

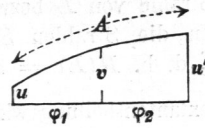
Zur Veranschaulichung der Resultate (3) und (5) ist Fig. 3. gezeichnet.

Als einfachsten Fall der Formel (3) betrachten wir $A' = 0$, dieses gibt:

$$u + u' = 2v \quad \text{oder} \quad \frac{u + u'}{2} = v$$

d. h. eine Beziehung, deren Richtigkeit unmittelbar eingesehen wird

Fig. 3. (zu S. 182.)
Spiegelneigung = v .
Strahlenneigungen = u und u' .



§ 36. Fehlertheorie der Fernrohr- und Spiegelneigungen des Sextanten.

Wenn die Fernrohrachse parallel der Sextantenebene ist, und die beiden Spiegel rechtwinklig zur Sextantenebene sind, so bleiben alle bei Messungen in Betracht kommenden Lichtstrahlen parallel der Sextantenebene; oder da es sich nur um Richtungen handelt, kann man sagen: alle Strahlen bleiben in einer durch die Fernrohrmitte parallel zur physischen Sextantenebene gelegten Messungsebene, welche wir für unsere Theorie die wahre Sextantenebene nennen wollen.

Wenn dagegen jene Voraussetzungen nicht erfüllt sind, so treten die Messungsstrahlen aus dieser Sextantenebene heraus und alle Winkel dieser Strahlen ändern sich.

Die drei Formeln (2), (3) und (5) des vorigen § 35. (S. 181—182) geben vollständigen Anschluss über den Weg des dort betrachteten Lichtstrahls PQ , und da der Weg eines Lichtstrahls bei der Sextantenmessung nichts anderes ist als die zweifache Reflexion von derselben Art wie bei PQ , so können wir jetzt zur Sextantenfehlertheorie übergehen.

In Fig. 1. (welche im Wesentlichen dieselben Bezeichnungen enthält, wie die Sextantenfigur S. 155) bedeutet S den grossen Spiegel, s den kleinen Spiegel, F das Fernrohr, L und R sind die Strahlen nach dem linken und rechten Zielpunkt, N und N' sind die Normalen des grossen und des kleinen Spiegels.

Wenn ein Winkel α zwischen L und R gemessen wird, so macht R den Weg $RSsF$ und fällt im letzten Theil mit Ls zusammen. Da es uns nur auf die Richtungen ankommt, denken wir uns alle Strahlen mit sich selbst parallel in einen Punkt verlegt, und zwar in die Mitte des grossen Spiegels S , in welcher ohnehin schon die Mehrzahl der Linien sich schneidet. Es wird also sL nach $S(L)$ und sN' nach $S(N')$ verlegt, dabei bleiben auch die Neigungen gegen die Sextantenebene ungeändert. Diese in Fig. 1. durch Pfeile bezeichneten Neigungen sind: a b und i die Neigungen der Lichtstrahlen, n und n' die Neigungen der Normalen der beiden Spiegel. Der Pfeil soll jeweils die Neigung der Geraden von der Sextantenebene aufwärts bezeichnen.

Fig. 2. ist eine Veranschaulichung der Neigungsverhältnisse von derselben Art wie in § 35. R_0B_0 ist die Sextantenebene und $RB(L)$ der Weg des von R herkommenden Lichtstrahls bis zum Zusammenfallen mit dem Strahle von L bzw. (L) . $R(L) = \alpha'$ in Fig. 2. ist der Winkel, welchen die Strahlen SR und sL bzw. $S(L)$ von Fig. 1. im Raume bilden, d. h. $R(L) = \alpha'$ ist der Winkel, welchen man messen will. Auf der Sextantentheilung wird ein Winkel $\frac{\alpha}{2}$ abgelesen (oder wegen Verdopplung der Bezifferung sofort α), welcher in Fig. 2. als der Winkel zwischen den Projectionen N_0 und (N'_0) der beiden Spiegelnormalen erscheint.

Fig. 1.

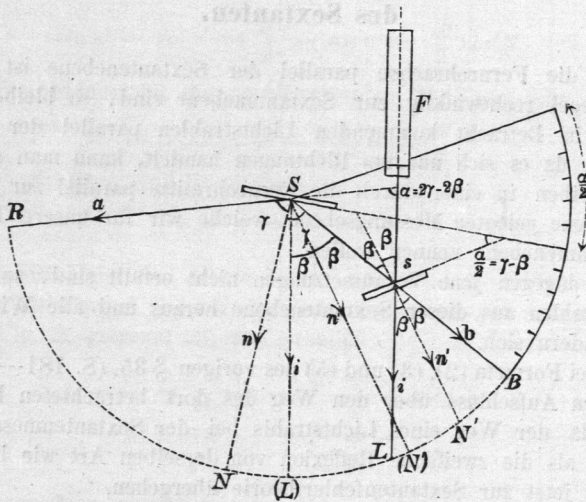
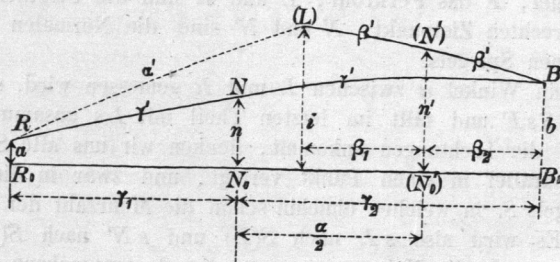


Fig. 2.



Die Normale N' des kleinen Spiegels ist vom Spiegel nach rückwärts gerichtet eingeführt, weil dadurch die Figur 2. übersichtlicher wird. Dieses ist bei der späteren Untersuchung der Beziehung zwischen n und n' zu beachten.

Wir haben also erkannt, dass der Sextantenmessungsfehler $\alpha - \alpha'$ aus Fig. 2. erhalten werden muss, wenn man nur unsere Vorbereitungsformeln (2) (3) (5) § 35. S. 180—181 zur Verfolgung der verschiedenen Strahlenwege anwendet.

Aus Fig. 2. hat man:

$$\frac{\alpha}{2} = \gamma_2 - \beta_2, \quad \alpha = 2\gamma_2 - 2\beta_2 \quad (1)$$

Die Projection von α' ist: $(\gamma_2 + \gamma_1) - (\beta_2 + \beta_1)$, die begrenzenden Neigungen sind a und i , also nach dem Projectionssatz (2) S. 180:

$$(\gamma_2 + \gamma_1) - (\beta_2 + \beta_1) - \alpha' = \left(\frac{a+i}{2}\right)^2 \tan \frac{\alpha}{2} - \left(\frac{a-i}{2}\right)^2 \cot \frac{\alpha}{2} \quad (2)$$

Aus (1) und (2) bildet man $(\alpha - \alpha')$:

$$(\alpha - \alpha') = (\beta_1 - \beta_2) - (\gamma_1 - \gamma_2) + \left(\frac{a+i}{2}\right)^2 \tan \frac{\alpha}{2} - \left(\frac{a-i}{2}\right)^2 \cot \frac{\alpha}{2} \quad (3)$$

Nach (5) § 35. S. 182 ist:

$$\gamma_1 - \gamma_2 = 2n \sin \gamma (a - n \cos \gamma) \quad (4)$$

$$\beta_1 - \beta_2 = 2n' \sin \beta (i - n' \cos \beta) \quad (5)$$

und durch doppelte Anwendung von (3) S. 182 kann man a eliminiren:

$$a + b = 2n \cos \gamma$$

$$i + b = 2n' \cos \beta$$

$$a = i + 2n \cos \gamma - 2n' \cos \beta = i + 2(n \cos \gamma - n' \cos \beta) \quad (6)$$

Indem man diesen Werth a in (4) einsetzt, hat man:

$$\gamma_1 - \gamma_2 = 2n \sin \gamma (i + n \cos \gamma - 2n' \cos \beta) \quad (7)$$

Hiezu das Frühere (4) und (5), gibt den ersten Theil von (3):

$$\begin{aligned} (\beta_1 - \beta_2) - (\gamma_1 - \gamma_2) &= 2n' \sin \beta (i - n' \cos \beta) - 2n \sin \gamma (i + n \cos \gamma - 2n' \cos \beta) \\ (\beta_1 - \beta_2) - (\gamma_1 - \gamma_2) &= 2(i - n' \cos \beta)(n' \sin \beta - n \sin \gamma) - 2n \sin \gamma (n \cos \gamma - n' \cos \beta) \end{aligned} \quad (8)$$

Mittelst (6) kann man auch die zwei letzten Glieder von (3) bilden, nämlich:

$$\frac{a+i}{2} = i + (n \cos \gamma - n' \cos \beta) \quad (9)$$

$$\frac{a-i}{2} = (n \cos \gamma - n' \cos \beta) \quad (10)$$

Jetzt hat man alle Bestandtheile von (3), setzt man daher (8) nebst (9) und (10) in (3), so hat man das Resultat:

$$\alpha - \alpha' = 2(i - n' \cos \beta) (n' \sin \beta - n \sin \gamma) - 2n \sin \gamma (n \cos \gamma - n' \cos \beta) \left. \vphantom{\alpha - \alpha'} \right\} (11) \\ + \left(i + (n \cos \gamma - n' \cos \beta) \right)^2 \operatorname{tang} \frac{\alpha}{2} - \left(n \cos \gamma - n' \cos \beta \right)^2 \operatorname{cotg} \frac{\alpha}{2}$$

Die Spiegelneigungen n und n' sind bis jetzt verschieden eingeführt worden, wir wissen aber von § 31. S. 168, dass, wenn man mit dem Sextanten überhaupt messen will, für die Nullstellung der Alhidade beide Spiegel parallel sein müssen. Wir setzen daher jetzt in (11) $n' = n$, wozu übrigens nicht bloß die sachliche Betrachtung, sondern auch die Formel (11) selbst auffordert. Setzt man nämlich $\alpha = 0$, so ist nach Fig. 1. $\alpha = 2\gamma - 2\beta = 0$, also $\gamma = \beta$ womit (11) gibt:

$$[\alpha - \alpha']_0 = 2(i - n' \cos \beta) \sin \beta (n' - n) - 2n \sin \beta \cos \beta (n - n') \\ - 2 \cos^2 \beta (n - n')^2 \operatorname{cotg} \frac{\alpha}{2}$$

dieses kann nur verschwinden, wenn $n' = n$ ist (im letzten Glied wird zwar mit $\alpha = 0$, $\operatorname{cotg} \frac{\alpha}{2} = \infty$, aber $(n - n')^2 = 0 \times \infty$, also das Ganze doch wieder $= 0$).

Indem wir also $n' = n$ in (11) einsetzen, erhalten wir:

$$\alpha - \alpha' = 2n(i - n \cos \beta) (\sin \beta - \sin \gamma) - 2n^2 \sin \gamma (\cos \gamma - \cos \beta) \left. \vphantom{\alpha - \alpha'} \right\} (12) \\ + \left(i + n(\cos \gamma - \cos \beta) \right)^2 \operatorname{tang} \frac{\alpha}{2} - n^2 (\cos \gamma - \cos \beta)^2 \operatorname{cotg} \frac{\alpha}{2}$$

Wenn man nach Potenzen von i und n ordnet, so erhält man:

$$\alpha - \alpha' = i^2 \operatorname{tang} \frac{\alpha}{2} + 2in \left((\sin \beta - \sin \gamma) + (\cos \gamma - \cos \beta) \operatorname{tang} \frac{\alpha}{2} \right) \\ + n^2 \left(-2 \cos \beta (\sin \beta - \sin \gamma) - 2 \sin \gamma (\cos \gamma - \cos \beta) \right. \\ \left. + (\cos \gamma - \cos \beta)^2 \left(\operatorname{tang} \frac{\alpha}{2} - \operatorname{cotg} \frac{\alpha}{2} \right) \right)$$

und wenn man die Funktionen von α anders zusammenfasst:

$$\alpha - \alpha' = i^2 \operatorname{tang} \frac{\alpha}{2} - \frac{2in}{\cos \frac{\alpha}{2}} \left(\cos \frac{\alpha}{2} (\sin \gamma - \sin \beta) + \sin \frac{\alpha}{2} (\cos \beta - \cos \gamma) \right) \left. \vphantom{\alpha - \alpha'} \right\} (13) \\ + \frac{2n^2}{\sin \alpha} \left(\sin \alpha \cos \beta (\sin \gamma - \sin \beta) + \sin \alpha \sin \gamma (\cos \beta - \cos \gamma) \right. \\ \left. - \cos \alpha (\cos \beta - \cos \gamma)^2 \right)$$

Hier kommt noch der Reflexionswinkel γ des grossen Spiegels vor, welcher mittelst der Beziehung zu α und β eliminirt werden muss, nämlich nach Fig. 1.:

$$\alpha = 2\gamma - 2\beta \quad \gamma = \frac{\alpha}{2} + \beta \quad (14)$$

$$\frac{\gamma + \beta}{2} = \beta + \frac{\alpha}{4} \quad \frac{\gamma - \beta}{2} = \frac{\alpha}{4} \quad (15)$$

$$\sin \gamma - \sin \beta = 2 \sin \frac{\gamma - \beta}{2} \cos \frac{\gamma + \beta}{2} = 2 \sin \frac{\alpha}{4} \cos \left(\beta + \frac{\alpha}{4} \right) \quad (16)$$

$$\cos \beta - \cos \gamma = 2 \sin \frac{\gamma - \beta}{2} \sin \frac{\gamma + \beta}{2} = 2 \sin \frac{\alpha}{4} \sin \left(\beta + \frac{\alpha}{4} \right) \quad (17)$$

es empfiehlt sich auch, β und γ selbst in (15) auszudrücken, d. h. zu setzen:

$$\beta = \left(\beta + \frac{\alpha}{4} \right) - \frac{\alpha}{4} \quad \gamma = \left(\beta + \frac{\alpha}{4} \right) + \frac{\alpha}{4}$$

also:

$$\cos \beta = \cos \left(\beta + \frac{\alpha}{4} \right) \cos \frac{\alpha}{4} + \sin \left(\beta + \frac{\alpha}{4} \right) \sin \frac{\alpha}{4} \quad (18)$$

$$\sin \gamma = \sin \left(\beta + \frac{\alpha}{4} \right) \cos \frac{\alpha}{4} + \cos \left(\beta + \frac{\alpha}{4} \right) \sin \frac{\alpha}{4} \quad (19)$$

$$\text{ferner} \quad \sin \alpha = 2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} = 4 \sin \frac{\alpha}{4} \cos \frac{\alpha}{4} \cos \frac{\alpha}{2} \quad (20)$$

Setzt man nun (16) bis (20) in (13), so ergeben sich in dem Glied mit n^2 einige Zusammenziehungen, und man erhält:

$$\alpha - \alpha' = i^2 \text{tang} \frac{\alpha}{2} - \frac{4in}{\cos^2 \frac{\alpha}{2}} \sin \frac{\alpha}{4} \left(\cos \frac{\alpha}{2} \cos \left(\beta + \frac{\alpha}{4} \right) + \sin \frac{\alpha}{2} \sin \left(\beta + \frac{\alpha}{4} \right) \right) \\ + \frac{8n^2}{\sin \alpha} \sin^2 \frac{\alpha}{4} \left(2 \cos \frac{\alpha}{2} \cos^2 \frac{\alpha}{4} + 2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} \sin \left(\beta + \frac{\alpha}{4} \right) \cos \left(\beta + \frac{\alpha}{4} \right) \right. \\ \left. - \cos \alpha \sin^2 \left(\beta + \frac{\alpha}{4} \right) \right) \quad (21)$$

In der Klammer von n^2 lassen sich das erste und das letzte Glied so zusammensetzen:

$$2 \cos \frac{\alpha}{2} \cos^2 \frac{\alpha}{4} - \cos \alpha \sin^2 \left(\beta + \frac{\alpha}{4} \right) = \cos \frac{\alpha}{2} \left(1 + \cos \frac{\alpha}{2} \right) - \left(\cos^2 \frac{\alpha}{2} - \sin^2 \frac{\alpha}{2} \right) \sin^2 \left(\beta + \frac{\alpha}{4} \right) \\ = \cos \frac{\alpha}{2} + \cos^2 \frac{\alpha}{2} \cos^2 \left(\beta + \frac{\alpha}{4} \right) + \sin^2 \frac{\alpha}{2} \sin^2 \left(\beta + \frac{\alpha}{4} \right)$$

Die beiden letzten Glieder geben mit dem Mittelglied der letzten Klammer von (21) ein volles Quadrat, nämlich das Quadrat von:

$$\cos \frac{\alpha}{2} \cos \left(\beta + \frac{\alpha}{4} \right) + \sin \frac{\alpha}{2} \sin \left(\beta + \frac{\alpha}{4} \right)$$

und dieser Ausdruck, welcher auch im zweiten Glied von (21) vorkommt, hat die goniometrische Bedeutung

$$\cos \left(\beta + \frac{\alpha}{4} - \frac{\alpha}{2} \right) = \cos \left(\beta - \frac{\alpha}{4} \right),$$

der Ausdruck (21) ist also jetzt umgeformt in:

$$\left. \begin{aligned} \alpha - \alpha' &= i^2 \operatorname{tang} \frac{\alpha}{2} - 4 i n \sec \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\alpha}{4} \cos \left(\beta - \frac{\alpha}{4} \right) \\ &+ 8 n^2 \operatorname{cosec} \alpha \sin^2 \frac{\alpha}{4} \left(\cos \frac{\alpha}{2} + \cos^2 \left(\beta - \frac{\alpha}{4} \right) \right) \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

oder auch

$$\left. \begin{aligned} \alpha - \alpha' &= i^2 \operatorname{tang} \frac{\alpha}{2} - 2 i n \operatorname{tang} \frac{\alpha}{2} \sec \frac{\alpha}{4} \cos \left(\beta - \frac{\alpha}{4} \right) \\ &+ 2 n^2 \sec \frac{\alpha}{2} \operatorname{tang} \frac{\alpha}{4} \left(\cos \frac{\alpha}{2} + \cos^2 \left(\beta - \frac{\alpha}{4} \right) \right) \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

Diesen nach Potenzen von i und n geordneten Ausdruck kann man auch noch in folgende mehr geschlossene Form überführen:

$$\alpha - \alpha' = 2 \sec \frac{\alpha}{2} \operatorname{tang} \frac{\alpha}{4} \left\{ n^2 \cos \frac{\alpha}{2} + \left(n \cos \left(\beta - \frac{\alpha}{4} \right) - i \cos \frac{\alpha}{4} \right)^2 \right\}^* \quad (24)$$

Dabei ist α' der wahre zu messende Winkel, α die Sextantenmessung, also $\alpha - \alpha'$ der Messungsfehler, i die Neigung der Fernrohrachse gegen die Sextantenebene und n die Neigung der Normalen beider Spiegel gegen die Sextantenebene (vgl. Fig. 1.).

Schon vor Einführung von Zahlenwerthen geben die Formeln (22) (23) und (24) Manches zu erkennen: Aus (24) geht wegen der quadratischen Formen hervor, dass der Fehler $\alpha - \alpha'$ stets positiv ist, d. h. dass der Sextant die Winkel unter allen Umständen zu gross misst. Das zweite Glied in (22) und (23) oder das letzte Glied (24) zeigt, dass es günstig ist, n und i mit gleichem Vorzeichen zu haben, das heisst aber (nach dem Anblick von Fig. 1., wo die Pfeile die Neigung von der Sextantenebene aufwärts bedeuten), es soll die Fernrohrachse möglichst rechtwinklig zu den Spiegelebenen stehen.

Zur Zusammenfassung der Coefficienten schreiben wir (23) in folgende Form:

$$\alpha - \alpha' = [1] i^2 + [2] i n + [3] n^2 \quad (25)$$

Wenn dabei $\alpha - \alpha'$ in Sekunden, dagegen i und n in Minuten verstanden werden, so haben die Coefficienten folgende Bedeutungen:

$$\begin{aligned} [1] &= \frac{60}{q'} \operatorname{tang} \frac{\alpha}{2} & \left(\log \frac{60}{q'} = 8.24188 \right) \\ [2] &= - \frac{60}{q'} 2 \operatorname{tang} \frac{\alpha}{2} \sec \frac{\alpha}{4} \cos \left(\beta - \frac{\alpha}{4} \right) \\ [3] &= \frac{60}{q'} 2 \sec \frac{\alpha}{2} \operatorname{tang} \frac{\alpha}{4} \left(\cos \frac{\alpha}{2} + \cos^2 \left(\beta - \frac{\alpha}{4} \right) \right) \end{aligned}$$

* Diese Formel stimmt mit derjenigen überein, welche Encke im Berliner astron. Jahrbuch für 1830, Seite 292 (B) auf andere Weise zuerst abgeleitet hat.

Damit ist folgendes berechnet:

Coefficienten-Logarithmen der Formel (23) oder (25).

α	$\log [1]$	$\log [2]$				$\log [3]$			
		$\beta = 0^\circ$	$\beta = 15^\circ$	$\beta = 20^\circ$	$\beta = 25^\circ$	$\beta = 0^\circ$	$\beta = 15^\circ$	$\beta = 20^\circ$	$\beta = 25^\circ$
10°	7.1838	7.4849 _n	7.4748 _n	7.4647 _n	7.4509 _n	7.4844	7.4545	7.4647	7.4518
20	7.4882	7.7892 _n	7.7842 _n	7.7748 _n	7.7639 _n	7.8863	7.7826	7.7265	7.7628
30	7.6699	7.9710 _n	7.9710 _n	7.9643 _n	7.9541 _n	7.9672	7.9672	7.9605	7.9505
40	7.8029	8.1040 _n	8.1090 _n	8.1040 _n	8.0956 _n	8.0972	8.1023	8.0972	8.0587
50	7.9106	8.2116 _n	8.2216 _n	8.2183 _n	8.2116 _n	8.2008	8.2112	8.2077	8.2008
60	8.0033	8.3043 _n	8.3194 _n	8.3178 _n	8.3128 _n	8.2885	8.3043	8.3026	8.2973
70	8.0871	8.3881 _n	8.4083 _n	8.4083 _n	8.4050 _n	8.3584	8.3877	8.3877	8.3840
80°	8.1657	8.4667 _n	8.4921 _n	8.4937 _n	8.4921 _n	8.4370	8.4648	8.4667	8.4648
90	8.2419	8.5429 _n	8.5736 _n	8.5769 _n	8.5769 _n	8.5040	8.5386	8.5424	8.5424
100	8.3181	8.6191 _n	8.6552 _n	8.6602 _n	8.6618 _n	8.5691	8.6110	8.6171	8.6191
110	8.3966	8.6977 _n	8.7393 _n	8.7460 _n	8.7493 _n	8.6344	8.6846	8.6930	8.6971
120	8.4804	8.7815 _n	8.8289 _n	8.8373 _n	8.8423 _n	8.7023	8.7616	8.7726	8.7793
130	8.5732	8.8742 _n	8.9276 _n	8.9378 _n	8.9446 _n	8.7757	8.8457	8.8597	8.8690
140°	8.6808	8.9818 _n	9.0415 _n	9.0534 _n		8.9597	8.9422	8.9596	
150	8.8138	9.1149 _n	9.1810 _n			8.9634	9.0612		
160	8.9956	9.2966 _n				9.1081			
170	9.2999	9.6010 _n				9.3645			
180	∞	∞				∞			

Der Grenzfall $\beta = 0^\circ$ ist nur zur Vergleichung beigezogen, die Coefficienten sind bis zur theoretischen Grenze $180^\circ - 2\beta$ des messbaren Winkels α ausgerechnet.

Nun sind auch noch die wirklichen Fehlerwerthe $\alpha - \alpha'$ nach der Formel (23) oder (24) mit Benutzung der vorstehenden Coefficienten für verschiedene Werthe von α , i und n und für einen constanten Werth $\beta = 15^\circ$ ausgerechnet, und in den Tabellen auf S. 190 zusammengestellt worden.

Der Fehler $\alpha - \alpha'$ ist immer positiv, d. h. der an dem Sextanten abgelesene Winkel α ist immer zu gross.

Diese Tabellen auf S. 190 geben zu erkennen, dass die von den Spiegelneigungen und von der Fernrohrneigung herrührenden Sextantenfehler unter Umständen erheblich werden, und auch bei nahezu corrigirtem Instrument den reinen Messungsfehler überschreiten, wenn der zu messende Winkel gross ist. Insbesondere wirken die Instrumentenfehler schädlich, wenn n und i ungleiches Zeichen haben, was schon ohne Rechnung aus den Formeln erkannt wurde.

Diesen Umstand und das rasche Wachsen bei grossem α zeigt eine zweite nach α geordnete Zusammenstellung; oben auf S. 192:

Fehler $\alpha - \alpha'$ der Sextantenmessung wegen
 Fernrohrneigung i und Spiegelneigung n ,
 berechnet nach der Formel (23) oder (24) bzw. (25). S. 188.

Gemessener Winkel $\alpha = 30'$

$\beta = 15''$

	$n = -30'$	$n = -20'$	$n = -10'$	$n = 0'$	$n = +10'$	$n = +20'$	$n = +30'$
$i = -30'$	4,1''	2,3''	2,3''	4,2''	7,9''	13,5''	21,0''
$i = -20$	4,6	1,8	0,9	1,9	4,7	9,3	15,8
$i = -10$	6,0	2,2	0,5	0,5	2,3	5,9	11,6
$i = 0$	8,3	3,7	0,9	0,0	0,9	3,7	8,3
$i = +10$	11,6	5,9	2,3	0,5	0,5	2,2	6,0
$i = +20$	15,8	9,3	4,7	1,9	0,9	1,8	4,6
$i = +30$	21,0	13,5	7,9	4,2	2,3	2,3	4,1

Gemessener Winkel $\alpha = 60'$

$\beta = 15''$

	$n = -30'$	$n = -20'$	$n = -10'$	$n = 0'$	$n = +10'$	$n = +20'$	$n = +30'$
$i = -30'$	8,4''	4,6''	4,8''	9,1''	17,3''	29,6''	46,0''
$i = -20$	9,6	3,7	1,9	4,0	10,2	20,4	34,7
$i = -10$	12,9	4,9	0,9	1,0	5,1	13,2	25,4
$i = 0$	18,1	8,1	2,0	0,0	2,0	8,1	18,1
$i = +10$	25,4	13,2	5,1	1,0	0,9	4,9	12,9
$i = +20$	34,7	20,4	10,2	4,0	1,9	3,7	9,6
$i = +30$	46,0	29,6	17,3	9,1	4,8	4,6	8,4

Gemessener Winkel $\alpha = 90'$

$\beta = 15''$

	$n = -30'$	$n = -20'$	$n = -10'$	$n = 0$	$n = +10'$	$n = +20'$	$n = +30'$
$i = -30'$	13,1''	7,1''	7,9''	15,7''	30,4''	52,0''	1' 21''
$i = -20$	15,6	5,8	2,9	7,0	17,9	35,8	1 1
$i = -10$	21,6	8,1	1,5	1,7	8,9	23,1	44,1
$i = 0$	31,1	13,8	3,5	0,0	3,5	13,8	31,1
$i = +10$	44,1	23,1	8,9	1,7	1,5	8,1	21,6
$i = +20$	1' 1	35,8	17,9	7,0	2,9	5,8	15,6
$i = +30$	1 21	52,0	30,4	15,7	7,9	7,1	13,1

Gemessener Winkel $\alpha = 120'$

$\beta = 15''$

	$n = -30'$	$n = -20'$	$n = -10'$	$n = 0$	$n = +10'$	$n = +20'$	$n = +30'$
$i = -30'$	13,5''	9,8''	12,7''	27,2''	53,2''	1' 31''	2' 20''
$i = -20$	23,6	8,2	4,4	12,1	31,4	1 2	1 45
$i = -10$	34,8	12,6	2,1	3,0	15,5	39,6	1 15
$i = 0$	52,0	23,1	5,8	0,0	5,8	23,1	52,0
$i = +10$	1' 15	39,6	15,5	3,0	2,1	12,6	34,8
$i = +20$	1 45	1' 2	31,4	12,1	4,4	8,2	23,6
$i = +30$	2 20	1 31	53,2	27,2	12,7	9,8	18,5

Gemessener Winkel α	Fehler der Sextantenmessung		Mittel $\frac{(a) + (b)}{2}$
	(a)	(b)	
	$i = \pm 30', n = \pm 30'$	$i = \pm 30', n = \mp 30'$	
0°	0"	0"	0"
30	4,1	21,0	13
60	8,4	46,0	27
90	13,1	1' 21	47
120	18,5	2 20	1' 19

Die in der dritten Spalte stehenden Mittelwerthe haben zugleich die Bedeutung der mittleren Fehler für die Annahme, dass man über die Vorzeichen von n und i und insbesondere darüber, ob dieselben gleich oder entgegengesetzt sind, nichts weiss.

Um auch noch den Einfluss verschiedener Schärfungswinkel β zu untersuchen, berechnen wir den Fall $n = 30'$ und $i = 30'$ für 4 verschiedene Werthe von β , und finden folgende Fehlerwerthe $\alpha - \alpha'$:

α	$i = \pm 30' \quad n = \pm 30'$				α	$i = \pm 30' \quad n = \mp 30'$			
	$\beta = 0^0$	$\beta = 15^0$	$\beta = 20^0$	$\beta = 25^0$		$\beta = 0^0$	$\beta = 15^0$	$\beta = 20^0$	$\beta = 25^0$
0°	0,0"	0,0"	0,0"	0,0"	0°	0,0"	0,0"	0,0"	0,0"
30	4,1	4,1	4,1	4,1	30	21,0	21,0	20,7	20,3
60	8,4	8,4	8,4	8,4	60	44,7	46,0	45,8	45,4
90	13,0	13,1	13,1	13,1	90	1' 15,8	1' 20,5	1' 21,0	1' 21,1
120	18,1	18,5	18,6	18,8	120	2 7,0	2 19,9	2 22,4	2 23,9
150	24,1	26,7			150	4 18,6	4 58,8		

Die Aenderung von β hat, innerhalb der gewöhnlichen Grenzen, nur einen sehr geringen Einfluss auf die Genauigkeit. Immerhin erscheint es auch hier günstig, β möglichst klein zu machen, was mit der Bedingung, möglichst grosse Winkel α mit dem Sextanten zu messen, zusammentrifft. (Vgl. Fig. 1. S. 184 $\alpha = 2\gamma - 2\beta$, wo für γ der Grenzwert $= 90^0$ ist.)

§ 37. Indirecte Bestimmung der Fernrohr- und Spiegelneigung.

Nachdem der theoretische Zusammenhang zwischen den Neigungen n und i der Spiegel und des Fernrohrs mit dem gemessenen Winkel ermittelt ist, kann man durch Messungen an verschiedenen Stellen des Gesichtsfeldes, d. h. durch Aenderung der Neigung i , den Mittelwerth i und die Spiegelneigung n rückwärts berechnen.