und wenn man nun $\varDelta h$ in Bogenmaass, $\varDelta t$ in Zeitmaass rechnet, so hat man:

$$\varDelta h^{('')} = -15 \cos\varphi \frac{\cos\delta \sin t}{\cos h} \varDelta t^{(s)} \tag{3}$$

Hiernach ist folgende Tafel für die Breite $\varphi = 50^0$ berechnet worden, wobei die zu (3) nöthigen h aus der Tafel von S. [15] des Anhangs genommen wurden.

I. Höhenänderung der Sonne in 1 Zeitsecunde für die Breite $\varphi = 50^0$.

Jahreszeit	Declination δ	Stundenwinkel t								
		0^h	1^h	2^h	3^h	4^h	5^h	6^h	7^h	8^h
22. Juni	$+23^0\ 27'$	0,0″	4,7″	7,6″	9,0″	9,6″	9,6″	9,3″	8,6″	7,7″
20. Mai u. 24. Juli	$+20^0$	0,0″	4,4″	7,3″	8,8″	9,5″	9,6″	9,4″	8,8″	
16. April u. 27. August	$+10^0$	0,0″	3,7″	6,5″	8,2″	9,2″	9,6″	9,6″	9,2″	
20. März u. 23. Sept.	$\pm 0^0$	0,0″	3,0″	5,4″	7,2″	8,5″	9,3″			
23. Febr. u. 19. Octob.	-10^0	0,0″	2,8″	5,2″	7,1″	8,4″	9,2″			
20. Januar u. 21. Nov.	-20^0	0,0″	2,5″	4,7″	6,5″	7,9″				
21. December	$-23^0\ 27'$	0,0″	2,4″	4,5″	6,3″	7,7″				

Wenn man die Höhenmessung mindestens 2 Stunden vom Mittag entfernt hält, so genügt es, den Höhenwinkel auf $5''$—$10''$ genau zu messen, um die Zeit auf etwa 1^s genau zu erhalten.

Die Höhenbeschleunigung erhält man durch abermaliges Ableiten von (2), nämlich:

$$\frac{d^2 h}{dt^2} = -\cos\varphi \cos\delta \left\{ \frac{\cos t \cos h + \sin t \sin h \dfrac{dh}{dt}}{\cos^2 h} \right\}$$

oder mit Einsetzung von $\dfrac{dh}{dt}$ nach (2)

$$\frac{d^2 h}{dt^2} = -\frac{\cos\varphi \cos\delta \cos t}{\cos h} + \left(\frac{\cos\varphi \cos\delta \sin t}{\cos h}\right)^2 \operatorname{tang} h \tag{4}$$

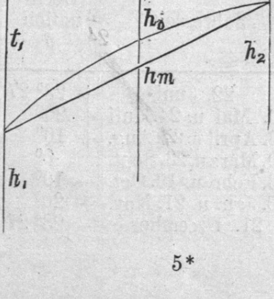
Nun denken wir uns, von zwei zusammengehörigen Werthen h_0 und t_0 ausgehend, die Höhenänderung nach Potenzen der Zeitänderung $\varDelta t$ in einer Reihe entwickelt, d. h. nach Andeutung der schematischen Figur 1.:

$$h_2 = h_0 + \frac{\varDelta t}{2} \frac{dh}{dt} + \frac{\varDelta t^2}{8} \frac{d^2 h}{dt^2}$$

$$h_1 = h_0 - \frac{\varDelta t}{2} \frac{dh}{dt} + \frac{\varDelta t^2}{8} \frac{d^2 h}{dt^2}$$

$$\frac{h_1 + h_2}{2} = h_0 + \frac{\varDelta t^2}{8} \frac{d^2 h}{dt^2}$$

Fig. 1. Höhenänderung als Function der Zeitänderung.



Setzt man den Werth (4) hier ein, so wie die Abkürzung h_m für den Mittelwerth aus h_1 und h_2, wie bei Fig. 1. beigeschrieben ist, und bringt man zugleich die nöthigen Maassumwandlungen an, so erhält man:

$$(h_0 - h_m)^{('')} = (\varDelta t^{(s)})^2 \frac{225}{8\,\varrho''}\left(\frac{\cos\varphi \cos\delta \cos t}{\cos} - \left(\frac{\cos\varphi \cos\delta \sin t}{\cos h}\right)^2 \operatorname{tang} h\right) \quad (5)$$

$(h_0 - h)\,\rho = (\Delta t\, 15\, \rho)$ $\frac{\rho}{\rho}$ $(\Delta t \cdot 15)^2$

hiebei ist $$\log \frac{225}{8\,\varrho''} = 6.13467 - 10$$

Für ein Zeitintervall von 10 Minuten, welches wir der nachfolgenden Tafel zu Grunde legen, hat man in (5) einzusetzen

$$\varDelta t^{(s)} = 600, \text{ womit man erhält}$$

$$h_0 - h_m = 49{,}09''\left(\frac{\cos\varphi \cos\delta \cos t}{\cos h} - \left(\frac{\cos\varphi \cos\delta \sin t}{\cos h}\right)^2 \operatorname{tang} h\right) \quad (6)$$

Wenn die Werthe $\varDelta h$ nach (3) bereits berechnet vorliegen, wie in unserer vorstehenden Tabelle I., so kann man sie zur Berechnung einer Tabelle für $h_0 - h_m$ benützen, aus (5) und (3) findet man nämlich:

$$(h_0 - h_m)^{('')} = \frac{15}{8\,\varrho''}\varDelta t^{(s)}\ \varDelta h^{('')}\ \operatorname{cotg} t - \frac{(\varDelta h^{('')})^2}{8\,\varrho''} \operatorname{tang} h \quad (7)$$

Wenn man hier ein Zeitintervall von 10 Minuten einführen will, so ist $\varDelta t^{(s)} = 600$ zu setzen, und wenn man unter $\varDelta h^{('')}$ die Werthe der Tabelle I. verstehen will, welche selbst zu einem Zeitwerth 1^s gehören, so ist auch für $\varDelta h^{('')}$ der Factor 600 zuzusetzen, und damit erhält man aus (7):

$$h_0 - h_m = 3{,}2732''\ \varDelta h^{('')} \operatorname{cotg} t - 0{,}2182''\ (\varDelta h^{('')})^2 \operatorname{tang} h$$

wo $\varDelta h^{('')}$ aus der Tabelle I. zu entnehmen ist.

Für $t = 0$ versagt indessen diese Formel, weil hier $\varDelta h = 0$ ist. In diesem Falle hat man wieder nach (5), mit $h = 90^0 - (\varphi - \delta)$:

$$h_0 - h_m = \frac{\varDelta t^2}{8}\ \frac{\cos\varphi \cos\delta}{\sin(\varphi - \delta)}$$

$$(h_0 - h_m)^{('')} = \frac{225}{8\,\varrho''}\,600^2\,\frac{\cos\varphi\cos\delta}{\sin(\varphi-\delta)} = 40{,}99''\ \frac{\cos\varphi \cos\delta}{\sin(\varphi - \delta)} \quad (8)$$

Nach diesen Formeln ist die folgende Tafel II. berechnet worden.

II. Höhendifferenz $h_0 - h_m$ für ein Zeitintervall $\varDelta t = 10$ Minuten nach Fig. 1. und Formel (5) bis (8), für die Breite $\varphi = 50^0$ (Functionswerth C für die Gleichung (10))

Jahreszeit	Declination δ	Stundenwinkel t								
		0^h	1^h	2^h	3^h	4^h	5^h	6^h	7^h	8^h
22. Juni	$+ 23^0 27'$	+65″	+49″	+25″	+11″	+ 3″	−2″	−6″	−10″	−15″
20. Mai u. 24. Juli	$+ 20^0$	+59″	+48″	+27″	+13″	+ 4″	−1″	−5″	−10″	
16. April u. 27. Aug.	$+ 10^0$	+48″	+42″	+28″	+16″	+ 8″	+2″	−3″	− 7″	
20. März u. 23. Sept.	0^0	+40″	+35″	+26″	+18″	+11″	+8″			
23. Febr. u. 19. Oct.	$- 10^0$	+36″	+33″	+27″	+20″	+13″	+7″			
20. Jan. u. 21. Nov.	$- 20^0$	+32″	+30″	+25″	+20″	+14″				
21. December	$- 23^0 27'$	+30″	+29″	+25″	+20″	+14″				