

Die Höhengcorrection $\frac{1}{2} e^2 \varrho'' \sin 2 \varphi \cos a$ in (15) ist in dem Berliner „Nautischen Jahrbuch“ durch Tafel XVIII gegeben, und die dortige Tafel XIX bezieht sich auf die erste Klammer von (15), indem gesetzt ist

$$\pi \left(1 - \frac{1}{2} e^2 \sin^2 \varphi \right) = \pi - \frac{1}{2} e^2 \pi \sin^2 \varphi \quad (16)$$

Der Abzug $\frac{1}{2} e^2 \pi \sin^2 \varphi$, z. B. $= 11''$, für $\pi = 60'$ und $\varphi = 75^\circ$ wird durch jene Tafel XIX gegeben.

Da man hier das Hauptglied doch logarithmisch rechnet, haben wir auf S. [19] vorgezogen, den Correctionsfactor $1 - \frac{1}{2} e^2 \sin^2 \varphi$ logarithmisch zu nehmen.

Wenn in Fig. 2. der Punkt P nicht in der Meereshöhe, sondern in der Höhe h über dem Meere liegt, so entsteht dadurch eine weitere Correction der Höhenparallaxe, welche aber für $h = 1000$ m höchstens $0,6''$ ausmacht.

Seitenparallaxe des Mondes.

Es handelt sich in Fig. 3. und Fig. 4. S. 298 um die Horizontalprojection n der Mondparallaxe und um deren Einfluss auf die Distanzreduction. Dieser Werth n hat Einfluss auf den Zenitwinkel Z , denn während für die kugelförmige Erde der Zenitwinkel derselbe ist, mag man den Standpunkt auf der Erdoberfläche in P , oder im Erdmittelpunkt O annehmen, erhält man bei ellipsoidischer Erdgestalt zwei solcher Winkel, Z oder Z' , je nachdem O oder P als Standpunkt gilt, wie bereits in Fig. 3. und 4. eingeschrieben ist.

Nach Fig. 3. ist:

$$\sin n : v = \sin (a' - 180^\circ) : E \cos H$$

$$n = - \frac{v \sin a'}{E \cos H}$$

$$a - a' = n$$

also zusammen:

$$a - a' = - \frac{v \sin a'}{E \cos H} \quad (17)$$

Nach Fig. 4. ist:

$$\sin n : v = \sin (180^\circ - a') : E \cos H$$

$$n = \frac{v \sin a'}{E \cos H}$$

$$a' - a = n$$

$$a - a' = - \frac{v \sin a'}{E \cos H} \quad (18)$$

Die beiden Fälle Fig. 3. und Fig. 4. geben also dieselbe Formel (17) oder (18) für die Azimutdifferenz $a - a'$, und diese Azimutdifferenz ist zugleich die Differenz der Zenitwinkel Z und Z' , es kommt aber nun

in Hinsicht auf das Vorzeichen darauf an, ob der Mond links oder rechts von dem Stern S steht.

Fig. 3.: Mond links gibt:

$$\begin{aligned} a' + Z' &= a + Z = A \\ Z' - Z &= a - a' = - \frac{v \sin a'}{E \cos H} \end{aligned} \quad (19)$$

Fig. 4.: Mond rechts gibt:

$$\begin{aligned} a' - Z' &= a - Z = A \\ Z' - Z &= a' - a = + \frac{v \sin a'}{E \cos H} \end{aligned} \quad (20)$$

Setzt man E und v nach (4) und (6) ein, so erhält man aus (19) und (20):

$$Z' - Z = \mp \frac{1}{2} e^2 \sin 2\varphi \sin a \frac{\pi}{\cos H} \quad (21)$$

wo $\frac{\pi}{\varrho}$ statt $\sin \pi$ und $\sin a$ statt $\sin a'$ geschrieben ist, was jedenfalls zulässig ist. Das Doppelzeichen \mp in (21) bezieht sich darauf, ob bei der Distanzmessung der Mond links oder rechts stand. Das Azimut a ist von Süden nach Westen gezählt, also wenn der Mond östlich steht, ist a grösser als 180° .

Nun kommt es darauf an, den Einfluss zu bestimmen, welchen der Uebergang von Z' auf Z auf die Distanzreduction ausübt. Man hatte für kugelförmige Erde in (4) und (5) § 59. S. 290 zwei Gleichungen, bei welchen Z dasselbe war. Statt dessen hat man jetzt:

$$\cos D = \sin H \sin h + \cos H \cos h \cos Z \quad (22)$$

$$\cos D' = \sin H' \sin h' + \cos H' \cos h' \cos Z' \quad (23)$$

Diese zwei Gleichungen sind durch (21) unter sich verbunden, man denke sich daher Z' aus (23) bestimmt, und das nach (21) zugehörige Z in (22) eingesetzt, dieses gibt:

$$\begin{aligned} \cos D &= \sin H \sin h + \cos H \cos h \cos \left(Z' \pm \frac{1}{2} e^2 \frac{\pi}{\cos H} \sin 2\varphi \sin a \right) \\ \cos D &= \sin H \sin h + \cos H \cos h \cos Z' \mp \frac{1}{2} e^2 \pi \sin 2\varphi \cos h \sin a \sin Z \end{aligned}$$

d. h. im Gegensatz zu derjenigen Rechnung (S. 290), bei welcher die beiden Gleichungen (22) und (23) ein und denselben Zenitwinkel Z' enthalten, haben wir jetzt eine Aenderung, welche, als Differential betrachtet, so heisst:

$$d \cos D = \mp \frac{1}{2} e^2 \pi \sin 2\varphi \cos h \sin a \sin Z \quad (24)$$

Da

$$d \cos D = - d D \sin D$$

ist, und nach Fig. 3. S. 290

$$\frac{\sin Z}{\sin D} = \frac{\sin M}{\cos h}$$

so wird jetzt (24):

$$dD = \pm \frac{1}{2} e^2 \pi \sin a \sin M \sin 2\varphi \quad (25)$$

Diese Correction ist derjenigen Mondsdistanz D noch hinzuzufügen, welche man mittelst der Formel (14) S. 291 erhalten hat.

Das Doppelzeichen \pm in (25) bezieht sich darauf, ob der Mond bei der Distanzmessung in azimuthalem Sinne links oder rechts vom Stern (oder der Sonne) stand, und das Azimut a ist von Süden über Westen gezählt worden. Wenn daher der Mond östlich vom Meridian steht (a grösser als 180°), so wird $\sin a$ negativ.

Um alle diese Verhältnisse nicht jedesmal besonders überlegen zu müssen, haben wir die 4 Fälle, welche unterschieden werden müssen, auf S. [20] unten aufgezeichnet. Es kommt dabei nur auf die Lage des Mondes links oder rechts vom Stern (oder Sonne) und auf die Lage des Mondes westlich oder östlich vom Meridian an, der Quadrant, in welchem der Stern (oder Sonne) sich befindet, ist gleichgültig.

Zur praktischen Anwendung der Formel (25) haben wir auf S. [20] zunächst die Function für $\varphi = 45^\circ$, d. h.

$$I = \frac{1}{2} e^2 \pi \sin a \sin M$$

tabellarisch ausgerechnet, und es kann also diese Tafel I sofort gebraucht werden für Messungen in der Nähe von 45° , d. h. nahezu auf der ganzen Zone von 40° bis 50° Breite.

Die Tafel II S. [20] gibt dann die fragliche Correction für die Breiten $\varphi = 40^\circ$ und $\varphi = 50^\circ$, und diese Tafel II kann für ganz Deutschland gebraucht werden.

Hat man es mit anderen Breiten unter 35° und über 55° zu thun, so nehme man zuerst den Tabellenwerth I und multiplicire ihn mit dem zu diesem Zweck auf S. [20] III, angegebenen Werth $\sin 2\varphi$, was uns bequemer scheint, als noch weitere Tabellen zu benützen. Ausserdem hat man die Möglichkeit, wenn man eine grössere Zahl von Mondsdistanzen auf einem Gebiet innerhalb $5-10^\circ$ Breitenunterschied zu reduciren hat, sich rasch ein besonderes Hülftäfelchen ähnlich wie II S. [20] anzulegen. So habe ich z. B. für alle Mondsdistanzen der libyschen Wüste ein solches Täfelchen mit $\varphi = 27^\circ$ benützt.

Das Berliner „Nautische Jahrbuch“ hat für die Correction (25) die zwei Hülftafeln XX und XXI, es ist nämlich:

$$XX = \frac{1}{2} e^2 \pi \sin a \sin 2\varphi$$

$$XXI = XX \sin M$$

Gesamtreduction.

Wenn man nun die Gesamt-Mondsdistanzreduction mit Rücksicht auf die Abplattung der Erde bilden will, und dabei das in (18) § 59. benützte