$$\cos D = \cos (90^0 - H) \cos (90^0 - h) + \sin (90^0 - H) \sin (90^0 - h) \cos Z$$
$$\cos D' = \cos (90^0 - H') \cos (90^0 - h') + \sin (90^0 - H') \sin (90^0 - h') \cos Z$$

oder mit Weglassung der 90^0:

$$\cos D = \sin H \sin h + \cos H \cos h \cos Z \tag{4}$$
$$\cos D' = \sin H' \sin h' + \cos H' \cos h' \cos Z \tag{5}$$

Um bei gegebenen H, H', h, h' die Beziehung zwischen D und D' zu gewinnen, braucht man nur $\cos Z$ aus beiden Gleichungen (4) und (5) zu eliminiren, d. h. man bestimmt $\cos Z$ aus (5) und setzt es in (4) ein. Indem wir zur Abkürzung schreiben:

$$\frac{\cos H \cos h}{\cos H' \cos h'} = q \tag{6}$$

erhalten wir auf diese Weise:

$$\cos D = q \cos D' - q \sin H' \sin h' + \sin H \sin h \tag{7}$$

Nach diesen directen und strengen Formeln (6) und (7) rechnet man aber selten, denn weil die Differenzen $D - D'$, $H - H'$, $h - h'$ im Allgemeinen klein sind, nämlich höchstens etwa $= 1^0$, so empfiehlt es sich, durch Reihenentwicklung unmittelbar auf die Differenz $D - D'$ auszugehen.

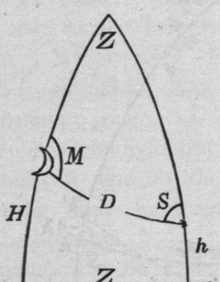
Zu diesem Zweck wird die Gleichung (4) nach D, H und h differentiirt, und gibt:

$$\begin{aligned} -\sin D\, dD &= \cos H \sin h\, dH + \cos h \sin H\, dh \\ &\quad - \sin H \cos h \cos Z\, dH - \sin h \cos H \cos Z\, dh \end{aligned}$$

$$\left.\begin{aligned} -dD &= \left(\frac{\cos H \sin h - \sin H \cos h \cos Z}{\sin D}\right) dH \\ &\quad + \left(\frac{\cos h \sin H - \sin h \cos H \cos Z}{\sin D}\right) dh \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

Die Klammercoefficienten von dH und dh haben hier geometrische Bedeutungen, sie sind nämlich bezw. $= \cos M$ und $= \cos S$, wenn M und S, wie in Fig. 2. und Fig. 3. eingeschrieben, die Winkel am Mond und am Stern (oder Sonne) sind.

Fig. 3.
Monddistanz-Reductionsdreieck.



Um dieses zu beweisen, nehmen wir die erste der Formeln (8) von der Formelsammlung der sphärischen Trigonometrie § 1. S. 2 zur Hand, nämlich:

$$\operatorname{cotg} \alpha \sin \gamma = \operatorname{cotg} a \sin b - \cos b \cos \gamma$$

diese Formel auf das Dreieck von Fig. 3. angewendet gibt:

$$\operatorname{cotg} M \sin Z = \operatorname{cotg} (90^0 - h) \sin (90^0 - H) - \cos (90^0 - H) \cos Z \tag{9}$$

hiezu die Sinusbeziehung nach Fig. 3.: