnet, dass sie deterministische Sicherheitselemente (Teilsicherheits- und Kombinationsbeiwerte) verwendet. Diese werden mittels vereinfachter probabilistischer Methoden (Stufe II-Verfahren) und empirisch- historischer Kalibrierung bestimmt.

Der Tragfähigkeitsnachweis (ULS) wird nach dem Verfahren der Teilsicherheitsbeiwerte für definierte Grenzzustände geführt (Limit state design). Für den Fall mehrerer Einwirkungen ($F_{j=1,2,\dots,n}$) auf ein Tragsystem, das aus den Materialien ($X_{i=1,2,\dots,m}$) besteht, ergibt sich grundsätzlich folgende Schreibweise:

$$\gamma_E \cdot E \left(\gamma_{f,j} \cdot F_{k,j=1,2,\dots,n} \right) \leq \frac{1}{\gamma_R} \cdot R \left(\frac{X_{k,i=1,2,\dots,m}}{\gamma_{m,i}} \right) \quad (1.2)$$

$E =$ Effekte aus den Einwirkungen

$R =$ Widerstand (resistance) des Bauteils

$F_{k,j} =$ charakteristischer Wert der Einwirkung F_j (in der Regel oberer Fraktilwert – in der Regel 95%)

$\gamma_{f,j} =$ Teilsicherheitsbeiwert für die Unsicherheit eines repräsentativen Wertes einer Einwirkung

$\gamma_E =$ Teilsicherheitsbeiwert für die Modellunsicherheit bei den Einwirkungen sowie im statischen Modell (Auswirkungen der Einwirkungen)

$X_{k,i} =$ charakteristischer Wert einer Materialfestigkeit X_i (in der Regel unterer Fraktilwert – in der Regel 5%)

$\gamma_{m,i} =$ Teilsicherheitsbeiwert für die Unsicherheit einer Baustoffeigenschaft

$\gamma_R =$ Teilsicherheitsbeiwert für die Modellunsicherheit bei der Beschreibung der Bauteilwiderstände

Die Teilsicherheitsbeiwerte können auf Seite der Einwirkungen sowie auf Seite der Widerstände zusammengefasst werden zu

$$\gamma_{F,j} = \gamma_E \cdot \gamma_{f,j} \quad (1.3)$$

$$\gamma_{M,i} = \gamma_R \cdot \gamma_{m,i} \quad (1.4)$$

$\gamma_{F,j} =$ Teilsicherheitsbeiwert für Einwirkungen, unter Berücksichtigung von Modellunsicherheiten und Größenabweichungen

$\gamma_{M,i} =$ Teilsicherheitsbeiwert für einen Bauteilwiderstand, unter Berücksichtigung von Modellunsicherheiten und Größenabweichungen

b) Zuverlässigkeitsmethode 1.Ordnung - FORM (Stufe II-Verfahren)

[5]

Die Zuverlässigkeitsmethode 1.Ordnung (First Order Reliability Method) zählt zu den sogenannten Stufe II-Verfahren (vgl. **Bild 1.6**). Diese Methode ist ein Näherungsverfahren zur Bestimmung des Zuverlässigkeitsindex β bzw. der operativen Versagenswahrscheinlichkeit P_f .

Sind Einwirkung E und Widerstand R normalverteilt, so gilt:

$$\text{Grenzzustandsgleichung:} \quad E_d \leq R_d \quad (1.5)$$

$$\text{Bemessungswert der Einwirkung}^1 \quad E_d = \mu_E + \alpha_E \cdot \beta \cdot \sigma_E \quad (1.6)$$

$$\text{Bemessungswert des Widerstandes} \quad R_d = \mu_R - \alpha_R \cdot \beta \cdot \sigma_R \quad (1.7)$$

μ_E, μ_R = Mittelwerte von Einwirkung und Widerstand

σ_E, σ_R = Standardnormalverteilungen von Einwirkung und Widerstand

β = Zuverlässigkeitsindex (siehe Kap. 1.6)

α_E, α_R = Wichtungsfaktoren (siehe Kap. 1.7)

Die Wichtungsfaktoren stellen eine Näherung dar und erlauben eine isolierte Betrachtung für Einwirkungs- und Widerstandsseite. Demnach hängt der Bemessungswert der Einwirkung E_d nur von der Streuung der Einwirkungen und der Bemessungswert des Widerstandes R_d nur von der Streuung des Widerstandes ab. (Siehe **Bild 1.16**)

Das Stufe II-Verfahren ist die in dieser Arbeit angewandte Zuverlässigkeitsmethode. Die Trennung von Einwirkung und Widerstand ist in Kapitel 1.7 ausführlich dargestellt.

c) **Vollständig probabilistische Methoden (Stufe III-Verfahren)**

Die vollständig probabilistischen Methoden sind den Stufe III-Verfahren zuzuordnen. Es handelt sich hierbei um wahrscheinlichkeitstheoretische Methoden für das gesamte Tragwerk oder seine Elemente mit wirklichkeitsnahen Ansätzen für die Verteilungsfunktion der Basisvariablen und der genauen Grenzzustandsgleichungen. Als Ergebnis wird die operative Versagenswahrscheinlichkeit P_f bestimmt, eine theoretische Wahrscheinlichkeit, die allein von den rechnerisch berücksichtigten Basisvariablen mit ihren Verteilungstypen abhängt. Die Wahrscheinlichkeit für den Eintritt menschlicher Fehlhandlungen geht dabei nicht ein. [5]

„Anmerkung: Die vollständig probabilistischen Methoden (Stufe III) geben zwar im Prinzip genaue Auskünfte zum Zuverlässigkeitsproblem, werden aber selten als Grundlage für Bemessungsnormen angewendet, da häufig statistische Daten fehlen.“ [4]

¹ In der EN 1990 [1] ist der Wichtungsfaktor α_E als negativer Faktor definiert. In dieser Arbeit ist aber als α_E positiver Skalierfaktor definiert da dies für den Leser bzw. die Leserin einfacher verständlich ist. Die in diesem Zusammenhang stehenden Formeln weichen daher vom Eurocode ab.

1.4 Grundlagen zur Statistik - Begriffsbestimmung

In den folgenden Kapiteln werden statistische Berechnungen durchgeführt. Deshalb sind an dieser Stelle einige der wesentlichen statistischen Begriffe erläutert.

1.4.1 Mittelwert

Der Begriff Mittelwert bezeichnet in dieser Arbeit das arithmetische Mittel. Es wird aus der Summe aller Einzelwerte, geteilt durch die Anzahl n , gebildet. [6]

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i \quad (1.8)$$

1.4.2 Medianwert

Der Median x_{ME} teilt die Datenreihe in Hälften mit gleich vielen Einzelwerten. Der Median ist bei einer ungeraden Anzahl von n jener Einzelwert x_i , der sortierten Datenreihe, der genau in der Mitte liegt. Bei gerader Anzahl n der Einzelwerte, ist der Median das Mittel aus den beiden mittleren Einzelwerten. [6]

$$x_{ME} = x_{(n+1)/2} \quad (n \text{ ungerade}) \quad (1.9)$$

$$x_{ME} = \frac{x_{n/2} + x_{(n+1)/2}}{2} \quad (n \text{ gerade})$$

1.4.3 Fraktile bzw. Quantile

Der Begriff Fraktile ist die frühere Bezeichnung für den Begriff Quantile, und stellt somit das Gleiche dar. In den Bemessungsnormen im Bauwesen (Eurocodes) ist nach wie vor der Begriff Fraktile verankert, weshalb er auch in dieser Arbeit verwendet wird.

Der Quantilwert wird aus der sortierten Datenreihe in gleicher Weise bestimmt wie der Medianwert (Kap.1.4.2), jedoch wird nicht der mittlere Wert, sondern ein beliebig festgelegter Wert aus der Datenreihe genommen. [6]

$$x_{\text{Quantil}} = x_{(n+1) \cdot Q} \quad (\text{für teilbare Anzahl an Einzelwerten}) \quad (1.10)$$

Die Bestimmung eines Quantilwertes ist anhand eines Beispiels für eine teilbare Anzahl an Einzelwerten gezeigt:

$$\text{Quantilwert } Q = \quad \quad \quad 20\%$$

$$\text{Anzahl der Einzelwerte } n = \quad \quad \quad 9$$

Sortierte Datenreihe:

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
x_i	5,1	8,3	9,6	9,9	10,2	10,7	11,5	12,9	14,4

$$x_{\text{Quantil}} = x_{(9+1) \cdot 0,2} = x_{i=2} = 8,3$$

Der 20% Quantilwert in dem gezeigten Beispiel ist somit der Wert 8,3.

Für eine sehr hohe Anzahl an Einzelwerten - wie beispielsweise bei den Anwendungen in der Monte Carlo Simulationen (Kap. 7) – kann die Formel (1.10) vereinfacht ersetzt werden durch folgende Gleichung:

$$x_{\text{Quantil}} = x_{n \cdot Q} \tag{1.11}$$

Der dabei begangene Fehler ist umso geringer, je höher die Anzahl der Einzelwerte ist.

Anmerkung: Der Begriff Quantilwert bzw. Fraktilwert wird oftmals (irrtümlicherweise) für das Konfidenzintervall (Kap. 1.4.12) verwendet.

1.4.4 Varianz

Die Varianz σ^2 ist ein Streuungsmaß, das als Summe der quadrierten Abweichungen der Einzeldaten vom Mittelwert, dividiert durch die Anzahl n der Einzeldaten, berechnet wird.

[6]

Varianz der Grundgesamtheit:

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \tag{1.12}$$

Varianz einer Stichprobe:

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \tag{1.13}$$

Die Berechnung der Varianz für eine Stichprobe ist lediglich eine Abschätzung für die „wahre“ Streuung der Gesamtheit. Die Formel (1.12) würde die Varianz der Grundgesamtheit unterschätzen. Eine bessere Näherung erhält man durch die Formel (1.13). [6]

1.4.5 Standardabweichung

Die Standardabweichung wird durch die Wurzel aus der Varianz gebildet. Eine anschauliche Interpretation der Standardabweichung ist bei normalverteilten Daten möglich, bei denen liegen nämlich etwa 68% der Einzeldaten im Intervall $[\bar{x} - \sigma; \bar{x} + \sigma]$. [6]

Standardabweichung der Grundgesamtheit:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} \quad (1.14)$$

Standardabweichung der Stichprobe:

$$s = \sqrt{s^2} \quad (1.15)$$

1.4.6 Variationskoeffizient

Der Variationskoeffizient VK ist die auf den Mittelwert bezogene Standardabweichung. Er wird angewandt als Maß zum Vergleich der Streuung zweier Verteilungen mit unterschiedlichen Mittelwerten. [6]

$$VK = \frac{s}{|\bar{x}|} \quad (1.16)$$

1.4.7 Wahrscheinlichkeit

Die Eintrittswahrscheinlichkeit oder kurz Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses ist eine Zahl zwischen 0 und 1 bzw. 0% und 100%. $P = 0$ stellt ein unmögliches Ereignis dar und $P = 1$ ein sicheres Ereignis [6]:

$$0 \leq P(A) \leq 1 \quad (1.17)$$

Wahrscheinlichkeit am Beispiel eines Münzwurfes [6]:

$P(A) = 0$ die Münze zeigt nach dem Wurf zugleich Kopf und Zahl

$P(A) = 0,5$ die Münze zeigt nach dem Wurf Kopf

$P(A) = 0,5$ die Münze zeigt nach dem Wurf Zahl

$P(A) = 1$ die Münze zeigt nach dem Wurf Kopf oder Zahl

1.4.8 Zufallsexperiment

Ein Zufallsexperiment ist ein beliebig oft wiederholbarer Vorgang, dessen Ergebnis unabhängig von vorherigen Zufallsexperimenten ist und nur vom Zufall abhängig ist. Beispiele dafür sind das Werfen von Münzen oder Würfeln. [6]

1.4.9 Ereignis

Das Ereignis ist das Ergebnis eines Zufallsexperimentes. Jedem Ereignis A kann eine Wahrscheinlichkeit $P(A)$ zugeordnet werden. Alle möglichen Ereignisse, die das Ergebnis des Zufallsexperimentes sein können, bilden gemeinsam die Ereignismenge Ω . [6]

1.4.10 Wahrscheinlichkeitsfunktion, Dichtefunktion, Verteilungsfunktion

a) Wahrscheinlichkeitsfunktion

Jeder Realisation einer Variablen (Zufallsvariablen) x_i wird durch die Wahrscheinlichkeitsfunktion f eine Wahrscheinlichkeit $P(x_i)$ zugeordnet, also $P(x_i) = f(x_i)$. Für n unterschiedliche Realisationen gilt: [6]

$$\sum_{i=1}^n P(X = x_i) = \sum_{i=1}^n f(x_i) = 1 \quad (1.18)$$

Die Summe aller Einzelwahrscheinlichkeiten muss einer Ereignismenge von 1 entsprechen. [6]

b) Dichtefunktion

Bildet man den Grenzübergang zu unendlich vielen Realisationen so wäre die Wahrscheinlichkeit für eine konkrete Realisation nach der klassischen Definition $P(x) = \frac{1}{\infty} = 0$. Lässt man die Anzahl der Realisationen $\rightarrow \infty$ gehen, so erhält man anstelle der Wahrscheinlichkeitsfunktion eine Dichtefunktion. Die Wahrscheinlichkeit kann nun nicht mehr direkt für eine konkrete Realisation bestimmt werden, sondern nur mehr für ein betrachtetes Intervall. Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Zufallsvariable X einen Wert im Intervall $[a,b]$ annimmt, entspricht der Fläche unter der Dichtefunktion zwischen den Grenzen a und b : [6]

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x) dx \quad (1.19)$$

Die gesamte Fläche unter der Dichtefunktion muss wiederum 1 ergeben, da es der Wahrscheinlichkeit entspricht, dass die Zufallsvariable im gesamten Wertebereich liegt. [6]

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1 \quad (1.20)$$

In **Bild 1.7** ist am Beispiel einer Normalverteilung der Zusammenhang zwischen Wahrscheinlichkeitsfunktion und Dichtefunktion gezeigt. Die blauen Balken bilden die Wahrscheinlichkeitsfunktion für 10 000 Realisierungen die in 20 Wertebereiche unterteilt sind. Die rote Kurve bildet die Dichtefunktion².

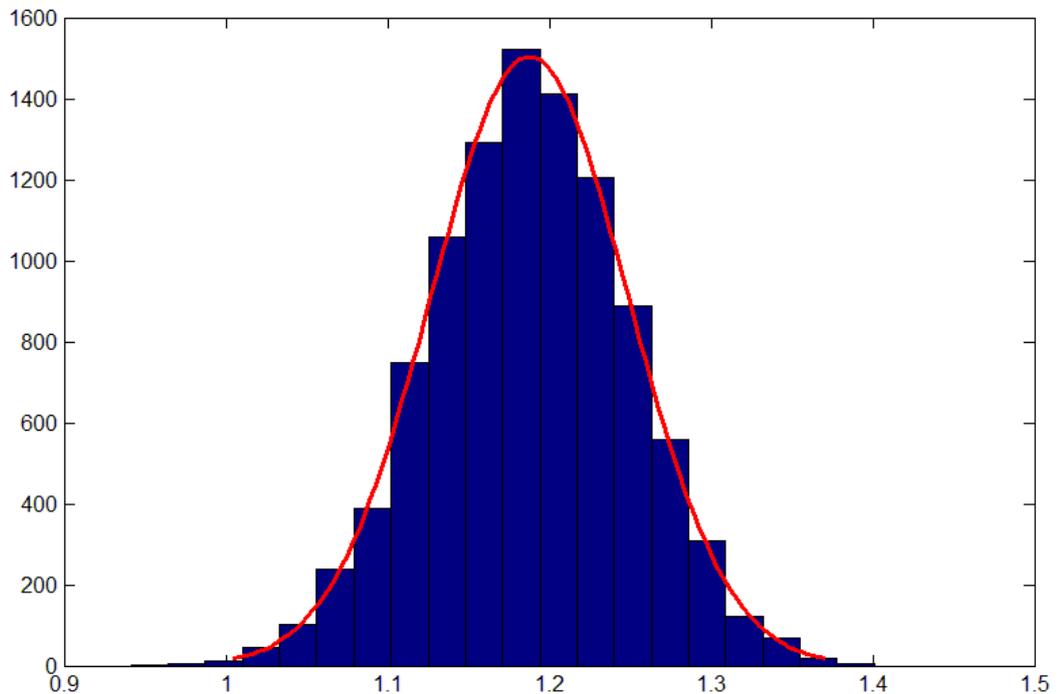


Bild 1.7 Vergleich Wahrscheinlichkeitsfunktion - Dichtefunktion

Anmerkung: Die Werte an der Ordinate entsprechen der Anzahl der Realisierungen je Wertebereich. Um die jeweiligen Wahrscheinlichkeiten zu erhalten, müssen die Ordinatenwerte durch 10 000 (Anzahl der Realisierungen) dividiert werden.

c) Verteilungsfunktion

Die Verteilungsfunktion $F(x)$ gibt die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass eine Zufallsverteilung höchstens eine gewisse Realisierung erreicht. Die Verteilungsfunktion an der Stelle x entspricht somit der Fläche unter der Dichtefunktion von $-\infty$ bis zu dieser Stelle x (für eine stetige Zufallsvariable): [6]

$$F(x) = P(X \leq k) = \int_{-\infty}^k f(x) dx \quad (1.21)$$

² Die Dichtefunktion geht für die Normalverteilung von $-\infty$ bis ∞ , ist jedoch in **Bild 1.7** nur im Bereich 1,00 bis 1,38 dargestellt.

Für eine diskrete Zufallsvariable gilt:

$$F(x_k) = P(X \leq x_k) = \sum_{i=1}^k f(x_i) \quad (1.22)$$

Im **Bild 1.8** ist der Zusammenhang zwischen Dichtefunktion und Verteilungsfunktion am Beispiel der Normalverteilung gezeigt.

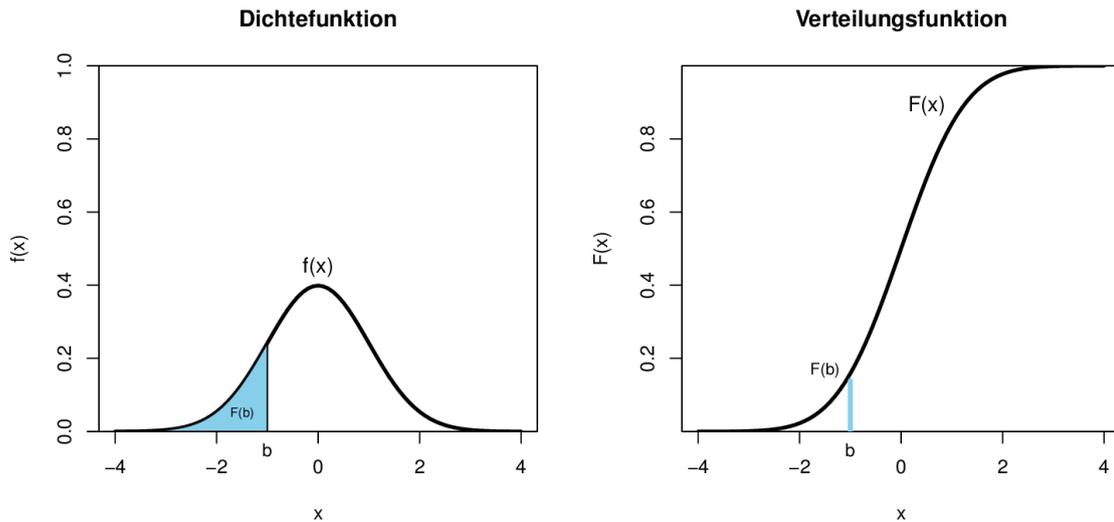


Bild 1.8 Vergleich Dichtefunktion – Verteilungsfunktion [7]

1.4.11 Verteilungsarten

Im Folgenden sind die in dieser Arbeit verwendeten Verteilungsarten grundlegend erläutert.

a) Gleichverteilung

Bei der Gleichverteilung hat jede Realisation einer Zufallsvariablen X in dem Intervall $[a, b]$ die gleiche Wahrscheinlichkeit. Die Dichtefunktion $f(x)$ einer gleichverteilten Variablen zwischen den Grenzen a und b (wobei $a < b$) ist: [6]

$$f(x) = \frac{1}{b-a} \text{ für } a \leq x \leq b \quad \text{sonst } f(x) = 0 \quad (1.23)$$

In **Bild 1.9** ist die Dichtefunktion der Gleichverteilung dargestellt und in **Bild 1.10** die Verteilungsfunktion.

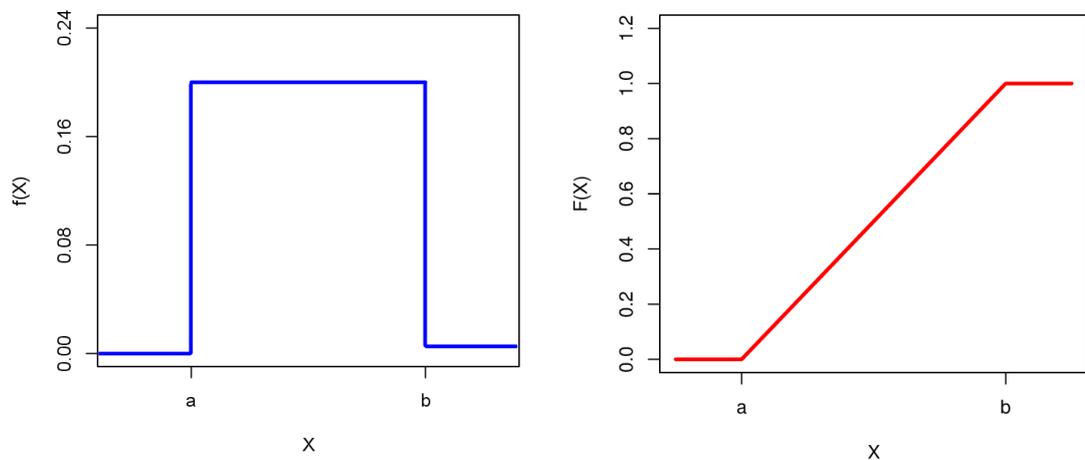


Bild 1.9 Dichtefunktion Gleichverteilung [8] **Bild 1.10** Verteilungsf. Gleichverteilung [8]

b) Normalverteilung

Die Normalverteilung ist eine „glockenförmige“ symmetrische Verteilung, die die Häufigkeitsverteilung von vielen Sachverhalten sehr gut beschreibt und daher sehr oft zur Anwendung kommt. Die Dichtefunktion der Normalverteilung ist durch Mittelwert μ und Standardabweichung σ über folgende Formel beschrieben:

$$f_N(x|\mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2}} \quad \text{mit } -\infty \leq x \leq \infty \quad (1.24)$$

Die Verteilungsfunktion der Normalverteilung ist wie folgt definiert:

$$F_N(x|\mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}} dt \quad (1.25)$$

Anmerkung: Die Formel (1.25) kommt in dieser Arbeit oftmals zur Anwendung unter der an dieser Stelle eingeführten Kurzbezeichnung **normcdf(...)**.

In **Bild 1.11** ist die Dichtefunktion der Normalverteilung dargestellt und in **Bild 1.12** die zugehörige Verteilungsfunktion. Die Grafiken sind am Beispiel Mittelwert $\mu = 2,0$ und Standardabweichung $\sigma = 1,0$ gezeigt.

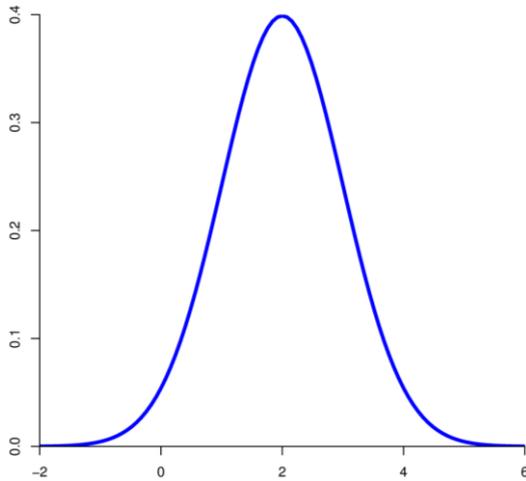


Bild 1.11 Dichtefunktion der Normalverteilung [9]

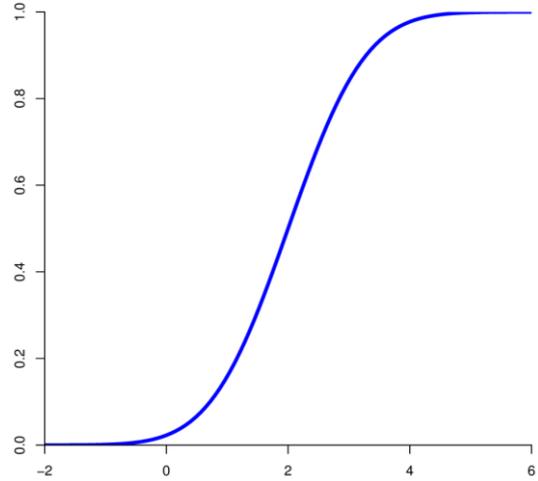


Bild 1.12 Verteilungsfunktion der Normalverteilung [9]

c) Logarithmische Normalverteilung

Die logarithmische Normalverteilung ist eine unsymmetrische, „glockenförmige“ Verteilung, die in dieser Arbeit ebenfalls zur Anwendung kommt, und deshalb hier dargestellt ist.

Die Dichtefunktion der Log-Normalverteilung ist durch folgende Formel beschrieben:

$$f(x | \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(\ln(x)-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad \text{mit } 0 \leq x \leq \infty \quad (1.26)$$

Die Verteilungsfunktion der Normalverteilung ist wie folgt definiert:

$$F(x | \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_0^x \frac{e^{-\frac{(\ln(t)-\mu)^2}{2\sigma^2}}}{t} dt \quad (1.27)$$

Anmerkung: Die Formel (1.27) kommt in dieser Arbeit oftmals zur Anwendung unter der an dieser Stelle eingeführten Kurzbezeichnung **logncdf(...)**.

Anmerkung: Die Eingangsparameter μ und σ entsprechen jedoch nicht mehr dem Mittelwert und der Standardabweichung der Basisvariablen, sondern müssen vorab durch die Formeln (1.28) und (1.29) berechnet werden. [10]

$$\mu = \ln\left(\frac{m^2}{\sqrt{s^2 + m^2}}\right) \quad (1.28)$$

$$\sigma = \sqrt{\ln\left(\left(\frac{s}{m}\right)^2 + 1\right)} \quad (1.29)$$

$s =$ Standardabweichung der Eingangsdaten

$m =$ Mittelwert der Eingangsdaten

In **Bild 1.13** ist die Dichtefunktion der logarithmischen Normalverteilung dargestellt und in **Bild 1.14** die zugehörige Verteilungsfunktion.

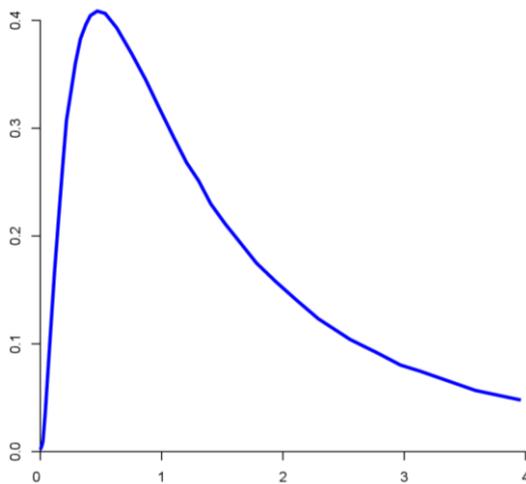


Bild 1.13 Dichtefunktion der logarithmischen Normalverteilung

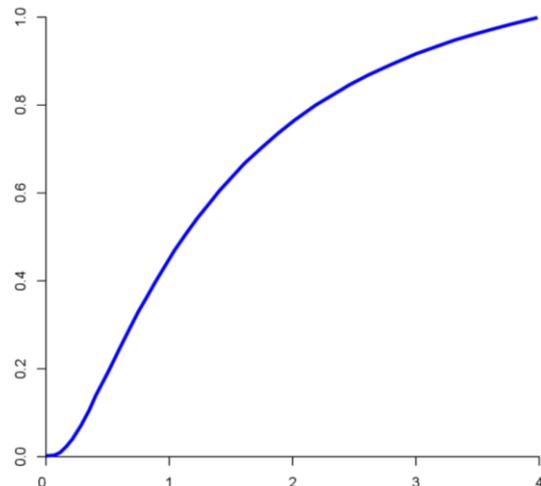


Bild 1.14 Verteilungsfunktion der logarithmischen Normalverteilung

1.4.12 Konfidenzintervall bzw. Konfidenzgrenze

Die Konfidenzgrenze bei einer stetigen Funktion entspricht dem Fraktilwert bei diskreten Variablen. Das Konfidenzintervall ist die Fläche unter der Dichtefunktion im Bereich zwischen den Konfidenzgrenzen. So ist beispielsweise die 5% Konfidenzgrenze jener Schrankenwert, so dass die Fläche α unter der Dichtefunktion im Bereich $-\infty$ bis zur Konfidenzgrenze 5% der Gesamtfläche bildet.³ Diese Grenze wird oftmals (irrtümlich) als 5% Fraktile bezeichnet. [6]

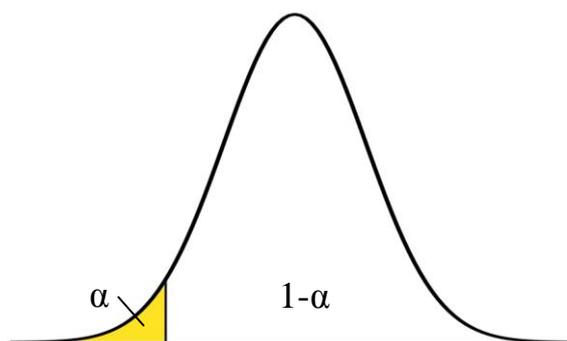


Bild 1.15 Konfidenzintervall

³ Bei den in dieser Arbeit angewandten Konfidenzintervallen spricht man von einseitigen Konfidenzintervallen, da die Fläche nur einseitig begrenzt wird. (oberer- oder unterer Fraktilwert.)

1.5 Anforderungen an das Bauwerk - Begriffsbestimmung

1.5.1 Geplante Nutzungsdauer

Die Nutzungsdauer ist jener Zeitraum, innerhalb dem ein Tragwerk unter Einhaltung der Instandhaltungsmaßnahmen zweckmäßig genutzt werden kann, ohne dass wesentliche Instandsetzungen erforderlich sind. Die Nutzungsdauer ist von Bedeutung bei der Planung, im Hinblick auf: [1]

- die Dauerhaftigkeit (z.B.: bei Korrosion)
- die Ermüdung (z.B.: bei Brückentragwerken)
- die chemische Beständigkeit (z.B.: Chlorid-Eindringung in den Beton)

Die geplante Nutzungsdauer hat auch einen gewissen Einfluss auf die Bemessungswerte der Einwirkungen. Bei sehr kurzer Nutzungsdauer ist – auf statistischer Grundlage – eine Reduktion der Bemessungswerte möglich.

Die geplante Nutzungsdauer wird in der Regel als Bezugszeitraum herangezogen. Der Bezugszeitraum fließt in weiterer Folge direkt in die Berechnung des Zuverlässigkeitsindex ein (siehe Kap. 1.6)

Tabelle 1.2 Klassifizierung der Nutzungsdauer [4]

Klasse der Nutzungsdauer	Planungsgröße der Nutzungsdauer (in Jahren)	Beispiele
1	10	Tragwerke mit befristeter Standzeit ^a
2	10-25	Austauschbare Tragwerksteile, z.B. Kranbahnträger, Lager
3	15-30	Landwirtschaftlich genutzte und ähnliche Tragwerke
4	50	Gebäude und andere gewöhnliche Tragwerke
5	100	Monumentale Gebäude, Brücken und andere Ingenieurbauwerke

a ANMERKUNG Tragwerke oder Teile eines Tragwerks, die mit der Absicht der Wiederverwendung demonstriert werden können, sollten nicht als Tragwerk mit befristeter Standzeit betrachtet werden.

1.5.2 Dauerhaftigkeit

Zeitabhängige Veränderungen der Eigenschaften des Tragwerkes dürfen das Verhalten des Tragwerkes während der geplanten Nutzungsdauer nicht unvorhergesehen verändern. Es sind dabei die Umweltbedingungen sowie die geplanten Instandhaltungsmaßnahmen zu berücksichtigen. [4]

Für ein dauerhaftes Tragwerk sind folgende Aspekte zu beachten [4]:

- die vorgesehene oder vorhersehbare zukünftige Nutzung des Tragwerks;
- die geforderten Entwurfskriterien;
- die erwarteten Umweltbedingungen;
- die Zusammensetzung, Eigenschaften und Verhalten der Baustoffe und Bauprodukte;
- die Eigenschaften des Baugrundes;
- die Wahl des Tragsystems;
- die Gestaltung der Bauteile und Anschlüsse;
- die Qualität der Bauausführung und der Überwachungsaufwand;
- besondere Schutzmaßnahmen;
- die geplante Instandhaltung während der geplanten Nutzungszeit.

Umwelteinflüsse werden während der Bauphase erfasst, um geeignete Maßnahmen zum Schutz der Baustoffe und Bauteile treffen zu können. [4]

Bei der Anwendung im Stahlbau wird bei den ULS-Nachweisen die Dauerhaftigkeit nicht mitberücksichtigt. Es wird von einem voll wirksamen Korrosionsschutz ausgegangen, sodass von unveränderten Bauteilwiderständen über die gesamte Lebensdauer ausgegangen werden kann.

1.5.3 Qualitätsmanagement

Es sind geeignete Maßnahmen zur Qualitätssicherung zu treffen, um sicherzustellen, dass das zu erstellende Tragwerk den Anforderungen und Annahmen der Tragwerksplanung entspricht. Diese Maßnahmen umfassen [4]:

- die Festlegung der Zuverlässigkeitsanforderungen
- organisatorische Maßnahmen
- Überwachungen in der Planungsphase, bei der Ausführung, während der Nutzung und Instandhaltung.

1.5.4 Zuverlässigkeit

Die Zuverlässigkeit erlaubt die Quantifizierung der Sicherheit. Es besteht folgender Zusammenhang zur Versagenswahrscheinlichkeit P_f :

$$Z = 1 - P_f \quad (1.30)$$

Je nach Art und Nutzung eines Bauwerks werden im Eurocode unterschiedliche Zuverlässigkeitsniveaus gefordert. Eine Differenzierung des Zuverlässigkeitsniveaus ist unter folgenden Gesichtspunkten möglich:

- mögliche Versagensformen: duktiler Verhalten kündigt Versagen an, geringe Duktilität führt zu plötzlichem Versagen
- mögliche Versagensfolgen für Leben von Personen, wirtschaftliche Verluste
- öffentliche Meinung zum Versagen
- Kosten um Versagen zu verhindern

Im Eurocode sind nun grundsätzlich 3 Zuverlässigkeitsklassen definiert, die im Wesentlichen von den Schadensfolgeklassen abgeleitet sind (siehe **Tabelle 1.5**). Die Einteilung der Bauwerke in die jeweiligen Schadensfolgeklassen erfolgt nach **Tabelle 1.3**. In dieser Arbeit wird von der Zuverlässigkeitsklasse RC 2 ausgegangen. Die dazu angesetzten Eingangsdaten sind in den **Tabelle 1.3** sowie **Tabelle 1.5** rot gekennzeichnet.

Tabelle 1.3 Klassen für Schadensfolgen [4]

Schadensfolgeklassen	Merkmale	Beispiele im Hochbau oder bei sonstigen Ingenieurbauwerken
CC 3	Hohe Folgen für Menschenleben <u>oder</u> sehr große wirtschaftliche, soziale oder umweltbeeinträchtigende Folgen	Tribünen, öffentliche Gebäude mit hohen Versagensfolgen (z. B. eine Konzerthalle)
CC 2	Mittlere Folgen für Menschenleben, beträchtliche wirtschaftliche, soziale oder umweltbeeinträchtigende Folgen	Wohn- und Bürogebäude, öffentliche Gebäude mit mittleren Versagensfolgen (z. B. Bürogebäude)
CC 1	Niedrige Folgen für Menschenleben und kleine oder vernachlässigbare wirtschaftliche, soziale oder umweltbeeinträchtigende Folgen	Landwirtschaftliche Gebäude ohne regelmäßigen Personenverkehr (z. B. Scheunen, Gewächshäuser)

Je nach Schadensfolgeklasse können die Bauwerke den geforderten Zuverlässigkeitsklassen zugeordnet werden. So kann der Schadensfolgeklasse CC3 die Zuverlässigkeitsklasse RC3 zugeordnet werden, usw. Eine Zuordnung höherer Zuverlässigkeitsklassen zu den jeweiligen

Schadensfolgeklassen (z.B.: CC2 – RC3) ist grundsätzlich zulässig, führt aber zu deutlich konservativeren Bemessungen und ist meistens unwirtschaftlich.

1.6 Zuverlässigkeitsindex β

Der Zuverlässigkeitsindex β ist eine Größe, die es gestattet eine bestimmte gewünschte rechnerische Versagenswahrscheinlichkeit auszudrücken. Der Sicherheitsindex β wird aus der vorgegebenen Versagenswahrscheinlichkeit P_f , für den Bezugszeitraum 1 Jahr, mithilfe der inversen kumulativen Verteilungsfunktion für die standardisierte Normalverteilung nach folgender Formel berechnet.

$$\beta = F^{-1}(P_f | \mu, \sigma) = \{ \beta : F(\beta | \mu, \sigma) = P_f \} \quad (1.31)$$

wobei

$$P_f = F(\beta | \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{-\beta} e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}} dt \quad (1.32)$$

mit $\mu = 0$; $\sigma = 1$

Später wird gezeigt, dass der Sicherheitsindex β sehr anschaulich darstellt, wieweit die Mittelwerte von Widerstand und Einwirkung voneinander entfernt sein müssen (vgl. **Bild 1.16**). Diese Formel wird im Folgenden durch $\beta = \text{norminv}(P_f)$ dargestellt. Die inverse kumulative Verteilungsfunktion für die standardisierte Normalverteilung **norminv(...)** bildet die Umkehrfunktion zur kumulativen Verteilungsfunktion für die standardisierte Normalverteilung **normcdf(...)**.

Hinsichtlich der Umrechnung des Zuverlässigkeitsindex für andere Bezugszeiträume gilt:

„Rührt die wesentliche Unsicherheit von Einwirkungen her, die statistisch unabhängige Jahresmaxima aufweisen, so kann der β -Wert für andere Bezugszeiträume mit Hilfe folgender Näherung berechnet werden: [4]“

$$\text{normcdf}(\beta_n) = [\text{normcdf}(\beta_1)]^n \quad (1.33)$$

$\beta_1 =$ Zuverlässigkeitsindex für den Zeitraum 1 Jahr

$\beta_n =$ Zuverlässigkeitsindex für den Zeitraum von n Jahren

Der zahlenmäßige Zusammenhang zwischen einigen Versagenswahrscheinlichkeiten P_f und den zugehörigen Zuverlässigkeitsindizes β_1 für 1 Jahr bzw. β_{50} für 50 Jahre ist in **Tabelle 1.4** dargestellt.

Tabelle 1.4 Beziehung zwischen β und P_f [4]

P_f	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}
β_1	1,28	2,32	3,09	3,72	4,27	4,75	5,20
β_{50}	-	0,27	1,66	2,58	3,29	3,89	4,42

„Die wirkliche Versagenshäufigkeit steht im Wesentlichen im Zusammenhang mit menschlichem Versagen, das bei der Bestimmung der Teilsicherheitsbeiwerte unberücksichtigt bleibt. Insofern stellt β nicht notwendigerweise ein Indiz für die wirkliche Versagenshäufigkeit dar.“ [4]

Die Werte für den Zuverlässigkeitsindex β in **Tabelle 1.4** sind direkt mit den Formeln (1.32) und (1.33) ermittelt. Die in der EN 1990 [4] festgelegten Mindestwerte für den Zuverlässigkeitsindex β weichen geringfügig davon ab (**Tabelle 1.5**). In weiterer Folge wird mit den im Eurocode festgelegten Mindestwerten gerechnet.

Tabelle 1.5 Empfehlungen für Mindestwerte des Zuverlässigkeitsindex β [4]

Zuverlässigkeitsklasse	P_F	Mindestwert für β	
		Bezugszeitraum 1 Jahr	Bezugszeitraum 50 Jahre
RC 3	$\approx 10^{-7}$	5,2	4,3
RC 2	$\approx 10^{-6}$	4,7	3,8
RC 1	$\approx 10^{-5}$	4,2	3,3

1.7 Aufteilung der geforderten globalen Sicherheit auf Einwirkung und Widerstand

Sowohl Einwirkung als auch Widerstand werden nachfolgend vereinfacht als normalverteilte Variable angenommen. Im **Bild 1.16** (links oben) ist eine Darstellung der Normalverteilungskurven von Einwirkung E und Widerstand R abgebildet. Die Überschneidungsfläche der beiden Normalverteilungskurven bildet den Versagensbereich und damit die Versagenswahrscheinlichkeit P_F ab.

Die Grenzzustandsfunktion $g = R - E$ im **Bild 1.16** (rechts oben) ist die Differenzfunktion aus Einwirkung und Widerstand. Da sowohl Einwirkung als auch Widerstand als normalverteilt angenommen werden, bildet g ebenfalls eine Normalverteilungskurve. Die Kenngrößen der Differenzfunktion werden aus den Mittelwerten und Standardabweichungen von Einwirkung und Widerstand wie folgt ermittelt [1]:

$$\text{Mittelwert} \quad \mu_g = \mu_E - \mu_R \quad (1.34)$$

$$\text{Standardabweichung} \quad \sigma_g = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_E^2} \quad (1.35)$$

Die Fläche im Bereich $g < 0$ entspricht der Überschneidungsfläche der Normalverteilungskurven von Einwirkung und Widerstand und bildet wiederum den Versagensbereich ab. Der Abstand vom Nullpunkt (der die Versagensgrenze bildet) zum Mittelwert μ_g ist nun ausdrückbar als der Zuverlässigkeitsindex β multipliziert mit der Standardabweichung σ_g . [1]

$$\mu_g = \beta \cdot \sigma_g \quad (1.36)$$

Der Zusammenhang zwischen Einwirkung E , Widerstand R und der Differenzfunktion g lässt sich auch grafisch darstellen (siehe **Bild 1.16**, links unten). Diese sogenannte Zuverlässigkeitsmethode 1. Ordnung (FORM ... First Order Reliability Method) ist in EN 1990 [4] angewandt. Der Bemessungspunkt ist der Punkt P_d auf der Grenzzustandsfunktion $g = 0$ mit dem kürzesten Abstand zum Mittelpunkt im Raum der normalisierten Variablen und der Zuverlässigkeitsindex β bildet den Abstand vom Ursprung der Mittelwerte (von Einwirkung und Widerstand) zu dem Bemessungspunkt. [1]

Der Zuverlässigkeitsindex β lässt sich anteilmäßig durch die Wichtungsfaktoren α_E und α_R auf Einwirkung und Widerstand aufteilen. Der Zusammenhang ist nach FORM anschaulich über ein rechtwinkeliges Dreieck gegeben (siehe **Bild 1.16**). [4] [1]

Somit gilt:

$$\sqrt{\alpha_E^2 + \alpha_R^2} = 1,0 \quad (1.37)$$

Die Wichtungsfaktoren sind je nach Streuung von Einwirkung und Widerstand unterschiedlich. Aus Vergleichsuntersuchungen wurden vereinfachend die Werte

$$\alpha_E = 0,7$$

$$\alpha_R = 0,8$$

in der EN 1990 [4] festgelegt. Sie gelten wenn die Bedingung

$$0,16 < \frac{\sigma_E}{\sigma_R} < 7,6 \tag{1.38}$$

eingehalten wird. Ist diese Bedingung nicht eingehalten, sollte $\alpha = \pm 1,0$ für die Variable mit der größeren Standardabweichung und $\alpha = \pm 0,4$ für die Variable mit der kleineren Standardabweichung benutzt werden. [4]

Mit der vereinfachten Festlegung von $\alpha_E = 0,7$ und $\alpha_R = 0,8$ ergibt sich nach Formel (1.37):

$$\sqrt{\alpha_E^2 + \alpha_R^2} = \sqrt{0,7^2 + 0,8^2} \cong 1,06 > 1,0$$

Damit stellt dies eine konservative Vorgehensweise dar.

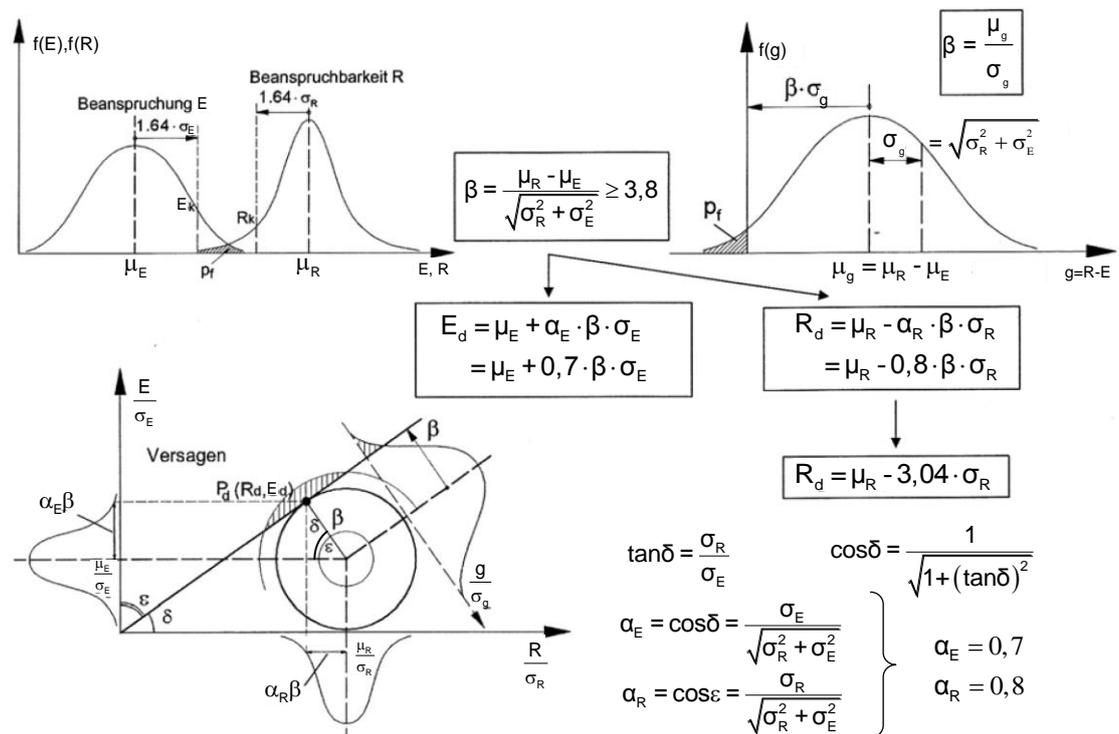


Bild 1.16 Definition der Bemessungswerte E_d und R_d – Bezugszeitraum 50 Jahre [1]

Anmerkung: charakteristische Werte E_k, R_k als 5% Fraktile.

1.7 Aufteilung der geforderten globalen Sicherheit auf Einwirkung und Widerstand

Der Fraktilefaktor $k_{d,\infty}$ für ein Bauwerk der Zuverlässigkeitsklasse RC 2 und einer geplanten Nutzungsdauer von $n = 50$ Jahren (entspricht Bezugszeitraum) mit einer geforderten Versagenswahrscheinlichkeit P_F von maximal 10^{-6} und damit $\beta = 3,8$ (nach **Tabelle 1.4** bzw. **Tabelle 1.5**) ergibt sich zu:

$$k_{d,\infty} = \alpha_R \cdot \beta = 0,8 \times 3,8 = 3,04 \quad (1.39)$$

In den in dieser Arbeit angeführten Beispielen werden immer diese Eingangsdaten gewählt, und somit $k_{d,\infty} = 3,04$ angesetzt.

Diese Arbeit befasst sich im Wesentlichen mit der Bestimmung von zutreffenden Teilsicherheitsbeiwerten für die Widerstandsmodelle im Stahlbau. Die Einwirkungen und deren Streuung brauchen durch die vorgegebene Splittung nach **Bild 1.16** nicht weiter verfolgt werden und können in den Beispielen als „gegebene Größen“ betrachtet werden.

2 Statistische Kalibrierung eines Widerstandsmodells – prinzipielle Vorgehensweise

In diesem Kapitel ist die standardisierte Vorgehensweise nach dem Eurocode EN 1990 [4] zur Kalibrierung eines Widerstandsmodelles erläutert, unabhängig vom verwendeten Material. Darüber hinaus wird eine auf Monte Carlo Simulationen basierte Variante gegenübergestellt. Die einzelnen, zur Berechnung benötigten „Bausteine“ sind in den folgenden Kapiteln erklärt, und im Kapitel 10 ist die gesamte Vorgehensweise zur Kalibrierung eines Widerstandsmodells am Beispiel eines Knickstabes unter zentrischer Normalkraft zahlenmäßig gezeigt.

2.1 Vorgehensweise nach Eurocode EN 1990

Die Herangehensweise im Eurocode EN 1990 [4] zur Bestimmung des Widerstandsmodelles wird größtenteils direkt aus diesem entnommen, und für den Leser/ die Leserin zur besseren Verständlichkeit mit wenigen erklärenden Sätzen erweitert. Die in der EN 1990 angeführten Formeln sind zum Teil irreführend oder schwer verständlich formuliert. Daher sind sie in dieser Arbeit teilweise geringfügig erweitert/abgeändert, um die Verständlichkeit des Berechnungsvorganges für den Leser/die Leserin zu verbessern. Die abgeänderten Formeln sind mit einem * neben der Formelnummerierung gekennzeichnet. Die Methode zur Kalibrierung des Widerstandsmodelles wird in EN 1990 [4] als standardisiertes Auswerteverfahren (Methode (a) bzw. Methode (b)) bezeichnet.

2.1.1 Schritt 1: Entwicklung einer Funktion für das Widerstandsmodell

„Es ist ein Bemessungsmodell in Form der theoretischen Widerstandsfunktion r_t für ein Bauteil oder eine Konstruktion zu entwickeln, das zu dem Ausdruck

$$r_t = g_{\pi}(\underline{X}) \quad (2.1)$$

führt.“ [4]

„Die Widerstandsfunktion sollte alle maßgebenden Basisvariablen X enthalten, die Einfluss auf den betrachteten Grenzzustand haben.“ [4]

Anmerkung: Bei der hier angeführten Schreibweise beinhaltet der Vektor (\underline{X}) alle maßgebenden Basisvariablen X_i .

Somit ist $g_{rt}(\underline{X})$ die Widerstandsfunktion der Basisvariablen \underline{X} , die das Bemessungsmodell darstellt. [4]

In dieser Arbeit werden als Widerstandsfunktionen direkt die im EC 3 [11] verwendeten Bemessungsformeln für Querschnitts- und Bauteiltragfähigkeit im Stahlbau angesetzt. Diese sind in der Formelaufstellung (Kap. 3) zusammengefasst.

2.1.2 Schritt 2: Vergleich der experimentellen und theoretischen Werte der Widerstände

„Durch Einsetzen der wirklichen, gemessenen Eigenschaften X_i in die Widerstandsfunktion $r_t = g_{rt}(\underline{X})$ sind die theoretischen Werte r_{ti} zu bestimmen, mit denen der Vergleich mit den experimentellen Werten r_{ei} durchgeführt wird.“ [4]

Im Rahmen dieser Arbeit wurden keine „realen“ Versuche durchgeführt. Um dennoch einen Vergleich der theoretischen Werte mit „quasi-Versuchswerten“ zu zeigen, wurden anstelle der Versuche realitätsnahe Finite Elemente-Berechnungen mit der Software Abaqus [12] durchgeführt (siehe Kap.9.1). Dem Verfasser dieser Arbeit ist durchaus bewusst, dass die Ergebnisse aus den Finite Elemente-Berechnungen nicht mit realen Versuchen gleichzusetzen sind und dass dies somit nicht die alleinige Vorgehensweise zur Kalibrierung eines Widerstandsmodelles nach EN 1990 [4] entspricht. Wie jedoch schon eingangs erläutert, liegt das Hauptaugenmerk dieser Arbeit darin, den Weg zur Kalibrierung eines Widerstandsmodelles aufzuzeigen, und nicht darin ein exaktes Widerstandsmodell für ein betrachtetes Problem zu erarbeiten. Wird in der weiteren Arbeit von experimentellen Werten gesprochen, so sind eigentlich immer die FEM-Berechnungen gemeint.

*„Die Punkte, die Wertepaare (r_{ti} , r_{ei}) darstellen, sind in einem Diagramm, wie in **Bild 2.1** darzustellen.“* [4]

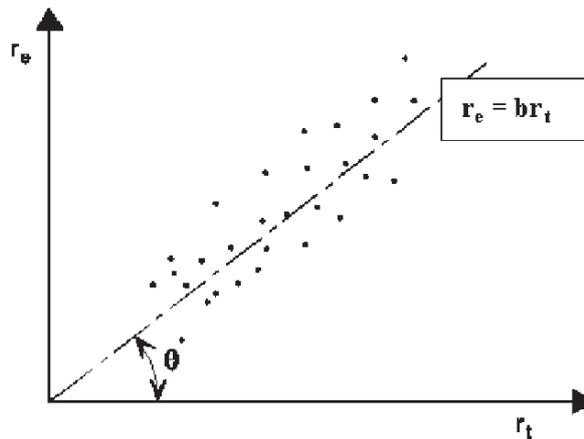


Bild 2.1 r_e - r_t Diagramm [4]

„Wäre die Widerstandsfunktion genau und vollständig, dann würden alle Punkte auf der Winkelhalbierenden liegen. In der Praxis treten Streuungen auf“ – bzw. das Widerstandsmodell kann die Realität nicht in allen Einzelheiten abbilden. „Jede systematische Abweichung von der Winkelhalbierenden sollte untersucht werden, um festzustellen, ob Fehler beim Versuch oder in der Widerstandsfunktion vorliegen.“ [4]

2.1.3 Schritt 3: Schätzung der Mittelwertkorrektur b

Die Widerstandsfunktion r ist in probabilistischer Form angegeben

$$r_i = b \cdot r_{ti} \cdot \delta_i \quad (2.2)^*$$

wobei b die Mittelwertabweichung ausdrückt, die mit Hilfe des Minimums der Abweichungsquadrate gebildet wird. Auf die Streugröße δ_i wird in Abschnitt 2.1.4 näher eingegangen. [4]

$$b = \frac{\sum r_{ei} \cdot r_{ti}}{\sum r_{ti}^2} \quad (2.3)^*$$

Die Werte der mittleren theoretischen Widerstandsfunktion r_m gerechnet mit den Mittelwerten \underline{X}_m der Basisvariablen können wie folgt ermittelt werden: [4]

$$r_m = b \cdot r_t(\underline{X}_m) = b \cdot g_{rt}(\underline{X}_m) \quad (2.4)^*$$

Anmerkung: Im Eurocode EN 1990 [4] wird angenommen, dass die experimentelle Widerstandsfunktion r_e der realen Widerstandsfunktion r entspricht. Somit ist in den hier angeführten Formeln:

$$r_e = r \quad (2.5)$$

2.1.4 Schritt 4: Schätzung des Variationskoeffizienten der Streugröße δ_i

Die Streugröße δ_i sollte für jeden „experimentellen“ Wert r_{ei} mit folgender Formel bestimmt werden: [4]

$$\delta_i = \frac{r_{ei}}{b \cdot r_{ti}} \quad (2.6)$$

Der Wert δ_i , der um den Wert 1, streut wird logarithmiert und somit erhält man den Wert Δ_i , welcher um 0 streut.

$$\Delta_i = \ln(\delta_i) \quad (2.7)$$

Der Mittelwert dieser Werte Δ_i bildet den Schätzwert $\bar{\Delta}$ für den tatsächlichen Mittelwert $E(\Delta)$ [4]. Der tatsächliche Mittelwert $E(\Delta)$ wird rein theoretisch aus unendlich vielen Einzelwerten Δ_i gebildet. Je höher die Anzahl der berücksichtigten Werte ist, umso geringer wird die Differenz zwischen dem Schätzwert $\bar{\Delta}$ und dem realen Wert $E(\Delta)$. Diesem Sachverhalt wird später noch Rechnung getragen (siehe Kap. 2.1.8).

$$\bar{\Delta} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta_i \quad (2.8)$$

s_{Δ}^2 bildet den Schätzwert der quadrierten Standardabweichung σ_{Δ}^2 der Werte Δ_i und darf wie folgt berechnet werden. [4]

$$s_{\Delta}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\Delta_i - \bar{\Delta})^2 \quad (2.9)$$

Somit berechnet sich die Schätzung des Variationskoeffizienten der Streugröße δ nach folgendem Ausdruck, der als Variationskoeffizient V_{δ} für die Streugröße δ verwendet werden darf. [4]

$$V_{\delta} = \sqrt{e^{s_{\Delta}^2} - 1} \quad (2.10)$$

„Anmerkung: Der Wert V_{δ} wird für die jeweilige Testreihe bestimmt.“ [4]

2.1.5 Schritt 5: Verträglichkeitsprüfung

„In der Regel ist die Verträglichkeit der Annahmen, die beim Aufstellen der Widerstandsfunktion gemacht wurden, mit den Versuchsergebnissen zu überprüfen.“ [4]

Da in dieser Arbeit direkt die Formeln der Stahlbaunachweise des Eurocode EN 1993 [11] Verwendung finden ist davon auszugehen, dass diese Verträglichkeitsprüfung durchgeführt

wurde. Somit ist die Verträglichkeit der Widerstandsfunktionen mit realen Anwendungen gegeben.

„Wenn die Streuung der Werte (r_{ei} , r_{ii}) dennoch zu groß ist, um wirtschaftliche Widerstandsfunktionen zu erhalten, kann die Streuung auf folgende Weise verkleinert werden:

- durch Verbesserung der Bemessungsfunktion, in dem zusätzliche Parameter berücksichtigt werden;
- Änderung von b und V_{δ} durch Aufteilung der Grundgesamtheit in geeignete Untergruppen, für die der Einfluss solcher zusätzlicher Parameter konstant ist.
- Um festzustellen, welcher Parameter den größten Einfluss auf die Streuung hat, können die Versuchsergebnisse unter Beachtung dieser Parameter in Untergruppen aufgeteilt werden.“ [4]

2.1.6 Schritt 6: Bestimmung der Variationskoeffizienten V_{xi} der Basisvariablen

„Wenn nachgewiesen werden kann, dass der Gesamtumfang der Versuche repräsentativ für die wirklichen Streuungsverhältnisse ist, dann können die Variationskoeffizienten V_{xi} der Basisvariablen aus den Versuchsdaten bestimmt werden. Da dies jedoch in der Regel nicht zutrifft, werden die Variationskoeffizienten V_{xi} aufgrund von Vorinformationen bestimmt.“ [4]

Die Bestimmung dieser Variationskoeffizienten ist in Schritt 7 erklärt, sowie in den Kapiteln 6, 8.4 und 10.4 genauer gezeigt.

2.1.7 Schritt 7: Bestimmung des charakteristischen Wertes r_k der Widerstandsfunktion - Methode (a)

Ist die Widerstandsfunktion eine Funktion in Produktform mit den Basisvariablen X_1 bis X_j wie in Formel (2.11),

$$r = b \cdot r_t = b \{X_1 \times X_2 \times \dots \times X_j\} \delta \quad (2.11)$$

so kann der Mittelwert $E(r)$ aus Formel (2.12)

$$E(r) = b \{E(X_1) \times E(X_2) \times \dots \times E(X_j)\} = b \cdot g_{\pi}(\underline{X}_m) \quad (2.12)$$

und der Variationskoeffizient aus Formel (2.13) bestimmt werden. [4]

$$V_r^2 = (V_{\delta}^2 + 1) \left[\prod_{i=1}^j (V_{xi}^2 + 1) \right] - 1 \quad (2.13)$$

Der Variationskoeffizient V_r des Wertes der Widerstandsfunktion r setzt sich aus dem Schätzwert für den Variationskoeffizienten V_δ für das Streumaß δ und den Variationskoeffizienten V_{X_i} der Basisvariablen $X_1 \dots X_j$ zusammen. [4]

Für kleine Werte von V_δ^2 und $V_{X_i}^2$ ist die folgende Näherung zulässig: [4]

$$V_r^2 = V_\delta^2 + V_{r_t}^2 \quad \text{mit} \quad V_{r_t}^2 = \sum_{i=1}^j V_{X_i}^2 \quad (2.14)$$

Ist die Widerstandsfunktion eine komplexe Funktion mit den Basisvariablen X_1 bis X_j in der Form:

$$r_i = b \cdot r_t \cdot \delta = b \cdot g_{r_t} \{X_1, X_2, \dots, X_j\} \delta \quad (2.15)^*$$

so kann der Mittelwert $E(r)$ aus Formel (2.16)

$$E(r) = b \cdot g_{r_t} (E(X_1), E(X_2), \dots, E(X_j)) = b \cdot g_{r_t} (\underline{X}_m) \quad (2.16)$$

und der Variationskoeffizient V_{r_t} aus Formel (2.17) bestimmt werden. [4]

$$V_{r_t}^2 = \frac{\text{VAR}[g_{r_t}(\underline{X})]}{g_{r_t}^2(\underline{X}_m)} = \frac{1}{g_{r_t}^2(\underline{X}_m)} \times \sum_{i=1}^j \left(\frac{\partial g_{r_t}}{\partial X_i} \times \sigma_i \right)^2 \quad (2.17)$$

Anmerkung: Die Bestimmung des Variationskoeffizienten V_{r_t} ist in Kapitel 6 anhand der stahlbaulichen der Querschnitts- und Systemnachweise für gewalzte H- und I-Profile sowie an einem kompletten Stahl-Hallenrahmen gezeigt.

Die partielle Ableitung der Widerstandsfunktion g_{r_t} nach einer Basisvariablen X_i kann näherungsweise numerisch aus

$$\frac{\partial g_{r_t}}{\partial X_i} \approx \frac{g_{r_t}(X_1, \dots, X_i + \Delta X_i, \dots, X_j) - g_{r_t}(\underline{X})}{\Delta X_i} \quad (2.18)$$

bestimmt werden. Für die Berechnungen der V_{r_t} Koeffizienten nach Gleichung (2.17) in Kap. 6 wurde der Wert ΔX_i mit $1/1000 \cdot X_i$ angesetzt.

„Ist die Versuchsanzahl (in dieser Arbeit die Anzahl der Finite Elemente Berechnungen anstelle der Versuche) auf $n < 100$ begrenzt, ist die Verteilung Δ für die statistischen Unsicherheiten zu berücksichtigen. Die Verteilung sollte als zentrale t-Verteilung mit den Parametern $\bar{\Delta}$, $V_{\Delta(r)}$ und n angenommen werden.“ [4]

Anmerkung: Es besteht ein signifikanter Unterschied zwischen dem Schätzwert $\bar{\Delta}$ und dem tatsächlichen Mittelwert $E(\Delta)$.

In diesem Fall wird der charakteristische Wert r_k der Widerstandsfunktion nach Formel (2.19) berechnet. [4]

$$r_k = b \cdot g_{rt}(\underline{X}_m) \cdot e^{(-k_\infty \cdot \alpha_{rt} \cdot Q_{rt} - k_n \cdot \alpha_\delta \cdot Q_\delta - 0,5 \cdot Q^2)} \quad (2.19)^*$$

Dabei sind:

$$Q_{rt} = \sigma_{\ln(rt)} = \sqrt{\ln(V_{rt}^2 + 1)} \quad (2.20)$$

$$Q_\delta = \sigma_{\ln(\delta)} = \sqrt{\ln(V_\delta^2 + 1)} \quad (2.21)$$

$$Q = \sigma_{\ln(r)} = \sqrt{\ln(V_r^2 + 1)} \quad \text{mit } V_r \text{ nach Gl. (2.14)} \quad (2.22)$$

$$\alpha_{rt} = \frac{Q_{rt}}{Q} \quad (2.23)$$

$$\alpha_\delta = \frac{Q_\delta}{Q} \quad (2.24)$$

wobei:

k_n Fraktilefaktor für den charakteristischen Wert aus **Tabelle 2.1** für den Fall „ V_X unbekannt“ ist.

k_∞ Fraktilefaktor für $n \rightarrow \infty$ [$k_\infty = 1,64$].

α_{rt} Wichtungsfaktor für Q_{rt}

α_δ Wichtungsfaktor für Q_δ

Ist eine große Versuchszahl (bzw. Anzahl an FEM Simulationen) vorhanden (z.B.: $n \geq 100$), darf der charakteristische Wert r_k der Widerstandsfunktion anstatt nach Gl. (2.19)* direkt aus Formel (2.25) ermittelt werden. [4]

$$r_k = b \cdot g_{rt}(\underline{X}_m) \cdot e^{(-k_\infty \cdot Q - 0,5 \cdot Q^2)} \quad (2.25)$$

Tabelle 2.1 Werte k_n für charakteristische Werte (5% Fraktile) [4]

n	1	2	3	4	5	6	8	10	20	30	∞
V_X bekannt	2,31	2,01	1,89	1,83	1,80	1,77	1,74	1,72	1,68	1,67	1,64
V_X unbekannt	-	-	3,37	2,63	2,33	2,18	2,00	1,92	1,76	1,73	1,64

2.1.8 Bestimmung des Bemessungswertes r_d der Widerstandsfunktion - Methode (b)

Die Bestimmung des Bemessungswertes r_d erfolgt in gleicher Weise wie die Bestimmung des charakteristischen Wertes r_k , nur dass der Fraktilefaktor k_n für den charakteristischen Wert durch den Fraktilefaktor $k_{d,n}$ für den Bemessungswert ersetzt wird.

Der Fraktilefaktor für $n \rightarrow \infty$ entspricht dem Produkt $k_{d,\infty} = \alpha_R \cdot \beta = 0,8 \times 3,8 = 3,04$ (siehe Kap. 1.7) [4]. Somit gilt Gl. (2.25) sinngemäß. Dies führt zu Gl. (2.27).

Ist die Versuchszahl auf $n < 100$ begrenzt, so wird r_d aus Formel (2.26) ermittelt.

$$r_d = b \cdot g_{rt}(\underline{X}_m) \cdot e^{(-k_{d,\infty} \cdot \alpha_{rt} \cdot Q_{rt} - k_{d,n} \cdot \alpha_{\delta} \cdot Q_{\delta} - 0,5 \cdot Q^2)} \quad (2.26)^*$$

$k_{d,n}$ Fraktilefaktor für den Bemessungswert aus **Tabelle 2.2** für den Fall dass „ V_X unbekannt“ ist.

$k_{d,\infty}$ Fraktilefaktor für $n \rightarrow \infty$ [$k_{d,\infty} = 3,04$].

Ist eine große Versuchszahl (bzw. Anzahl an FEM Simulationen) vorhanden (z.B.: $n \geq 100$), darf der Bemessungswert r_d der Widerstandsfunktion aus Formel (2.27) ermittelt werden. [4]

$$r_d = b \cdot g_{rt}(\underline{X}_m) \cdot e^{(-k_{d,\infty} \cdot Q - 0,5 \cdot Q^2)} \quad (2.27)$$

Tabelle 2.2 Werte $k_{d,n}$ für den Bemessungswert für Tragfähigkeitsnachweise [4]

n	1	2	3	4	5	6	8	10	20	30	∞
V_X bekannt	4,36	3,77	3,56	3,44	3,37	3,33	3,27	3,23	3,16	3,13	3,04
V_X unbekannt	-	-	-	11,4	7,85	6,36	5,07	4,51	3,64	3,44	3,04

2.2 Alternative Vorgehensweise durch Monte Carlo Simulationen

Eingangs wird die Monte Carlo Simulation grundlegend erläutert, bevor auf die Kalibrierung eines Widerstandsmodelles mithilfe von Monte Carlo Simulationen eingegangen wird.

a) Monte Carlo Simulation - Allgemein

Die Monte Carlo Simulation ist nach der Hauptstadt Monte Carlo des Kleinstaats Monaco benannt, der unter anderem auch für sein Casino de Monte-Carlo bekannt ist. Der Name rührt daher, da wie bei einem Glücksspiel – etwa durch Würfeln – zufällige Zahlen gewählt werden, die das zufällige Eintreten von Ereignissen simulieren. Es ist eine Vielzahl an Simulationen dieser zufälligen Einzelereignisse erforderlich, um mit der Monte Carlo Methode brauchbare Ergebnisse zu erzielen. (siehe z.B.: **Tabelle 2.3**)



Bild 2.2 Monte Carlo [13]

Wesentliche Vorteile der Monte Carlo Simulation sind, sie ist einfach verständlich, sehr anpassungsfähig und kann auf äußerst komplexe Probleme angewandt werden. Die Monte Carlo Methode erfordert eine sehr hohe Rechenkapazität, weshalb sie erst mit dem Aufkommen leistungsfähiger Computer vermehrt zur Anwendung kam. [14]

– Anwendung der Monte Carlo Methode

Die Monte Carlo Simulation findet überall dort ihre Anwendung, wo das Eintreten einer Vielzahl von Ereignissen zwar durch Wahrscheinlichkeiten beschreibbar ist, jedoch das Eintreten eines einzelnen Ereignisses rein vom Zufall abhängt. [15]

Bereits in den 1940er Jahren wurde die Monte Carlo Methode beim sogenannten „Manhattan-Projekt“ eingesetzt, um die schwierigen Kernreaktionen zu berechnen.

Heute kommt die Monte Carlo Simulation in vielen naturwissenschaftlichen, technischen, medizinischen sowie finanzmathematischen Gebieten zur Anwendung.

– **Integration mittels Monte Carlo Simulation**

Die Monte Carlo Simulation kann unter anderem auch dazu verwendet werden, ein beliebiges Integral zu lösen. Ein „populäres“ Beispiel dafür ist die Berechnung der Kreis-Konstanten π . [16]

Dies erfolgt folgendermaßen [15]:

- Einheitsquadrat zeichnen $[0,1] \times [0,1]$
- Viertelkreis mit $r = 1$ und Kreismittelpunkt im Ursprung zeichnen (vgl. **Bild 2.3**)
- zufällige Punkte mit $0 \leq x \leq 1$ und $0 \leq y \leq 1$ auf das Einheitsquadrat „streuen“
- zählen der Punkte innerhalb des Viertelkreises ($x^2 + y^2 \leq 1,0$)

$$A \approx \frac{\text{Anzahl der Punkte im Viertelkreis}}{\text{Anzahl aller Punkte}} \tag{2.28}$$

$$\pi = A \cdot 4 \tag{2.29}$$

Anmerkung: Dies folgt aus der Flächenformel des Viertelkreises mit $r = 1$:

$$A_{\text{VK}} = \frac{r^2 \cdot \pi}{4} \tag{2.30}$$

In **Bild 2.4** ist die Näherung von π für 1 000 Zufallspunkte graphisch gezeigt. In der **Tabelle 2.3** sind die Resultate der Näherung von π für verschiedene Gesamtanzahlen der Zufallspunkte angeführt.

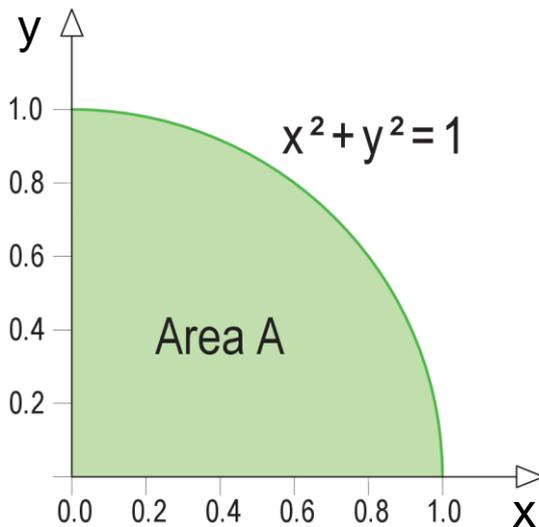


Bild 2.3 Formel Viertelkreis

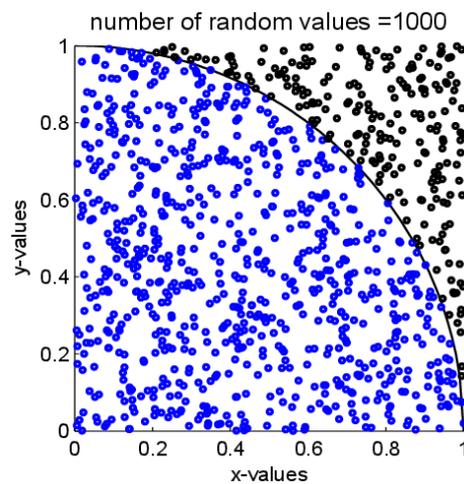


Bild 2.4 MC- π Berechnung

Tabelle 2.3 Näherung von π mittels Monte Carlo Simulationen

Anzahl der Zufallspunkte	π_{rand}	$\frac{ \pi_{\text{rand}} - \pi }{\pi}$
100	3,24	0,0313
1 000 ⁴	3,116	0,008146
10 000	3,1428	0,00038431
100 000	3,13864	0,00093986
1 000 000	3,140208	0,00044075
10 000 000	3,140945	0,000206155
100 000 000	3,141484	0,0000345855
1 000 000 000	3,141624	0,00000997787
$\pi \approx 3,141592654$		

⁴ Die zugehörige Grafik ist in **Bild 2.4** zu sehen.

b) Monte Carlo Simulation in der Statistik

Wie bereits erläutert, handelt es sich bei der Monte Carlo Simulation um eine Methode bei der eine Problemstellung dadurch gelöst wird, dass eine Vielzahl an Zufallssystemen (Realisationen) erstellt wird und die Resultate aus den Realisationen ausgewertet werden.

Will man eine bestimmte Verteilung durch eine Monte Carlo Simulation erzielen, so benötigt man folgendes:

- Einen Zufallszahlengenerator, der beliebig viele, voneinander unabhängige, gleichverteilte Zufallszahlen im Intervall [0,1] erstellt.
- Die Verteilungsfunktion der gewünschten Verteilung mit den jeweiligen Eingangsparametern (z.B.: μ , σ).⁵

Der Zufallszahlengenerator erstellt eine Vielzahl an gleichverteilten Zufallszahlen im Bereich 0 bis 1. Diese Zufallszahlen werden in die jeweilige inverse Verteilungsfunktion eingesetzt, und so erhält man eine Zahlenmenge, die der gewünschten Verteilung folgt.

Im Folgenden sind ein paar dieser möglichen Verteilungsfunktionen mit den zugehörigen Dichtefunktionen dargestellt:

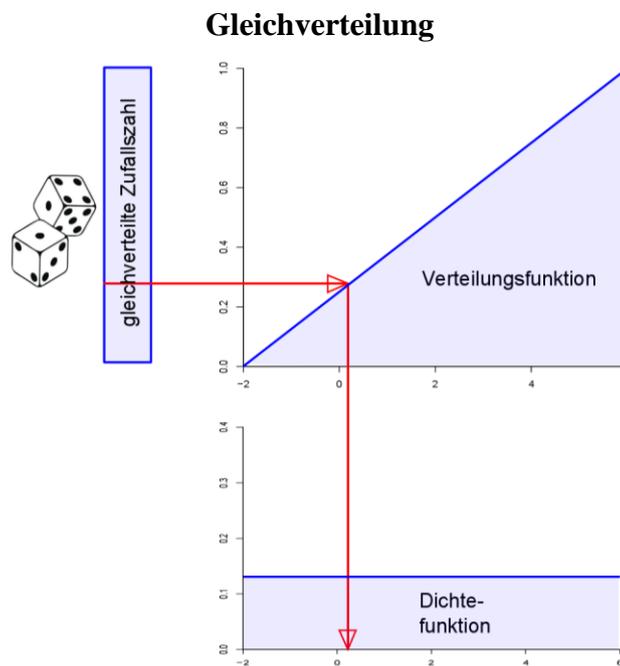


Bild 2.5 Monte Carlo Gleichverteilung

⁵ Genau genommen wird die inverse Verteilungsfunktion benötigt.

Punktverteilung / Fixwert

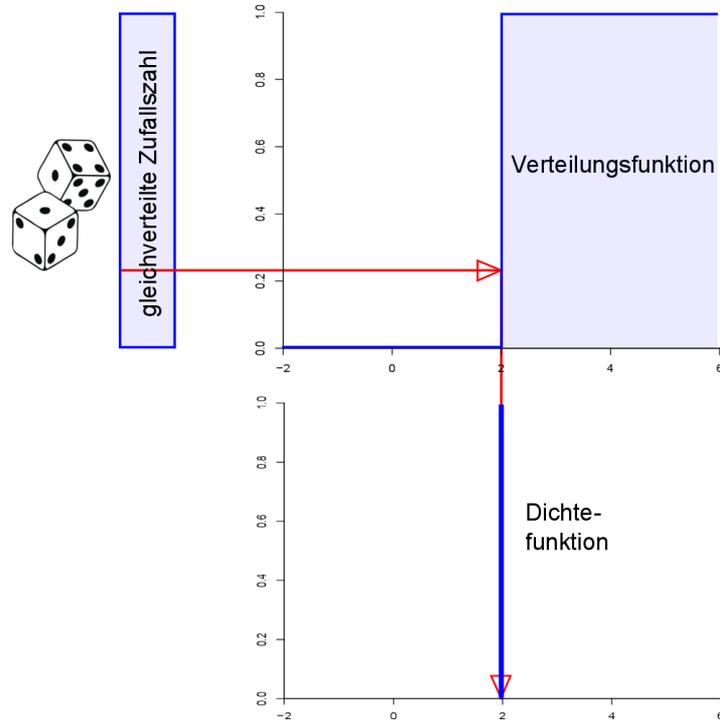


Bild 2.6 Monte Carlo Punktverteilung

Dreiecksverteilung

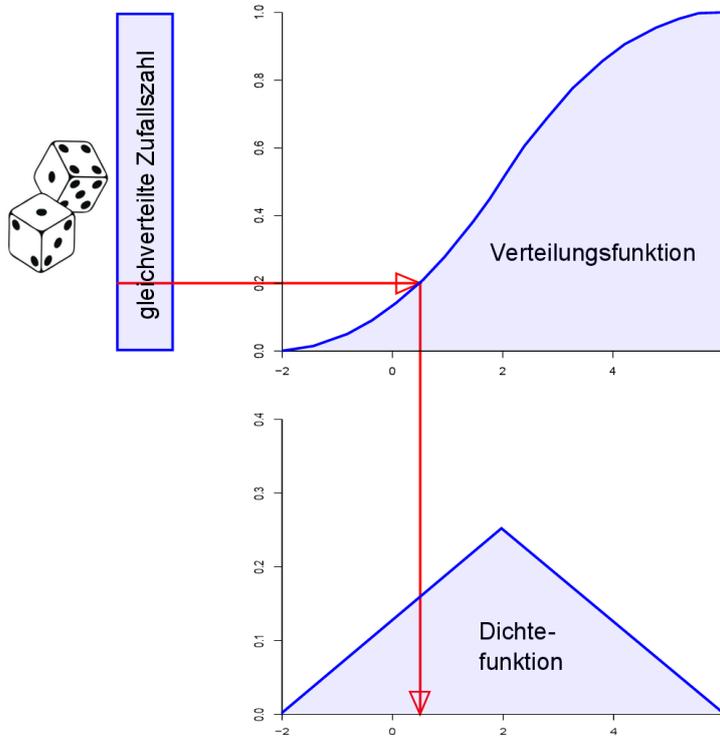


Bild 2.7 Monte Carlo Dreiecksverteilung

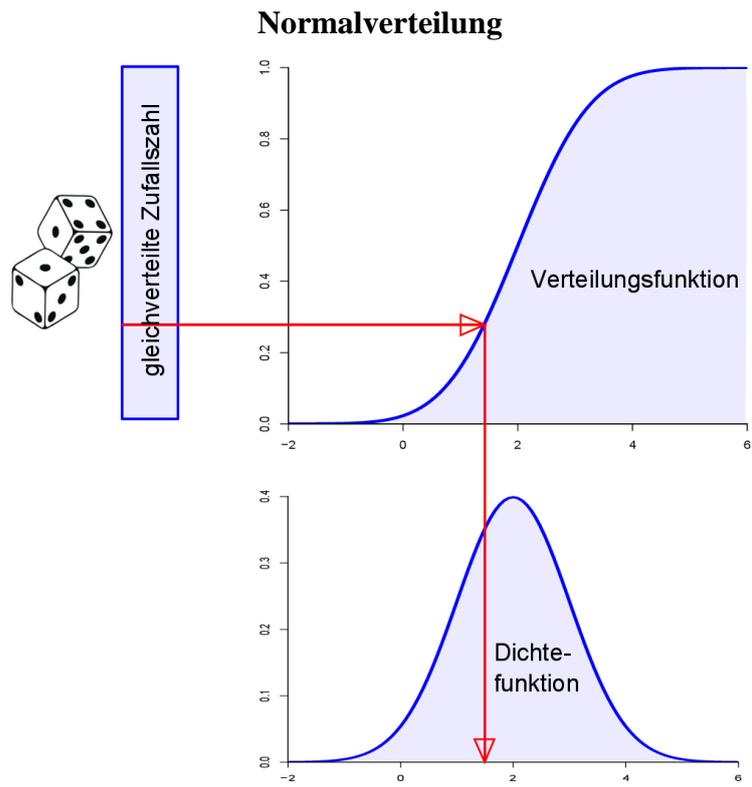


Bild 2.8 Monte Carlo Normalverteilung

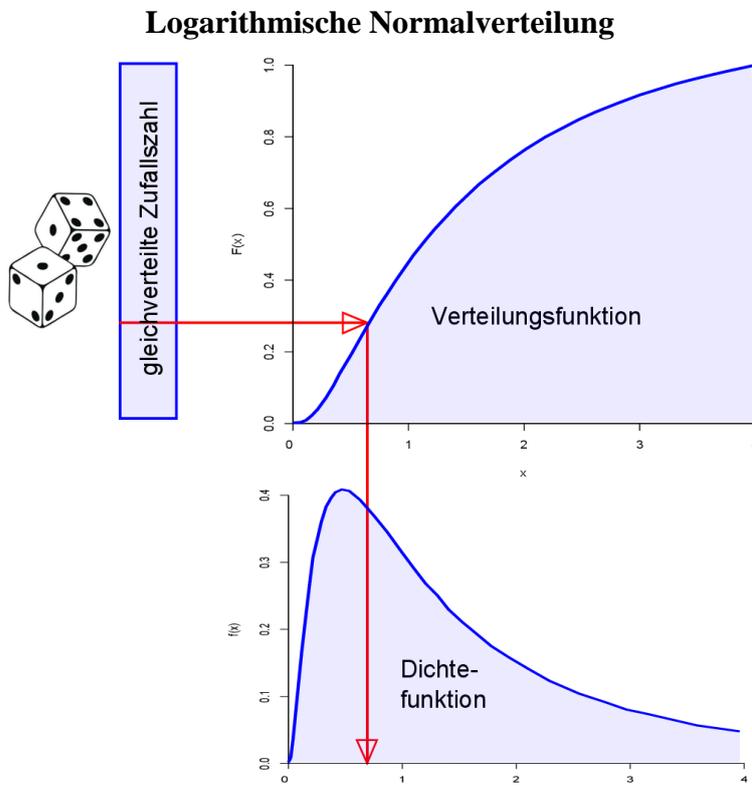


Bild 2.9 Monte Carlo Log-Normalverteilung

Die formelmäßige Umsetzung der inversen Verteilungsfunktionen wird bei den jeweiligen Anwendungen in Kap. 2.2.2 sowie Kap. 2.2.4 erläutert.

2.2.1 Anwendung der Monte Carlo Methode zur Kalibrierung eines Widerstandsmodelles

Eine alternative Methode zum in Abschnitt 2.1 dargestellten Vorgehen nach „Eurocode EN 1990“, Anhang D stellt die Kalibrierung des Widerstandsmodelles mithilfe von Monte Carlo Simulationen dar. Die Kalibrierung des Widerstandsmodelles erfolgt nun nicht über Variationskoeffizienten, die die Abweichungen zwischen Rechenmodell und Versuchen (V_{δ}) sowie die Streuungen der einzelnen Eingangsgrößen (V_n) berücksichtigen, sondern über eine nachträgliche statistische Auswertung einer Vielzahl an zufälligen erstellten Realisierungen. Die Abweichungen zwischen Rechenmodell (theoretischer Widerstand) und den durch FEM-Berechnungen erstellten „Versuchen“ (experimenteller Widerstand) sowie auch die Streuungen der Eingangsgrößen fließen unmittelbar in die Erstellung jeder einzelnen zufällig erstellten Realisierung ein.

Damit wird erzielt, dass die Realisierungen im Bereich realer Tragfähigkeiten variieren. Die einzelnen Realisierungen werden der Tragfähigkeit nach sortiert, und durch einfaches „zählen“ können die gewünschten Fraktilwerte herausgegriffen werden. (vgl. 1.4.3)

Die Vorgehensweise zur Kalibrierung des Widerstandsmodelles startet in gleicher Weise wie beim standardisierten Auswerteverfahren nach EN 1990 [4].

- Schritt 1 Entwicklung eines Berechnungsmodelles, wie in Kap. 2.1.1. dargestellt
- Schritt 2 Vergleich der experimentellen und theoretischen Werte wie in Kap. 2.1.2. dargestellt
- Schritt 3 Die Schätzung der Mittelwertkorrektur b wie in Kap. 2.1.3. dargestellt

Ab dem nächsten Schritt unterscheiden sich die beiden Varianten, weshalb hier mit der genauen Beschreibung der folgenden Schritte fortgesetzt wird.

2.2.2 Schritt 4: Schätzung der Streugröße $\delta_{rand,i}$

Mithilfe der Monte Carlo Simulation werden nur die Streuungen der einzelnen Basisgrößen simuliert. Die auftretenden Streuungen zwischen dem experimentellen (realen) Widerstand und dem theoretischen Widerstand werden dabei nicht berücksichtigt.

Um dennoch die Abweichungen zwischen dem Rechenmodell und dem Versuchsmodell zu simulieren, werden die theoretischen Widerstände r_{ti} aus den zufällig erstellten Systemen

noch um die systematische Abweichung b (Formel (2.3)*) und um eine erneut zufällig „gewürfelte“ Streugröße $\delta_{\text{rand},i}$ erweitert (siehe Kap. 2.2.5).

Die Werte $\delta_{\text{rand},i}$ sind Zufallsgrößen, die um den Mittelwert $\bar{\delta}$ mit der Standardabweichung s_{δ} streuen.

Zur Bestimmung des Mittelwertes $\bar{\delta}$ und der Standardabweichung s_{δ} der Zufallsstreuungen δ_{rand} werden die experimentellen Widerstände r_e und die zugehörigen theoretischen Widerstände r_t – wie in Kapitel 2.1.2 beschrieben – herangezogen.

Die Streugröße δ_i für jedes Wertepaar $r_{ei} - r_{ti}$ erhält man aus Formel (2.6) zu:

$$\delta_i = \frac{r_{ei}}{b \cdot r_{ti}}$$

Der Mittelwert dieser Werte δ_i ergibt den Schätzwert $\bar{\delta}$ für den tatsächlichen Mittelwert $E(\delta)$.

$$\bar{\delta} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta_i \quad (2.31)$$

s_{δ}^2 bildet den Schätzwert der quadrierten Standardabweichung (Varianz) σ_{δ}^2 der Werte δ_i und darf wie folgt berechnet werden:

$$s_{\delta}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\delta_i - \bar{\delta})^2 \quad (2.32)$$

Zur Bestimmung der Zufallsstreuungen $\delta_{\text{rand},i}$ wird die normal inverse Summenverteilungsfunktion aus $\bar{\delta}$ und s_{δ} , wie in **Bild 2.10** dargestellt, verwendet. Aus einem Zufallsgenerator werden die gleichverteilten Eingangsgrößen $p_{\text{rand},i}$ im Bereich 0 bis 1 „gewürfelt“ und auf der Ordinate aufgetragen. Die zugehörigen normalverteilten $\delta_{\text{rand},i}$ -Werte sind an der Abszisse abzulesen, wie in **Bild 2.10** zu sehen ist. (vgl. **Bild 2.8**)

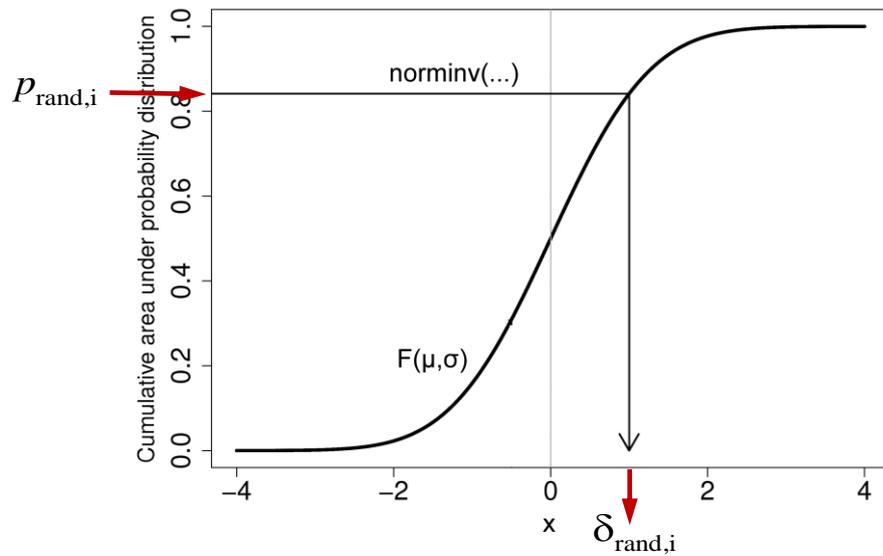


Bild 2.10 Normal inverse Summenverteilungsfunktion (norminv)

Die kumulative Verteilungsfunktion für die standardisierte Normalverteilung **normcdf(...)** ist durch die Formel (2.33) definiert. [17] (vgl. Kap. 1.4.11)

$$p = F(x | \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}} dt \quad (2.33)$$

Die hier verwendete inverse kumulative Verteilungsfunktion für die standardisierte Normalverteilung **norminv(...)** bildet die Umkehrfunktion zur kumulativen Verteilungsfunktion für die standardisierte Normalverteilung. Die mathematische Schreibweise ist mit Formel (2.34) gegeben.

$$x = F^{-1}(p | \mu, \sigma) = \{x : F(x | \mu, \sigma) = p\} \quad (2.34)$$

Die Größen $\delta_{\text{rand},i}$ werden somit durch die normal inverse Summenfunktion nach Formel (2.35) gebildet.

$$\delta_{\text{rand},i} = \text{norminv}(p_{\text{rand},i} | \bar{\delta}, s_{\delta}) \quad (2.35)$$

Anmerkung: Anstelle von x wird die „gewürfelte“ Zufallszahl $p_{\text{rand},i}$ in die Formel (2.35) eingesetzt.

2.2.3 Schritt 5: Verträglichkeitsprüfung

Die Verträglichkeitsprüfung erfolgt wiederum in derselben Form wie in EN 1990 beschrieben, weshalb hier auf das Kapitel 2.1.5 verwiesen wird.

2.2.4 Schritt 6: Bestimmung der theoretischen Werte der Widerstandsfunktion $r_{t,rand}$

Anmerkung: Die Bestimmung der theoretischen Werte der Widerstandsfunktion $r_{t,rand}$ ist in Kapitel 7 anhand der stahlbaulichen Querschnitts- und Bauteilnachweise für gewalzte H- und I-Profile sowie in Kapitel 8.5 an einem Nachweis eines kompletten Stahl-Hallenrahmens gezeigt.

Die Widerstandsfunktion der theoretischen Werte $r_{t,rand}$ ist im Allgemeinen eine komplexe Funktion mit den Basisvariablen X_1 bis X_j in der Form:

$$r_t = g_{rt} \{X_1, X_2, \dots, X_j\} \quad (2.36)$$

Die Mittelwerte und Standardabweichungen der eingehenden Basisvariablen X_i werden aus Versuchen ermittelt, oder aus vertrauenswürdigen Quellen (z.B.: früheren Versuchen, Materialdatenbanken, anderen Publikationen) herangezogen. Diese Eingangsdaten weisen teils sehr großen Einfluss auf das Gesamtergebn auf und sollten so genau als möglich bestimmt werden. Die Auswahl der Eingangsgrößen für die Basisvariablen ist im Kapitel 4 zu finden.

Es wird eine Vielzahl an Realisierungen generiert, bei denen jede einzelne Basisvariable X_i entsprechend der zugrunde gelegten Verteilung „gewürfelt“ wird - mit den Eingangsgrößen Mittelwert μ_i , Standardabweichung σ_i , einer Zufallszahl p_{random} sowie der jeweiligen Verteilungsart.

Um eine schnellere Konvergenz der Resultate zur gewünschten Resultatsform zu erzielen, wurden die Basisvariablen nicht völlig zufällig „gewürfelt“, sondern mithilfe des „Latin Hypercube Samplings“. Dies führt bei deutlich geringerer Zufallssystemanzahl schon zum gewünschten Resultat. Die Funktionsweise des „Latin Hypercube Samplings“ ist bei der programmtechnischen Umsetzung, im Kapitel A-1.3.2 LHSrand, beschrieben.

Die Ermittlung einer normalverteilten Basisvariablen erfolgt beispielsweise, wie in Kap. 2.2.2 beschrieben, mithilfe der normal inversen Summenfunktion.

$$X_{rand,i} = \text{norminv}(p_{rand,i} | \mu_{X_i}, \sigma_{X_i}) \quad (2.37)$$

Für lognormalverteilte Basisvariablen erfolgt die Ermittlung von $X_{\text{rand},i}$ in ähnlicher Weise wie für normalverteilte Basisvariable, jedoch mithilfe der lognormal inversen Summenfunktion. Die grafische Darstellung dieser Berechnung ist in **Bild 2.9** zu sehen. [18]

Die kumulative Verteilungsfunktion für die standardisierte Lognormalverteilung **logncdf(...)** ist durch die Formel (2.38) definiert. [18] (vgl. 1.4.11)

$$p = F(x | \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_0^x \frac{e^{-\frac{(\ln(t)-\mu)^2}{2\sigma^2}}}{t} dt \quad (2.38)$$

Die inverse kumulative Verteilungsfunktion für die standardisierte Lognormalverteilung **logninv(...)** bildet die Umkehrfunktion zur kumulativen Verteilungsfunktion für die standardisierte Lognormalverteilung. Die mathematische Schreibweise ist mit Formel (2.39) gegeben.

$$x = F^{-1}(p | \mu, \sigma) = \{x : F(x | \mu, \sigma) = p\} \quad (2.39)$$

Somit ergibt sich die lognormalverteilte Basisvariable $X_{\text{rand},i}$ zu:

$$X_{\text{rand},i} = \text{logninv}(p_{\text{rand},i} | \mu_{X_i}, \sigma_{X_i}) \quad (2.40)$$

Anmerkung: Die Eingangsparameter μ_{X_i} und σ_{X_i} entsprechen jedoch nicht mehr dem Mittelwert und der Standardabweichung der Basisvariablen, sondern müssen vorab durch die Formeln (2.41) und (2.42) berechnet werden. [10]

$$\mu_{X_i} = \ln \left(\frac{m_{X_i}^2}{\sqrt{s_{X_i}^2 + m_{X_i}^2}} \right) \quad (2.41)$$

$$\sigma_{X_i} = \sqrt{\ln \left(\left(\frac{s_{X_i}}{m_{X_i}} \right)^2 + 1 \right)} \quad (2.42)$$

s_{X_i} = Standardabweichung der Basisvariable X_i

m_{X_i} = Mittelwert der Basisvariable X_i

Die Bestimmung der Basisvariablen X_i für weitere Verteilungsarten würde in ähnlicher Weise erfolgen, es werden jedoch nur die in dieser Arbeit verwendeten Verteilungsarten genauer erläutert.

Die einzelnen theoretischen Widerstandswerte $r_{t,rand,i}$ werden aus den Zufallsbasisvariablen $X_{rand,i}$ durch einsetzen in die jeweiligen Widerstandsfunktionen bestimmt (siehe Formel (2.43)).

$$r_{t,rand,i} = g_{rt} \{X_{rand,1}, X_{rand,2}, \dots, X_{rand,j}\} \quad (2.43)$$

2.2.5 Schritt 7: Bestimmung der Werte der Widerstandsfunktion $r_{rand,i}$

Die Werte der Widerstandsfunktion werden aus den theoretischen Widerstandswerten $r_{t,rand,i}$, der Mittelwertkorrektur b (Glg. (2.3)*) sowie den Streugrößen $\delta_{rand,i}$ (Glg. (2.35)) nach folgender Formel bestimmt.

$$r_{rand,i} = b \cdot r_{t,rand,i} \cdot \delta_{rand,i} \quad (2.44)$$

2.2.6 Schritt 8: Bestimmung des charakteristischen Wertes r_k der Widerstandsfunktion

Wie auch bei der Vorgehensweise nach EN 1990 ist der charakteristische Wert der Widerstandsfunktion vom Fraktilenfaktor k_n für charakteristische Werte (5% Fraktile) aus **Tabelle 2.1** zu entnehmen. Für eine sehr hohe Versuchszahl/Zufallssystemanzahl (theoretisch $\rightarrow \infty$) ist der Fraktilenfaktor $k_n = 1,64$.

Der charakteristische Wert der Widerstandsfunktion r_k wird bei der Monte Carlo Variante dadurch ermittelt, dass jener Versuch herausgegriffen wird, bei dem der Widerstandswert $r_{rand,i}$ dem gewünschten Fraktilewert entspricht.

Die Bestimmung des benötigten Widerstandswertes erfolgt folgendermaßen⁶:

$$p_k = F(k_n | \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{k_n} e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}} dt \quad (2.45)$$

für $k_n = 1,64$ (5% Fraktile) ergibt sich $p_k = 19,80 \approx 20$

Anmerkung: Bei der Gleichung (2.45) handelt es sich um die kumulative Verteilungsfunktion für die standardisierte Normalverteilung (vgl. Glg. (2.33)).

⁶ Die Formel (2.45) gilt nur für Normalverteilung. An dieser Stelle wird angenommen, dass die Verteilung der Widerstandswerte einer Normalverteilung entspricht. Diese Annahme ist in weiterer Folge zu prüfen!

Die Widerstandswerte der einzelnen Realisierungen werden der Größe nach aufsteigend sortiert. Die Position n_k des gesuchten Widerstandswertes r_k wird ermittelt, indem man die Versuchsanzahl n_{rand} um 1 erweitert und durch p_k dividiert (vgl. Kap. 1.4.3).

$$n_k = \frac{n_{\text{rand}} + 1}{p_k} \quad (2.46)$$

Der Widerstandswert $r_{\text{rand},i}$ an der Stelle $i = n_k$ (es wird beginnend mit dem Ereignis mit dem geringsten Widerstand gezählt) entspricht dem charakteristischen Wert der Widerstandsfunktion r_k .

$$r_k = r_{\text{rand},n_k} \quad (2.47)$$

So entspricht beispielsweise für $n_{\text{rand}} = 200$ Versuche der $n_{\text{rand}}/p_k = 200/20 = 10$ -niedrigste Versuch dem charakteristischen Wert r_k .

ERGÄNZUNG: Wahl der Anzahl der Realisierungen [14]

n_i = Anzahl der Versagensfälle

n_{rand} = Anzahl der Realisierungen

$$p_f \approx \frac{n_i}{n_{\text{rand}}} \quad (2.48)$$

Der Variationskoeffizient V_{pf} der Versagenswahrscheinlichkeit p_f beträgt für kleine p_f :

$$V_{pf} \approx \frac{1}{\sqrt{n_{\text{rand}} \cdot p_f}} \quad (2.49)$$

Die Formeln (2.48) und (2.49) ergeben zusammengefasst und umgeformt:

$$n_i \approx \frac{1}{V_{pf}^2} \quad (2.50)$$

Will man beispielsweise den Variationskoeffizienten V_{pf} für den charakteristischen Widerstand unter 10% halten, so muss n_k (entspricht n_i in Formel (2.50)) mit mindestens $1/0,1^2 = 100$ gewählt werden. Somit ergibt sich aus Gleichung (2.46) bei einem Wert von $p_k = 20$ (siehe Gleichung (2.45)) eine geforderte Zufallssystemanzahl n_{rand} von $100 \cdot 20 = 2\,000$.

2.2.7 Schritt 9: Bestimmung des Bemessungswertes r_d der Widerstandsfunktion

Die Bestimmung des Bemessungswertes r_d erfolgt in gleicher Weise wie die des charakteristischen Wertes r_k in Kapitel 2.2.6, jedoch mit dem Fraktilenfaktor $k_{d,n}$ aus **Tabelle 2.2**.

Für eine sehr hohe Versuchszahl bzw. Realisierungszahl (theoretisch $\rightarrow \infty$) ist der Fraktilenfaktor $k_{d,n} = 3,04$ und damit ergibt sich nach Gleichung (2.45):

$$p_d = 845,39 \approx 845$$

Die Anzahl der Versuche/Realisierungen sollte ebenfalls zumindest $100 \cdot p_d \approx 100 \cdot 845 = 84.500$ sein, um einen Variationskoeffizienten V_{pf} (siehe Ergänzung – Wahl der Anzahl der Realisierungen) von maximal 10% zu erzielen. Hierbei ist ersichtlich, dass eine sehr hohe Anzahl an Realisierungen generiert werden muss, um brauchbare Ergebnisse für r_d zu erhalten.

2.3 Ermittlung des Teilsicherheitsbeiwertes γ_M für die praktische Anwendung

Im Stahlbau wird, entgegen dem Konzept in EN 1990 [4], nicht mit an statistische Verteilungen angepassten Fraktilwerten als charakteristische Werte gerechnet, sondern es werden nominelle Werte verwendet. Beispielsweise gilt dies für die Fließgrenze f_y , wie auch für die Querschnittsabmessungen und die daraus abgeleiteten Querschnittswerte der Profile.

Der zutreffende Teilsicherheitsbeiwert γ_M für den Bauteilwiderstand wird nunmehr nach Formel (2.51) ermittelt.

$$\gamma_M = \frac{r_{\text{nom}}}{r_d} \quad (2.51)$$

$r_d =$ Bemessungswert des Widerstandes

$r_{\text{nom}} =$ nomineller Widerstandswert, d.h. $r_{\text{nom}} = g_{rt}(\underline{X}_{\text{nom}})$

3 Widerstandsmodelle im Stahlbau - Formelzusammenstellung

Die Nachweisformeln der Querschnittsnachweise, sowie der Stabilitäts- bzw. Bauteilnachweise von Balken- und Rahmensystemen aus Stahl nach Eurocode 3-1-1 [11] werden in dieser Arbeit mehrfach angewandt. Deshalb werden sie hier zusammenfassend angeführt und in den einzelnen Anwendungen wird dann darauf verwiesen. Dies gilt gleichermaßen für die Formeln zur Berechnung der einzelnen Querschnittswerte aus den Querschnittsabmessungen [19].

Die betrachteten Systeme beschränken sich in der Wahl der Querschnitte auf gewalzte I- und H-Profile aus den Querschnittsklassen 1 und 2, die die Ausnutzung der plastischen Querschnittstragfähigkeit erlauben. Um die Zulässigkeit der verwendeten Formeln zu gewährleisten, muss die Querschnittsklassifizierung nach EC3, Tabelle 5.2 [11] die Klasse 1 oder 2 für die verwendeten Querschnitte ergeben. Für Querschnitte der Klasse 3 bzw. 4 sind andere, hier nicht gesondert angeführte Formeln aus dem EC3 [11] anzuwenden.

Die verwendeten Formeln werden in allgemeiner Form und ohne Sicherheitsbeiwerte angeführt.

3.1 Querschnittswerte

Die Formeln der Querschnittswerte wurden aus dem Produktkatalog der Firma ArcelorMittal [19] übernommen und in den Berechnungen angewandt. Diese Formeln sind gültig für gewalzte I- und H-Profile, die der in **Bild 3.1** dargestellten Geometrie entsprechen. Dazu gehören beispielsweise IP-E, HE-A, HE-B sowie HE-M Profile.

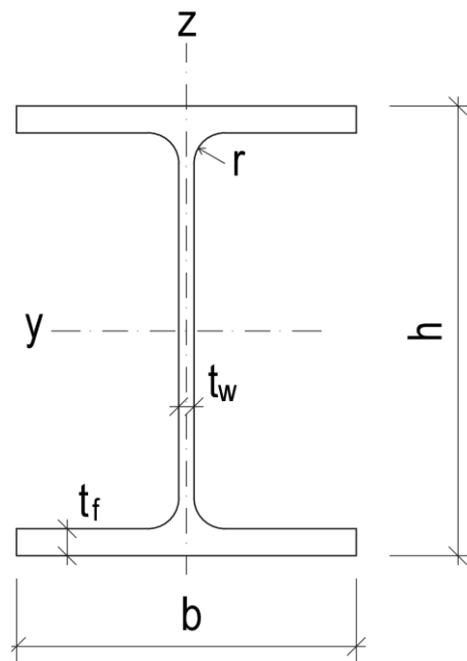


Bild 3.1 Querschnittsgeometrie I-bzw. H-Träger

– **Querschnittsfläche A**

$$A = 2 \cdot t_f \cdot b + (h - 2 \cdot t_f) \cdot t_w + (4 - \pi) \cdot r^2 \quad (3.1)$$

– **wirksame Schubfläche („Dogbone Model“) A_v**

$$A_v = A - 2 \cdot b \cdot t_f + (t_w + 2 \cdot r) \cdot t_f \quad (3.2)$$

– **Flächenträgheitsmomente I_y, I_z**

$$I_y = \frac{1}{12} \cdot \left[b \cdot h^3 - (b - t_w) \cdot (h - 2 \cdot t_f)^3 \right] \quad (3.3)$$

$$+ 0,03 \cdot r^4 + 0,2146 \cdot r^2 \cdot (h - 2 \cdot t_f - 0,4468 \cdot r)^2$$

$$I_z = \frac{1}{12} \cdot \left[2 \cdot t_f \cdot b^3 + (h - 2 \cdot t_f) \cdot t_w^3 \right] \quad (3.4)$$

$$+ 0,03 \cdot r^4 + 0,2146 \cdot r^2 \cdot (t_w + 0,4468 \cdot r)^2$$

– **Drillwiderstands-Trägheitsmoment I_w**

$$I_w = \frac{t_f \cdot b^3}{24} \cdot (h - t_f)^2 \quad (3.5)$$

– **Torsionsträgheitsmoment I_t**

$$I_t = \frac{2}{3} \cdot (b - 0,63 \cdot t_f) \cdot t_f^3 + \frac{1}{3} \cdot (h - 2 \cdot t_f) \cdot t_w^3 \quad (3.6)$$

$$+ 2 \cdot \frac{t_w}{t_f} \cdot \left(0,145 + 0,1 \cdot \frac{r}{t_f} \right) \cdot \left[\frac{(r + t_w/2)^2 + (r + t_f)^2 - r^2}{2 \cdot r + t_f} \right]^4$$

 – **Trägheitsradien i_y, i_z**

$$i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} \quad (3.7)$$

$$i_z = \sqrt{\frac{I_z}{A}} \quad (3.8)$$

 – **plastische Widerstandsmomente $W_{pl,y}, W_{pl,z}$**

$$W_{pl,y} = \frac{t_w \cdot h^2}{4} + (b - t_w) \cdot (h - t_f) \cdot t_f + \frac{4 - \pi}{2} \cdot r^2 \cdot (h - 2 \cdot t_f) \quad (3.9)$$

$$W_{pl,z} = \frac{b^2 \cdot t_f}{2} + \frac{h - 2 \cdot t_f}{4} \cdot t_w^2 + r^3 \cdot \left(\frac{10}{3} - \pi \right) + \left(2 - \frac{\pi}{2} \right) \cdot t_w \cdot r^2 \quad (3.10)$$

 – **Verhältnisgröße a (A_{Steg}/A)**

$$a = \frac{A - 2 \cdot b \cdot t_f}{A} \quad (3.11)$$

 – **Schubmodul**

$$G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)} \quad \text{mit } \nu = 0,3 \quad (3.12)$$

3.2 Querschnittsnachweis

Es werden die Querschnittsnachweise für zentrischen Druck/Zug, Querkraft sowie für den allgemeinen Fall der Biegung in Kombination mit Querkraft und Normalkraft gezeigt. Der Fall reine Biegung wird nicht gesondert angeführt, da dieselben Formeln wie für den allgemeinen Fall angewendet werden, jedoch mit dem Wert 0 für Querkraft und Normalkraft. Die Nachweisführung erfolgt nach dem EC3 [11].

3.2.1 Nachweis auf Druck/Zug

- nach EC3 [11] gilt:

$$\frac{N_E}{N_{pl,R}} \leq 1,0 \quad (3.13)$$

$$N_{pl,R} = A \cdot f_y \quad (3.14)$$

3.2.2 Querkraftnachweis

- nach EC3 [11] gilt:

$$\frac{V_E}{V_{pl,R}} \leq 1,0 \quad (3.15)$$

$$V_{pl,R} = A_v \cdot \frac{f_y}{\sqrt{3}} \quad A_v \text{ nach Formel (3.2)} \quad (3.16)$$

3.2.3 Beanspruchung aus Biegung, Querkraft und Normalkraft

- nach EC3 [11] gilt:

Bei Beanspruchung aus Biegung, Querkraft und Normalkraft darf der Querkrafteinfluss im Interaktionsnachweis unberücksichtigt bleiben, wenn die Querkrafteinwirkung V_E die Hälfte des Bemessungswertes der plastischen Querkrafttragfähigkeit $V_{pl,R}$ nicht überschreitet. Ansonsten ist die Ermittlung der Momententragfähigkeit für auf Biegung und Normalkraft beanspruchte Querschnitte mit einer abgeminderten Streckgrenze durchzuführen.

$$(1-\rho)f_y \quad \text{mit} \quad \rho = (2V_E/V_{pl,R} - 1)^2 \quad (3.17)$$

- **Plastische Momententragfähigkeit**

$$M_{pl,y,R} = W_{pl,y} \cdot f_y \quad (3.18)$$

$$M_{pl,z,R} = W_{pl,z} \cdot f_y \quad (3.19)$$

- **Momenten-Normalkraft Interaktionstragfähigkeit**

$$M_{N,y,R} = M_{pl,y,R} (1-n)/(1-0,5a) \quad \text{jedoch} \quad M_{N,y,R} \leq M_{pl,y,R} \quad (3.20)$$

$$\text{für } n \leq a : M_{N,z,R} = M_{pl,z,R} \quad (3.21)$$

$$\text{für } n > a : M_{N,z,R} = M_{pl,z,R} \left[1 - \left(\frac{n-a}{1-a} \right)^2 \right] \quad (3.22)$$

wobei:

$$n = N_E / N_{pl,R}$$

$$a = (A - 2bt_f) / A; \text{ jedoch } a \leq 0,5 \quad (3.23)$$

Der Nachweis für zweiachsige Biegung mit Normalkraft darf nach folgender Formel geführt werden:

$$\left[\frac{M_{y,E}}{M_{N,y,R}} \right]^\alpha + \left[\frac{M_{z,E}}{M_{N,z,R}} \right]^\beta \leq 1 \quad (3.24)$$

Mit: $\alpha = 2; \beta = 5n$; jedoch $\beta \geq 1$

3.3 Stabilitäts- bzw. Bauteilnachweis

3.3.1 Biegeknicken

– nach EC3 [11] gilt:

$$\frac{N_E}{N_{b,R}} \leq 1,0 \quad (3.25)$$

$$N_{b,R} = \chi \cdot A \cdot f_y \quad (3.26)$$

– Definition der Knicklinien

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \quad \text{aber } \chi \leq 1,0 \quad (3.27)$$

$$\Phi = 0,5 \left[1 + \alpha (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right] \quad (3.28)$$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr}}} = \frac{L_{cr}}{i} \frac{1}{\lambda_1} \quad (3.29)$$

α -Werte nach Tab.6.1 und 6.2 im EC3 [11]

$$\lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad (3.30)$$

3.3.2 Biegedrillknicken

– nach EC3 [11] gilt:

$$\frac{M_E}{M_{b,R}} \leq 1,0 \quad (3.31)$$

$$M_{b,R} = \chi_{LT} \cdot W_{pl,y} \cdot f_y \quad (3.32)$$

– Definition der Biegedrillknicklinien gewalzter Querschnitte

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \beta \cdot \bar{\lambda}_{LT}^2}} \quad \text{jedoch} \quad \begin{cases} \chi_{LT} \leq 1,0 \\ \chi_{LT} \leq \frac{1}{\bar{\lambda}_{LT}^2} \end{cases} \quad (3.33)$$

$$\Phi_{LT} = 0,5 \left[1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - \bar{\lambda}_{LT,0}) + \beta \cdot \bar{\lambda}_{LT}^2 \right] \quad (3.34)$$

α_{LT} -Wert nach Tab.6.3 und 6.5 im EC3 [11]

$$\bar{\lambda}_{LT,0} = 0,4$$

$$\beta = 0,4$$

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_y \cdot f_y}{M_{cr}}} \quad (3.35)$$

– **Ideales Biegedrillknickmoment M_{cr}**

nach Design of Steel Structures [20] gilt:

„Allgemeiner Fall“:

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 EI_z}{(k_z L)^2} \left\{ \left[\left(\frac{k_z}{k_w} \right)^2 \frac{I_w}{I_z} + \frac{(k_z L)^2 GI_t}{\pi^2 EI_z} + (C_2 z_g - C_3 z_j)^2 \right]^{0,5} - (C_2 z_g - C_3 z_j) \right\} \quad (3.36)$$

Für die Anwendungen der Formel in dieser Arbeit werden folgende Vereinfachungen getroffen:

- k_z und k_w sind effektive Längenfaktoren abhängig von den Lagerbedingungen bezüglich Verdrehung und Verdrillung. Bei Gabellagerung an den Haltepunkten und freier Verdrehung in der Systemebene darf konservativ der Wert 1,0 für beide Faktoren angenommen werden.

- $z_g = (z_a - z_s)$, dabei sind z_a und z_s die Koordinaten des Lastangriffspunktes sowie des Schubmittelpunktes. Bei zentrischer Lasteinleitung und doppelsymmetrischem Querschnitt (I-, H-Profil) ist $z_g = 0$.
- z_j ist ein Parameter für den Symmetriegrad und ist für doppelsymmetrische Querschnitte 0.

Unter Berücksichtigung der oben genannten Bedingungen vereinfacht sich die Formel (3.36) folgendermaßen:

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 EI_z}{L^2} \sqrt{\frac{I_w}{I_z} + \frac{L^2 GI_t}{\pi^2 EI_z}} \quad (3.37)$$

mit $C_1 = \frac{1}{k_c^2}$

k_c -Wert nach Tab.6.6 im EC3 [11]

Um die Momentenverteilung zwischen den seitlichen Halterungen (Gabellager) von Bauteilen zu berücksichtigen, darf der Abminderungsfaktor χ_{LT} wie folgt modifiziert werden:

$$\chi_{LT,mod} = \frac{\chi_{LT}}{f} \quad \text{jedoch} \quad \begin{cases} \chi_{LT,mod} \leq 1 \\ \chi_{LT,mod} \leq \frac{1}{\bar{\lambda}_{LT}^2} \end{cases} \quad (3.38)$$

$$f = 1 - 0,5(1 - k_c) \left[1 - 2,0(\bar{\lambda}_{LT} - 0,8) \right] \quad \text{jedoch} \quad f \leq 1,0$$

3.3.3 Nachweis auf Biegung und Druck

- nach EC3 [11] gilt:

Der Stabilitätsnachweis für auf Biegung und Druck beanspruchte Bauteile erfolgt nach folgenden Formeln:

$$\frac{N_E}{\chi_y \cdot N_{pl,R}} + k_{yy} \frac{M_{y,E}}{\chi_{LT} \cdot M_{pl,y,R}} + k_{yz} \frac{M_{z,E}}{M_{pl,z,R}} \quad (3.39)$$

$$\frac{N_E}{\chi_z \cdot N_{pl,R}} + k_{zy} \frac{M_{y,E}}{\chi_{LT} \cdot M_{pl,y,R}} + k_{zz} \frac{M_{z,E}}{M_{pl,z,R}} \quad (3.40)$$

- Dabei sind:

χ_y und χ_z die Abminderungsbeiwerte für Biegeknicken nach Kap. 3.3.1 Formel (3.27) bis (3.30).

χ_{LT} der Abminderungsbeiwert für Biegedrillknicken nach Kap. 3.3.2 Formel (3.33) bis (3.38).

$k_{yy}, k_{yz}, k_{zy}, k_{zz}$ die Interaktionsfaktoren.

– Interaktionsfaktoren

nach EC3 Anhang B, Tabelle B.1, B.2 und B.3 [11] gilt:

$$k_{yy} = C_{my} \left(1 + v_1 \frac{N_E}{\chi_y \cdot N_{pl,R}} \right) \quad (3.41)$$

mit $v_1 = (\bar{\lambda}_y - 0,2)$ jedoch $\leq 0,8$

$$k_{yz} = 0,6 \cdot k_{zz} \quad (3.42)$$

– Wert k_{zy} für verdrehsteife Bauteile:

$$k_{zy} = 0,6 \cdot k_{yy} \quad (3.43)$$

– Wert k_{zy} für verdrehweiche Bauteile:

für $\bar{\lambda}_z < 0,4$

$$k_{zy} = 0,6 + \bar{\lambda}_z \leq 1 - \frac{0,1 \cdot \bar{\lambda}_z}{(C_{mLT} - 0,25)} \frac{N_E}{\chi_z \cdot N_{pl,R}} \quad (3.44)$$

für $0,4 \leq \bar{\lambda}_z \leq 1,0$

$$k_{zy} = 1 - \frac{0,1 \cdot \bar{\lambda}_z}{(C_{mLT} - 0,25)} \frac{N_E}{\chi_z \cdot N_{pl,R}} \quad (3.45)$$

für $\bar{\lambda}_z > 1,0$

$$k_{zy} = 1 - \frac{0,1}{(C_{mLT} - 0,25)} \frac{N_E}{\chi_z \cdot N_{pl,R}} \quad (3.46)$$

$$k_{zz} = C_{mz} \left(1 + v_2 \frac{N_E}{\chi_z \cdot N_{pl,R}} \right) \quad (3.47)$$

mit $v_2 = (2 \cdot \bar{\lambda}_z - 0,6)$ jedoch $\leq 1,4$

Die äquivalenten Momentenbeiwerte werden abhängig vom Momentenverlauf nach der Tabelle B.3 im EC3 [11] ermittelt.

4 Festlegung der einzelnen Basisgrößen im Widerstandsmodell

An dieser Stelle wird darauf hingewiesen, dass die wesentliche Zielsetzung dieser Arbeit ist, den Weg zur Kalibrierung eines Widerstandsmodelles aufzuzeigen, und nicht ein optimales Widerstandsmodell für ein konkretes System zu ermitteln. Die hier gewählten Eingangsdaten für die Basisgrößen sollten zwar im Bereich der tatsächlich auftretenden Werte liegen, und somit qualitativ brauchbare Ergebnisse liefern, jedoch wurden im Rahmen dieser Arbeit keine Versuche zur Bestimmung der Eingangsdaten durchgeführt.

Zu den einzelnen Basisgrößen sind die nominellen Werte, die Mittelwerte, die Standardabweichungen sowie die Verteilungsart angegeben.

4.1 Eingangsdaten der „theoretischen“ Basisgrößen

Die „theoretischen Basisgrößen“ sind all jene Basisgrößen, die im theoretischen Bemessungsmodell bereits berücksichtigt sind und daher die Haupteinflussgrößen darstellen.

4.1.1 Geometrische Basisgrößen

a) Querschnittsabmessungen

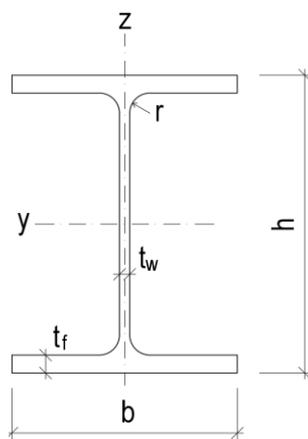


Bild 4.1 Querschnittsgeometrie I- bzw. H-Träger

Die in **Tabelle 4.1** angeführten Basisgrößen sind aus der Dissertation von Andreas Taras [21] genommen.

Tabelle 4.1 Basisgrößen der Querschnittsabmessungen

	Mittelwert μ	Standardabweichung σ	Verteilungsart
b/b_{nom}	1,000	0,009	normalverteilt
h/h_{nom}	1,000	0,009	normalverteilt
$t_f/t_{f,\text{nom}}$	0,975	0,030	normalverteilt
$t_w/t_{w,\text{nom}}$	1,025	0,040	normalverteilt
r/r_{nom}	1,000	0,000	normalverteilt

In **Tabelle 4.2** sind die nominellen Größen der in den Beispielen angewandten Querschnitte angeführt.

Tabelle 4.2 Nominelle Basisgrößen der verwendeten Querschnitte

[mm]	IPE 160	HEA 300
b_{nom}	82	300
h_{nom}	160	290
$t_{f,\text{nom}}$	7,4	14
$t_{w,\text{nom}}$	5	8,5
r_{nom}	9	27

b) Schiefstellungen bei Systemberechnungen von Rahmentragwerken

Bei den Rahmensystemen werden Schiefstellungen der einzelnen Stützenstäbe berücksichtigt (siehe Kap. A-1.3). Die nominellen Schiefstellungen werden wie folgt berechnet:

$$\phi = \phi_0 \cdot \alpha_h \cdot \alpha_m \tag{4.1}$$

mit:

$$\phi_0 = \frac{1}{200} \quad (4.2)$$

$$\alpha_m = \sqrt{0,5 \left(1 + \frac{1}{m} \right)} \leq 1,0 \quad (4.3)$$

$m =$ Anzahl der Stützen in einer Reihe

$$\alpha_h = \frac{2}{\sqrt{h}} \quad \text{jedoch} \quad \frac{2}{3} \leq \alpha_h \leq 1 \quad (4.4)$$

$h =$ Höhe der Stütze in [m]

Als Mittelwert der Schiefstellungen wird die gerade Stellung angesetzt, als Standardabweichung die halbe nominelle Schiefstellung. Es wird eine Normalverteilung der Schiefstellungen angenommen.

c) Vorkrümmung

Das Ansetzen einer Vorkrümmung ist im verwendeten Nachweisverfahren (Verfahren 3) für die Bauteilnachweise nach Kapitel 3.3 nicht erforderlich. (siehe **Tabelle 8.1**)

4.1.2 Materielle Basisgrößen

In den gezeigten Beispielen wird Stahl der Güte S235 angewandt. Die dazu verwendeten Basisgrößen sind **Tabelle 4.3** zu entnehmen.

Tabelle 4.3 materielle Basisgrößen von S235

	nomineller Wert	Mittelwert μ	Standardabweichung σ	Verteilungsart
f_y [N/mm ²]	235	300	20	normalverteilt
E [N/mm ²]	210 000	215 000	8 400	normalverteilt
ν [-]	0,3	0,3	0,00	-

Im Vergleich zu den anderen Basisgrößen ist der E-Modul sehr schwer zutreffend zu erfassen. Der E-Modul ist außerdem nicht immer konstant und hängt teilweise von der Belastung ab. Deshalb sind teilweise unterschiedliche Angaben zu den Mittelwerten und Standardabweichungen in der Literatur zu finden. Die tatsächlich verwendeten Werte nach **Tabelle 4.3**

liegen in etwa im Mittel der recherchierten Werte. In **Tabelle 4.4** sind ein paar dieser Quellen angegeben.

Tabelle 4.4 E-Moduli verschiedener Quellen

Quellen	E-Modul [N/mm ²] ⁷	σ/E
Tall und Alpsten (1969)	215 000	0,06
Galambos und Ravindra (1978)	200 000	0,06
Mansour (1984)	210 000	0,031
gewählte Werte	215 000	0,04

4.2 Eingangsdaten der experimentellen Basisgrößen

Im realen Tragsystem sind noch weitaus mehr Basisgrößen vorhanden die im theoretischen Bemessungsmodell nicht berücksichtigt sind. Die experimentelle Tragfähigkeit wird durch eine Finite Elemente Berechnung angenähert, bei der möglichst alle relevanten Basisgrößen auf der Widerstandsseite einfließen. Es sind dennoch nicht alle, in einem realen Tragsystem vorkommenden Basisgrößen, erfasst.

Die theoretischen Basisgrößen sind zugleich auch experimentelle Basisgrößen, werden jedoch hier nicht nochmals angeführt.

Die angeführten experimentellen Basisgrößen sind der Dissertation von Andreas Taras [21] entnommen.

4.2.1 Geometrische Basisgrößen

a) Vorkrümmung

Als Form der Vorkrümmung wird für Einzelstäbe vereinfacht eine quadratische Parabel gewählt. Für komplexe Systeme sollte die (erste) Eigenform gewählt werden. Als Basisgröße ist in **Tabelle 4.5** die Stichhöhe bezogen auf die Stablänge angegeben.

⁷ In den Quellen sind die E-Moduli in der amerikanischen Einheit ksi (Kilo-pond-force per square inch) angeführt. Hier sind die Werte auf gerade Zahlen gerundet im SI-Einheitensystem angegeben.

Tabelle 4.5 Vorkrümmung von Einzelstäben

Parameter	Mittelwert μ	Standardabweichung σ	Verteilungsart
\bar{e}_0/L	0,00085 (entspricht $L/1176$)	0,0002	normalverteilt

b) Exzentrizität e_{cc}

Bei den Querschnitten werden zwar alle Dimensionsgrößen variiert, jedoch bleibt der Querschnitt immer doppelsymmetrisch. Bei realen Trägern ist dies jedoch nicht immer der Fall, es kann zu Stegschiefstellung, Stegexzentrizität, ungleichem Ober- und Untergurt, usw. kommen. All diese Imperfektionen führen zur Exzentrizität des Schwerpunktes. Diese Imperfektionen werden im Finite-Elemente-Modell durch eine Lastexzentrizität der zentrischen Druckkraft simuliert. Die Basisgrößen der Exzentrizität e_{cc} sind in **Tabelle 4.6** angegeben.

Tabelle 4.6 Exzentrizität e_{cc}

QS	b	Mittelwert μ	Standardabweichung σ	Verteilungsart
IPE	≤ 110 [mm]	0,6 [mm]	0,45 [mm]	lognormalverteilt
	> 110 [mm]	0,85 [mm]	0,6 [mm]	lognormalverteilt
HEA	≤ 110 [mm]	0,6 [mm]	0,45 [mm]	lognormalverteilt
	> 110 [mm]	0,80 [mm]	0,6 [mm]	lognormalverteilt

4.2.2 Materielle Basisgrößen**a) Eigenspannung**

Beim Auskühlen nach dem Walzprozess werden die massigeren Zonen (Anschluss Steg-Flansch) durch die rascher auskühlenden Zonen plastisch gestaucht. Dadurch entstehen nach dem endgültigen Auskühlen in diesen Knotenbereichen Zugspannungen und in den Randbereichen der Flansche sowie im Mittelbereich des Steges Druckspannungen. [22]

Die modellierte Eigenspannungsverteilung ist in **Bild 4.2** zu sehen.⁸ Die zugehörigen Basisgrößen der Eigenspannung sind **Tabelle 4.7** zu entnehmen. Die angeführten Werte sind jeweils die maximalen Spannungen in Steg und Flansch (Druck und Zug).

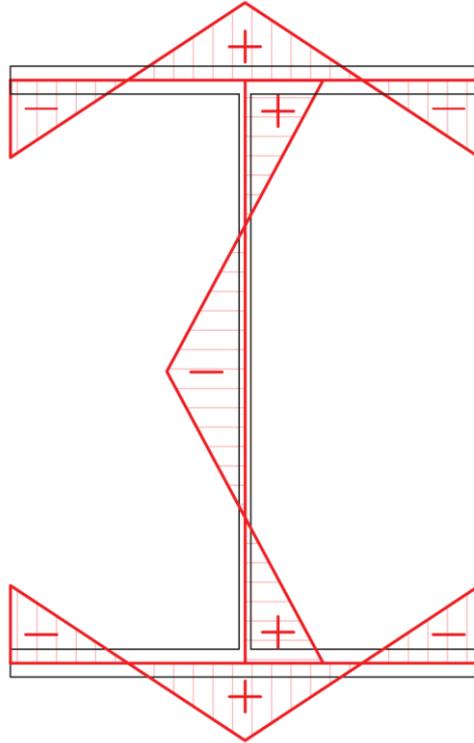


Bild 4.2 Eigenspannungsverteilung I-bzw. H-Träger

Tabelle 4.7 Eigenspannung I-bzw. H-Träger

	nomineller Wert	Mittelwert μ	Standardabweichung σ	Verteilungsart
σ_E/f_y [-]	0,30	0,20	0,05	normalverteilt
σ_E [N/mm ²]	70,5	47	11,75	normalverteilt

⁸ Die Eigenspannungsverteilung ist bei der FEM-Berechnung mit Abaqus stufenförmig modelliert (8 Stufen je Steg/Flansch).

b) Materialverhalten

Das Werkstoffverhalten darf abhängig von der gewünschten Genauigkeit und der Größe der erwarteten Dehnungen durch folgende Modelle angenähert werden. [23]

- a) elastisch-plastisch ohne Wiederverfestigung;
- b) elastisch-plastisch mit Pseudowiederverfestigung (aus Gründen numerischer Stabilität);
- c) elastisch-plastisch mit linearer Wiederverfestigung;
- d) wahre Spannungs-Dehnungs-Kurve, die aus der technischen Spannungs-Dehnungs-Kurve wie folgt ermittelt wird:

$$\sigma_{\text{true}} = \sigma(1 + \varepsilon) \tag{4.5}$$

$$\varepsilon_{\text{true}} = \ln(1 + \varepsilon)$$

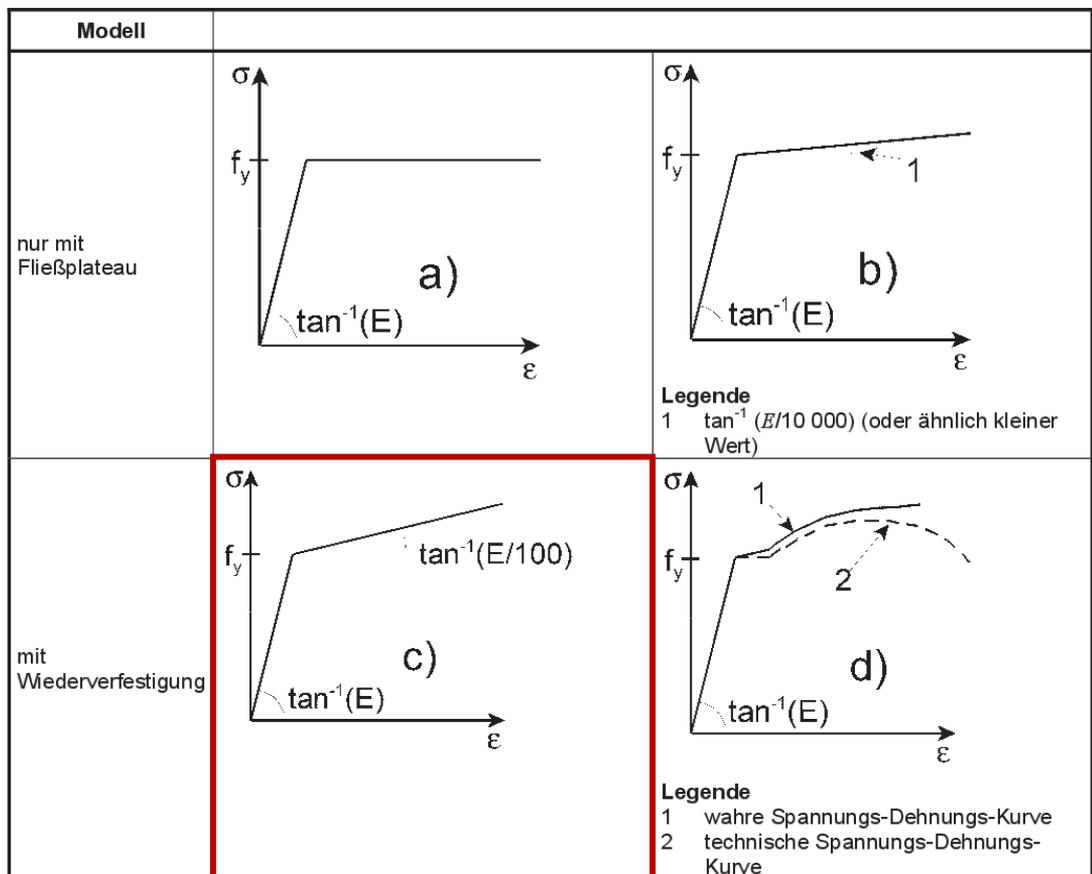


Bild 4.3 Varianten der Modellierung des Werkstoffverhaltens [23]

Die Modellierungsvariante c ist die in den FEM-Berechnungen verwendete Materialkennlinie. Als Basisgrößen für f_y und E werden die Werte aus **Tabelle 4.3** gewählt. Die Bruchdehnung ε_U wird mit 0,15 festgelegt. Somit ergibt sich:

$$f_{U,act} = f_{y,act} + \frac{E_{act}}{100} \cdot 0,15 \quad (4.6)$$

Bei der programmtechnischen Umsetzung mittels Abaqus ist das Werkstoffverhalten wie in **Bild 4.4** modelliert. Die Modellierung einer „Bruchstelle“ in Abaqus ist nicht möglich, deshalb fällt die Spannungs-Dehnungslinie nach dem Erreichen der Zugfestigkeit f_U auf den Wert 1,0 ab.

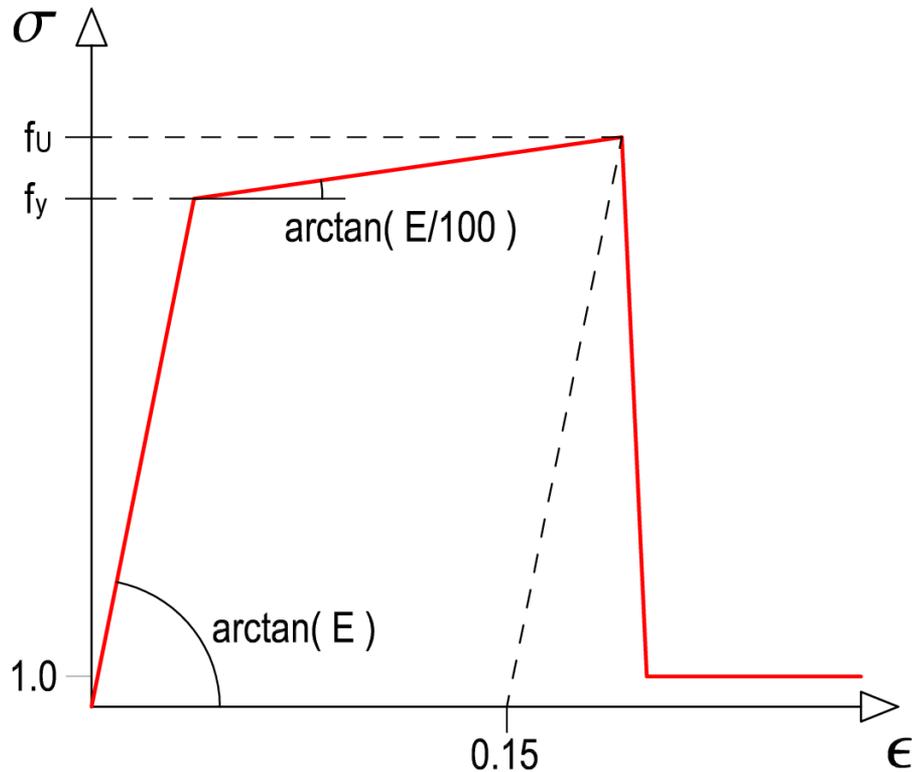


Bild 4.4 Modellierung des Werkstoffverhaltens

5 Verwendete Software

5.1 Matlab/Octave

MATLAB [24] ist eine kommerzielle, plattformunabhängige Software des Unternehmens The MathWorks, Inc. Es wird hauptsächlich zur Lösung numerischer Probleme verwendet. Matlab wurde zur Berechnung der V_{π} -Koeffizienten (Kap. 6 und Kap. 8.4) sowie zur Durchführung der Monte Carlo Simulationen (Kap.7 und Kap. 8.5) in dieser Diplomarbeit angewandt. Die Programmierung der Berechnungsabläufe im Umfang dieser Arbeit erfolgte in der Version R2013a. Im Anhang sind die Programmabläufe zur Berechnung der Monte Carlo Simulationen für den Biegeknickstab (Kap. A-1.2) sowie für den Stahlrahmen (Kap. A-1.3) gezeigt.

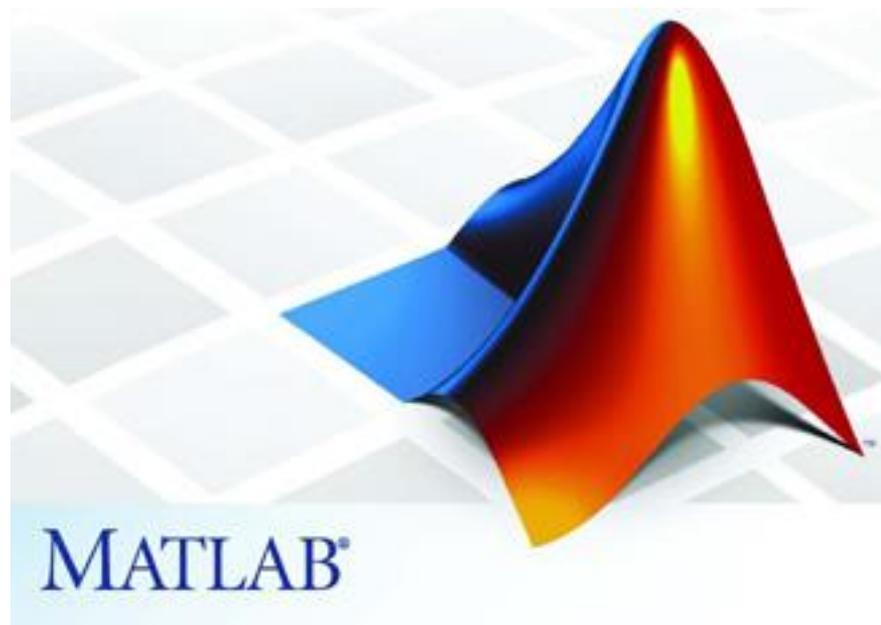


Bild 5.1 Logo des Programms Matlab [25]

GNU Octave [26] ist eine freie/kostenlose Alternative zu MATLAB, verfügt jedoch nicht über den Programmumfang, und ist weniger Benutzerfreundlich in der Handhabung. Die Programme sind dennoch weitestgehend kompatibel, deshalb sollte der Programmablauf der geschriebenen Funktionen auch mit GNU Octave möglich sein.

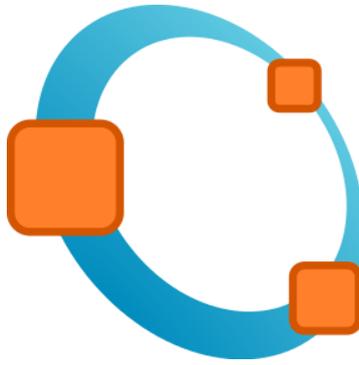


Bild 5.2 Logo des Programms GNU Octave [27]

5.2 Abaqus

Abaqus FEA [12] ist ein kommerzielles, plattformunabhängiges Programmpaket des Unternehmens Simulia. Es ist ein interaktives Programm, das der Modellerstellung und -berechnung sowie der Ergebnisauswertung dient. Das Kernstück des Softwarepaketes bildet das Finite-Elemente-Programm. Heute ist Abaqus ein in der Automobil-, Luftfahrt-, Schiffbau- und Rüstungsindustrie weltweit verbreitetes Rechenprogramm.

In dieser Arbeit wurde Abaqus verwendet, um anstelle von realen Versuchen die Widerstandsgrößen der betrachteten Systeme rechnerisch zu ermitteln. Die Simulationen der Versuche wurden als GMNIA-Berechnungen ausgeführt. Die Berechnungen verlaufen sowohl geometrisch als auch materiell nichtlinear, es wurden Vorkrümmungen, Lastexzentrizitäten sowie Eigenspannungen in den Berechnungen mitberücksichtigt, um möglichst realitätsnahe Ergebnisse zu erzielen. Eine genauere Beschreibung der „Versuchsdurchführung“ mithilfe der Finite-Elemente-Software Abaqus ist im Kapitel 9.1 zu finden. Die hohen Anforderungen an die Berechnungen zeigen zugleich die hohen Anforderungen an die Software auf.



Bild 5.3 Logo der Software Abaqus [28]

6 Einfluss der Basisvariablen: indirekte Bestimmung – Koeffizient V_{rt}

Die Berechnung der V_{rt} -Koeffizienten mit den in Kapitel 2.1.7 dargestellten Berechnungsformeln nach Gl. (2.14) und (2.17) wird für verschiedene Widerstandsfunktionen aus dem Eurocode 3 (Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten) [11] – dargestellt in Kap. 3 – gezeigt. Die betrachteten Formeln sind jene, die zur Nachweisführung von Stahlrahmen aus gewalzten I- bzw. H-Profilen der Querschnittsklassen 1 und 2 benötigt werden. Bei diesen betrachteten Widerstandsfunktionen handelt es sich sowohl um Querschnittsnachweise als auch um Stabilitätsnachweise.

Folgende Widerstandsfunktionen werden nachfolgend untersucht:

- Beanspruchung aus Biegung, Normalkraft und Querkraft (Querschnitts-NW)
- Biegeknicken infolge N alleine (Stabilitäts-NW)
- Biegedrillknicken – M_y bzw. M_z alleine (Stabilitäts-NW)
- Nachweis auf Biegung und Druck (Stabilitäts-NW)

6.1 Beanspruchung aus Biegung, Normalkraft und Querkraft (Querschnittsnachweis)

Die Berechnung der V_{rt} -Koeffizienten für eine Beanspruchung aus Biegung und Normalkraft wird auf die Formeln aus dem Eurocode 3 [11] angewandt. Diese sind in der Formelaufstellung in Kapitel 3.2.3 angeführt. Hier wird – wie häufig in der Praxis vorliegend – der Einfluss der Querkraft vernachlässigt (vgl. Kap. 3.2.3; gestattet wenn $V_E/V_{pl,Rd} < 0,5$).

6.1.1 Ermittlung der Widerstandsfunktion g_{rt}

Die Funktion (3.24) definiert den „Raum“ der Tragfähigkeit. Sie bildet eine „Sphäre“ deren Raum durch die Achsen N , M_y und M_z aufgespannt wird. (siehe **Bild 6.1**) Für alle Werte die sich innerhalb dieses Raumes befinden ist die Querschnittstragfähigkeit gegeben. Die Oberfläche dieses Raumes bildet somit die Grenzfunktion der Querschnittstragfähigkeit.

HEA300 3D

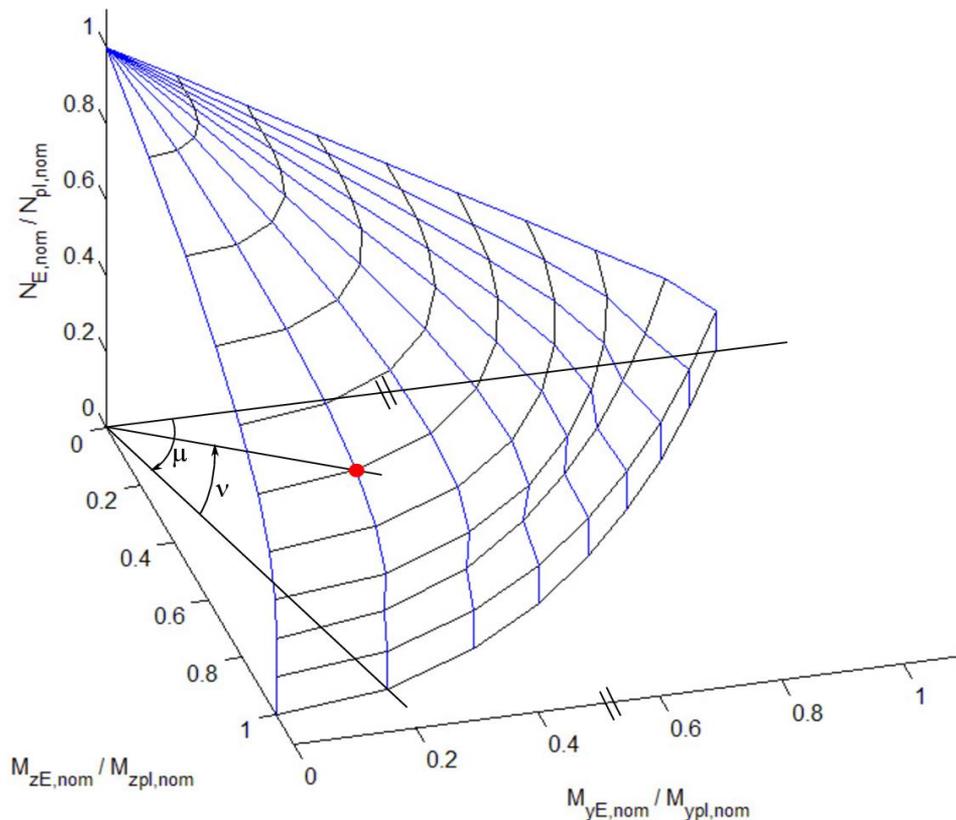


Bild 6.1 Widerstandsfunktion für den Querschnittsnachweis des Profils HEA300; 3D Darstellung

Um einen beliebigen Punkt an der Grenzfunktion zu definieren, werden zwei Eingangsgrößen sowie die Gleichung der Funktion Gl. (3.24) benötigt. Die Eingangsgrößen hinsichtlich der Beanspruchung sind:

- zwei Winkel (μ , ν ; siehe **Bild 6.1**)
- zwei fixierte Werte (N , M_y oder M_z)
- oder eine Kombination aus einem Winkel und einem Fixwert (μ , N)

Die Wahl der Darstellung eines gewählten Punktes an der Grenzfunktion hat einen wesentlichen Einfluss auf die weitere Berechnung der V_{it} -Koeffizienten, was im folgenden Kapitel gezeigt wird. Die wesentliche Unterscheidung nachfolgend ist, ob alle Schnittkräfte proportional gesteigert werden (Variante I), oder aber nur die Biegebeanspruchung proportional gesteigert wird und die Normalkraftbeanspruchung konstant bleibt. Hier ist nun die Definition der gewählten Eingangsgrößen gezeigt:

- Variante I: proportionale Steigerung aller Schnittkräfte;
Vorgabe von zwei Winkeln (μ , ν)

Der Winkel μ bildet den Zusammenhang zwischen M_y und M_z und der Winkel ν den Zusammenhang zwischen der M_y - M_z Ebene und N .

$$\tan \mu = \frac{M_{z,E}}{M_{z,pl}} \bigg/ \frac{M_{y,E}}{M_{y,pl}} \quad \text{mit } 0 \leq \mu \leq \frac{\pi}{2} \quad (6.1)$$

$$\tan \nu = \frac{N_E}{N_{pl}} \bigg/ \left(\sin \mu \cdot \frac{M_{z,E}}{M_{z,pl}} + \cos \mu \cdot \frac{M_{y,E}}{M_{y,pl}} \right) \quad \text{mit } 0 \leq \nu \leq \frac{\pi}{2} \quad (6.2)$$

- Variante II: proportionale Steigerung von M alleine; Vorgabe von Winkel μ und Fixwert N (definiert durch n)

Der Winkel μ bildet wiederum den Zusammenhang zwischen M_y und M_z und die Höhe von N wird durch n definiert.

$$\tan \mu = \frac{M_{z,E}}{M_{z,pl}} \bigg/ \frac{M_{y,E}}{M_{y,pl}} \quad \text{mit } 0 \leq \mu \leq \frac{\pi}{2} \quad (6.3)$$

$$n = \frac{N_E}{N_{pl}} \quad (6.4)$$

Es wird eine Referenzgröße Λ eingeführt, welche unsere Widerstandsfunktion g_{rt} bildet. Diese Größe bildet den Skalierfaktor, der die einwirkenden Schnittkräfte in die gewählte Richtung skaliert, sodass die Widerstandsfunktion den Wert 1 (Grenzwert) ergibt. Der Wert Λ kann als „Laststeigerungsfaktor“ bezeichnet werden. Als einwirkende Basisgrößen werden die plastischen, nominellen Widerstandsgrößen gewählt. Dies ist im Folgenden an den in der Berechnung verwendeten Eingangsgrößen dargestellt.

- Variante I: proportionale Steigerung aller Schnittkräfte

$$N_E = \Lambda \cdot \sin \nu \cdot N_{pl,nom} \quad (6.5)$$

$$M_{y,E} = \Lambda \cdot \cos \nu \cdot \cos \mu \cdot M_{y,pl,nom} \quad (6.6)$$

$$M_{z,E} = \Lambda \cdot \cos \nu \cdot \sin \mu \cdot M_{z,pl,nom} \quad (6.7)$$

- Variante II: proportionale Steigerung der Momente alleine

$$N_E = n \cdot N_{pl,nom} \quad (6.8)$$

$$M_{y,E} = \Lambda \cdot \cos \mu \cdot M_{y,pl,nom} \quad (6.9)$$

$$M_{z,E} = \Lambda \cdot \sin \mu \cdot M_{z,pl,nom} \quad (6.10)$$

Anmerkung 1: Das Wertepaar N_E , $M_{y,E}$ und $M_{z,E}$ stellt eine Schnittkraftkombination dar, sodass der Nachweis zu 100% ausgenutzt wird.

Anmerkung 2: Die Varianten I und II stellen Grenzfälle in der Praxis dar. Variante I gilt (Beispielsweise für eine Stütze) bei der Erhöhung aller veränderlichen Einwirkungen (Schnee, Wind), wogegen Variante II dabei nur eine Steigerung der Windlasten vorsieht (somit N nahezu unverändert).

6.1.2 Wahl der Eingangsgrößen – vorausgesetzter Schnittkraftzustand

Wie bereits im vorigen Kapitel erläutert, kann jeder Punkt auf der Grenzfunktion durch zwei voneinander unabhängige Eingangsgrößen definiert werden. Die Wahl dieser Eingangsgrößen hat aber gravierende Auswirkungen auf die V_{rt} -Koeffizienten. Bei der V_{rt} -Berechnung nach den Formeln (2.17) und (2.18) wird der „Laststeigerungsfaktor“ Λ für eine bestimmte Einwirkungskombination ermittelt und anschließend ein Eingangsparameter der Widerstandsfunktion um eine differentielle Größe verändert und erneut Λ berechnet. Die Auswirkung der Änderung des Wertes Λ fließt wesentlich in den V_{rt} -Koeffizient ein (siehe Formel (2.17)). Die Änderung von Λ sagt nun aus, wie stark sich die Einwirkung verändern muss, sodass die Funktion (3.24) wieder den Wert 1,0 ergibt. Die Wahl der Eingangsgrößen (Variante I oder Variante II) legt nun fest in welche Richtung diese Einwirkungsveränderung erfolgt. Wird ein Punkt auf der Grenzfunktion beispielsweise durch zwei Winkel definiert (Variante I), so erfolgt die Einwirkungssteigerung entlang eines Strahls durch den Ursprung, d.h. eine proportionale Steigerung aller Schnittkräfte. Oder wird beispielsweise die Normalkrafteinwirkung N als fixer Wert angesetzt, so erfolgt die Einwirkungssteigerung alleine für die Biegebeanspruchung (Variante II). Dieser Zusammenhang ist in **Bild 6.2** und **Bild 6.3** in der N - M_y Ebene ($\mu = 0$) sowie in **Bild 6.4** und **Bild 6.5** in der N - M_z Ebene ($\mu = \pi/2$) gezeigt. Diese Abbildungen zeigen den Zusammenhang an einem HEA300 Träger, sind aber qualitativ für alle I- und H-Träger gültig.

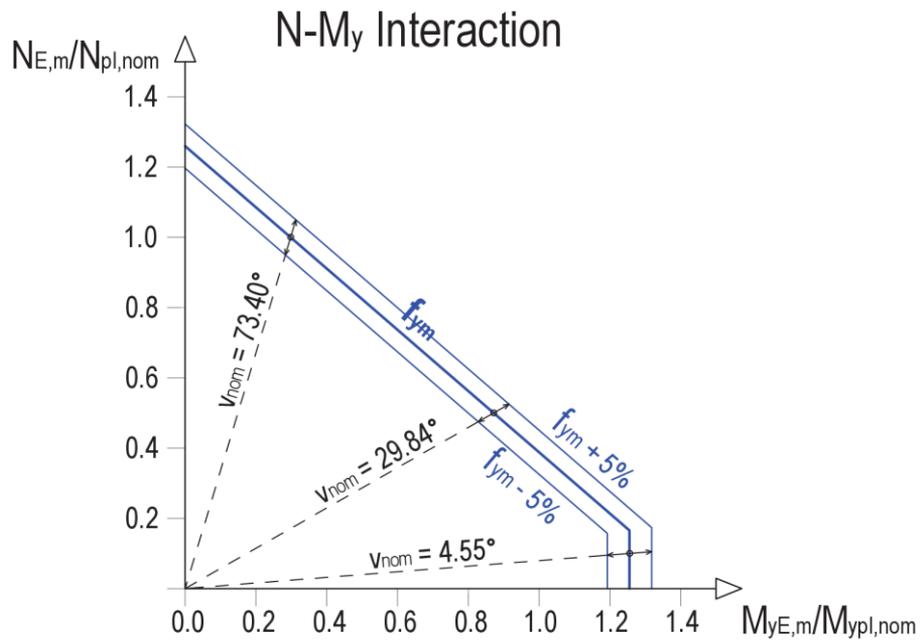


Bild 6.2 Variante I: Einwirkungssteigerung aller Schnittkräfte in N - M_y Ebene ($\mu = 0$)

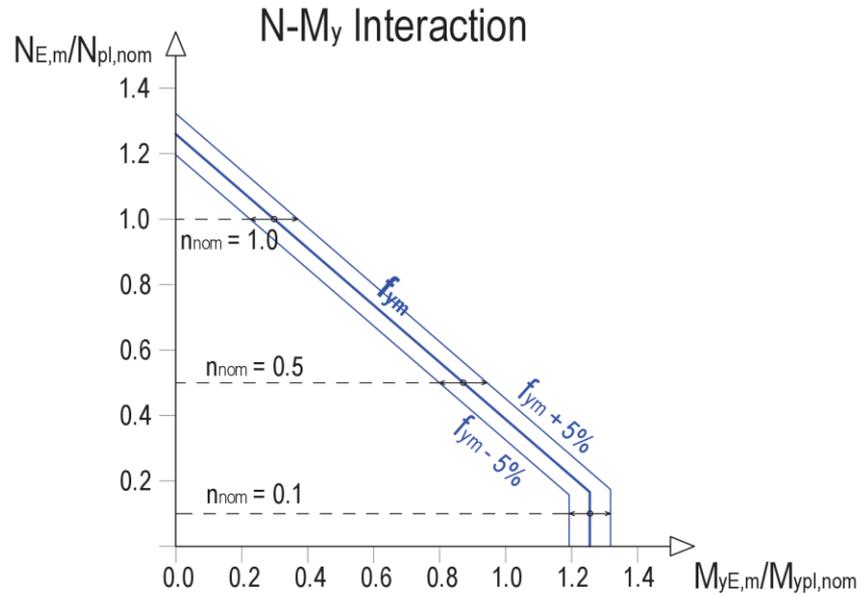


Bild 6.3 Variante II: Einwirkungssteigerung der Momente alleine in N - M_y Ebene ($\mu = 0$)

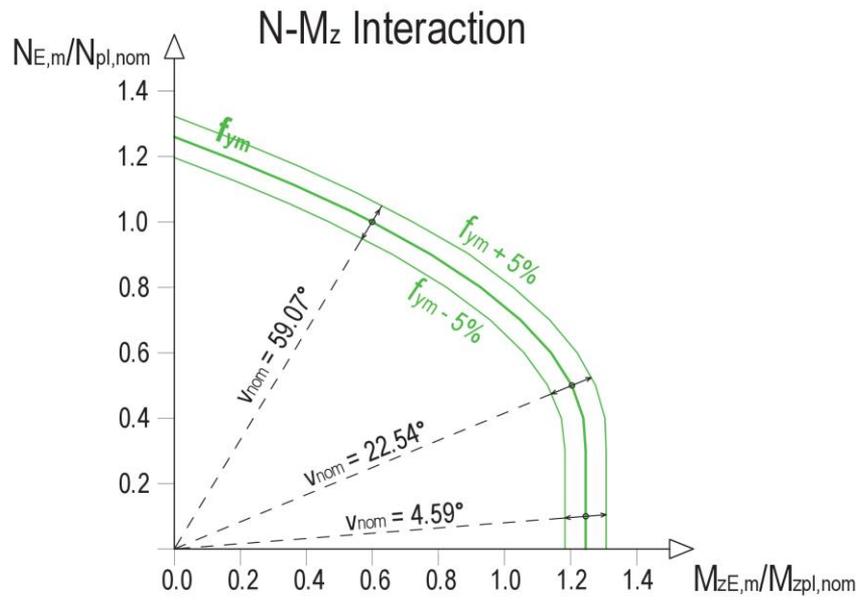


Bild 6.4 Variante I: Einwirkungssteigerung aller Schnittkräfte in N - M_z Ebene ($\mu = \pi/2$)

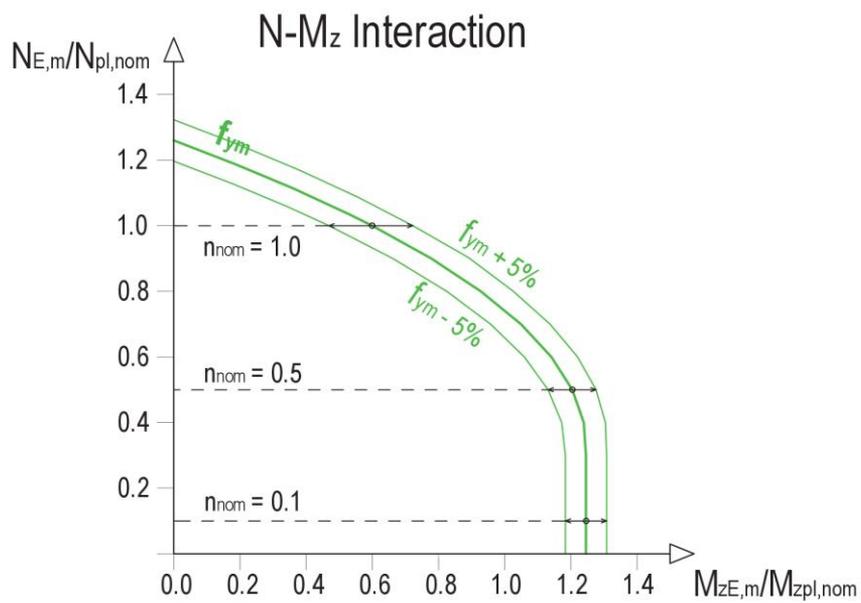


Bild 6.5 Variante II: Einwirkungssteigerung der Momente alleine in N - M_z Ebene ($\mu = \pi/2$)

In **Bild 6.6** und **Bild 6.7** ist die Widerstandsfunktion des Querschnittsnachweises (QS-NW) als „Höhenschichtenplan“ (Zusammenhang zwischen M_y und M_z) für die Variante I sowie für die Variante II abgebildet. Der Wert v_{nom} bzw. n_{act} drückt dabei die Höhe der vorhandenen Normalkraft aus. Der „aktuelle“ Widerstand $M_{y,E,act}$, $M_{z,E,act}$ und $N_{E,act}$ ist aus den Mittelwerten der Basisgrößen berechnet.

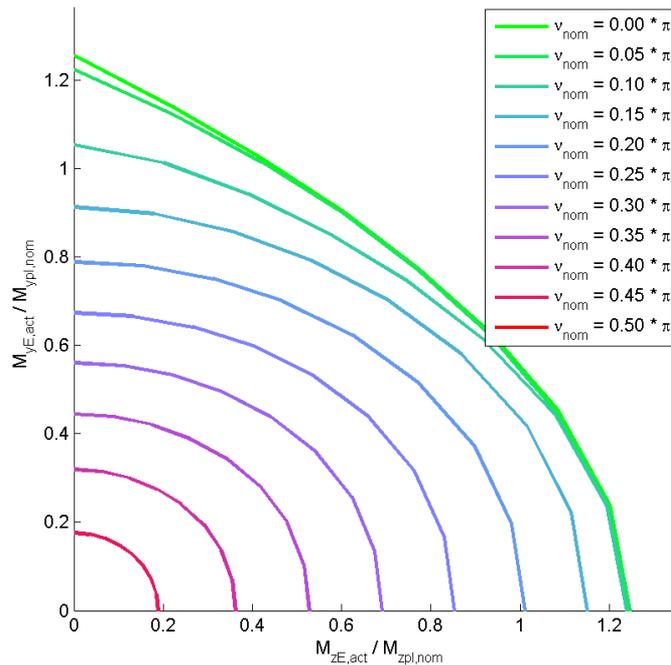


Bild 6.6 Widerstandsfunktion QS-NW; HEA300; Variante I

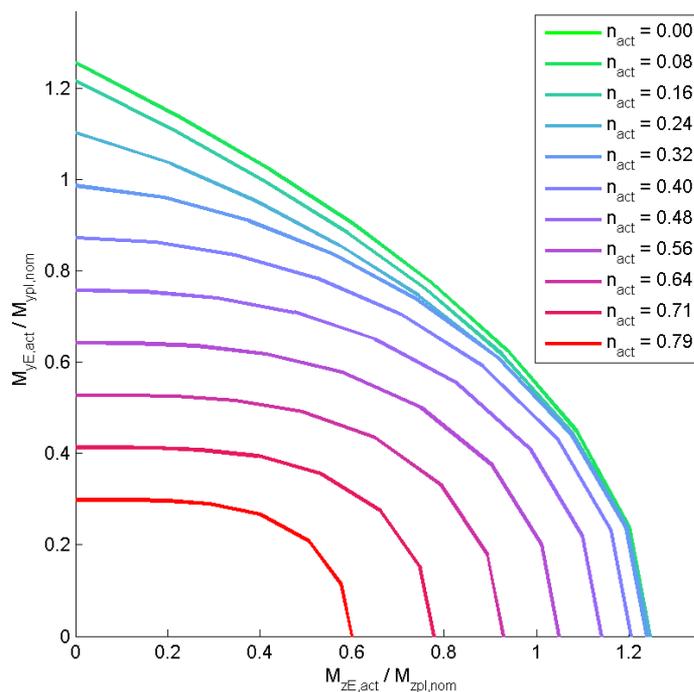


Bild 6.7 Widerstandsfunktion QS-NW; HEA300; Variante II

6.1.3 V_{rt} -Berechnung

Für die in Kap. 6.1.1 für Querschnittsnachweise dargestellte Widerstandsfunktion wird V_{rt} nach den Formeln (2.17) und (2.18) berechnet.

$$V_{rt}^2 = \frac{1}{g_{rt}^2(\underline{X}_m)} \times \sum_{i=1}^j \left(\frac{\partial g_{rt}}{\partial X_i} \times \sigma_i \right)^2 \quad (2.17)$$

mit:

$$\frac{\partial g_{rt}}{\partial X_i} \approx \frac{g_{rt}(X_1, \dots, X_i + \Delta X_i, \dots, X_j) - g_{rt}(\underline{X})}{\Delta X_i} \quad (2.18)$$

Die Anwendung der Formel (2.17) ist im EC3 nicht genauer beschrieben, insbesondere die Ableitung nach den jeweiligen Basisgrößen ist nicht eindeutig verständlich ausgedrückt.

Deshalb sind hier 2 Varianten für die Ableitung der Widerstandsfunktion g_{rt} nach den Basisvariablen X_i gezeigt, um die Auswirkung der Wahl der Eingangsgrößen zu zeigen.

Bei der Variante 1 werden zur Berechnung der einzelnen Terme $\frac{\partial g_{rt}}{\partial X_i}$ die nominellen Grö-

ßen der Basisvariablen X_i eingesetzt und bei der Variante 2 die Mittelwerte der Basisvariablen X_i . Dies bedeutet, dass bei beiden Varianten die Größe $g_{rt}(\underline{x})$ eine Konstante darstellt. Im Kapitel 10.4 sind zwei weitere Varianten am Biegeknickstab gezeigt, für diese sind allerdings Versuchswerte erforderlich.

a) Variante 1 (mit nominellen Basisvariablen)

In **Bild 6.8** und **Bild 6.9** sind die V_{rt} -Koeffizienten ($V_{rt,fy}$, $V_{rt,CS}$ und V_{rt}) in der „ N - M_y Ebene“ und in **Bild 6.10** und **Bild 6.11** in der „ N - M_z Ebene“ in Abhängigkeit von v bzw. n für die Variante II sowie für die Variante I abgebildet.

In **Bild 6.12** und **Bild 6.13** sind die V_{rt} -Koeffizienten für mehrere Höhen der Normalkraftbeanspruchung in Abhängigkeit von μ abgebildet.

Die Varianten I und II weisen wesentliche Unterschiede auf (vor allem im Bereich hoher Normalkraftbeanspruchung), wie in den folgenden Abbildungen zu sehen ist. Dadurch ist die Bedeutung der Wahl der Eingangsgrößen (Kap. 6.1.2) ersichtlich.

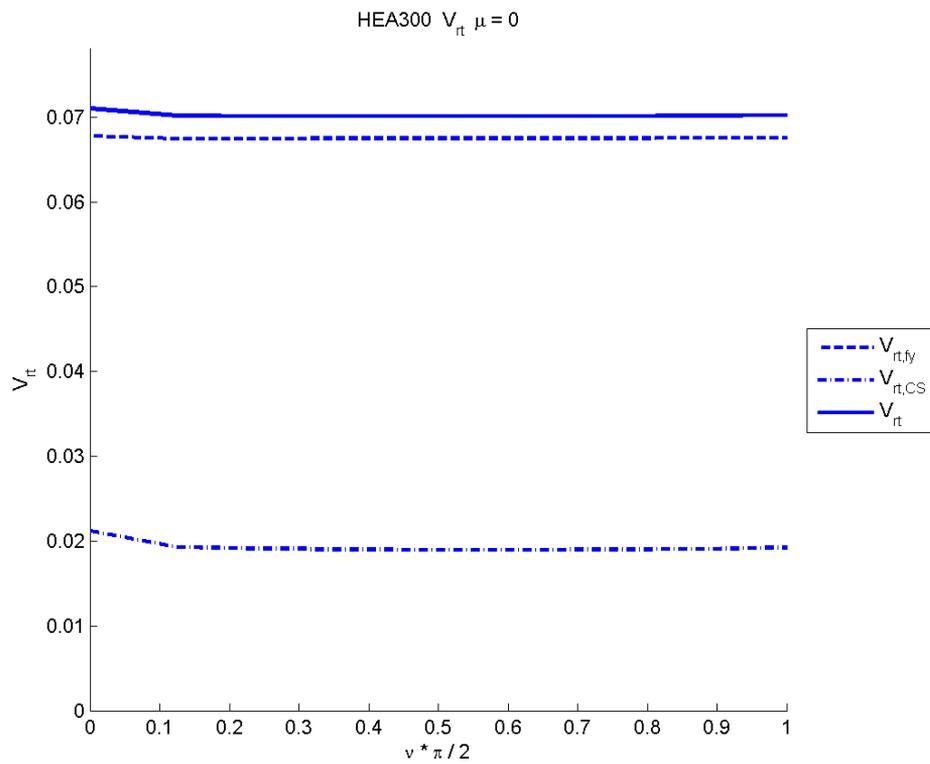


Bild 6.8 V_{rt} für Beanspruchung $N-M_y$; HEA300; Variante I in Abhängigkeit der Höhe der Normalkraft

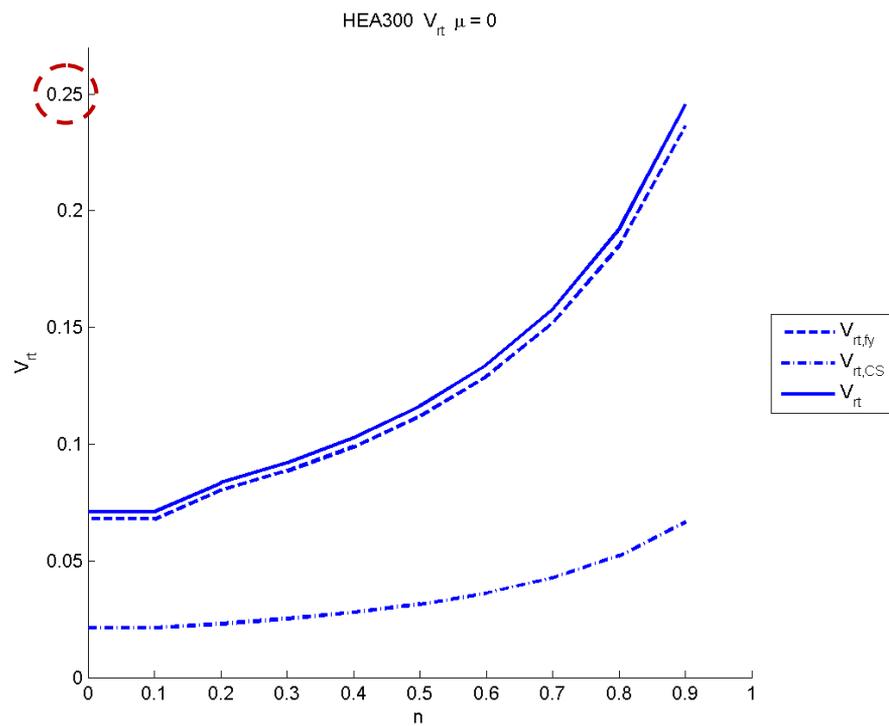


Bild 6.9 V_{rt} für Beanspruchung $N-M_y$; HEA300; Variante II in Abhängigkeit der Höhe der Normalkraft

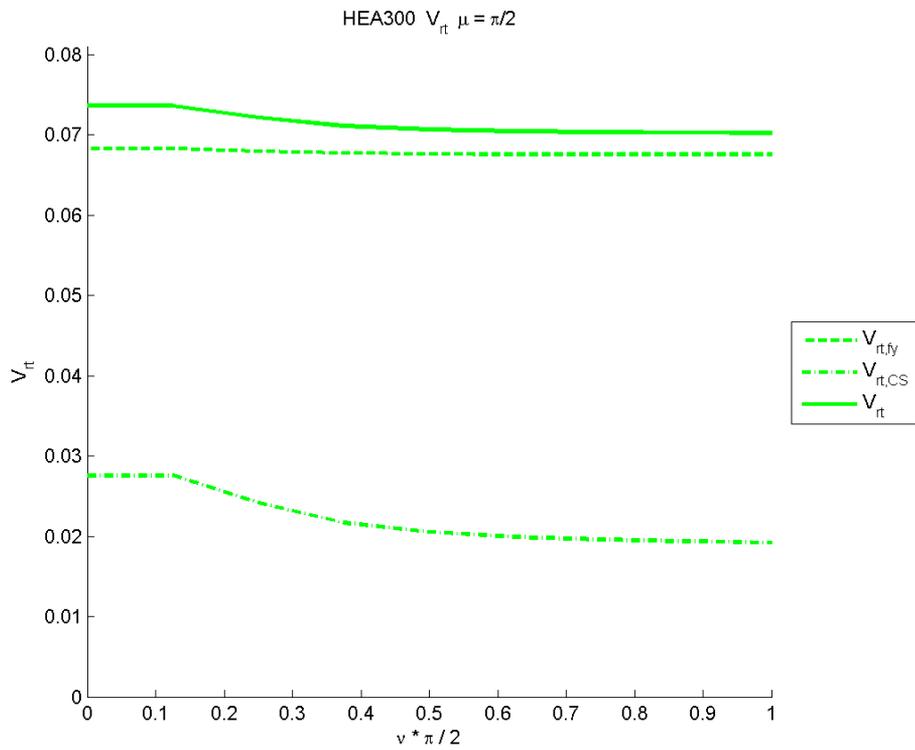


Bild 6.10 V_{rt} für Beanspruchung $N-M_z$; HEA300;
Variante I in Abhängigkeit der Höhe der Normalkraft

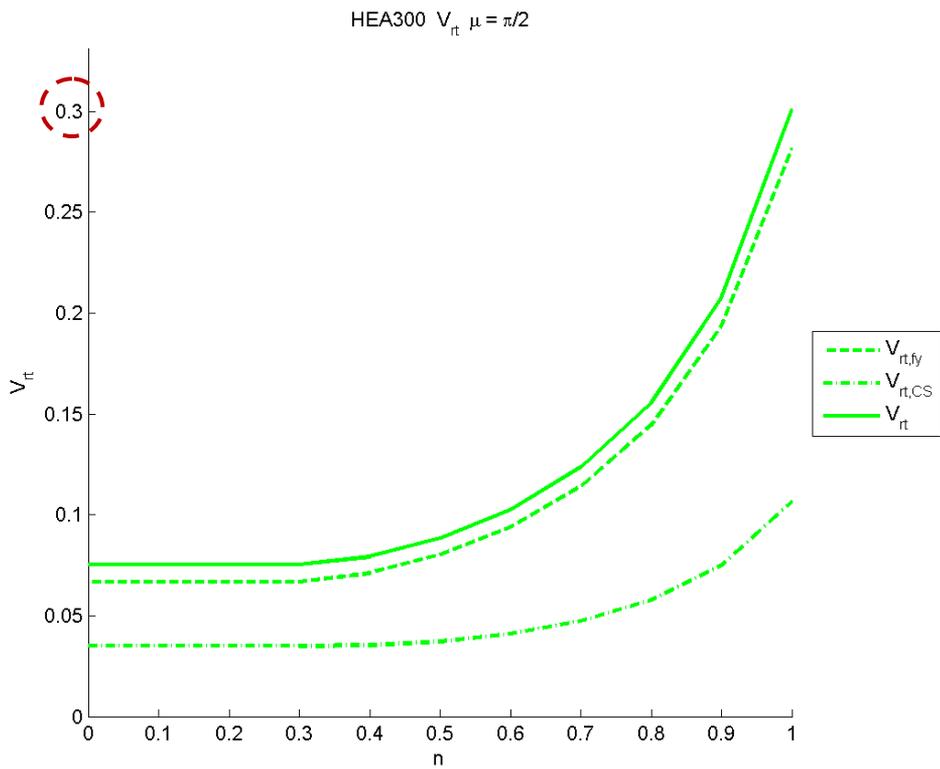


Bild 6.11 V_{rt} für Beanspruchung $N-M_z$; HEA300;
Variante II in Abhängigkeit der Höhe der Normalkraft

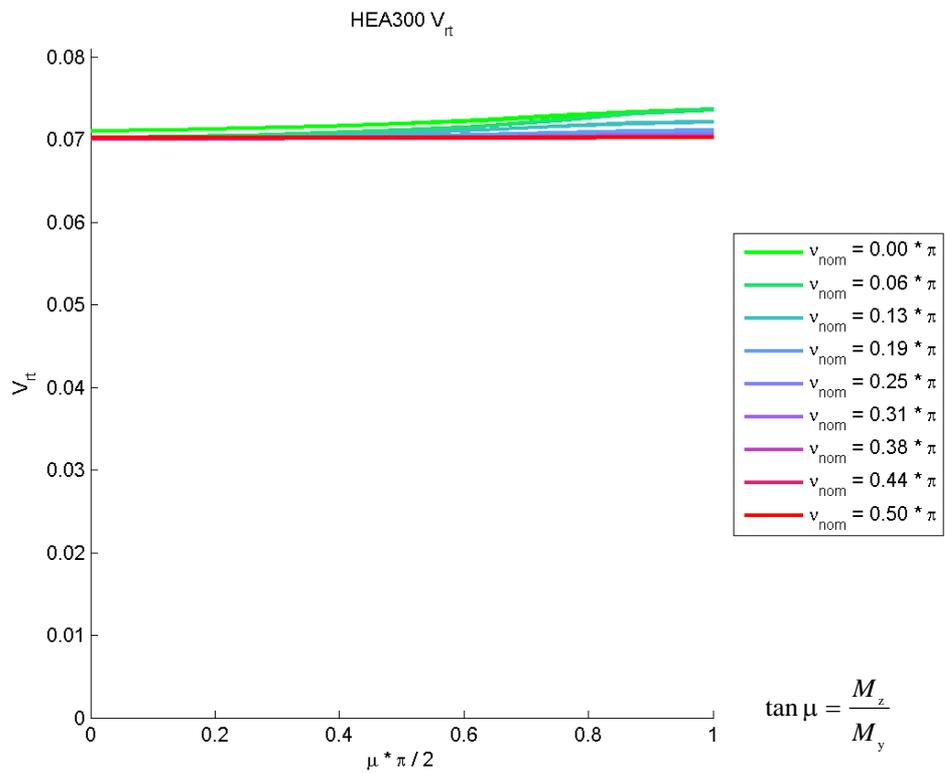


Bild 6.12 V_{rt} für allgemeine Beanspruchung $N-M_y-M_z$; HEA300; Variante I

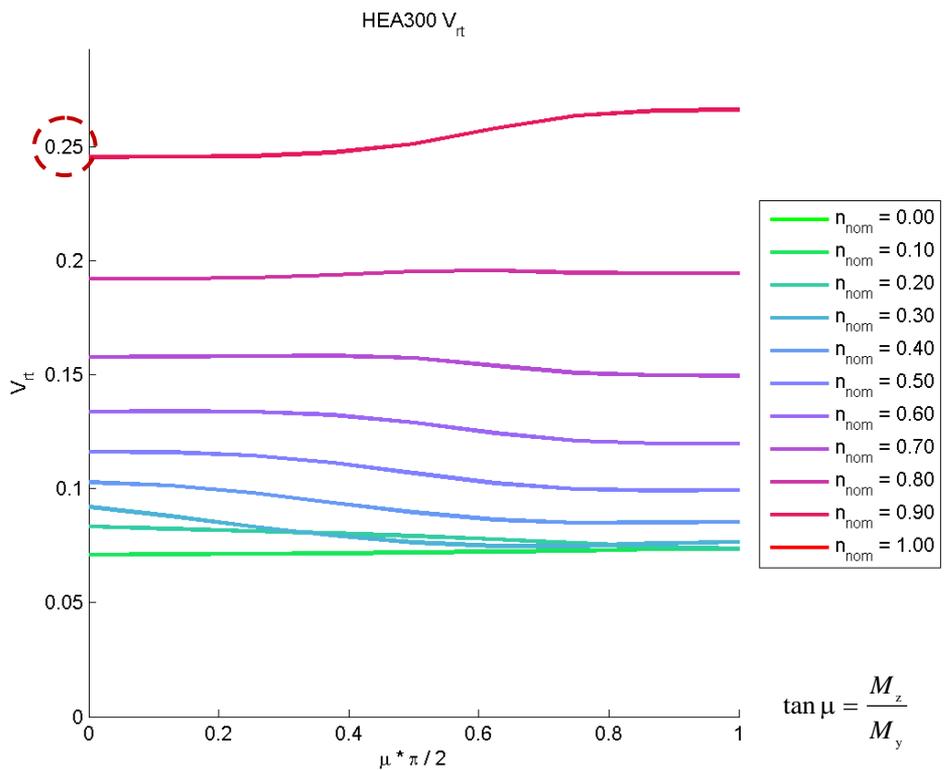


Bild 6.13 V_{rt} für allgemeine Beanspruchung $N-M_y-M_z$; HEA300; Variante II

b) Variante 2 (mit Mittelwerten der Basisvariablen)

Die Abbildungen zur Variante 2 sind in gleicher Weise gegliedert wie bei der Variante 1.

Wie auch bei der Variante 1 (nominelle Basisvariable) weisen die beiden Varianten I und II wesentliche Unterschiede auf wie in den folgenden Abbildungen - **Bild 6.14** bis **Bild 6.19** - zu sehen ist.

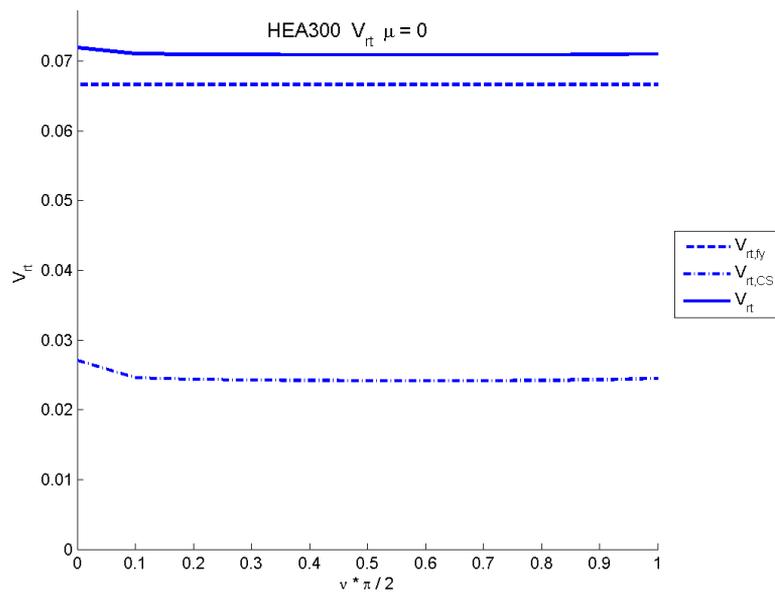


Bild 6.14 V_{ri} für Beanspruchung $N-M_y$; HEA300; Variante I in Abhängigkeit der Höhe der Normalkraft

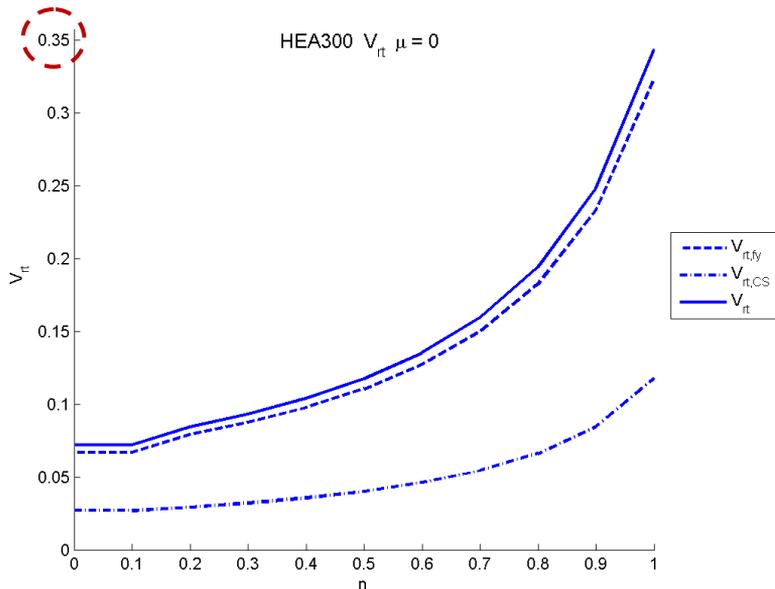


Bild 6.15 V_{ri} für Beanspruchung $N-M_y$; HEA300; Variante II in Abhängigkeit der Höhe der Normalkraft

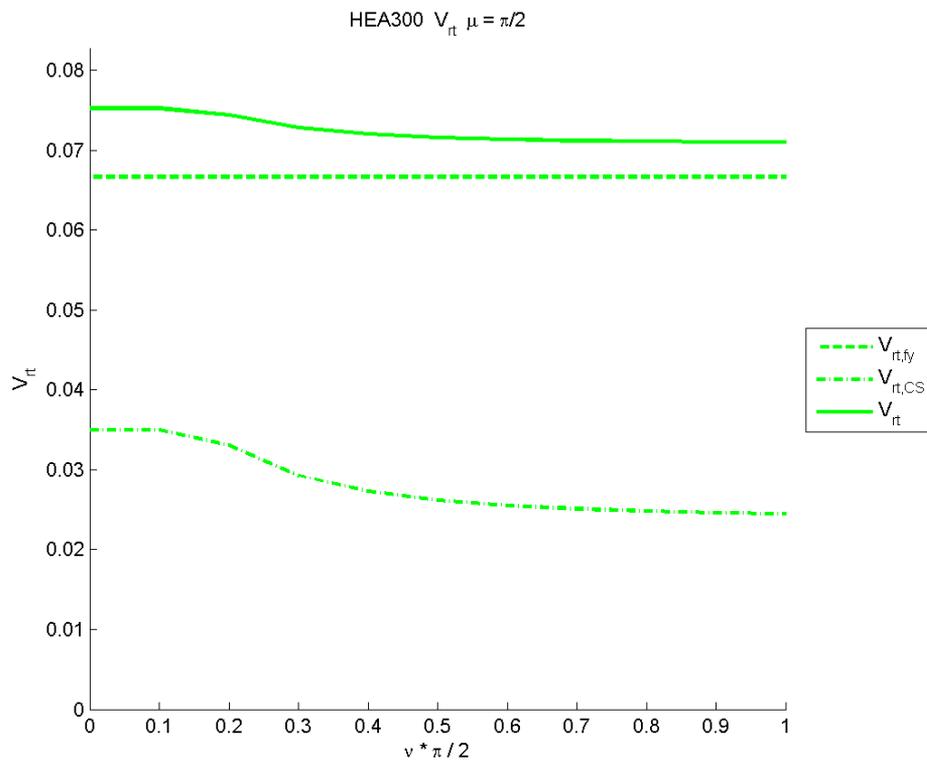


Bild 6.16 V_{rt} für Beanspruchung $N-M_z$; HEA300;
Variante I in Abhängigkeit der Höhe der Normalkraft

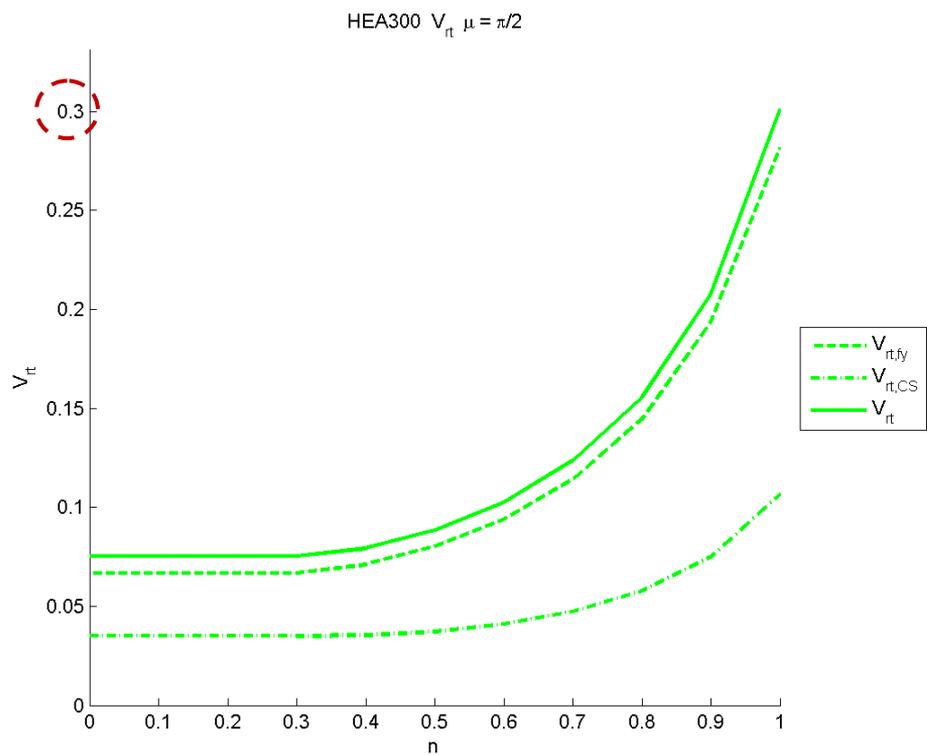


Bild 6.17 V_{rt} für Beanspruchung $N-M_z$; HEA300;
Variante II in Abhängigkeit der Höhe der Normalkraft

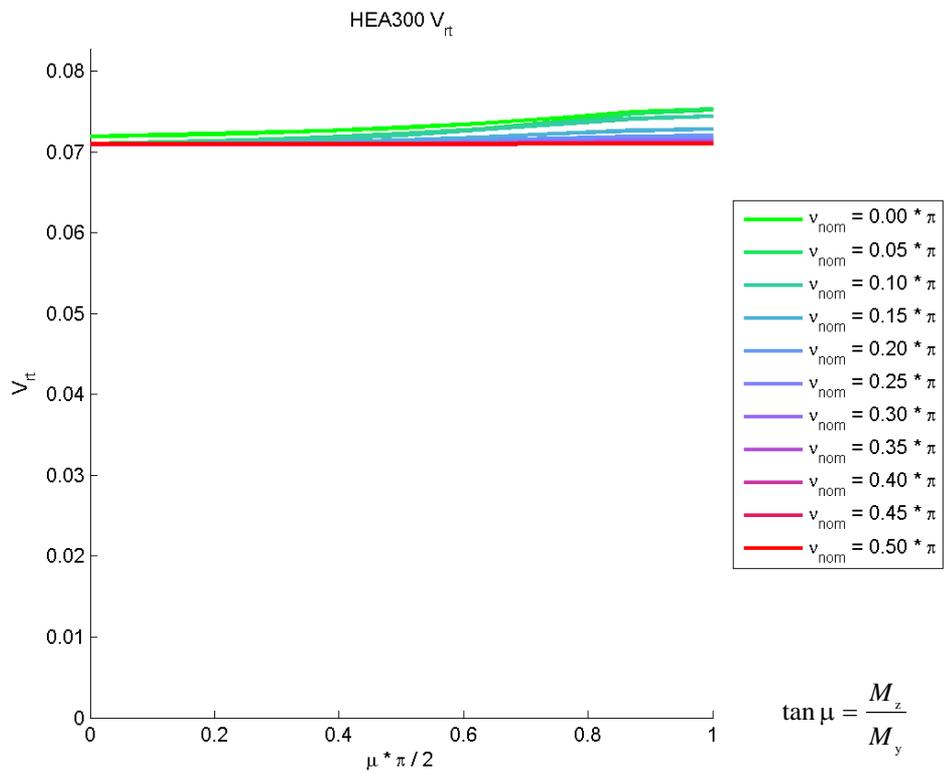


Bild 6.18 V_{rt} für allgemeine Beanspruchung N - M_y - M_z ; HEA300; Variante I

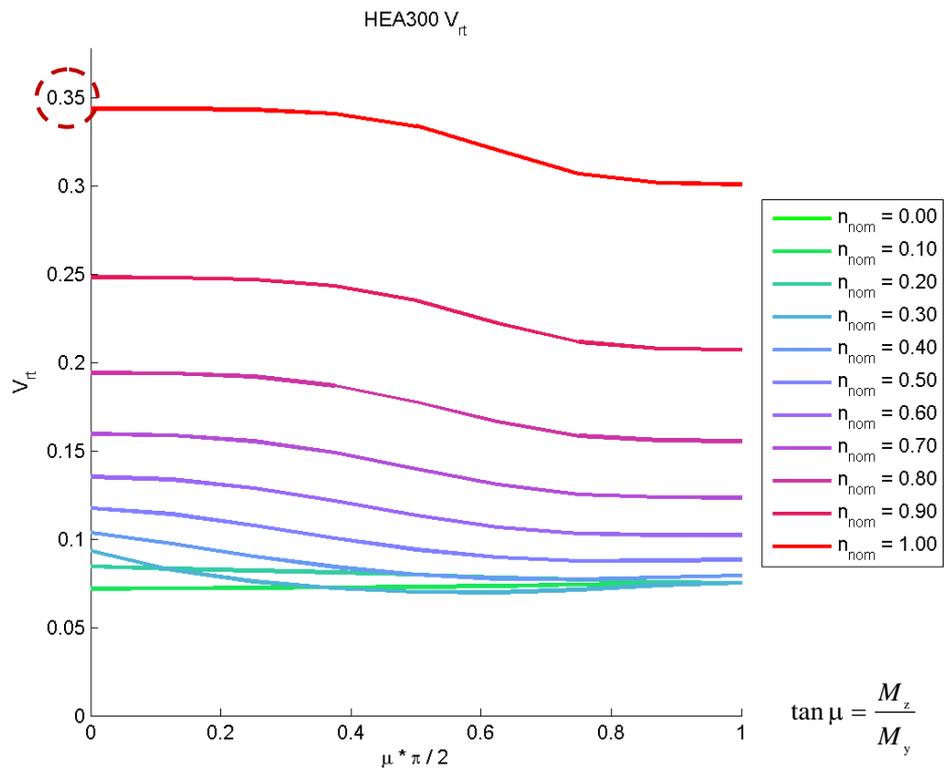


Bild 6.19 V_{rt} für allgemeine Beanspruchung N - M_y - M_z ; HEA300; Variante II

c) Variantenvergleich – Variante 1 gegenüber Variante 2

In **Bild 6.20** sind die V_{rt} -Koeffizienten aus Variante 2 (Mittelwerte der Basisvariablen) geteilt durch Variante 1 (nominelle Werte der Basisvariablen) für die Variante I und in **Bild 6.21** für die Variante II aufgetragen. Es liegt eine allgemeine Beanspruchung vor ($N-M_y-M_z$).

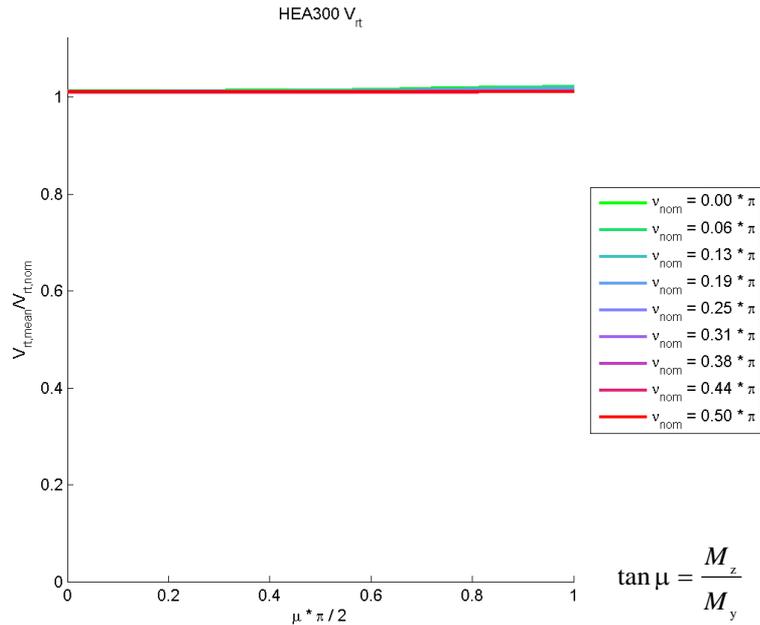


Bild 6.20 Variantenvergleich V_{rt} für allgemeine Beanspruchung $N-M_y-M_z$;

HEA300; Variante I

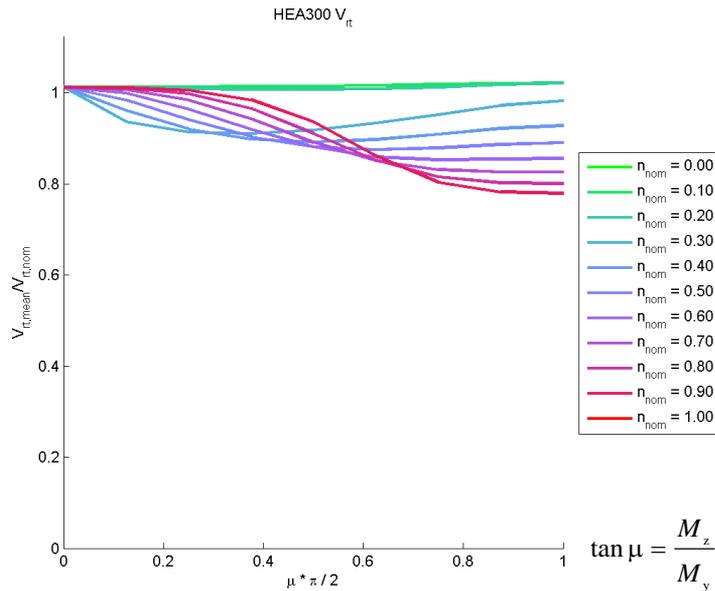


Bild 6.21 Variantenvergleich V_{rt} für allgemeine Beanspruchung $N-M_y-M_z$; V_{rt} ;

HEA300; Variante II

Bei der Variante I sind die Resultate aus der Berechnung der V_{rt} -Koeffizienten aus den Mittelwerten und aus den nominellen Werten nahezu ident (siehe **Bild 6.20**), bei der Variante II weichen sie jedoch um bis zu 20%⁹ voneinander ab (siehe **Bild 6.21**).

6.2 Biegeknicken infolge N alleine (Stabilitätsnachweis)

Die Berechnung der V_{rt} -Koeffizienten für einen Biegeknickstab unter zentrischem Druck wird auf die Formeln aus dem Eurocode 3 [11] angewandt. Diese sind in der Formelaufstellung in Kapitel 3.3.1 angeführt.

6.2.1 Ermittlung der Widerstandsfunktion g_{rt}

Im Gegensatz zum Querschnittsnachweis gibt es nun keine Fallunterscheidung (Var. I,II). Für den Biegeknickstab gilt:

$$\frac{N_E}{N_{b,R}} \leq 1,0 \quad (3.25)$$

Als Widerstandsfunktion g_{rt} wird hier der Normalkraftwiderstand $N_{b,R}$ gewählt. Dieser ist durch die Formel (3.26) definiert.

$$g_{rt} = N_{b,R} = \chi \cdot A \cdot f_y \quad (3.26)$$

In **Bild 6.22** und **Bild 6.23** ist die Widerstandsfunktion des Normalkraftwiderstandes zufolge Biegeknicken um die y -Achse sowie um die z -Achse in Abhängigkeit vom nominellen Schlankheitsgrad $\bar{\lambda}_{nom}$ gezeigt. Der „aktuelle“ Widerstand $N_{b,R,act}$ ist aus den Mittelwerten der Basisgrößen berechnet.

Der nominelle Schlankheitsgrad $\bar{\lambda}_{nom}$ von 1,0 eines HEA300 Trägers entspricht bei Knicken um die y -Achse einer Stablänge von 11 964 [mm] und bei Knicken um die z -Achse einer Stablänge von 7032 [mm]. Die nominelle Querschnittstragfähigkeit des HEA Profils beträgt 2644,4 [kN].

⁹ Bezogen auf den V_{rt} -Wert aus den nominellen Eingangsdaten

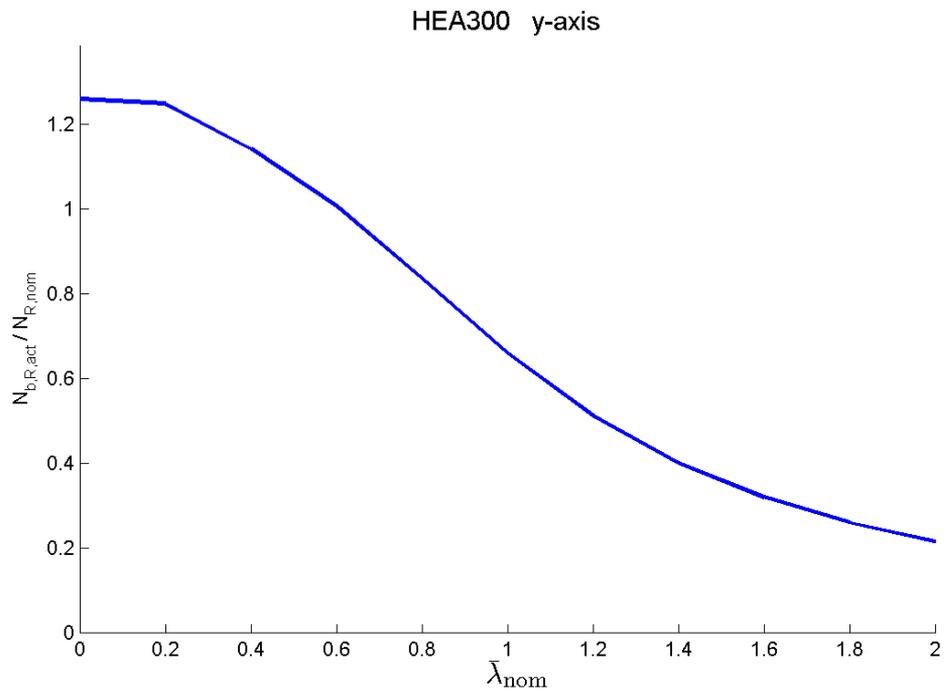


Bild 6.22 Widerstandsfunktion mit Mittelwerten –
Biegeknicken um die y -Achse; HEA300

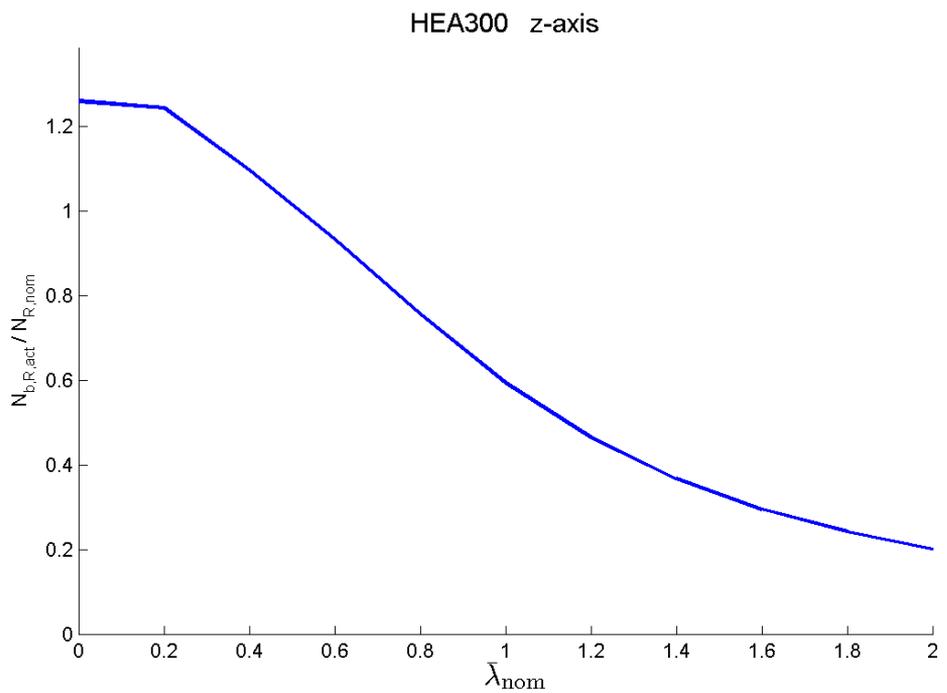


Bild 6.23 Widerstandsfunktion mit Mittelwerten –
Biegeknicken um die z -Achse; HEA300

6.2.2 V_{rt} -Berechnung

Die V_{rt} -Berechnung erfolgt wie in Kapitel 6.1.3 nach den Formeln (2.17) und (2.18). Es werden ebenfalls die 2 Varianten für die Ableitung der Widerstandsfunktion g_{rt} nach den Basisvariablen X_i gezeigt, um die Auswirkung der Wahl der Eingangsgrößen zu zeigen.

Bei der Variante 1 werden in den Term $\frac{\partial g_{rt}}{\partial X_i}$ die nominellen Größen der Basisvariablen X_i eingesetzt und bei der Variante 2 die Mittelwerte der Basisvariablen X_i .

a) Variante 1 (nominelle Basisvariablen)

In **Bild 6.24** und **Bild 6.25** sind die V_{rt} -Koeffizienten (zerlegt in $V_{rt,fy}$, $V_{rt,E}$ und $V_{rt,CS}$) für Biegeknicken um die y -Achse sowie um die z -Achse in Abhängigkeit vom nominellen Schlankheitsgrad $\bar{\lambda}_{nom}$ abgebildet.

Die $V_{rt,CS}$ -Koeffizienten, zerlegt in die Basisvariablen des Querschnitts (b , h , t_f , t_w und r), sind in Abhängigkeit vom nominellen Schlankheitsgrad $\bar{\lambda}_{nom}$ in **Bild 6.26** und **Bild 6.27** abgebildet.

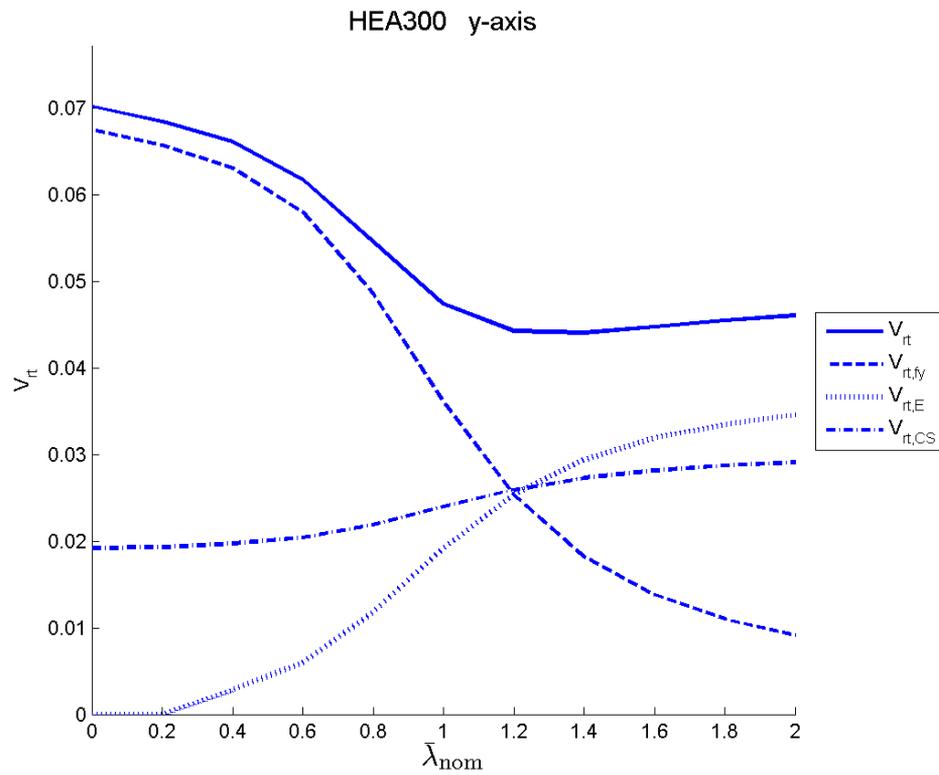


Bild 6.24 V_{rt} -Werte: HEA300; Knicken um die y-Achse; Variante 1

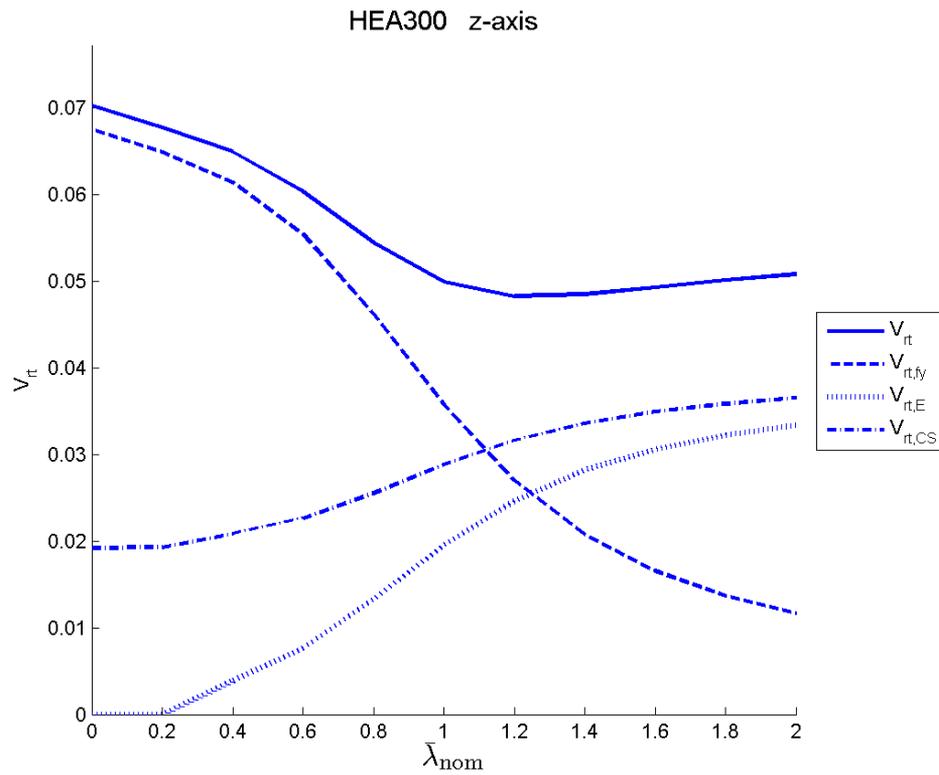


Bild 6.25 V_{rt} -Werte: HEA300; Knicken um die z-Achse; Variante 1

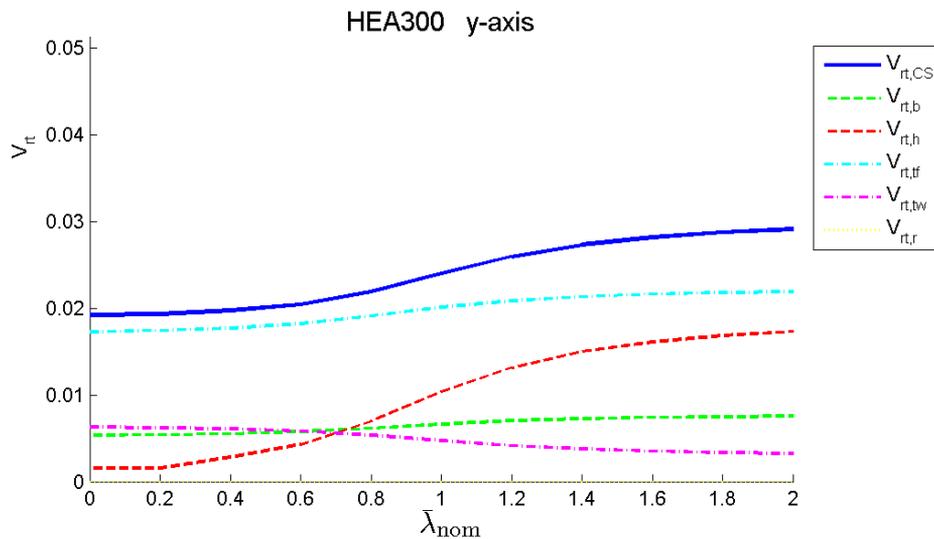


Bild 6.26 $V_{rit,CS}$ -Werte: HEA300; Knicken um die y-Achse; Variante 1

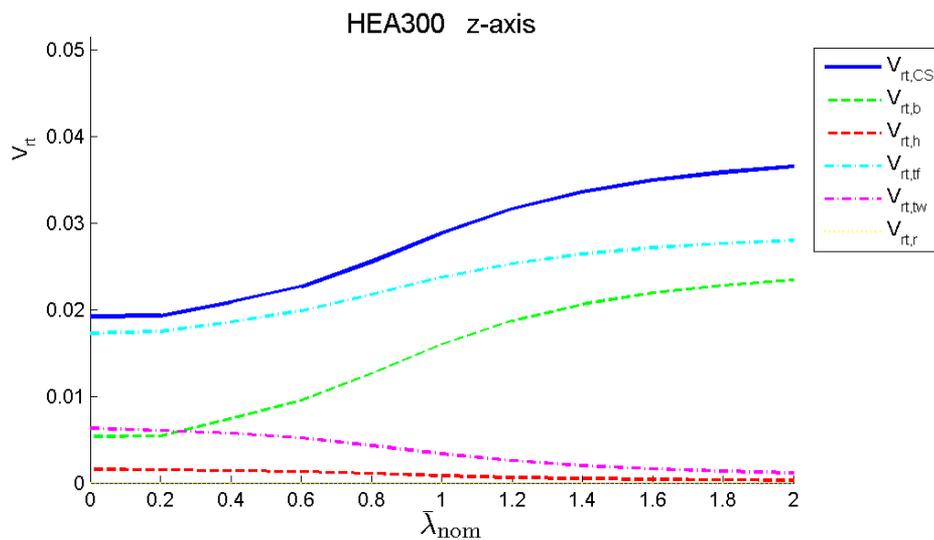


Bild 6.27 $V_{rit,CS}$ -Werte: HEA300; Knicken um die y-Achse; Variante 2

b) Variante 2 (Mittelwerte der Basisvariablen)

In **Bild 6.28** und **Bild 6.29** sind die V_{rit} -Koeffizienten (zerlegt in $V_{rit,fy}$, $V_{rit,E}$ und $V_{rit,CS}$) für Biegeknicken um die y-Achse sowie um die z-Achse, in Abhängigkeit vom nominellen Schlankheitsgrad $\bar{\lambda}_{nom}$, abgebildet.

Die $V_{rit,CS}$ -Koeffizienten, zerlegt in die Basisvariablen des Querschnitts (b , h , t_f , t_w und r), sind in Abhängigkeit vom nominellen Schlankheitsgrad $\bar{\lambda}_{nom}$ in **Bild 6.30** und **Bild 6.31** abgebildet.

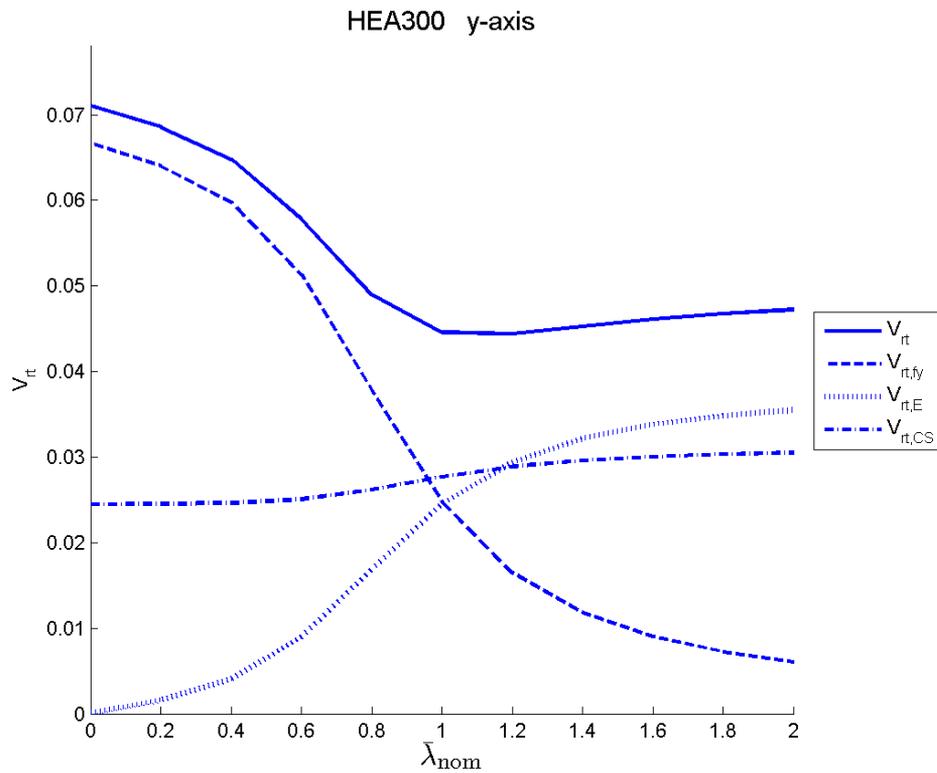


Bild 6.28 V_{rt} -Werte: HEA300; Knicken um die y-Achse; Variante 2

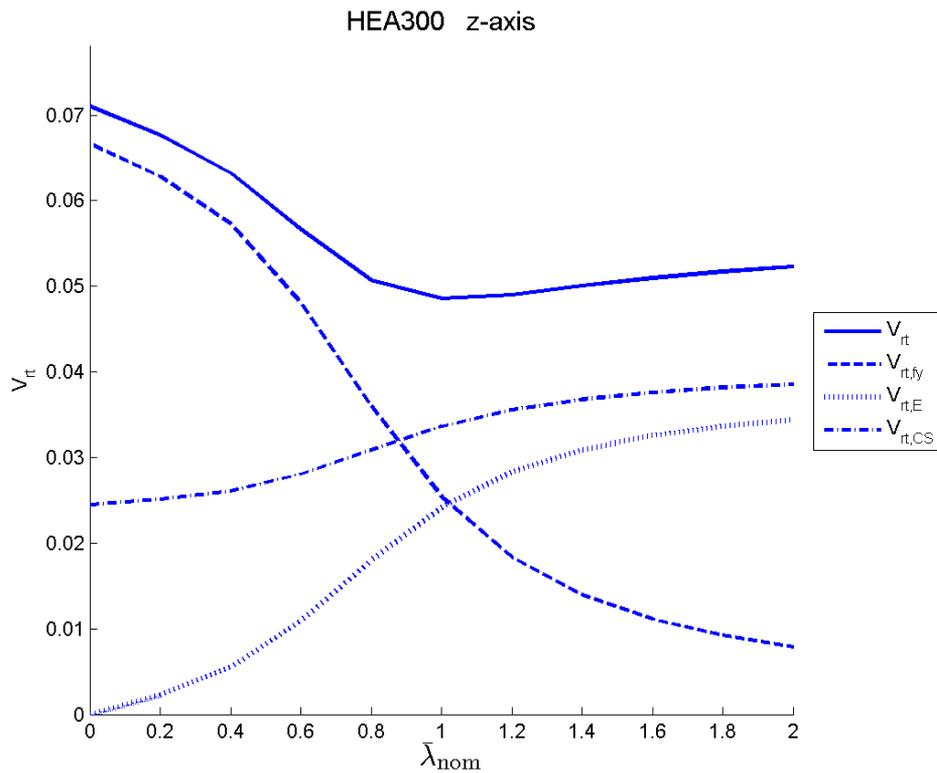


Bild 6.29 V_{rt} -Werte: HEA300; Knicken um die z-Achse; Variante 2

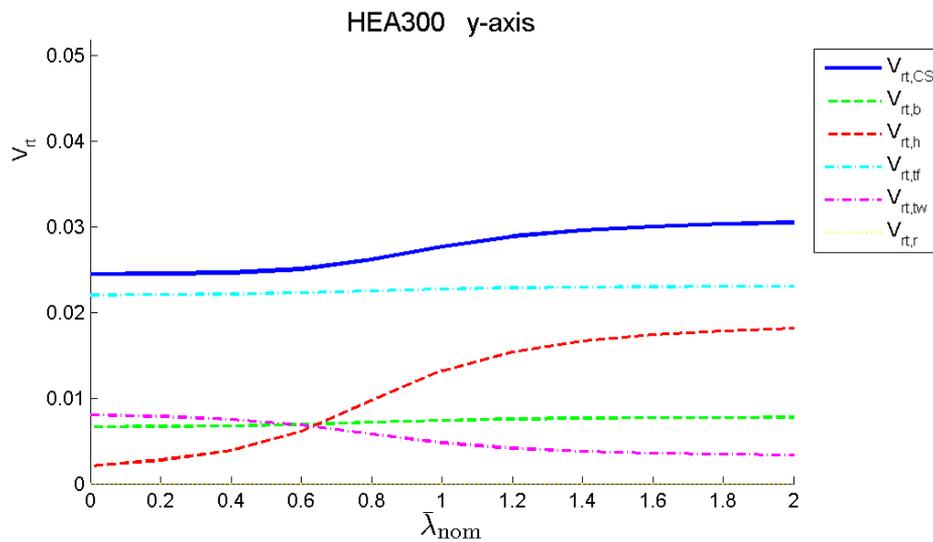


Bild 6.30 $V_{rt,CS}$ -Werte: HEA300; Knicken um die y-Achse; Variante 2

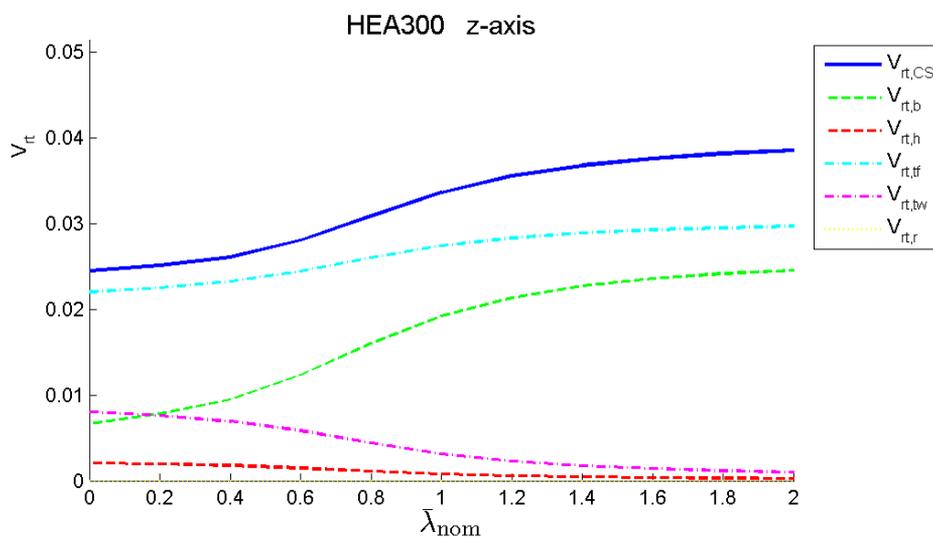


Bild 6.31 $V_{rt,CS}$ -Werte: HEA300; Knicken um die z-Achse; Variante 2

c) Variantenvergleich – Variante 1 gegenüber Variante 2

In **Bild 6.32** und **Bild 6.33** sind die V_{rt} -Koeffizienten aus Variante 2 (Mittelwerte der Basisvariablen) geteilt durch Variante 1 (nominelle Werte der Basisvariablen) für Biegeknicken um die y-Achse, sowie um die z-Achse, aufgetragen. Der V_{rt} -Koeffizientenvergleich zeigt nur geringe Unterschiede der beiden Varianten. Betrachtet man allerdings die V_{rt} -Koeffizienten der einzelnen Variablen (bzw. Variablengruppen), so sind teilweise extreme Abweichungen festzustellen.

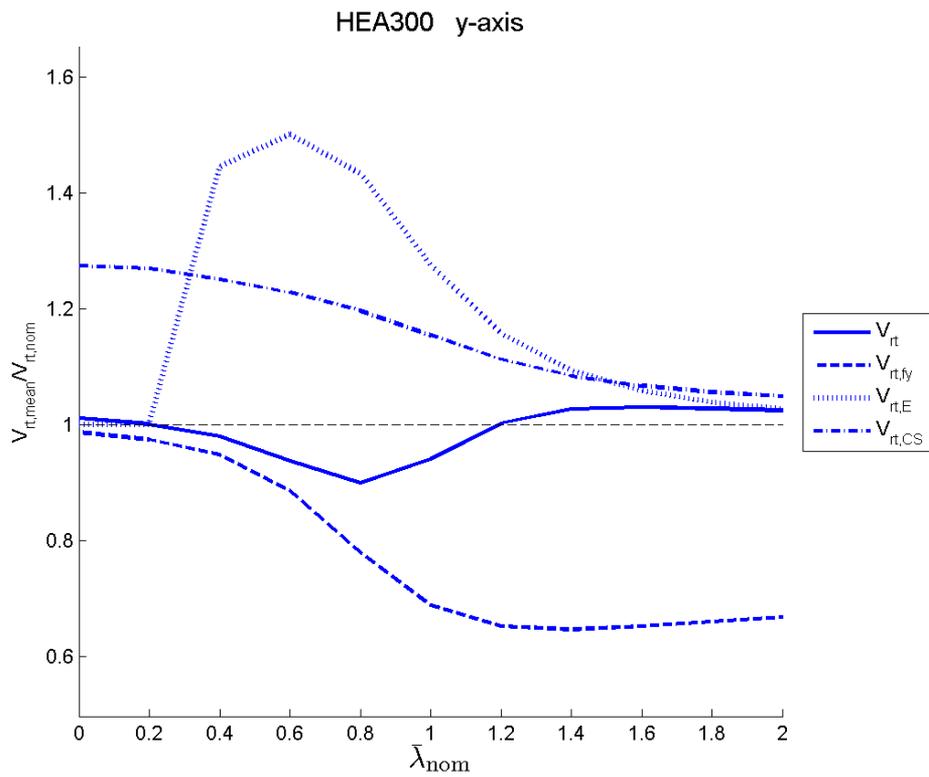


Bild 6.32 Variantenvergleich der V_{rt} -Werte: HEA300;Knicken um die y-Achse

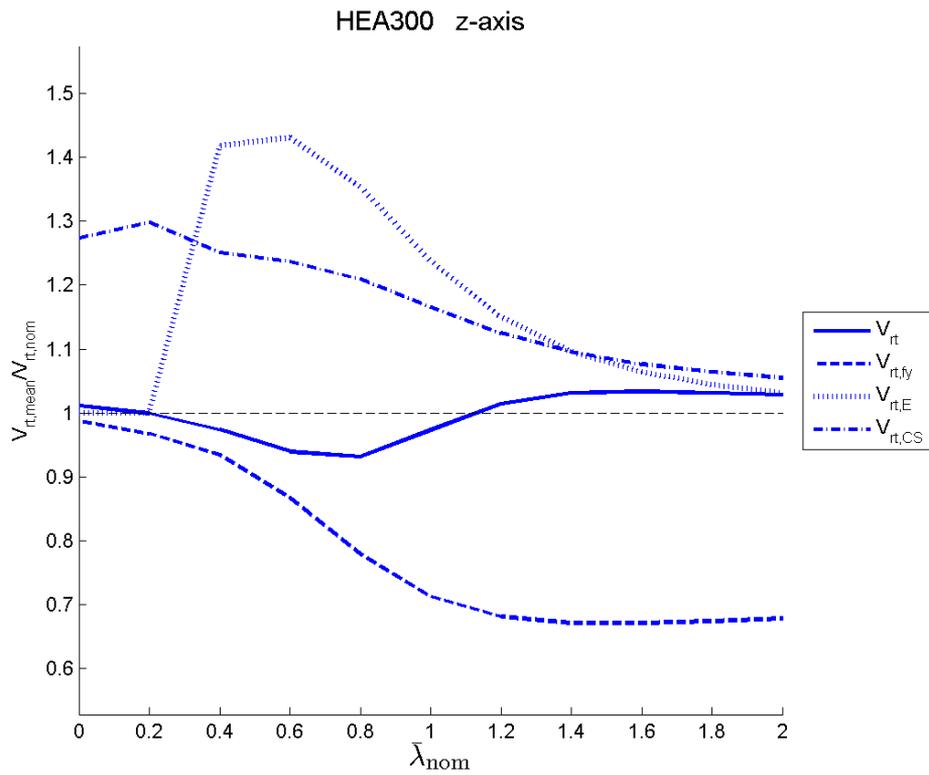


Bild 6.33 Variantenvergleich der V_{rt} -Werte: HEA300;Knicken um die z-Achse

6.3 Biegedrillknicken – M_y alleine (Stabilitäts-NW)

Die Berechnung der V_{rt} -Koeffizienten für einen Biegedrillknickstab wird auf die Formeln aus dem Eurocode 3 [11] angewandt. Diese sind in der Formelzusammenstellung in Kapitel 3.3.2 angeführt.

6.3.1 Ermittlung der Widerstandsfunktion g_{rt}

Wie auch beim Biegeknicknachweis gibt es nun keine Fallunterscheidung (Var. I, II). Für den Biegedrillknickstab gilt:

$$\frac{M_E}{M_{b,R}} \leq 1,0 \quad (3.31)$$

Als Widerstandsfunktion g_{rt} wird hier der Biegemomentenwiderstand $M_{b,R}$ gewählt. Dieser ist durch die Formel (3.32) definiert.

$$M_{b,R} = \chi_{LT} \cdot W_{pl,y} \cdot f_y \quad (3.32)$$

In **Bild 6.34** ist die Widerstandsfunktion des Nachweises zufolge Biegedrillknicken in Abhängigkeit vom nominellen Schlankheitsgrad $\bar{\lambda}_{LT,nom}$ gezeigt. Der „aktuelle“ Widerstand $M_{b,R,act}$ ist aus den Mittelwerten der Basisgrößen berechnet.

Der nominelle Schlankheitsgrad des HEA300 Trägers, $\bar{\lambda}_{LT,nom} = 1$, entspricht einer Stablänge von 10 583 [mm]. Die nominelle Querschnittstragfähigkeit (Biegung um die y -Achse) des HEA Profils beträgt $M_{b,R,act} = 325,96$ [kNm].

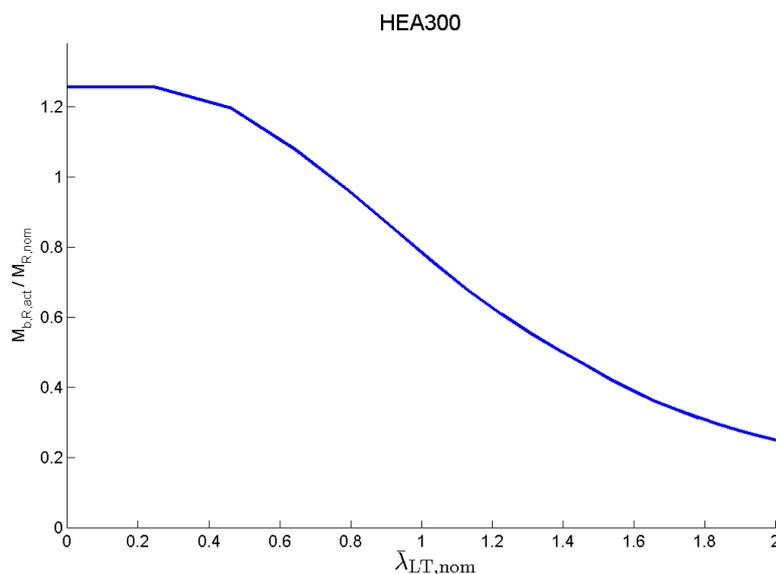


Bild 6.34 Widerstandsfunktion-Biegedrillknicken; HEA300

6.3.2 V_{rt} -Berechnung

Die V_{rt} -Berechnung erfolgt wie in Kapitel 6.1.3 nach den Formeln (2.17) und (2.18). Es werden ebenfalls die 2 Varianten für die Ableitung der Widerstandsfunktion g_{rt} nach den Basisvariablen X_i gezeigt, um die Auswirkung der Wahl der Eingangsgrößen zu zeigen.

Bei der Variante 1 werden in den Term $\frac{\partial g_{rt}}{\partial X_i}$ die nominellen Größen der Basisvariablen X_i eingesetzt und bei der Variante 2 die Mittelwerte der Basisvariablen X_i .

a) Variante 1 (nominelle Basisvariablen)

In **Bild 6.35** sind die V_{rt} -Koeffizienten (gesamt und zerlegt in $V_{rt, fy}$, $V_{rt, E}$ und $V_{rt, CS}$) für das Biegedrillknicken in Abhängigkeit vom nominellen Schlankheitsgrad $\bar{\lambda}_{LT, nom}$ abgebildet.

Die Berechnung der V_{rt} Koeffizienten erfolgt bei der Variante 1 mit den nominellen Basisvariablen.

b) Variante 2 (Mittelwerte der Basisvariablen)

In **Bild 6.36** sind die V_{rt} -Koeffizienten (gesamt und zerlegt in $V_{rt, fy}$, $V_{rt, E}$ und $V_{rt, CS}$) für das Biegedrillknicken in Abhängigkeit vom nominellen Schlankheitsgrad $\bar{\lambda}_{LT, nom}$ abgebildet.

Die Berechnung der V_{rt} -Koeffizienten erfolgt bei der Variante 2 mit den Mittelwerten der Basisvariablen.

Anmerkung: Der Sprung, der in den V_{rt} -Kurven (mit rot strichliertem Kreis gekennzeichnet) ersichtlich ist, entsteht dadurch, dass die χ_{LT} -Kurve durch die Eulerkurve begrenzt ist. (siehe Formel (3.33)). Die Sprungstelle ist in den Grafiken fälschlicherweise als durchgehende schräge Linie abgebildet, da in der Berechnung die V_{rt} -Koeffizienten punktweise berechnet werden, und zwischen den Punkten linear interpoliert wird.

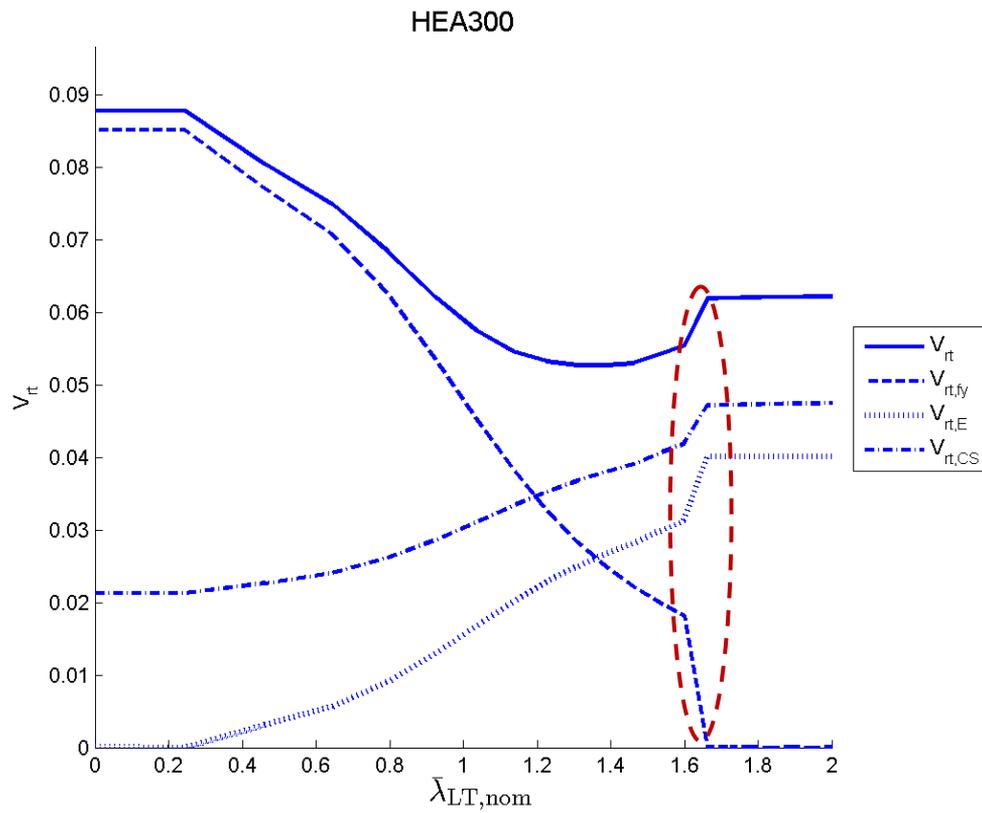


Bild 6.35 V_{rt} -Werte: HEA300; Biegedrillknicken; Variante 1

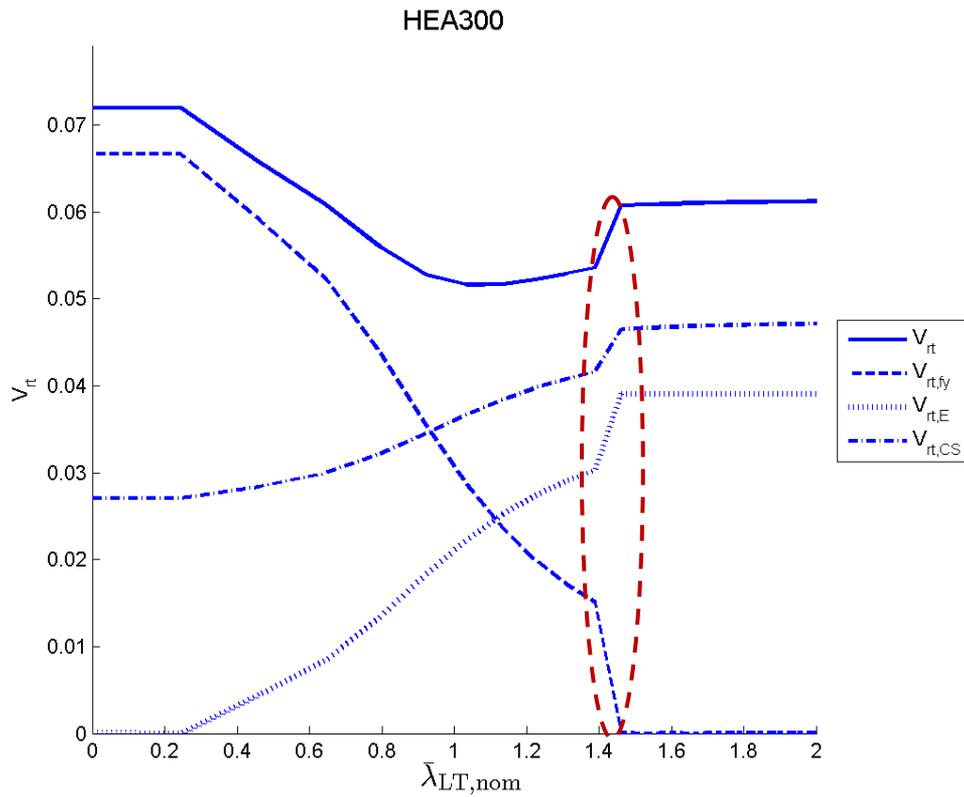


Bild 6.36 V_{rt} -Werte: HEA300; Biegedrillknicken; Variante 2

c) Variantenvergleich – Variante 1 gegenüber Variante 2

In **Bild 6.37** sind die V_{rt} -Koeffizienten aus Variante 2 (gerechnet mit Mittelwerten der Basisvariablen) geteilt durch Variante 1 (gerechnet mit nominellen Werten der Basisvariablen) für das Biegedrillknicken des HEA300 Stabes aufgetragen. Der V_{rt} -Koeffizientenvergleich der beiden Varianten liegt im Bereich von 0,82 bis 1,12. Betrachtet man allerdings die V_{rt} -Koeffizienten der einzelnen Variablen (bzw. Variablengruppen) so sind teilweise extreme Abweichungen festzustellen, wie in **Bild 6.37** zu sehen ist.

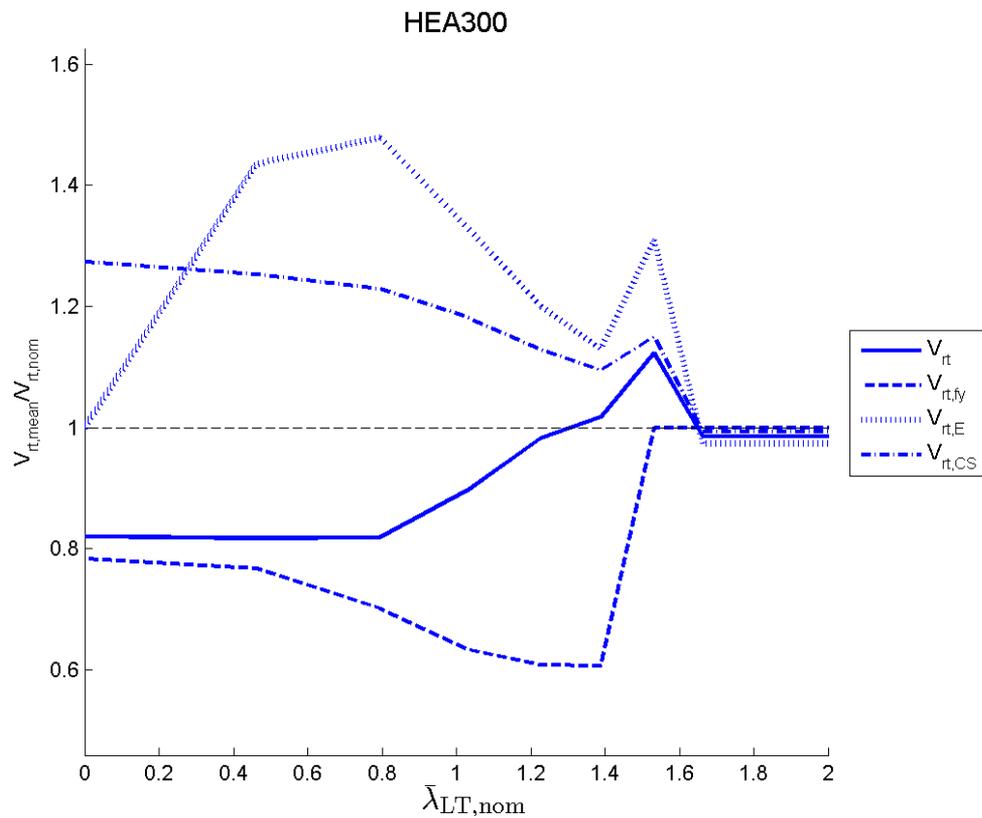


Bild 6.37 Variantenvergleich der V_{rt} -Werte: HEA300; Biegedrillknicken

6.4 Biegung und Druck (Stabilitätsnachweis)

6.4.1 Ermittlung der Widerstandsfunktion g_{rt}

Der allgemeine Fall eines Knickstabes, der durch Biegung um beide Achsen (M_y - M_z), sowie durch Druck (N) belastet ist, wurde in dieser Arbeit ebenfalls untersucht und ist an dieser Stelle beschrieben. Die Nachweisführung für einen Knickstab zufolge zentrischem Druck mit Biegung um beide Achsen erfolgt nach den Formeln (3.39) bis (3.47).

Wie auch bei der Bestimmung der Widerstandsfunktion g_{rt} im Kapitel 6.1 ist hier die Wahl der Eingangsgrößen zur Festlegung der Einwirkungen von wesentlicher Bedeutung für die Resultate von V_{rt} . Die möglichen Eingangsgrößen sind, wie auch beim Querschnittsnachweis unter Biegung und Druck (Kap. 6.1):

- zwei Winkel (μ , ν) – dies bedeutet eine proportionale Steigerung aller Schnittkräfte
- zwei fixierte Werte (N , M_y oder M_z)
- oder eine Kombination aus einem Winkel und einem Fixwert (μ , N)

Die Auswirkungen der Wahl der Festlegung der Eingangswerte ist in Kapitel 6.1 ersichtlich und wird hier nicht gezeigt.

Die Variante I (zwei Winkel: μ , ν) wird hier für die Festlegung der Eingangswerte gewählt – dies entspricht einer proportionalen Steigerung aller Schnittkräfte. Die Definition der Winkel μ und ν ist gleich wie in Kapitel 6.1.1, wird hier aber nochmals angeführt:

Der Winkel μ bildet den Zusammenhang zwischen M_y und M_z und der Winkel ν den Zusammenhang zwischen der M_y - M_z Ebene und N .

$$\tan \mu = \frac{M_{z,E}}{M_{z,pl}} \bigg/ \frac{M_{y,E}}{M_{y,pl}} \quad \text{mit } 0 \leq \mu \leq \frac{\pi}{2} \quad (6.1)$$

$$\tan \nu = \frac{N_E}{N_{pl}} \bigg/ \left(\sin \mu \cdot \frac{M_{z,E}}{M_{z,pl}} + \cos \mu \cdot \frac{M_{y,E}}{M_{y,pl}} \right) \quad \text{mit } 0 \leq \nu \leq \frac{\pi}{2} \quad (6.2)$$

Es wird eine Referenzgröße Λ eingeführt, welche unsere Widerstandsfunktion g_{rt} bildet. Diese Größe bildet den „Skalierfaktor“, der die einwirkenden Größen in die gewählte Richtung skaliert, sodass die Widerstandsfunktion den Wert 1 (Grenzwert) ergibt. Als einwirkende Grundgrößen werden die plastischen, nominellen Widerstandsgrößen gewählt. Die dargestellten Gleichungen gelten für den Fall, dass die Einwirkungen durch die Eingangsgrößen ν und μ (Variante I) definiert sind (vgl. Kapitel 6.1.1).

$$N_E = \Lambda \cdot \sin \nu \cdot N_{pl,nom} \quad (6.5)$$

$$M_{y,E} = \Lambda \cdot \cos v \cdot \cos \mu \cdot M_{y,pl,nom} \quad (6.6)$$

$$M_{z,E} = \Lambda \cdot \cos v \cdot \sin \mu \cdot M_{z,pl,nom} \quad (6.7)$$

Im Gegensatz zum Querschnittsnachweis, geht hier noch zusätzlich die Stablänge des Knickstabes in die Berechnungen ein. Die Widerstandsfunktion lässt sich somit nicht mehr allgemein als 3-dimensionale Fläche darstellen (wie beispielsweise in **Bild 6.1**), da sie von vier variablen Eingangsgrößen abhängig ist (3 Belastungen und die Stablänge).

Für eine 2-dimensionale Darstellung der Widerstandsfunktion müssen immer zwei dieser variablen Eingangsgrößen als fix angenommen werden.

Die nachfolgend angeführten Ergebnisse zeigen immer den maßgebenden Fall des Stabilitätsversagens – es ist dies meist Knicken aus der Ebene (Knicken um z) mit überlagertem Biegedrillknicken (Gleichung (3.40) in Kap. 3.3.2, bzw. Gleichung (6.62) in EN 1993-1-1, mit Beiwerten nach Anhang B). Darüber hinaus wird jedoch auch immer das Knicken in der Ebene (Gleichung (3.39) in Kap. 3.3.2, bzw. Gleichung (6.61) in EN 1993-1-1, mit Beiwerten nach Anhang B) mit untersucht.

In **Bild 6.38** und **Bild 6.41** ist die Widerstandsfunktion des „Interaktionswiderstandes“ aus Biegung (M_y und M_z) und Druck (N) als „Höhenschichtenplan“ abgebildet. Der „aktuelle“ Widerstand $M_{yE,act}$, $M_{zE,act}$ und $N_{E,act}$ ist aus den Mittelwerten der Basisgrößen berechnet.

In **Bild 6.39** und **Bild 6.42** ist die Widerstandsfunktion für die Interaktion aus N (Druck) und M_y dargestellt, und in **Bild 6.40** und **Bild 6.43** die Interaktion aus N (Druck) und M_z .

Der zum **Bild 6.38** zugehörige nominelle Schlankheitsgrad $\bar{\lambda}_{z,nom} = 1,0$ entspricht einer Knickstablänge von 7032 mm.

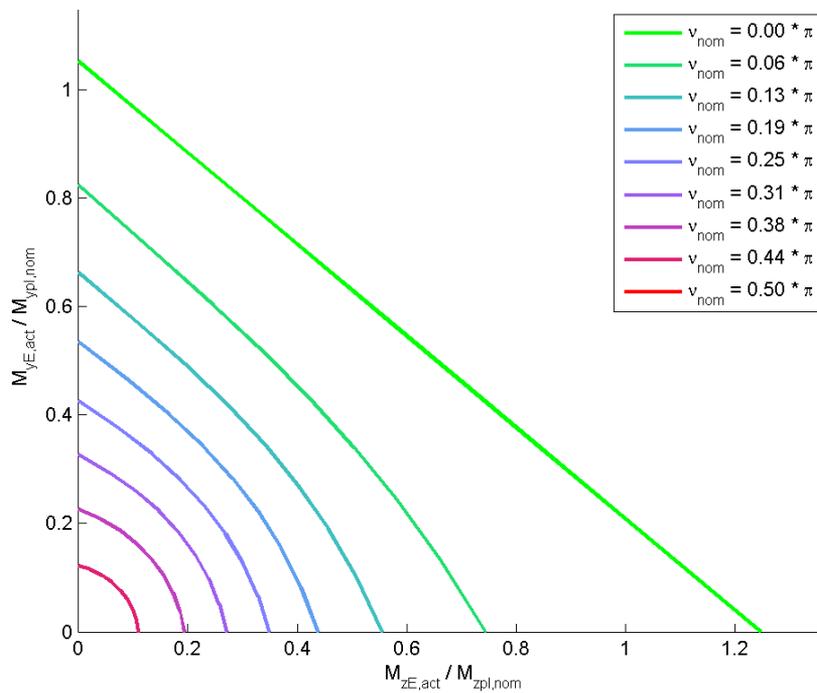


Bild 6.38 Widerstandsfunktion für Stabilitätsnachweis um z-Achse bzw. BDK zufolge N - M_y - M_z ; HEA300; $\bar{\lambda}_{z,nom} = 1,00$

HEA300 N + M_y Interaction
 $\bar{\lambda}_z = 1.00$ $\psi = 1.00$

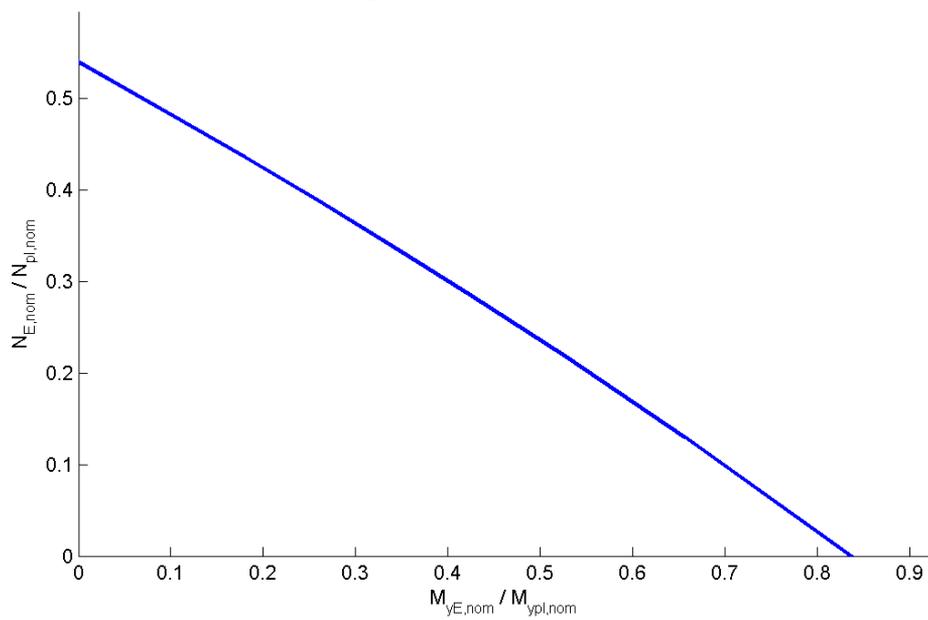


Bild 6.39 Widerstandsfunktion für Stabilitätsnachweis um z-Achse bzw. BDK zufolge N - M_y ($M_z = 0$); HEA300; $\bar{\lambda}_{z,nom} = 1,00$

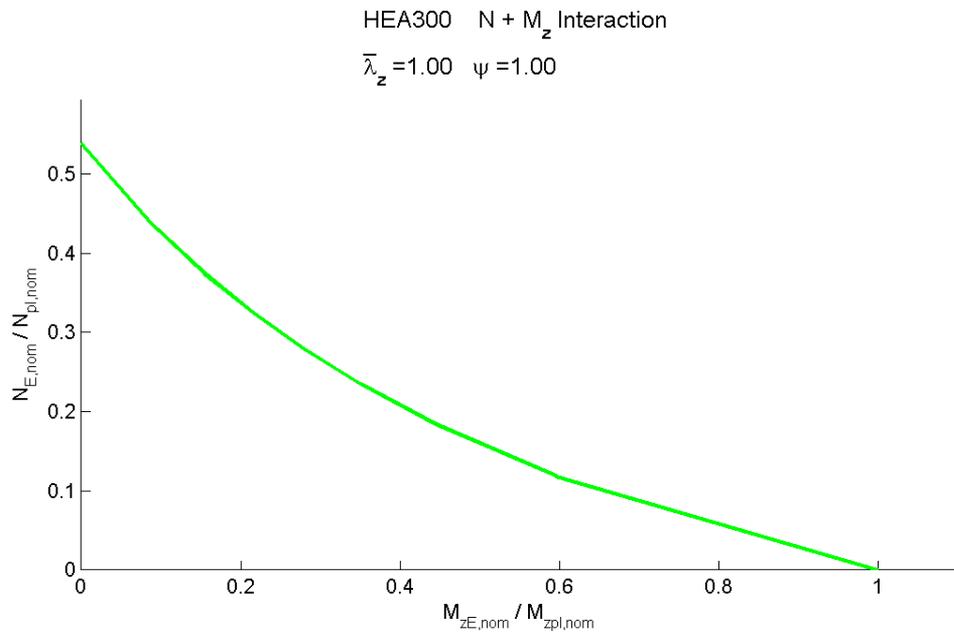


Bild 6.40 Widerstandsfunktion für Stabilitätsnachweis um z-Achse bzw. BDK zufolge N - M_z ($M_y = 0$); HEA300; $\bar{\lambda}_{z,nom} = 1,00$

Der zum **Bild 6.41** zugehörige nominelle Schlankheitsgrad $\bar{\lambda}_{z,nom} = 1,5$ entspricht einer Knickstablänge von 10 548 mm.

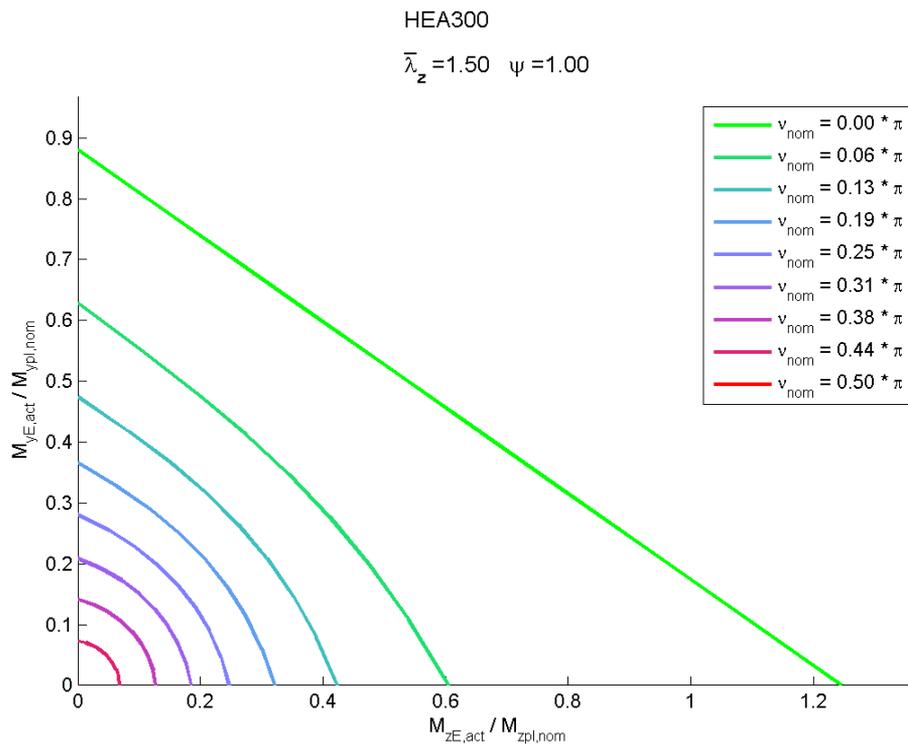


Bild 6.41 Widerstandsfunktion für Stabilitätsnachweis um z-Achse bzw. BDK zufolge N - M_y - M_z ; HEA300; $\bar{\lambda}_{z,nom} = 1,50$

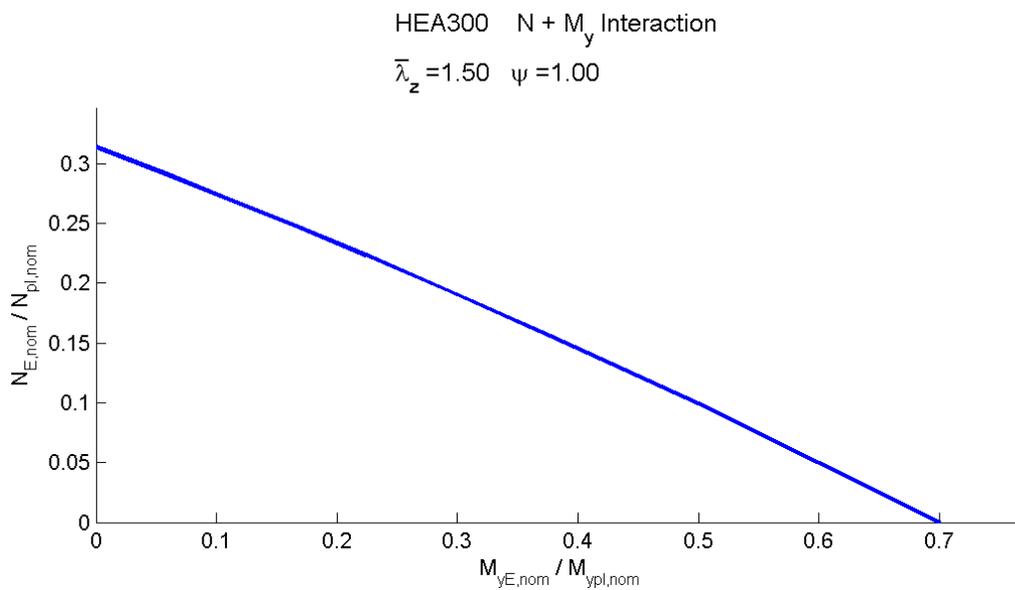


Bild 6.42 Widerstandsfunktion für Stabilitätsnachweis um z -Achse bzw. BDK zufolge N - M_y ($M_z = 0$); HEA300; $\bar{\lambda}_{z,nom} = 1,50$

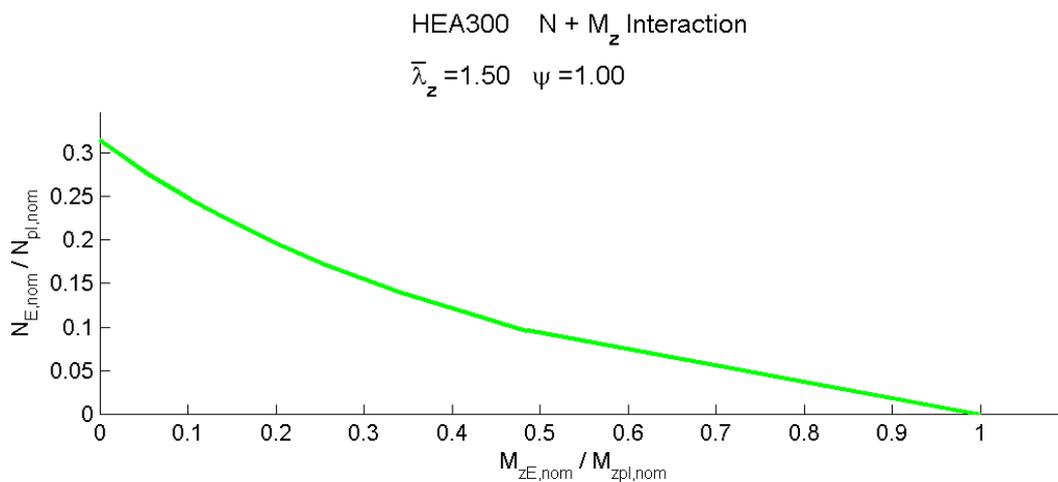


Bild 6.43 Widerstandsfunktion für Stabilitätsnachweis um z -Achse bzw. BDK zufolge N - M_z ; ($M_y = 0$); HEA300; $\bar{\lambda}_{z,nom} = 1,50$

Anmerkung: Der in den Grafiken angegebene Momentenfaktor $\psi = 1,0$ entspricht einer konstanten Momentenbelastung über die Stablänge (gilt für beide Stabachsen).

In den Abbildungen **Bild 6.44** bis **Bild 6.52** ist die Widerstandsfunktion des Interaktionswiderstandes aus Biegung und Druck in Abhängigkeit von dem nominellen Schlankheitsgrad $\bar{\lambda}_{z,nom}$ abgebildet. Die Winkel ν und μ sind hierbei jeweils fixierte Werte. Der „aktuelle“ Widerstand $M_{yE,act}$, $M_{zE,act}$ und $N_{E,act}$ ist aus den Mittelwerten der Basisgrößen berechnet und

auf den jeweiligen plastischen nominellen Querschnittswiderstand bezogen. Diese sind für den gewählten HEA300 Querschnitt:

$$N_{pl,nom} = 2644,4 \text{ [kN]}$$

$$M_{y,pl,nom} = 325,96 \text{ [kNm]}$$

$$M_{z,pl,nom} = 150,67 \text{ [kNm]}$$

Anmerkung 1: In den folgenden Abbildungen (**Bild 6.44** bis **Bild 6.52**) sind auf der Ordinate immer die ertragbaren bezogenen Einzelbeanspruchungen aufgetragen (d.h. die Bezeichnung X bei der Ordinate steht Stellvertretend für N , M_y und M_z).

Anmerkung 2: Nachfolgend sind mitunter einzelne Ergebnislinien deckungsgleich (siehe **Bild 6.45**, **Bild 6.47**, **Bild 6.48** und **Bild 6.51**).

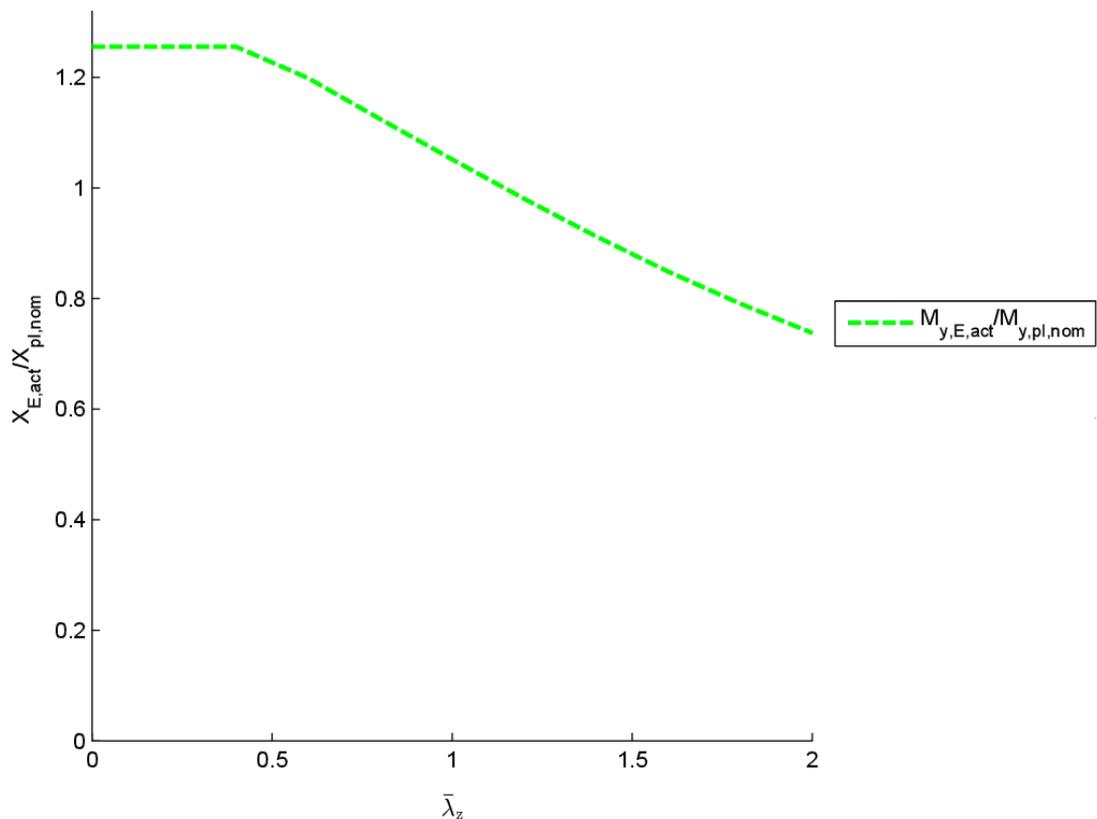


Bild 6.44 Widerstandsfunktion für Stabilitätsnachweis (BDK)
zufolge M_y alleine; HEA300; $\mu = 0,00$; $\nu = 0,00$

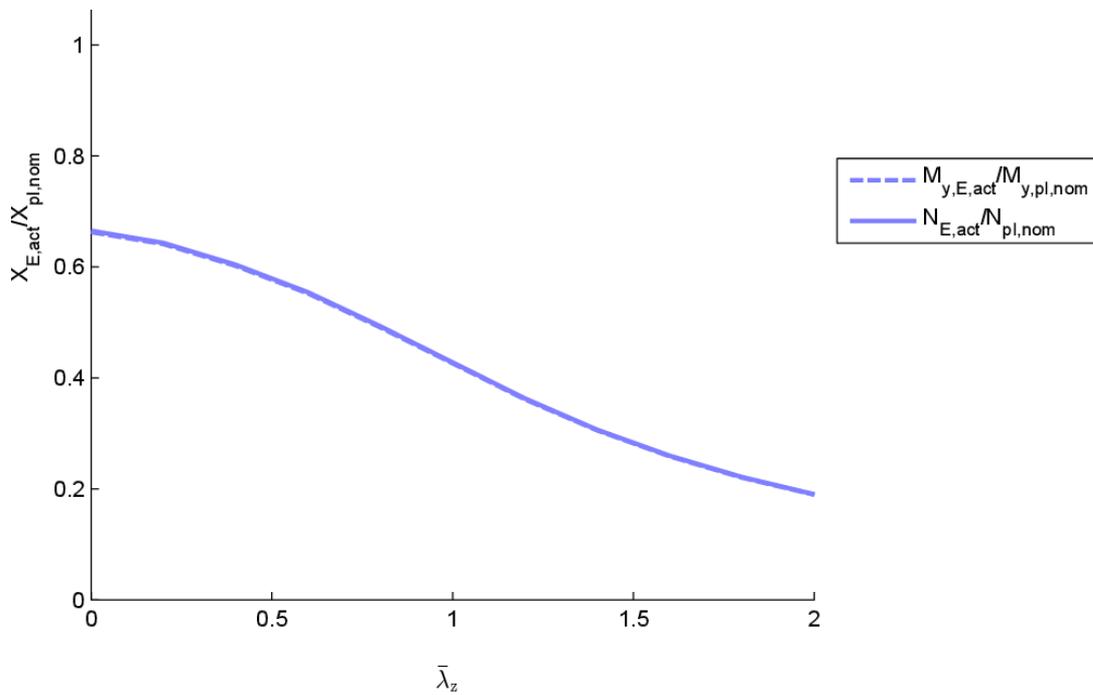


Bild 6.45 Widerstandsfunktion für Stabilitätsnachweis (BDK)
 zufolge $N-M_y$ ($M_z = 0$); HEA300; $\mu = 0,00$; $\nu = 0,25\pi$

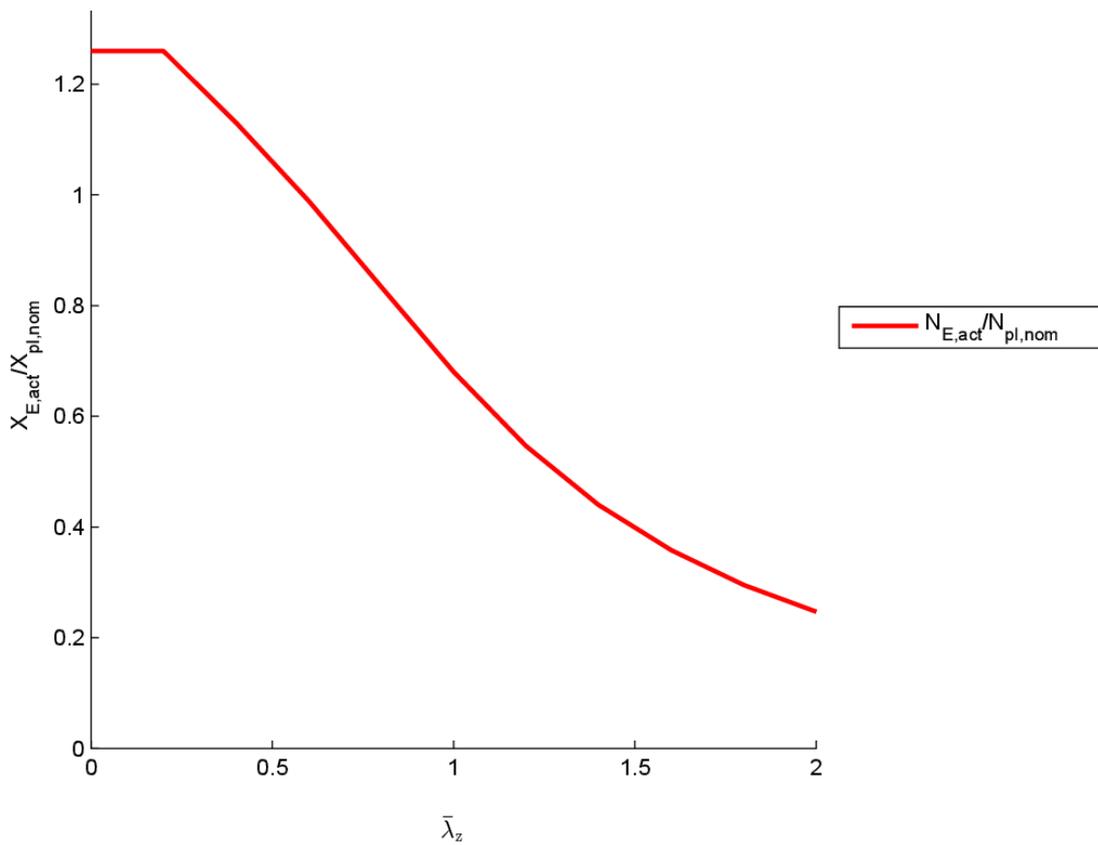


Bild 6.46 Widerstandsfunktion für Stabilitätsnachweis (Knicken um z)
 zufolge N ($M_y = M_z = 0$); HEA300; $\mu = 0,00$; $\nu = 0,50\pi$

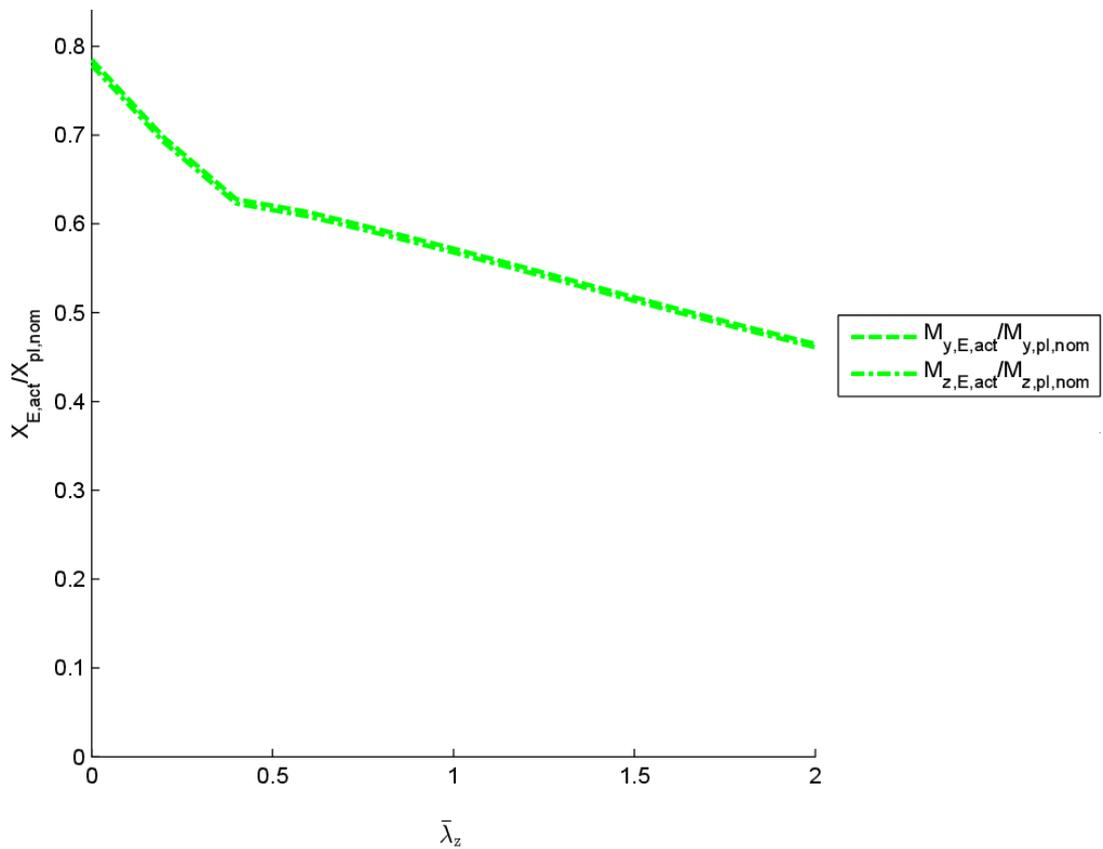


Bild 6.47 Widerstandsfunktion für Stabilitätsnachweis (BDK)
 zufolge M_y - M_z ($N = 0$); HEA300; $\mu = 0,25\pi$; $\nu = 0,00$

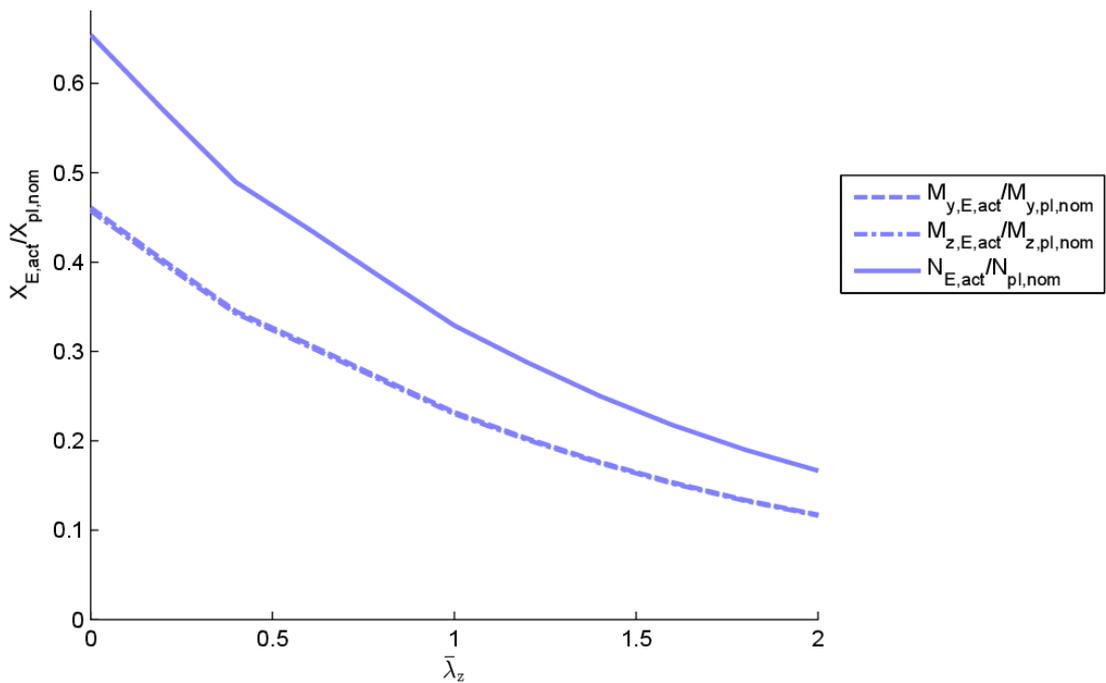


Bild 6.48 Widerstandsfunktion für Stabilitätsnachweis (BDK)
 zufolge N - M_y - M_z ; HEA300; $\mu = 0,25\pi$; $\nu = 0,25\pi$

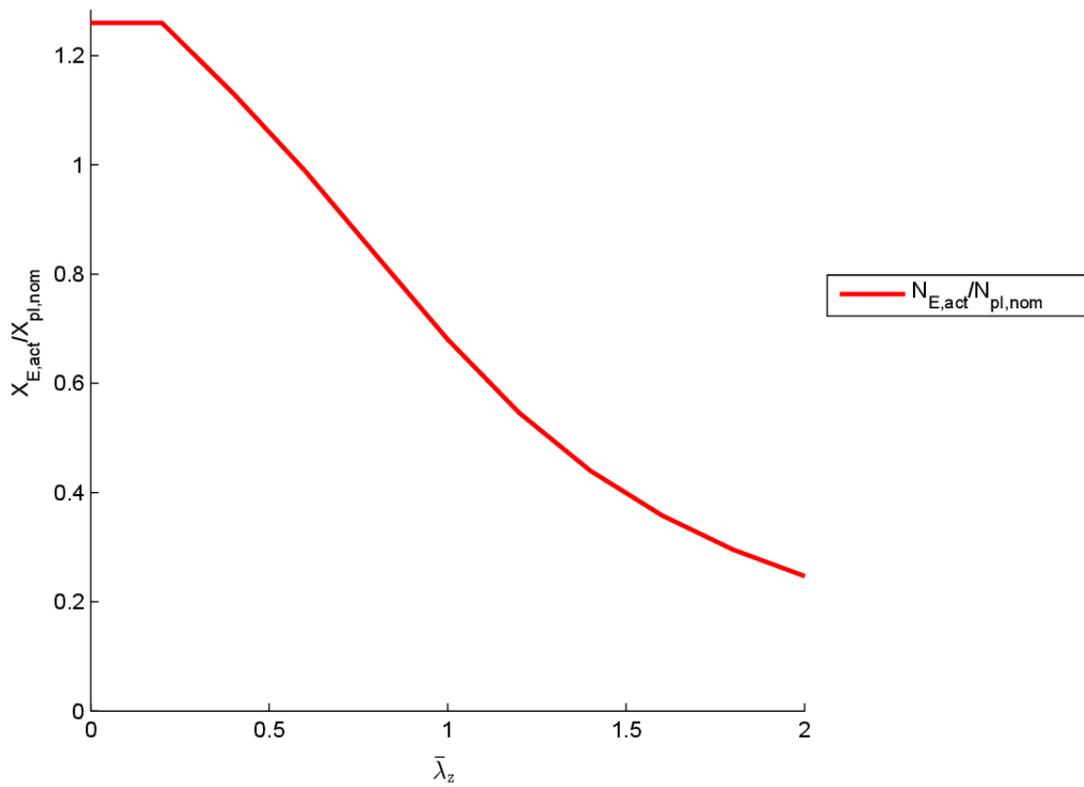


Bild 6.49 Widerstandsfunktion für Stabilitätsnachweis (Knicken um z)
 zufolge N ($M_y = M_z = 0$); HEA300; $\mu = 0,25\pi$; $\nu = 0,50\pi$

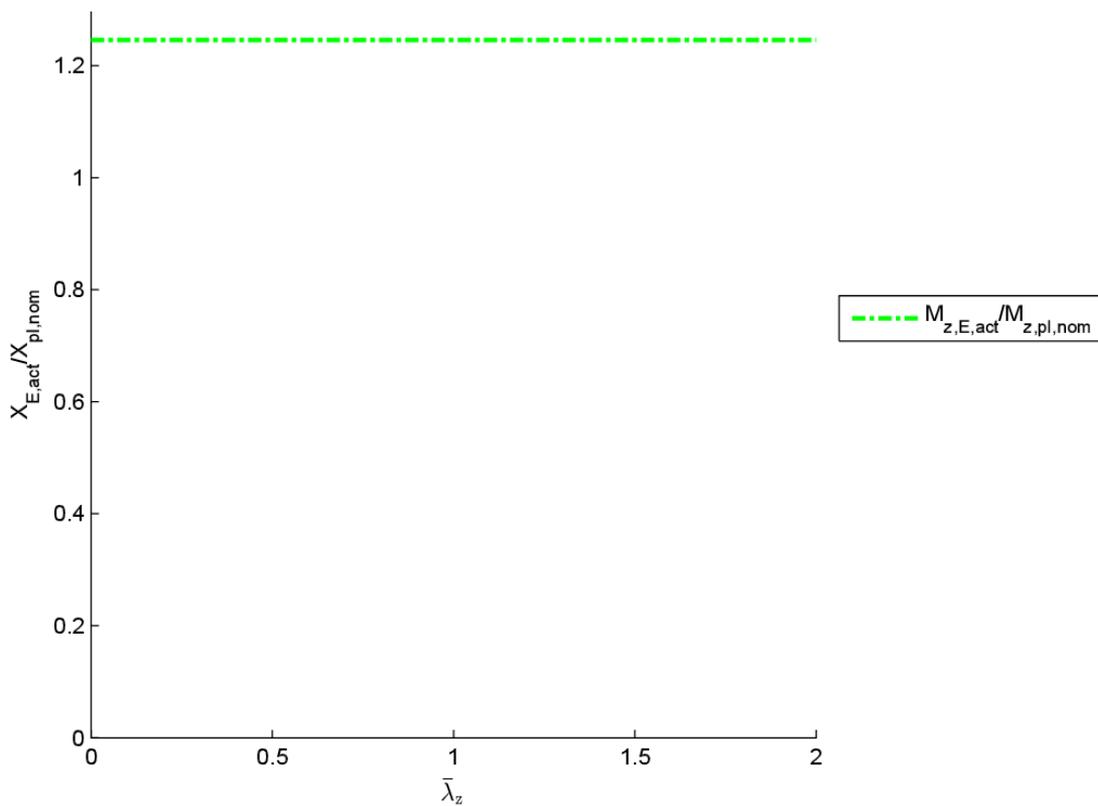


Bild 6.50 Widerstandsfunktion für Stabilitätsnachweis (Knicken um z)
 zufolge M_z ($N = M_y = 0$); HEA300; $\mu = 0,50\pi$; $\nu = 0,00$

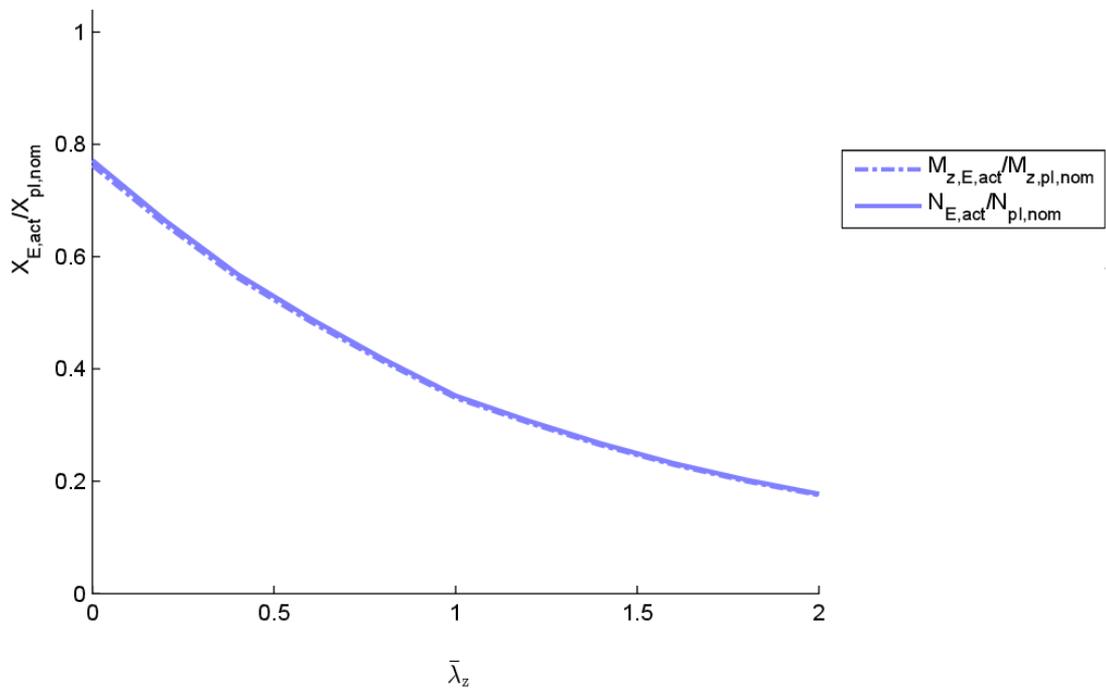


Bild 6.51 Widerstandsfunktion für Stabilitätsnachweis (Knicken um z)
 zufolge N - M_z ($M_y = 0$); HEA300; $\mu = 0,50\pi$; $\nu = 0,25\pi$

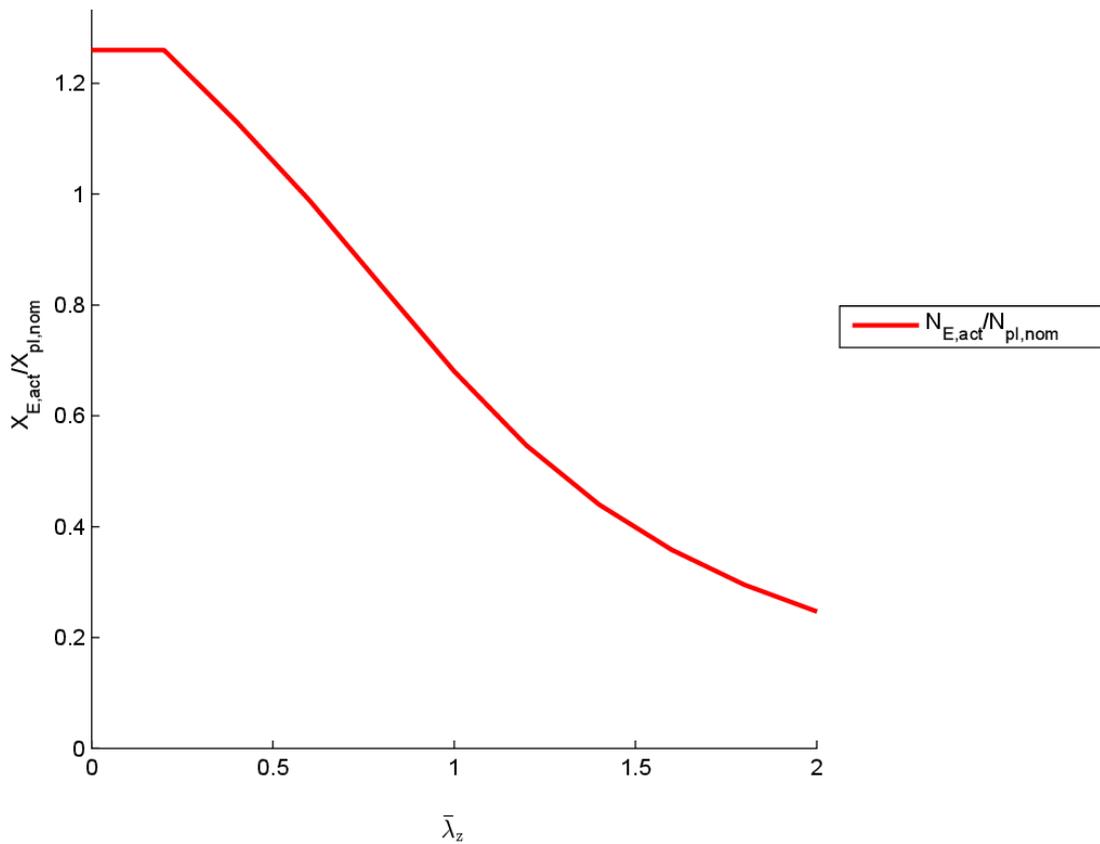


Bild 6.52 Widerstandsfunktion für Stabilitätsnachweis (Knicken um z)
 zufolge N ($M_y = M_z = 0$); HEA300; $\mu = 0,50\pi$; $\nu = 0,50\pi$

6.4.2 V_{rt} -Berechnung

Die V_{rt} -Berechnung erfolgt wie in Kapitel 6.1.3 nach den Formeln (2.17) und (2.18). Es werden ebenfalls die 2 Varianten für die Ableitung der Widerstandsfunktion g_{rt} nach den Basisvariablen X_i gezeigt, um die Auswirkung der Wahl der Eingangsgrößen zu zeigen.

Bei der Variante 1 werden zur Berechnung der einzelnen Terme $\frac{\partial g_{rt}}{\partial X_i}$ die nominellen Größen der Basisvariablen X_i eingesetzt und bei der Variante 2 die Mittelwerte der Basisvariablen X_i .

a) Variante 1 (nominelle Basisvariablen)

Die Berechnung der V_{rt} -Koeffizienten erfolgt bei der Variante 1 mit den nominellen Basisvariablen.

In **Bild 6.53** sind die zu **Bild 6.38** zugehörigen V_{rt} -Kurven abgebildet. Die V_{rt} -Kurven für die in **Bild 6.39** und **Bild 6.40** dargestellten Kurven der Widerstandsfunktion sind in **Bild 6.54** und **Bild 6.55** dargestellt. Die für den konkreten Fall $v = 0,25 \pi$ gezeichnete V_{rt} -Kurve ist in **Bild 6.56** abgebildet. In den folgenden Abbildungen ist der zugehörige nominelle Schlankheitsgrad $\bar{\lambda}_{z,nom}$ mit 1,0 fixiert.

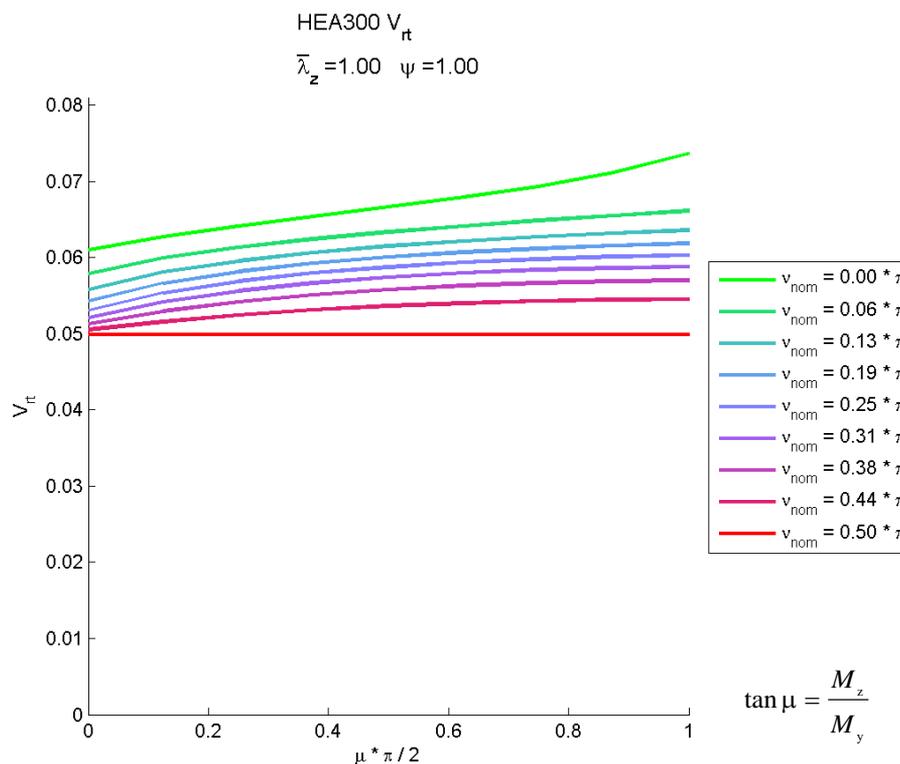


Bild 6.53 V_{rt} -Werte: Stabilitätsnachweis (Knicken um z bzw. BDK)
 zufolge N - M_y - M_z ; HEA300; $\bar{\lambda}_{z,nom} = 1,00$; Variante 1

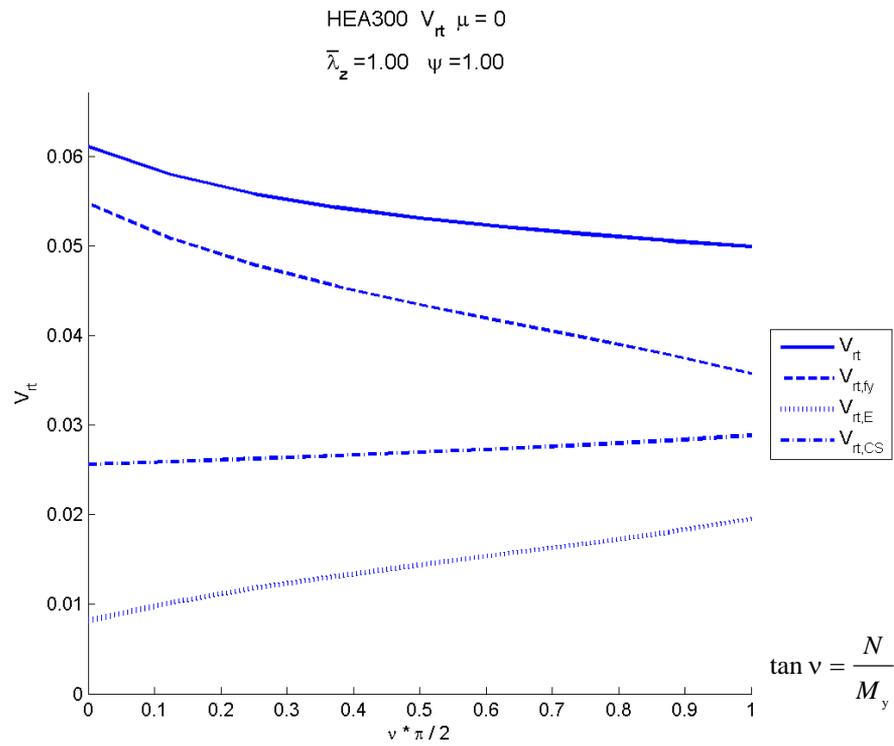


Bild 6.54 V_{rt} -Werte: Stabilitätsnachweis (BDK)
 zufolge N - M_y ($M_z = 0$); HEA300; $\bar{\lambda}_{z,nom} = 1,00$; Variante 1

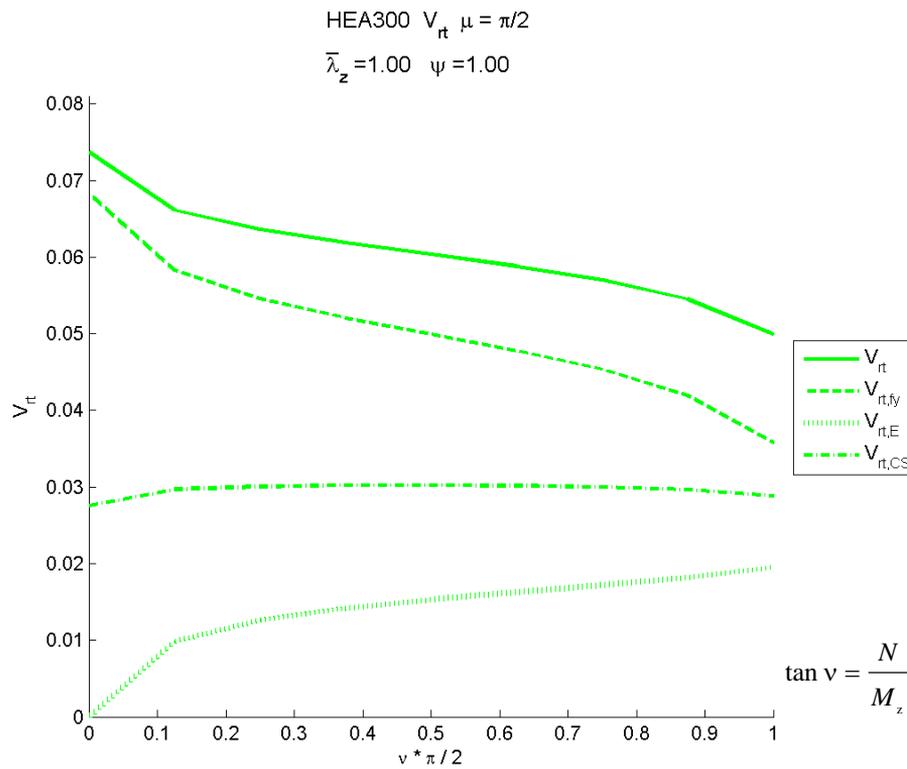


Bild 6.55 V_{rt} -Werte: Stabilitätsnachweis (Knicken um z)
 zufolge N - M_z ($M_y = 0$); HEA300; $\bar{\lambda}_{z,nom} = 1,00$; Variante 1

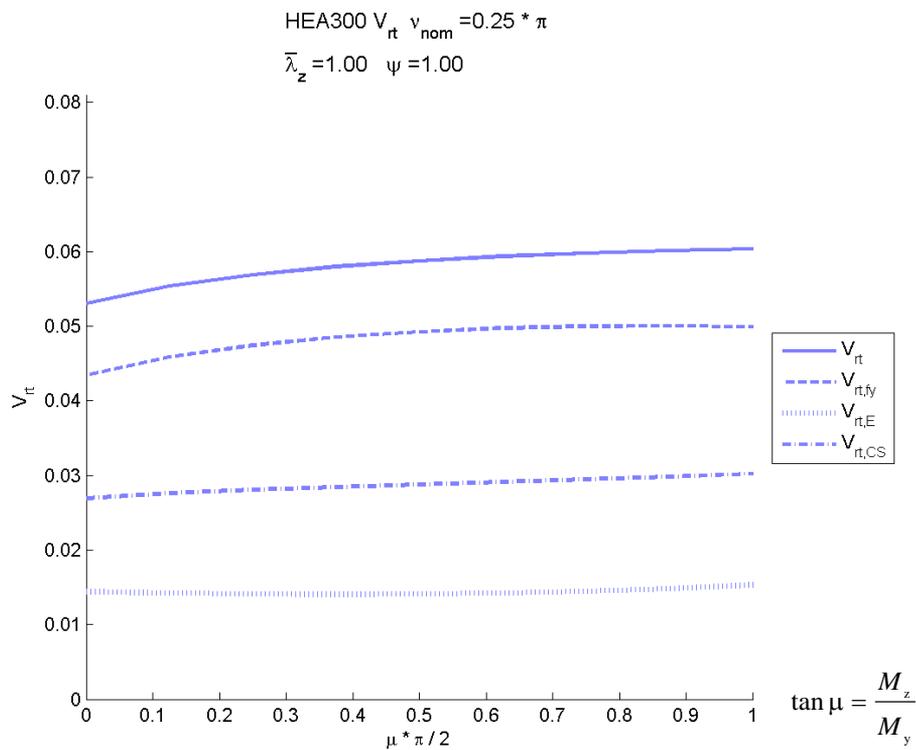


Bild 6.56 V_{rt} -Werte: Stabilitätsnachweis (BDK)

zufolge N - M_y - M_z ; HEA300; $\nu = 0,25\pi$; Variante 1

In den folgenden Abbildungen sind die V_{rt} -Kurven in Abhängigkeit vom nominellen Schlankheitsgrad $\bar{\lambda}_{z,nom}$ für die Variante 1 (nominelle Basisvariablen) dargestellt. Dabei ist das jeweilige Einwirkungsverhältnis N - M_y - M_z (Winkel ν und μ) fixiert.

Im **Bild 6.57** sind die Winkel ν und μ mit 0,0 gewählt. Dies entspricht der reinen Biegung um die y -Achse (M_y).

Im **Bild 6.58** ist der Winkel ν mit $\pi/2$ (90°) gewählt. Dies entspricht dem reinen Druckstab unter zentrischem Druck (N). Die V_{rt} -Kurven in **Bild 6.58** sind somit ident zu jenen in **Bild 6.25**.

Im **Bild 6.59** sind die Winkel ν und μ mit jeweils $\pi/4$ (45°) gewählt, um die V_{rt} -Kurven für einen allgemeinen Fall zu zeigen.

Anmerkung: Im Rahmen dieser Arbeit wurde eine Vielzahl dieser Diagramme erstellt. Eine Darstellung aller erstellten Grafiken würde den Umfang dieser Arbeit um ein vielfaches erhöhen, weshalb darauf verzichtet wurde. Bei der Auswahl der Grafiken wurde darauf geachtet, repräsentative und aussagekräftige Diagramme zu zeigen.

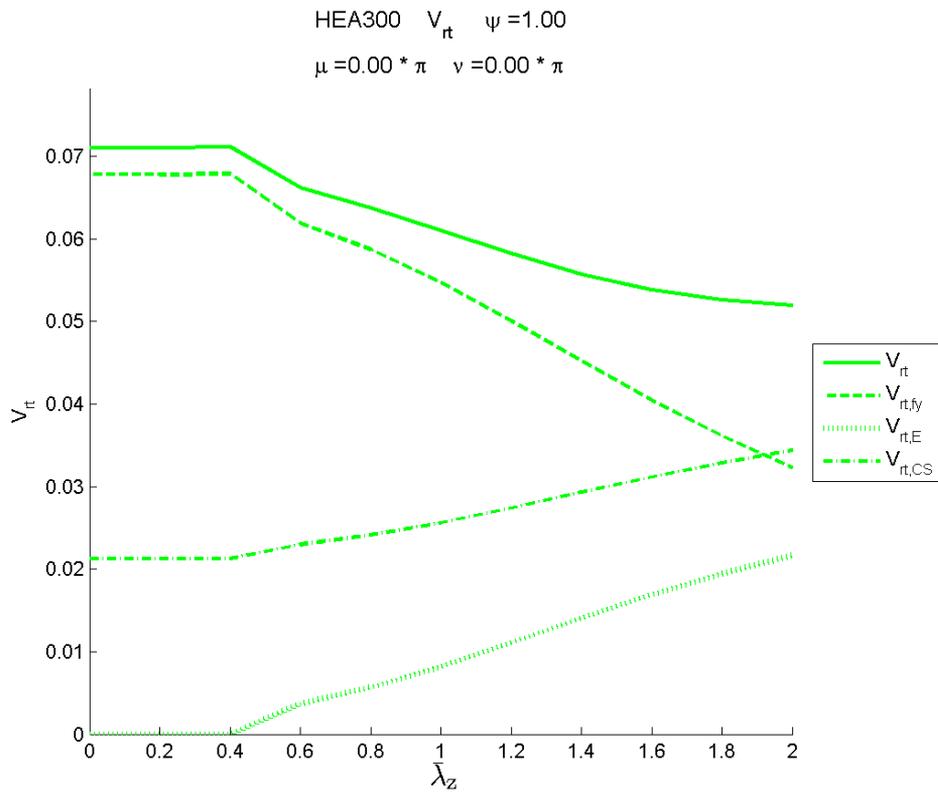


Bild 6.57 V_{rt} -Werte: Stabilitätsnachweis (BDK)
 zufolge M_y alleine; HEA300; $\mu = 0,00$; $\nu = 0,00$; Variante 1

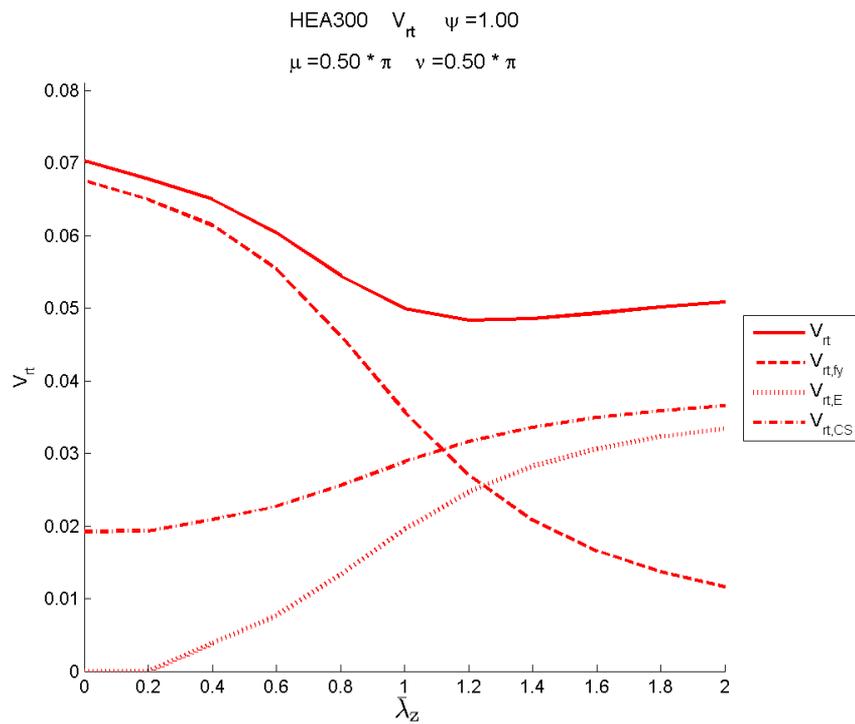


Bild 6.58 V_{rt} -Werte: Stabilitätsnachweis (Knicken um z)
 zufolge N alleine; HEA300; $\nu = 0,50\pi$; Variante 1

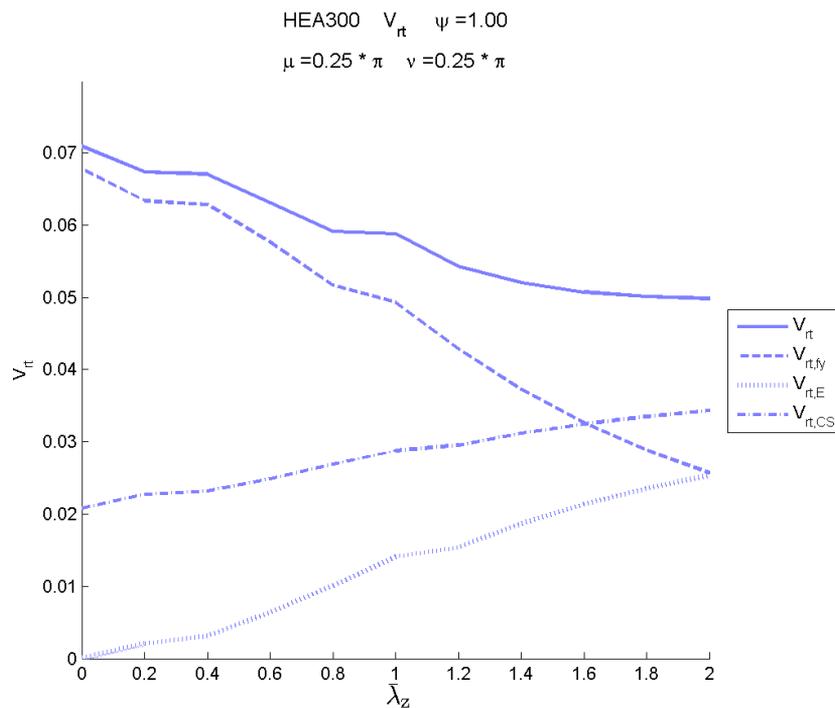


Bild 6.59 V_{rt} -Werte: Stabilitätsnachweis (BDK)
 zufolge N - M_y - M_z ; HEA300; $\mu = 0,25\pi$; $\nu = 0,25\pi$; Variante 1

b) Variante 2 (mit Mittelwerten der Basisvariablen)

Die Berechnung der V_{rt} -Koeffizienten erfolgt bei der Variante 2 mit den Mittelwerten der Basisvariablen.

In **Bild 6.60** sind die zu **Bild 6.38** zugehörigen V_{rt} -Kurven abgebildet. Die V_{rt} Kurven für die in **Bild 6.39** und **Bild 6.40** dargestellten Kurven der Widerstandsfunktion sind in **Bild 6.61** und **Bild 6.62** dargestellt. Die für den konkreten Fall $\nu = 0,25 \pi$ gezeichnete V_{rt} -Kurve ist in **Bild 6.63** abgebildet. In den folgenden Abbildungen ist der zugehörige nominelle Schlankheitsgrad $\bar{\lambda}_{z,nom}$ mit 1,0 fixiert.

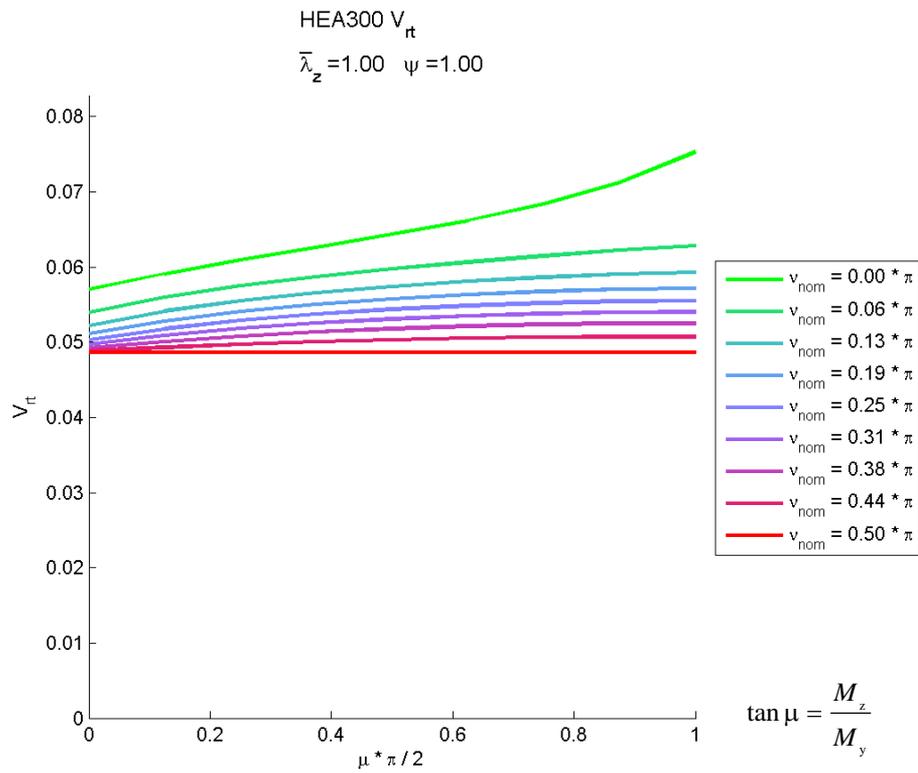


Bild 6.60 V_{rt}-Werte: Stabilitätsnachweis (Knicken um z bzw. BDK)
 zufolge N-M_y-M_z; HEA300; $\bar{\lambda}_{z,nom} = 1,00$; Variante 2

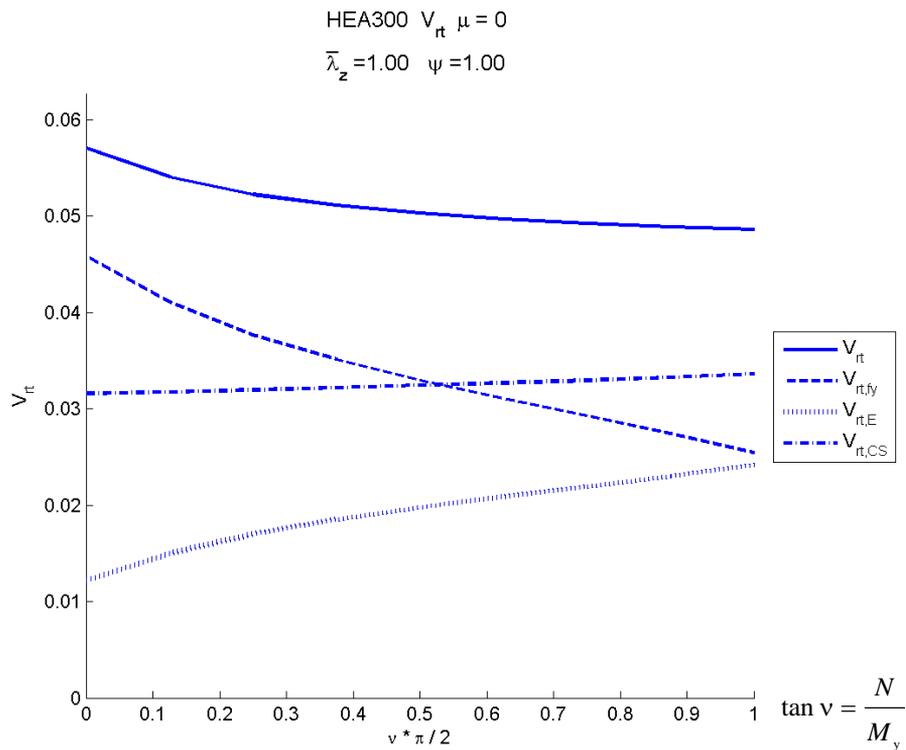


Bild 6.61 V_{rt}-Werte: Stabilitätsnachweis (BDK)
 zufolge N-M_y (M_z = 0); HEA300; $\bar{\lambda}_{z,nom} = 1,00$; Variante 2

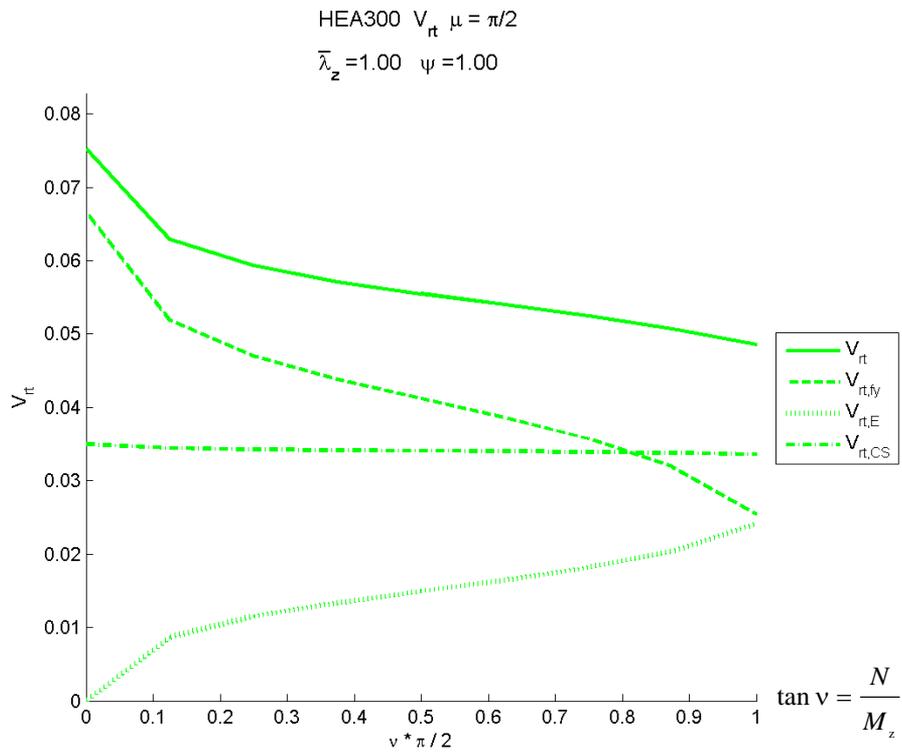


Bild 6.62 V_{rt} -Werte: Stabilitätsnachweis (Knicken um z)
 zufolge N - M_z ($M_y = 0$); HEA300; $\bar{\lambda}_{z,nom} = 1,00$; Variante 2

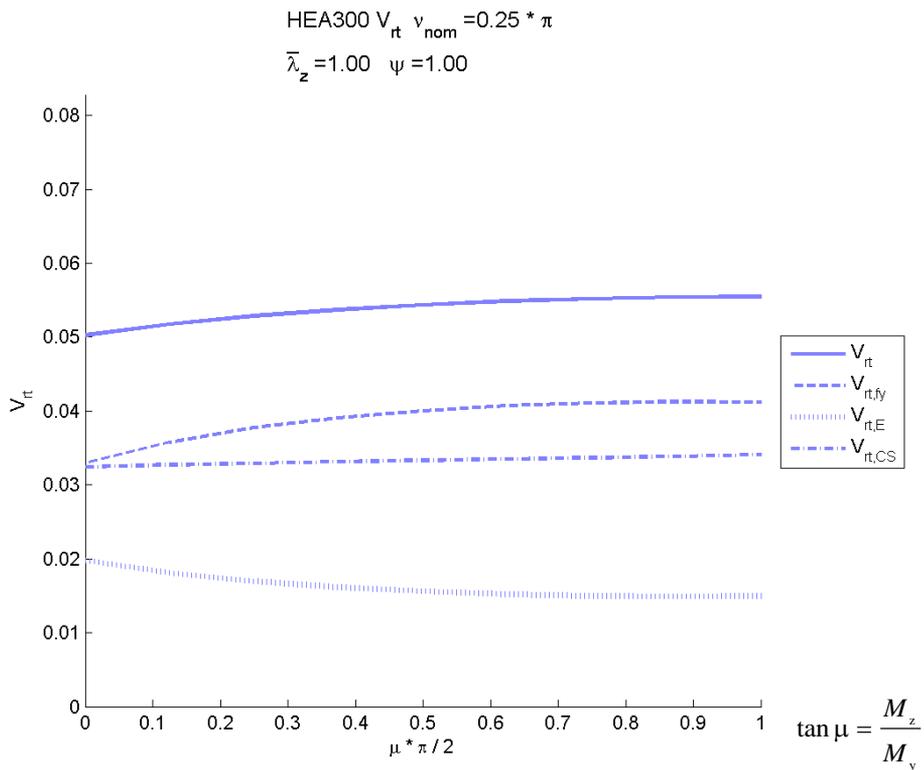


Bild 6.63 V_{rt} -Werte: Stabilitätsnachweis (BDK)
 zufolge N - M_y - M_z ; HEA300; $v = 0,25\pi$; Variante 2

In den folgenden Abbildungen sind die V_{rt} -Kurven in Abhängigkeit vom nominellen Schlankheitsgrad $\bar{\lambda}_{z,nom}$ für die Variante 2 (Mittelwerte der Basisvariablen) dargestellt. Dabei ist das jeweilige Einwirkungsverhältnis $N-M_y-M_z$ (Winkel ν und μ) fixiert.

Im **Bild 6.64** sind die Winkel ν und μ mit 0,0 gewählt. Dies entspricht der reinen Biegung um die y -Achse (M_y).

Im **Bild 6.65** ist der Winkel ν mit $\pi/2$ (90°) gewählt. Dies entspricht dem reinen Druckstab unter zentrischem Druck (N). Die V_{rt} Kurven in **Bild 6.65** sind somit ident zu jenen in **Bild 6.29**.

Im **Bild 6.66** sind die Winkel ν und μ mit jeweils mit $\pi/4$ (45°) gewählt, um die V_{rt} -Kurven für einen allgemeinen Fall zu zeigen.

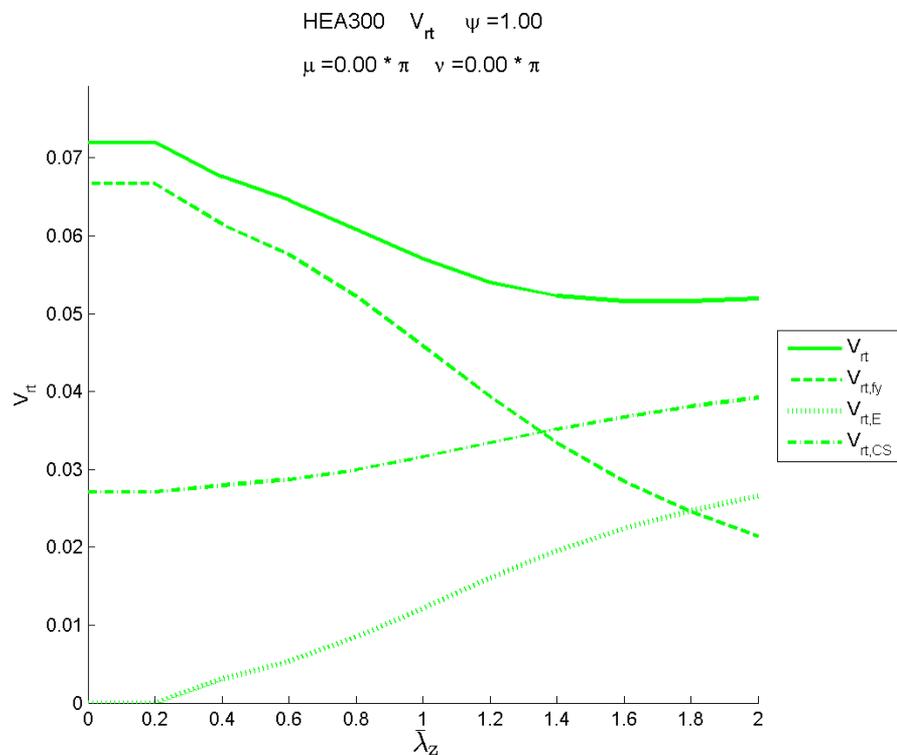


Bild 6.64 V_{rt} -Werte: Stabilitätsnachweis (BDK)
 zufolge M_y alleine; HEA300; $\mu = 0,00$; $\nu = 0,00$; Variante 2

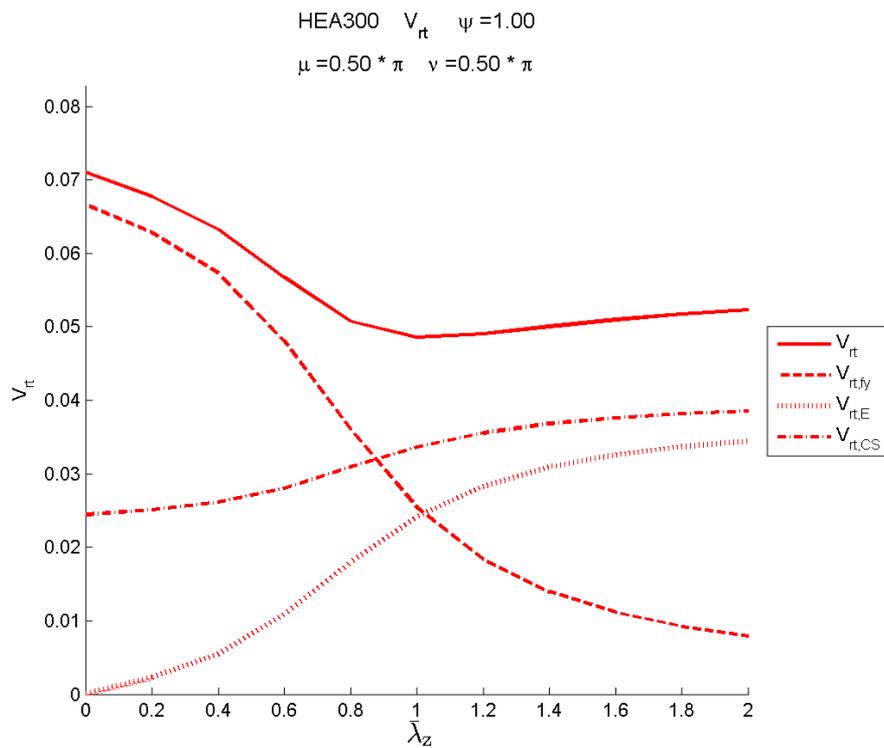


Bild 6.65 V_{rt} -Werte: Stabilitätsnachweis (Knicken um z)
 zufolge N alleine; HEA300; $\nu = 0,50\pi$; Variante 2

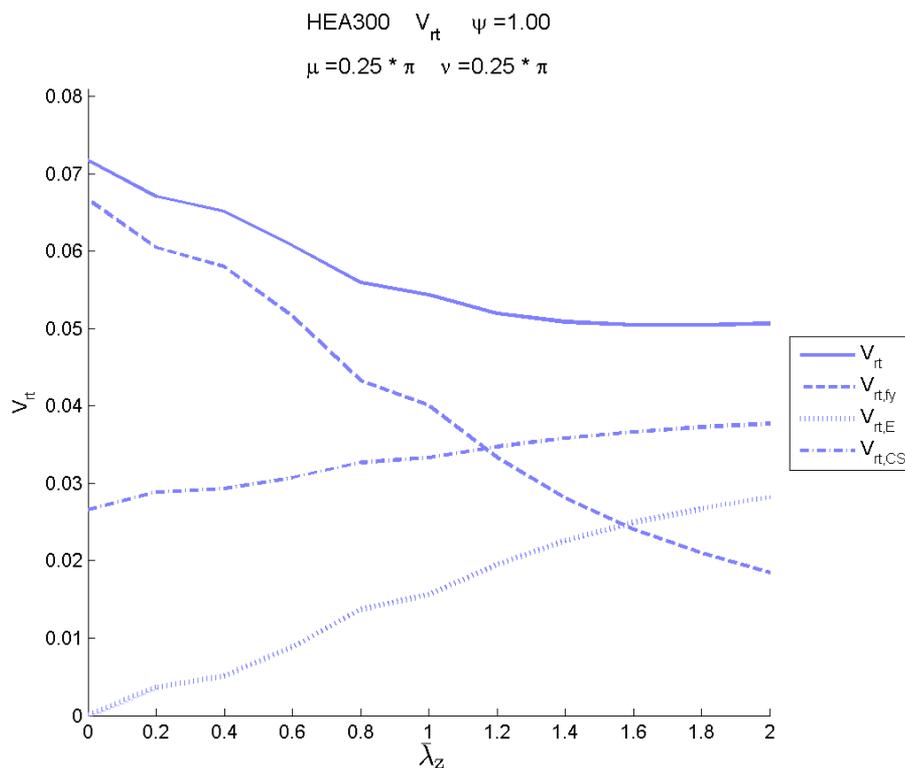


Bild 6.66 V_{rt} -Werte: Stabilitätsnachweis (BDK)
 zufolge N - M_y - M_z ; HEA300; $\mu = 0,25\pi$; $\nu = 0,25\pi$; Variante 2

c) Variantenvergleich – Variante 1 gegenüber Variante 2

In den folgenden Abbildungen (**Bild 6.67** bis **Bild 6.73**) sind die V_{rt} -Koeffizienten aus Variante 2 (gerechnet mit Mittelwerten der Basisvariablen) geteilt durch Variante 1 (gerechnet mit nominellen Werten der Basisvariablen) für den Knickstab auf Biegung und Druck abgebildet. Die Versagensform dabei ist Knicken um die z -Achse bzw. Biegedrillknicken (BDK).

Wie auch bereits bei den anderen Nachweisen erkennbar, zeigt der V_{rt} -Koeffizientenvergleich nur geringe Unterschiede der beiden Varianten. Betrachtet man jedoch die V_{rt} -Koeffizienten der einzelnen Variablen (bzw. Variablengruppen) so sind teilweise extreme Abweichungen festzustellen.

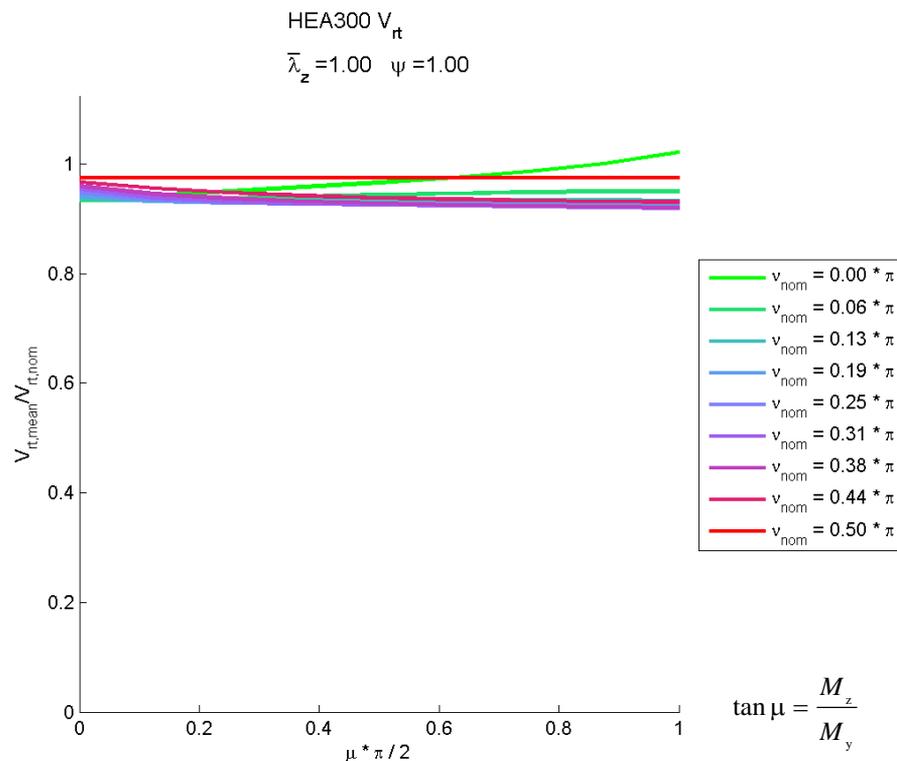


Bild 6.67 V_{rt} -Werte Variantenvergleich: Stabilitätsnachweis (Knicken um z bzw. BDK) zufolge N - M_y - M_z ; HEA300; $\bar{\lambda}_{z,nom} = 1,00$

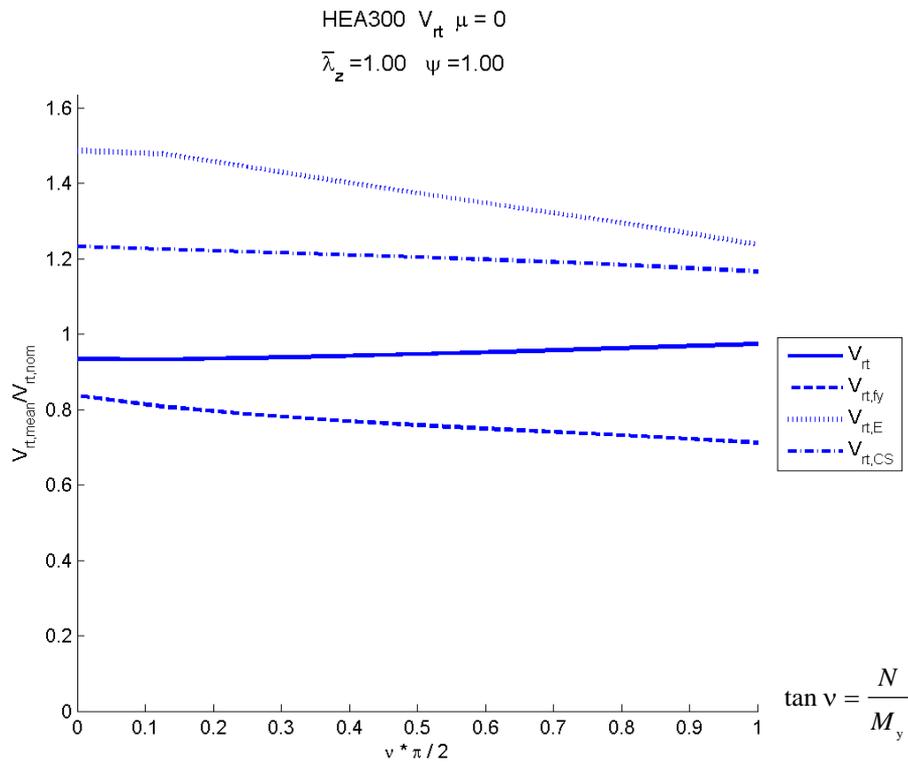


Bild 6.68 V_{rt} -Werte Variantenvergleich: Stabilitätsnachweis
 (BDK) zufolge N - M_y ($M_z = 0$); HEA300; $\bar{\lambda}_{z,nom} = 1,00$

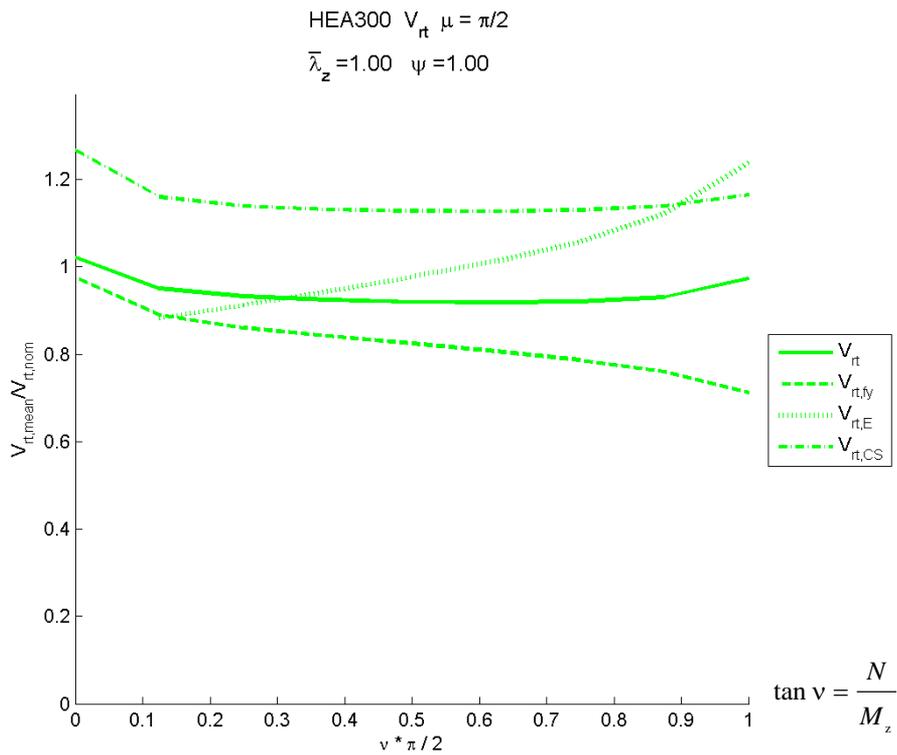


Bild 6.69 V_{rt} -Werte Variantenvergleich: Stabilitätsnachweis
 (Knicken um z) zufolge N - M_z ($M_y = 0$); HEA300; $\bar{\lambda}_{z,nom} = 1,00$

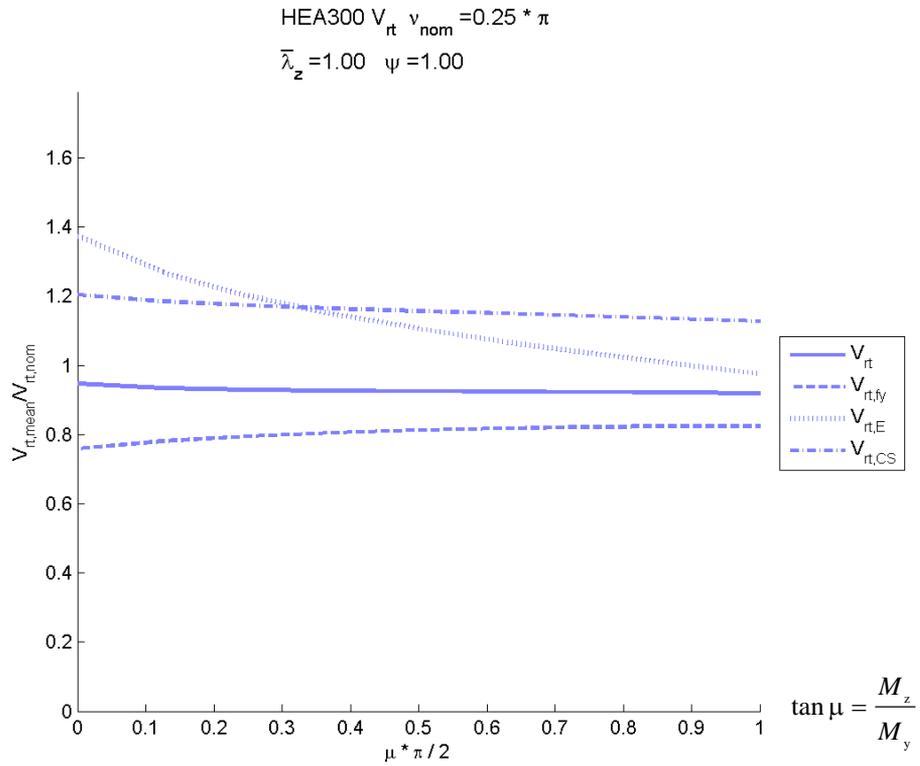


Bild 6.70 V_{rt} -Werte Variantenvergleich: Stabilitätsnachweis
 (BDK) zufolge N - M_y - M_z ; HEA300; $v = 0,25 \pi$

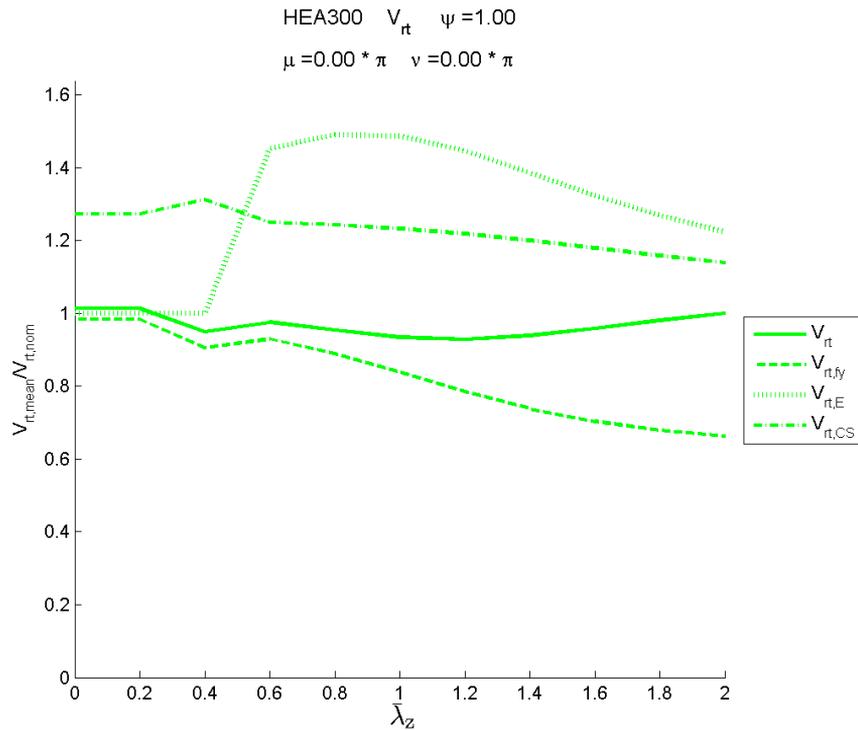


Bild 6.71 V_{rt} -Werte Variantenvergleich: Stabilitätsnachweis
 (BDK) zufolge M_y alleine; HEA300; $\mu = 0,00$; $v = 0,00$

6.4 Biegung und Druck (Stabilitätsnachweis)

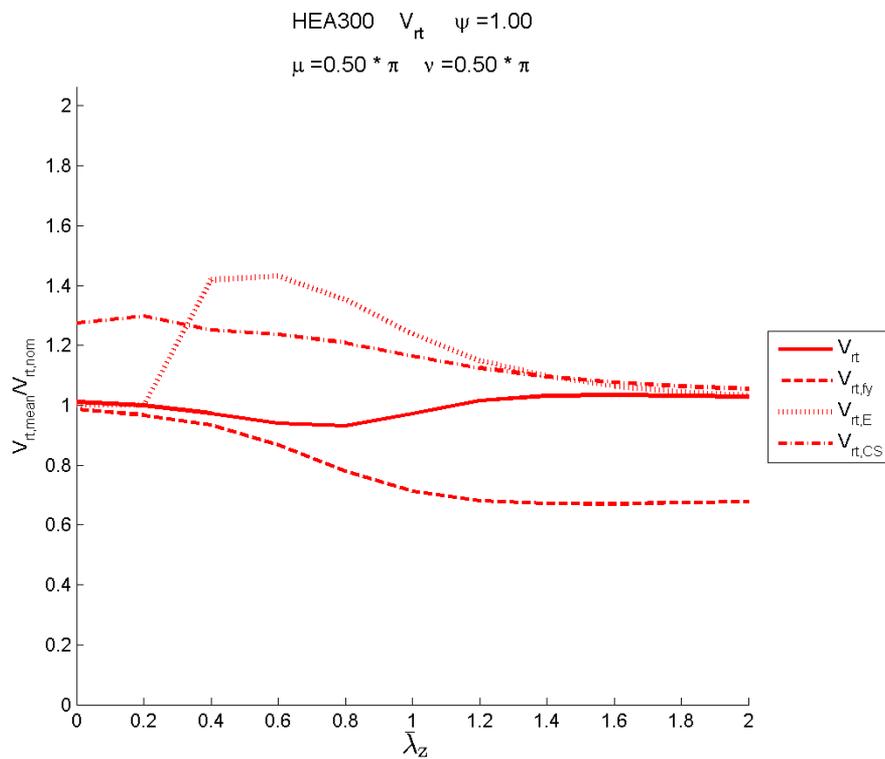


Bild 6.72 V_{rt} -Werte Variantenvergleich: Stabilitätsnachweis
 (Knicken um z) zufolge N alleine; HEA300; $\nu = 0,50\pi$

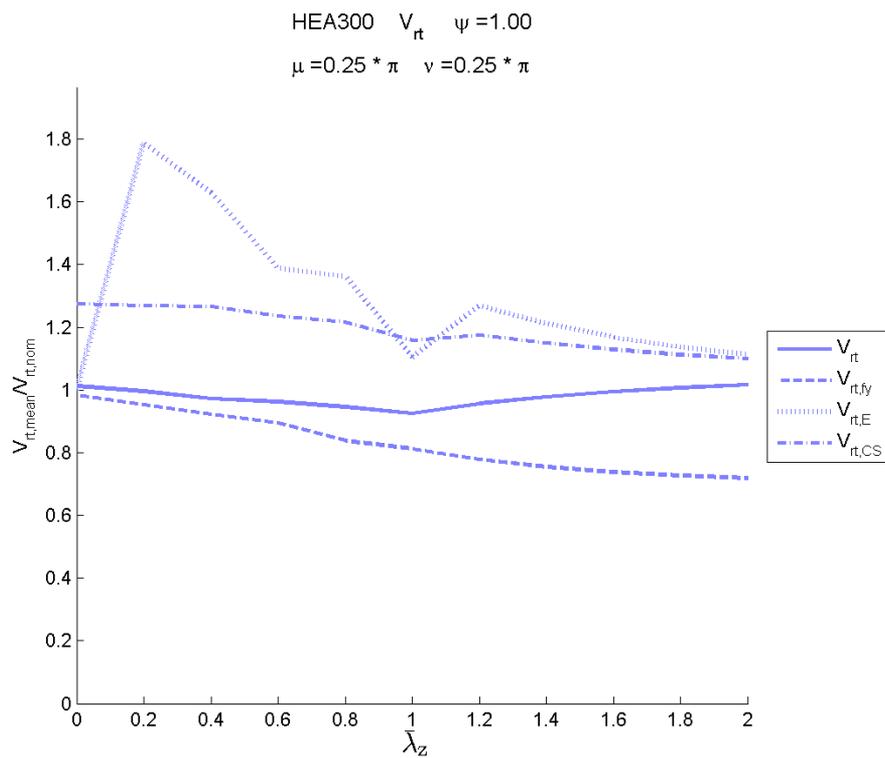


Bild 6.73 V_{rt} -Werte Variantenvergleich: Stabilitätsnachweis
 (BDK) zufolge $N-M_y-M_z$; HEA300; $\mu = 0,25\pi$; $\nu = 0,25\pi$

7 Einfluss der Basisvariablen: direkte Bestimmung mittels MC-Simulation

Die direkte Bestimmung von r_d mittels Monte Carlo Berechnung erfolgt nach der in Kap. 2.2.1 beschriebenen Vorgehensweise. In diesem Kapitel wird nur die Berechnung der theoretischen Widerstandswerte gebracht, der Einfluss der Modellgenauigkeit ist hier nicht gezeigt. Die gesamte direkte Bestimmung von r_d , sowie des Teilsicherheitsbeiwertes γ_M^* ist am Beispiel des Biegeknickstabes unter zentrischer Normalkraft in Kap. 10 gezeigt.

Die Programmabläufe der Monte Carlo Simulationsprogramme werden anhand von Ablaufdiagrammen im Anhang A-1 erklärt.

Die Berechnung der theoretischen Widerstandsgrößen $r_{t,d}$ erfolgt für verschiedene Widerstandsfunktionen aus dem EC3. Bei den betrachteten Formeln handelt es sich sowohl um Querschnittsnachweise als auch um Stabilitätsnachweise. Folgende Widerstandsfunktionen werden nachfolgend betrachtet:

- Beanspruchung aus Biegung, Normalkraft und Querkraft - Querschnittsnachweis
- Biegeknicken – Stabilitätsnachweis

a) Aufbau der Grafiken

Der Bemessungswert der theoretischen Widerstandsfunktion wird durch einfaches Abzählen des „ $\frac{1}{845}$ Fraktilwertes“ (in diesen Beispielen der 100-niedrigste theoretische Widerstandswert) bestimmt. Dieser ist in den folgenden Abbildungen der Widerstandsfunktion durch ein grünes x gekennzeichnet. Um die Streuung der Widerstandswerte grafisch darzustellen, ist ein Fehlerbalkendiagramm mit Mittelwert, sowie der 2-fachen und 3,04 fachen Standardabweichung dargestellt. Informativ ist noch der jeweils maximale sowie minimale Widerstandswert durch einen Punkt abgebildet. Zum Vergleich sind die Widerstandsfunktionen aus den Mittelwerten sowie den nominellen Werten der Basisvariablen durch eine rote bzw. blaue Kurve dargestellt.

Anmerkung: Der Mittelwert abzüglich der 3,04-fachen Standardabweichung entspricht dem Fraktilenfaktor $k_{d,\infty}$. Bei exakter Normalverteilung der theoretischen Widerstandswerte und unendlich vieler Realisationen würde dieser Wert genau mit dem Bemessungspunkt überein-

stimmen. In den folgenden Abbildungen ist eine sehr genaue Übereinstimmung dieser Werte zu erkennen.

Die Verhältniskurven aus den nominellen, theoretischen Widerstandswerten und den theoretischen Widerstandswerten aus der MC Berechnung sind ebenfalls grafisch dargestellt. Diese Verhältniswerte würden dem jeweiligen erforderlichen Teilsicherheitsbeiwert γ_M entsprechen, jedoch ist sind hier die Modellgenauigkeiten noch nicht mitberücksichtigt.

7.1 Beanspruchung aus Biegung, Normalkraft und Querkraft - Querschnittsnachweis

Die direkte Bestimmung der theoretischen Widerstandsgrößen ist am Beispiel des HEA300 Querschnittes für den Querschnittsnachweis auf Biegung, Druck und Querkraft gezeigt.

Die Wahl der Widerstandsfunktion g_{rt} erfolgt in gleicher Weise wie bei der indirekten Bestimmung der Widerstandsgrößen, weshalb hier auf dieses Kapitel verwiesen wird (siehe Kap. 6.1.1). Als Widerstandsfunktion ist somit wiederum der Laststeigerungsfaktor Λ definiert bei dem der maßgebende Nachweis einen Ausnutzungsgrad $AG = 1,0$ erreicht.

Die Festlegung der Einwirkungsinteraktion aus N , M_y und M_z kann ebenfalls in gleicher Weise erfolgen wie bei der indirekten Bestimmung der Widerstandsgrößen (Kap. 6.1).

Bei der direkten Bestimmung der Widerstandsgrößen mittels MC-Berechnung werden ebenfalls die beiden folgenden Varianten der Einwirkungsfestlegung gewählt und die Resultate miteinander verglichen:

- Variante I: proportionale Steigerung aller Schnittkräfte;
Vorgabe von zwei Winkeln (μ , ν)

Bei der Variante I ist der Laststeigerungsfaktor Λ wie folgt definiert:

$$N_E = \Lambda \cdot \sin \nu \cdot N_{pl,nom} \quad (6.5)$$

$$M_{y,E} = \Lambda \cdot \cos \nu \cdot \cos \mu \cdot M_{y,pl,nom} \quad (6.6)$$

$$M_{z,E} = \Lambda \cdot \cos \nu \cdot \sin \mu \cdot M_{z,pl,nom} \quad (6.7)$$

- Variante II: proportionale Steigerung von M alleine; Vorgabe von Winkel μ und Fixwert N (definiert durch n)

Bei der Variante II ist der Laststeigerungsfaktor Λ wie folgt definiert:

$$N_E = n \cdot N_{\text{pl,nom}} \quad (6.8)$$

$$M_{y,E} = \Lambda \cdot \cos \mu \cdot M_{y,\text{pl,nom}} \quad (6.9)$$

$$M_{z,E} = \Lambda \cdot \sin \mu \cdot M_{z,\text{pl,nom}} \quad (6.10)$$

Die Definition der Winkel μ , ν sowie des Fixwertes n ist dem Kapitel 6.1.2 zu entnehmen.

Die jeweiligen plastischen nominellen Querschnittswiderstände sind für das gewählte HEA300 Profil:

$$N_{\text{pl,nom}} = 2644,4 \text{ [kN]}$$

$$M_{y,\text{pl,nom}} = 325,96 \text{ [kNm]}$$

$$M_{z,\text{pl,nom}} = 150,67 \text{ [kNm]}$$

a) Variante I: proportionale Steigerung aller Schnittkräfte (Vorgabe von zwei Winkeln: μ , ν)

Der Winkel μ (Anteil zwischen M_y und M_z) wird als Fixwert gewählt und der Winkel ν (Anteil zwischen M und N) wird an 9 Stellen ausgewertet ($0, \pi/16, \pi/8, 3\pi/16, \pi/4, 5\pi/16, 3\pi/8, 7\pi/16, \pi/2$). Für jede dieser Einwirkungssituationen wurden jeweils 84 500 zufällige Systeme (mit zufällig „gewürfelten“ Basisvariablen) erstellt und damit der jeweilige Systemwiderstand ermittelt. Die Berechnung wird für die 3 Winkel μ ($0, \pi/4, \pi/2$) durchgeführt und hier gezeigt.

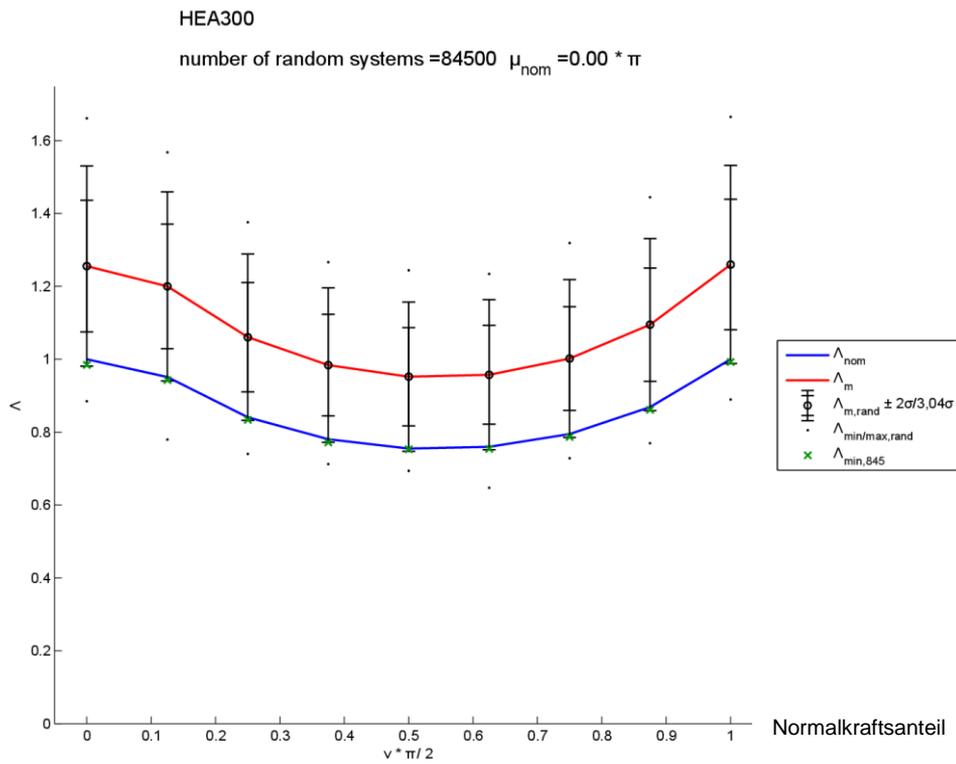


Bild 7.1 Theor. Widerstandsfunktion des QS-NW
zufolge $N-M_y$ ($\mu = 0$); HEA300; Variante I

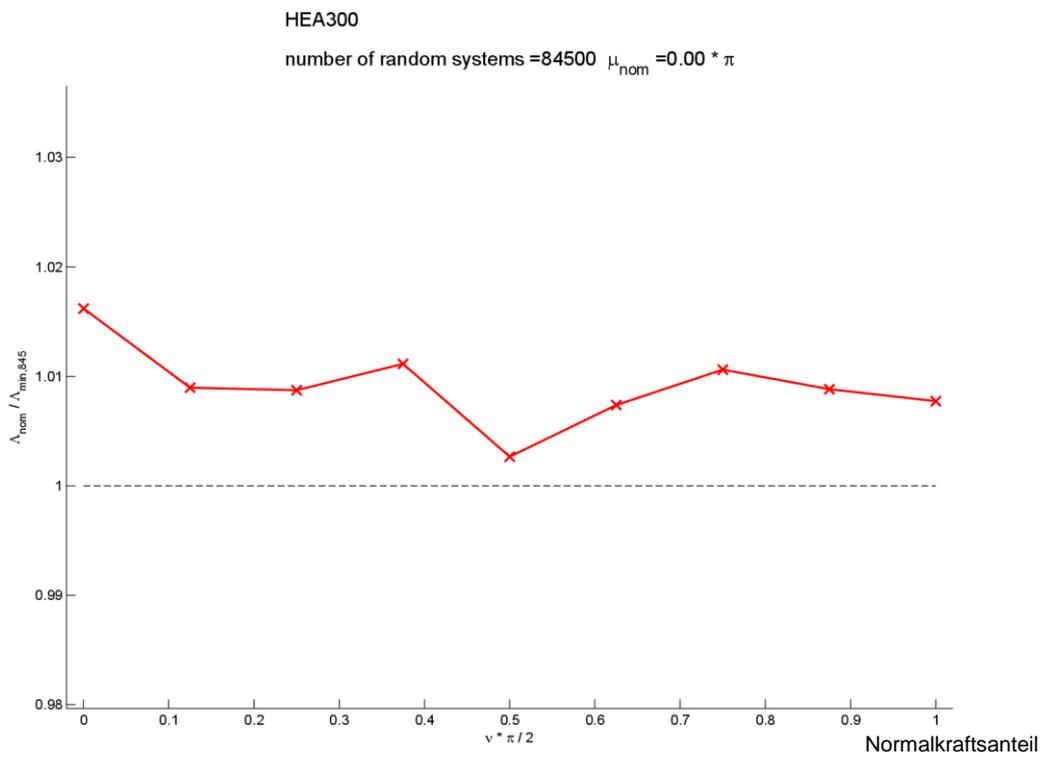


Bild 7.2 $N_{b,R,nom}/N_{b,R,min,845}$; QS-NW
zufolge $N-M_y$ ($\mu = 0$); HEA300; Variante I

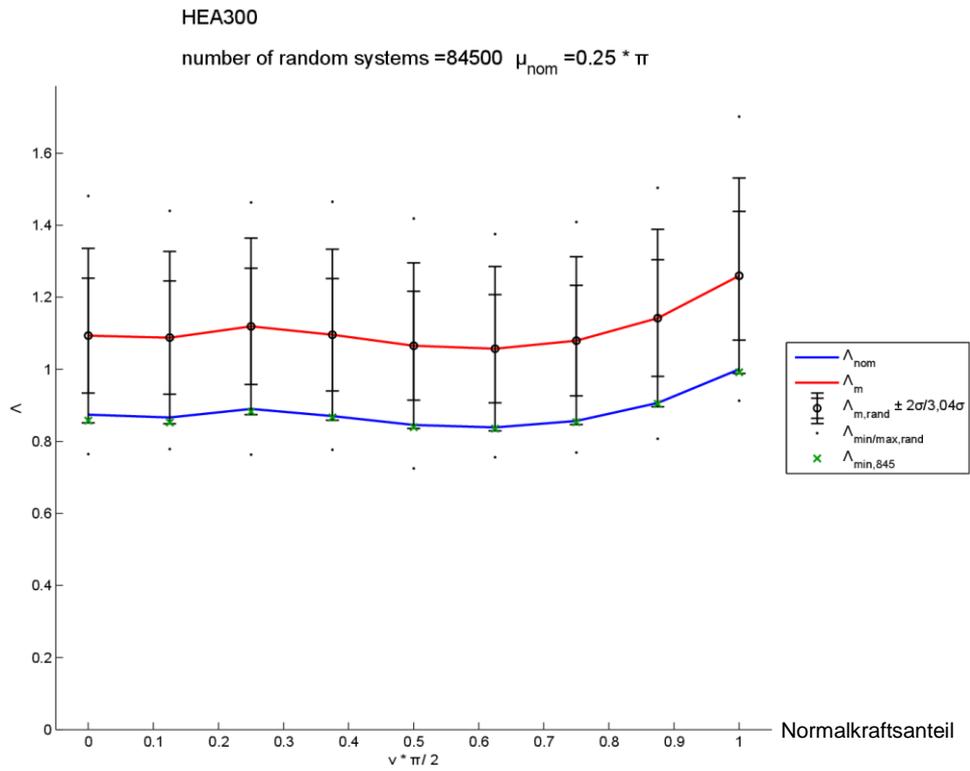


Bild 7.3 Theor. Widerstandsfunktion des QS-NW
zufolge $N-M_y-M_z$ ($\mu = \pi/4$); HEA300; Variante I

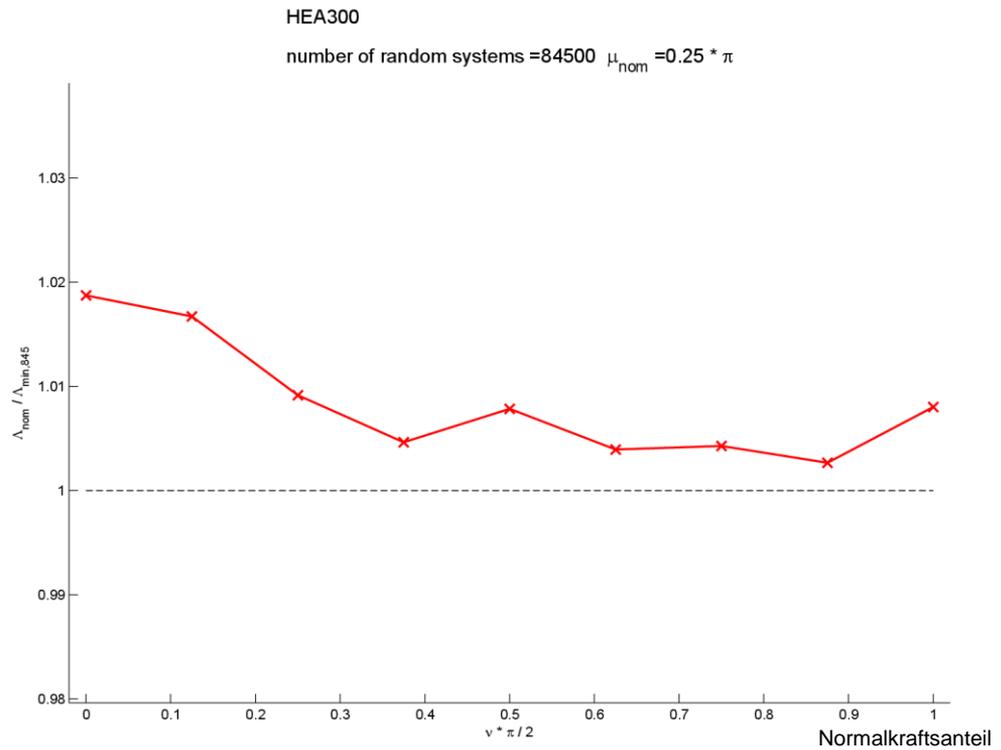


Bild 7.4 $N_{b,R,nom} / N_{b,R,min,845}$; QS-NW
zufolge $N-M_y-M_z$ ($\mu = \pi/4$); HEA300; Variante I

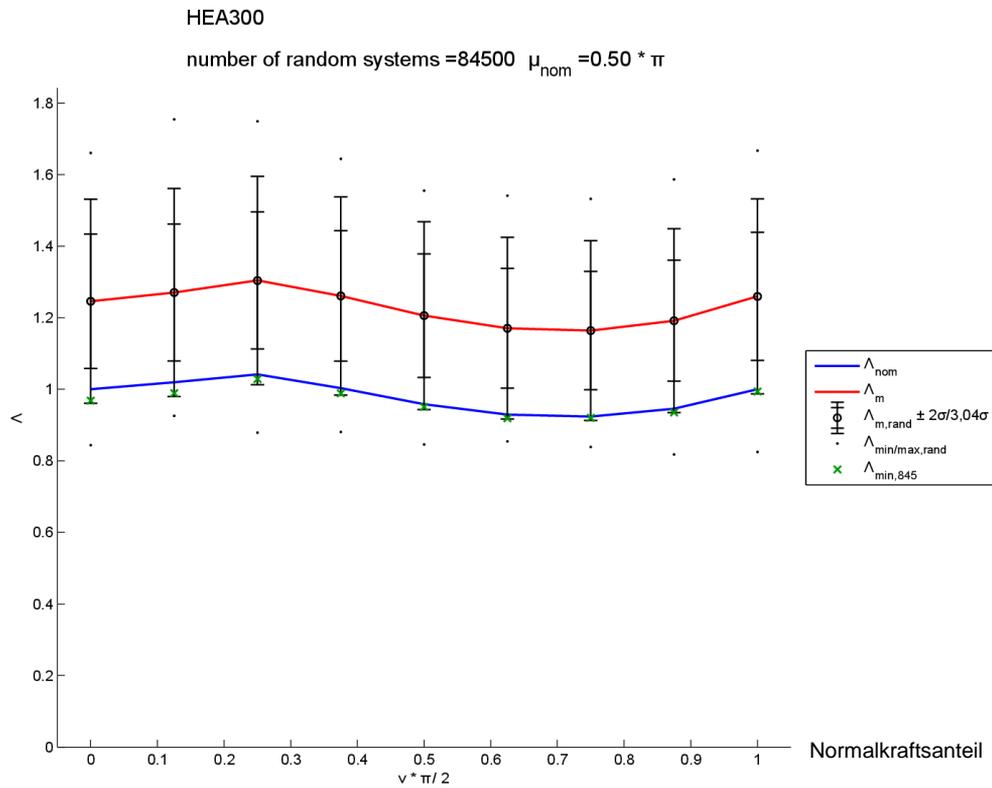


Bild 7.5 Theor. Widerstandsfunktion des QS-NW
zufolge $N-M_z$ ($\mu = \pi/2$); HEA300; Variante I

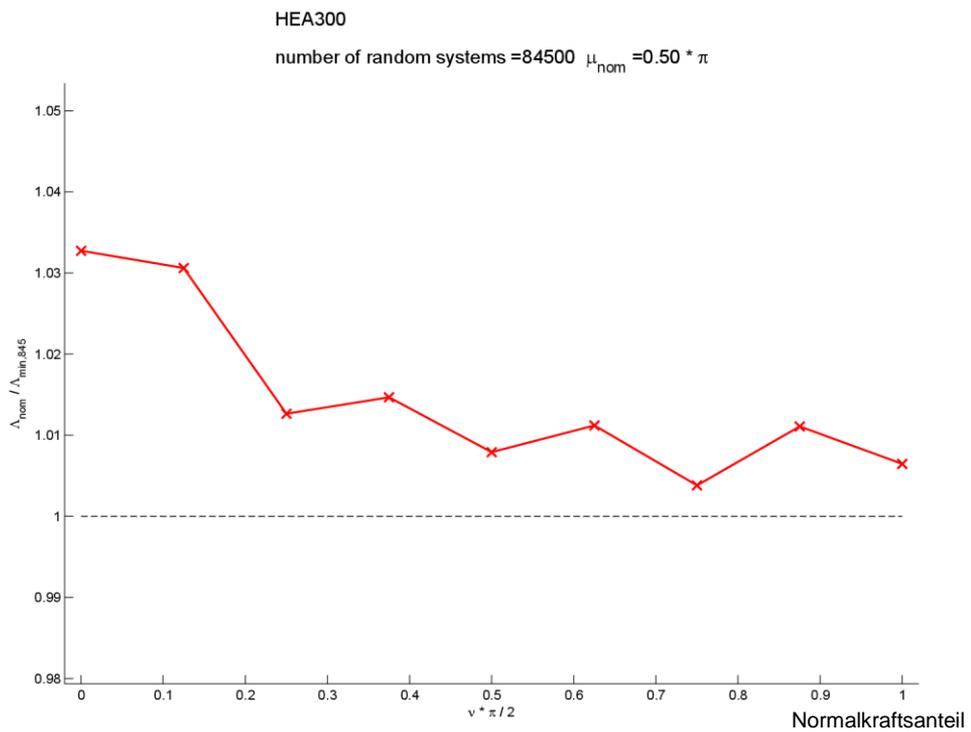


Bild 7.6 $N_{b,R,nom}/N_{b,R,min,845}$; QS-NW
zufolge $N-M_z$ ($\mu = \pi/2$); HEA300; Variante I

Anmerkung: In **Bild 7.2**, **Bild 7.4** und **Bild 7.6** ist zu sehen, dass die Verhältniskurve sehr „unruhig“ verläuft. Grund dafür ist, dass die Versuchsanzahl von 84 500 Versuchen eigentlich noch zu gering gewählt ist, besser wäre eine Versuchsanzahl von 845 000 Versuchen. Dies würde jedoch einen vielfach höheren Rechenaufwand bedeuten. (Siehe Kap. 2.2.6)

b) Variante II: proportionale Steigerung von M alleine (Winkel μ und Fixwert n_{nom})

Der Winkel μ (Anteil zwischen M_y und M_z) wird als Fixwert gewählt und der Fixwert n_{nom} , der die Höhe der Normalkraft N festlegt, wird an 11 Stellen ausgewertet (0, 0,1, 0,2, 0,3 ... 1,0). Für jede dieser Einwirkungssituationen wurden jeweils 84 500 zufällige Systeme (mit zufällig gewürfelten Basisvariablen) erstellt und damit der jeweilige Systemwiderstand ermittelt. Die Berechnung wird für die 3 Winkel μ (0, $\pi/4$, $\pi/2$) durchgeführt und hier gezeigt.

Anmerkung 1: $n_{\text{nom}} = 1$ bedeutet, dass die nominelle Querschnittstragfähigkeit zur Gänze für die zentrische Druckkraft benötigt wird, und somit kein Biegemoment mehr vom Querschnitt aufgenommen werden kann. Einzelne Realisationen des Querschnittes aus der Monte Carlo-Simulation weisen eine geringere Querschnittstragfähigkeit auf als die nominelle Querschnittstragfähigkeit. Dies bedeutet, dass der Querschnitt nicht in der Lage ist die Druckkraft aufzunehmen, die $n_{\text{nom}} = 1$ entspricht. Deshalb ist der Fall $n_{\text{nom}} = 1$ nicht mehr in der Monte Carlo-Simulation gerechnet und fehlt in den Grafiken.

Anmerkung 2: In den Diagrammen in **Bild 7.8**, **Bild 7.10** und **Bild 7.12** ist Λ_{nom} bezogen auf $\Lambda_{\text{min},845}$ dargestellt. Da der Laststeigerungsfaktor der theoretischen Querschnittstragfähigkeit $\Lambda_{\text{min},845}$ für $n_{\text{nom}} \rightarrow 1$ schneller gegen 0 konvergiert als Λ_{nom} steigen die Kurven mit $n_{\text{nom}} \rightarrow 1$ exponentiell an.

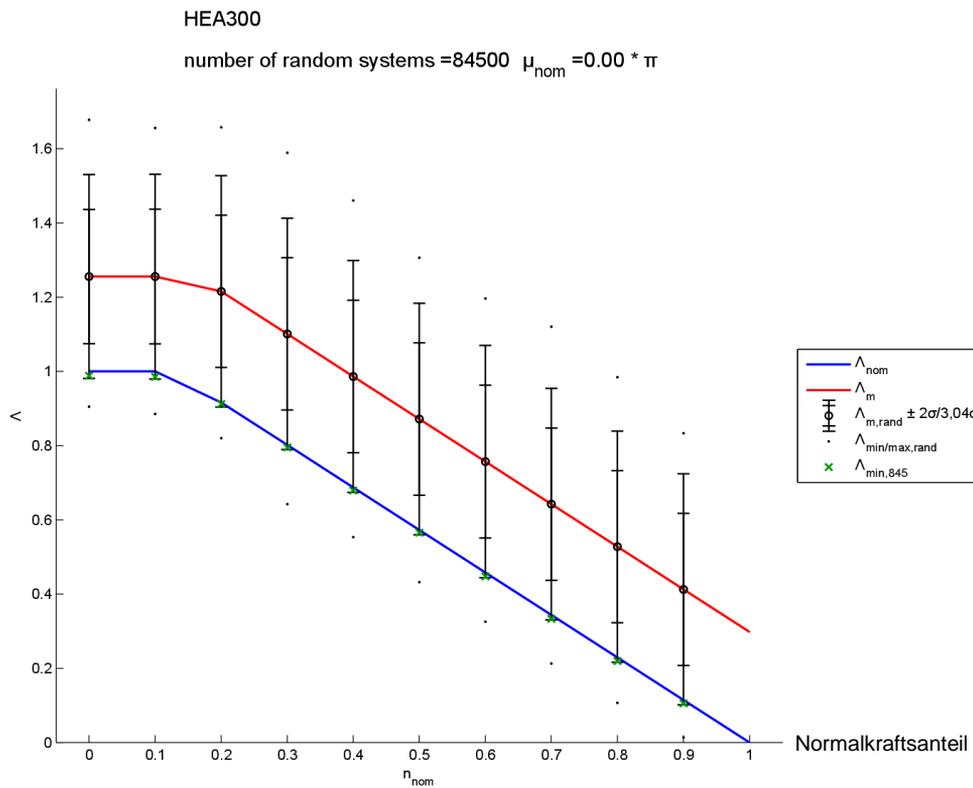


Bild 7.7 Theor. Widerstandsfunktion des QS-NW
zufolge $N-M_y$ ($\mu = 0$); HEA300; Variante II

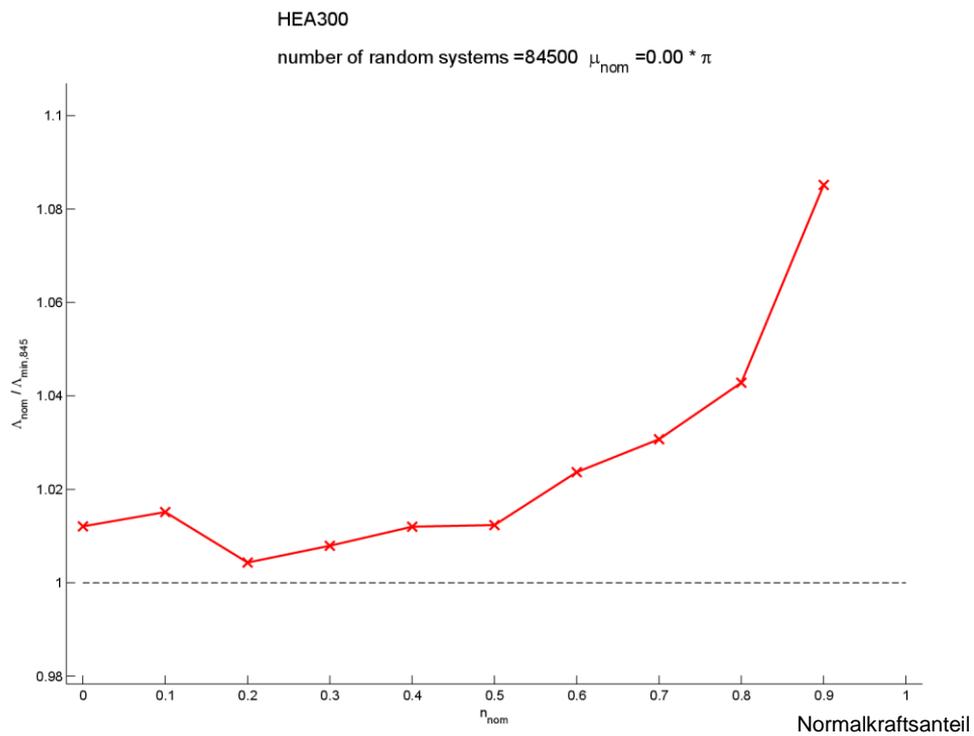


Bild 7.8 $N_{b,R,nom}/N_{b,R,min,845}$; QS-NW
zufolge $N-M_y$ ($\mu = 0$); HEA300; Variante II

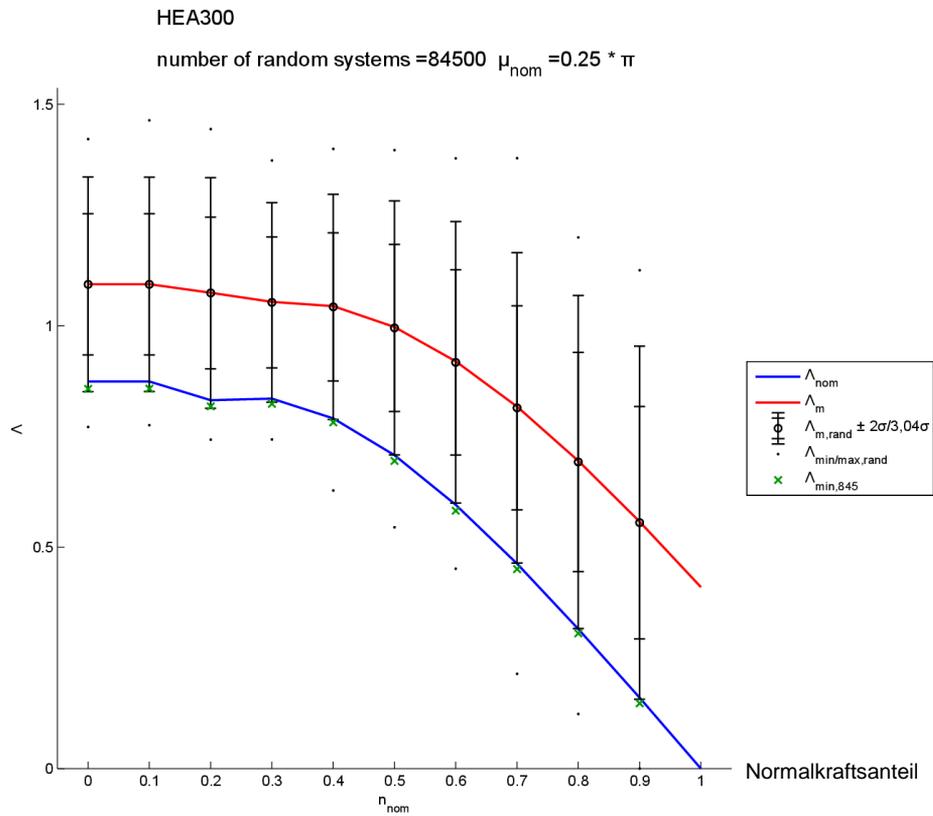


Bild 7.9 Theor. Widerstandsfunktion des QS-NW
zufolge N - M_y - M_z ($\mu = \pi/4$); HEA300; Variante II

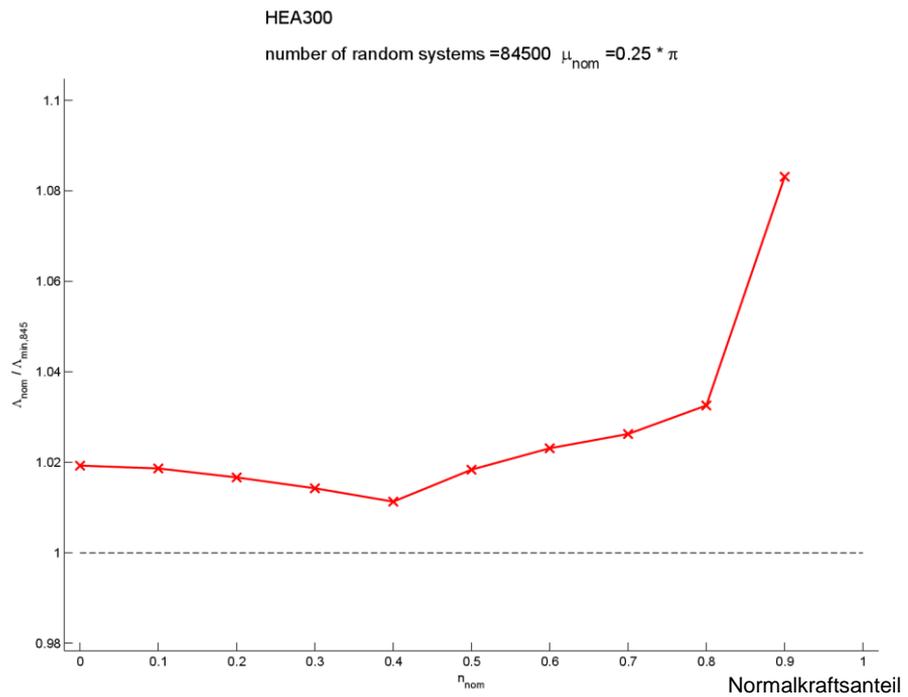


Bild 7.10 $N_{b,R,nom}/N_{b,R,min,845}$; QS-NW
zufolge N - M_y - M_z ($\mu = \pi/4$); HEA300; Variante II

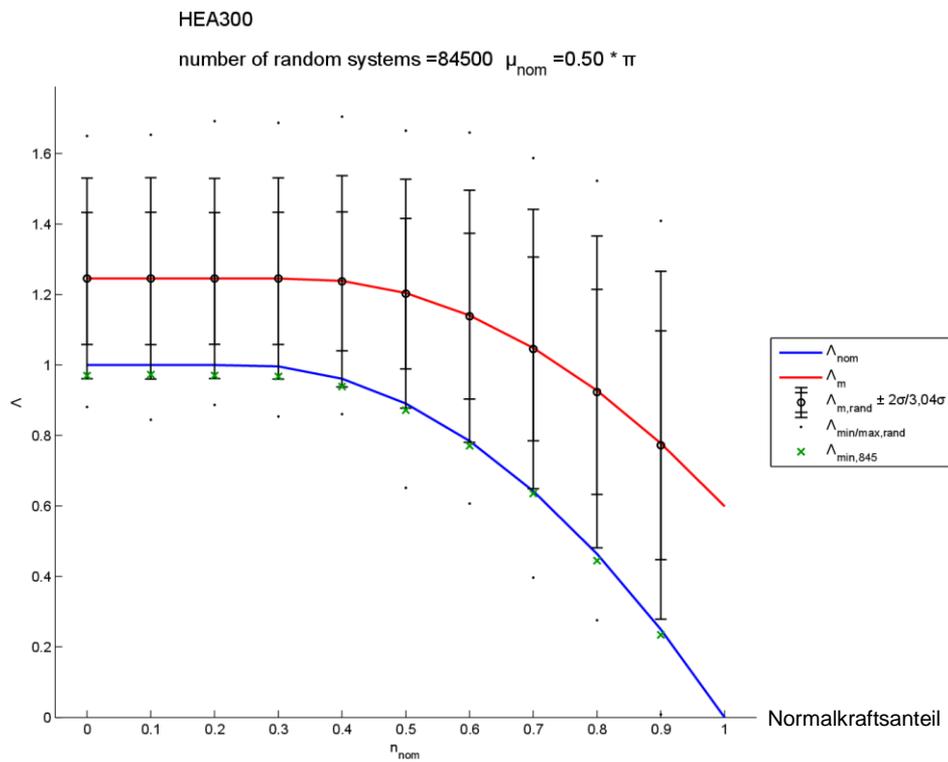


Bild 7.11 Theor. Widerstandsfunktion des QS-NW
zufolge $N-M_z$ ($\mu = \pi/2$); HEA300; Variante II

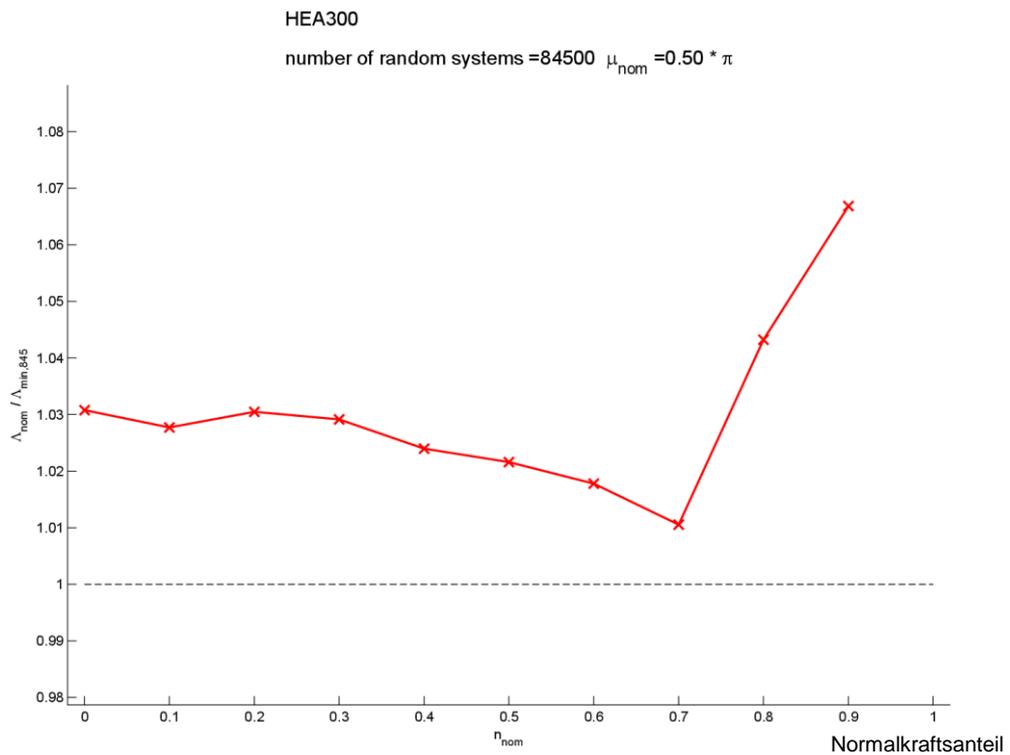


Bild 7.12 $N_{b,R,nom}/N_{b,R,min,845}$; QS-NW
zufolge $N-M_z$ ($\mu = \pi/2$); HEA300; Variante II

7.2 Biegeknicken-zentrischer Druck (Stabilitätsnachweis)

Die direkte Bestimmung der theoretischen Widerstandsgrößen ist am Beispiel des HEA300 Biegeknickstabes für Knicken um die y -Achse, sowie um die z -Achse gezeigt. Für jeden der 10 gewählten nominellen Schlankheitsgrade $\bar{\lambda}_{\text{nom}}$ (0,2 bis 2,0) wurden jeweils 84 500 zufällige Systeme (mit zufällig gewürfelten Basisvariablen) erstellt und damit der jeweilige Systemwiderstand ermittelt. Der Bemessungswert der theoretischen Widerstandsfunktion wird durch einfaches Abzählen des „ $\frac{1}{845}$ Fraktilwertes“ (in diesem Beispiel der 100-niedrigste theoretische Widerstandswert) bestimmt (grünes x).

Anmerkung: In **Bild 7.14** ist zu sehen, dass die Verhältniskurve im Bereich $\bar{\lambda}_{\text{nom}} = 0$ bis 0,8 sehr „unruhig“ verläuft. Grund dafür ist, dass die Versuchsanzahl von 84 500 Versuchen eigentlich noch zu gering gewählt ist, besser wäre eine Versuchsanzahl von 845 000 Versuchen. (Siehe Kap. 2.2.6)

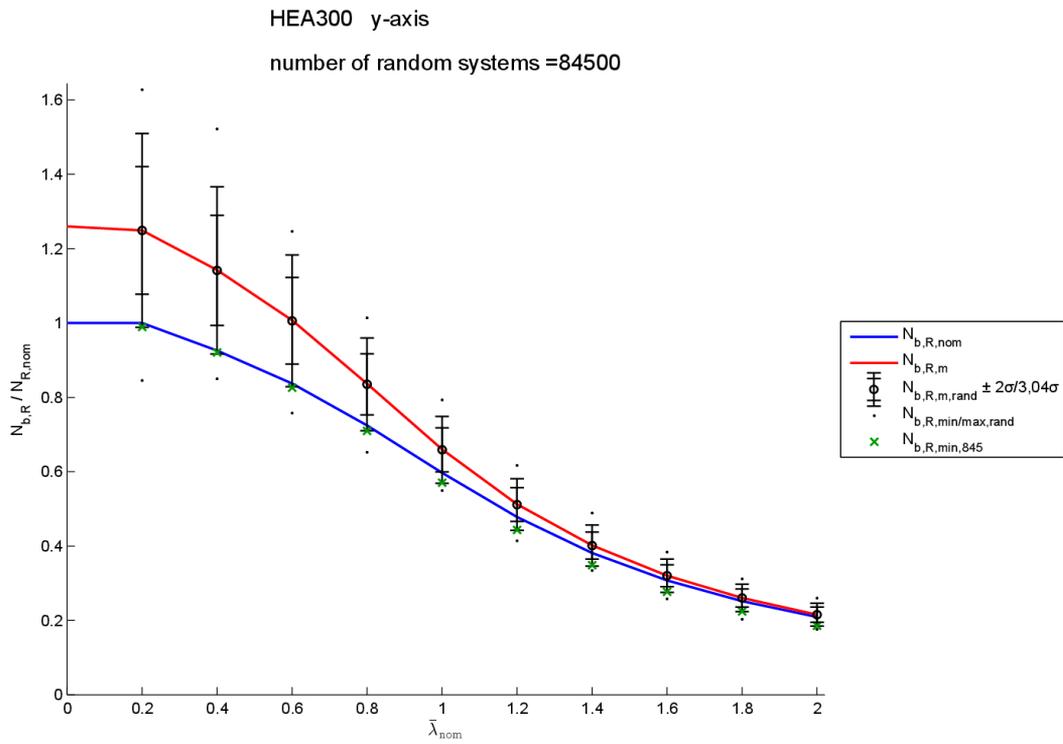


Bild 7.13 Theoretische Widerstandsfunktion mittels MC; HEA300; Biegeknicken um die y-Achse

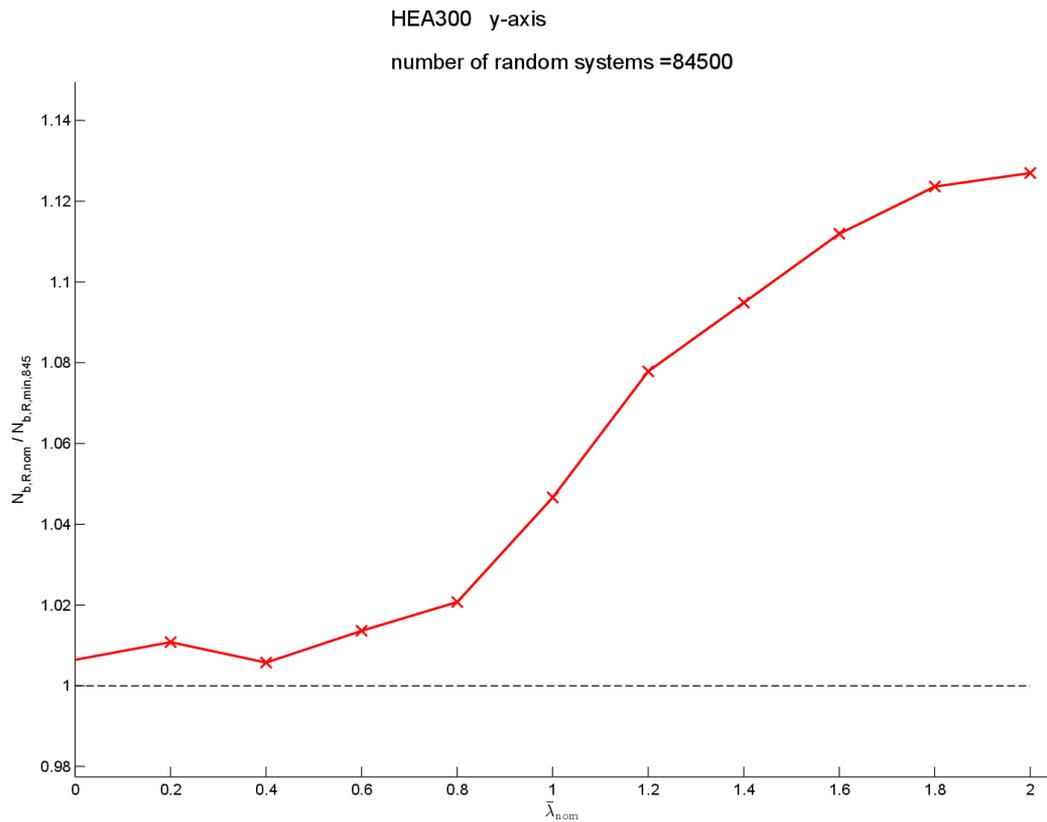


Bild 7.14 $N_{b,R,nom}/N_{b,R,min,845}$; HEA300; Biegeknicken um die y-Achse

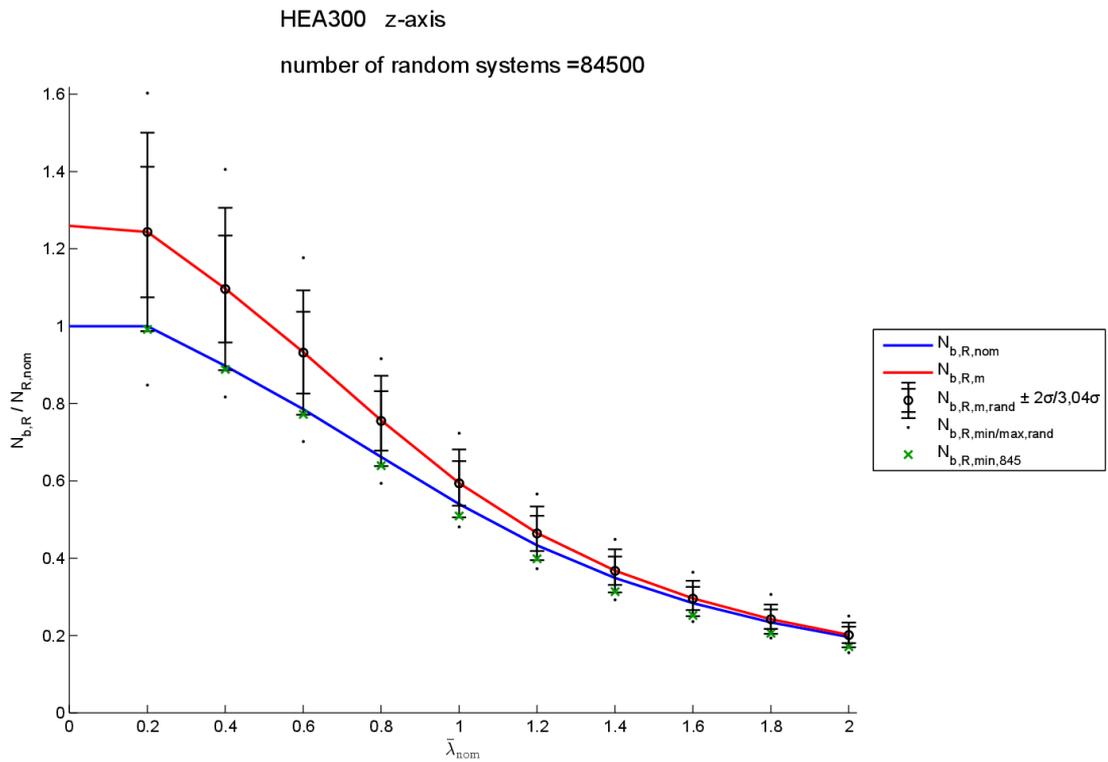


Bild 7.15 Theoretische Widerstandsfunktion mittels MC; HEA300; Biegeknicken um die z-Achse

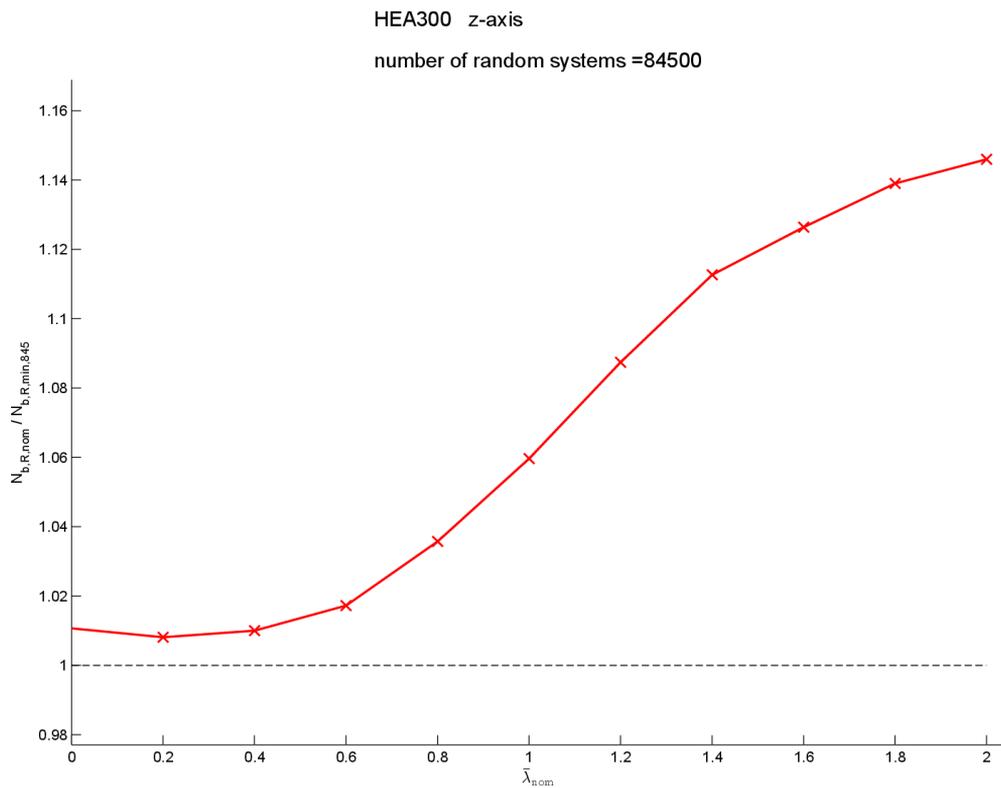


Bild 7.16 $N_{b,R,nom} / N_{b,R,min,845}$; HEA300; Biegeknicken um die z-Achse

8 Einfluss der Basisvariablen: Erweiterung auf einen Stahlrahmen

8.1.1 Nachweisverfahren zur Stabilitätsberechnung

„Der EC 3-1-1 [11] sieht mehrere Möglichkeiten für den Stabilitätsnachweis von Tragwerken vor. Die Alternativen reichen von globaler Systemberechnung nach Theorie II. Ordnung bis zum einfachen Ersatzstabverfahren und schließen eine Reihe von Zwischenstufen ein.“
 [29] Eine Übersicht ist in **Tabelle 8.1** gegeben.

Tabelle 8.1 Nachweisverfahren zur Stabilitätsberechnung nach EC 3-1-1 [29]

	Schnittkraftberechnung	Imperfektionsart	Nachweis
1	Th.2.O. räumliche Berechnung	Schiefstellung und Vorkrümmung räumlich	QS
2	Th.2.O. in der Ebene	Schiefstellung und Vorkrümmung	QS in der Ebene BDK aus der Ebene
3	Th.2.O. in der Ebene	Schiefstellung	BK in der Ebene mit L BDK aus der Ebene
4	Th.1.O. Ersatzstabverfahren	keine	BK in der Ebene mit L_k BDK aus der Ebene
5	General Method Th.2.O. in der Ebene	Schiefstellung und Vorkrümmung	$E_d/R_d \leq 1$

Anmerkung: Abkürzung zu den Nachweisen:

QS = Querschnittsnachweis; BDK = Biegedrillknicken; BK = Biegeknicken

„Die einzelnen Verfahren unterscheiden sich im Ausmaß, in dem die Effekte der Stabilität durch die Schnittkraftberechnung abgedeckt werden, oder diese durch die Stabnachweise

erfasst werden. Beim Verfahren 1 ist ersteres zur Gänze der Fall, bei Verfahren 4 dagegen letzteres. Die Zwischenstufen decken die Stabilitätseffekte teilweise in der Systemberechnung und teilweise durch Stabnachweise ab.“ [29]

„Die ersten 4 Verfahren sind als traditionelle Ingenieurverfahren anzusehen. Das Verfahren 5 ist dagegen neu und ist auf die computermäßige Berechnung von Gesamtlastfällen orientiert.“ [29]

Die Berechnungen an den Stahlrahmensystemen erfolgen in dieser Arbeit nach dem Verfahren 3. Dieses Verfahren wurde gewählt, da es eine alleinige Berechnung in der Ebene erlaubt. Das Rahmen 2D-Programm nach Theorie II. Ordnung *computeMember* (Kap. A-1.3.5) [30] ist in die erstellten Berechnungsprogramme implementiert und ermöglicht somit die Schnittkraftberechnung nach Theorie II. Ordnung. Da die Vorkrümmung nicht direkt den Stäben im Programm *computeMember* zugewiesen werden kann, und die Berücksichtigung durch äquivalente Ersatzlasten vorab eine Berechnung der Normalkräfte in den Stäben erfordert, wurde das Verfahren 3 angewandt. Die Schiefstellung der Stützen und Dachträger wurde direkt im System berücksichtigt (modifizierte Knotenkoordinaten).

a) Nachweisverfahren 3 - Überblick

„Ebene Systemberechnung II. Ordnung + Stabilitätsnachweise am herausgelösten Stab“ [29]

„In dieser Nachweismethode erfolgen die eigentlichen lokalen Stabilitätsnachweise in und aus der Ebene an den – zwischen den Systemknotenpunkten – herausgelöst gedachten Einzelstäben. Allerdings ist der Effekt des Ausweichens eines verschieblichen Systems in der Ebene in den Randmomenten der „herausgelösten“ Stäbe zu erfassen. Es erfolgt dies durch eine Systemberechnung nach Theorie II. Ordnung, in der als Imperfektion die globale Anfangsschiefstellung eingeht (lokale Imperfektionen e_0 nach EC 3-1-1 sind bei größeren, selten auftretenden Schlankheiten zusätzlich anzusetzen). Es wird hier daher der globale Ausweicheffekt des Systems über die vergrößerten Randmomente erfasst und das lokale Ausweichen des Stabes über die Nachweise am Einzelstab.“ [29]

„Für den Nachweis am Einzelstab gibt EC 3-1-1 als Knicklänge des Stabes in der Ebene $L_{k,y}$ die einfache Stablänge L an. Da mit dem richtigen Randmoment II. Ordnung gerechnet wird und das Knickverhalten innerhalb des Stabes über die Stabbemessungsformel erfasst wird, werden damit gute Ergebnisse erzielt.“ [29]

„Die Knicklänge aus der Ebene $L_{k,z}$ ist entsprechend den vorliegenden seitlichen Zwischenabstützungen des Stabes festzulegen. Der Nachweis erfolgt mit den Randmomenten II. Ordnung M_{yE}^{II} - abgesehen von nicht erfassten seitlichen Einspannungswirkungen – weitestge-

hend korrekt. Je nach Querschnittsform und Abstützung des Stabes sind BKzz oder BDK nachzuweisen.“ [29]

„Der Vorteil, dass die Schnittkraftberechnung und die Stabnachweise (insbesondere die Festlegung seitlicher Abstützungen) voneinander getrennt werden, macht dieses Verfahren für Bemessungszwecke besonders zweckmäßig.“ [29]

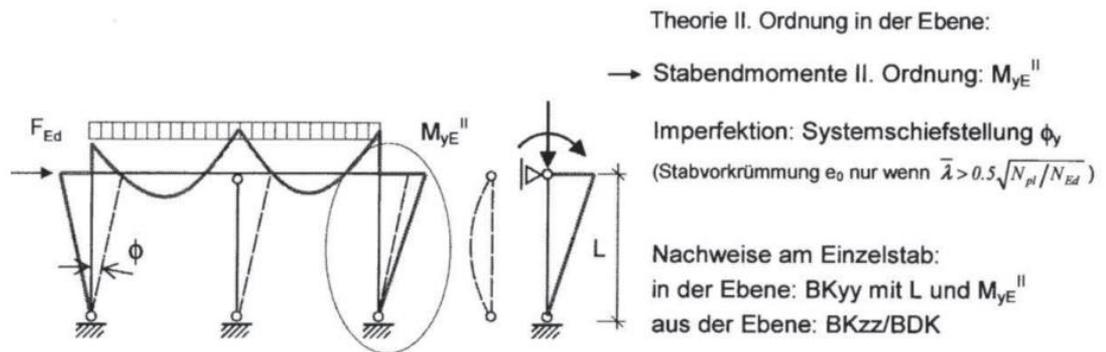


Bild 8.1 Nachweisverfahren 3 [29]

Anmerkung: Das Nachweisverfahren 3 erfordert die Schnittkraftermittlung nach der Theorie II-Ordnung. Um dies zu realisieren, wurde das 2D-Rahmenprogramm nach Theorie II Ordnung [30] vom Institut für Baustatik übernommen und in die Bemessungsprogramme der Stahl-Rahmenberechnung implementiert.

Der Programmablauf der Monte Carlo Stahlrahmenberechnung ist im Anhang in Kap. A-1.3 dargestellt.

8.2 Eingangsgrößen: Betrachteter Stahlrahmen, Beanspruchung und Basisvariable

Die Anlageverhältnisse des gewählten Rahmens wurden aus der Masterarbeit von Kraut Bernd [31] übernommen, um reale Angaben und Vergleichsergebnisse zu erhalten.

8.2.1 Anlageverhältnisse

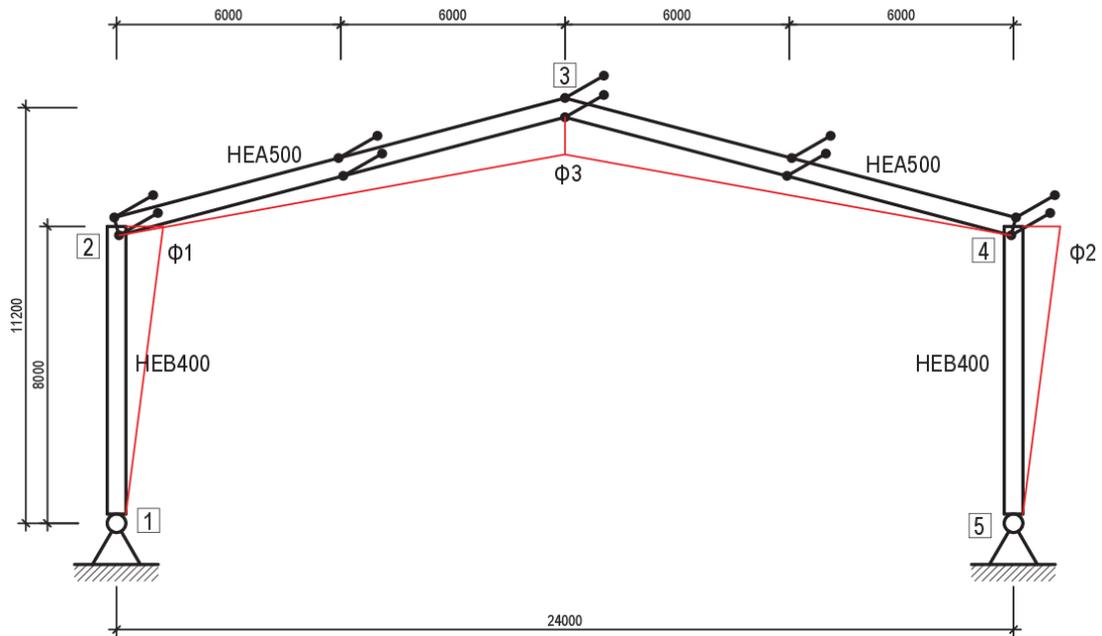


Bild 8.2 Anlageverhältnisse zum Beispielrahmen

a) Systembeschreibung

Material:	S235
Breite:	$b = 24,0\text{m}$
Höhe Traufe:	$h_t = 8,0\text{m}$
Höhe First:	$h_f = 11,2\text{m}$
Stützen:	HEB400
Dachträger:	HEA500

b) Lastfallkombination

Die angesetzten Lasten, sowie die maßgebende ULS-Lastfallkombination, werden ebenfalls aus der Masterarbeit von Kraut Bernd [31] übernommen. Die Eigenlasten der Stützen und Träger werden hier noch zu den ständigen Lasten hinzugefügt, da sie nicht vom Bemessungsprogramm erfasst werden. Die Windlasten, die aus äußeren Windlasten sowie Innendruck/Sog bestehen werden bei der Eingabe zu einer resultierenden Belastung zusammengefasst. Die Systemimperfektionen (Schiefstellungen) werden nicht als Lastfall, sondern als Systemgrößen auf der Widerstandsseite betrachtet, und somit mitvariiert.

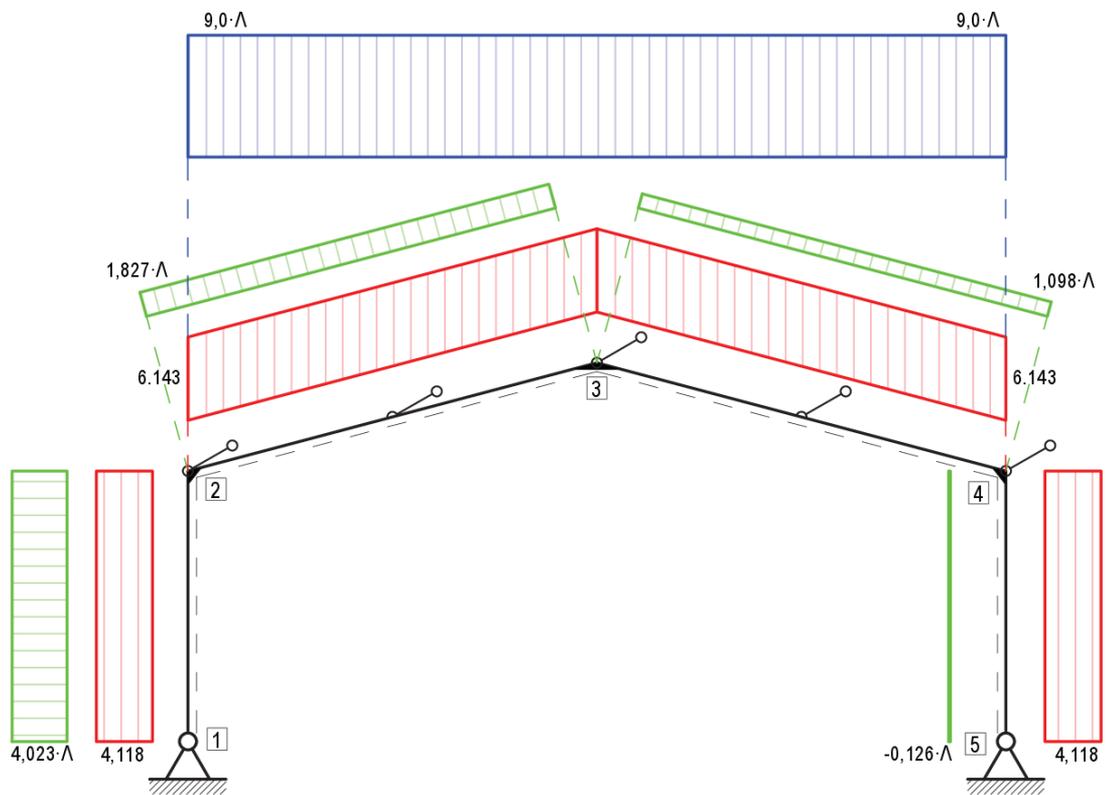


Bild 8.3 Maßgebende ULS-Lastfallkombination Beispielrahmen

Anmerkung 1: Definition der Lasten in **Bild 8.3**:

Eigenlast und ständige Last = rot; Schneelast = blau; Windlast = grün;

Anmerkung 2: Der in **Bild 8.3** verwendete „Laststeigerungsfaktor“ Λ wird anschließend in Kapitel 8.3 beschrieben.

c) Systemgrößen

In der folgenden **Tabelle 8.2** sind die nominellen Größen, Mittelwerte μ und Standardabweichungen σ des gewählten Beispielrahmens dargestellt. Die gewählten Einheiten sind [N], [mm] sowie [rad].

Tabelle 8.2 Beispielrahmen - Systemgrößen

			nom-Wert	μ -Wert	σ -Wert
Stützen	Querschnitt HEB400	b	300	300	2,7
		h	400	400	3,6
		t_f	24	23,4	0,72
		t_w	13,5	13,8375	0,2
		r	27	27	0
	Material	f_y	235	300	20
		E	210 000	215 000	8400
	Imperfektion	Φ	0,003062	0,000000	0,001531
	Dach- träger	Querschnitt HEA500	b	300	300
h			490	490	4,41
t_f			23	22,425	0,69
t_w			12	12,3	0,48
r			27	27	0
Material		f_y	235	300	20
		E	210 000	215 000	8400
Imperfektion		Φ	0,0050	0,0000	0,0025

8.3 „Widerstandsfunktion“ für den Rahmen – Definition über den Laststeigerungsfaktor „ Λ “

Um den Einfluss der Basisvariablen am Stahlrahmen (und in weiterer Folge den Teilsicherheitsbeiwert γ_M) zu bestimmen, ist die Bestimmung einer Widerstandsfunktion erforderlich. Beim ULS-Nachweis des Hallenrahmens ist eine Vielzahl an Nachweisen erforderlich, wie in Kapitel 8.5.1 an einem Berechnungsablauf einer Rahmen-Realisierung zu sehen ist. Die dabei verwendeten Nachweise sind in der Formelzusammenstellung in Kapitel 3 zu finden.

Als Widerstandsfunktion g_{rt} wird die Bezugsgröße Λ eingeführt. Die Bezugsgröße Λ ist als „Laststeigerungsfaktor“ (LSF) definiert der die „variablen“ Einwirkungen so skaliert, dass der maßgebende Nachweis einen maximalen Ausnutzungsgrad von $AG = 1,0$ ergibt.

Vorab wird vom Anwender bzw. von der Anwenderin bestimmt, welche Einwirkungen fix angesetzt werden, und welche durch den Laststeigerungsfaktor variiert werden. Dabei ist jede beliebige Kombination möglich, die variablen Einwirkungen sollten jedoch sinnvoll gewählt werden.

Wie in **Bild 8.3** zu sehen ist, wurde beim hier gezeigten Beispielrahmen angenommen, dass nur die Schnee- (blau) und Windlasten (grün) variiert werden (daher Vorfaktor Λ bei den Lasten) und dass die ständigen Lasten (rot) konstant bleiben.

8.4 Einfluss der Basisvariablen am Stahlrahmen: indirekte Bestimmung – Koeffizient V_{rt}

Die Berechnung der V_{rt} -Koeffizienten für den in Kapitel 8.2 beschriebenen Hallenrahmen wurde mit den Mittelwerten der Basisvariablen (Variante 2), nach der in Kap. 2.1.7 beschriebenen Vorgehensweise, durchgeführt. Die Resultate der V_{rt} -Koeffizienten (aufgeteilt in die einzelnen Variablen bzw. Variablengruppen) sind in **Tabelle 8.3** aufgelistet.

Tabelle 8.3 V_{rt} -Werte des Beispiel-Hallenrahmens

Bezeichnung:	V_{rt}	V_{rt,f_y}	$V_{rt,E}$	$V_{rt,CS}$	$V_{rt,\Phi}$
Resultatwert:	0,0860	0,0779	0,0087	0,0350	0,0041

Anmerkung: Für den gezeigten Hallenrahmen sind die Zugfestigkeit f_y sowie die Querschnittsabmessungen CS die wesentlichen Basisgrößen für die V_{rt} -Berechnung. Der E-Modul E sowie die Systemimperfectionen Φ sind dabei von geringerer Bedeutung.

8.5 Einfluss der Basisvariablen am Stahlrahmen: direkte Bestimmung mit MC-Simulation

8.5.1 Darstellung des Berechnungsablaufs für eine „Realisierung“ des Rahmens

Der Berechnungsablauf wird anhand des in Kapitel 8.2 beschriebenen Beispielrahmens gezeigt, jedoch werden nicht die nominellen Systemwerte verwendet, sondern zufällig erzeugte Werte, um einen Berechnungsdurchlauf der Monte Carlo Simulation zu zeigen. Die Systemberechnung erfolgt mit dem Nachweisverfahren 3 (siehe Kap. 8.1.1).

a) Zufalls-Systemgrößen

Die Eingangsgrößen für die Monte Carlo Simulation werden für jede Realisierung, mit der Information der Mittelwerte und Standardabweichungen (Tabelle 8.2), zufällig erstellt. Dies erfolgt bei der programmtechnischen Umsetzung mittels Latin Hypercube Sampling in der Funktion *LHSrand* (siehe Kap. A-1.3.2).

In der folgenden Tabelle 8.4 sind die für die Darstellung des Programmablaufes zufällig erstellten Systemgrößen angeführt. Die gewählten Einheiten sind [N], [mm] sowie [rad].

Der E-Modul ist in diesem Beispiel als konstant mit $E_{\text{rand}} = 210\,000$ [N/mm²] angesetzt.

Tabelle 8.4 Eingangsgrößen einer „Realisierung“ (random Werte)

		HEB400		HEA500	
		Stütze 1	Stütze 2	Dachträger 1	Dachträger 2
Querschnitt HEB400	b	302,532176	298,785944	297,143769	296,684594
	h	399,366899	398,953171	489,781478	490,240070
	t_f	22,091251	24,125400	21,634650	21,920061
	t_w	13,411639	13,014058	12,490998	11,906950
	r	27,00	27,00	27,00	27,00
Material	f_y	265,880438	304,238006	307,987584	297,697349
	E	210 000	210 000	210 000	210 000
Imperfektion	Φ	0,00180790	-0,00069557	0,00268944	

b) Schnittkraftermittlung

Die Schnittkraftermittlung erfolgt im Berechnungsprogramm durch die Funktion *computeMember* [30] (Kap. A-1.3.5). Der genaue Ablauf mit der Vorbereitung der Eingangsdaten, sowie der Weiterverarbeitung der Resultate ist dem Kapitel A-1.3, Programmablauf der Monte Carlo Stahlrahmenberechnung, zu entnehmen.

Bei der Darstellung des Berechnungsablaufes anhand des Beispielrahmens wird gleich vorab als [startLambda] das zutreffende endgültige Resultat $\Lambda_{\text{rand}} = 1,5372529$ eingesetzt. Dieser Wert wird im Berechnungsprogramm iterativ durch eine Nullstellensuche in der Funktion *calcgrt* (Kap. A-1.3.3) ermittelt. Die Schnittkraftverläufe **Bild 8.4** (Normalkraftverlauf), **Bild 8.5** (Querkraftverlauf) sowie **Bild 8.6** (Momentenverlauf), sowie die in Abschnitt c) und in Abschnitt d) gezeigten Nachweise, führen also bereits zu einem Ausnutzungsgrad von 100% (nur für den maßgebenden Nachweis).

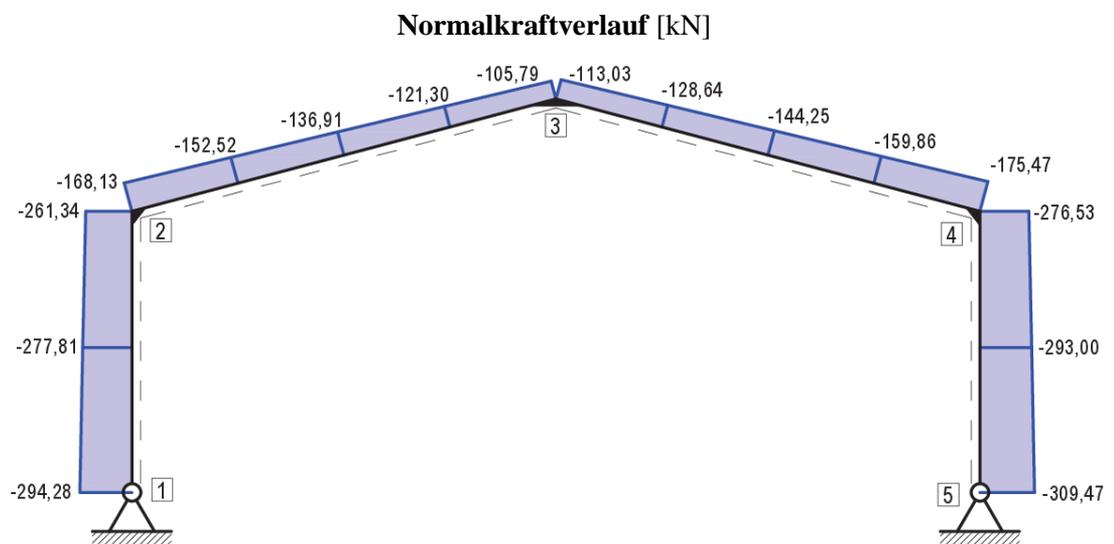


Bild 8.4 Normalkraftverlauf im Grenzzustand - Beispielrahmen

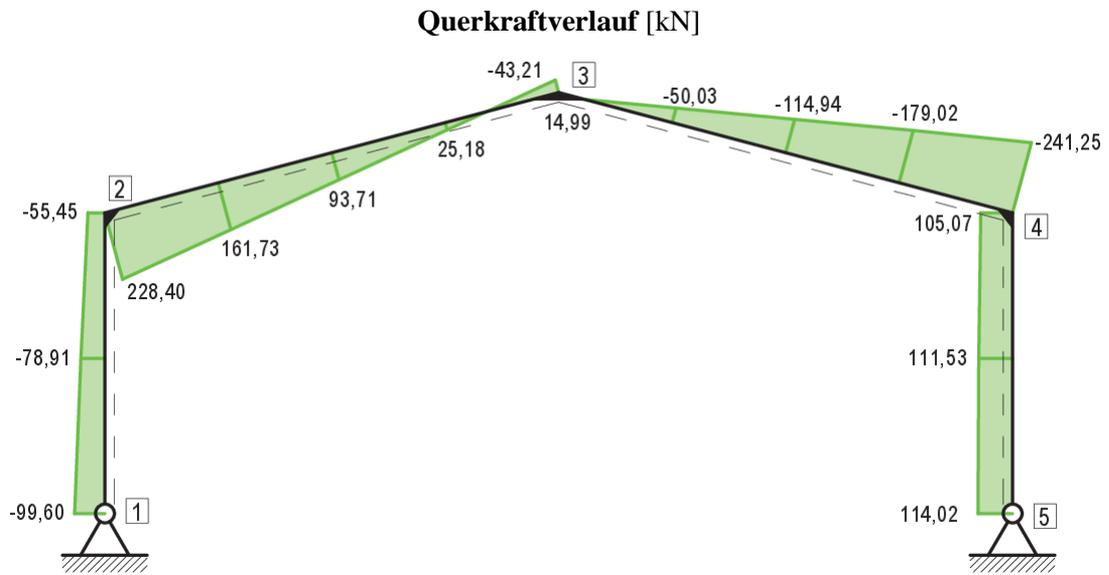


Bild 8.5 Querkraftverlauf im Grenzzustand - Beispielrahmen

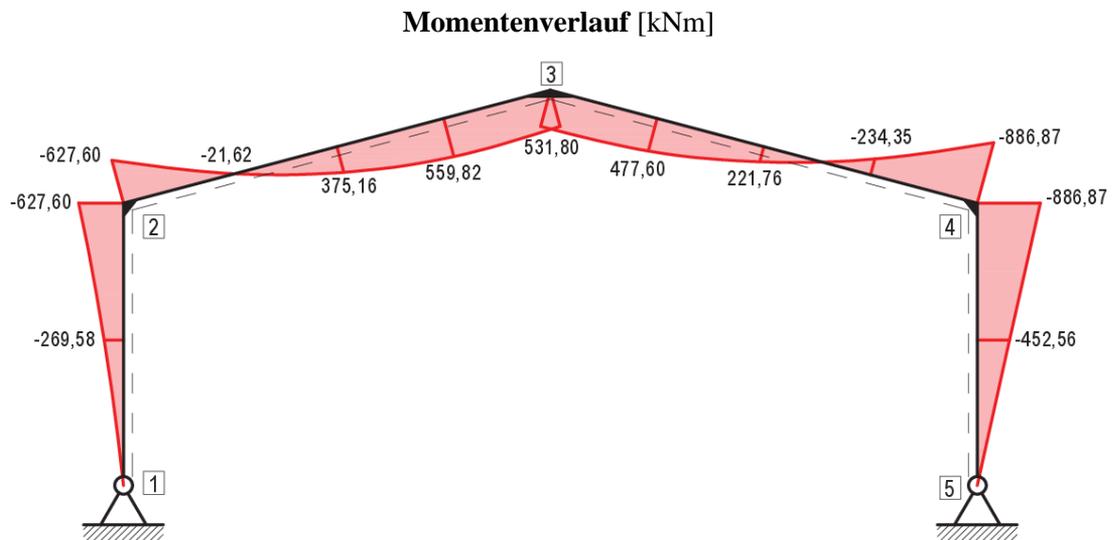


Bild 8.6 Momentenverlauf im Grenzzustand - Beispielrahmen

c) Querschnittsnachweis

Im Bemessungsprogramm wird der Querschnittsnachweis durch *CSevidence* an jedem Knotenpunkt in jedem Stab geführt und der maßgebende Querschnitt anschließend ausgegeben (siehe Kap. A-1.3.6). Der Rechenablauf wird nun am maßgebenden Stützenquerschnitt sowie am maßgebenden Dachträgerquerschnitt gezeigt.

– Querschnittsnachweis Stütze

Der Nachweis wird im Knotenpunkt 4 der Stütze 2 geführt. Dieser ist aufgrund der hohen Momentenbelastung der maßgebende Stützenquerschnitt.

Nachweisführung:

- Überprüfung ob Querkraft im Querschnittsnachweis berücksichtigt werden muss, nach EC3 [11].

$$A_V \text{ (lt. Formel (3.2))} = 6806,58 \text{ [mm}^2\text{]}$$

$$f_y = 304,238 \text{ [N/mm}^2\text{]} \quad \text{(siehe Tabelle 8.4)}$$

$$V_{pl,R} = A_V \times \frac{f_y}{\sqrt{3}} = 6806,58 \times \frac{304,238}{\sqrt{3}} = 1195588 \text{ [N]}$$

$$V_E = 105071,425 \text{ [N]} \quad \text{(siehe Bild 8.5)}$$

$$V_E < 0,5 \times V_{pl,R} \quad 105071 < 0,5 \times 1195588 = 597794$$

→ Querkraft muss im Querschnittsnachweis nicht berücksichtigt werden.

- Berechnen von $M_{N,y,R}$ mittels *calcMNyR* nach EC3 [11] Formel (3.20).

$$A \text{ (lt. Formel (3.1))} = 19606,50 \text{ [mm}^2\text{]}$$

$$W_{pl,y} \text{ (lt. Formel (3.9))} = 3211770 \text{ [mm}^3\text{]}$$

$$a \text{ (lt. Formel (3.11))} = 0,2647 \text{ [-]}$$

$$M_{pl,y,R} = f_y \times W_{pl,y} = 304,238 \times 3211770 = 977142569 \text{ [Nmm]}$$

$$N_{pl,R} = f_y \times A = 304,238 \times 19606,50 = 5965042,64 \text{ [N]}$$

$$N_E = 276533,025 \text{ [N]} \quad \text{(siehe Bild 8.4)}$$

$$n = \frac{N_E}{N_{pl,R}} = \frac{276533}{5965042} = 0,0464 \text{ [-]}$$

$$\frac{(1-n)}{(1-0,5 \times a)} = \frac{(1-0,0464)}{(1-0,5 \times 0,2647)} = 1,0991 > 1,0$$

$$\rightarrow M_{N,y,R} = M_{pl,y,R} = 977142569 \text{ [Nmm]}$$

- Nachweise:

- Normalkraft:

$$v = N_E / N_{pl,R} = 276533 / 5965042 = 0,0464 [-]$$

- Querkraft: $v = V_E / V_{pl,R}$

$$v = V_E / V_{pl,R} = 105071 / 1195588 = 0,0879 [-]$$

- Moment-Normalkraft Interaktion: $v = M_{y,E} / M_{N,y,R}$

$$M_{y,E} = 886868176 \text{ [Nmm]} \quad (\text{siehe Bild 8.6})$$

$$v = M_{y,E} / M_{N,y,R} = 886868176 / 977142569 = 0,9076 [-]$$

Der Querschnittsnachweis der Stütze 2 hat einen maximalen Ausnutzungsgrad v von 0,9076, ist also nicht der maßgebende Nachweis dieses Hallenrahmens.

– Querschnittsnachweis Dachträger

Der Nachweis wird im Knotenpunkt 4 des Dachträgers 2 geführt. Dieser ist aufgrund der maximalen Normalkraft-, Querkraft- und Momentenbelastung der maßgebende Trägerquerschnitt.

Nachweisführung:

- Überprüfung ob Querkraft im Querschnittsnachweis berücksichtigt werden muss, nach EC3 [11].

$$A_V \text{ (lt. Formel (3.2))} = 7385,73 \text{ [mm}^2\text{]}$$

$$f_y = 297,6973 \text{ [N/mm}^2\text{]} \quad (\text{siehe Tabelle 8.4})$$

$$V_{pl,R} = A_V \times \frac{f_y}{\sqrt{3}} = 7385,73 \times \frac{297,697}{\sqrt{3}} = 1269426 \text{ [N]}$$

$$V_E = 241245 \text{ [N]} \quad (\text{siehe Bild 8.5})$$

$$V_E < 0,5 \times V_{pl,R} \quad 241245 < 0,5 \times 1269426$$

→ Querkraft muss im Querschnittsnachweis nicht berücksichtigt werden.

- Berechnen von $M_{N,y,R}$ mittels $calcM_{NyR}$ nach EC3 [11] Formel (3.20).

$$A \text{ (lt. Formel (3.1))} = 18947,73 \text{ [mm}^2\text{]}$$

$$W_{pl,y} \text{ (lt. Formel (3.9))} = 3778503 \text{ [mm}^3\text{]}$$

$$\begin{aligned}
 a \text{ (lt. Formel (3.11))} &= 0,3135 \text{ [-]} \\
 M_{pl,y,R} = f_y \times W_{pl,y} &= 297,6973 \times 3778503 = 1124850432 \text{ [Nmm]} \\
 N_{pl,R} = f_y \times A &= 297,6973 \times 18947,73 = 5640688,95 \text{ [N]} \\
 N_E &= 175468,030 \text{ [N]} \quad (\text{siehe Bild 8.4}) \\
 n = \frac{N_E}{N_{pl,R}} &= \frac{175468}{5640689} = 0,0311 \text{ [-]} \\
 \frac{(1-n)}{(1-0,5 \times a)} &= \frac{(1-0,0311)}{(1-0,5 \times 0,3135)} = 1,1490 > 1,0 \\
 \rightarrow M_{N,y,R} = M_{pl,y,R} &= 1124850432 \text{ [Nmm]}
 \end{aligned}$$

• Nachweise:

– Normalkraft:

$$v = N_E / N_{pl,R} = \frac{175468}{5640689} = 0,0428 \text{ [-]}$$

– Querkraft: $v = V_E / V_{pl,R}$

$$v = V_E / V_{pl,R} = \frac{2421245}{1269426} = 0,1900 \text{ [-]}$$

– Moment-Normalkraft Interaktion: $v = M_{y,E} / M_{N,y,R}$

$$M_{y,E} = 886868176 \text{ [Nmm]} \quad (\text{siehe Bild 8.6})$$

$$v = M_{y,E} / M_{N,y,R} = \frac{886868176}{1124850432} = 0,7884 \text{ [-]}$$

Der Querschnittsnachweis des Dachträgers 2 hat einen maximalen Ausnutzungsgrad v von 0,7884, ist also ebenfalls nicht maßgebend.

d) Stabilitätsnachweise

Die Stabilitätsnachweise werden im Bemessungsprogramm durch *sysEvidenceColumn* (Kap. A-1.3.7) für die Stützen sowie durch *sysEvidenceRoofVar1-4* (Kap. A-1.3.8) für die Dachträger durchgeführt. Der Rechenablauf wird an der maßgebenden Stütze, sowie am maßgebenden Dachträger (Teilstab) gezeigt. Im Berechnungsprogramm wird der Nachweis an jedem Teilstab geführt und anschließend der maßgebende ausgegeben.

– Stabilitätsnachweis Stütze

Der Stabilitätsnachweis Stütze wird an der Stütze 2 geführt.

Berechnungsablauf:

- Plastische Querschnittswerte ermitteln [$M_{y,pl}$, $M_{z,pl}$, N_{pl}]

$$A \text{ (lt. Formel (3.1))} = 19606,50 \text{ [mm}^2\text{]}$$

$$W_{pl,y} \text{ (lt. Formel (3.9))} = 3211770 \text{ [mm}^3\text{]}$$

$$W_{pl,z} \text{ (lt. Formel (3.10))} = 1099569 \text{ [mm}^3\text{]}$$

$$f_y = 304,238 \text{ [N/mm}^2\text{]} \quad (\text{siehe Tabelle 8.4})$$

$$N_{pl} = f_y \times A = 304,238 \times 19606,50 = 5965042,64 \text{ [N]}$$

$$M_{pl,y} = f_y \times W_{pl,y} = 304,238 \times 3211770 = 977142569 \text{ [Nmm]}$$

$$M_{pl,z} = f_y \times W_{pl,z} = 304,238 \times 1099569 = 334530718 \text{ [Nmm]}$$

- Maßgebende Einwirkungen für NW um y-y Achse ermitteln. C_{my} wird in *calcMEsysCm* nach EC3 [11] nach Tab. B.3 ermittelt.

$$N_{E,y} = 309473,02 \text{ [N]} \quad (\text{siehe Bild 8.4; Stützenfuß})$$

$$M_{yE,y} = 886868176 \text{ [Nmm]} \quad (\text{siehe Bild 8.6})$$

C_{my} :

$$\psi = \frac{M_{\text{unten}}}{M_{\text{oben}}} = \frac{0}{886868176} = 0,0 \text{ [-]}$$

$$\alpha_s = \frac{M_s}{M_h} = \frac{-4524564903}{-886868176} = 0,5103 \text{ [-]}$$

$$C_{my} = 0,2 + 0,8 \times \alpha_s \geq 0,4 = 0,6082 \text{ [-]}$$

$M_{zE} = 0$, da nur Lasten in der Rahmenebene angesetzt werden (2D-Rahmenprogramm).

- Maßgebende Einwirkungen für NW um z-z Achse ermitteln. Da die Stütze keine Zwischenhalterung in z-Richtung aufweist, sind dies dieselben wie in y-Richtung.

$$N_{E,z} = N_{E,y} = 309473,02 \text{ [N]}$$

$$M_{yE,z} = M_{yE,y} = 886868176 \text{ [Nmm]}$$

$$C_{mz} = C_{mLT} = C_{my} = 0,6082 \text{ [-]}$$

- k_c ermitteln

$$k_c = \frac{1}{1,33 - 0,33 \times \psi} = \frac{1}{1,33 - 0,33 \times 0} = 0,7519 \text{ [-]}$$

- χ - und λ -Werte nach EC3 [11] werden in *calcchi* ermittelt.

$$i_y \text{ (lt. Formel (3.7))} = 170,7748 \text{ [mm]}$$

$$i_z \text{ (lt. Formel (3.8))} = 74,0224 \text{ [mm]}$$

$$f_y = 304,238 \text{ [N/mm}^2\text{]}$$

$$l_{ky} = l_{kz} = 8000 \text{ [mm]}$$

λ -Werte:

$$\lambda_1 = \pi \times \sqrt{\frac{E}{f_y}} = \pi \times \sqrt{\frac{210000}{304,238}} = 82,5378 \text{ [-]}$$

$$\bar{\lambda}_y = \frac{l_{ky}}{i_y} \times \frac{1}{\lambda_1} = \frac{8000}{170,7748} \times \frac{1}{82,5378} = 0,5676 \text{ [-]}$$

$$\bar{\lambda}_z = \frac{l_{kz}}{i_z} \times \frac{1}{\lambda_1} = \frac{8000}{74,0224} \times \frac{1}{82,5378} = 1,3094 \text{ [-]}$$

α -Werte (nach Tab.6.1 und 6.2 im EC3 [11]):

$$f_{y,\text{nom}} = 235 \text{ [N/mm}^2\text{]} < 420 \text{ [N/mm}^2\text{]}$$

$$h/b = 398,95/298,79 = 1,335 > 1,2$$

$$t_f = 21,63 < 40$$

$$\alpha_y = 0,21 \text{ [-]}$$

$$\alpha_z = 0,34 \text{ [-]}$$

Φ -Werte:

$$\Phi = 0,5 \left[1 + \alpha (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right]$$

$$\Phi_y = 0,5 \left[1 + 0,21 (0,5676 - 0,2) + 0,5676^2 \right] = 0,6997 \text{ [-]}$$

$$\Phi_z = 0,5 \left[1 + 0,34 (1,3094 - 0,2) + 1,3094^2 \right] = 1,5459 \text{ [-]}$$

χ -Werte:

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \text{ aber } \chi \leq 1,0$$

$$\chi_y = \frac{1}{0,7235 + \sqrt{0,7235^2 - 0,5676^2}} = 0,9019 \text{ [-]}$$

$$\chi_z = \frac{1}{1,6291 + \sqrt{1,6291^2 - 1,3094^2}} = 0,4224 \text{ [-]}$$

- χ_{LT} - und λ_{LT} -Werte nach EC3 [11] werden ebenfalls in *calcallchi* ermittelt.

$$I_z \text{ (lt. Formel (3.4))} = 107430340 \text{ [mm}^4\text{]}$$

$$\begin{aligned}
 I_w \text{ (lt. Formel (3.5))} &= 3767101203036 \text{ [mm}^6\text{]} \\
 I_t \text{ (lt. Formel (3.6))} &= 3521118 \text{ [mm}^4\text{]} \\
 W_{pl,y} \text{ (lt. Formel (3.9))} &= 3211770 \text{ [mm}^3\text{]} \\
 E &= 210000 \text{ [N/mm}^2\text{]} \\
 \nu \text{ (Poissonzahl)} &= 0,30 \text{ [-]} \\
 G = \frac{E}{2(1+\nu)} &= \frac{210000}{2(1+0,3)} = 80769 \text{ [N/mm}^2\text{]} \\
 C_1 = \frac{1}{k_c^2} &= \frac{1}{0,7519^2} = 1,7689 \text{ [-]}
 \end{aligned}$$

M_{cr} -Wert nach Formel (3.37):

$$\begin{aligned}
 M_{cr} &= C_1 \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_z}{l_{kz}^2} \sqrt{\frac{I_w}{I_z} + \frac{G \cdot I_t \cdot l_{kz}^2}{\pi^2 \cdot E \cdot I_z}} \\
 M_{cr} &= 1,7689 \frac{\pi^2 \cdot 210000 \cdot 107430340}{8000^2} \sqrt{\frac{3767101203036}{107430340} + \frac{80769 \cdot 3521118 \cdot 8000^2}{\pi^2 \cdot 210000 \cdot 107430340}} \\
 M_{cr} &= 2103342691 \text{ [Nmm]}
 \end{aligned}$$

$\bar{\lambda}_{LT}$ -Wert:

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{M_{pl,y}}{M_{cr}}} = \sqrt{\frac{977142569}{2103342691}} = 0,6816 \text{ [-]}$$

α_{LT} -Werte (nach Tab.6.3 und 6.5 im EC3 [11]):

$$\begin{aligned}
 h/b &= 398,95/298,79 = 1,335 < 2 \\
 \alpha_{LT} &= 0,34 \text{ [-]} \\
 \beta &= 0,75 \text{ [-]} \\
 \bar{\lambda}_{LT,0} &= 0,4 \text{ [-]}
 \end{aligned}$$

Φ_{LT} -Wert:

$$\begin{aligned}
 \Phi_{LT} &= 0,5 \left[1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - \bar{\lambda}_{LT,0}) + \beta \cdot \bar{\lambda}_{LT}^2 \right] \\
 \Phi_{LT} &= 0,5 \left[1 + 0,34 (0,6816 - 0,4) + 0,75 \cdot 0,6816^2 \right] = 0,7221 \text{ [-]}
 \end{aligned}$$

χ_{LT} -Wert:

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}} \text{ aber } \chi_{LT} \leq \frac{1}{\bar{\lambda}_{LT}^2} \text{ und } \chi_{LT} \leq 1,0$$

$$\chi_{LT} = \min \left[\frac{1}{0,7221 + \sqrt{0,7221^2 - 0,6816^2}}; \frac{1}{0,6816^2}; 1 \right]$$

$$\chi_{LT} = \min [0,8787; 2,1525; 1] = 0,8787 [-]$$

$$f = 1 - 0,5(1 - k_c) \left[1 - 2,0(\bar{\lambda}_{LT} - 0,8)^2 \right] \text{ aber } f \leq 1,0$$

$$f = 1 - 0,5(1 - 0,7519) \left[1 - 2,0(0,6816 - 0,8)^2 \right] = 0,8794$$

$$\chi_{LT,mod} = \frac{\chi_{LT}}{f} \text{ aber } \chi_{LT,mod} \leq 1,0$$

$$\chi_{LT,mod} = \frac{0,8787}{0,8794} = 0,9992 [-]$$

- Interaktionsbeiwerte k_{ij} werden nach EC3 [11], Formeln (3.41) bis (3.47) mit *calcallkij* ermittelt.

k_{yy} :

$$v_1 = \min [\bar{\lambda}_y - 0,2; 0,8] = \min [0,3676; 0,8] = 0,3676 [-]$$

$$k_{yy} = C_{my} \cdot \left(1 + v_1 \cdot \frac{N_{Ey}}{\chi_y \cdot N_{pl}} \right)$$

$$k_{yy} = 0,6082 \cdot \left(1 + 0,3676 \cdot \frac{309473,02}{0,9019 \cdot 5965042,64} \right) = 0,6211 [-]$$

k_{zz} :

$$v_2 = \min [2 \cdot \bar{\lambda}_z - 0,6; 1,4] = \min [2,0188; 1,4] = 1,4000 [-]$$

$$k_{zz} = C_{mz} \cdot \left(1 + v_2 \cdot \frac{N_{Ez}}{\chi_z \cdot N_{pl}} \right)$$

$$k_{zz} = 0,6082 \cdot \left(1 + 1,4 \cdot \frac{309473,02}{0,4224 \cdot 5965042,64} \right) = 0,7128 [-]$$

k_{yz} :

$$k_{yz} = k_{zz} \cdot 0,6 = 0,7128 \cdot 0,6 = 0,4277 [-]$$

k_{zy} (für verdrehweiche Querschnitte):

$$\bar{\lambda}_z = 1,3094 > 1,0$$

$$k_{zy} = \left[1 - \frac{0,1}{(C_{mLT} - 0,25)} \frac{N_{Ez}}{\chi_z \cdot N_{pl}} \right]$$

$$k_{zy} = \left[1 - \frac{0,1}{(0,6082 - 0,25)} \frac{309473,02}{0,4224 \cdot 5965042,64} \right] = 0,9657 [-]$$

- Nachweise um y-y und z-z Achse nach EC3 [11], Formeln (3.39) und (3.40), führen.

Nachweis um y-y Achse (Formel (3.39)):

$$v_{yy} = \frac{N_{E,y}}{\chi_y \cdot N_{pl}} + k_{yy} \cdot \frac{M_{y,E,y}}{\chi_{LT,mod} \cdot M_{pl,y}} + k_{yz} \cdot \frac{M_{z,E}}{M_{pl,z}}$$

$$v_{yy} = \frac{309473,02}{0,9019 \cdot 5965042,64} + 0,6211 \cdot \frac{886868176}{0,9992 \cdot 977142569} + 0,4277 \cdot \frac{0}{334530718}$$

$$v_{yy} = 0,6217 [-]$$

Nachweis um z-z Achse (Formel (3.40)):

$$v_{zz} = \frac{N_{E,z}}{\chi_z \cdot N_{pl}} + k_{zy} \cdot \frac{M_{y,E,z}}{\chi_{LT} \cdot M_{pl,y}} + k_{zz} \cdot \frac{M_{z,E}}{M_{pl,z}}$$

$$v_{zz} = \frac{309473,02}{0,4224 \cdot 5965042,64} + 0,9657 \cdot \frac{886868176}{0,9992 \cdot 977142569} + 0,7128 \cdot \frac{0}{334530718}$$

$$v_{zz} = 1,0000 [-]$$

Der Stabilitätsnachweis um z-z (Biegedrillknicken) der Stütze 2 hat einen **maximalen Ausnutzungsgrad von $v = 1,0000$** , d.h. dies ist der **maßgebende Nachweis** des Hallenrahmens.

– Stabilitätsnachweis Dachträger

Der Stabilitätsnachweis Dachträger wird am unteren Teilstab des Dachträgers 2 geführt.

Berechnungsablauf:

- Plastische Querschnittswerte ermitteln [$M_{y,pl}$, $M_{z,pl}$, N_{pl}]
 A (lt. Formel (3.1)) = 18947,73 [mm²]
 $W_{pl,y}$ (lt. Formel (3.9)) = 3778503 [mm³]
 $W_{pl,z}$ (lt. Formel (3.10)) = 988043 [mm³]
 f_y = 297,697 [N/mm²] (siehe **Tabelle 8.4**)
 $N_{pl} = f_y \times A$ = 297,697 × 18947,73 = 5640688,95 [N]
 $M_{pl,y} = f_y \times W_{pl,y}$ = 297,697 × 3778503 = 1124850432 [Nmm]
 $M_{pl,z} = f_y \times W_{pl,z}$ = 297,697 × 988043 = 294137719 [Nmm]
- Maßgebende Einwirkungen für NW um y-y Achse ermitteln. C_{my} wird in *calcMEsysCm* nach EC3 [11] nach Tab. B.3 ermittelt.

$$N_{E,y} = 175468,03 \text{ [N]} \quad (\text{siehe Bild 8.4})$$

$$M_{y,E,y} = 886868176 \text{ [Nmm]} \quad (\text{siehe Bild 8.6})$$

C_{my} :

$$\psi = \frac{M_{\text{links}}}{M_{\text{rechts}}} = \frac{531804134}{-886868176} = -0,5996 \text{ [-]}$$

$$\alpha_s = \frac{M_s}{M_h} = \frac{221764624}{-886868176} = -0,2501 \text{ [-]}$$

$$C_{my} = 0,1(1 - \psi) - 0,8 \times \alpha_s \geq 0,4 = 0,4000 \text{ [-]}$$

$M_{z,E} = 0$ da nur Lasten in der Rahmenebene angesetzt werden (2D-Rahmenprogramm).

Maßgebende Einwirkungen für NW um z - z Achse ermitteln.

$$N_{E,z} = 175468,03 \text{ [N]}$$

$$M_{y,E,z} = 886868176 \text{ [Nmm]}$$

C_{mz}/C_{mLT} :

$$\psi = \frac{M_{\text{links}}}{M_{\text{rechts}}} = \frac{221764624}{-886868176} = -0,2501 \text{ [-]}$$

$$\alpha_s = \frac{M_s}{M_h} = \frac{-234349520}{-886868176} = 0,2642 \text{ [-]}$$

$$C_{mz} = C_{mLT} = 0,2 + 0,8 \times \alpha_s \geq 0,4 = 0,4114 \text{ [-]}$$

- k_c ermitteln

$$k_c = \frac{1}{1,33 - 0,33 \times \psi} = \frac{1}{1,33 - 0,33 \times -0,2501} = 0,7080 \text{ [-]}$$

- χ - und λ -Werte nach EC3 [11] werden in *calcallchi* ermittelt.

$$i_y \text{ (It. Formel (3.7))} = 209,4828 \text{ [mm]}$$

$$i_z \text{ (It. Formel (3.8))} = 71,0220 \text{ [mm]}$$

$$f_y = 297,697 \text{ [N/mm}^2\text{]}$$

$$l_{ky} = 12419,34 \text{ [mm]}$$

$$l_{kz} = 6209,67 \text{ [mm]}$$

λ -Werte:

$$\lambda_1 = \pi \times \sqrt{\frac{E}{f_y}} = \pi \times \sqrt{\frac{210000}{297,697}} = 83,4396 \text{ [-]}$$

$$\bar{\lambda}_y = \frac{l_{ky}}{i_y} \times \frac{1}{\lambda_1} = \frac{12419,34}{209,4828} \times \frac{1}{83,4396} = 0,7105 \text{ [-]}$$

$$\bar{\lambda}_z = \frac{l_{kz}}{i_z} \times \frac{1}{\lambda_1} = \frac{6209,67}{71,0220} \times \frac{1}{83,4396} = 1,0479 \text{ [-]}$$

α -Werte (nach Tab.6.1 und 6.2 im EC3 [11]):

$$\begin{aligned}
 f_{y,\text{nom}} &= 235 \text{ [N/mm}^2\text{]} &< 420 \text{ [N/mm}^2\text{]} \\
 h/b &= 490,24/296,68 = 1,652 &> 1,2 \\
 t_f &= 24,125 &< 40 \\
 \alpha_y &= 0,21 \text{ [-]} \\
 \alpha_z &= 0,34 \text{ [-]}
 \end{aligned}$$

Φ -Werte:

$$\begin{aligned}
 \Phi &= 0,5 \left[1 + \alpha (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^{-2} \right] \\
 \Phi_y &= 0,5 \left[1 + 0,21 (0,7105 - 0,2) + 0,7105^2 \right] &= 0,8060 \text{ [-]} \\
 \Phi_z &= 0,5 \left[1 + 0,34 (1,0479 - 0,2) + 1,0479^2 \right] &= 1,1931 \text{ [-]}
 \end{aligned}$$

χ -Werte:

$$\begin{aligned}
 \chi &= \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^{-2}}} \text{ aber } \chi \leq 1,0 \\
 \chi_y &= \frac{1}{0,8060 + \sqrt{0,8060^2 - 0,7105^2}} &= 0,8427 \text{ [-]} \\
 \chi_z &= \frac{1}{1,1931 + \sqrt{1,1931^2 - 1,0479^2}} &= 0,5670 \text{ [-]}
 \end{aligned}$$

- χ_{LT} - und λ_{LT} -Werte nach EC3 [11] werden ebenfalls in *calcallchi* ermittelt.

$$\begin{aligned}
 I_z \text{ (lt. Formel (3.4))} &= 95574590 \text{ [mm}^4\text{]} \\
 I_w \text{ (lt. Formel (3.5))} &= 5231195307913 \text{ [mm}^6\text{]} \\
 I_t \text{ (lt. Formel (3.6))} &= 2739039 \text{ [mm}^4\text{]} \\
 W_{pl,y} \text{ (lt. Formel (3.9))} &= 3778503 \text{ [mm}^3\text{]} \\
 E &= 210000 \text{ [N/mm}^2\text{]} \\
 \nu \text{ (Poissonzahl)} &= 0,30 \text{ [-]} \\
 G = \frac{E}{2(1+\nu)} &= \frac{210000}{2(1+0,3)} &= 80769 \text{ [N/mm}^2\text{]} \\
 C_1 = \frac{1}{k_c^2} &= \frac{1}{0,7080^2} &= 1,9952 \text{ [-]}
 \end{aligned}$$

M_{cr} -Wert nach Formel (3.37):

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_z}{l_{kz}^2} \sqrt{\frac{I_w}{I_z} + \frac{G \cdot I_t \cdot l_{kz}^2}{\pi^2 \cdot E \cdot I_z}}$$

$$M_{cr} = 1,9952 \frac{\pi^2 \cdot 210000 \cdot 95574590}{6209,67^2} \sqrt{\frac{5231195307913}{95574590} + \frac{80769 \cdot 2739039 \cdot 6209,67^2}{\pi^2 \cdot 210000 \cdot 95574590}}$$

$$M_{cr} = 3205374334 \text{ [Nmm]}$$

$\bar{\lambda}_{LT}$ -Wert:

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{M_{pl,y}}{M_{cr}}} = \sqrt{\frac{1124850432}{3205374334}} = 0,5924 \text{ [-]}$$

α_{LT} -Werte (nach Tab.6.3 und 6.5 im EC3 [11]):

$$\begin{aligned} h/b &= 490,24/296,68 = 1,652 < 2 \\ \alpha_{LT} &= 0,34 \text{ [-]} \\ \beta &= 0,75 \text{ [-]} \\ \bar{\lambda}_{LT,0} &= 0,4 \text{ [-]} \end{aligned}$$

Φ_{LT} -Wert:

$$\Phi_{LT} = 0,5 \left[1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - \bar{\lambda}_{LT,0}) + \beta \cdot \bar{\lambda}_{LT}^2 \right]$$

$$\Phi_{LT} = 0,5 \left[1 + 0,34 (0,5924 - 0,4) + 0,75 \cdot 0,5924^2 \right] = 0,6643 \text{ [-]}$$

χ_{LT} -Wert:

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}} \text{ aber } \chi_{LT} \leq \frac{1}{\bar{\lambda}_{LT}} \text{ und } \chi_{LT} \leq 1,0$$

$$\chi_{LT} = \min \left[\frac{1}{0,6643 + \sqrt{0,6643^2 - 0,5924^2}}; \frac{1}{0,5924^2}; 1 \right]$$

$$\chi_{LT} = \min [0,9205; 2,8496; 1] = 0,9205 \text{ [-]}$$

$$f = 1 - 0,5(1 - k_c) \left[1 - 2,0(\bar{\lambda}_{LT} - 0,8)^2 \right] \text{ aber } f \leq 1,0$$

$$f = 1 - 0,5(1 - 0,7080) \left[1 - 2,0(0,5924 - 0,8)^2 \right] = 0,8666$$

$$\chi_{LT,mod} = \frac{\chi_{LT}}{f} \text{ aber } \chi_{LT,mod} \leq 1,0$$

$$\chi_{LT,mod} = \frac{0,9205}{0,8666} \leq 1,0 = 1,0000 \text{ [-]}$$

- Interaktionsbeiwerte k_{ij} werden nach EC3 [11] nach Formeln (3.41) bis (3.47) mit *callkij* ermittelt.

k_{yy} :

$$v_1 = \min[\bar{\lambda}_y - 0,2; 0,8] = \min[0,5105; 0,8] = 0,5105 [-]$$

$$k_{yy} = C_{my} \cdot \left(1 + v_1 \cdot \frac{N_{Ey}}{\chi_y \cdot N_{pl}} \right)$$

$$k_{yy} = 0,40 \cdot \left(1 + 0,5105 \cdot \frac{175468,03}{0,8427 \cdot 5640689} \right) = 0,4075 [-]$$

k_{zz} :

$$v_2 = \min[2 \cdot \bar{\lambda}_z - 0,6; 1,4] = \min[1,4957; 1,4] = 1,4000 [-]$$

$$k_{zz} = C_{mz} \cdot \left(1 + v_2 \cdot \frac{N_{Ez}}{\chi_z \cdot N_{pl}} \right)$$

$$k_{zz} = 0,4114 \cdot \left(1 + 1,4 \cdot \frac{175468,03}{0,5670 \cdot 5640689} \right) = 0,4430 [-]$$

k_{yz} :

$$k_{yz} = k_{zz} \cdot 0,6 = 0,7128 \cdot 0,6 = 0,2658 [-]$$

k_{zy} (für verdrehweiche Querschnitte):

$$\bar{\lambda}_z = 1,0479 > 1,0$$

$$k_{zy} = \left[1 - \frac{0,1}{(C_{mLT} - 0,25) \chi_z \cdot N_{pl}} \frac{N_{Ez}}{\chi_z \cdot N_{pl}} \right]$$

$$k_{zy} = \left[1 - \frac{0,1}{(0,4114 - 0,25) \cdot 0,5670 \cdot 5640689} \frac{175468,03}{0,5670 \cdot 5640689} \right] = 0,9660 [-]$$

- Nachweise um y-y und z-z Achse nach EC3 [11], Formeln (3.39) und (3.40), führen.

Nachweis um y-y Achse (Formel (3.39)):

$$v_{yy} = \frac{N_{E,y}}{\chi_y \cdot N_{pl}} + k_{yy} \cdot \frac{M_{y,E,y}}{\chi_{LT,mod} \cdot M_{pl,y}} + k_{yz} \cdot \frac{M_{z,E}}{M_{pl,z}}$$

$$v_{yy} = \frac{175468,03}{0,8427 \cdot 5640689} + 0,4075 \cdot \frac{886868176}{1,00 \cdot 1124850432} + 0,2658 \cdot \frac{0}{294137719}$$

$$v_{yy} = 0,3582 [-]$$

Nachweis um z - z Achse (Formel (3.40)):

$$v_{zz} = \frac{N_{E,z}}{\chi_z \cdot N_{pl}} + k_{zy} \cdot \frac{M_{y,E,z}}{\chi_{LT} \cdot M_{pl,y}} + k_{zz} \cdot \frac{M_{z,E}}{M_{pl,z}}$$

$$v_{zz} = \frac{175468,03}{0,5670 \cdot 5640689} + 0,9660 \cdot \frac{886868176}{1,00 \cdot 1124850432} + 0,4430 \cdot \frac{0}{294137719}$$

$$v_{zz} = 0,8165 [-]$$

Der maßgebende Stabilitätsnachweis des Dachträgers 2, am unteren Teilstab, hat einen maximalen Ausnutzungsgrad v von 0,8165.

8.5.2 Ermittlung von Λ_{rand} für eine Einzel-Realisierung

Bei der Darstellung des Berechnungsablaufes anhand des Beispielrahmens (Kap. 8.5.1) wurde gleich vorab als [startLambda] der endgültige Resultatwert $\Lambda_{rand} = 1,5372529$ eingesetzt, um die Berechnungen am Endergebnis zu zeigen. Die Darstellung aller Nachweise im Kapitel 8.5.1, Abschnitt c) und d) bestätigte dies – der maßgebende Biegedrillknicknachweis der Stütze liefert genau einen Ausnutzungsgrad von $v = 1,00$. Dieser Wert wird im Berechnungsprogramm iterativ durch eine Nullstellensuche in der Funktion *calcgrt* (Kap. A-1.3.3) ermittelt. Als Startwert wird für alle Λ_{rand} Berechnungen das Λ_m genommen, da es nahe dem Mittelwert der Λ_{rand} Werte liegt.

Startet man beim gezeigten Realisation eines Hallenrahmens in der Funktion *calcgrt* mit dem Mittelwert $\Lambda_m = 1,5023061$, so sind 6 Berechnungsdurchläufe/Iterationsschritte nötig um Λ_{rand} mit einer Genauigkeit von 10^{-7} zu ermitteln (siehe **Tabelle 8.5**).

Tabelle 8.5 Iterationsschritte in *calcgrt*

Iterationsschritt	Λ_{rand}	v
1	1.5023061	0.9832520
2	1.4598145	0.9628940
3	1.5447977	1.0036164
4	1.5372507	0.9999990
5	1.5372529	1.0000000
6	1.5372529	1.0000000

Wird als Startwert beispielsweise 1,0 gewählt, so sind 25 Iterationsschritte notwendig, um zum gewünschten Ergebnis zu kommen. Um einen möglichst effizienten Programmablauf zu erhalten, sollte der Startwert also bereits möglichst nahe am Resultatwert liegen. Die Wahl des jeweiligen Startwertes in der programmtechnischen Umsetzung ist in Kap. A-1.3.1 genauer beschrieben.

8.5.3 Bemessungswert von Λ aus MC-Simulationen (84 500 Einzelrahmen)

Im Berechnungsablauf der Monte Carlo Rahmen Simulation werden eine Vielzahl von Realisierungen (84.500) für den Hallenrahmen generiert und nach dem in Kapitel 8.5.1 bzw. 8.5.2 gezeigten Ablauf berechnet.

Die „Laststeigerungsfaktoren“ der einzelnen Realisationen $\Lambda_{\text{rand},i}$ werden der Größe nach aufsteigend sortiert und anschließend wird der Wert an der Stelle n_d (von unten gezählt) herausgegriffen. Dieser Wert entspricht dem Bemessungswert von Λ für die „theoretische Widerstandsfunktion¹⁰“, wenn der zutreffende Wert p_d Anwendung findet. Dabei gilt für n_d :

$$n_d = \frac{n_{\text{rand}}}{p_d} = \frac{84500}{845} = 100$$

mit:

$$n_{\text{rand}} = \text{Anzahl der Realisierungen, hier } n_{\text{rand}} = 84\,500$$

$$p_d = 845 \text{ (siehe 2.2.7)}$$

Somit ergibt sich $n_d = 100$.

Im **Bild 8.7** ist die Dichtefunktion der „Laststeigerungsfaktoren“ $\Lambda_{\text{rand},i}$ bezogen auf den Laststeigerungsfaktor des Hallenrahmens mit den nominellen Basisvariablen Λ_{nom} dargestellt.

Die zur in **Bild 8.7** dargestellten Dichtefunktion zugehörigen Resultatwerte sind in der **Tabelle 8.6** zusammengefasst.

Anmerkung: der Bemessungswert von Λ ist in **Bild 8.7** sowie in **Tabelle 8.6** als $\Lambda_{\text{rand},845}$ bezeichnet.

¹⁰ Hier kann nur von der theoretischen Widerstandsfunktion gesprochen werden, da nur die Streuungen der Basisvariablen, jedoch nicht die Modellungenauigkeiten in die Berechnung einfließen.

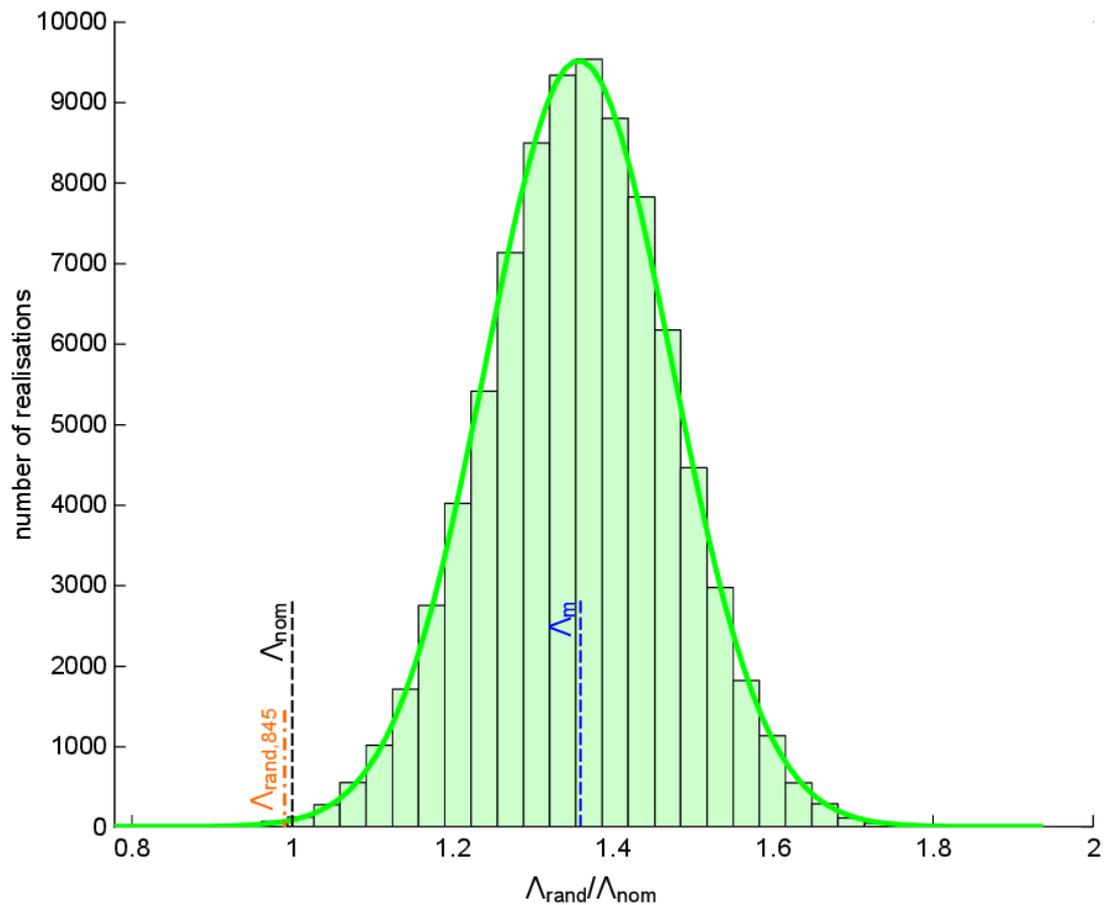


Bild 8.7 Dichtefunktion von $\Lambda_{\text{rand}}/\Lambda_{\text{nom}}$ einer Monte Carlo-Berechnung eines Hallenrahmens

Wie in **Bild 8.7** zu sehen ist, stimmt die Verteilung der Resultate aus der Monte Carlo-Berechnung (Histogramm) sehr genau mit der Normalverteilungskurve überein. Eine Näherung der Resultatwerte durch eine Normalverteilung ist somit sehr sinnvoll. Die Charakteristika der Normalverteilungskurve (Mittelwert μ und Standardabweichung σ) sind ebenfalls in **Tabelle 8.6** angeführt.

Tabelle 8.6 Resultatwerte Λ einer Monte Carlo-Berechnung eines Hallenrahmens

Λ_{nom}	$\Lambda_{\text{rand},845}/\Lambda_{\text{nom}}$	$\Lambda_{\text{m}}/\Lambda_{\text{nom}}$	$\mu (\Lambda_{\text{rand}}/\Lambda_{\text{nom}})$	$\sigma (\Lambda_{\text{rand}}/\Lambda_{\text{nom}})$
1,104212	0,990713	1,365880	1,357804	0.115948

Wie der **Tabelle 8.6** zu entnehmen ist, stimmt der Bemessungswert der Monte Carlo Berechnung $\Lambda_{\text{rand},845}$ mit dem nominellen Wert Λ_{nom} sehr gut überein.

Das Verhältnis aus nominellen Laststeigerungsfaktor Λ_{nom} zum Bemessungswert für den Laststeigerungsfaktor aus der MC-Berechnung $\Lambda_{\text{rand},845}$ würde dem erforderlichen Teilsicherheitsbeiwert γ_M für das betrachtete Hallenrahmenbeispiel entsprechen, jedoch sind hier die Modellungenauigkeiten noch nicht mitberücksichtigt.

$$\gamma_M' = \frac{\Lambda_{\text{nom}}}{\Lambda_{\text{rand},845}} = \frac{1}{0,990713} = 1,002878$$

γ_M' = Teilsicherheitsbeiwert des Widerstandes des betrachteten Hallenrahmens ohne Berücksichtigung der Modellungenauigkeiten.

8.5.4 Schlussfolgerung

Da bei der Modellierung eines Hallenrahmens bei der statischen Bemessung zumeist noch Reserven gegenüber dem realen Tragsystem vorhanden sind, ist die Wahl von $\gamma_M = 1,0$ fast immer ausreichend. Wird jedoch das reale Tragsystem sehr genau durch das Rechenmodell abgebildet, sodass kaum Tragreserven aus der Modellbildung zu erwarten sind, so kann der Teilsicherheitsbeiwert mit $\gamma_M = 1,0$ zu gering gewählt sein, um die gewünschte Zuverlässigkeit des Bauwerkes zu erzielen.

9 Einfluss der Modellungenauigkeit – Beispiel Knickstab unter zentrischem Druck

Bei der Erstellung eines Widerstandsmodelles werden grundsätzlich theoretische und experimentelle Widerstandswerte ermittelt. Der Vergleich dieser Werte ermöglicht die Kalibrierung der theoretischen Werte, so dass das theoretische Widerstandsmodell zur Bemessung eines realen Tragsystems herangezogen werden kann.

9.1 Bestimmung von r_e mittels FEM-Berechnung

Da die Durchführung von Versuchen sehr Kosten- und Zeitintensiv ist und die Kalibrierung des Widerstandsmodelles eine Vielzahl an Versuchen erfordert, wurde auf die Durchführung realer Versuche im Zuge dieser Arbeit verzichtet. Anstelle der realen Versuche werden Finite Elemente Berechnungen mittels Abaqus [12] durchgeführt. Die Finite Elemente Berechnungen sollen das reale Tragverhalten so genau wie möglich abbilden. Deshalb werden zusätzlich zu den „theoretischen“ Basisgrößen und Imperfektionen (Kap. 4.1) auch die experimentellen Basisgrößen und Imperfektionen (Kap. 4.2) berücksichtigt. Die Finite Elemente Berechnungen werden als GMNIA Berechnungen, also geometrisch und materiell nichtlineare Berechnungen mit Imperfektionen, ausgeführt.

9.1.1 Modellierung des Querschnittes in FEM

Das I- bzw. H-Profil wird für die Finite Elemente Berechnungen durch zusammengesetzte Schalenelemente modelliert. Dies ist deutlich weniger rechenaufwändig als die Berechnung mit Volumenelementen und liefert trotzdem hinreichend genaue Rechenergebnisse. In **Bild 9.1** ist der reale Querschnitt dem Rechenmodell gegenübergestellt. Ober- und Untergurt sowie der Steg werden durch Schalenelemente modelliert, und anstelle der Ausrundungsradien werden quadratische Hohlkastenelemente als zusätzliche Stabelemente eingefügt.

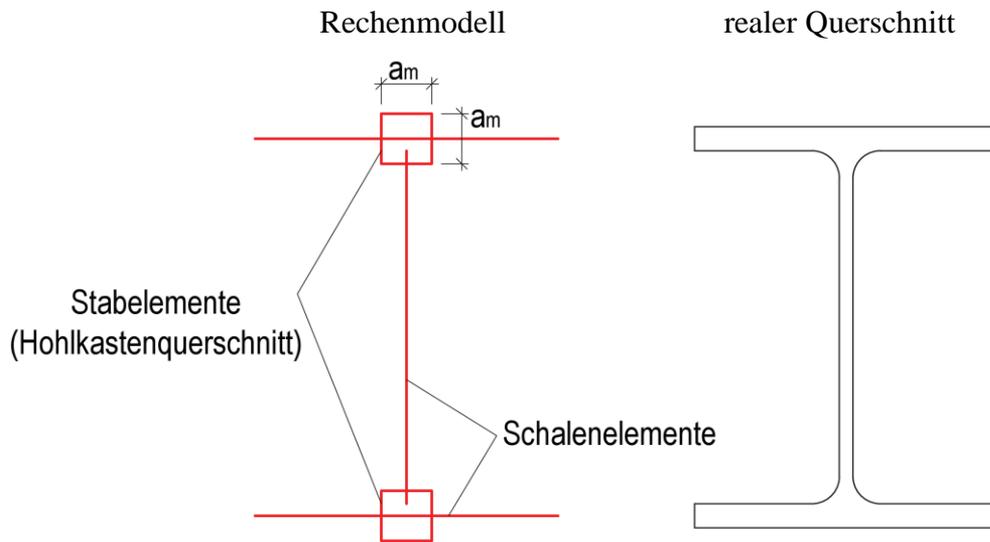


Bild 9.1 Vergleich Rechenmodell mit realem Querschnitt

Die Hohlkastenlänge bzw. -breite a sowie die Wanddicke t werden so gewählt, dass das Torsionsträgheitsmoment und die Querschnittsfläche dem der Ausrundungsradien entsprechen. Die Formeln zur Berechnung sind im Folgenden aufgelistet.

$I_t =$ Torsionsträgheitsmoment des I- bzw. H-Profils (siehe Formel (3.6))

$I_{t,0} =$ Torsionsträgheitsmoment ohne Ausrundungsradien

$$I_{t,0} = \frac{h_w \cdot t_w^3 + 2 \cdot b \cdot t_f^3}{3} \quad (9.1)$$

$$\Delta I_t = \frac{I_t - I_{t,0}}{2} \quad (9.2)$$

$$\Delta A = 2 \cdot r^2 \cdot \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) \quad (9.3)$$

$$a_m = \sqrt{\frac{4 \cdot \Delta I_t}{\Delta A}} \quad (9.4)$$

$$t = \frac{\Delta A}{4 \cdot a_m} \quad (9.5)$$

$$a = a_m + t \quad (9.6)$$

Die Trägheitsmomente I_y und I_z aus dem Rechenmodell und dem tatsächlichen Querschnitt weichen geringfügig voneinander ab.

Das Materialverhalten ist, wie in Kapitel 4.2.2 beschrieben, modelliert.

9.1.2 Modellierung des statischen Systems

Der modellierte Stab wird im Rechenmodell an den Auflagern durch Gabellagerungen gehalten. Das Lager A ist in Stabrichtung verschieblich gelagert und in die anderen Richtungen gehalten. Die Verschiebungen am Lager B sind in alle Richtungen gehalten. Am Lager A wird die Druckkraft in Stabrichtung aufgebracht. In **Bild 9.2** ist eine Skizze des statischen Systems der FEM-Berechnungen zu sehen. Hier ist das statische System des Knickstabes für das Knicken um die schwache Achse (z -Achse) gezeigt. Um das Knicken um die starke Achse (y -Achse) zu erzwingen, muss der Stab aus der Ebene (in z -Richtung) durchgehend gehalten werden.

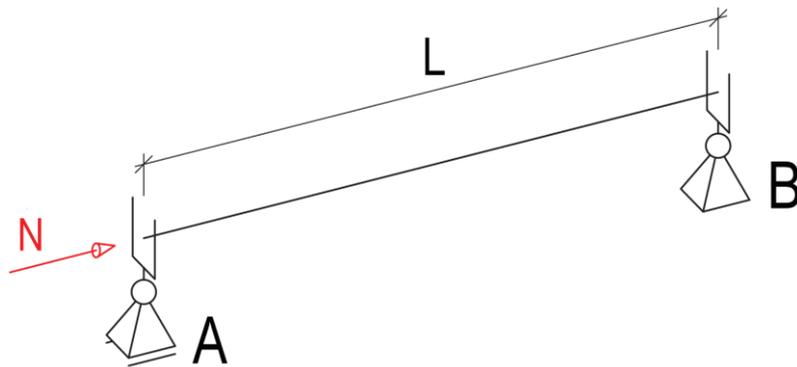


Bild 9.2 statisches System Knickstab

9.1.3 Realisierung eines Biegeknickversuchs

Anhand eines Beispiels wird hier die Realisierung eines Biegeknickversuches mit dem FEM-Programm Abaqus gezeigt.

a) Eingangsdaten

Profil:	IPE160
Material:	S 235
Ausweichrichtung:	Knicken um die z -Achse
Schlankheitsgrad $\bar{\lambda}$:	1,5

b) Basisvariablen

Die berücksichtigten Basisvariablen sind in Kap. 4 angeführt. Die hier verwendeten Basisvariablen werden zufällig aus Mittelwert, Standardabweichung und Verteilungsart (mithilfe von Matlab) gewählt und sind in **Tabelle 9.1** angeführt.

Tabelle 9.1 Basisvariable Beispiel Biegeknicken

Einheiten [N],[mm]		nom-Wert	μ -Wert	σ -Wert	random-Wert
Querschnitt IPE160	b	82	82	0,738	82,214905
	h	160	160	1,44	160,234008
	t_f	7,4	7,215	0,222	6,900442
	t_w	5,0	5,125	0,200	5,194037
	r	9,0	9,0	-	9,0
Material	f_y	235	300	20	277,117148
	E	210 000	215 000	8 400	207 045,0393
	ν	0,3	0,3	-	0,3
Eigenspannung	σ_E	70,5	47,0	11,75	35,738035
Imperfektion	e_0/L	-	0,00085	0,0002	0,00114
	e_{cc}	-	0,60	0,45	0,493303

Aus den gewählten Eingangsdaten sowie den nominellen Werten der Basisvariablen werden die Stablänge L sowie die nominelle Querschnittstragfähigkeit mithilfe der Formeln (3.29) und (3.30) sowie (3.14) ermittelt.

$$N_{pl,nom}: \quad 472145,8 \text{ [N]}$$

$$L: \quad 2597,6 \text{ [mm]}$$

c) Laststeigerung

Als maximale Referenzlast ist die zweifache nominelle Querschnittstragfähigkeit gewählt. Im FEM-Programm wird nun die Normalkraft (von 0 weg) so lange gesteigert, bis die Systemtragfähigkeit erreicht ist. Die Systemtragfähigkeit ist dann erreicht, wenn der Stab ausknickt (Biegeknickversagen) oder die Querschnittstragfähigkeit an einem beliebigen Querschnitt des Stabes erreicht ist. Das FEM-Programm gibt den Laststeigerungsfaktor an bis zu dem die maximale Last gesteigert werden kann. Der „experimentelle Widerstand“ $r_{e,i}$ wird somit wie folgt berechnet:

$$r_{e,i} = 2 \cdot N_{pl,nom} \cdot \Phi_i \quad (9.7)$$

$\Phi_i =$ Laststeigerungsfaktor der Realisierung i (aus FEM-Berechnung)

Für die in **Tabelle 9.1** angeführten Basiswerte ergibt die Finite Elemente Berechnung mit Abaqus einen Laststeigerungsfaktor $\Phi_i = 0,1688396$. Damit ergibt sich der „experimentelle Widerstand“ $r_{e,i} = 0,3376792 \cdot N_{pl,nom} = 159433,8$ [N].

Das **Bild 9.3** zeigt das (halbe) betrachtete System unter der maximal aufnehmbaren Normalkrafteinwirkung im FEM-Programm Abaqus.

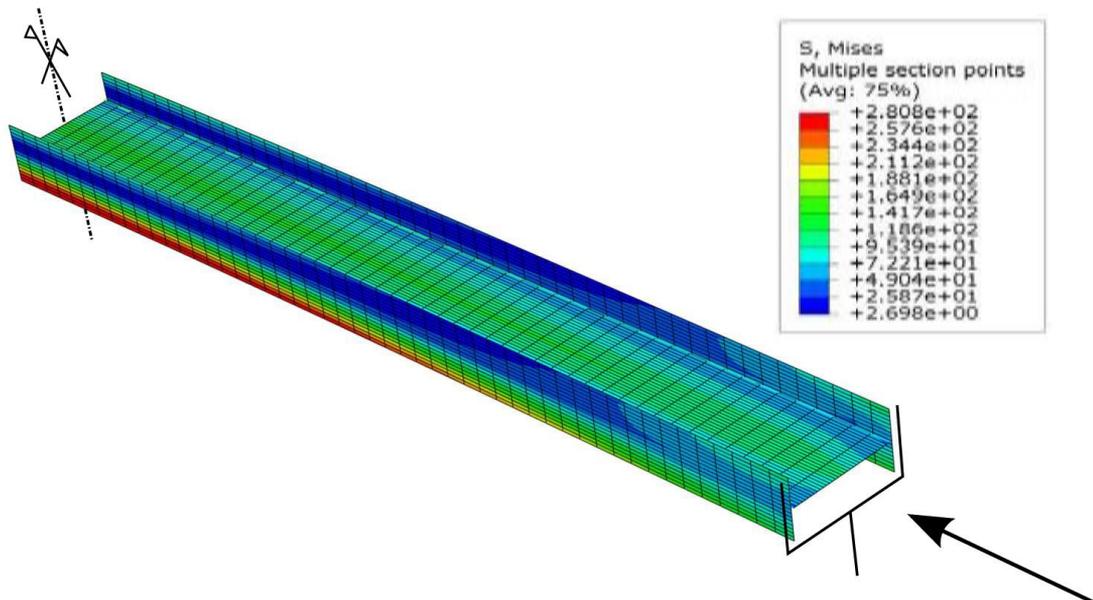


Bild 9.3 Biegeknickstab im Grenzzustand im FEM-Programm Abaqus

9.2 Vergleich der experimentellen und theoretischen Werte

9.2.1 r_e - r_t Diagramm

Die experimentellen Widerstände r_e , die man aus den Versuchen erhält (oder in diesem Fall aus den FEM-Berechnungen) werden den zugehörigen theoretischen Widerständen r_t in einem r_e - r_t Diagramm gegenübergestellt. Für die Ermittlung der zugehörigen theoretischen Widerstände sind die tatsächlichen Basisgrößen festzustellen und damit die theoretischen Widerstände zu ermitteln. So sind von den Versuchsträgern die Querschnittsabmessungen zu messen, die Stahlfließgrenzen sowie der E-Modul aus Zugversuchen zu bestimmen usw.

Da hier jedoch anstelle der realen Versuche Vergleichsberechnungen mithilfe eines FEM-Programmes durchgeführt werden, sind die Basisvariablen der „Versuchsträger“ bekannt und können direkt in die r_t Berechnung eingesetzt werden. (vgl. Kap. 6.2.1) Ein solches r_e - r_t Diagramm ist in **Bild 9.4** zu sehen.

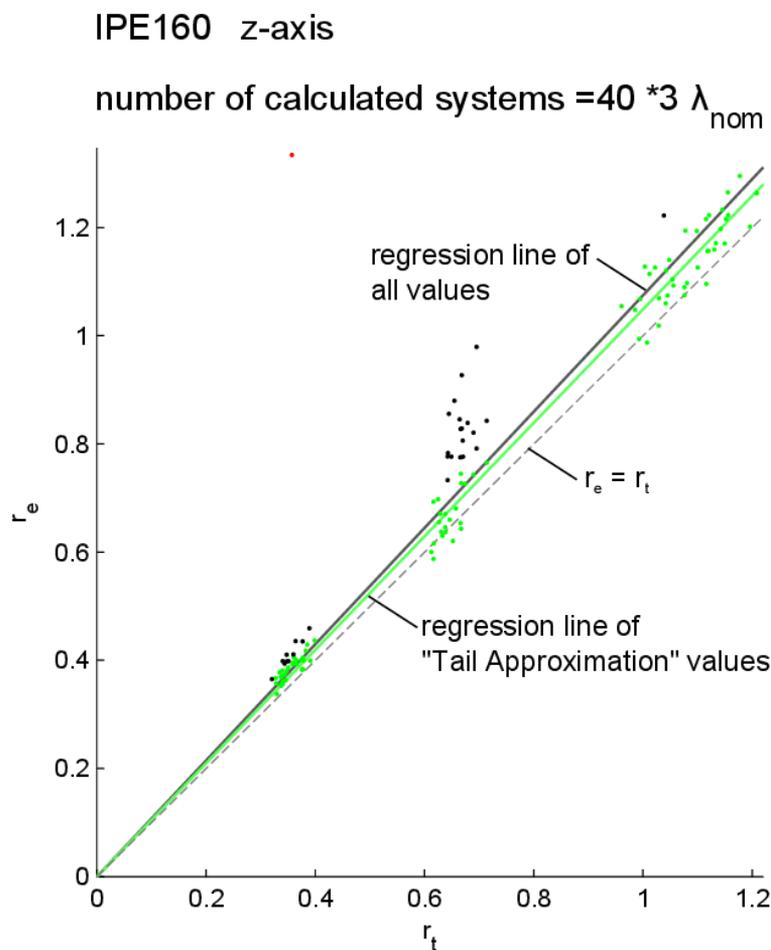


Bild 9.4 r_e - r_t Diagramm; IPE160 Biegeknicken um die z-Achse

Die grau strichlierte Linie bildet die 45° Diagonale. Bei Resultaten, die oberhalb der Diagonale liegen, ist die experimentelle Tragfähigkeit höher als die theoretische Tragfähigkeit. Bei Resultaten die unterhalb der Diagonale liegen, ist dies genau umgekehrt. In dem in **Bild 9.4** gezeigten $r_e - r_t$ Diagramm, liegen die Resultate meist oberhalb oder nur knapp unterhalb der 45° Diagonale, was bedeutet, dass die theoretischen Werte eher konservativ sind im Vergleich zu den experimentellen Werten.

Vereinzelt kann es sogar zu Realisierungen kommen, bei denen die experimentellen Werte deutlich über den theoretischen Werten liegen (siehe rot gekennzeichnetes Resultatwert in **Bild 9.4**). Der Grund dafür ist, dass bei der Berechnung der experimentellen Werte deutlich mehr Eingangsparameter berücksichtigt werden, als bei der Berechnung der theoretischen Werte. Eine zufällige, sehr günstige Konstellation aus Vorkrümmung des Stabes und Lastexzentrizität ermöglicht in diesem konkreten Beispiel eine Laststeigerung über die theoretische Biegeknicktragfähigkeit hinaus bis die Querschnittstragfähigkeit erreicht ist. Dieser „positive Ausreißer“ wird in den weiteren Berechnungen nicht mitgenommen. Der Grund hierfür ist dem Kapitel 9.2.3 zu entnehmen. Die beiden durchgezogenen Linien bilden die Ausgleichsgeraden der Resultate, die grüne Linie ist jene der grünen Resultatswerte, die schwarze Linie ist jene sämtlicher Resultatswerte (ausgenommen dem roten Resultatswert). Der Grund für die Unterteilung ist ebenfalls im Kapitel 9.2.3 erklärt.

9.2.2 Quantilplot

Trägt man die Resultate aus r_e/r_t in einem Wahrscheinlichkeitspapier auf, so lässt sich überprüfen, ob diese Resultate einer Normalverteilung entsprechen. Befinden sich alle Resultate auf einer Geraden, so sind diese normalverteilt. Das Wahrscheinlichkeitspapier wird oftmals auch als Quantil-Plot ($q-q$ Plot) bezeichnet. In **Bild 9.5** ist der Quantilplot zum in **Bild 9.4** dargestellten $r_e - r_t$ Diagramm zu sehen.

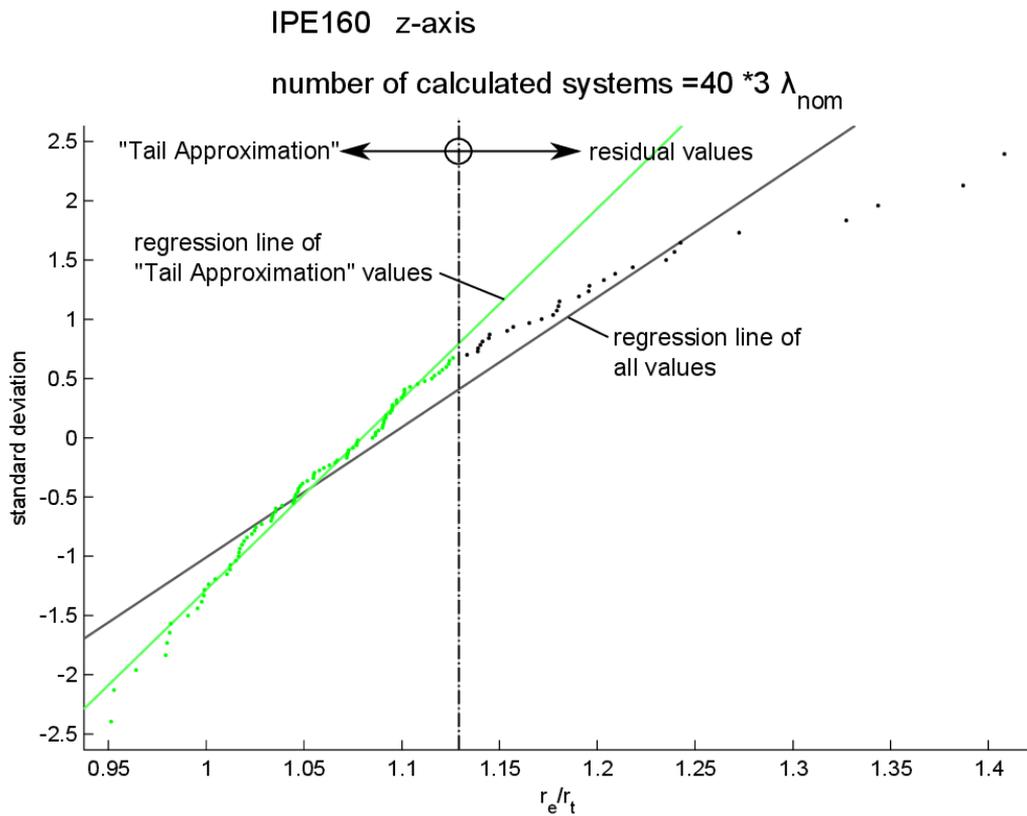


Bild 9.5 q-q Diagramm; IPE160 Biegeknicken um die z-Achse

9.2.3 Tail Approximation

Wie im **Bild 9.5** zu sehen ist, weichen die Resultatwerte von der Ausgleichsgeraden (die einer idealen Normalverteilung entspricht) deutlich ab. Bereichsweise lassen sich die Resultate aber sehr gut durch eine Ausgleichsgerade im $q-q$ Plot (und somit durch eine Normalverteilung) annähern. In **Bild 9.6** ist die r_e/r_t Datenmenge durch eine Normalverteilung angenähert, die alle Resultate berücksichtigt (graue Kurve) und zum Vergleich durch eine Normalverteilung die nur die grünen Daten berücksichtigt (grüne Kurve). Dem Diagramm ist zu entnehmen, dass die bemessungsrelevanten unteren r_e/r_t Werte durch die grüne Kurve deutlich besser angenähert werden, als durch die graue Kurve.

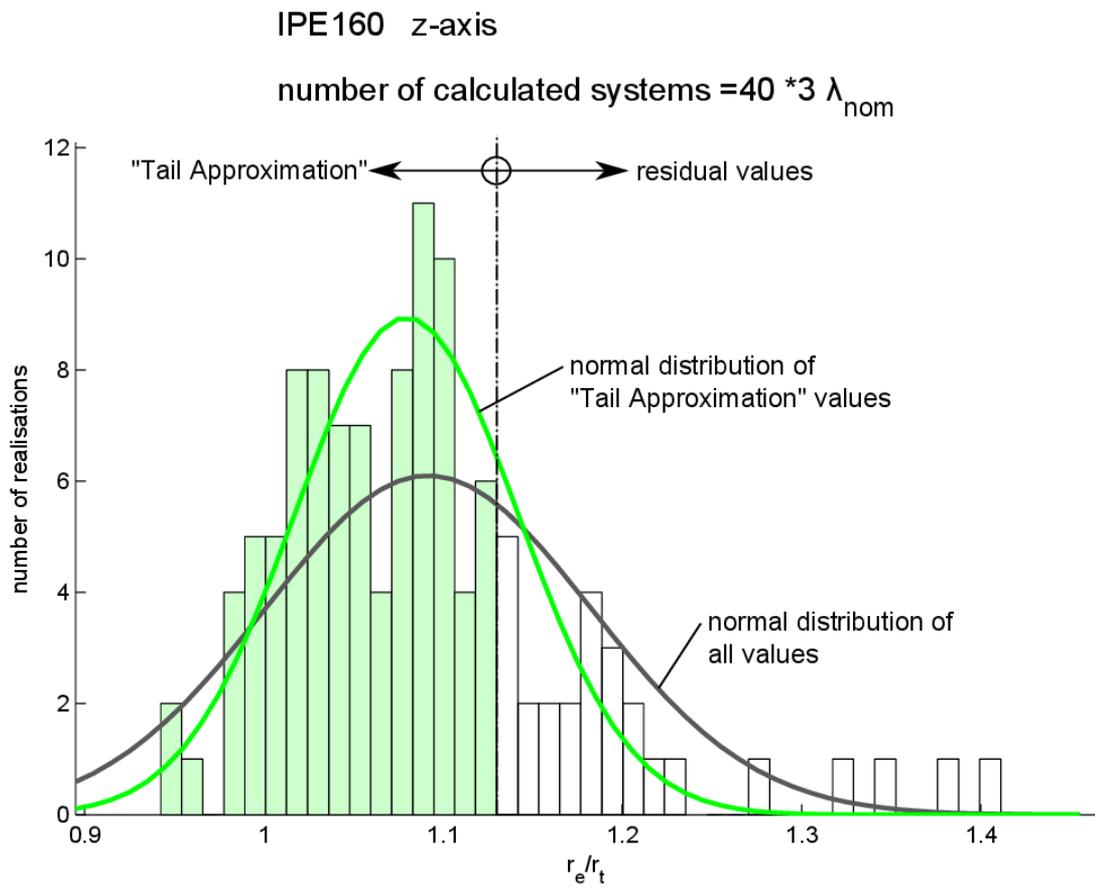


Bild 9.6 „Tail Approximation“ der Normalverteilung; IPE160 Biegeknicken um die z-Achse

Anmerkung: Die in der „Tail Approximation“ berücksichtigten Werte sind in **Bild 9.4**, **Bild 9.5** und **Bild 9.6** in grün eingetragen.

In **Tabelle 10.1** sind die Ergebnisse, aus dem in Kapitel 10 gezeigten Beispiel, von V_{δ} , b und s_{δ} für alle Resultatwerte (mit und ohne dem extremen „Ausreißer“ in Rot) sowie die in der „Tail Approximation“ berücksichtigten Resultatwerte gegenübergestellt. Die Berechnung von b erfolgt wie in Kap. 2.1.3 mit der Formel (2.3). V_{δ} wird, wie in Kap. 2.1.4 beschrieben, mit den Formeln (2.4) bis (2.10) berechnet, und s_{δ} , wie in Kap. 2.2.2 beschrieben, mithilfe der Formeln (2.31) und (2.32).

Die Festlegung des Grenzwertes $r_e/r_t \leq 1,13$ für die „Tail Approximation“ im gezeigten Beispiel erfolgte rein visuell.

Tabelle 9.2 Resultatwerte für V_{δ} , b und s_{δ}

	alle Resultate (inkl. extremen Ausreißer)	alle Resultate (ohne extremen Ausreißer)	„Tail Approximation“
b	1,0794	1,0745	1,0488
V_{δ}	0,1354	0,0746	0,0422
s_{δ}	0,2366	0,0786	0,0411

In **Tabelle 10.1** ist zu erkennen, dass die „Tail Approximation“ zwar zu einem geringeren Wert b führt, jedoch auch die Werte V_{δ} und s_{δ} deutlich geringer sind als bei den Berechnungen mit allen Resultaten. Die Betrachtung aller Resultatwerte, inklusive dem „extremen Ausreißer“, führt nur zu einem geringfügig höheren Wert b , dafür aber zu sehr viel schlechteren Werten V_{δ} und s_{δ} , weshalb der Ausreißer auf jeden Fall in den weiteren Berechnungen unberücksichtigt bleiben sollte.

10 Bestimmung von γ_M – Beispiel Knickstab

Die Kalibrierung des Widerstandsmodelles erfolgt nach der in Kapitel 2 beschriebenen Vorgehensweise. In diesem Kapitel ist die Kalibrierung des Widerstandsmodelles eines Biegeknickstabes unter zentrischer Druckbelastung zahlenmäßig gezeigt.

10.1.1 Eingangsdaten

a) Allgemein

Profil:	IPE160
Material:	S 235
Ausweichrichtung:	Knicken um z-Achse

b) Ermittlung von V_δ

Schlankheitsgrade $\bar{\lambda}$:	[0,5 1,0 1,5]
Anzahl der „Versuche“ je $\bar{\lambda}$:	40

c) Ermittlung von V_{rt}

Schlankheitsgrad $\bar{\lambda}$:	0 bis 2,0
Schrittweite von $\bar{\lambda}$:	0,2
Anzahl der betrachteten $\bar{\lambda}$ Werte:	11

d) Monte Carlo-Simulation

Schlankheitsgrad $\bar{\lambda}$:	0 bis 2,0
Schrittweite von $\bar{\lambda}$:	0,2
Anzahl der Realisierungen n_{Rand} je $\bar{\lambda}$:	845 000

Die nominellen Werte, Mittelwerte und Standardabweichungen der Basisgrößen sind in Kapitel 4 zu finden.

10.1.2 Wahl des Bemessungsmodelles

Als Bemessungsmodell für Biegeknicken werden die im EC3 angewandten Formeln verwendet. Diese sind in Kapitel 3.3.1 zusammengefasst.

10.2 Modellungenauigkeit – Bestimmung von δ bzw. V_δ

a) Vergleich der experimentellen und theoretischen Werte

Anstelle von realen Versuchen werden die experimentellen Werte durch Finite Elemente Berechnungen angenähert. (siehe Kap. 9.1)

Die experimentellen Widerstände werden den theoretischen Widerständen in einem $r_e - r_t$ Diagramm gegenübergestellt. In diesem Beispiel sind 40 zufällig erstellte Systeme für jeden der drei Schlankheitsgrade $\bar{\lambda}_{nom}$ (0,5 1,0 1,5) berechnet worden. Das $r_e - r_t$ Diagramm ist in **Bild 10.1** zu sehen.

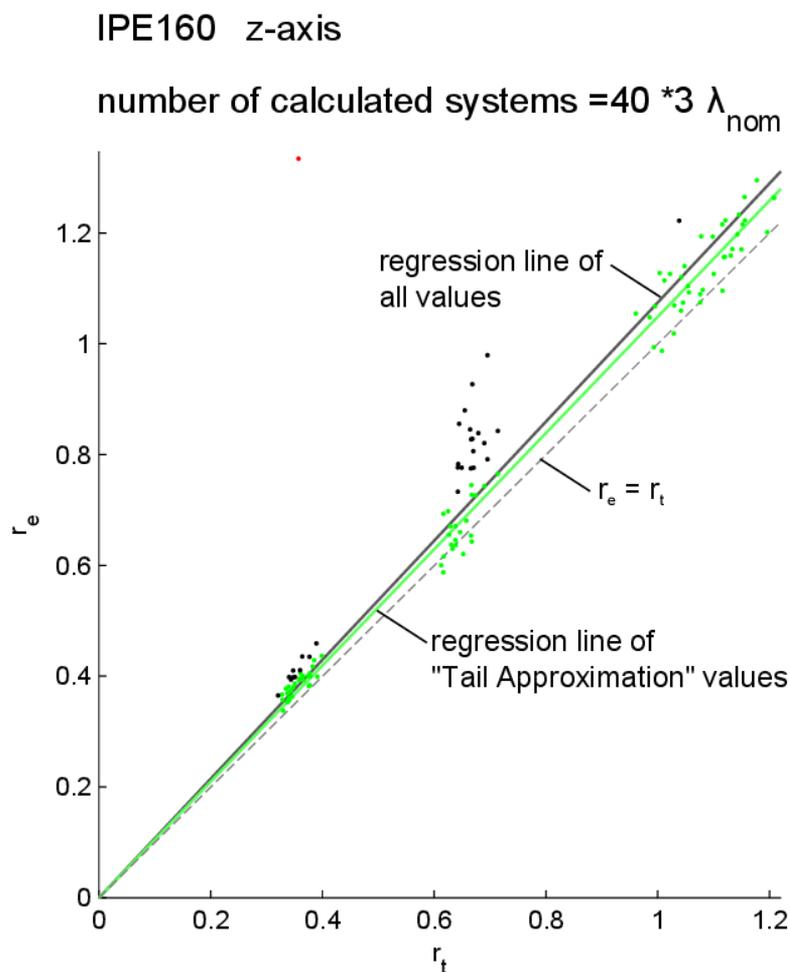


Bild 10.1 $r_e - r_t$ Diagramm; IPE160 Biegeknicken um die z-Achse

Der Aufbau des r_e - r_t Diagrammes ist in Kap. 9.2.1 beschrieben.

Wie im **Bild 10.1** zu sehen ist, liegen die Resultate meist oberhalb oder nur knapp unterhalb der strichlierten 45° Diagonale, was bedeutet, dass die Berechnung der theoretischen Werte eher konservativ ist im Vergleich zu den experimentellen Werten.

Bei einer Realisierung liegt der experimentelle Wert deutlich über dem theoretischen Werten (siehe rot gekennzeichnete Resultatwert in **Bild 10.1**). Der Grund dafür ist, dass bei der Berechnung der experimentellen Werte deutlich mehr Eingangsparameter berücksichtigt werden, als bei der Berechnung der theoretischen Werte. Eine zufällige sehr günstige Konstellation aus Vorkrümmung des Stabes und Lastexzentrizität ermöglicht in diesem konkreten Beispiel eine Laststeigerung über die theoretische Biegetragfähigkeit hinaus bis die Querschnittstragfähigkeit erreicht ist.

Für die weitere Berechnung werden nur die in Grün dargestellten - aufgrund der „Tail Approximation“ gewählten - Resultatwerte verwendet. Die Erklärung zur „Tail Approximation“ ist dem Kapitel 9.2 zu entnehmen.

In **Tabelle 10.1** sind die Ergebnisse von V_δ , b und s_δ für alle in der „Tail Approximation“ berücksichtigten Resultatwerte dargestellt. Die Berechnung von b erfolgt wie in Kap. 2.1.3 mit der Formel (2.3). V_δ wird, wie in Kap. 2.1.4 beschrieben, mit den Formeln (2.4) bis (2.10) berechnet, und s_δ , wie in Kap. 2.2.2 beschrieben, mithilfe der Formeln (2.31) und (2.32).

Tabelle 10.1 V_δ , b und s_δ aus „Tail Approximierten“ r_e - r_t Werten

b	V_δ	s_δ
1,0488	0,0422	0,0411

Anmerkung: Die hier berechneten Werte V_δ , b und s_δ werden benötigt, in 10.3 bei der direkten Berechnung von r_d mittels Monte Carlo-Simulation sowie in 10.4 bei der indirekten Berechnung von r_d nach EN1990-Annex D benötigt, um den Einfluss der Modellungenauigkeiten in den Berechnungen zu berücksichtigen.

10.3 Direkte Bestimmung von r_d mittels Monte Carlo Berechnung

In den folgenden Kapiteln wird oft der Resultatvergleich zwischen der Monte Carlo Berechnung und der Berechnung nach EN1990 [4] geführt. Deshalb wird an dieser Stelle die Kalibrierung des Widerstandsmodelles mithilfe der Monte Carlo Simulation am Beispiel des Knickstabes unter zentrischer Druckbelastung beschrieben.

a) Bestimmung von $r_{t,rand,i}$

Zur Berücksichtigung der ausreichenden Variation der Basisvariablen wird eine Vielzahl an Realisierungen erstellt (845 000 Realisierungen in diesem Beispiel). Es wird jede Basisvariable um den Mittelwert zufällig variiert, und diese zufällig erstellten Variablen werden wiederum zufällig kombiniert. Diese Einzelwerte werden dann in die Widerstandsfunktion des Stabes für Biegeknicken eingesetzt. So erhält man $r_{t,rand,i}$, den theoretischen Widerstandswert für eine Realisierung i . Der Widerstand des Stabes auf Biegeknicken wird durch die Formeln (3.25) bis (3.30) ermittelt (siehe Kap. 3.3.1).

b) Schätzung der Streugröße δ_{rand}

Um zusätzlich auch die Abweichungen zwischen Rechenmodell (theoretischer Widerstandswert) und dem Versuchsmodell zu berücksichtigen, werden die Tragfähigkeiten $r_{t,rand,i}$ aus den zufällig erstellten Realisierungen noch um die systematische Abweichung $b = 1,0488$ (vgl. **Tabelle 10.1**) und um eine zufällig gewählte Streugröße δ_{rand} erweitert.

δ_{rand} wird aus der normal inversen Summenfunktion nach Formel (2.35) gebildet.

$$\delta_{rand,i} = \text{norminv}(p_{rand,i} | \bar{\delta}, s_{\delta})$$

Dabei ist (in diesem Beispiel):

$$p_{rand,i} = \text{gleichverteilte Zufallszahl im Bereich 0 bis 1}$$

$$\bar{\delta} = \text{Mittelwert der Werte } \delta_i; \bar{\delta} = 0,9814 \text{ (nach Formel (2.31))}$$

$$s_{\delta} = \text{Standardabweichung der Werte } \delta_i; s_{\delta} = 0,0411 \text{ (siehe Tabelle 10.1)}$$

c) Bestimmung von $r_{rand,i}$

Die endgültigen Widerstandswerte werden zusammenfassend aus den theoretischen Widerstandswerten $r_{t,rand,i}$, der Mittelwertkorrektur b sowie den Streugrößen $\delta_{rand,i}$ nach Formel (2.44) bestimmt.

$$r_{rand,i} = b \cdot r_{t,rand,i} \cdot \delta_{rand,i}$$

d) Bestimmung des Bemessungswertes r_d der Widerstandsfunktion

Die Widerstandswerte $r_{\text{rand},i}$ werden der Größe nach aufsteigend sortiert und anschließend wird der Wert an der Stelle n_d (von unten gezählt) herausgegriffen. Dieser Wert entspricht dem Bemessungswert r_d , wenn der zutreffende Wert p_d Anwendung findet. Dabei gilt für n_d :

$$n_d = \frac{n_{\text{rand}}}{p_d} = \frac{845000}{845} = 1000$$

mit:

$$n_{\text{rand}} = \text{Anzahl der Realisierungen, hier } n_{\text{rand}} = 845\,000$$

$$p_d = 845 \text{ (siehe 2.2.7)}$$

Somit ergibt sich $n_d = 1000$. Die Resultate der Monte Carlo Berechnung sind in den Vergleichen zur Berechnung nach EN1990 [4] in Kap. 10.4.2 zu sehen.

10.4 indirekte Bestimmung von r_d – Methode aus EN1990 – Annex D**10.4.1 Berechnung von V_{rt} am Beispiel Knickstab – Verschiedene Varianten**

Der Variationskoeffizient V_{rt} berücksichtigt die Streuung der Basisvariablen um den jeweiligen Mittelwert. Für allgemeine (komplexe) Widerstandsfunktionen wird V_{rt} nach den Formeln (2.17) und (2.18) berechnet.

$$V_{rt}^2 = \frac{1}{g_{rt}^2(\underline{X}_m)} \times \sum_{i=1}^j \left(\frac{\partial g_{rt}}{\partial X_i} \times \sigma_i \right)^2 \quad (2.17)$$

mit:

$$\frac{\partial g_{rt}}{\partial X_i} \approx \frac{g_{rt}(X_1, \dots, X_i + \Delta X_i, \dots, X_j) - g_{rt}(\underline{X})}{\Delta X_i} \quad (2.18)$$

Die Anwendung der Formel (2.17) ist in EN1990 [4] nicht ganz eindeutig beschrieben und so kommt es zu verschiedenen Auslegungen wie die V_{rt} Berechnung durchzuführen ist.

In diesem Beispiel sind 4 verschiedene Varianten für die Ableitung der Widerstandsfunktion g_{rt} nach den Basisvariablen X_i gerechnet, um die Auswirkung der Wahl der Eingangsgrößen zu zeigen.

a) Variante 1

Bei der Berechnung der Terme $\frac{\partial g_{rt}}{\partial X_i}$ werden die nominellen Größen der Basisvariablen X_i eingesetzt und damit der Variationskoeffizient V_{rt} gerechnet. Der Variationskoeffizient, in Abhängigkeit von $\bar{\lambda}_{nom}$, auch aufgeteilt in den einzelnen Basisvariablen, ist in **Bild 10.2** zu sehen.

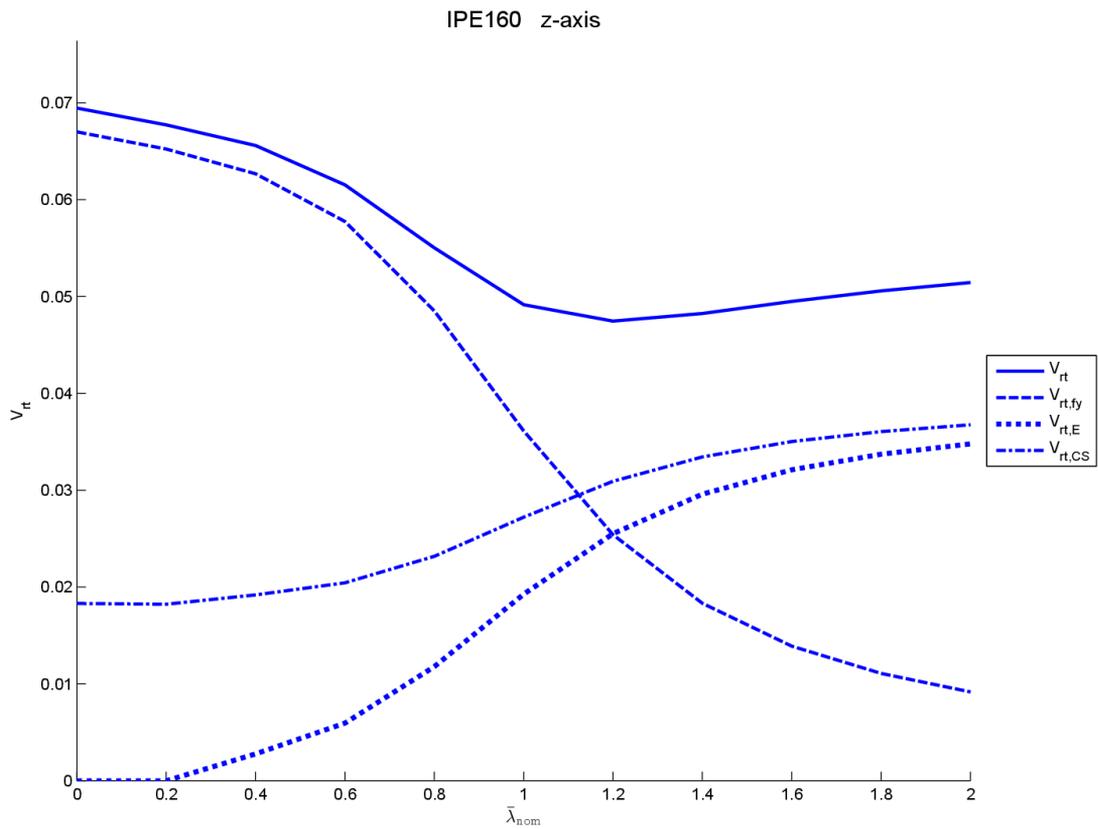


Bild 10.2 V_{rt} -Koeffizienten; IPE160; Knicken um die z -Achse; Var.1

b) Variante 2

In Var.2 werden die Mittelwerte der Basisvariablen X_i bei der Berechnung der Terme $\frac{\partial g_{rt}}{\partial X_i}$ eingesetzt, und damit der Variationskoeffizient V_{rt} gerechnet. Der Variationskoeffizient, in Abhängigkeit von $\bar{\lambda}_{nom}$ auch aufgeteilt in den einzelnen Basisvariablen, ist in **Bild 10.3** ersichtlich.

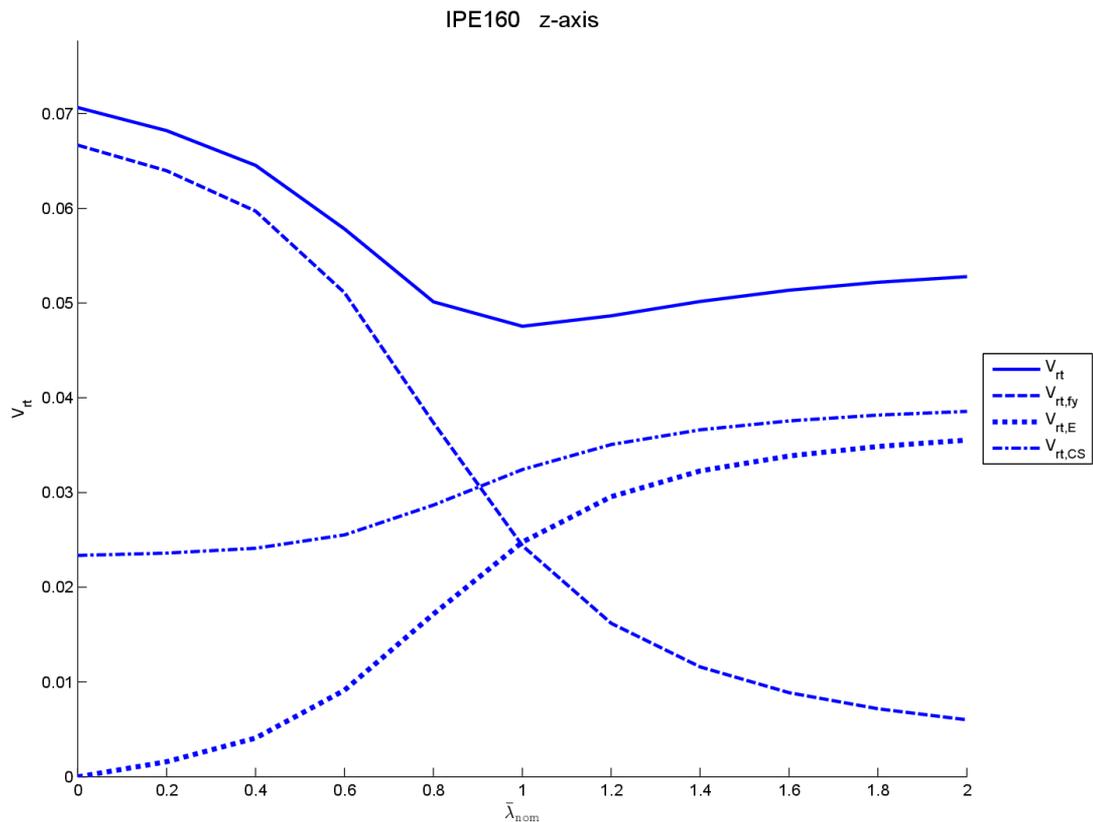


Bild 10.3 V_{rt} -Koeffizienten; IPE160; Knicken um die z -Achse; Var.2

c) Variante 3

In Var.3 werden die jeweiligen aktuellen Werte der Basisvariablen X_i der einzelnen Realisierungen bei der Berechnung der Terme $\frac{\partial g_{rt}}{\partial X_i}$ eingesetzt. Es wird also für jede Realisierung ein eigener Variationskoeffizient $V_{rt,i}$ berechnet. Diese Variationskoeffizienten $V_{rt,i}$ werden dann für die jeweilige Gruppe der $\bar{\lambda}_{nom}$ gemittelt. In diesem Beispiel sind für $\bar{\lambda}_{nom} = 0,5$; 1,0; 1,5 je 40 Variationskoeffizienten gerechnet, und daraus jeweils der Mittelwert gebildet worden. Es wurden die gleichen Realisierungen i wie auch zur V_{δ} Berechnung verwendet.

d) Variante 4

Die Variante 4 ist fast ident zur Variante 3, jedoch werden die Variationskoeffizienten nicht gemittelt, sondern einzeln dargestellt und es wird mit jedem einzeln weitergerechnet. Dies bedeutet, dass nun für jede Realisierung ein eigener Teilsicherheitsbeiwert berechnet wird, der dann anschließend gemittelt wird.

e) Vergleich

Eine der beiden Varianten, Var.3 oder Var.4, ist vermutlich die im Eurocode EN1990 [4] verstandene Variante zur Berechnung der V_{rt} -Koeffizienten. Diese beiden Varianten sind jedoch um ein Vielfaches aufwändiger als die Varianten 1 und 2, da für jeden Teilsicherheitsbeiwert eine Vielzahl an V_{rt} -Koeffizienten zu berechnen ist. Im **Bild 10.4** sind die Variationskoeffizienten, in Abhängigkeit von $\bar{\lambda}_{nom}$, der vier Varianten gegenübergestellt.

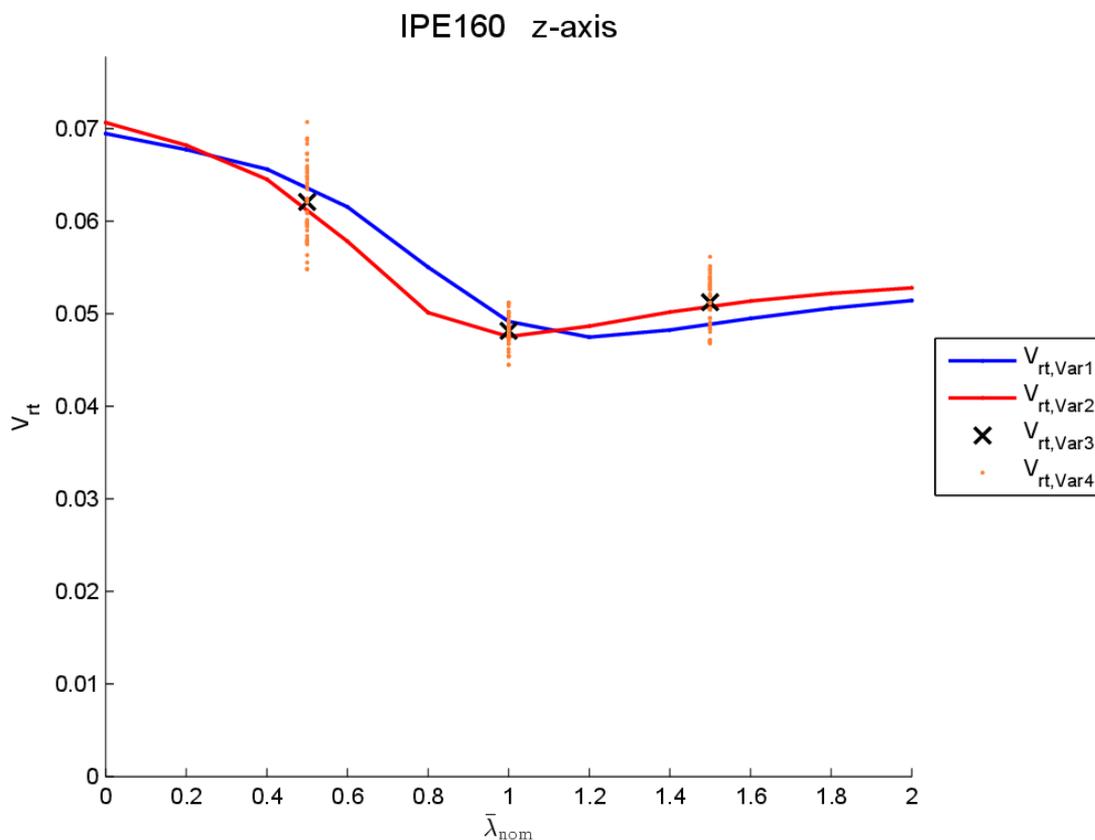


Bild 10.4 V_{rt} -Koeffizienten; Variantenvergleich für IPE160; Knicken um die z-Achse

Die Varianten 2 und 3 liefern sehr ähnliche Ergebnisse, hingegen weicht die Variante 1 teilweise stark von den anderen ab (in diesem Beispiel). Ein Vergleich zur Variante 4 ist hier noch nicht möglich und kann erst auf Ebene der errechneten Teilsicherheitsbeiwerte gezogen werden (siehe Kap. 10.5).

10.4.2 Ermittlung des Bemessungswertes r_d

a) Berechnung des Variationskoeffizienten V_r

Der Variationskoeffizient V_r wird aus dem Variationskoeffizienten für die Modellunsicherheiten V_δ und dem Variationskoeffizienten für die Streuung der Basisvariablen V_{rt} nach Formel (2.14) berechnet.

$$V_r^2 = V_\delta^2 + V_{rt}^2 \quad (2.14)$$

b) Berechnung der Hilfsgröße Q

Die Berechnung des Bemessungswertes r_d ist abhängig von der Anzahl der Versuche. Da die Versuchszahl in diesem Beispiel mit 120 Versuchen gewählt ist (>100) darf die Berechnung nach Formel (2.27) erfolgen. Der in Formel (2.27) erforderliche Wert Q wird nach Formel (2.22) berechnet.

$$Q = \sigma_{\ln(r)} = \sqrt{\ln(V_r^2 + 1)} \quad (2.22)$$

c) Ermittlung des Bemessungswertes r_d

Der Bemessungswert der Widerstandsfunktion r_d darf nun nach Formel (2.27) ermittelt werden.

$$r_d = b \cdot g_{rt}(\underline{X}_m) \cdot e^{(-k_{d,\infty} \cdot Q - 0,5 \cdot Q^2)} \quad (2.27)$$

Der Fraktilenfaktor $k_{d,\infty}$ (für Versuchszahl > 100) wird nach **Tabelle 2.2** mit 3,04 gewählt.

Im Beispiel des Biegeknickstabes unter zentrischer Druckbeanspruchung entspricht der Bemessungswert der Widerstandsfunktion r_d dem Bemessungswert der Normalkrafteinwirkung $N_{b,r,d}$. In **Tabelle 10.2** ist $N_{b,r,d}$ sowie $N_{b,r,d}$ bezogen auf die nominelle Querschnittstragfähigkeit für das Beispiel des Biegeknickstabes mit $\bar{\lambda}_{nom} = 1,0$ für die Varianten 1 bis 3 der Bemessung nach EN 1990 [4] mit der Variante Monte Carlo gegenübergestellt. Die Variante 4 liefert eine Vielzahl an $N_{b,r,d}$ Werten je $\bar{\lambda}_{nom}$ (in diesem Beispiel 40 Werte für $\bar{\lambda}_{nom} = 1,0$) und ist deshalb nicht in **Tabelle 10.2** abgebildet.

Tabelle 10.2 Resultatwerte für $N_{b,r,d}$ bei $\bar{\lambda}_{nom} = 1,0$

Variante	Monte Carlo	EN 1990 Var.1	EN 1990 Var.2	EN 1990 Var.3
$N_{b,r,d}$ [N]	261331	259491	260624	260200
$N_{b,r,d} / N_{r,nom}$	0,5535	0,5496	0,5520	0,5511

Der Vergleich des Bemessungswertes der Normalkrafteinwirkung $N_{b,r,d}$ nach Monte Carlo sowie nach EN 1990 ist in den folgenden Abbildungen (**Bild 10.5** bis **Bild 10.9**) zu sehen. Die orange, strichlierte Linie (bei Variante 1 und 2) bzw. die orangen Punkte (bei Variante 3 und 4) bilden die Werte nach EN1990 [4], die grünen Punkte (Symbol x) stellen die Bemessungswerte aus der Monte Carlo Simulation dar. Als Referenzgrößen dienen die Tragfähigkeiten gerechnet mit Mittelwerten (rote Linie) und die mit den nominellen Werten (blaue Linie). Das Fehlerbalkendiagramm zeigt die Bandbreite der Monte Carlo Werte, wobei die einzelnen Punkte, ober und unterhalb, die jeweils absolut höchsten und niedrigsten Werte aus den Realisierungen darstellen. Der Abstand von $\pm 3,04\sigma$ (siehe Formel (1.39)), der im Fehlerbalkendiagramm aufgetragen ist, entspricht dem Bemessungswert der Normalkrafteinwirkung, sofern die Widerstandsfunktion normalverteilt ist.

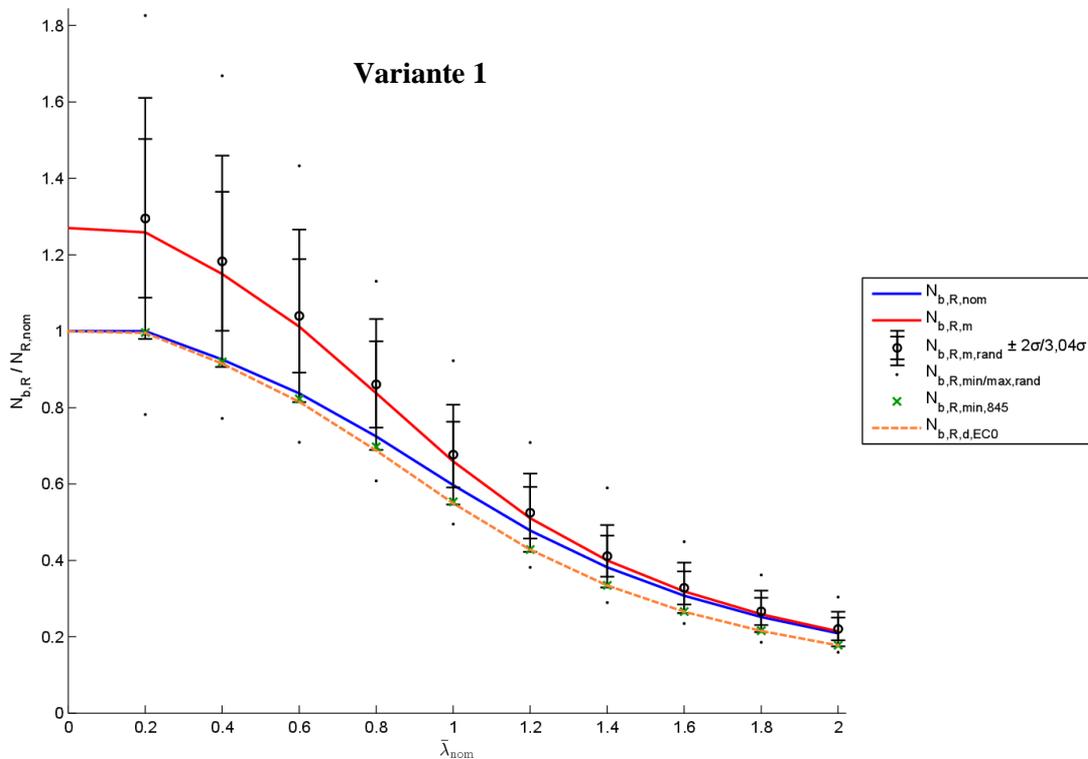


Bild 10.5 Tragfähigkeiten $N_{b,R}$ im Vergleich,-bezogen auf die nominellen Ergebnisse;
IPE160; Knicken um die z-Achse; Variante 1

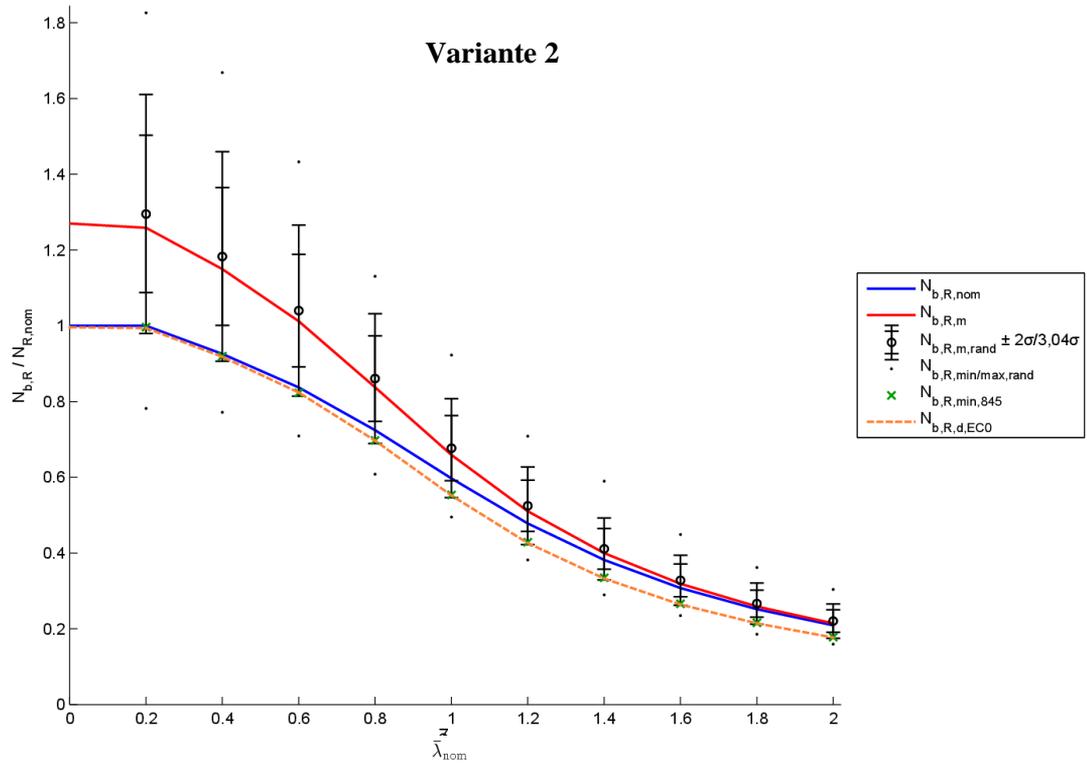


Bild 10.6 Tragfähigkeiten $N_{b,R}$ im Vergleich,-bezogen auf die nominellen Ergebnisse;
IPE160; Knicken um die z -Achse; Variante 2

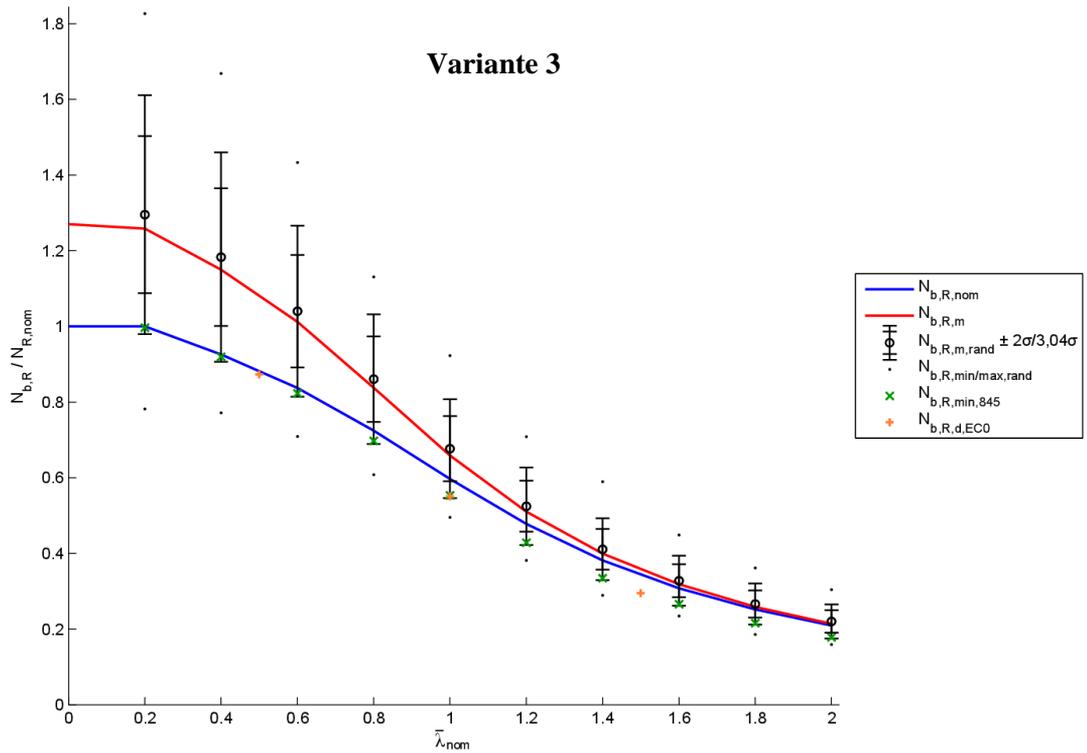


Bild 10.7 Tragfähigkeiten $N_{b,R}$ im Vergleich,-bezogen auf die nominellen Ergebnisse;
IPE160; Knicken um die z -Achse; Variante 3

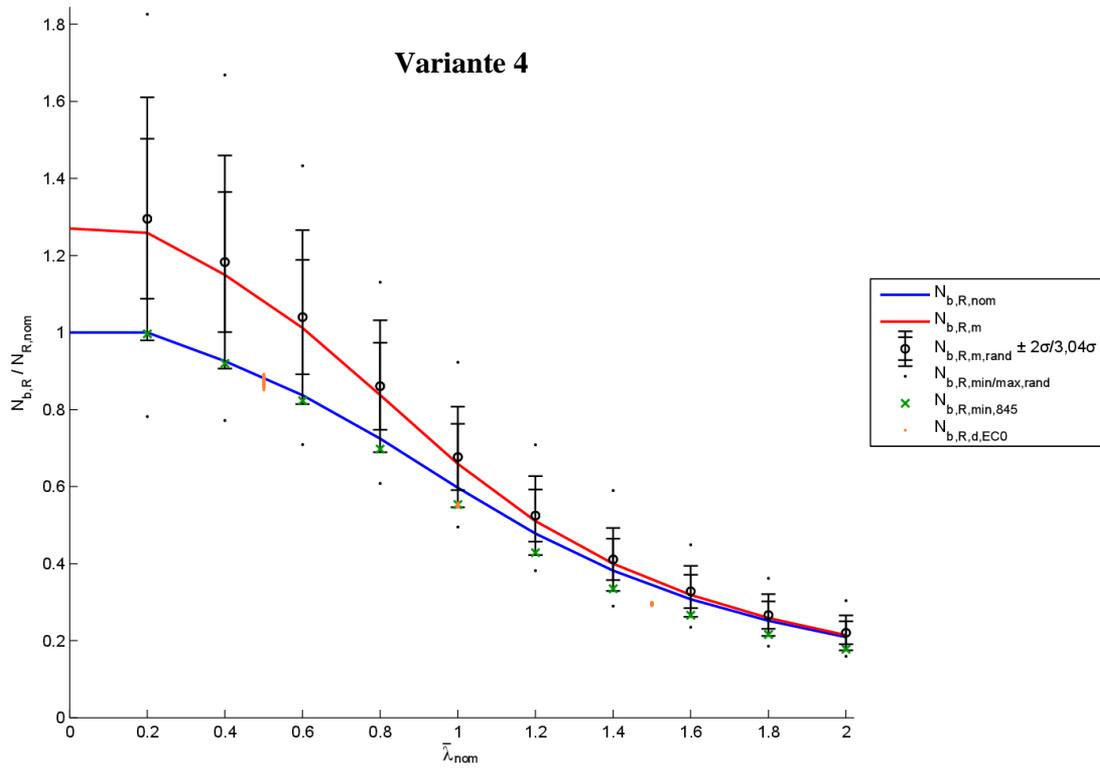


Bild 10.8 Tragfähigkeiten $N_{b,R}$ im Vergleich,-bezogen auf die nominellen Ergebnisse;
IPE160; Knicken um die z -Achse; Variante 4

In **Bild 10.9** ist die resultierende Tragfähigkeit $N_{b,r,d}$, bezogen auf die nominelle Querschnittstragfähigkeit, für das Beispiel des Biegeknickstabes in Abhängigkeit von $\bar{\lambda}_{nom}$ für die Varianten 1 bis 4 der Bemessung nach EN1990 [4] mit der Variante Monte Carlo gegenübergestellt. Die einzelnen Varianten liefern sehr ähnliche Resultate, sodass die Kurven fast deckungsgleich sind.

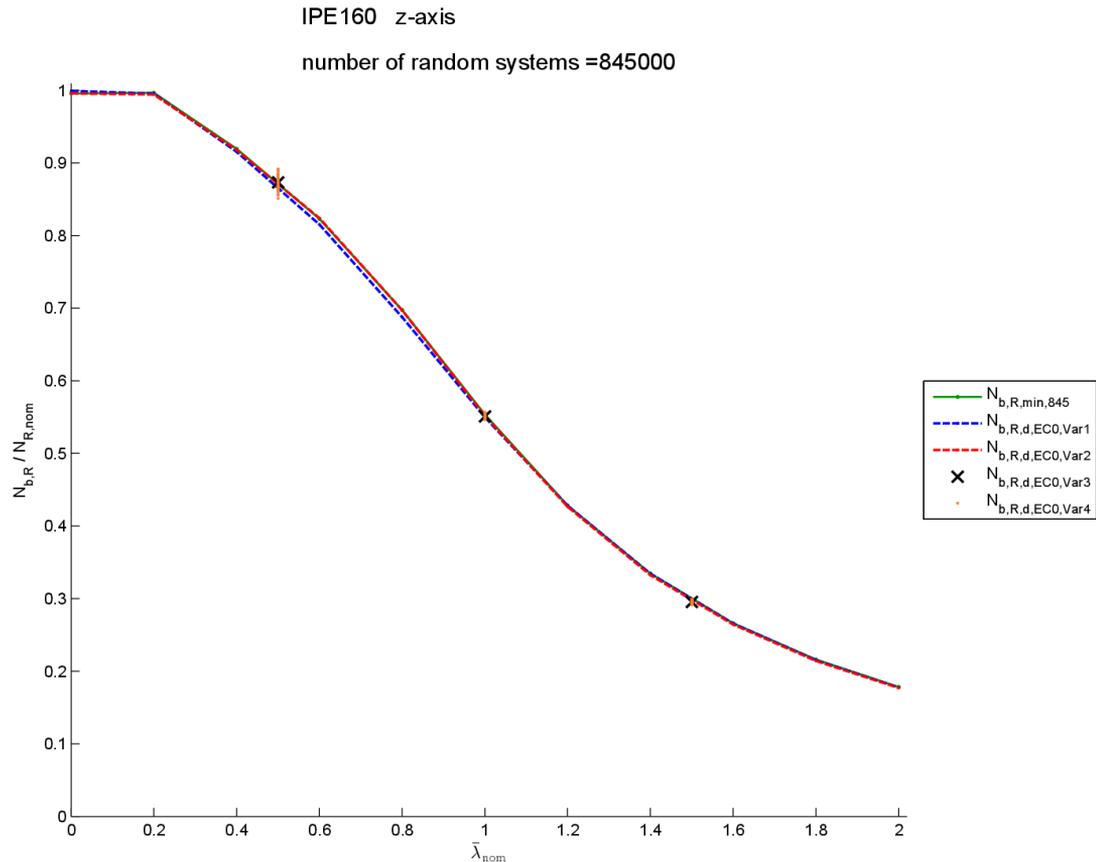


Bild 10.9 Tragfähigkeiten der Varianten im Vergleich; IPE160; Knicken um die z-Achse

10.5 Bestimmung des fiktiven Teilsicherheitsbeiwertes γ_M^*

Der Teilsicherheitsbeiwert γ_M^* für eine Bauteiltragfähigkeit, unter Berücksichtigung von Modellunsicherheiten und Größenabweichung (im EC als γ_M bezeichnet), wird nach Formel (2.51) ermittelt.

$$\gamma_M^* = \frac{r_{nom}}{r_d}$$

r_d = Bemessungswert des Widerstandes

r_{nom} = nomineller Widerstandswert

Anmerkung: Da keine echten Versuchsergebnisse Verwendung finden, sondern nur einzelne FEM-Ergebnisse, kann nur von einem fiktiven Teilsicherheitsbeiwert γ_M^* gesprochen werden.

In den Abbildungen **Bild 10.5** bis **Bild 10.8** bildet sich der fiktive Teilsicherheitsbeiwert γ_M^* als Verhältnis der Werte zwischen blauer Kurve und oranger Kurve/Punkte (bei EN1990) ab, beziehungsweise als Verhältnis der Werte zwischen blauer Kurve und den grünen x-Punkten bei der Monte Carlo Variante.

In **Bild 10.10** sind die resultierenden Verläufe des fiktiven Teilsicherheitsfaktors γ_M^* in Abhängigkeit von $\bar{\lambda}_{nom}$ für die vier EN1990 Varianten sowie für die Monte Carlo Variante gezeichnet.

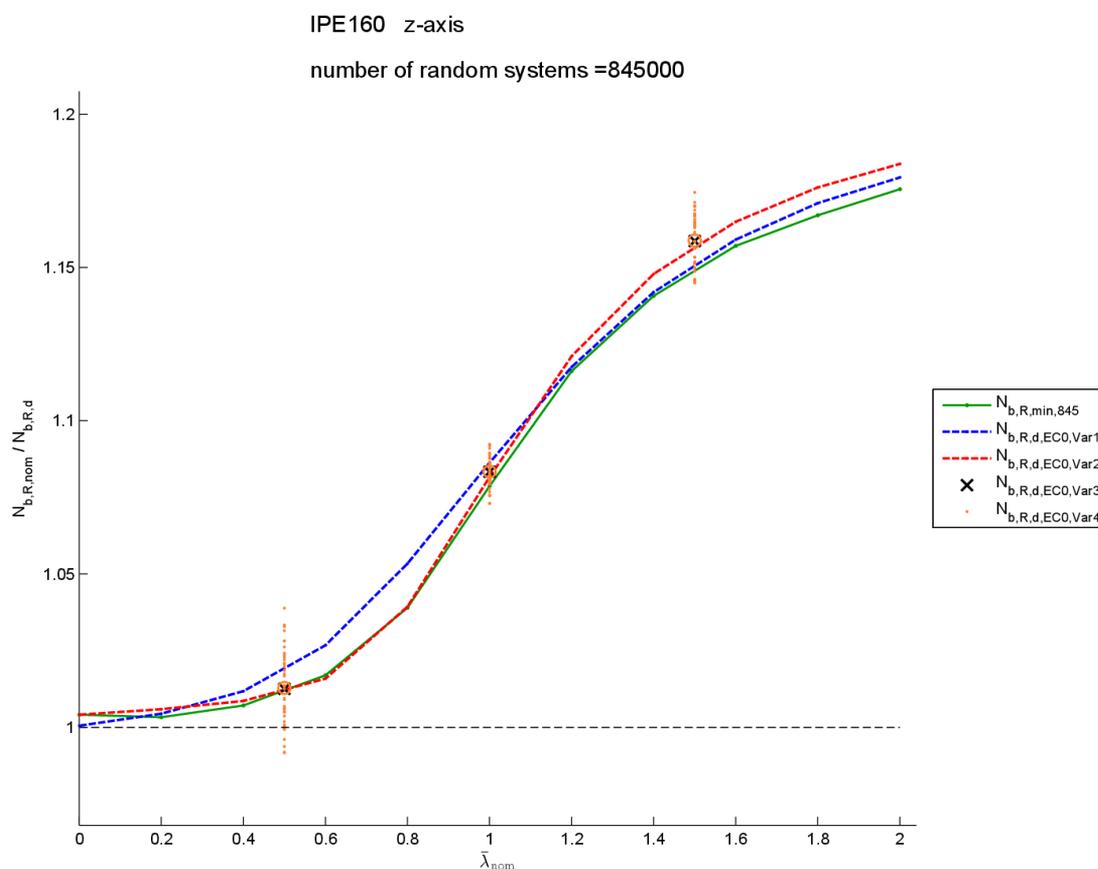


Bild 10.10 Fiktive Teilsicherheitsbeiwerte der einzelnen Varianten im Vergleich;
IPE160; Knicken um die z-Achse

Bei der Variante 4 werden die Teilsicherheitsbeiwerte für jede einzelne Realisierung ermittelt (orange Punkte) und anschließend wird der Mittelwert aus diesen Werten gebildet (orange Kreise).

10.6 Schlussfolgerung

Unter der Annahme, dass bei sehr hoher Versuchszahl die Monte Carlo Variante (grüne Linie) die genauesten Resultate liefert, können folgende Aussagen über die vier Varianten nach EN 1990 (für dieses konkrete Beispiel) getroffen werden:

- Im Bereich $\bar{\lambda}_{\text{nom}} = 0$ bis 1 liefert die Variante 2 die zutreffendsten Resultate
- Im Bereich $\bar{\lambda}_{\text{nom}} = 1$ bis 2 liefert die Variante 1 die zutreffendsten Resultate
- Die Varianten 3 und 4 liefern nahezu identische Resultate und weichen nur geringfügig von Variante 2 ab
- Die vier Varianten nach EN1990 [4] sind eher konservativ, gegenüber der Monte Carlo Berechnung

10.6.1 Empfehlung für die Anwendung

Die beiden Varianten 3 und 4 sind deutlich aufwändiger als die Varianten 1 und 2. Nach EN1990 [4] wäre der V_{r} -Koeffizient grundsätzlich nach Var. 3 bzw. nach Var.4 zu ermitteln. Da die Resultate der Variante 2 fast ident sind zu den Resultaten aus Variante 3 bzw. 4 und die Variante 2 weitaus praktikabler ist, wird hier die Anwendung der Variante 2 zu einer Vorabschätzung der Teilsicherheitsbeiwerte empfohlen.

Die Monte Carlo Simulation liefert bei der notwendigen sehr hoher Realisierungsanzahl die genauesten Resultate. Sie ist auch einfacher hinsichtlich der Anwendung als die Varianten mittels Variationskoeffizienten nach EN1990 [4]. Der Rechenaufwand ist zwar deutlich höher, jedoch mit leistungsfähigen Rechnern und der richtigen Software ist dies ohne Probleme in brauchbarer Zeit bewältigbar.

Zur Ermittlung der Teilsicherheitsbeiwerte wird daher zusammenfassend die Berechnung mittels Monte Carlo Simulationen empfohlen.

11 Zusammenfassung und Schlussfolgerung

11.1 Zusammenfassung

Bei der Errichtung eines Bauwerkes stellt man konkrete Anforderungen an die Sicherheit des Bauwerkes für die Benutzer. Die Zuverlässigkeit ist im Allgemeinen eine Bezifferung der Sicherheit. Diese geforderte Zuverlässigkeit wird auf die beiden Größen: Einwirkungen auf das Bauwerk E und Tragwiderstand des Bauwerkes R aufgeteilt. Diese Arbeit befasst sich vor allem mit der Festlegung der Zuverlässigkeit auf Seite des Widerstandes. So ist in Kapitel 2 die prinzipielle Vorgehensweise zur statistischen Kalibrierung eines Widerstandsmodells beschrieben. Diese Kalibrierung eines Widerstandsmodelles erfolgt nach dem Eurocode EN1990-Annex D [4] (siehe Kap. 2.1) oder alternativ mittels Monte Carlo-Simulationen (siehe Kap. 2.2). Als Unsicherheiten auf der Seite des Widerstandes gehen zum einen die Streuungen der Basisvariablen ein und zum anderen die Unsicherheiten die durch die Abbildung des realen Tragsystems in ein vereinfachtes Rechenmodell erzeugt werden (Modellunsicherheiten).

Die Auswirkung der Streuung der Basisvariablen wurde anhand von Beispielen an den ULS-Nachweisen im Stahlbau (Querschnittsnachweise und Stabilitätsnachweise) sowie an einem kompletten Stahl-Hallenrahmen untersucht. Dies erfolgte sowohl nach der im Eurocode EN1990 Annex D [4] beschriebenen Vorgehensweise (Kap. 6 bzw. Kap. 8.4), als auch nach der alternativen Variante mittels Monte Carlo-Simulationen (Kap. 7 bzw. Kap. 8.5).

Der Einfluss der Modellgenauigkeit wurde anhand des Knickstabes unter zentrischem Druck in Kapitel 9 untersucht. Für die Bestimmung des experimentellen Widerstandes wurden dabei, anstelle von realen Versuchen, Finite Elemente-Berechnungen durchgeführt (siehe Kap. 9.1).

Die Bestimmung des Teilsicherheitsbeiwertes γ_M^* zur Gewährleistung der geforderten Bauteil-Zuverlässigkeit ist in Kapitel 10 beispielhaft an einem Knickstab unter zentrischem Druck gezeigt. Hervorzuheben ist, dass in dieser Arbeit für die Streuung der einzelnen Basisvariablen, Werte aus der Literatur angesetzt wurden, die nicht der Grundgesamtheit in der Stahlbaupraxis entsprechen. Daher ist der ausgewiesene Teilsicherheitsbeiwert γ_M^* nicht unmittelbar auf die praktische Berechnung in Eurocode EN 1993-1-1 zu übertragen.

Die durch die Berechnungen erfahrenen Erkenntnisse sind in der Schlussfolgerung nachfolgend kurz zusammengefasst.

11.2 Schlussfolgerung

Bei der indirekten Bestimmung des Einflusses der Basisvariablen nach Eurocode EN1990 [4] stellt der Variationskoeffizient der theoretischen Widerstandsfunktion V_{rt} eine entscheidende Größe dar. Problematisch ist jedoch, dass die Bestimmung des V_{rt} -Koeffizienten nach Formel (2.17) nicht ganz eindeutig beschrieben ist und so kommt es seitens der Anwender zu verschiedenen Auslegungen wie die Berechnung durchzuführen ist. Im gezeigten Knickstab-Beispiel in Kapitel 10 sind 4 Varianten (die sich in der Wahl der Eingangsgrößen unterscheiden) für diese V_{rt} -Berechnung gezeigt, um die Auswirkung der Wahl dieser Eingangsgrößen zu verdeutlichen.

Ist der Nachweis von mehreren Einwirkungen abhängig (z.B.: Interaktion aus N , M_y und M_z), so hat die Wahl, ob alle Schnittkräfte proportional gesteigert werden, oder ob einzelne Schnittkräfte konstant bleiben während die anderen gesteigert werden, einen wesentlichen Einfluss auf die theoretische Widerstandsfunktion. Dies ist vor allem in Kap. 6.1, Kap. 6.3 sowie Kap. 7.1 deutlich ersichtlich.

Im direkten Vergleich der statistischen Kalibrierung eines Widerstandsmodelles nach dem Eurocode EN1990 mit der Monte Carlo Simulation liefert bei der notwendigen sehr hohen Realisierungsanzahl die Monte Carlo Simulation die genaueren Resultate. Sie ist auch einfacher hinsichtlich der Anwendung als die Variante nach EN1990. Der Rechenaufwand ist zwar deutlich höher bei der Monte Carlo-Variante, jedoch mit leistungsfähigen Rechnern und der richtigen Software ist dies ohne Probleme in brauchbarer Zeit bewältigbar.

11.3 Ausblick

Der Einfluss der Modellgenauigkeit, sowie die Bestimmung des Teilsicherheitsbeiwertes γ_M^* ist in dieser Arbeit am Beispiel des Knickstabes unter zentrischem Druck gezeigt. In weiterer Folge wären diese Untersuchungen an den anderen ULS-Nachweisen im Stahlbau zu führen und ebenfalls an einem kompletten Stahl-Hallenrahmen.

Diese Arbeit beschränkt sich auf die Betrachtung der Zuverlässigkeit auf Seite des Bauteil- bzw. Bauwerkswiderstandes. Eine Erweiterung der Betrachtung auf das gesamte System (Einwirkung und Widerstand) wäre ein sinnvoller Schritt um diese Arbeit fortzuführen.

Literaturverzeichnis

- [1] Unterweger Harald, Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr. und Greiner Richard, Em.Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr. *Skriptum Baustatik 2 Bauwerksicherheit*. Graz : Institut für Stahlbau, TU Graz, 2009. S-5-21-2009.
- [2] The New Thaimess. [Online] [Zitat vom: 4. August 2014.] <http://thenewthaimess.foreworld.com/viewtopic.php?f=8&p=1242>.
- [3] Frankfurter Allgemeine. [Online] [Zitat vom: 4. August 2014.] <http://www.faz.net/aktuell/gesellschaft/ungluecke/flughafen-paris-nach-dem-einsturz-droht-der-abriss-des-ungluecksterminals-1159321.html#aufmacherBildJumpTarget>.
- [4] CEN. ÖNORM EN 1990:2002 (D). *EUROCODE Grundlagen der Tragwerksplanung*. Wien : Österreichisches Normungsinstitut, 2002. 2003-03-01. ICS 91.010.30.
- [5] Grünberg, Jürgen. *Grundlagen der Tragwerksplanung - Sicherheitskonzept und Bemessungsregeln für den konstruktiven Ingenieurbau*. Berlin : Beuth Verlag GmbH, 2004. ISBN 3-410-15845-6.
- [6] Brell Claus, Brell Julia, Kirsch Siegfried. *Statistik von Null bis Hundert*. Mönchengladbach, Aachen; Deutschland : Springer Verlag Berlin Heidelberg, 2014. ISBN 978-3-642-41976-8.
- [7] MM*Stat. [Online] Humboldt-Universität Berlin. [Zitat vom: 11. August 2014.] http://mars.wiwi.hu-berlin.de/mediawiki/mmstat_de/Rfiles/SH4e6e909d843f68f2221e9f96622d5a2e8282f09f.pdf.
- [8] MM*Stat. [Online] Humboldt-Universität Berlin. [Zitat vom: 11. August 2014.] http://mars.wiwi.hu-berlin.de/mediawiki/mmstat_de/index.php/Verteilungsmodelle_-_STAT-Gleichverteilung.
- [9] MM*Stat. [Online] Humboldt-Universität Berlin. [Zitat vom: 11. August 2014.] [http://mars.wiwi.hu-](http://mars.wiwi.hu-berlin.de/mediawiki/mmstat_de/index.php/Verteilungsmodelle_-_STAT-Gleichverteilung)

- berlin.de/mediawiki/mmstat_de/index.php/Verteilungsmodelle_-_STAT-Normalverteilung.
- [10] The MathWorks Inc. Documentation Center. [Online] [Zitat vom: 18. Juni 2014.] <http://www.mathworks.de/de/help/stats/lognstat.html>.
- [11] CEN. ÖNORM EN 1993-1-1. *EUROCODE 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten; Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau*. Wien : Österreichisches Normungsinstitut, 2005. 2006-10-01. ICS 91.010.30; 91.080.10.
- [12] Simulia . Abaqus. [Online] Dassault Systemes. [Zitat vom: 19. Juni 2014.] <http://www.3ds.com/products-services/simulia/overview/>.
- [13] DS World's Lands. [Online] [Zitat vom: 4. August 2014.] http://ds-lands.com/data_images/top_cities/monte-carlo/monte-carlo-05.jpg.
- [14] Jörg, Schneider. *Sicherheit und Zuverlässigkeit im Bauwesen*. Zürich : B.G. Teubner Verlag, Stuttgart, 1994. ISBN 3-519-05040-4.
- [15] Büker Oliver, Dr. *Die Monte-Carlo-Simulation*. Berlin, Germany : PTB Institut, 2008.
- [16] Köhler Jochen, Dr.sc.techn. *Skriptum Risiko und Sicherheit im Bauwesen*. Trondheim,Norway : NTNU Trondheim, 2014.
- [17] The MathWorks Inc. Documentation Center. [Online] [Zitat vom: 18. Juni 2014.] <http://www.mathworks.de/de/help/stats/norminv.html>.
- [18] —. Documentation Center. [Online] [Zitat vom: 18. Juni 2014.] <http://www.mathworks.de/de/help/stats/logninv.html>.
- [19] ArcelorMittal. Section and Merchant Bars. *Sales Programme*. 2008. Version 2008-2.
- [20] ECCS-European Convention for Constructional Steelwork. *Design of Steel Structures*. Mem Martins, Portugal : ECCS, 2010. ISBN 978-92-9147-098-3.
- [21] Taras, Ass.Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Andreas. *Contribution to the development of consistent stability design rules for steel members*. Graz : Fakultät für Bauingenieurwissenschaften der Technischen Universität Graz, 2010.
- [22] Unterweger Harald, Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr. und Greiner Richard, Em.Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr. *Skriptum Stahlbau GL*. Graz : Institut für Stahlbau, TU Graz, 2010. S-5-35-2010.

- [23] CEN. ÖNORM EN 1993-1-5. *EUROCODE 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten; Teil 1-5: Plattenförmige Bauteile*. Wien : Österreichisches Normungsinstitut, 2007. 2007-04-01. ICS 91.010.30; 91.080.10.
- [24] The MathWorks Inc. MathWorks. [Online] [Zitat vom: 15. Mai 2014.] <http://www.mathworks.de>.
- [25] [Online] [Zitat vom: 3. September 2014.] <http://www.tu-chemnitz.de/etit/robosys/bilder/matlab.jpg>.
- [26] Eaton, John W. GNU Octave. [Online] [Zitat vom: 15. Mai 2014.] <http://www.gnu.org/>.
- [27] Wikimedia. [Online] [Zitat vom: 3. September 2014.] <http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Gnu-octave-logo.svg>.
- [28] [Online] [Zitat vom: 3. September 2014.] <http://gmkfreeslogos.com/logos/A/img/ABAQUS.gif>.
- [29] Unterweger Harald, Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr. *Skriptum Stahlbau VA*. Graz : Institut für Stahlbau, TU Graz, 2011. S-5-32-2011.
- [30] Gilhofer, Manuel Betreuer: Dipl.-Ing- Samir Omerovic. 2-D Rahmen Programm/Theorie II.Ordnung mit Matlab/Octave. Graz : Bachelorprojekt eingereicht am Institut für Baustatik der Technischen Universität Graz, März 2012.
- [31] Kraut, Dipl. Ing. Bernd. *Systemberechnungen von Hallenrahmen mit Bauteilnachweisen nach Eurocode 3* . Graz : Institut für Stahlbau der Technischen Universität Graz, 2014.

Abbildungsverzeichnis

Bild 1.1 Einsturz einer Brücke in Myanmar [2]	3
Bild 1.2 Einsturz Flughafenterminal in Paris [3].....	3
Bild 1.3 Sicherheitsabstand zwischen Einwirkung und Widerstand [1].....	5
Bild 1.4 „Robustheit“ am Beispiel Stahlhalle [1]	6
Bild 1.5 Systemduktilität [1].....	6
Bild 1.6 Überblick über Zuverlässigkeitsmethoden [4].....	7
Bild 1.7 Vergleich Wahrscheinlichkeitsfunktion - Dichtefunktion	15
Bild 1.8 Vergleich Dichtefunktion – Verteilungsfunktion [7].....	16
Bild 1.9 Dichtefunktion Gleichverteilung [8].....	17
Bild 1.10 Verteilungsf. Gleichverteilung [8].....	17
Bild 1.11 Dichtefunktion der Normalverteilung [9]	18
Bild 1.12 Verteilungsfunktion der Normalverteilung [9]	18
Bild 1.13 Dichtefunktion der logarithmischen Normalverteilung	20
Bild 1.14 Verteilungsfunktion der logarithmischen Normalverteilung	20
Bild 1.15 Konfidenzintervall	20
Bild 1.16 Definition der Bemessungswerte E_d und R_d – Bezugszeitraum 50 Jahre [1].....	27
Bild 2.1 r_e - r_t Diagramm [4].....	31
Bild 2.2 Monte Carlo [13]	37
Bild 2.3 Formel Viertelkreis	38
Bild 2.4 MC- π Berechnung.....	38
Bild 2.5 Monte Carlo Gleichverteilung	40
Bild 2.6 Monte Carlo Punktverteilung.....	41
Bild 2.7 Monte Carlo Dreiecksverteilung.....	41

Bild 2.8 Monte Carlo Normalverteilung	42
Bild 2.9 Monte Carlo Log-Normalverteilung	42
Bild 2.10 Normal inverse Summenverteilungsfunktion (norminv)	45
Bild 3.1 Querschnittsgeometrie I-bzw. H-Träger	52
Bild 4.1 Querschnittsgeometrie I-bzw. H-Träger	59
Bild 4.2 Eigenspannungsverteilung I-bzw. H-Träger	64
Bild 4.3 Varianten der Modellierung des Werkstoffverhaltens [23].....	65
Bild 4.4 Modellierung des Werkstoffverhaltens	66
Bild 5.1 Logo des Programms Matlab [25].....	67
Bild 5.2 Logo des Programms GNU Octave [27].....	68
Bild 5.3 Logo der Software Abaqus [28].....	68
Bild 6.1 Widerstandsfunktion für den Querschnittsnachweis des Profils HEA300; 3D Darstellung.....	70
Bild 6.2 Variante I: Einwirkungssteigerung aller Schnittkräfte in $N-M_y$ Ebene ($\mu = 0$)	73
Bild 6.3 Variante II: Einwirkungssteigerung der Momente alleine in $N-M_y$ Ebene ($\mu = 0$)... 73	
Bild 6.4 Variante I: Einwirkungssteigerung aller Schnittkräfte in $N-M_z$ Ebene ($\mu = \pi/2$)..... 74	
Bild 6.5 Variante II: Einwirkungssteigerung der Momente alleine in $N-M_z$ Ebene ($\mu = \pi/2$) 74	
Bild 6.6 Widerstandsfunktion QS-NW; HEA300; Variante I.....	75
Bild 6.7 Widerstandsfunktion QS-NW; HEA300; Variante II	75
Bild 6.8 V_{rt} für Beanspruchung $N-M_y$; HEA300; Variante I in Abhängigkeit der Höhe der Normalkraft.....	77
Bild 6.9 V_{rt} für Beanspruchung $N-M_y$; HEA300; Variante II in Abhängigkeit der Höhe der Normalkraft.....	77
Bild 6.10 V_{rt} für Beanspruchung $N-M_z$; HEA300; Variante I in Abhängigkeit der Höhe der Normalkraft.....	78
Bild 6.11 V_{rt} für Beanspruchung $N-M_z$; HEA300; Variante II in Abhängigkeit der Höhe der Normalkraft.....	78
Bild 6.12 V_{rt} für allgemeine Beanspruchung $N-M_y-M_z$; HEA300; Variante I.....	79
Bild 6.13 V_{rt} für allgemeine Beanspruchung $N-M_y-M_z$; HEA300; Variante II.....	79

Bild 6.14 V_{rt} für Beanspruchung $N-M_y$; HEA300; Variante I in Abhängigkeit der Höhe der Normalkraft	80
Bild 6.15 V_{rt} für Beanspruchung $N-M_y$; HEA300; Variante II in Abhängigkeit der Höhe der Normalkraft	80
Bild 6.16 V_{rt} für Beanspruchung $N-M_z$; HEA300; Variante I in Abhängigkeit der Höhe der Normalkraft	81
Bild 6.17 V_{rt} für Beanspruchung $N-M_z$; HEA300; Variante II in Abhängigkeit der Höhe der Normalkraft	81
Bild 6.18 V_{rt} für allgemeine Beanspruchung $N-M_y-M_z$; HEA300; Variante I.....	82
Bild 6.19 V_{rt} für allgemeine Beanspruchung $N-M_y-M_z$; HEA300; Variante II	82
Bild 6.20 Variantenvergleich V_{rt} für allgemeine Beanspruchung $N-M_y-M_z$; HEA300; Variante I.....	83
Bild 6.21 Variantenvergleich V_{rt} für allgemeine Beanspruchung $N-M_y-M_z$; V_{rt} ; HEA300; Variante II.....	83
Bild 6.22 Widerstandsfunktion mit Mittelwerten – Biegeknicken um die y -Achse; HEA300	85
Bild 6.23 Widerstandsfunktion mit Mittelwerten – Biegeknicken um die z -Achse; HEA300	85
Bild 6.24 V_{rt} -Werte: HEA300; Knicken um die y -Achse; Variante 1.....	87
Bild 6.25 V_{rt} -Werte: HEA300; Knicken um die z -Achse; Variante 1	87
Bild 6.26 $V_{rt,CS}$ -Werte: HEA300; Knicken um die y -Achse; Variante 1	88
Bild 6.27 $V_{rt,CS}$ -Werte: HEA300; Knicken um die y -Achse; Variante 2.....	88
Bild 6.28 V_{rt} -Werte: HEA300; Knicken um die y -Achse; Variante 2.....	89
Bild 6.29 V_{rt} -Werte: HEA300; Knicken um die z -Achse; Variante 2.....	89
Bild 6.30 $V_{rt,CS}$ -Werte: HEA300; Knicken um die y -Achse; Variante 2.....	90
Bild 6.31 $V_{rt,CS}$ -Werte: HEA300; Knicken um die z -Achse; Variante 2	90
Bild 6.32 Variantenvergleich der V_{rt} -Werte: HEA300;Knicken um die y -Achse.....	91
Bild 6.33 Variantenvergleich der V_{rt} -Werte: HEA300;Knicken um die z -Achse	91
Bild 6.34 Widerstandsfunktion-Biegedrillknicken; HEA300.....	92
Bild 6.35 V_{rt} -Werte: HEA300; Biegedrillknicken; Variante 1.....	94

Bild 6.36 V_{rt} -Werte: HEA300; Biegedrillknicken; Variante 2.....	94
Bild 6.37 Variantenvergleich der V_{rt} -Werte: HEA300; Biegedrillknicken	95
Bild 6.38 Widerstandsfunktion für Stabilitätsnachweis um z -Achse bzw. BDK zufolge N - M_y - M_z ; HEA300; $\bar{\lambda}_{z,nom} = 1,00$	98
Bild 6.39 Widerstandsfunktion für Stabilitätsnachweis um z -Achse bzw. BDK zufolge N - M_y ($M_z = 0$); HEA300; $\bar{\lambda}_{z,nom} = 1,00$	98
Bild 6.40 Widerstandsfunktion für Stabilitätsnachweis um z -Achse bzw. BDK zufolge N - M_z ($M_y = 0$); HEA300; $\bar{\lambda}_{z,nom} = 1,00$	99
Bild 6.41 Widerstandsfunktion für Stabilitätsnachweis um z -Achse bzw. BDK zufolge N - M_y - M_z ; HEA300; $\bar{\lambda}_{z,nom} = 1,50$	99
Bild 6.42 Widerstandsfunktion für Stabilitätsnachweis um z -Achse bzw. BDK zufolge N - M_y ($M_z = 0$); HEA300; $\bar{\lambda}_{z,nom} = 1,50$	100
Bild 6.43 Widerstandsfunktion für Stabilitätsnachweis um z -Achse bzw. BDK zufolge N - M_z ; ($M_y = 0$); HEA300; $\bar{\lambda}_{z,nom} = 1,50$	100
Bild 6.44 Widerstandsfunktion für Stabilitätsnachweis (BDK) zufolge M_y alleine; HEA300; $\mu = 0,00$; $\nu = 0,00$	101
Bild 6.45 Widerstandsfunktion für Stabilitätsnachweis (BDK) zufolge N - M_y ($M_z = 0$); HEA300; $\mu = 0,00$; $\nu = 0,25\pi$	102
Bild 6.46 Widerstandsfunktion für Stabilitätsnachweis (Knicken um z) zufolge N ($M_y = M_z = 0$); HEA300; $\mu = 0,00$; $\nu = 0,50\pi$	102
Bild 6.47 Widerstandsfunktion für Stabilitätsnachweis (BDK) zufolge M_y - M_z ($N = 0$); HEA300; $\mu = 0,25\pi$; $\nu = 0,00$	103
Bild 6.48 Widerstandsfunktion für Stabilitätsnachweis (BDK) zufolge N - M_y - M_z ; HEA300; $\mu = 0,25\pi$; $\nu = 0,25\pi$	103
Bild 6.49 Widerstandsfunktion für Stabilitätsnachweis (Knicken um z) zufolge N ($M_y = M_z = 0$); HEA300; $\mu = 0,25\pi$; $\nu = 0,50\pi$	104
Bild 6.50 Widerstandsfunktion für Stabilitätsnachweis (Knicken um z) zufolge M_z ($N = M_y = 0$); HEA300; $\mu = 0,50\pi$; $\nu = 0,00$	104
Bild 6.51 Widerstandsfunktion für Stabilitätsnachweis (Knicken um z) zufolge N - M_z ($M_y = 0$); HEA300; $\mu = 0,50\pi$; $\nu = 0,25\pi$	105
Bild 6.52 Widerstandsfunktion für Stabilitätsnachweis (Knicken um z) zufolge N ($M_y = M_z = 0$); HEA300; $\mu = 0,50\pi$; $\nu = 0,50\pi$	105

Bild 6.53 V_{rt} -Werte: Stabilitätsnachweis (Knicken um z bzw. BDK) zufolge $N-M_y-M_z$; HEA300; $\bar{\lambda}_{z,nom} = 1,00$; Variante 1	106
Bild 6.54 V_{rt} -Werte: Stabilitätsnachweis (BDK) zufolge $N-M_y$ ($M_z = 0$); HEA300; $\bar{\lambda}_{z,nom}$ $= 1,00$; Variante 1	107
Bild 6.55 V_{rt} -Werte: Stabilitätsnachweis (Knicken um z) zufolge $N-M_z$ ($M_y = 0$); HEA300; $\bar{\lambda}_{z,nom} = 1,00$; Variante 1	107
Bild 6.56 V_{rt} -Werte: Stabilitätsnachweis (BDK) zufolge $N-M_y-M_z$; HEA300; $\nu = 0,25\pi$; Variante 1	108
Bild 6.57 V_{rt} -Werte: Stabilitätsnachweis (BDK) zufolge M_y alleine; HEA300; $\mu = 0,00$; $\nu = 0,00$; Variante 1	109
Bild 6.58 V_{rt} -Werte: Stabilitätsnachweis (Knicken um z) zufolge N alleine; HEA300; $\nu = 0,50\pi$; Variante 1	109
Bild 6.59 V_{rt} -Werte: Stabilitätsnachweis (BDK) zufolge $N-M_y-M_z$; HEA300; $\mu = 0,25\pi$; $\nu = 0,25\pi$; Variante 1	110
Bild 6.60 V_{rt} -Werte: Stabilitätsnachweis (Knicken um z bzw. BDK) zufolge $N-M_y-M_z$; HEA300; $\bar{\lambda}_{z,nom} = 1,00$; Variante 2	111
Bild 6.61 V_{rt} -Werte: Stabilitätsnachweis (BDK) zufolge $N-M_y$ ($M_z = 0$); HEA300; $\bar{\lambda}_{z,nom}$ $= 1,00$; Variante 2	111
Bild 6.62 V_{rt} -Werte: Stabilitätsnachweis (Knicken um z) zufolge $N-M_z$ ($M_y = 0$); HEA300; $\bar{\lambda}_{z,nom} = 1,00$; Variante 2	112
Bild 6.63 V_{rt} -Werte: Stabilitätsnachweis (BDK) zufolge $N-M_y-M_z$; HEA300; $\nu = 0,25\pi$; Variante 2	112
Bild 6.64 V_{rt} -Werte: Stabilitätsnachweis (BDK) zufolge M_y alleine; HEA300; $\mu = 0,00$; $\nu = 0,00$; Variante 2	113
Bild 6.65 V_{rt} -Werte: Stabilitätsnachweis (Knicken um z) zufolge N alleine; HEA300; $\nu = 0,50\pi$; Variante 2	114
Bild 6.66 V_{rt} -Werte: Stabilitätsnachweis (BDK) zufolge $N-M_y-M_z$; HEA300; $\mu = 0,25\pi$; $\nu = 0,25\pi$; Variante 2	114
Bild 6.67 V_{rt} -Werte Variantenvergleich: Stabilitätsnachweis (Knicken um z bzw. BDK) zufolge $N-M_y-M_z$; HEA300; $\bar{\lambda}_{z,nom} = 1,00$	115
Bild 6.68 V_{rt} -Werte Variantenvergleich: Stabilitätsnachweis (BDK) zufolge $N-M_y$ ($M_z = 0$); HEA300; $\bar{\lambda}_{z,nom} = 1,00$	116

Bild 6.69 V_{rt} -Werte Variantenvergleich: Stabilitätsnachweis (Knicken um z) zufolge $N-M_z$ ($M_y = 0$); HEA300; $\bar{\lambda}_{z,nom} = 1,00$ 116

Bild 6.70 V_{rt} -Werte Variantenvergleich: Stabilitätsnachweis (BDK) zufolge $N-M_y-M_z$; HEA300; $\nu = 0,25 \pi$ 117

Bild 6.71 V_{rt} -Werte Variantenvergleich: Stabilitätsnachweis (BDK) zufolge M_y alleine; HEA300; $\mu = 0,00$; $\nu = 0,00$ 117

Bild 6.72 V_{rt} -Werte Variantenvergleich: Stabilitätsnachweis (Knicken um z) zufolge N alleine; HEA300; $\nu = 0,50\pi$ 118

Bild 6.73 V_{rt} -Werte Variantenvergleich: Stabilitätsnachweis (BDK) zufolge $N-M_y-M_z$; HEA300; $\mu = 0,25\pi$; $\nu = 0,25\pi$ 118

Bild 7.1 Theor. Widerstandsfunktion des QS-NW zufolge $N-M_y$ ($\mu = 0$); HEA300; Variante I 122

Bild 7.2 $N_{b,R,nom}/N_{b,R,min,845}$; QS-NW zufolge $N-M_y$ ($\mu = 0$); HEA300; Variante I 122

Bild 7.3 Theor. Widerstandsfunktion des QS-NW zufolge $N-M_y-M_z$ ($\mu = \pi/4$); HEA300; Variante I 123

Bild 7.4 $N_{b,R,nom}/N_{b,R,min,845}$; QS-NW zufolge $N-M_y-M_z$ ($\mu = \pi/4$); HEA300; Variante I 123

Bild 7.5 Theor. Widerstandsfunktion des QS-NW zufolge $N-M_z$ ($\mu = \pi/2$); HEA300; Variante I 124

Bild 7.6 $N_{b,R,nom}/N_{b,R,min,845}$; QS-NW zufolge $N-M_z$ ($\mu = \pi/2$); HEA300; Variante I 124

Bild 7.7 Theor. Widerstandsfunktion des QS-NW zufolge $N-M_y$ ($\mu = 0$); HEA300; Variante II 126

Bild 7.8 $N_{b,R,nom}/N_{b,R,min,845}$; QS-NW zufolge $N-M_y$ ($\mu = 0$); HEA300; Variante II 126

Bild 7.9 Theor. Widerstandsfunktion des QS-NW zufolge $N-M_y-M_z$ ($\mu = \pi/4$); HEA300; Variante II 127

Bild 7.10 $N_{b,R,nom}/N_{b,R,min,845}$; QS-NW zufolge $N-M_y-M_z$ ($\mu = \pi/4$); HEA300; Variante II... 127

Bild 7.11 Theor. Widerstandsfunktion des QS-NW zufolge $N-M_z$ ($\mu = \pi/2$); HEA300; Variante II 128

Bild 7.12 $N_{b,R,nom}/N_{b,R,min,845}$; QS-NW zufolge $N-M_z$ ($\mu = \pi/2$); HEA300; Variante II 128

Bild 7.13 Theoretische Widerstandsfunktion mittels MC; HEA300; Biegeknicken um die y -Achse 130

Bild 7.14 $N_{b,R,nom}/N_{b,R,min,845}$; HEA300; Biegeknicken um die y -Achse 130

Bild 7.15 Theoretische Widerstandsfunktion mittels MC; HEA300; Biegeknicken um die z-Achse	131
Bild 7.16 $N_{b,R,nom}/N_{b,R,min,845}$; HEA300; Biegeknicken um die z-Achse.....	131
Bild 8.1 Nachweisverfahren 3 [29].....	135
Bild 8.2 Anlageverhältnisse zum Beispielrahmen	136
Bild 8.3 Maßgebende ULS-Lastfallkombination Beispielrahmen.....	137
Bild 8.4 Normalkraftverlauf im Grenzzustand - Beispielrahmen.....	141
Bild 8.5 Querkraftverlauf im Grenzzustand - Beispielrahmen	142
Bild 8.6 Momentenverlauf im Grenzzustand - Beispielrahmen	142
Bild 8.7 Dichtefunktion von $\Lambda_{rand}/\Lambda_{nom}$ einer Monte Carlo-Berechnung eines Hallenrahmens	157
Bild 9.1 Vergleich Rechenmodell mit realem Querschnitt.....	160
Bild 9.2 statisches System Knickstab	161
Bild 9.3 Biegeknickstab im Grenzzustand im FEM-Programm Abaqus.....	163
Bild 9.4 r_e-r_t Diagramm; IPE160 Biegeknicken um die z-Achse	164
Bild 9.5 q-q Diagramm; IPE160 Biegeknicken um die z-Achse	166
Bild 9.6 „Tail Approximation“ der Normalverteilung; IPE160 Biegeknicken um die z-Achse	167
Bild 10.1 r_e-r_t Diagramm; IPE160 Biegeknicken um die z-Achse	170
Bild 10.2 V_{τ} -Koeffizienten; IPE160; Knicken um die z-Achse; Var.1.....	174
Bild 10.3 V_{τ} -Koeffizienten; IPE160; Knicken um die z-Achse; Var.2.....	175
Bild 10.4 V_{τ} -Koeffizienten; Variantenvergleich für IPE160; Knicken um die z-Achse	176
Bild 10.5 Tragfähigkeiten $N_{b,R}$ im Vergleich,-bezogen auf die nominellen Ergebnisse; IPE160; Knicken um die z-Achse; Variante 1	178
Bild 10.6 Tragfähigkeiten $N_{b,R}$ im Vergleich,-bezogen auf die nominellen Ergebnisse; IPE160; Knicken um die z-Achse; Variante 2.....	179
Bild 10.7 Tragfähigkeiten $N_{b,R}$ im Vergleich,-bezogen auf die nominellen Ergebnisse; IPE160; Knicken um die z-Achse; Variante 3.....	179
Bild 10.8 Tragfähigkeiten $N_{b,R}$ im Vergleich,-bezogen auf die nominellen Ergebnisse; IPE160; Knicken um die z-Achse; Variante 4.....	180

Bild 10.9 Tragfähigkeiten der Varianten im Vergleich; IPE160; Knicken um die z -Achse 181

Bild 10.10 Fiktive Teilsicherheitsbeiwerte der einzelnen Varianten im Vergleich; IPE160;
Knicken um die z -Achse 182

Tabellenverzeichnis

Tabelle 1.1 Ausgewählte Risiken in der Gesellschaft [1] (nach Melchers)	4
Tabelle 1.2 Klassifizierung der Nutzungsdauer [4].....	21
Tabelle 1.3 Klassen für Schadensfolgen [4].....	23
Tabelle 1.4 Beziehung zwischen β und P_f [4]	25
Tabelle 1.5 Empfehlungen für Mindestwerte des Zuverlässigkeitsindex β [4].....	25
Tabelle 2.1 Werte k_n für charakteristische Werte (5% Fraktile) [4].....	36
Tabelle 2.2 Werte $k_{d,n}$ für den Bemessungswert für Tragfähigkeitsnachweise [4].....	36
Tabelle 2.3 Näherung von π mittels Monte Carlo Simulationen.....	39
Tabelle 4.1 Basisgrößen der Querschnittsabmessungen	60
Tabelle 4.2 Nominelle Basisgrößen der verwendeten Querschnitte	60
Tabelle 4.3 materielle Basisgrößen von S235	61
Tabelle 4.4 E-Moduli verschiedener Quellen.....	62
Tabelle 4.5 Vorkrümmung von Einzelstäben.....	63
Tabelle 4.6 Exzentrizität e_{cc}	63
Tabelle 4.7 Eigenspannung I-bzw. H-Träger	64
Tabelle 8.1 Nachweisverfahren zur Stabilitätsberechnung nach EC 3-1-1 [29]	133
Tabelle 8.2 Beispielrahmen - Systemgrößen.....	138
Tabelle 8.3 V_{π} -Werte des Beispiel-Hallenrahmens.....	139
Tabelle 8.4 Eingangsgrößen einer „Realisierung“ (random Werte).....	140
Tabelle 8.5 Iterationsschritte in <i>calcgrt</i>	155
Tabelle 8.6 Resultatwerte Λ einer Monte Carlo-Berechnung eines Hallenrahmens.....	157
Tabelle 9.1 Basisvariable Beispiel Biegeknicken	162
Tabelle 9.2 Resultatwerte für V_{δ} , b und s_{δ}	168

Tabelle 10.1 V_{δ} , b und s_{δ} aus „Tail Approximierten“ r_e-r_t Werten 171

Tabelle 10.2 Resultatwerte für $N_{b,r,d}$ bei $\bar{\lambda}_{\text{nom}} = 1,0$ 177

A-1 Programmabläufe Monte Carlo Simulationen

A-1.1 Programmablaufdiagramme

Die Programmabläufe werden anhand von Programmablaufdiagrammen erklärt. Es wurde versucht diese Ablaufdiagramme möglichst einfach und verständlich zu halten, um dem Leser den Ablauf begreifbar zu machen. Dabei wurden nicht alle Rechengänge und Programmschritte in den Diagrammen dargestellt, um die wesentlichen Abläufe besser darzustellen und die Übersichtlichkeit zu wahren. In **Bild A-1.1** ist ein Muster Programmablauf gezeigt, in dem sämtliche verwendeten Symbole sowie Schleifen und Vorgänge zur Erklärung dargestellt und beschrieben sind.

Muster Ablaufplan

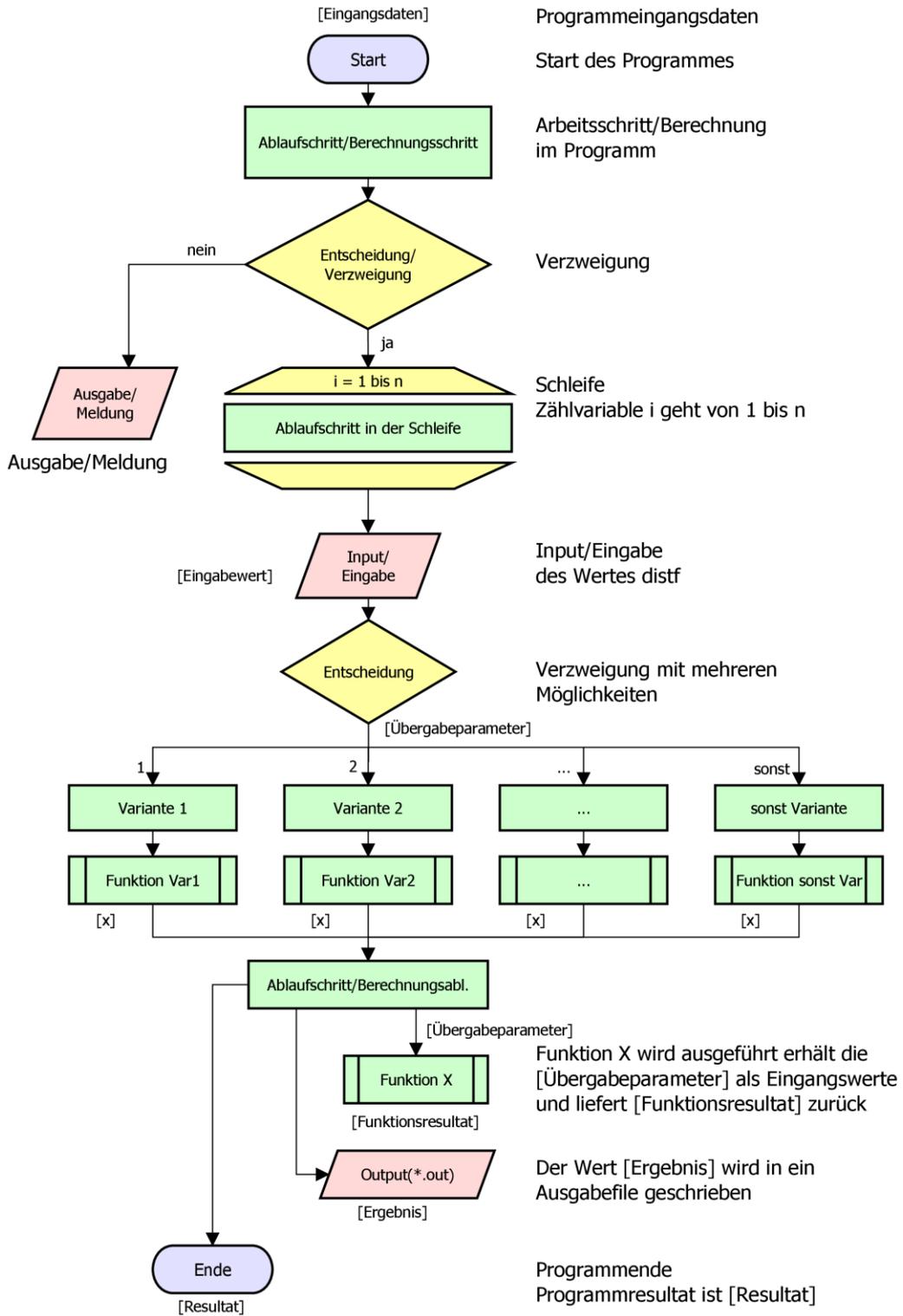


Bild A-1.1 Musterablaufplan zur Symbolerklärung

Das wichtigste Programm der Monte Carlo Simulationen ist die Monte Carlo Stahlrahmenberechnung. Deshalb werden jene Funktionen, die in mehreren Programmen verwendet werden im Kapitel A-1.3 Programmablauf der Monte Carlo Stahlrahmenberechnung beschrieben, und in den anderen Berechnungsprogrammen wird auf dieses Kapitel verwiesen.

A-1.2 Programmablauf der Monte Carlo Simulation am Biegeknickstab

A-1.2.1 MCflexuralBuckling

Die Funktion *MCflexuralBuckling* ist die Hauptfunktion des Programmes. Sie bildet die äußerste Funktion, welche den Programmablauf startet und koordiniert. Alle weiteren Funktionen sind Subfunktionen dieser Funktion oder Subfunktionen einer Subfunktion. Die Funktion gliedert sich in die Abläufe Programmstart, Input-Files einlesen und Eingangsdaten abfragen, Output-File erstellen, Zufallsmatrix generieren, $N_{bR,nom}$ berechnen, $N_{bR,m}$ berechnen, $N_{bR,rand}$ berechnen und diese Ergebnisse ins Output-File schreiben. Sowie die grafische Darstellung der Ergebnisse.

Nach dem Programmstart wird der Namen des Input-Files abgefragt, und anschließend wird dieses von der Lese-Funktion *readFunction* eingelesen. In diesem Input-File sind sämtliche Querschnitts- und Materialdaten enthalten. Zu Beginn werden auch die Eingangsgrößen abgefragt und zu weiteren Berechnung gespeichert. Die Eingangsgrößen sind die gewählte Ausweichrichtung [yz], die Anzahl der Stablängenabstufungen [nnumber] sowie die Anzahl der zufällig erstellten Rahmensysteme für die Monte Carlo Simulation [nRandom].

Mit dem Namen des Input-Files wird ein Output-File erstellt, das im späteren Programmablauf mit den Berechnungsergebnissen gefüllt wird.

Die Funktion *LHSrand* berechnet die Matrix [randomMatrix] mit [nRandom] zufällig erstellten Rahmensystemen und gibt diese an *MCflexuralBuckling* zurück. Die Funktionsweise von *LHSrand* ist in Kapitel A-1.3.2 erklärt.

Der Bereich $\bar{\lambda} = 0$ bis $\bar{\lambda} = 2,0$ wird in [nnumber] – 1 Teile unterteilt und die zugehörige Knicklänge L_{cr} wird zu jedem dieser $\bar{\lambda}$ Werte ermittelt. Mit dem Startwert $\bar{\lambda} = 0$ und dem Endwert $\bar{\lambda} = 2,0$ erhält man [nnumber] an Knicklängen an denen die Berechnungen durchgeführt werden.

Im nächsten Schritt wird eine Schleife über [nnumber] gestartet, in der zu jeder Knicklänge $N_{bR,nom}$, $N_{bR,m}$ sowie die Werte $N_{bR,rand}$ berechnet werden. Zur Berechnung der Werte $N_{bR,rand}$ wird eine weitere Schleife über die Anzahl der zufällig erstellten Rahmensysteme [nRandom] gestartet. Die Berechnung der N_{bR} Werte erfolgt mit der Funktion *calcgrt* (Kap. A-1.2.3).

Aus den $N_{bR,rand}$ Werten werden noch Mittelwert, Standardabweichung oberster und unterster Wert sowie der Bemessungswert¹¹ $N_{bR,rand,845}$ (also bei 845 Werten der schlechteste, bei 8 450 Werten der 10 schlechteste, bei 84 500 Werten der 100 schlechteste, usw.) ermittelt.

Die berechneten Ergebnisse sowie der Datenvektor mit den $\bar{\lambda}$ Werten werden direkt in das Output-File geschrieben, sowie in der [DataMatrix] gespeichert.

Die graphische Darstellung der Ergebnisse erfolgt durch die Funktionen *lambdaNVisualisation* und *lambdaNdiffVisualisation* (Kap.A-1.2.4). Diese erhalten als Eingangsdaten die [DataMatrix] mit den Berechnungsergebnissen, sowie den File-Namen, [xz] und [nRandom] zur Beschriftung der Diagramme.

¹¹ Die Wahl des Wertes $N_{bR,rand,845}$ ist in Kap. 2.2.7

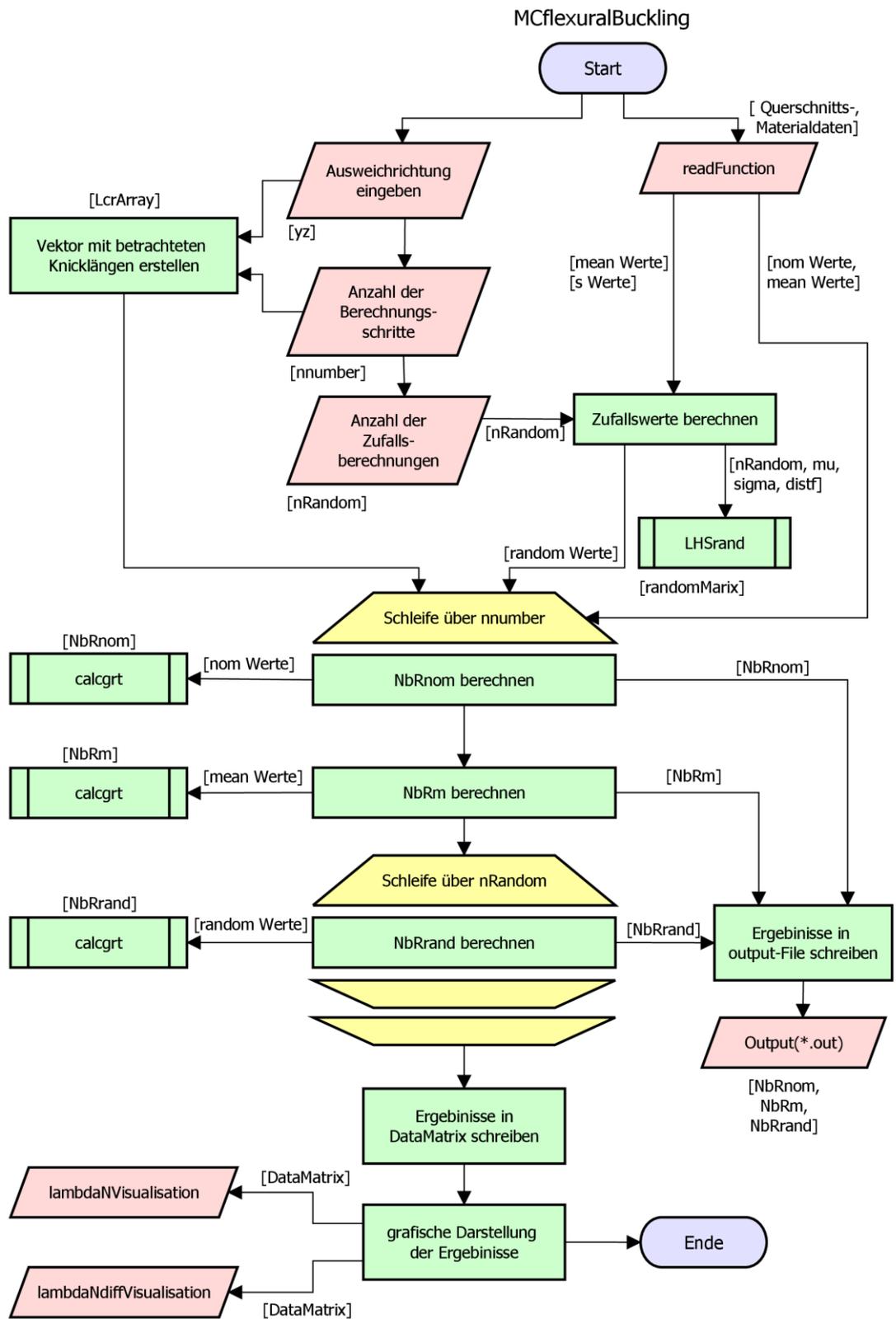


Bild A-1.2 Programmablaufplan MCflexuralBuckling

A-1.2.2 LHSrand

Die Funktion *LHSrand* hat die Aufgabe die Zufallszahlen aus den Mittelwerten und Standardabweichungen zu generieren. Sie funktioniert in gleicher Weise wie bei der Monte Carlo Stahlrahmenberechnung, und ist in Kap. A-1.3.2 beschrieben.

A-1.2.3 calcgrt

Die Funktion *calcgrt* erhält als Eingangswerte die Querschnittswerte, die Materialwerte, die Knicklänge sowie die Information, welche Achse die betrachtete Ausweichrichtung bildet. Die Funktion *GeomData* erhält die Querschnittswerte von *calcgrt* und gibt die Querschnittsfläche [A] zurück. In der Funktion *calcchi* wird je nach betrachteter Ausweichrichtung χ_y oder χ_z nach den Formeln (3.27) bis (3.30) berechnet und an *calcgrt* zurückgegeben. Die Widerstandsgröße des Stabes zufolge Belastung auf Druck [NbR] wird nach Formel (3.26) aus [chi], [fy] und [A] berechnet und als Resultat an die aufrufende Funktion zurückgegeben.

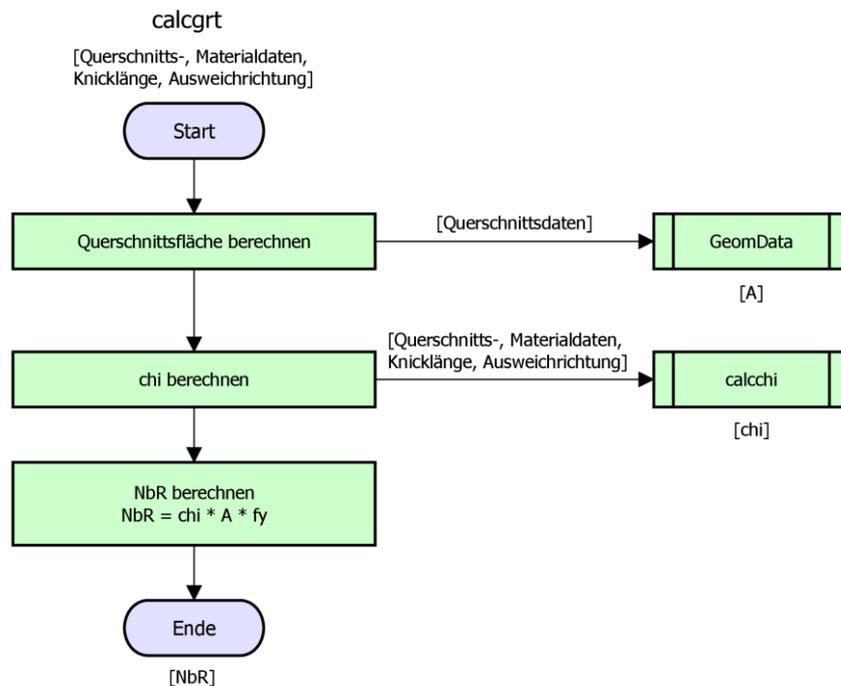


Bild A-1.3 Programmablaufplan calcgrt

A-1.2.4 lambdaNVisualisation/lambdaNdiffVisualisation

Die Funktion *lambdaNVisualisation* erhält als Eingangsdaten die [Datamatrix] mit den Berechnungsdaten, sowie den File-Namen, [xz] und [nRandom] zur Beschriftung der Diagramme. Die Funktion zeichnet ein Diagramm, indem $\bar{\lambda}$ auf der x-Achse und die N_{bR} -Werte

bezogen auf $N_{R,nom}$ auf der y-Achse aufgetragen werden. Im Diagramm werden $N_{bR,nom}$, sowie $N_{bR,m}$ als Kurven dargestellt. Die Resultate der $N_{bR,rand}$ Berechnungen werden als Fehlerbalkendiagramm gezeichnet, in dem die Mittelwerte sowie die 2,0 und die 3,04 fache¹² Standardabweichung dargestellt werden. Der absolut höchste und niedrigste Wert (je $\bar{\lambda}$) wird als Punkt dargestellt und der Wert $N_{bR,rand,845}$ durch das Symbol x. In **Bild A-1.4** ist beispielhaft ein Plot aus *lambdaNVisualisation* dargestellt.

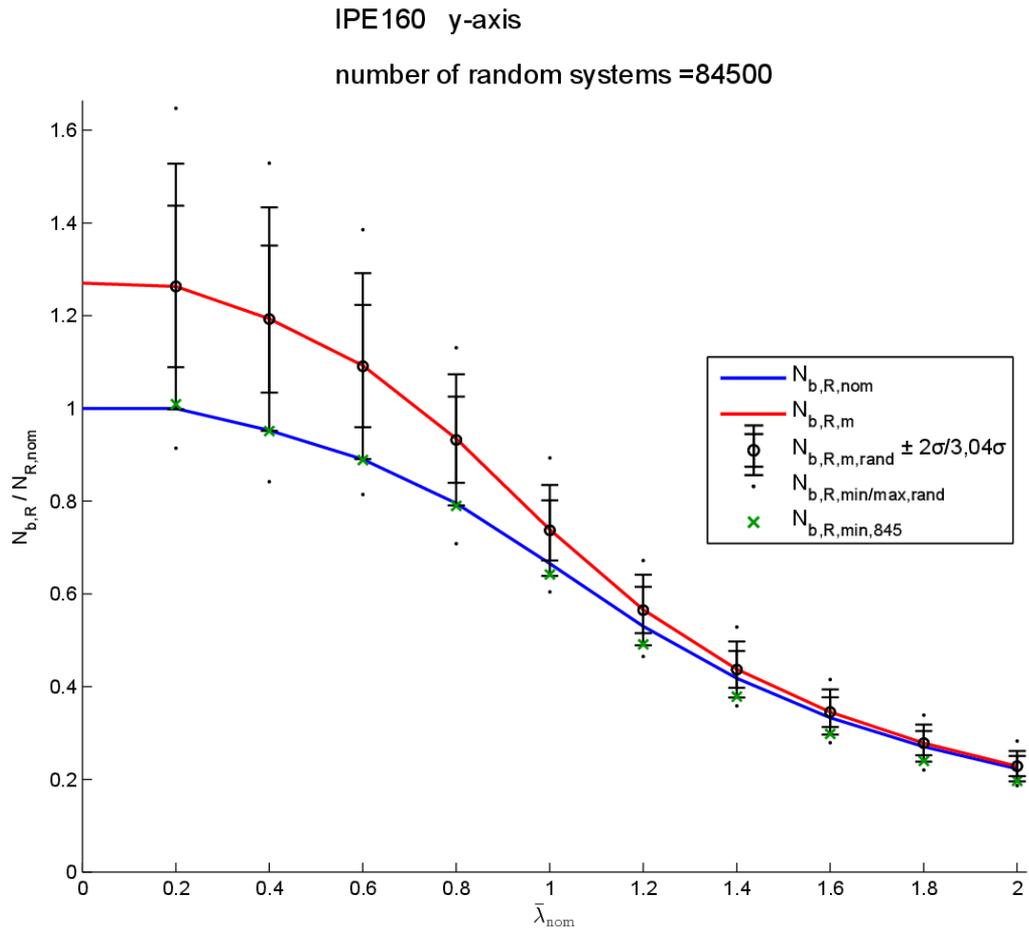


Bild A-1.4 plot aus *lambdaNVisualisation*

Die Funktion *lambdaNdiffVisualisation* erhält dieselben Eingangsdaten wie die Funktion *lambdaNVisualisation*. Sie zeichnet ein Diagramm, indem $\bar{\lambda}$ auf der x-Achse und $N_{bR,nom}$ bezogen auf den Bemessungswert $N_{bR,rand,845}$ auf der y-Achse aufgetragen werden. Ein beispielhafter Plot der Funktion *lambdaNdiffVisualisation* ist in **Bild A-1.5** abgebildet.

¹² die Wahl der 3,04 fachen Standardabweichung ist in Kap. 1.7 beschrieben.

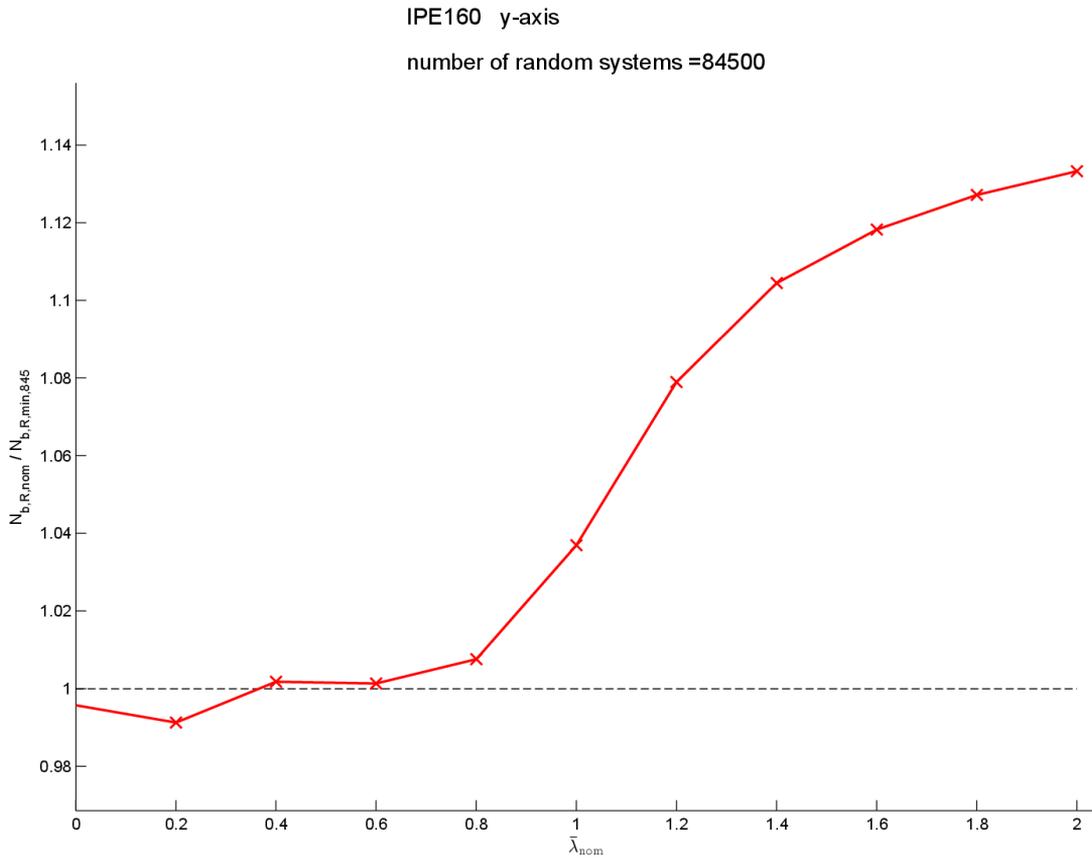


Bild A-1.5 plot aus lambdaNdiffVisualisation

A-1.3 Programmablauf der Monte Carlo Stahlrahmenberechnung

A-1.3.1 MCframeCalculation

Die Funktion *MCframeCalculation* ist die Hauptfunktion des Programmes. Sie bildet die äußerste Funktion, welche den Programmablauf startet und koordiniert. Alle weiteren Funktionen sind Subfunktionen dieser Funktion oder Subfunktionen einer Subfunktion. Die Funktion gliedert sich in die Abläufe Programmstart, Input-Files einlesen, Output-File erstellen, Zufallsmatrix generieren, Λ_{nom} berechnen, Λ_m berechnen, Λ_{random} berechnen und diese Ergebnisse ins Output-File schreiben.

Nach dem Programmstart werden die Namen des Rahmen-Files sowie des Lasten-Files abgefragt, und anschließend werden diese von den Lese-Funktionen *readFrame* und *readLoading* eingelesen. Im Rahmen-File stehen die verwendeten Querschnitte sowie Stahlgüten (Materialien) und so können auch diese mittels *readCrossSection* und *readMaterial* eingele-

sen werden. Zu Beginn wird auch die Anzahl der zufällig erstellten Rahmensysteme für die Monte Carlo Simulation abgefragt und unter [nRandom] abgespeichert.

Mit dem Namen des Frame-Files wird ein Output-File erstellt, das im späteren Programmablauf mit den Berechnungsergebnissen gefüllt wird.

Die Funktion *LHSrand* berechnet die Matrix [randomMatrix] mit [nRandom] zufällig erstellten Rahmensystemen und gibt diese an *MCframeCalculation* zurück. Die Funktionsweise von *LHSrand* ist in Kapitel A-1.3.2 erklärt.

Bevor Λ_{nom} berechnet wird, wird die ungünstigste Schiefstellungskombination der beiden Stützen sowie der Einsenkung/Überhöhung des Dachfirstes mithilfe von *frameCalculation* (Kap. A-1.3.4) ermittelt. Dabei werden alle möglichen Imperfektionskombinationen durchgerechnet und die Auslastung v verglichen. Anschließend wird der Startwert für die Λ_{nom} Berechnung ebenfalls mittels *frameCalculation* gewählt, indem er so lange um 0,1 erhöht wird, bis die Auslastung v über 1,0 steigt. Ist dies bereits zu Beginn der Fall, wird der Startwert so lange um 0,1 gesenkt, bis die Auslastung v unter 1,0 fällt. Nun kann die eigentliche Λ_{nom} Berechnung mit der Subroutine *calcgrt* (Kap. A-1.3.3) erfolgen.

Für die Berechnung von Λ_{nom} wird in gleicherweise das [startLambda] berechnet wie für Λ_{nom} . Die Imperfektionen werden mit null angesetzt und anschließend wird wiederum mittels *calcgrt* das Λ_{m} berechnet. Als Eingangswerte in die Berechnung werden hier die Mittelwerte und nicht die nominellen Werte verwendet. Das berechnete Λ_{m} dient im nächsten Schritt als [startLambda] für die Berechnung der Λ_{random} Werte. Die Ergebnisse werden gleich in das Output-File geschrieben.

Mithilfe einer Schleife über alle [nRandom] werden nun wiederum mit dem soeben ermittelten [startLambda] und mit den in der [randomMatrix] gespeicherten variablen Eingangsgrößen mit der Funktion *calcgrt* die Λ_{random} Werte berechnet und in das Output-File geschrieben.

A-1.3.2 LHSrand

Die Funktion *LHSrand* erhält als Eingangsdaten [nRandom], je einen Datenvektor mit den Mittelwerten [mu], sowie mit den Standardabweichungen [sigma] und einen Vektor indem die Verteilungsart [distf] jeder variablen Eingangsgröße steht.

Die Funktion *LHSrand* hat die Aufgabe die Zufallszahlen aus den Mittelwerten und Standardabweichungen zu generieren. Dies könnte auch einfacher durch die bereits vordefinierten Funktionen *normrnd(mu,sigma)* oder *lognrnd(mu,sigma)*, je nach gewünschter Verteilungsart erfolgen. Werden die Zahlen allerdings komplett zufällig im gesamten Wertebereich gewählt, so stellt sich die gewünschte Verteilung erst mit einer sehr hohen Anzahl an Zufallszahlen ein. Der Trend der gewünschten Verteilung kann schneller/mit weniger Zufallszahlen erreicht werden, wenn die Zufallszahlengenerierung mit dem Latin Hypercube Sampling erfolgt.

Im Programmcode *LHSrand* wurde dies wie folgt durchgeführt:

- Der Wertebereich von 0 bis 1 wird in [k] Bereiche unterteilt, dabei muss die Anzahl der Zufallswertegruppen [nRandom] ein Vielfaches von [k] sein. [k] ist mit 10 vordefiniert.
- In jedem dieser 10 „Kästen“ wird eine Zufallszahl (nach Gleichverteilung) gewählt. zB.: 0,12363 - 1,94724 - 2,63853 - ...
- Im nächsten Schritt wird die Verteilungsart gewählt und der Zufallszahl zugeordnet. Dies erfolgt im Programm durch den Vektor [distf]. zB: Normalverteilung, Lognormalverteilung,...
- Der Zufallswert wird dann mit der Inverse Transformation Method und mit den Eingangswerten [mu] und [sigma] umgerechnet. Diese Schritte werden für jede streuende Eingangsgröße [q] durchgeführt, sodass man [k] x [q] Zufallszahlen erhält.
- Die Zufallszahlen der einzelnen Wertebereiche werden noch zufällig miteinander kombiniert. Dies erfolgt, indem jeder Zahl nochmals eine Zufallszahl [shuffle] zugewiesen wird, nach der die Werte dann sortiert und zueinander zugeteilt werden.
- Dieser gesamte Vorgang wird nun [nRandom]/[k] mal durchgeführt um auf [nRandom] Zufallswertegruppen zu kommen. zB: [nRandom] = 1000 [k] = 10, so wird die Schleife 100 mal durchgelaufen und pro Durchlauf werden 10 Zufallswertegruppen erstellt.

LHSrand gibt die Matrix [randomMatrix] mit [nRandom] zufällig ermittelten Rahmensystemen an *MCframeCalculation* zurück.

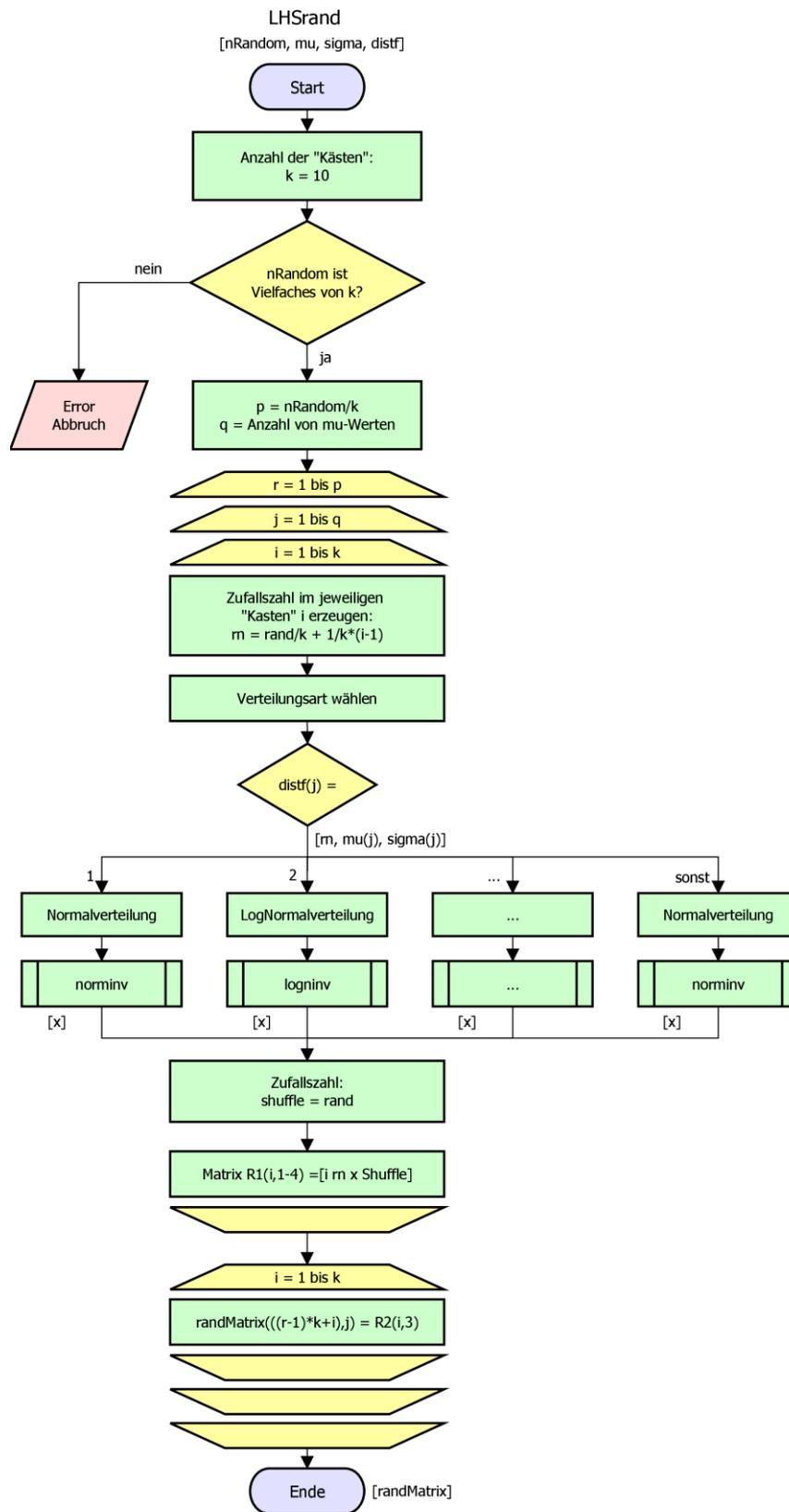


Bild A-1.7 Programmablaufplan LHSrand

A-1.3.3 calcgrt

Die Funktion *calcgrt* hat die Aufgabe das Λ zu finden, bei dem der ungünstigste Nachweis genau 1,0 ergibt. Die eigentliche Nachweisführung erfolgt in der Funktion *frameCalculation* (Kap. A-1.3.4) und liefert dann den Auslastungsgrad v zurück. Es wird also jenes Λ gesucht, für das $v = 1,0$ ist. Dieses Problem wird in *calcgrt* mit einer Nullpunktsuche gelöst, indem die Nullstelle der Funktion $\text{equ}(\Lambda) = \text{framecalculation}(\Lambda, \text{Eingangsdaten}) - 1$ gesucht wird. Die Dauer der Nullpunktsuche ist stark von der Wahl des Startwertes [startLambda] abhängig. Dieser Wert wird in *MCframeCalculation* für das jeweilige Problem vordefiniert (siehe Kap. A-1.3.1).

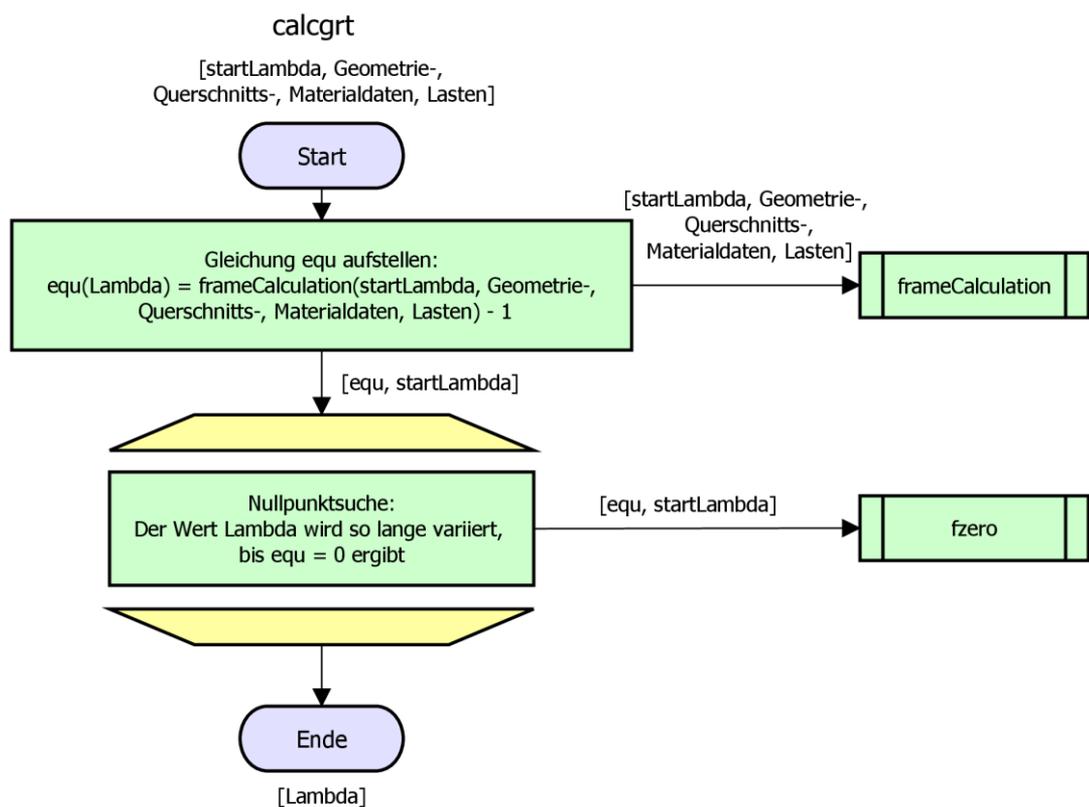


Bild A-1.8 Programmablaufplan calcgrt

A-1.3.4 frameCalculation

Das Programm *frameCalculation* führt die eigentliche Rahmenberechnung durch. Es erhält die Geometrie-, Querschnitts-, Materialdaten sowie die Lasten des aktuell zu berechnenden Stahlrahmens. Weitere Eingangsgröße ist der Laststeigerungsfaktor [λ] sowie die Information [$n\lambda$] welche Lasten mit [λ] erhöht/abgemindert werden.

Im nächsten Schritt werden die Eingangsdaten so aufbereitet, dass die Berechnung der Schnittkräfte am Stahlrahmen mit Hilfe des Rahmen 2D Programmes Theorie II.Ordnung *computeMember* [30] erfolgen kann. Dazu werden die

- Knotenpunkte [Nodes] mit *calcNodes*
- Stabzusammenhänge [Connectivities] mit *calcConnectivities*
- Lagerbedingungen [Constraints] im *frameCalculation*
- Lasten [LoadingOnNodes, ContinuumMemberLoads] mit *calcLoading*
- Materialien [Materials] im *frameCalculation*
- Querschnitte [CrossSections] im *frameCalculation*

erstellt. Diese Daten bilden die Eingangsdaten ins *computeMember* [30] (siehe Kap. A-1.3.5).

Nach der Berechnung mit *computeMember* [30] erhält man die Teilstabbezogenen Schnittkräfte [intForce]. Um diese weiterverwenden zu können werden diese mit *intForce2Nodes* auf Knotenbezogene Schnittkräfte der einzelnen Stäbe [intForceCol1, intForceCol2, intForceR1, intForceR2] umgerechnet. Die Unterteilung der Stäbe durch Knoten in Teilstäbe ist im Kapitel *computeMember* A-1.3.5 ausführlich beschrieben.

Im nächsten Schritt werden die einzelnen Nachweise geführt

- Querschnittsnachweise an jedem Knotenpunkt in jedem Stab mit *CSevidence* (Kap. A-1.3.6)
- Systemnachweis in den Stützen mit *sysEvidenceColoumn* (Kap. A-1.3.7)
- Systemnachweis in den Dachträgern je nach Dachform bzw. Zwischenhalterungsart mit *sysEvidenceRoofVar1-4* (Kap. A-1.3.8)

Der maximale Auslastungsgrad [nu] aus den einzelnen Nachweisen wird als Resultat von *frameCalculation* an die aufrufende Funktion (*MCframeCalculation* oder *calcgrt*) zurückgegeben.

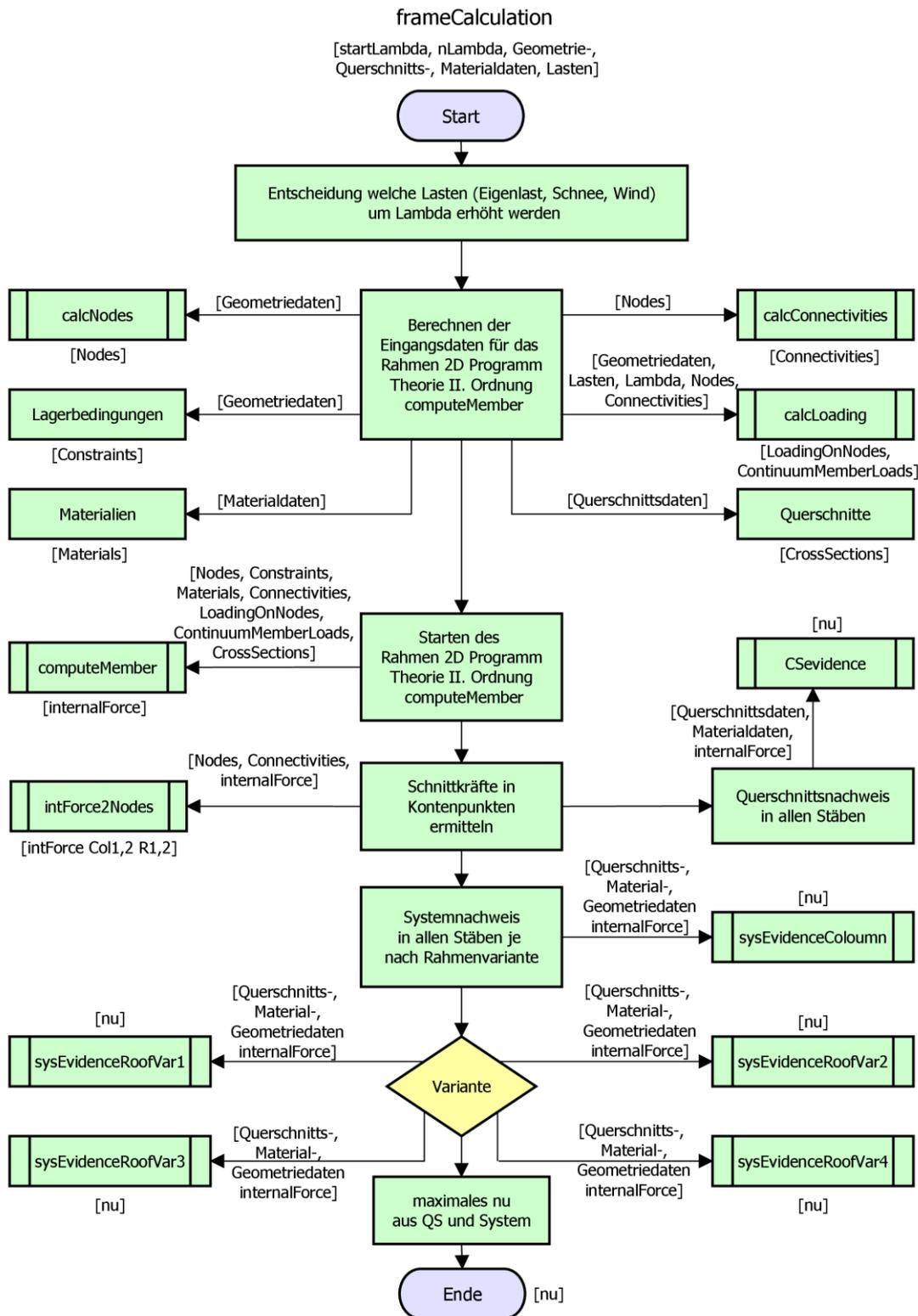


Bild A-1.9 Programmablaufplan frameCalculation

A-1.3.5 computeMember

Der Programmcode von *computeMember* wurde aus dem Bachelorprojekt von Manuel Gilhofer [30] genommen und für diese Anwendung geringfügig abgeändert.

„Mit dem Programm ist es möglich, einfache Rahmentragwerke mit Knotenbelastungen und Streckenlasten normal zur Stabachse mit der Theorie II.Ordnung zu berechnen. Dabei handelt es sich um einen iterativen Programmablauf...“ [30]

Ein Nachteil der Anwendung des Programmcodes *computeMember* ist dem Zitat aus dem Bachelorprojekt bereits zu entnehmen, es können nur Streckenlasten normal zur Stabachse und Knotenbelastungen am System aufgebracht werden. Jedoch bereits die einfachsten Lastfälle wie z.B. Eigenlasten oder Schneelasten auf (schräge) Dachflächen weisen bereits einen Anteil an Streckenlasten in Stabrichtung und einen Anteil normal zur Stabachse auf. Um die Lasten trotzdem möglichst richtig am Rahmen anzusetzen, werden die Stäbe durch Subknoten in Teilstäbe unterteilt. Der Anteil Streckenlast, der normal zur Stabachse wirkt, wird als Streckenlast auf die Teilstäbe aufgebracht, und der Anteil der in Stabrichtung wirkt wird an den Knoten als Punktlast in horizontaler und vertikaler Richtung angesetzt. Ein einzelner Stab wird so, je nach Anzahl der Zwischenhalterungen, in 6 bis 8 Teilstäbe unterteilt. Die Schnittkräfte eines jeden Teilstabes werden wiederum an jedem Anfangs-, Mittel- und Endpunkt eines Teilstabes ermittelt und in [internalForce] abgespeichert. Dies erfordert die aufwändige Vorbereitung der Eingangsdaten [Nodes, Constraints, LoadingOnNodes, ContinuumMemberLoads, Connectivities, Materials, CrossSections] für *computeMember*.

Die Umrechnung der Schnittkräfte an den Anfangs-, Mittel- und Endpunkten der Teilstäbe in Knotenschnittkräfte erfolgt in *intForce2Nodes*. So erhält man dann Die Schnittkräfte an 13 bis 17 Punkten je Stab.

An diesen Punkten werden die Querschnittsnachweise mit *CSevidence* (Kap. A-1.3.6) durchgeführt.

A-1.3.6 CSevidence

Die Funktion *CSevidence* wird für jeden Stab eigens aufgerufen, und führt dann die Querschnittsnachweise an jedem Knotenpunkt des Stabes.

Das Programm läuft also mit einer Schleife über alle Knotenpunkte ab und rechnet folgende Schritte:

- Überprüfung ob Querkraft im Querschnittsnachweis berücksichtigt werden muss, nach EC3 [11 S. 62] mittels Formel (3.17).
- Berechnen von [M_{NyR}] mittels *calcM_{NyR}* nach EC3 [11] Formel (3.20).

- Nachweisführung :
 - Normalkraft: $v = N_E/N_{pl,R}$
 - Querkraft: $v = V_E/V_{pl,R}$
 - Moment-Normalkraft Interaktion: $v = M_{y,E}/M_{Ny,R}$

Der maßgebende Nachweis, am maßgebenden Querschnitt (maximale v) wird anschließend an die ausführende Funktion zurückgegeben.

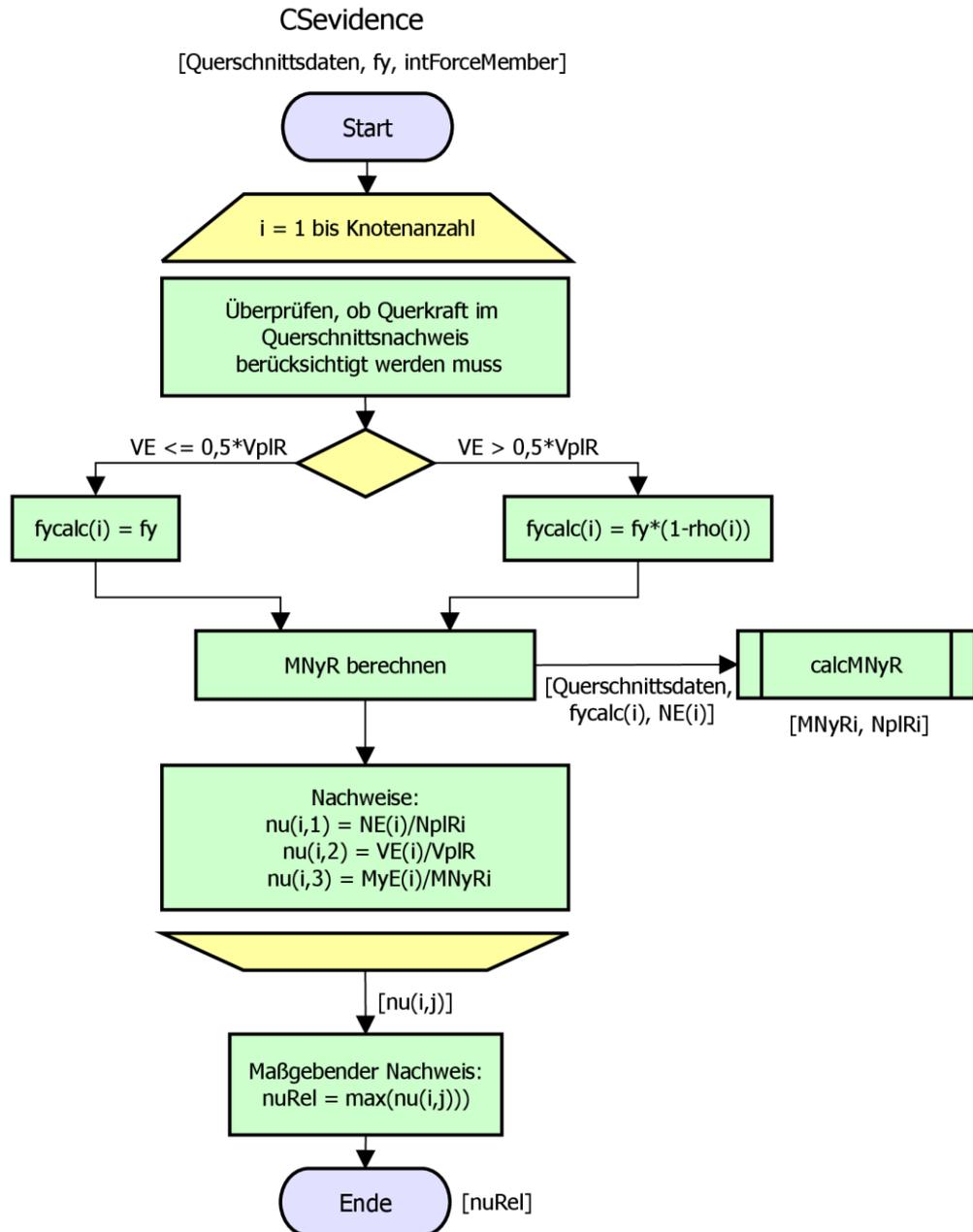


Bild A-1.10 Programmablaufplan CSevidence

A-1.3.7 sysEvidenceColoumn

Die Funktion *sysEvidenceColoumn* führt die Stabilitätsnachweise in den Stützen durch. Der Programmablauf erfolgt nach folgenden Schritten:

- Plastische Querschnittswerte ermitteln [M_{ypl} , M_{zpl} , N_{pl}]
- Maßgebende Einwirkungen für NW um y-y Achse ermitteln.
 - $N_{E,y} = \max(\text{Fuß, Mitte, Kopf})$
 - $M_{yE,y}$ und C_{my} werden in *calcMEsysCm* nach EC3 [11] nach Tab. B.3 ermittelt.
 - $M_{zE} = 0$ da nur Lasten in der Rahmenebene angesetzt werden (2D-Rahmenprogramm).
- Schleife über Anzahl der Teilstäbe (= Zwischenhalterungen + 1)
- Maßgebende Einwirkungen für NW um z-z Achse ermitteln (je Teilstab).
 - $N_{E,z} = \max(\text{Fuß, Mitte, Kopf})$
 - $M_{yE,z}$ und C_{mz} , C_{mLT} werden in *calcMEsysCm* nach EC3 [11] nach Tab. B.3 ermittelt.
 - $M_{zE} = 0$ da nur Lasten in der Rahmenebene angesetzt werden (2D-Rahmenprogramm).
- k_c ermitteln
- χ - und λ -Werte nach EC3 [11] Formeln (3.27) bis (3.38) mit *calcallchi* ermitteln.
- Interaktionsbeiwerte k_{ij} nach EC3 [11] Formeln (3.41) bis (3.47) mit *calcallkij* ermitteln.
- Nachweise um y-y und z-z Achse nach EC3 [11] Formeln (3.39) und (3.40) führen.

Der maßgebende Nachweis, im maßgebenden Teilstab (maximale v) wird anschließend an die ausführende Funktion zurückgegeben.

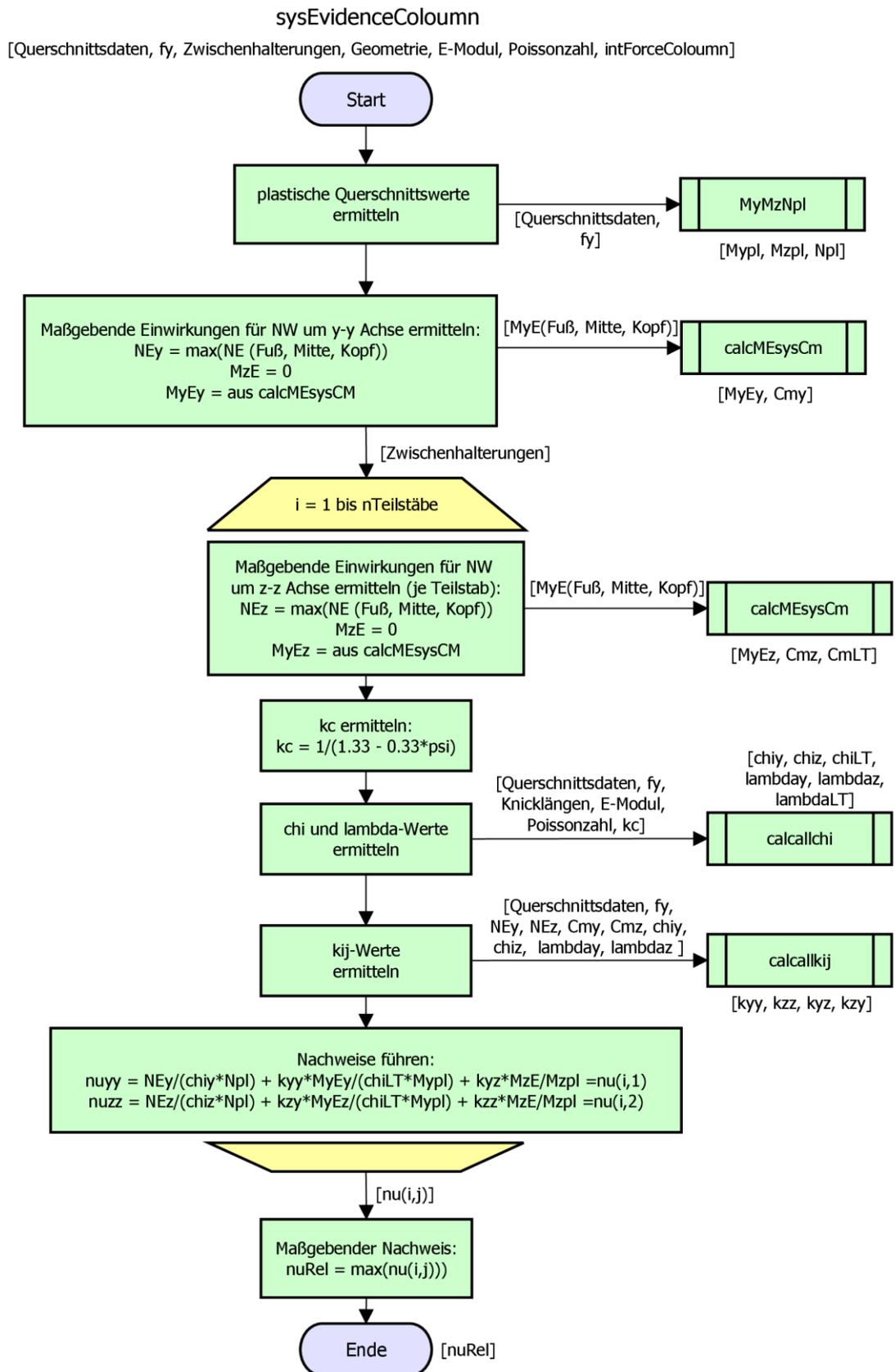


Bild A-1.11 Programmablaufplan sysEvidenceColoumn

A-1.3.8 sysEvidenceRoof (Var. 1-4)

Die Stabilitätsnachweise in den Dachträgern werden je nach Dachform und Zwischenhaltungen von einer der Funktionen *sysEvidenceRoofVar1-4* geführt. Die Unterschiede der vier Varianten sind vor allem die Knicklängen in y-y und z-z Richtung sowie die Anzahl der Dachträger (1 oder 2). Der Programmablauf erfolgt aber bei allen vier Varianten nahezu in gleicher Weise wie bei *sysEvidenceColoumn* (Kap. A-1.3.7) .

Variante 1

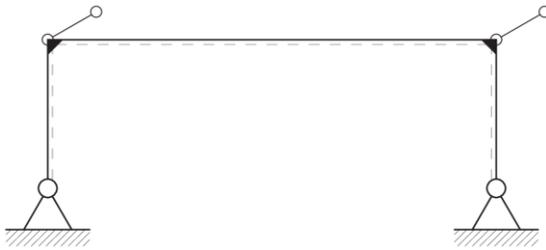


Bild A-1.12 Rahmenvariante 1

Variante 2

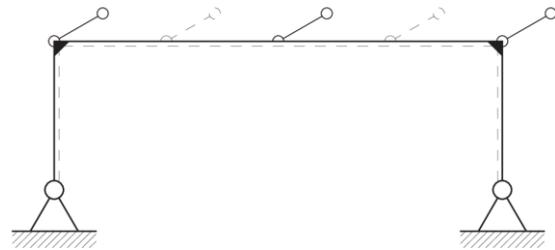


Bild A-1.13 Rahmenvariante 2

Variante 3



Bild A-1.14 Rahmenvariante 3

Variante 4

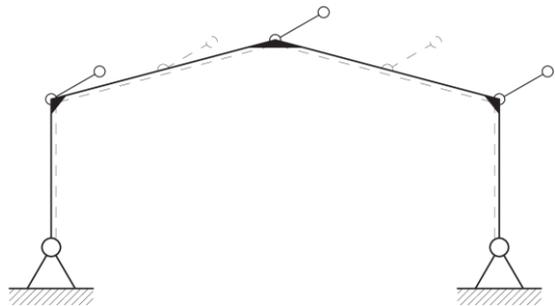


Bild A-1.15 Rahmenvariante 4

Abbildungsverzeichnis-Anhang

Bild A-1.1 Musterablaufplan zur Symbolerklärung	202
Bild A-1.2 Programmablaufplan MCflexuralBuckling	205
Bild A-1.3 Programmablaufplan calcgrt.....	206
Bild A-1.4 plot aus lambdaNVisualisation	207
Bild A-1.5 plot aus lambdaNdiffVisualisation	208
Bild A-1.6 Programmablaufplan MCframeCalculation.....	210
Bild A-1.7 Programmablaufplan LHSrand.....	212
Bild A-1.8 Programmablaufplan calcgrt.....	213
Bild A-1.9 Programmablaufplan frameCalculation.....	215
Bild A-1.10 Programmablaufplan CSevidence	217
Bild A-1.11 Programmablaufplan sysEvidenceColoumn.....	219
Bild A-1.12 Rahmenvariante 1	220
Bild A-1.13 Rahmenvariante 2	220
Bild A-1.14 Rahmenvariante 3	220
Bild A-1.15 Rahmenvariante 4	220