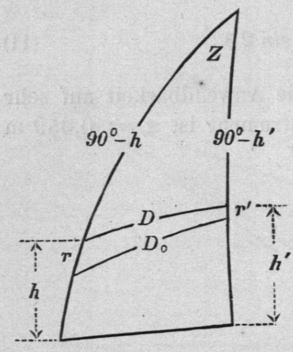
Ein weiteres sehr gutes Mittel ist die Messung von Fixsterndistanzen, deren wahre Werthe man aus den Rectascensionen und Declinationen berechnen kann. Die Messungen müssen wegen Refraction auf wahre Distanzen reducirt werden, um mit den wahren Distanzen vergleichbar zu werden.

Fig. 1.
Distanzreduction für Refraction.



Diese Reductionsberechnung (welche ein besonderer Fall der bei Monddistanzen vorkommenden Reductionen ist) kann für den vorliegenden Zweck hinreichend genau so gemacht werden (vgl. Fig. 1.): Es sei D die gemessene Distanz und h h' die zugehörigen Höhen.

Dann besteht nach Fig. 1. zwischen diesen Grössen und dem Zenitwinkel Z die Gleichung:

$$\cos D = \cos (90^0 - h) \cos (90^0 - h') + \sin (90^0 - h) \sin (90^0 - h') \cos Z$$

$$\cos D = \sin h \sin h' + \cos h \cos h' \cos Z \tag{1}$$

für die wahre Distanz D_0 sind die Höhen um die Refractionen r und r' kleiner als für die beobachtete Distanz D, also:

$$\cos D_0 = \sin (h - r) \sin (h' - r') + \cos (h - r) \cos (h' - r') \cos Z$$

$$\cos D_0 = (\sin h - r \cos h)(\sin h' - r' \cos h') + (\cos h + r \sin h)(\cos h' + r' \sin h') \cos Z$$

Wenn man dieses mit Vernachlässigung des Produktes rr' ausmultiplicirt, und mit (1) vergleicht, so erhält man:

$$\left.\begin{aligned}\cos D_0 - \cos D = &- r \cos h \sin h' - r' \cos h' \sin h \\ &+ r \sin h \cos h' \cos Z + r' \sin h' \cos h \cos Z\end{aligned}\right\} \tag{2}$$

Die Refractionen r und r' kann man den Cotangenten der Höhen proportional setzen (§ 7. S. 31.):

$$r = \alpha \operatorname{cotg} h \qquad r' = \alpha \operatorname{cotg} h' \tag{3}$$

Damit wird (2):

$$\cos D_0 - \cos D = \alpha \left\{ - \cos^2 h \frac{\sin h'}{\sin h} - \cos^2 h' \frac{\sin h}{\sin h'} + 2 \cos h \cos h' \cos Z \right\}$$

Wenn man hier $\cos^2 h = 1 - \sin^2 h$ und $\cos^2 h' = 1 - \sin^2 h'$ setzt, und wieder (1) berücksichtigt, und wenn man zugleich links $\cos D_0 - \cos D = - (D_0 - D) \sin D$ einführt, so erhält man:

$$D_0 - D = \frac{\alpha}{\sin D} \left\{ \frac{\sin h}{\sin h'} + \frac{\sin h'}{\sin h} - 2 \cos D \right\} \tag{4}$$

Die Refractionsconstante ist nach § 7. S. 31 $\alpha = 57''$, und dazu kann man noch die Correctionsfactoren für Temperatur und Luftdruck nach S. [12] nehmen. Die Näherung (3) ist jedenfalls von 15^0 an aufwärts