

Optische Theorie des Spiegel-Prismenkreises I. Fall (Fig. 5.).

F ist das Fernrohr, S der drehbare (grosse) Spiegel, s die als kleiner Spiegel wirkende Hypotenusenenebene des Prismas, L der linksseitige, R der rechtsseitige Zielpunkt mit dem zwischen L und R liegenden zu messenden Winkel α .

Es ist zu zeigen, dass der Winkel bei S' , welchen die beiden Spiegelsebenen bilden, gleich der Hälfte von α ist, nämlich:

im Dreieck $F'sS$: $\alpha + (180^\circ - 2\beta) + 2\gamma = 180^\circ$
 im Dreieck $S'sS$: $S' + (90^\circ - \beta) + (90^\circ + \gamma) = 180^\circ$

d. h.

$$\begin{aligned} \alpha &= 2\beta - 2\gamma & (5) \\ S' &= \beta - \gamma \end{aligned}$$

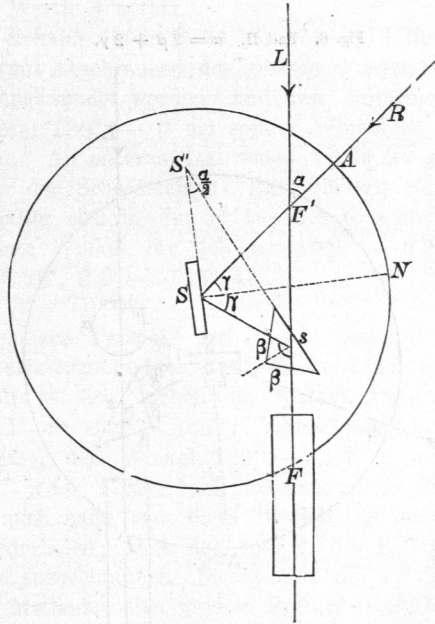
$$S' = \frac{\alpha}{2} \tag{6}$$

Ist der Figur 5.

Fig. 5. Fall I. $\alpha = 2\beta - 2\gamma$.

ist daher $\frac{\alpha}{2}$ bei S' eingeschrieben.

Die weitere Einrichtung ist nun sofort verständlich. Mit dem grossen drehbaren Spiegel S wird eine Alhidade verbunden, welche Null zeigen soll, wenn S und s parallel sind, und welche auf einem von dieser Nullstellung beginnenden, doppelwinklig bezifferten Limbus den gemessenen Winkel α unmittelbar abzulesen gestattet. Der Grenzwert von α wird nach (5) erhalten mit $\gamma = 0$, und es wird dann $\alpha_{\max} = 2\beta$.



Optische Theorie des Spiegel-Prismenkreises II. Fall (Fig. 6. Seite 234).

Wird die Alhidade noch weiter gedreht, als der soeben gefundene Maximalwert von α im ersten Fall angibt, so erhält man die Verhältnisse von Fig. 6., wo α auch über 180° hinausgeht. Man hat dann:

aus Dreieck $F'sS$: $(\alpha - 180^\circ) + (180^\circ - 2\beta) + (180^\circ - 2\gamma) = 180^\circ$
 aus Dreieck $S'sS$: $S' + (90^\circ - \beta) + (90^\circ - \gamma) = 180^\circ$

(wobei der Scheitelpunkt von $\frac{\alpha}{2}$ in Fig. 6. mit S' bezeichnet sei), also:

$$\begin{aligned} \alpha &= 2\beta + 2\gamma & (7) \\ S' &= \beta + \gamma \end{aligned}$$

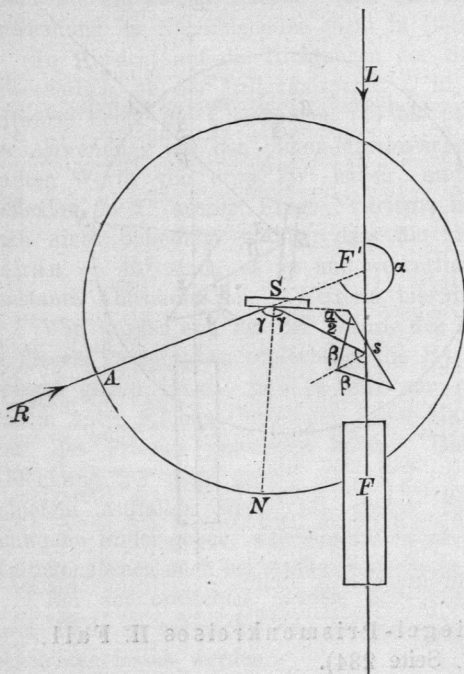
$$S' = \frac{\alpha}{2} \quad (8)$$

wie auch bereits in der Figur eingeschrieben ist.

Die Gleichungen (5) und (7) sagen, dass der Fall II aus dem Fall I entsteht, indem $+$ γ in $- \gamma$ übergeht; und in der That ist, beim Uebergang von I auf II, γ stetig durch die Grenzlage Null gegangen. In (7) ist der theoretische Grenzwert von γ der rechte Winkel 90° , es ist also für α die theoretische Grenze $= 2\beta + 180^\circ = 320^\circ$. Die wirkliche Grenze gibt Pistor-Martins $= 280^\circ$ an. Man hat also jetzt die Grenzen:

Fall I α von 0° bis 140°
 Fall II α von 140° bis 280°

Fig. 6. Fall II. $\alpha = 2\beta + 2\gamma$.



Da übrigens ein Winkel $L - R = 280^\circ$ nichts anderes ist als ein Winkel $R - L = 360^\circ - 280^\circ = 80^\circ$, so heisst das Resultat in anderen Worten: von 0° bis 180° lassen sich Winkel in Lage I messen, und ausserdem von 80° bis 180° Winkel in Lage II. Je nachdem dann die Zielpunkte ungleich beleuchtet sind, kann man zwischen 80° bis 180° den Fall I oder den Fall II wählen.

Uebrigens wird diese theoretische Begrenzung in der Gegend von 180° praktisch durchbrochen, weil schon von 120° ab das Prisma und dann das Fernrohr und der Kopf des Beobachters dem Lichtstrahl R in den Weg tritt.

Was das Sehhinderniss des eigenen Kopfes des Beobachters betrifft, so hat der Erfinder diesem durch Beigabe eines Ocularprismas abgeholfen, mittelst dessen man quer zum Fernrohr hineinschauen kann.

Das Instrument eignet sich aber deswegen nicht zum Messen von Winkeln in der Nähe von 180° , weil für 180° der aus der Neigung des Spiegels und der Fernrohrachse entstehende Fehler theoretisch gleich unendlich wird (s. § 47.).

Winkel in der Nähe von 180° werden viel besser mit dem Steinheil'schen Prismenkreis gemessen (§ 50. bis § 53.).

Der Abstumpfungswinkel β spielt eine ähnliche Rolle wie der Schärfungswinkel β des Sextanten. Während beim Sextanten β sehr spitz war (etwa 15°), wird beim Spiegel-Prismenkreis β nahe an 90° oder 2β nahe an 180° gebracht (etwa $2\beta = 140^\circ$). Betrachtet man die beiden Fälle

$$\text{I } \alpha = 2\beta - 2\gamma$$

$$\text{II } \alpha = 2\beta + 2\gamma$$

so zeigt sich, dass ein grosser Werth β auch grosse Winkel α liefert. Um übrigens blos die Sextantengrenze mit $\alpha = 130^\circ$ oder 140° zu überschreiten, brauchte β nicht sehr gross zu sein, weil beide Fälle stetig in einander übergehen, damit jedoch im zweiten Fall α über 270° hinaus möglich werde, ist ein grosser Werth β nöthig.

Zur Bestimmung von β kann die in § 33. S. 175—176 für den Sextanten angegebene Methode (mit Abschrauben des grossen Spiegels) auch auf den Spiegel-Prismenkreis angewendet werden, und zwar bequemer als beim Sextanten, weil dieses Mal $180^\circ - \beta$ ein spitzer Winkel ist, was die Sache übersichtlicher macht. An unserem Instrument wurde der grosse Spiegel abgeschraubt, und unter den Schornsteinen, Blitzableitern etc. der vorhandenen Aussicht zwei zufällig sich in der Mitte des Gesichtsfeldes deckende Punkte gefunden, deren Winkel, für sich gemessen, $= 37^\circ 20'$ war, also $180^\circ - 2\beta = 37^\circ 20'$, $2\beta = 142^\circ 40'$,

$$\beta = 71^\circ 20' \quad (9)$$

dieses wurde durch mehrere andere Versuche auf $1'$ — $2'$ bestätigt. Da von zwei solchen zufällig zusammengebrachten Punkten wohl nur einer deutlich markirt ist, empfiehlt es sich, neben das Reflexionsinstrument einen Theodolit zu stellen und mit diesem (unter Vernachlässigung der Excentricität beider Instrumente), den Winkel $180^\circ - 2\beta$ zu messen. Dieses lässt sich bequem auf jeder Fensterbank machen, ohne Bakenweisung im freien Feld; auch kann man diese Bestimmung mehrfach mit verschiedenen Punkten wiederholen, ohne den Spiegel des Reflexionsinstrumentes wiederholt an- und abzuschrauben. Dagegen ist die auf S. 175 für den Sextanten empfohlene Methode, den grossen Spiegel rechtwinklig, oder nahezu rechtwinklig zur Fernrohrachse zu stellen, beim Pistor Martins-Kreise nicht anwendbar, weil hier der Spiegel nicht, vom Ocular aus gesehen, jenseits, sondern diesseits reflectirt, so dass das frühere gegenseitige Einrichten des Fernrohrs mit einem Hilfsfernrohr nicht mehr möglich ist.

Wenn man das Abschrauben des Spiegels scheut, so gibt es ausser dem unmittelbaren Abmessen von β , was bei der Kleinheit der Dimensionen kaum auf 5^0 genau sein wird, noch folgende, wohl auf $1/2^0$ zuverlässige Methode (s. o. Fig. 5.):

Man misst einen beliebigen Winkel $LR = \alpha$ und weiss dann nach (5):

$$2\beta = \alpha + 2\gamma \quad (5)$$

γ kann man aber dadurch bestimmen, dass man von der Instrumentenmitte nach R visirend den Punkt A (Fig. 5.) am Kreise markirt. Ausserdem wird der Punkt N (Fig. 5.) nach der Bedingung gefunden, dass er sich selbst in der Spiegelmitte reflectiren muss. Nun hat man den Bogen $AN = \gamma$ an der Limbustheilung (bzw. 2γ wegen der Doppelbezeichnung) und damit nach (5) auch den Winkel β .

Das beste Mittel zur Bestimmung von β ist aber wieder die Beobachtung des dreifach reflectirten Fadenbildes (§ 44.). Indem man die beiden Alhidadenstellungen für diese dreifache Reflexion und für Parallelstellung des Spiegels und der Prismenhypotenuse (Indexfehler) aufsucht, hat man in deren Ablesungsdifferenz den Winkel 2β .

Prüfung und Berichtigung. Alles was hierüber beim Sextanten gesagt wurde, lässt sich auch auf den Spiegel-Prismenkreis anwenden, und dazu kann man die Eigenthümlichkeiten der Construction des Kreises noch ausnützen.

Für die Untersuchung der Blendgläser hat man statt der etwas schwierigen Drehung der Gläser in ihren Fassungen (§ 32. Fig. 1. und 2. S. 172) beim Spiegel-Prismenkreis die bequemere Drehung des ganzen Blendungsgestelles um eine verticale Achse. (Das kleine Instrument Fig. 3. S. 231 gestattet eine Drehung der halbkreisförmigen Blendgläser von unten nach oben und umgekehrt, welche zur Untersuchung der Parallelität der Gläser wenig geeignet ist.)

Für die Benützung des dreifach reflectirten Fadenbildes (§ 44.) zur Untersuchung der Spiegel- und Prismenneigungen ist es nöthig, die Höhenlagen der Bilder theoretisch zu untersuchen, ähnlich wie wir für die gewöhnliche Sextanten- und Spiegelkreis-Construction am Schluss von § 44. S. 226—227 gethan haben. Man bekommt abermals die Gleichung (4) § 44. S. 226, nämlich:

$$i + i' = 4n \cos \beta - 2n \quad (10)$$

Es ist aber nun β etwa $= 70^\circ$, $\cos \beta = 0,342$, also:

$$i + i' = 1,368 n' - 2n \quad (11)$$

Da es sich nur um Neigungen relativ gegen i handeln kann (vgl. (6) § 44, S. 226), setzen wir der Kürze wegen $i = 0$ und haben dann, zugleich mit $n' = n$ aus (11):

$$i_2' = -0,632 n$$

Macht man $n = 0$, lässt aber $n' = n$, so wird:

$$i_2' = 1,368 n = -2,16 i_1' \quad (12)$$

Mit Benützung von Fig. 3. § 44. S. 227 erhält man also folgendes Verfahren: Mit parallel justirtem Instrument ($n' = n$) werde die Fadenmitte F durch dreifache Reflexion nach F_1' gebracht, dann bringt man

mit der Correctionsschraube des Spiegels dieses Bild F_1' um seinen etwa doppelten Abstand auf die andere Seite nach F_2' (d. h. so dass $FF_2' = 2FF_1'$), worauf wieder Paralleljustirung folgt, welche nun F_2' nach F bringen muss.

§ 46. Geneigtes Prisma und geneigte Lichtstrahlen.

Als Vorbereitung für die Fehlertheorie des Pistor-Martins-Kreises und zugleich zur späteren Verwendung für andere Fälle, behandeln wir den Fall, dass ein Prisma zwar an und für sich genau rechtwinklig gleichschenkelig geschliffen ist, dass es aber auf einer zur Vergleichung genommenen Ebene (Prismenkreisebene) nicht genau rechtwinklig steht, und dass ein Lichtstrahl, welcher das Prisma durchdringt, nicht mit der Grundebene parallel eintritt, d. h. wir untersuchen für das Prisma dieselben Fehlerverhältnisse, welche für den ebenen Spiegel in § 35. (S. 180—183) behandelt worden sind.

Fig. 1. Querschnitt des Prismas.

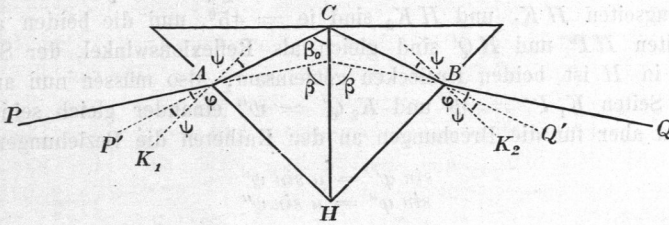


Fig. 2. Veranschaulichung aller geneigten Strahlen.

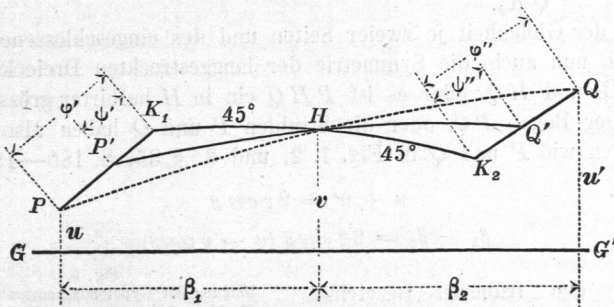


Fig. 1. zeigt den Querschnitt des Prismas, oder das Prisma, rechtwinklig auf der Grundebene stehend. Der Weg eines Lichtstrahls, welcher parallel mit der Grundebene eintritt, ist:

$$PACBQ$$

AK_1 und BK_2 sind die beiden Kathetennormalen und CH ist die Hypotenusenormale.

AP' und BQ' sind die Auswärtsverlängerungen der im Innern des Prismas liegenden Strahlen CA und CB .