$$\left.\begin{array}{lllll} \text{Für } n = 2 & \dfrac{1}{3}\,\dfrac{n+1}{n-1} = & 1 & = & 1{,}00 \\ n = 3 & \quad " & \frac{2}{3} & = & 0{,}67 \\ n = 4 & \quad " & \frac{5}{9} & = & 0{,}56 \\ n = 5 & \quad " & \frac{1}{2} & = & 0{,}50 \\ n = 6 & \quad " & \frac{7}{15} & = & 0{,}47 \\ n = 7 & \quad " & \frac{4}{9} & = & 0{,}44 \\ n = 8 & \quad " & \frac{3}{7} & = & 0{,}43 \\ n = 9 & \quad " & \frac{5}{12} & = & 0{,}42 \\ n = 10 & \quad " & \frac{11}{27} & = & 0{,}41 \end{array}\right\} \qquad (11)$$

Man habe z. B. am 20. Mai nahe am Mittag in der Zeit von 5 Minuten rasch hintereinander 5 Sonnenhöhen gemessen, und das arithmetische Mittel der Zeiten t_0 sowie das arithmetische Mittel der Höhen h_m berechnet. Die Tafel II. gibt $C = 59''$, es ist also nach (10) und (11) mit $n = 5$:

$$h_0 - h_m = 0{,}50 \times 59'' \left(\frac{5}{10}\right)^2 = 7{,}4'' \qquad (12)$$

d. h. das arithmetische Mittel h_m der 5 gemessenen Höhen ist wegen der Krümmung der Sonnenbahn um 7″ zu klein. Es ist zwar immer viel besser, schon wegen der Genauigkeits-Uebersicht, alle Höhen einzeln auszurechnen, als Mittel zu bilden; wenn man aber wegen der Rechnungserleichterung zur Mittelbildung sich entschliesst, so gibt vorstehende Theorie wenigstens die Möglichkeit, die dadurch begangenen Fehler zu schätzen und summarisch zu verbessern.

Umformung der Höhengeschwindigkeits-Formel.

Unsere oben gefundene Differentialformel (2), nämlich

$$d h = - \cos\varphi \cos\delta \,\frac{\sin t}{\cos h}\, d t \qquad (13)$$

lässt sich in zweifacher Weise umformen. Wir nehmen hiezu in Fig. 3. das astronomische Dreieck von § 4. S. 11 Fig. 3. nochmals vor; dasselbe gibt die Sinusbeziehungen

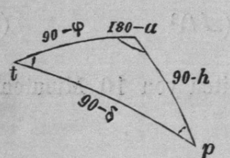
$$\frac{\sin a}{\sin t} = \frac{\cos\delta}{\cos h} \text{ und } \frac{\sin t}{\sin p} = \frac{\cos h}{\cos\varphi} \qquad (14)$$

Setzt man diese Beziehungen in (13), so erhält man zwei neue Formen:

$$d h = - \cos\varphi \sin a \; d t \text{ oder } \varDelta h^{(\prime)} = - 15 \cos\varphi \sin a \; \varDelta t^{(m)} \qquad (15)$$

$$d h = - \cos\delta \sin p \; d t \text{ oder } \varDelta h^{(\prime)} = - 15 \cos\delta \sin p \; \varDelta t^{(m)} \qquad (16)$$

Fig. 3. Astronomisches Dreieck.



Die Formel (15) sagt, dass die Höhengeschwindigkeit an einem Orte (φ constant) nur von dem Azimut a abhängt und für $a = 90^0$, d. h. im ersten Vertical, ihr Maximum erreicht. Für Zeitbestimmungen aus Sonnenhöhen ist es daher von Wichtigkeit, zu wissen, wann die Sonne in den ersten Vertical kommt. Setzt man in Fig. 3. den Winkel $180^0 - a = 90^0$, so wird das Dreieck an dieser Stelle rechtwinklig und man hat dann

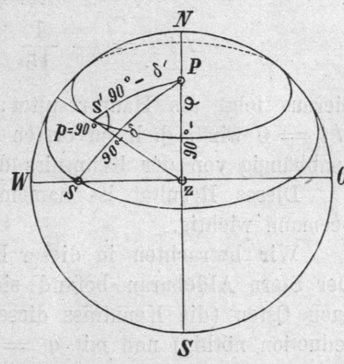
$$\cos t = \frac{\operatorname{tang}\,(90^0 - \varphi)}{\operatorname{tang}\,(90^0 - \delta)} = \operatorname{tang}\delta\ \operatorname{cotg}\varphi \tag{17}$$

hiernach ist folgende Tafel berechnet:

Stundenwinkel für die Sonne im ersten Vertical.

Jahreszeit	Declination δ	Geographische Breite φ 45⁰	50⁰	55⁰
22. Juni	$+ 23^0\ 27'$	$4^h\ 17^m$	$4^h\ 35^m$	$4^h\ 49^m$
20. Mai und 24. Juli	$+ 20^0$	$4^h\ 35^m$	$4^h\ 49^m$	$5^h\ 1^m$
1. Mai und 12. August	$+ 15^0$	$4^h\ 58^m$	$5^h\ 8^m$	$5^h\ 17^m$
16. April und 27. August	$+ 10^0$	$5^h\ 19^m$	$5^h\ 26^m$	$5^h\ 32^m$
2. April und 10. September . . .	$+ 5^0$	$5^h\ 40^m$	$5^h\ 43^m$	$5^h\ 46^m$
20. März und 23. September . . .	0^0	$6^h\ 0^m$	$6^h\ 0^m$	$6^h\ 0^m$

Fig. 4.
Erster Vertical und stationäres Azimut.



Im Winter kommt die Sonne erst **unter** dem Horizont in den ersten Vertical.

Für solche Gestirne, welche überhaupt nicht in den ersten Vertical gelangen, ist die günstigste Höhenbeobachtungszeit durch die Gleichung (16) bestimmt, nämlich dann, wenn der parallaktische Winkel $p = 90^0$ wird. Man sagt dann, das Gestirn befinde sich im „stationären Azimut", oder auch in der „grössten Digression". Setzt man, um diese Zeit zu erhalten in Fig. 3. $p = 90^0$, so wird

$$\cos t = \frac{\operatorname{tang}\,(90^0 - \delta)}{\operatorname{tang}\,(90^0 - \varphi)} = \operatorname{tang}\varphi\ \operatorname{cotg}\delta \tag{18}$$

Die Frage, ob ein Gestirn mit der Declination δ für einen Punkt unter der Breite φ in den ersten Vertical oder ins stationäre Azimut kommt, wird durch den Anblick von Fig. 4. auf die Frage zurückgeführt, ob der Abstand PS oder PS' grösser oder kleiner als PZ ist, d. h. ob $90^0 - \delta$ grösser oder kleiner als $90^0 - \varphi$ ist, oder ob δ kleiner oder grösser als φ ist, d. h. also:

$$\text{Das Gestirn kommt in} \left\{ \begin{array}{l} \text{ersten Vertical} \\ \text{Zenit} \\ \text{stationäres Azimut} \end{array} \right\} \text{wenn} \left\{ \begin{array}{l} \delta < \varphi \\ \delta = \varphi \\ \delta > \varphi \end{array} \right\}$$