Das Mittel aus acht solchen Bestimmungen gab

$$\frac{i_2 - i_1}{4} = (-\ 0{,}11 \pm 0{,}03) \text{ Libellenstriche} \tag{13}$$

Dass hiebei i_1 und i_2 die Neigungen in dem Sinne sind, welcher auch in Fig. 1., 2. und 3. für i_1 und i_2 angenommen ist (i positiv, wenn das rechte Ende R höher ist als das linke Ende L), ergibt sich deutlich aus den Libellenablesungen, die man zu noch grösserer Deutlichkeit auch auf die Blasenmitte beziehen kann. Z. B.

I *a*	Blasenende links	10,1	Blasenende rechts	29,3	Blasenmitte	19,70
I *b*	Blasenende rechts	9,7	Blasenende links	28,8	Blasenmitte	19,25

I *a* Blasenmitte 20 — 19,70 = 0,30 links von 20 $(i_1)_1 = -\ 0{,}30$
I *b* Blasenmitte 20 — 19,25 = 0,75 rechts von 20 $(i_1)_2 = +\ 0{,}75$

Um die Collimation der im Strich 20 angenommenen Libellenachse gegen die Unterlagslinie zu eliminiren, hat man aus — 0,3 und + 0,75 das Mittel zu nehmen = + 0,225, was mit dem obigen i_1 in (11) stimmt.

Die Libellenempfindlichkeit ist nach S. 44 = 9,5″ auf 1 Strich, also nach (13) und (9):

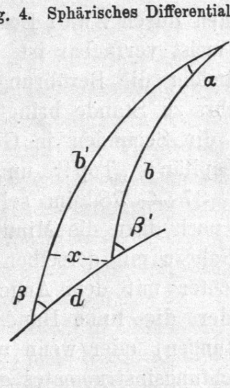
$$A_1 - i_1 = -\ (A_2 - i_2) = -\ 0{,}11 \times 9{,}5'' = -\ 1{,}04'' \tag{14}$$

d. h. in Fig. 1 *a*. ist der linke Zapfen r dicker als der rechte R, und die Achsen i_1 und A_1 convergiren nach **rechts** um 1,04″.

Differentialformeln des sphärischen Dreiecks.

Zur Theorie der Instrumentenfehler und zu manchen anderen Untersuchungen braucht man häufig Differentialformeln des sphärischen Dreiecks, welche wir daher hier ein für alle Mal aufstellen.

Fig. 4. Sphärisches Differentialdreieck.



In Fig. 4. betrachten wir ein langgestrecktes schmales sphärisches Dreieck, mit den beiden Langseiten b und b', dem eingeschlossenen kleinen Winkel α, dessen kleiner Gegenseite d, mit den anliegenden nahe gleichen Winkeln β und β'. x sei ein Bogen rechtwinklig zu b oder zu b' oder auch genähert, rechtwinklig zu b **und** zu b', so dass das kleine Dreieck mit d und x als **ebenes** rechtwinkliges Dreieck behandelt werden kann.

Die sphärische Trigonometrie gibt:

$$\sin\alpha = \frac{\sin x}{\sin b} \quad \text{oder auch} \quad \operatorname{tang}\alpha = \frac{\operatorname{tang} x}{\sin b}$$

woraus für kleines a und kleines x wird:

$$x = a \sin b \tag{a}$$

ferner

$$\frac{\sin \beta'}{\sin \beta} = \frac{\sin b'}{\sin b} \tag{b}$$

$$\beta' = \beta + (\beta' - \beta) \qquad b' = b + x \operatorname{cotg} \beta$$

$$\sin \beta' = \sin \beta + (\beta' - \beta) \cos \beta \qquad \sin b' = \sin b + x \operatorname{cotg} \beta \cos b.$$

Damit gibt (b):

$$1 + (\beta' - \beta) \operatorname{cotg} \beta = 1 + x \operatorname{cotg} \beta \operatorname{cotg} b$$

und mit Einsetzung von x aus (a):

$$\beta' - \beta = a \cos b \tag{c}$$

oder mit $x = d \sin \beta$ nach Fig. 4.:

$$\beta' - \beta = d \sin \beta \operatorname{cotg} b \tag{d}$$

Die Formeln (a) und (c) entsprechen den Formeln für den Parallelkreisbogen und für die Meridianconvergenz in der Geodäsie.

§ 12. Die astronomischen Uhren.

Zur Zeitmessung hat man Pendeluhren und Federuhren. Die Pendeluhren mit fester Aufstellung sind bei mässigen Kosten einer grossen Genauigkeit fähig. Das Pendel soll mit Compensation der Wärmeausdehnung versehen sein. Die Federuhren hat man in der Form von gewöhnlichen Taschenuhren, dann Taschenchronometern und sog. Boxchronometern.

Auf die Mechanik und Compensation der Uhren und Chronometer lassen wir uns nicht ein, und beschreiben hier nur die einfachste Behandlung dieser Instrumente.

Die Bestimmung eines Zeitmomentes an einer Uhr geschieht am bequemsten durch zwei Beobachter. Z. B. zur See, wo ein grösseres Personal meist verfügbar ist, misst etwa der Capitän eine Monddistanz, indem er allmälig die Berührung zweier Ränder im Gesichtsfelde des Sextantenfernrohrs zu Stande bringt, während ein Steuermann mit der Uhr in der Hand die Secunden in Gedanken zählt. Im Moment der Berührung sagt der Capitän: „Top!“ und der Steuermann hält mit seinem Zählen . . . 36 — 37 — *38*! im selben Moment inne, hält 38^s in Gedanken fest, notirt noch dazu die Minuten und Stunden und hat dann z. B. $7^h\ 29^m\ 38^s$.

Nahezu mit derselben Genauigkeit und Bequemlichkeit kann auch ein Beobachter mit dem Auge das Fernrohr und die Uhr beherrschen, wenn entweder die linke Hand zum Halten der Uhr frei ist (bei Theodolitbeobachtungen) oder wenn wenigstens die Uhr in Sehweite vom Ocular des Beobachtungsinstrumentes gebracht werden kann. Man schaut nämlich, sobald der Beobachtungsmoment, z. B. Antritt des Sonnenrandes an einem Faden des Gesichtsfeldes, eintritt, rasch vom Ocular weg nach der Uhr,