

Dieses in (7) eingesetzt und geordnet gibt:

$$a - a' = \Delta r \cos^2 M \left( 1 - \frac{1}{2} \frac{\Delta r}{a} \sin^2 M \right) \quad (9)$$

Für die wahre Höhe  $h = 1^\circ$  und  $a = 15' = 900''$  wird  $\Delta r = 90''$  und nimmt man hiebei  $M = 45^\circ$ , so wird:

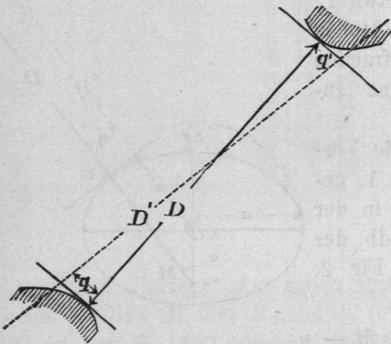
$$a - a' = 45'' - 1''$$

also die Näherung (3) hinreichend genau.

Zugleich nehmen wir aus Fig. 2. mit (6) und (8):

$$q = c \sin M = 2 \Delta r \sin M \cos M \quad (10)$$

Fig. 3. Distanzreduction  $D - D'$ .



Dieser Werth  $q$  wird nämlich gebraucht, wenn man nun nach Fig. 3. weiter überlegt, wie sich die wirklich gemessene Distanz, d. h. der kürzeste Berührungsabstand  $D$  beider Himmelskörper zu dem nach der Formel (9) auf die Ränder reducirten Mittelpunktsabstände verhält. Man wird dadurch auf eine Reduction von der Art wie die Reduction eines Winkels auf den Horizont (§ 40. Fig. 1. S. 207) geführt, welche zu-

nächst zu erkennen gibt, dass die Reduction  $D' - D$  nur dann von Belang sein kann, wenn  $D$  klein ist, und in diesem Falle kann man näherungsweise setzen:

$$D' - D = \frac{2 (\Delta r + \Delta r')^2 \sin^2 M \cos^2 M}{q \sin D}$$

Man kann daraus entnehmen, dass nur bei sehr kleinen Distanzen unter  $1^\circ$  ein bemerkbarer Fehler aus der gewöhnlichen Reduction nach der auf die Anschauung von Fig. 1. gegründeten Näherung (3) entstehen kann.

Als allgemeines Resultat finden wir aus diesen Betrachtungen, dass die gewöhnliche Halbmesserreductionsmethode (3) S. 303 für alle praktischen Fälle der Mond-Distanz-Reduction genügend ist, dass sie aber auf extreme Fälle, kleine Distanzen sehr nahe am Horizont, nicht anzuwenden ist.

## § 61. Mondparallaxe mit Rücksicht auf die Abplattung der Erde.

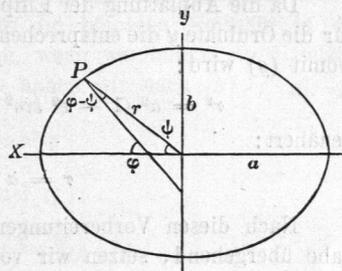
Die Abweichung der Erde von der Kugelgestalt hat auf die Mond-Distanz-Reduction einen Einfluss, der  $10'' - 20''$  erreichen kann, weshalb er bei genauen Berechnungen nicht vernachlässigt werden darf.

Die Abplattung der Erde äussert sich in der Bestimmung der Mondparallaxe, welche durch die Formel  $\pi \cos H'$  in (2) S. 289 nur genähert angegeben ist.

Voraus zu schicken haben wir im nachfolgenden (a) bis (h) die Entwicklung der Formeln für die geocentrische Breite  $\psi$  und den geocentrischen Halbmesser  $r$  des Erdellipsoids.

Wenn man in Fig. 1. die Erdmeridianellipse auf ein Coordinatensystem  $x, y$  bezieht, dessen  $x$ -Achse mit der grossen Halbachse  $a$  und dessen  $y$ -Achse mit der kleinen Halbachse  $b$  zusammenfällt, so heisst die Ellipsengleichung bekanntlich:

Fig. 1. Das Erdellipsoid.



$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \tag{a}$$

und unter der Excentricität  $e$  versteht man die Grösse:

$$e = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}} \tag{b}$$

(a) gibt differentiirt:

$$\frac{x \, dx}{a^2} + \frac{y \, dy}{b^2} = 0$$

$$\frac{dy}{dx} = - \frac{b^2 x}{a^2 y} = - \cotg \varphi \tag{c}$$

Der zweite Theil von (c) ist richtig, weil  $\varphi$  der Winkel der Ellipsoidnormalen mit der  $x$ -Achse ist. Ferner ist:

$$\frac{y}{x} = \tan \psi \tag{d}$$

also durch Division von (d) und (c) mit Rücksicht auf (b):

$$\frac{\tan \psi}{\tan \varphi} = \frac{b^2}{a^2} = 1 - e^2 \tag{e}$$

Setzt man nun

$$\psi = \varphi - (\varphi - \psi), \quad \tan \psi = \tan \varphi - (\varphi - \psi) \sec^2 \varphi,$$

so findet man wegen (e):

$$1 - (\varphi - \psi) \sec \varphi \operatorname{cosec} \varphi = 1 - e^2$$

$$\varphi - \psi = e^2 \sin \varphi \cos \varphi = \frac{1}{2} e^2 \sin 2 \varphi \tag{f}$$

Einige Zahlenwerthe hiefür haben wir bereits auf S. 3 angegeben.

Zum geocentrischen Halbmesser übergehend, welcher in Fig. 1. oben mit  $r$  eingeschrieben ist, haben wir

$$r^2 = x^2 + y^2$$

oder wegen (a) und (b):

$$r^2 = a^2 - \frac{a^2}{b^2} y^2 + y^2 = a^2 - y^2 \left( \frac{a^2}{b^2} - 1 \right) = a^2 - y^2 e^2 \quad (g)$$

Da die Abplattung der Ellipse gering ist, kann man hier näherungsweise für die Ordinate  $y$  die entsprechende Kreisordinate nehmen, d. h.  $y = a \sin \varphi$ , womit (g) wird:

$$r^2 = a^2 (1 - e^2 \sin^2 \varphi) \quad r = a \sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}$$

genähert:

$$r = a \left( 1 - \frac{e^2}{2} \sin^2 \varphi \right) \quad (h)$$

Nach diesen Vorbereitungen (f) und (h) zu unserer eigentlichen Aufgabe übergehend, setzen wir voraus, dass die in Rechnung zu nehmenden Höhen bereits von der Refraction befreit sind, es sei also:

$$H' = \text{Beobachtete Mondhöhe} - \text{Refraction} \quad (1)$$

Fig. 2. Höhenparallaxe des Mondes.

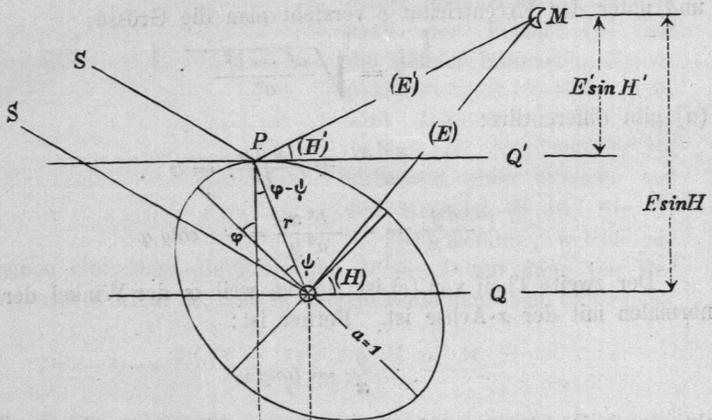


Fig. 3. Seitenparallaxe Fall I. Mond östlich vom Meridian.

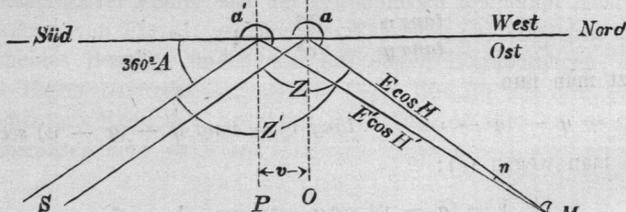
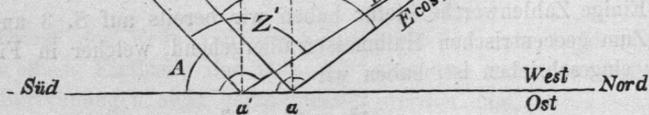


Fig. 4. Seitenparallaxe Fall II. Mond westlich vom Meridian.



In Fig. 2. ist die Erde mit den zur Mondstanzmessung nöthigen Strahlen auf den Meridian des Beobachtungspunktes  $P$  projicirt.  $PQ'$  ist der scheinbare Horizont,  $OQ$  der wahre Horizont,  $OP = r$  ist der geocentrische Halbmesser,  $\varphi$  die geographische Breite,  $\psi$  die geocentrische Breite. Für  $r$  und  $\varphi - \psi$  haben wir die nöthigen Formeln in der Vorbereitung ( $f$ ) und ( $h$ ) entwickelt, d. h. wenn wir nun  $a = 1$  setzen, wie auch in Fig. 2. eingeschrieben ist, so haben wir nach ( $h$ ):

$$r = 1 - \frac{e^2}{2} \sin^2 \varphi \quad (2)$$

ferner, mit Zusetzung von  $\varrho$  zu der Formel ( $f$ ):

$$\varphi - \psi = \frac{1}{2} e^2 \varrho \sin 2\varphi \quad (3)$$

Da der Aequatorhalbmesser der Erde  $a = 1$  gesetzt wurde, ist die Entfernung des Mondmittelpunktes vom Erdmittelpunkt nach (1) § 8. S. 32:

$$E = \frac{1}{\sin \pi} \quad (4)$$

wenn  $\pi$  die (im astr. Jahrbuch gegebene) Horizontal-Aequatorial-Parallaxe des Mondes ist.

Diese Entfernung  $E$  und die Entfernung  $E'$  des Mondes vom Beobachtungspunkt  $P$  sind, auf die Meridianebene von Fig. 1. projicirt, mit ( $E$ ) und ( $E'$ ) bezeichnet, und ähnlich sind die Höhenwinkel in Fig. 2. mit ( $H$ ) und ( $H'$ ) eingeschrieben, wodurch angedeutet sein soll, dass  $H$  die wahre Höhe und  $H'$  die scheinbare Höhe (d. h. nach (1) die beobachtete Höhe — Refraction) des Mondes sein soll. Damit hat man in Fig. 2. die Projectionen  $E \sin H$  und  $E' \sin H'$ , d. h. die linearen Höhen des Mondes über dem wahren Horizont  $OQ$  und über dem scheinbaren Horizont  $PQ'$ .

Während Fig. 2. den Aufriss unseres Systems vorstellt, sind Fig. 3. und Fig. 4. Grundrisse desselben, projicirt auf den Horizont von  $P$ . Fig. 3. und Fig. 4. stellen zwei verschiedene Fälle vor, nämlich mit dem Mond östlich oder westlich vom Meridian. Wir finden hier die Horizontal-Projectionen  $E \cos H$  und  $E' \cos H'$  der Entfernungen  $E$  und  $E'$ , und die Horizontalprojection  $v$  des geocentrischen Halbmessers  $r$ , und zwar ist nach Fig. 2.:

$$v = r \sin (\varphi - \psi) \quad (5)$$

d. h. nach (2) und (3) hinreichend genähert:

$$v = \frac{1}{2} e^2 \varrho \sin 2\varphi \quad (6)$$

Die Mondazimute werden in Fig. 3. und Fig. 4. durchaus von Süden über Westen positiv gezählt, und zwar sei  $a$  das wahre (auf den Erdmittelpunkt bezogene) Azimut, und  $a'$  das scheinbare (im Punkt  $P$  selbst messbare) Azimut. Zugleich sei auch das Azimut  $A$  der Sonne oder des Sterns  $S$  eingeführt, ebenfalls von Süden über Westen gezählt.  $S$  selbst

wird als unendlich entfernt angenommen, weshalb die von  $O$  und  $P$  nach  $S$  gehenden Strahlen parallel gezeichnet sind, und eine Unterscheidung zwischen wahren und scheinbaren Azimuten von  $S$  nicht gemacht ist.

### Höhenparallaxe des Mondes.

Fig. 2. gibt:

$$E' \sin H' = E \sin H - r \cos (\varphi - \psi)$$

oder genügend:

$$E' \sin H' = E \sin H - r = E \sin H \left( 1 - \frac{r}{E \sin H} \right) \quad (7)$$

Fig. 3. und 4. geben gemeinsam:

$$(E' \cos H')^2 = (E \cos H)^2 + v^2 - 2v E \cos H \cos a$$

$v^2$  ist zu vernachlässigen, also:

$$\begin{aligned} (E' \cos H')^2 &= (E \cos H)^2 \left( 1 - 2 \frac{v \cos a}{E \cos H} \right) \\ E' \cos H' &= E \cos H \left( 1 - \frac{v \cos a}{E \cos H} \right) \end{aligned} \quad (8)$$

(7) und (8) dividirt geben:

$$\operatorname{tang} H' = \operatorname{tang} H \left( 1 - \frac{r}{E \sin H} + \frac{v \cos a}{E \cos H} \right)$$

$r$ ,  $E$  und  $v$  werden nach (2), (4) und (6) eingesetzt, wonach:

$$\begin{aligned} \operatorname{tang} H' &= \operatorname{tang} H \left( 1 - \frac{\sin \pi}{\sin H} \left( 1 - \frac{1}{2} e^2 \sin^2 \varphi \right) + \frac{1}{2} e^2 \sin 2 \varphi \cos a \frac{\sin \pi}{\cos H} \right) \\ \operatorname{tang} H' - \operatorname{tang} H &= - \frac{\sin \pi}{\cos H} \left( 1 - \frac{1}{2} e^2 \sin^2 \varphi \right) + \frac{1}{2} e^2 \sin 2 \varphi \cos a \frac{\sin \pi}{\cos^2 H} \sin H \end{aligned}$$

Andererseits ist goniometrisch:

$$\operatorname{tang} H' - \operatorname{tang} H = \frac{\sin (H' - H)}{\cos H \cos H'}$$

also:

$$\begin{aligned} \sin (H' - H) &= - \sin \pi \cos H' \left( 1 - \frac{1}{2} e^2 \sin^2 \varphi \right) \\ &\quad + \frac{1}{2} e^2 \sin \pi \sin 2 \varphi \cos a \sin H \frac{\cos H'}{\cos H} \end{aligned}$$

$$\sin (H' - H) = \sin \pi \cos H' \left( 1 - \frac{1}{2} e^2 \sin^2 \varphi - \frac{1}{2} e^2 \sin 2 \varphi \cos a \operatorname{tang} H \right) \quad (9)$$

Der Werth

$$H' - H = p$$

ist die Höhenparallaxe des Mondes, und die erste Näherung von (9):

$$\sin p = \sin \pi \cos H \quad (10)$$

stimmt überein mit der schon in (6) § 8. S. 33 gefundenen Formel.

Zur weiteren Umformung darf auch statt (10) kürzer geschrieben werden:

$$H - H' = p_0 = \pi \cos H' \quad (11)$$

denn es ist in nächster Entwicklung:

$$\begin{aligned} p_0 - \frac{p_0^3}{6} &= \left( \pi - \frac{\pi^3}{6} \right) \cos H' \\ p_0 - \frac{(\pi \cos H')^3}{6} &= \pi \cos H' - \frac{\pi^3}{6} \cos H' \\ p_0 &= \pi \cos H' - \frac{\pi^3}{6} \cos H' \sin^2 H' \end{aligned} \quad (12)$$

Das zweite Glied gibt mit  $\pi = 1^0 = 3600''$  den Factor:

$$\frac{(3600'')^3}{6 \rho''^2} = 0,18''$$

Da hierzu noch in (12) der verkleinernde Factor  $\cos H' \sin^2 H'$  kommt, ist das zweite Glied von (12) immer zu vernachlässigen; wir rechnen daher mit (9) weiter in der Form:

$$p = \pi \cos H' \left( 1 - \frac{1}{2} e^2 \sin^2 \varphi - \frac{1}{2} e^2 \sin 2\varphi \cos a \tan H \right) \quad (13)$$

oder

$$p = \pi \left( 1 - \frac{1}{2} e^2 \sin^2 \varphi \right) \cos H' \left( 1 - \frac{1}{2} e^2 \sin 2\varphi \cos a \tan H \right) \quad (14)$$

Statt des letzten Factors in (14) kann man auch eine Correction von  $H'$  einführen, denn es ist:

$$\begin{aligned} \cos(H' + \frac{1}{2} e^2 \sin 2\varphi \cos a) &= \cos H' - \frac{1}{2} e^2 \sin 2\varphi \cos a \sin H' \\ &= \cos H' \left( 1 - \frac{1}{2} e^2 \sin 2\varphi \cos a \tan H' \right) \end{aligned}$$

wenn man also die hier jedenfalls zulässige Verwechslung von  $H'$  mit  $H$  vornimmt, so wird (14) (mit Zusetzung von  $\rho''$ ):

$$p = \pi \left( 1 - \frac{1}{2} e^2 \sin^2 \varphi \right) \cos \left( H' + \frac{1}{2} e^2 \rho'' \sin 2\varphi \cos a \right) \quad (15)$$

Wenn die Höhe  $H'$  (s. o. (1)) nicht unmittelbar gegeben ist, sondern die wahre Höhe  $H$ , so berechnet man zuerst eine Näherung:

$$p_0 = \pi \cos H \quad (15a)$$

und dann

$$H' = H - p_0 \quad (15b)$$

worauf die genaue Berechnung von  $p$  nach (15) folgen kann.

Auf diese Formeln (15) (15a) und (15b) gründet sich unsere Hilfstafel S. [19] mit  $\log e^2 = 7.82441$ . Das Mondazimut  $a$  ist dabei nach Fig. 3. und Fig. 4. von Süden über Westen gezählt, da aber nur  $\cos a$  in Frage kommt, und  $\cos a = \cos(360^\circ - a)$  ist, kann  $a$  beliebig von Süden nach Westen oder nach Osten gezählt werden.

Die Höhengcorrection  $\frac{1}{2} e^2 \varrho'' \sin 2 \varphi \cos a$  in (15) ist in dem Berliner „Nautischen Jahrbuch“ durch Tafel XVIII gegeben, und die dortige Tafel XIX bezieht sich auf die erste Klammer von (15), indem gesetzt ist

$$\pi \left( 1 - \frac{1}{2} e^2 \sin^2 \varphi \right) = \pi - \frac{1}{2} e^2 \pi \sin^2 \varphi \quad (16)$$

Der Abzug  $\frac{1}{2} e^2 \pi \sin^2 \varphi$ , z. B.  $= 11''$ , für  $\pi = 60'$  und  $\varphi = 75^\circ$  wird durch jene Tafel XIX gegeben.

Da man hier das Hauptglied doch logarithmisch rechnet, haben wir auf S. [19] vorgezogen, den Correctionsfactor  $1 - \frac{1}{2} e^2 \sin^2 \varphi$  logarithmisch zu nehmen.

Wenn in Fig. 2. der Punkt  $P$  nicht in der Meereshöhe, sondern in der Höhe  $h$  über dem Meere liegt, so entsteht dadurch eine weitere Correction der Höhenparallaxe, welche aber für  $h = 1000$  m höchstens  $0,6''$  ausmacht.

#### Seitenparallaxe des Mondes.

Es handelt sich in Fig. 3. und Fig. 4. S. 298 um die Horizontalprojection  $n$  der Mondparallaxe und um deren Einfluss auf die Distanzreduction. Dieser Werth  $n$  hat Einfluss auf den Zenitwinkel  $Z$ , denn während für die kugelförmige Erde der Zenitwinkel derselbe ist, mag man den Standpunkt auf der Erdoberfläche in  $P$ , oder im Erdmittelpunkt  $O$  annehmen, erhält man bei ellipsoidischer Erdgestalt zwei solcher Winkel,  $Z$  oder  $Z'$ , je nachdem  $O$  oder  $P$  als Standpunkt gilt, wie bereits in Fig. 3. und 4. eingeschrieben ist.

Nach Fig. 3. ist:

$$\sin n : v = \sin (a' - 180^\circ) : E \cos H$$

$$n = - \frac{v \sin a'}{E \cos H}$$

$$a - a' = n$$

also zusammen:

$$a - a' = - \frac{v \sin a'}{E \cos H} \quad (17)$$

Nach Fig. 4. ist:

$$\sin n : v = \sin (180^\circ - a') : E \cos H$$

$$n = \frac{v \sin a'}{E \cos H}$$

$$a' - a = n$$

$$a - a' = - \frac{v \sin a'}{E \cos H} \quad (18)$$

Die beiden Fälle Fig. 3. und Fig. 4. geben also dieselbe Formel (17) oder (18) für die Azimutdifferenz  $a - a'$ , und diese Azimutdifferenz ist zugleich die Differenz der Zenitwinkel  $Z$  und  $Z'$ , es kommt aber nun

in Hinsicht auf das Vorzeichen darauf an, ob der Mond links oder rechts von dem Stern  $S$  steht.

Fig. 3.: Mond links gibt:

$$\begin{aligned} a' + Z' &= a + Z = A \\ Z' - Z &= a - a' = - \frac{v \sin a'}{E \cos H} \end{aligned} \quad (19)$$

Fig. 4.: Mond rechts gibt:

$$\begin{aligned} a' - Z' &= a - Z = A \\ Z' - Z &= a' - a = + \frac{v \sin a'}{E \cos H} \end{aligned} \quad (20)$$

Setzt man  $E$  und  $v$  nach (4) und (6) ein, so erhält man aus (19) und (20):

$$Z' - Z = \mp \frac{1}{2} e^2 \sin 2\varphi \sin a \frac{\pi}{\cos H} \quad (21)$$

wo  $\frac{\pi}{\varrho}$  statt  $\sin \pi$  und  $\sin a$  statt  $\sin a'$  geschrieben ist, was jedenfalls zulässig ist. Das Doppelzeichen  $\mp$  in (21) bezieht sich darauf, ob bei der Distanzmessung der Mond links oder rechts stand. Das Azimut  $a$  ist von Süden nach Westen gezählt, also wenn der Mond östlich steht, ist  $a$  grösser als  $180^\circ$ .

Nun kommt es darauf an, den Einfluss zu bestimmen, welchen der Uebergang von  $Z'$  auf  $Z$  auf die Distanzreduction ausübt. Man hatte für kugelförmige Erde in (4) und (5) § 59. S. 290 zwei Gleichungen, bei welchen  $Z$  dasselbe war. Statt dessen hat man jetzt:

$$\cos D = \sin H \sin h + \cos H \cos h \cos Z \quad (22)$$

$$\cos D' = \sin H' \sin h' + \cos H' \cos h' \cos Z' \quad (23)$$

Diese zwei Gleichungen sind durch (21) unter sich verbunden, man denke sich daher  $Z'$  aus (23) bestimmt, und das nach (21) zugehörige  $Z$  in (22) eingesetzt, dieses gibt:

$$\cos D = \sin H \sin h + \cos H \cos h \cos \left( Z' \pm \frac{1}{2} e^2 \frac{\pi}{\cos H} \sin 2\varphi \sin a \right)$$

$$\cos D = \sin H \sin h + \cos H \cos h \cos Z' \mp \frac{1}{2} e^2 \pi \sin 2\varphi \cos h \sin a \sin Z$$

d. h. im Gegensatz zu derjenigen Rechnung (S. 290), bei welcher die beiden Gleichungen (22) und (23) ein und denselben Zenitwinkel  $Z'$  enthalten, haben wir jetzt eine Aenderung, welche, als Differential betrachtet, so heisst:

$$d \cos D = \mp \frac{1}{2} e^2 \pi \sin 2\varphi \cos h \sin a \sin Z \quad (24)$$

Da

$$d \cos D = - d D \sin D$$

ist, und nach Fig. 3. S. 290

$$\frac{\sin Z}{\sin D} = \frac{\sin M}{\cos h}$$

so wird jetzt (24):

$$dD = \pm \frac{1}{2} e^2 \pi \sin a \sin M \sin 2\varphi \quad (25)$$

Diese Correction ist derjenigen Mondsdistanz  $D$  noch hinzuzufügen, welche man mittelst der Formel (14) S. 291 erhalten hat.

Das Doppelzeichen  $\pm$  in (25) bezieht sich darauf, ob der Mond bei der Distanzmessung in azimuthalem Sinne links oder rechts vom Stern (oder der Sonne) stand, und das Azimut  $a$  ist von Süden über Westen gezählt worden. Wenn daher der Mond östlich vom Meridian steht ( $a$  grösser als  $180^\circ$ ), so wird  $\sin a$  negativ.

Um alle diese Verhältnisse nicht jedesmal besonders überlegen zu müssen, haben wir die 4 Fälle, welche unterschieden werden müssen, auf S. [20] unten aufgezeichnet. Es kommt dabei nur auf die Lage des Mondes links oder rechts vom Stern (oder Sonne) und auf die Lage des Mondes westlich oder östlich vom Meridian an, der Quadrant, in welchem der Stern (oder Sonne) sich befindet, ist gleichgültig.

Zur praktischen Anwendung der Formel (25) haben wir auf S. [20] zunächst die Function für  $\varphi = 45^\circ$ , d. h.

$$I = \frac{1}{2} e^2 \pi \sin a \sin M$$

tabellarisch ausgerechnet, und es kann also diese Tafel I sofort gebraucht werden für Messungen in der Nähe von  $45^\circ$ , d. h. nahezu auf der ganzen Zone von  $40^\circ$  bis  $50^\circ$  Breite.

Die Tafel II S. [20] gibt dann die fragliche Correction für die Breiten  $\varphi = 40^\circ$  und  $\varphi = 50^\circ$ , und diese Tafel II kann für ganz Deutschland gebraucht werden.

Hat man es mit anderen Breiten unter  $35^\circ$  und über  $55^\circ$  zu thun, so nehme man zuerst den Tabellenwerth I und multiplicire ihn mit dem zu diesem Zweck auf S. [20] III, angegebenen Werth  $\sin 2\varphi$ , was uns bequemer scheint, als noch weitere Tabellen zu benützen. Ausserdem hat man die Möglichkeit, wenn man eine grössere Zahl von Mondsdistanzen auf einem Gebiet innerhalb  $5-10^\circ$  Breitenunterschied zu reduciren hat, sich rasch ein besonderes Hülftäfelchen ähnlich wie II S. [20] anzulegen. So habe ich z. B. für alle Mondsdistanzen der libyschen Wüste ein solches Täfelchen mit  $\varphi = 27^\circ$  benützt.

Das Berliner „Nautische Jahrbuch“ hat für die Correction (25) die zwei Hülftafeln XX und XXI, es ist nämlich:

$$XX = \frac{1}{2} e^2 \pi \sin a \sin 2\varphi$$

$$XXI = XX \sin M$$

Gesamtreduction.

Wenn man nun die Gesamt-Mondsdistanzreduction mit Rücksicht auf die Abplattung der Erde bilden will, und dabei das in (18) § 59. benützte

Princip der Mittelhöhen wieder anwenden will, so hat man zunächst an der Methode des § 59. weiter keine Aenderungen anzubringen, als dass statt  $\pi \cos H'$  in (2) § 59. S. 289 nun die genauere Mondhöhenparallaxe  $p$  nach (15) S. 301 einzusetzen ist, und dass am Schlusse noch die Correction (25) S. 304 für Seitenparallaxe zuzufügen ist.

Bei näherer Betrachtung findet man dann, dass auch die Refraction des Mondes eine Art Seitenparallaxe erzeugen muss, denn die Refraction wirkt im Sinne des scheinbaren Zenits  $Z'$  (Fig. 2. bis 4. S. 298) und gibt daher auf  $Z$  reducirt eine Correction von ähnlicher Form wie (25) S. 304. Da aber diese Formel mit dem Factor  $\pi = 60'$  höchstens  $11''$  ausmacht, so würde sie mit der Refraction, welche über  $2^\circ$  Höhe weniger als  $18''$  beträgt, hier höchstens  $3''$  geben, welche neben der Unsicherheit der Refraction in kleinen Höhen zu vernachlässigen sind.

## § 62. Interpolation mit Rücksicht auf zweite Differenzen.

Der Nautical Almanac und das Berliner Nautische Jahrbuch geben die Mondabstände von 3 zu 3 Stunden mittlerer Greenwich-Zeit, also mit einem Intervall von  $3^h = 10800^s$  oder tabellarisch:

Greenwich-Zeit	Distanz	Differenzen		}
$t_n$	$D_n$			
$t_n + 3$	$D_n + 3$	$\Delta D$	$\Delta D' - \Delta D$	
$t_n + 6$	$D_n + 6$	$\Delta D'$	$\Delta D'' - \Delta D'$	
$t_n + 9$	$D_n + 9$	$\Delta D''$		

Wenn man also irgend eine Distanz  $D$  hat, welche zwischen  $D_n$  und  $D_n + 3$  fällt, so ergibt die einfache Interpolation die zugehörige Zeit  $t_n + i$ , wobei:

$$i = (D - D_n) \frac{10800}{\Delta D} \text{ in Sekunden oder } = (D - D_n) \frac{180}{\Delta D} \text{ in Minuten} \quad (2)$$

Wir schreiben:

$$\frac{10800}{\Delta D} = p, \quad \log \frac{10800}{\Delta D} = \log p \quad (3)$$

Diese Werthe  $\log p$ , welche „Proportional-Logarithmen“ heissen, sind zwischen je 2 Distanzen des Jahrbuchs angegeben, in Einheiten der 4. Logarithmen-Decimale mit Weglassung der Charakteristik. Diese Proportional-Logarithmen, welche auch in anderen Fällen gebraucht werden (Domke, Nautische Tafeln S. 216 — 230) sind zur Ausrechnung von (2) sehr bequem.

Wenn nun aber die Differenzen  $\Delta D$  und damit auch die Proportional-Logarithmen sehr ungleich werden, so reicht diese Interpolation ersten Grades nicht mehr aus, und es muss nach § 6. S. 24 verfahren werden.