

Distanzmesser. Visirt man einen unendlich entfernten Punkt an, wie es bei der Bestimmung des Indexfehlers geschieht, so hat man $r = \infty$, also $\alpha_0' - \alpha = 0$. Nimmt man einen näher gelegenen Punkt, so dient $\alpha_0' - \alpha$, d. h. die vom Indexfehler befreite Ablesung, die wir nun ε nennen wollen, als Entfernungsmaass, denn

$$\varepsilon = \frac{s}{r} \rho \sin 2\beta \text{ gibt } r = s \frac{\rho}{\varepsilon} \sin 2\beta \quad (11)$$

Wegen der Kleinheit der Basis s ist aber die Anwendbarkeit auf sehr kurze Entfernungen beschränkt. Bei unserem Instrument ist $s = 0,059$ m und $2\beta = 32^\circ$ womit nach (11):

$$r = \frac{6449 \text{ m}}{\varepsilon},$$

also wenn $\varepsilon = 10''$, wird $r = 645$ m.

§ 41. Summarische Bestimmung der Sextantenfehler durch Fixsterndistanzen und terrestrische Distanzen.

Nachdem alle Einzelfehler des Sextanten untersucht und bestimmt sind, wie in den vorhergehenden Paragraphen gezeigt worden ist, kann man daran denken, hieraus den Gesamtfehler zusammensetzen, und zwar haben wir ausser den Blendungsfehlern (§ 32. S. 171), welche jedenfalls einzeln zu berücksichtigen sind, Folgendes:

§ 34. und 36. S. 190 Einfluss der Spiegel- und Fernrohrneigungen.

§ 38. S. 195 Prismatischer Fehler des grossen Spiegels.

§ 39. S. 199 Excentricitäts- und Theilungsfehler.

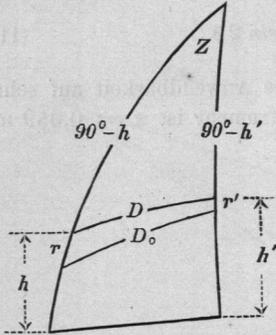
Indessen ist die Bestimmung der Excentricitäts- und Theilungsfehler nach § 39. so unsicher, nämlich nur etwa auf $1'$ genau, dass wir davon keinen Gebrauch für genaue Messungen, namentlich für Mondstrecken, machen können. Auch abgesehen hiervon ist die Einzelbestimmung aller dieser Fehler so mühsam, dass man sich nach einer bequemeren Methode umsehen muss. Diese bequemere und zugleich genaueste Methode der Sextantenuntersuchung besteht in der Vergleichung von Sextantenmessungen mit anderweitig genau bekannten Winkelwerthen.

Zuerst haben wir hiezu terrestrische Winkel, welche man mit dem Theodolit genau messen; auf schiefe Winkel reduciren und dann mit den Sextantenmessungen vergleichen kann, wie bereits in § 40. S. 209 an einem Beispiel gezeigt worden ist.

Eine astronomische Probe erhält man, indem man die Breite eines anderweitig schon genau bestimmten Punktes mit dem Sextanten über dem künstlichen Flüssigkeitshorizont misst. Macht man dieses zu verschiedenen Jahreszeiten mit der Sonne, so bekommt man die Sextantencorrection an allen beliebigen Stellen, etwa zwischen 40° und 120° .

Ein weiteres sehr gutes Mittel ist die Messung von Fixsterndistanzen, deren wahre Werthe man aus den Rectascensionen und Declinationen berechnen kann. Die Messungen müssen wegen Refraction auf wahre Distanzen reducirt werden, um mit den wahren Distanzen vergleichbar zu werden.

Fig. 1.
Distanzreduction für Refraction.



Diese Reductionsberechnung (welche ein besonderer Fall der bei Mondsternen vorkommenden Reductionen ist) kann für den vorliegenden Zweck hinreichend genau so gemacht werden (vgl. Fig. 1.): Es sei D die gemessene Distanz und h h' die zugehörigen Höhen.

Dann besteht nach Fig. 1. zwischen diesen Grössen und dem Zenitwinkel Z die Gleichung:

$$\begin{aligned} \cos D &= \cos(90^\circ - h) \cos(90^\circ - h') + \sin(90^\circ - h) \sin(90^\circ - h') \cos Z \\ \cos D &= \sin h \sin h' + \cos h \cos h' \cos Z \end{aligned} \quad (1)$$

für die wahre Distanz D_0 sind die Höhen um die Refractionen r und r' kleiner als für die beobachtete Distanz D , also:

$$\begin{aligned} \cos D_0 &= \sin(h - r) \sin(h' - r') + \cos(h - r) \cos(h' - r') \cos Z \\ \cos D_0 &= (\sin h - r \cos h)(\sin h' - r' \cos h') + (\cos h + r \sin h)(\cos h' + r' \sin h') \cos Z \end{aligned}$$

Wenn man dieses mit Vernachlässigung des Productes rr' ausmultipliziert, und mit (1) vergleicht, so erhält man:

$$\left. \begin{aligned} \cos D_0 - \cos D &= -r \cos h \sin h' - r' \cos h' \sin h \\ &+ r \sin h \cos h' \cos Z + r' \sin h' \cos h \cos Z \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Die Refractionen r und r' kann man den Cotangenten der Höhen proportional setzen (§ 7. S. 31.):

$$r = \alpha \cotg h \quad r' = \alpha \cotg h' \quad (3)$$

Damit wird (2):

$$\cos D_0 - \cos D = \alpha \left\{ -\cos^2 h \frac{\sin h'}{\sin h} - \cos^2 h' \frac{\sin h}{\sin h'} + 2 \cos h \cos h' \cos Z \right\}$$

Wenn man hier $\cos^2 h = 1 - \sin^2 h$ und $\cos^2 h' = 1 - \sin^2 h'$ setzt, und wieder (1) berücksichtigt, und wenn man zugleich links $\cos D_0 - \cos D = - (D_0 - D) \sin D$ einführt, so erhält man:

$$D_0 - D = \frac{\alpha}{\sin D} \left\{ \frac{\sin h}{\sin h'} + \frac{\sin h'}{\sin h} - 2 \cos D \right\} \quad (4)$$

Die Refractionsconstante ist nach § 7. S. 31 $\alpha = 57''$, und dazu kann man noch die Correctionsfactoren für Temperatur und Luftdruck nach S. [12] nehmen. Die Näherung (3) ist jedenfalls von 15° an aufwärts

zulässig, und man wird schon deswegen keine Sterne in kleineren Höhen nehmen, damit man die Höhen h und h' selbst nicht sehr genau zu bestimmen braucht. Diese Höhen muss man nämlich für die Zeit der Distanzmessung selbst messen, oder aus der Ortszeit und Breite berechnen.

Als Beispiel diene folgendes: Die Sterndistanz Arctur-Wega wurde in Karlsruhe ($\varphi = 49^\circ 0'$, $\lambda = 33^m 40^s$ v. Gr.) am 1. October 1874 Abends $7^h 13^m 46^s$ mittlere Ortszeit bei 18° Lufttemperatur und 747 mm Barometer gemessen:

$$(D) = 59^\circ 0' 56'' \quad (5)$$

Die Messung geschah mit dem Sextanten von S. 157, der Indexfehler ist bereits berücksichtigt. Der Werth (5) ist das Mittel aus 10 rasch hintereinander von freier Hand genommenen Einstellungen und Ablesungen. Zur Reduction nehmen wir zuerst aus dem Nautical Almanac für 1874. 1. October:

| | | |
|------------------|---------------------------------------|----------------------------------|
| S. 371 Arcturus | $\alpha = 14^h 9^m 55,45^s$ | $\delta = + 19^\circ 50' 16,6''$ |
| S. 381 Wega | $\alpha' = 18 32 41,47$ | $\delta' = + 38 40 14,1$ |
| | $\Delta \alpha = 4^h 22^m 46,02^s$ | |
| oder nach S. [3] | $\Delta \alpha = 65^\circ 41' 30,3''$ | |

Die wahre Distanz D_0 findet sich aus der Gleichung:

$$\cos D_0 = \cos \Delta \alpha \cos \delta \cos \delta' + \sin \delta \sin \delta' \quad (6)$$

$$D_0 = 59^\circ 2' 41''$$

Mit der angegebenen Ortszeit, Länge und Breite berechnet man die Höhen beider Sterne, nämlich:

$$h = 17^\circ 12' \text{ und } h' = 72^\circ 0'$$

Auf dieses folgt die Reduction nach (4). Mit h h' und D berechnet man in (4) den Klammerwerth = 2,4983 und hat dann

| | | |
|-------------------------------|-----------------------------|---------|
| $\log \{ \dots \}$ | 0.39764 | |
| $\log \operatorname{cosec} D$ | 0.06673 | |
| $\alpha = 57''$ | $\log \alpha$ | 1.75587 |
| Luft 18° S. [12] | - 0.0131 | 9.98690 |
| Barometer 747 S. [12] | - 0.0026 | 9.99740 |
| | $\log (D_0 - D)$ | 2.20454 |
| | $D_0 - D = 160'' = 2' 40''$ | |

Dieses zu (6) genommen gibt:

$$\begin{array}{r} D = 59^\circ 0' 1'' \\ \text{Nach (5) ist mit dem Sextanten gemessen } (D) = 59 0 56 \\ \text{Also Sextantencorrection } D - (D) = \quad - 55'' \end{array}$$

Auf diese und ähnliche Weise haben wir für den Sextanten von S. 157 nach und nach folgende 13 Correctionen erhalten:

| Ableitung | Correction | Ableitung | Correction |
|-----------|-----------------|-----------|-----------------|
| α | $\Delta \alpha$ | α | $\Delta \alpha$ |
| 28° | - 17" | 59° | - 52" |
| 30 | + 10 | 65 | - 16 |
| 35 | - 37 | 70 | - 19 |
| 38 | + 6 | 84 | - 3 |
| 40 | - 16 | 93 | - 21 |
| 54 | - 46 | 95 | - 66 |
| | | 115 | - 36 |

Der Verlauf dieser Werthe ist nicht günstig, namentlich dass bei 84° die Correction, welche bei 59° schon - 52" betragen hatte, wieder auf - 3" zurückgeht, ist auffällig. Wir haben es mit einem schlecht getheilten Instrumente zu thun, dessen Ableitungen ausserdem wegen Veränderlichkeit der Alhidaden-Excentricität schwankend zu sein scheinen.

Wir haben die Werthe $\Delta \alpha$ von (7) durch eine empirische Function nach der Methode der kleinsten Quadrate ausgeglichen:

$$\Delta \alpha = - 0,51 \alpha + 0,0016 \alpha^2 \quad (8)$$

wornach folgende Tabelle berechnet ist:

| α | $\Delta \alpha$ | α | $\Delta \alpha$ |
|----------|-----------------|----------|-----------------|
| 0° | - 0" \pm 0" | 70° | - 28" |
| 10 | - 5 | 80 | - 31 |
| 20 | - 10 | 90 | - 33 \pm 8" |
| 30 | - 14 \pm 6 | 100 | - 35 |
| 40 | - 18 | 110 | - 37 |
| 50 | - 22 | 120 | - 38 \pm 19 |
| 60 | - 25 \pm 7 | 130 | - 39 |

Wir lassen es dahingestellt, ob nicht eine rein graphische Ausgleichung der $\Delta \alpha$ von (7) denselben oder auch noch einen besseren Dienst thäte als die Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate, deren Resultat in (8) und (9) enthalten ist. Durch letztere Ausgleichung wurden zugleich die bei (9) beigesetzten mittleren Fehler $\pm 6'' \pm 7'' \pm 8'' \pm 19''$ erhalten.

Vergleicht man mit (9) die unter (26) § 39. S. 205 angegebenen Werthe, so findet man, dass jene Werthe (26) jedenfalls zu gross sind.

Die Deutsche Seewarte in Hamburg befasst sich amtlich mit der Untersuchung von Sextanten, welche von Seemännern oder von Mechanikern zu diesem Zwecke eingesendet werden. Mittheilungen hierüber hat Assistent Eylert gegeben in den „Annalen der Hydrographie und maritimen Meteorologie“, IV. Jahrgang 1876, S. 166—172 und VI. Jahrgang 1878, S. 374—384.

Es wurden 6 terrestrische Zielpunkte in Entfernungen über 4 Seemeilen (= 1 geogr. Meile = 7,4 Kilometer) durch Theodolitmessungen in

horizontalem und verticalem Sinne genau bestimmt und die 15 Positionswinkel zwischen den 6 Zielpunkten nach der Formel, welche wir unter (4) S. 208 mitgetheilt haben, genau berechnet. Nun geben die auf demselben Centrum gemachten Sextantemessungen (mit Vernachlässigung der Parallaxe wegen genügend grosser Entfernungen) durch Vergleichung mit den berechneten Positionswinkeln sofort die Sextantencorrectionen, aus denen dann durch Ausgleichung eine Correctionstabelle erhalten wird.

Diese Ausgleichung wird von der Deutschen Seewarte nach der Methode der kleinsten Quadrate gemacht unter der Annahme, dass die Fehler nur von Excentricität herrühren, indem nur solche Instrumente zugelassen werden, deren übrige Fehler, namentlich Fehler des grossen Spiegels, sich bei vorheriger Untersuchung klein ergeben haben.

Dass diese Fehlerbestimmung der Sextanten nicht überflüssig ist, zeigt die Tabelle von S. 380—382 des VI. Jahrgangs der Annalen der Hydrographie, welche 231 Instrumente umfasst. Der Werth 2ε (s. o. (18) S. 203) ist über $5'$ in 17 Fällen oder 7%₀. Es kommen Excentricitätsfehler bis zu $8'$ vor, und in einem extremen Fall war sogar $\varepsilon = 2^{\circ} 21'$.

Bei 48 Sextanten mit Ablesung $10''$ konnte keine Excentricität nachgewiesen werden. Bei sämtlichen Sextanten erster Classe (Ablesung $10''$, Vergrösserung mindestens 6fach) ergab sich aus der Ausgleichung ein mittlerer Fehler von nur $7,8''$.

Weiteres hierüber gibt das „Archiv der deutschen Seewarte“, IV. Jahrgang 1881, Nr. 4. Der Sextant, eine Studie über die Resultate aus der Prüfung von 700 Reflexionsinstrumenten, von H. Eylert.

§ 42. Besondere Sextanten-Constructionen.

Sextant mit *zwei* kleinen Spiegeln.

Das „Journal des géomètres“ 1873, S. 88—90 gibt eine Beschreibung und Zeichnung eines von M. Collignon in Marbois (Luxemburg) erfundenen Sextanten, welcher durch Anwendung von zwei kleinen (festen) Spiegeln Winkel bis zu 180° zu messen gestattet (vgl. Helmert, Zeitschr. f. Verm. 1877. S. (38)).

Fig. 1. zeigt die Gestalt des Instrumentes in halber natürlicher Grösse, und zugleich die Wege der verschiedenen Lichtstrahlen. Die austretenden Strahlen werden entweder bei O oder O' beobachtet (entweder mit blossem Auge oder auch mit Fernröhren). Der grosse Spiegel S und der erste kleine Spiegel s gestatten die ganz gewöhnliche Sextantenmessung mit Winkelablesung von 0° bis 120° oder 130° , an der äusseren Bezifferung des Limbus. Hiezu gehören die Strahlen L und R , welche sich, nach der Doppelreflexion von R , in O vereinigen. Die hiezu gehörenden Strahlen sind in der Figur gestrichelt (-----) gezogen, die Winkel der Strahlen sind nicht eingeschrieben.

Für grössere Winkel von 120° bis 180° ist nun ein zweiter kleiner Spiegel s' angebracht, der rechtwinklig zum ersten s steht. Das Auge