Princip der Mittelhöhen wieder anwenden will, so hat man zunächst an der Methode des § 59. weiter keine Aenderungen anzubringen, als dass statt $\pi \cos H'$ in (2) § 59. S. 289 nun die genauere Mondhöhenparallaxe p nach (15) S. 301 einzusetzen ist, und dass am Schlusse noch die Correction (25) S. 304 für Seitenparallaxe zuzufügen ist.

Bei näherer Betrachtung findet man dann, dass auch die Refraction des Mondes eine Art Seitenparallaxe erzeugen muss, denn die Refraction wirkt im Sinne des scheinbaren Zenits Z' (Fig. 2. bis 4. S. 298) und gibt daher auf Z reducirt eine Correction von ähnlicher Form wie (25) S. 304. Da aber diese Formel mit dem Factor $\pi = 60'$ höchstens $11''$ ausmacht, so würde sie mit der Refraction, welche über 2^0 Höhe weniger als $18''$ beträgt, hier höchstens $3''$ geben, welche neben der Unsicherheit der Refraction in kleinen Höhen zu vernachlässigen sind.

§ 62. Interpolation mit Rücksicht auf zweite Differenzen.

Der Nautical Almanac und das Berliner Nautische Jahrbuch geben die Monddistanzen von 3 zu 3 Stunden mittlerer Greenwich-Zeit, also mit einem Intervall von $3^h = 10800^s$ oder tabellarisch:

$$\left.\begin{array}{llll}
\text{Greenwich-Zeit} & \text{Distanz} & \text{Differenzen} & \\
t_n & D_n & & \\
 & & \Delta D & \\
t_{n+3} & D_{n+3} & & \Delta D' - \Delta D \\
 & & \Delta D' & \\
t_{n+6} & D_{n+6} & & \Delta D'' - \Delta D' \\
 & & \Delta D'' & \\
t_{n+9} & D_{n+9} & &
\end{array}\right\} \quad (1)$$

Wenn man also irgend eine Distanz D hat, welche zwischen D_n und D_{n+3} fällt, so ergibt die einfache Interpolation die zugehörige Zeit $t_n + i$, wobei:

$$i = (D - D_n)\frac{10800}{\Delta D} \text{ in Secunden oder} = (D - D_n)\frac{180}{\Delta D} \text{ in Minuten} \quad (2)$$

Wir schreiben:

$$\frac{10800}{\Delta D} = p, \qquad log\,\frac{10800}{\Delta D} = log\, p \quad (3)$$

Diese Werthe $log\ p$, welche „Proportional-Logarithmen“ heissen, sind zwischen je 2 Distanzen des Jahrbuchs angegeben, in Einheiten der 4. Logarithmen-Decimale mit Weglassung der Charakteristik. Diese Proportional-Logarithmen, welche auch in anderen Fällen gebraucht werden (Domke, Nautische Tafeln S. 216 — 230) sind zur Ausrechnung von (2) sehr bequem.

Wenn nun aber die Differenzen ΔD und damit auch die Proportional-Logarithmen sehr ungleich werden, so reicht diese Interpolation ersten Grades nicht mehr aus, und es muss nach § 6. S. 24 verfahren werden.

Nach Formel (11) S. 24 ist irgend eine Distanz D, welche zu der Zeit $t_n + z$ gehört, dargestellt durch:

$$D = D_n + z \varDelta D - \frac{z\,(1 - z)}{2}\,(\varDelta D' - \varDelta D) \tag{4}$$

dabei ist z in Einheiten des 3stündigen Zeitintervalls zu verstehen, d. h. wenn man in Zeitminuten rechnet, und die Zeit von t_n bis zur Distanzzeit $= i$ Minuten beträgt, so ist:

$$z = \frac{i}{180} \qquad 1 - z = \frac{180 - i}{180}$$

also nach (4):

$$D = D_n + \frac{i}{180}\,\varDelta D - \frac{1}{2}\,\frac{i}{180}\,\frac{180 - i}{180}\,(\varDelta D' - \varDelta D) \tag{5}$$

Statt der zweiten Differenz $\varDelta D' - \varDelta D$ ist die Differenz der Proportional-Logarithmen einzuführen. Nach (3) ist:

$$p = \frac{10800}{\varDelta D} \qquad p' = \frac{10800}{\varDelta D'}$$

$$\log p' - \log p = \log \frac{p'}{p} = -\log \frac{\varDelta D'}{\varDelta D} = -\log\left(1 + \frac{\varDelta D' - \varDelta D}{\varDelta D}\right)$$

$$\log p' - \log p = -M\,\frac{\varDelta D' - \varDelta D}{\varDelta D}$$

Dieses in (5) eingesetzt gibt

$$D = D_n + \frac{i}{180}\,\varDelta D + \frac{1}{2}\,\frac{i}{180}\,\frac{180 - i}{180}\,\varDelta D\,\frac{\log p' - \log p}{M} \tag{6}$$

$$i = (D - D_n)\,\frac{180}{\varDelta D} - \frac{1}{2}\,\frac{i}{180}\,\frac{180 - i}{180}\,180\,\frac{\log p' - \log p}{M} \tag{7}$$

Der erste Theil hievon stimmt mit (2) überein, der zweite Theil stellt also die Zeitcorrection für zweite Differenz vor, wobei M der logarithmische Modul $= 0{,}43429$ ist. Versteht man nun unter $\varDelta \log p$ die Differenz der Proportional-Logarithmen in Einheiten der 4. Decimale, und rechnet man in Zeitsecunden, so wird das zweite Glied von (7):

$$\varDelta i = -\frac{1}{2}\,\frac{i}{180}\,\frac{180 - i}{180}\,10800\,\frac{\varDelta \log p}{1000\,M}$$

oder indem man alles Constante zusammenfasst:

$$\varDelta i = -\,0{,}000038376\; i\,(180 - i)\,\varDelta \log p$$

Hiernach sind folgende Werthe für $\varDelta \log p = 100$ berechnet:

$i =$	10	20	30	40	50	60	70	80	90
$180 - i =$	170	160	150	140	130	120	110	100	90
	6,52	12,28	17,27	21,49	24,94	27,63	29,55	30,70	31,08

woraus man, weiter proportional rechnend, das folgende Hülfstäfelchen erhält:

Zeitcorrection für die Differenz $\Delta\, log\, p$ der Proportional-Logarithmen.

i		$\Delta\, log\, p$									
		± 2	± 4	± 6	± 8	± 10	± 12	± 14	± 16	± 18	± 20
$0^h\ 0^m$	$3^h\ 0^m$	$\mp 0^s$	$\mp 0^s$	$\mp 0^s$	$\mp 0^s$	$\mp 0^s$	$\mp 0^s$	$\mp 0^s$	$\mp 0^s$	$\mp 0^s$	$\mp 0^s$
0 10	2 50	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
0 20	2 40	0	1	1	1	1	2	2	2	2	2
$0^h\ 30^m$	$2^h\ 30^m$	$\mp 0^s$	$\mp 1^s$	$\mp 1^s$	$\mp 1^s$	$\mp 2^s$	$\mp 2^s$	$\mp 2^s$	$\mp 3^s$	$\mp 3^s$	$\pm 3^s$
0 40	2 20	0	1	1	2	2	3	3	3	4	4
0 50	2 10	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5
$1^h\ 0^m$	$2^h\ 0^m$	$\mp 1^s$	$\mp 1^s$	$\mp 2^s$	$\mp 2^s$	$\mp 3^s$	$\mp 3^s$	$\mp 4^s$	$\mp 4^s$	$\mp 5^s$	$\mp 6^s$
1 10	1 50	1	1	2	2	3	4	4	5	5	6
1 20	1 40	1	1	2	2	3	4	4	5	6	6
1 30	1 30	1	1	2	2	3	4	4	5	6	6

Eine weitergehende Tafel dieser Art findet man in jedem Jahrgange des Nautical Almanac, 1885 S. 470, 1886 S. 480, 1887 S. 476 oder in jedem Jahrgang des Nautischen Jahrbuchs, z. B. 1885 S. 197.

§ 63. Praktische Bemerkungen zur Messung und Reduction von Monddistanzen.

Die Monddistanzen des Nautical Almanac und des Berliner Nautischen Jahrbuchs beziehen sich auf die Sonne, auf die drei hellen Planeten Venus, Jupiter und Saturn und auf 7 Fixsterne 1. und 2. Grösse in der Nähe der Mondbahn, welche mit ihren mittleren Rectascensionen α und Declinationen δ (für das Jahr 1886) in folgender Tabelle zusammengestellt sind:

Stern		Grösse	Rectascension α	Declination δ
	α Arietis	2	$2^h\ 0^m\ 45^s$	$+\ 22^0\ 55'\ 22''$
Aldebaran,	α Tauri	1	4 29 23	+ 16 16 45
Pollux,	β Geminorum	1.2	7 38 20	+ 28 18 2
Regulus,	α Leonis	1.2	10 2 18	+ 12 31 26
Spica,	α Virginis	1	13 19 11	— 10 33 57
Antares,	α Scorpii	1.2	16 22 25	— 26 10 41
Fomalhaut,	α Pisc. Austr.	1.2	22 51 21	— 30 13 34
Markab,	α Pegasi	2	22 59 5	+ 14 35 31

Um sich unter diesen Sternen zu orientiren, genügt eine Kenntniss des Himmels, wie sie bei jedem Liebhaber der Astronomie vorausgesetzt wird. (Vgl. § 3. S. 8—9, Sternkarten).