Bei (15) sind noch die Abweichungen $d_0 - d$ gebildet, deren Quadratsumme $= 2447$ ist, woraus der mittlere unregelmässige Fehler von d wird

$$(d) = \sqrt{\frac{2447}{11}} = \pm 15'' \quad \frac{(d)}{2} = \pm 7{,}5''$$

und als mittlerer Fehler eines arithmetischen Mittels aus einer Sonnenbreite und der zugehörigen Polarisbreite braucht jetzt nur noch $\pm 8''$ angenommen zu werden, was für jene Verhältnisse vollauf hinreichend war.

Nach dieser Erfahrung müsste die Libelle L' Fig. 1. S. 38 für künftige Messungen anders angeordnet werden, indessen können wohl auch noch andere Ursachen mitgewirkt haben, z. B. der starke Sonnenschein über Mittag.

Auch bei feineren Breitenmessungen macht man die Erfahrung constanter Fehler, die sich aber bei Messungen ersten Rangs nur auf Bruchtheile der Secunde zu belaufen pflegen, und gewöhnlich der „Biegung des Fernrohrs" zugeschrieben werden.

Zur Vergleichung mit den Resultaten (28) § 19. S. 108, Breite von Hannover aus Sonnenhöhen, haben wir mit dem alten Meyerstein'schen Instrument Fig. 4. S. 41 auch 3 Polarisbreiten gemessen, nämlich:

4. Juni 1883	$\varphi = 52^0\ 22'\ 57''$	Hannover, Technische Hochschule E.
5. „ „	52 22 44	
16. „ „	52 22 47	
Mittel	$\varphi = 52^0\ 22'\ 49'' \pm 4''$	

Mit Rücksicht auf die mancherlei Mängel des Instruments Fig. 4. S. 41 stimmt dieses hinreichend mit (28) S. 108 $\varphi = 52^0\ 22'\ 55'' \pm 5''$ und wir nehmen daher bis auf Weiteres:

Hannover, Technische Hochschule Punkt E: $\varphi = 52^0\ 22'\ 52'' \pm 3''$ (16)

Die geodätische Uebertragung von Göttingen gibt für diesen Punkt die Breite $52^0\ 23'\ 1''$.

(Eine genauere Messung mit dem neuen Instrument von Bamberg S. 44 liegt noch nicht vor.)

Wenn man die Zeiten für Polarisbreitenmessung auswählen kann, so wird man natürlich die Zeit der oberen oder unteren Culmination wählen, damit der Zeitfehler möglichst wenig ausmacht. Man findet die Culminationszeiten durch die Betrachtungen von S. 119 und S. 131.

Hülfstafeln für Polarisbreiten.

Man hat der Formel (6) entsprechend zuweilen Hülfstafeln zur Berechnung der Breiten aus gemessenen Polarsternhöhen construirt, z. B. gibt der Nautical Almanac für 1884 auf S. 477 — 479 (ähnlich in den folgenden Jahrgängen) 3 Tafeln, von denen die erste das Hauptglied

$- p \cos t$ mit dem Mittelwerth $p_0 = 1^0\, 18'\, 0''$ und mit der Rectascension $\alpha_0 = 1^h\, 17^m\, 0^s$ gibt, die zweite Tafel gibt das Glied $\frac{p^2}{2\,\varrho} \operatorname{tang} h \sin^2 t$ und eine dritte Tafel ist nöthig, um der Jahreszeit entsprechend die Abweichungen der jeweiligen Declination und Rectascension des Sterns von den angenommenen Normalwerthen $1^0\, 18'$ und $1^h\, 17^m$ zu berücksichtigen. Zu beachten ist, dass im Ganzen noch $1'$ abzuziehen ist; es ist nämlich der dritte Tafelwerth um $1'$ zu gross angesetzt, damit keine Zeichenwechsel nöthig werden. Als Zeitargument ist nicht der Stundenwinkel t, sondern die Sternzeit $S = t + \alpha_0$ angenommen.

Bezeichnet man den jeweiligen Polabstand des Sterns mit $p_0 + dp$ und die jeweilige Rectascension mit $\alpha_0 + d\alpha$, also den jeweiligen Stundenwinkel mit $(S - \alpha_0) - d\alpha$, so kann man die 3 Hülfstafeln des Nautical Almanac durch folgende Gleichungen deuten:

$$\varphi = h - (p_0 + dp) \cos\left((S - \alpha_0) - d\alpha\right) + \frac{p^2}{2\,\varrho} \operatorname{tang} h \sin^2 t$$

$$\begin{aligned} \text{Zweites Glied} &= (p_0 + dp)\left(\cos (S - \alpha_0) + d\alpha \sin (S - \alpha_0)\right) \\ &= p_0 \cos (S - \alpha_0) + p_0\, d\alpha \sin (S - \alpha_0) + dp \cos (S - \alpha_0) \end{aligned}$$

also im Ganzen:

$$\varphi = h - 1' - \underbrace{p_0 \cos (S - \alpha_0)}_{I} + \underbrace{\frac{p^2}{2\,\varrho} \operatorname{tang} h \sin^2 t}_{II}$$

$$\underbrace{+ p_0\, d\alpha \sin (S - \alpha_0) + dp \cos (S - \alpha_0) + 1'}_{III}$$

d. h. $\varphi = h - 1' + I + II + III.$

Diese Tafeln sind für praktische Seefahrer bestimmt. Wenn man aber auch nur auf $1'$ genau rechnen will, so verlangt Tafel I mit Intervall von 10^m und Differenzen bis zu $3'$ bereits Interpolation, und damit ist die ganze Methode unbequemer als die Ausrechnung der zwei letzten Glieder von (6) mit 4—5stelligen Logarithmen.

Auf der libyschen Expedition maass ich abendlich Polarishöhen, und berechnete das Hauptglied $p \cos t$, wo $t = S - \alpha$ ist, logarithmisch, wozu eine kleine Ephemeride für $\log p$ und α zum Voraus angelegt war; für das Glied II diente ein Hülfstäfelchen von ähnlicher Form wie II des Nautical Almanac, jedoch für den besonderen Fall mit kleineren Intervallen. Diese ganze Rechnung verlangt nur wenige Minuten Zeit.

Wenn man die Tafeln des Nautical Almanac auch nicht unmittelbar benutzen will, so ist immerhin die Tafel II erwünscht, wenn es auf $1'' - 2''$ nicht ankommt, und die Haupttafel I kann man mit dazu brauchen, um ein Instrument bei Tag oder in der Dämmerung (unter Umständen auch bei Nacht) auf den Polarstern einzustellen, wie bereits auf S. 119 behandelt worden ist.