

§ 70. Ausgleichung astronomischer Längenbestimmungen mit einem Itinerar.

Unter Itinerar verstehen wir die Aufnahme einer Reiselinie nach Entfernungen und Richtungen.

Als relatives Maass der Weglänge dient die zum Durchlaufen derselben erforderliche Zeit, die jeweilige Marschrichtung wird durch den Taschencompass bestimmt.

Das relative Zeitmaass kann durch Vergleichung von Meridianmärschen mit astronomischen Breitenbestimmungen, ferner durch Benützung eines Messrades oder ähnlicher dem Logg des Seemanns entsprechender Hilfsmittel auf absolutes geographisches Maass reducirt werden. Es ist überhaupt für diesen Zweck die Art der Fortbewegung (Fusswanderung, Reiten zu Pferd, zu Kameel etc.) besonderer Untersuchung zu unterwerfen. (Auf der libyschen Expedition fand ich die mittlere Kameelgeschwindigkeit = 4,0 km in 1 Stunde mit Schwankungen von 5—10 %).

Wir denken uns nun ein solches Itinerar streckenweise (etwa durchschnittlich von $\frac{1}{2}$ zu $\frac{1}{2}$ Stunde) nach Coordinaten berechnet und in grösseren Linien (von Tag zu Tag) auf geographische Breitenunterschiede und Längenunterschiede reducirt:

$$\Delta \varphi = \frac{[s \cos \alpha]}{r} \varrho \quad \Delta \lambda = \frac{[s \sin \alpha]}{r \cos \varphi} \varrho$$

d. h. wir denken uns für eine Landreise dasselbe ausgeführt, was der Seemann als „einfache Schiffsrechnung“ (oder „Besteck“) mit den durch das Logg erhaltenen Entfernungen und mit den durch den Compass erhaltenen Cursen von Tag zu Tag macht.

Zur ersten Veranschaulichung des Nutzens der Itinerare für geographische Längenbestimmung nehmen wir einen einfachen Fall:

Es gehe Jemand vom Brandenburger Thor in Berlin auf der Landstrasse bis an die Havelbrücke bei Spandau, und brauche hiezu (nach Abzug aller Pausen) 2 Stunden 20 Minuten Gehzeit, die jeweiligen Marschrichtungen werden beiläufig auf 5—10° genau an einem Taschencompass abgeschätzt. Die Berechnung oder die Auftragung dieses Itinerars gebe von Ost nach West eine Erstreckung von 2 Stunden 6 Minuten (also eine Differenz von 14 Minuten gegen den Weg auf der Strasse selbst). Da der Aufnehmende weiss, dass er pro 1 Stunde im Mittel 5,5 km marschirt, ist also nun Spandau, Brücke, = $5,5 \times 2,1 = 10,55$ km westlich vom Brandenburger Thor anzunehmen.

Aus bekannten Tafeln (z. B. J. Handb. II. S. 54) entnimmt man, dass unter $52\frac{1}{2}^{\circ}$ Breite ein Längengrad = 67,4 km ist, es liegt also Spandau um

$$\frac{10,55}{67,4} 60' = + 9,39' = 38^s$$

westlich von Berlin. Diese Bestimmung ist jedenfalls auf 10% genau, gibt also einen mittleren Längenfehler von nur $\pm 4^s$.

Vergleicht man hiermit eine Längenbestimmung durch Mondsdistanzen, so würde diese in Berlin etwa $\pm 30^s$ und in Spandau ebenfalls $\pm 30^s$, also zusammen etwa $\pm 45^s$ Unsicherheit geben, oder es könnte vorkommen, dass durch Mondsdistanzen an den beiden genannten Punkten Spandau östlich von Berlin bestimmt würde.

Nimmt man grössere Entfernungen, so tritt der Vorzug des Itinerars allerdings immer mehr zurück, weil der Itinerarfehler mit der Entfernung wächst, der Mondsdistanzen-Fehler aber constant wirkt.

Indessen zeigt diese Ueberlegung, dass auch auf sehr weite Entfernungen von vielen Tagereisen, das Itinerar auf West-Ost-Linien immer noch sehr schätzenswerthe Beiträge zur geographischen Längenbestimmung bietet.

Betrachten wir ferner Reiselinien nahezu im Meridian, so wird durch die Compasspeilungen, welche nur proportional der Quadratwurzel der Entfernung auf den geographischen Längenunterschied zwischen dem Anfangspunkt und dem Endpunkt einwirken, dieser Längenunterschied auf weite Entfernungen mit einer sehr brauchbaren Genauigkeit bestimmt.

Denkt man sich also ein Itinerar nach Seegebrauch berechnet, so wird jede Strecke zwischen je zwei Ortszeitbestimmungen einen Beitrag zur Bestimmung der Chronometergang-Function liefern, dessen Genauigkeit a priori geschätzt werden kann; oder jede Itinerarstrecke liefert eine Fehlergleichung, deren Form sich im Anschluss an die Ausgleichung von § 69. sofort angeben lässt:

Es seien λ_a und λ_b die geographischen Längen zweier aufeinanderfolgender Itinerarpunkte, auf welchen die Ortszeiten O_a und O_b bestimmt worden sind, dann ist nach (4) und (5) § 69. S. 353:

$$\begin{aligned}\lambda_a &= O_a + G_a = O_a + (G)_a + A_a \\ \lambda_b &= O_b + G_b = O_b + (G)_b + A_b\end{aligned}$$

also auch nach (10) § 69. S. 354:

$$\begin{aligned}\lambda_a &= O_a + (G)_a + A_a x + B_a y + C_a z + D_a u \\ \lambda_b &= O_b + (G)_b + A_b x + B_b y + C_b z + D_b u\end{aligned}$$

Bildet man hievon die Differenz, so erhält man eine Gleichung von der Form:

$$\Delta\lambda = \Delta O + \Delta(G) + A'x + B'y + C'z + D'u$$

ΔO und $\Delta(G)$ sind bekannt und werden als fehlerfrei behandelt, $\Delta\lambda$ ist der aus dem Itinerar gewonnene Längenunterschied, dessen mittlerer Fehler oder Gewicht a priori geschätzt ist. Bezeichnet man mit v_λ den Fehler von $\Delta\lambda$, so hat man jetzt eine Fehlergleichung:

$$v_\lambda = A'x + B'y + C'z + D'u + (\Delta O + \Delta(G) - \Delta\lambda)$$

von bekanntem Gewicht, welche für die Ausgleichung des Chronometergangs

ähnlichen Charakter hat wie die Fehlergleichungen des Systems (14) § 69. S. 355.

Denkt man sich so alle Fehlergleichungen des Itinerars aufgestellt, so kann man sowohl diese für sich selbst ausgleichen, als auch sie mit den Fehlergleichungen für die Mondsdistanzen (14) § 69. S. 355 zusammennehmen.

Wir haben mit unserem libyschen Material diese beiden Ausgleichungen streng durchgeführt, ebenso wie in § 69. die Ausgleichung mit Chronometer und Mondsdistanzen. Wir unterlassen aber, diese umständlichen Rechnungen selbst hier mitzutheilen, wohl aber dürften die Resultate in ihrer Vergleichung nicht ohne allgemeines Interesse sein.

Diese Ausgleichungen sind eine Weiterentwicklung der in der „Phys. Geogr. und Meteor. der libyschen Wüste S. 60—65“ im Jahre 1876 veröffentlichten Berechnungen. Die Weiterentwicklung bezieht sich zunächst darauf, dass die Function (8) § 69. S. 354 ein Glied mehr enthält, als die Function (1) auf S. 61. der Phys. Geogr. u. Meteor. d. lib. Wüste. Ferner war in jener ersten Ausgleichung vom Jahre 1876 ein Theil der Ortszeiten unbenützt geblieben, indem das Itinerar nur in 8 Hauptstrecken eingetheilt wurde, während bei Benützung aller Ortszeiten eine Eintheilung in 17 Itinerarstrecken möglich wird.

Indem wir nun zur Mittheilung der Resultate und zu ihrer kritischen Vergleichung übergehen, ziehen wir auch noch zwei frühere Bestimmungen zu, nämlich die Bestimmungen von Cailliaud und Letorzec vom Jahre 1826, welche bis zu unserer Expedition 1873 die einzigen Angaben über die Lage der libyschen Oasen gewesen waren, ferner unsere graphisch-empirische Ausgleichung, welche der ersten Karte der Expedition in Petermann's Mittheilungen 1875, Heft VI. Tafel 11. zu Grunde liegt.

Geographische Längen (von Greenwich).

Ort	Bestimmung von Cailliaud, 1826 I.	Bestimmung von Jordan, Chronometer, Mondsdistanzen und Itinerar	
		1875 graphisch-empirisch II.	1876 Meth. d. kl. Quad. III.
		Suah.	1h 43 ^m 53 ^s
Beharieh	1 55 55	1 55 28	1 55 47 ± 13
Farafrah	1 52 43	1 52 35	1 52 20 ± 14
Regenfeld	1 50 0	1 49 40 ± 9
Dachel	1 55 57	1 56 30	1 55 54 ± 14
Chargeh	2 -2 25	2 2 38	2 2 41 ± 11

Ort	Mond- distanzen allein IV.	Neue Ausgleichung nach der Meth. der kl. Quadrate		
		Chronometer und Mond- distanzen V.	Chronometer und Itinerar VI.	Chronometer, Mond- distanzen und Itinerar VII.
		Siuah	1h 41m 30s	1h 41m 26s ± 18s
Beharieh	1 55 29	1 55 29 ± 15	1 55 52 ± 18	1 55 45 ± 11
Farafrah	1 52 11	1 52 16 ± 13	1 52 23 ± 20	1 52 14 ± 9
Regenfeld	1 49 51	1 49 45 ± 9	1 49 42 ± 14	1 49 35 ± 7
Dachel	1 55 59	1 56 7 ± 16	1 55 56 ± 22	1 55 44 ± 13
Chargeh	. .	2 3 12 ± 21	1 2 42 ± 23	1 2 29 ± 8

Indem wir nun zu Vergleichen dieser verschiedenen Resultate übergehen, betrachten wir zuerst I. und VII. und finden, dass Cailliaud's Längen von 1826 nahezu richtig waren, mit Ausnahme von Siuah, das er um 1^m 46^s oder 0^o 26' zu weit östlich setzte.

Da Einzelheiten über Cailliaud's Längenberechnungen nicht vorhanden sind, sondern nur gesagt ist, dass sie aus Mond-
distanzen erhalten sind, wird anzunehmen sein, dass die Resultate aus einem Compromiss zwischen Mond-
distanzen und einem gut geführten Itinerar (welches ausführlich mit-
getheilt ist) hervorgegangen sind.

Wir vergleichen nun unsere eigenen Resultate II. bis VII. unter sich, betrachten VII. als das best bestimmte und bilden folgende Differenzen:

Ort	II.—VII.	III.—VII.	IV.—VII.	V.—VII.	VI.—VII.
Siuah	— 7 ^s	— 3 ^s	— 37 ^s	— 41 ^s	+ 2 ^s
Beharieh	— 17	+ 2	— 16	— 16	+ 7
Farafrah	+ 21	+ 6	— 3	+ 2	+ 9
Regenfeld	+ 25	+ 5	+ 16	+ 10	+ 7
Dachel	+ 46	+ 10	+ 15	+ 23	+ 12
Chargeh	+ 9	+ 12		+ 43	+ 13
Mittel	± 21 ^s	± 6 ^s	± 17 ^s	± 22 ^s	± 7 ^s
	empirisch- graphisch	erste Ge- sammtaus- gleichung	Mond- distanzen allein	Chronometer und Mond- distanzen	Chronometer- und Itinerar

Diese Vergleichen führen zu dem Schluss, dass die Mond-
distanzen zu der am Ende erreichten Genauigkeit verhält-

nissmässig wenig beigetragen haben, und wenn man bedenkt, dass diese Mondstrecken mit den umständlichen Sextantenfehler-Bestimmungen (§ 32. § 37. § 38. § 39. § 41.) weit mehr Mühe verursacht haben, als alle anderen astronomischen Messungen und das Itinerar zusammen genommen, so ist die Frage wohl aufzuwerfen, ob in einem ähnlichen Falle die Mondstrecken-Messung nicht ganz zu unterlassen, und die dadurch frei werdende Arbeit auf Breiten, Ortszeiten, Azimute und Itinerar zu verwenden wäre.

Obleich unser Sextant zweifellos eine mangelhafte Theilung hat (siehe (20) S. 204 und (9) S. 214), so ist doch andererseits an Fehleruntersuchung nichts gespart worden und den Messungen selbst ist nach (2) § 68. S. 347 nichts vorzuwerfen.

Die wiederholte Diskussion des libyschen Materials kann daher wohl zu dem Schluss berechtigen, dass bei Landreisen ähnlicher Art absolute Längenbestimmungen durch Mondstrecken, Mondhöhen etc. in der Regel auf die Hauptstationen, z. B. Küstenplätze, beschränkt werden können.

Andererseits erhält ein gutes Itinerar, zu dessen Führung ausser den elementarsten mathematischen Kenntnissen nur Pünktlichkeit und guter Wille erforderlich ist, zu Lande eine viel grössere Sicherheit als das von Meeresströmungen, Abtrieb etc. abhängige „Besteck“ des Seefahrers; ein solches Itinerar — das zur Topographie ohnehin nöthig ist — kann daher, in Verbindung mit Breiten und Ortszeiten mit Chronometer-Uebertragung, auf nicht zu weite Entfernungen die Mondstrecken wohl überflüssig machen.

Wenn es sich aber um feste Stationen mit allseitig wissenschaftlich gebildeten Beobachtern handelt, so kann aus den Resultaten von § 68. S. 348, wornach der mittlere unregelmässige Distanzfehler auf 3"—5" herabgebracht werden kann, in Verbindung mit der Gesamtfehlertheorie der Reflexionsinstrumente, wohl der Schluss gezogen werden, dass es mit den neueren Prismeninstrumenten und mit günstigen Combinationen der Gestirne möglich sein muss, durch Mondstrecken Längen auf 5^s—10^s genau zu bestimmen.