

Dass das Gnomon hier eine um 4° kleinere Correction hat, als bei der oben S. 142 mitgetheilten Vergleichung, hat in einer veränderten Benützung der Schattenfigur seinen Grund.

Die Vergleichung der gegenseitigen Vorzüge und Nachtheile des Gnomons und des Dipleidoskops fällt nach unserer Ansicht zu Gunsten des Gnomons aus. Die Herstellung einer Einrichtung wie die oben bei Fig. 1. S. 141 beschriebene, kostet so viel wie Nichts, das Dipleidoskop kostet 42 Mark. Die Genauigkeit der Beobachtung ist nahezu die gleiche; die Unveränderlichkeit der Vorrichtung selbst und ihrer Correctionselemente spricht zu Gunsten des Gnomons.

Ausser für den ersten astronomischen Unterricht und für den Liebhaber der Astronomie sind solche Hilfsmittel, die man auch noch in anderer Form herstellen kann (von denen aber eine Meridianlinie auf dem Boden mit einer Schattenmarke das einfachste ist), auch praktisch in mancher Beziehung bequem, z. B. zeigt unser beim Passage-Instrument angebrachtes Fussboden-Schattenbild immer auf einen Blick, wann es Zeit ist, zu einer genauen Sonnenbeobachtung an das Passage-Instrument zu treten.

§ 27. Sonnenuhren.

Die Construction der meisten Sonnenuhren beruht auf der Befestigung einer schattenwerfenden Geraden (Stab oder Kante) parallel der Erdachse, so dass für denselben Stundenwinkel der Schatten dieser Geraden immer in ein und dieselbe Ebene fällt, unabhängig von der Declination der Sonne, d. h. von der Jahreszeit.

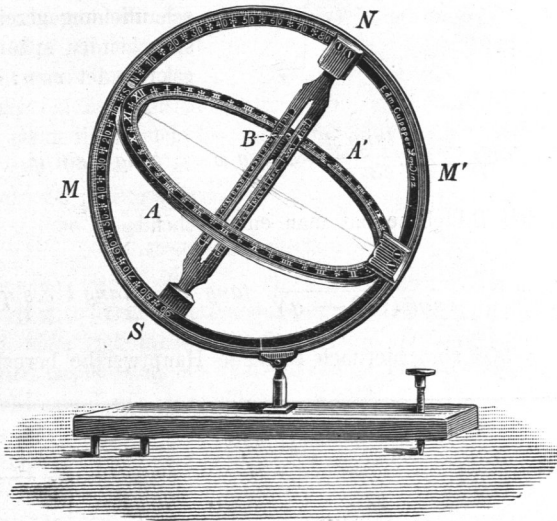
Die schattenauffangende Fläche kann dann beliebig gelegen und gestaltet sein, sie braucht nicht unbedingt eine Ebene zu sein. Hat man den schattenwerfenden Stab richtig nach der Erd- oder Himmelsachse orientirt, so kann man die Theilung des Zifferblattes rein empirisch machen, indem man nach anderweitiger Zeitbestimmung eine Uhr auf wahre Ortszeit stellt, und mit dieser Uhr in der Hand den Schatten verfolgend, etwa von 5 zu 5 Minuten einen Strich macht.

Die Aufstellung des Schattenstabs in der Meridianebene, und unter der Neigung φ gegen die Horizontalebene, ist eine Aufgabe, welche, etwa nach einer Magnetnadel bei bekannter magnetischer Declination und nach der aus einer Karte entnommenen geographischen Breite φ , wohl unmittelbar mechanisch ausgeführt werden kann; und in diesem Falle wird auch die erwähnte empirische Herstellung des Zifferblattes zu empfehlen sein. Wenn aber die Sonnenuhr möglichst genau werden soll, so ist eine mehr mathematisch-astronomische Behandlung am Platze.

Betrachten wir zuerst die theoretisch einfachsten Lagen der schattenauffangenden Ebene, so ist als erste zu nennen die Ebene rechtwinklig zur Erdachse, oder parallel zur Aequatorebene.

Die Schattenstrahlen werden hier für gleiche Zeiten gleiche Winkel bilden, man hat also lediglich den Umfang eines von der Mitte aus gezogenen Kreises in 24 gleiche Theile nebst passenden Unterabtheilungen zu theilen, um ein theoretisch richtiges Zifferblatt zu erhalten. Ist die Zifferblattebene materiell hergestellt (Blech, Kartenpapier etc.) und nicht durchsichtig, so muss sie oben und unten eine Theilung haben. Die obere Theilung wird im Sommerhalbjahr, die untere im Winterhalbjahr gebraucht. Beim Uebergang, zur Zeit der Aequinoctien, wird die Uhr undeutliche Angaben machen.

Fig. 1. Aequatorial-Sonnenuhr. (Durchmesser 20 cm.)



Eine andere Ausführung desselben Principis zeigt Fig. 1., welche nach einem älteren fein gearbeiteten Instrument unserer hannover'schen Sammlung hergestellt ist. (Inschrift: Edm. Culpeper Londini).

SN ist parallel der Himmelsachse, MM' stellt den Meridian und AA' den Aequator vor. Auf SN befindet sich, nach der Jahreszeit verstellbar, und um die Achse SN drehbar, ein Sonnenloch B , von welchem ein kleines Sonnenbildchen auf die Innenfläche des Aequatorringes AA' geworfen wird. Diese Innenfläche trägt die gleichförmige Stundentheilung, auf welcher die Tageszeit von 4 zu 4 Minuten an dem Sonnenbild-Kreisichen abgelesen wird.

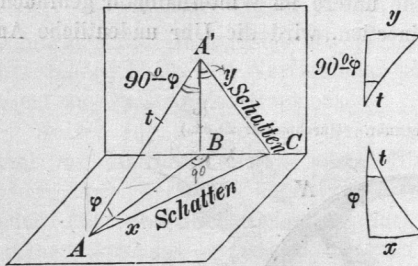
Nach diesem ersten und theoretisch einfachsten Princip betrachten wir eine horizontale und eine verticale von West nach Ost gerichtete Bildebene.

In Fig. 2. sind diese beiden Ebenen vereinigt. ABC ist die horizontale Bildebene und $A'BC$ die verticale Bildebene. AA' ist der

schattenwerfende Stab, dessen Verticalebene ABA' rechtwinklig zur Ebene $A'BC$ ist.

Zur Berechnung der Winkel x und y , welche die Schattenlinien AC und $A'C$ mit dem Meridian ABA' bilden, hat man in A

Fig. 2.
Sonnenuhr mit Horizontalebene und mit Verticalebene
im ersten Vertical.



ein rechtwinkliges Dreikant, dessen horizontale Kathete $= x$, dessen verticale Kathete $= \varphi$ und dessen an letzterer Kathete anliegender Winkel $= t$ (Stundenwinkel) ist. Aus diesem Dreikant, (oder dem zur Veranschaulichung gezeichneten entsprechenden sphärischen Dreieck) findet man:

$$\operatorname{tang} t = \frac{\operatorname{tang} x}{\sin \varphi}, \quad \operatorname{tang} x = \operatorname{tang} t \sin \varphi \quad (1)$$

an der verticalen Bildebene hat man entsprechend

$$\operatorname{tang} t = \frac{\operatorname{tang} y}{\sin (90^\circ - \varphi)}, \quad \operatorname{tang} y = \operatorname{tang} t \cos \varphi \quad (2)$$

Mit $\varphi = 50^\circ$ sind hiernach folgende Hauptwerthe berechnet:

t	x	$\operatorname{tang} x$	y	$\operatorname{tang} y$
0h = 0°	0° 0'	0,000	0° 0'	0,000
1 = 15	11 36	0,205	9 46	0,172
2 = 30	23 52	0,442	20 22	0,371
3 = 45	37 27	0,766	32 44	0,643
4 = 60	53 0	1,327	48 4	1,113
5 = 75	70 43	2,859	67 22	2,399
6 = 90	90 0	∞	90 0	∞
7 = 105	109 17	- 2,859	112 38	- 2,399
8 = 120	127 0	- 1,327	131 56	- 1,113

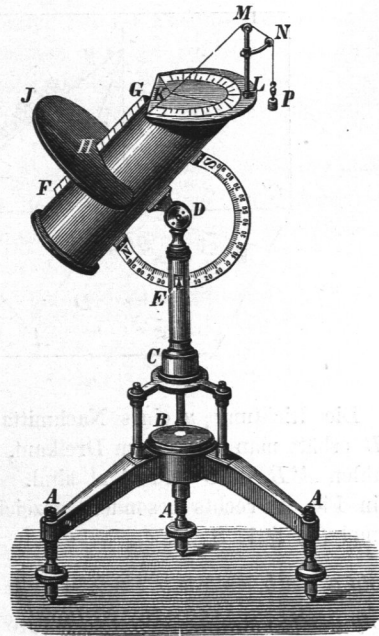
Ein System der horizontalen Schattenstrahlen von Fig. 2. für die Breite $\varphi = 48^\circ 47'$ von Stuttgart, findet man auf dem „Astronomischen Netz zur Bestimmung der Zeit etc. von Professor Riess in Stuttgart“. Es ist dieses ein Brettchen von 23 cm \times 21 cm, welches ausser den Schattenstrahlen noch die (um A Fig. 2. gezogenen) Kreise für constante Höhenwinkel und die Hyperbeln für constante Sonnendecinationen enthält. Obleich eine solche Zeichnung zunächst nur für eine gewisse Breite φ_0 gilt, kann man dieselbe Sonnenuhr doch auch für verschiedene Breiten φ brauchen, indem man die Bildebene dann nicht horizontal stellt,

sondern ihr eine Neigung gegen den Horizont $= \varphi - \varphi_0$ in der Richtung AB Fig. 2. gibt.

Eine andere Ausführung des Principes der Horizontalebene von Fig. 2. zeigt Fig. 3., welche wir aus der Zeitschrift für Instrumentenkunde 1881 S. 165 als Abbildung des „Skiostats von August“ entlehnen. (Verfertiger Ferdinand Erneck in Berlin.) Die schattenauffangende Ebene KL wird für eine Normalbreite φ_0 , welche bei E eingestellt wird, horizontal gemacht (Dosenlibelle bei B) und der schattenwerfende Faden KM wird parallel der Himmelsachse gestellt. Dann haben wir die Verhältnisse wie in Fig. 2. Für andere Breiten kann man die Einstellung bei E ändern, und KL ist dann nicht mehr horizontal, wohl aber KM noch parallel der Himmelsachse (wie bei dem Legebrett von Riess).

Als Beigabe dient der Tageszeiger HJ . Da die Scheibe HJ dem Himmelsäquator parallel ist, verschiebt sich ihr Schatten auf der Theilung FG entsprechend der Sonnendecination, und man kann auf FG eine Monats- und Tagesscala anbringen, die indessen an den Enden bei F und G sehr eng und undeutlich wird. Am 20. März und 23. September wirft die Scheibe JH keinen Schatten, d. h. die Theilung FG wird in H getroffen.

Fig. 3. Horizontal-Sonnenuhr.



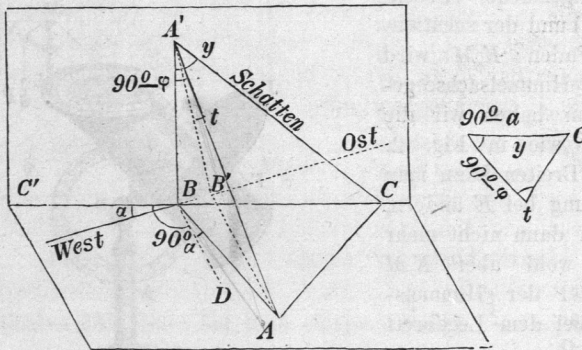
Zwar theoretisch weniger einfach, aber für die praktische Ausführung im Grossen viel mehr geeignet, ist die Aufzeichnung einer Schattenbild-Tafel auf einer verticalen Wand, welche nicht genau, aber ungefähr die Richtung West-Ost hat. Es ist dieses die bekannte Figur mit Schattenstab parallel der Himmelsachse, welche man allenthalben an Kirchenmauern Rathhäusern u. s. w. angebracht sieht.

Die Theorie gibt Fig. 4., in welcher ausser der verticalen Wandebene, auf welcher der Schatten entstehen soll, auch eine horizontale Ebene ABC angenommen ist, in welcher das Azimut a der Wand zur Anschauung kommt.

Es sei nämlich DB in der Horizontalebene die Normale zur Wand

$C'A'C$, in welcher $C'C$ eine Horizontale ist. AA' ist der Schattenstab und AB , BA' sind die Spuren der Meridianebene auf der Horizontal- und Verticalebene. Der Winkel $DBA = a$ ist also die Abweichung der Wandnormalen BD vom Meridian, d. h. das Azimut der Wand selbst, bezogen auf die West-Ost-Richtung. Man wird immer eine Wand aussuchen, bei welcher a möglichst klein ist.

Fig. 4. Sonnenuhr auf verticaler Wand mit dem Azimut a .



Die Richtung y eines Nachmittagsschattens $A'C$ gegen die Verticale $A'B$ erhält man aus einem Dreikant, dessen Spitze in A' und dessen drei Strahlen $A'B$, $A'C$ und $A'A$ sind. Das entsprechende sphärische Dreieck ist in Fig. 4. rechts besonders gezeichnet und gibt durch Anwendung der Formel (8) § 1. S. 2:

$$\begin{aligned} \cotg a \sin b &= \cos b \cos \gamma + \sin \gamma \cotg a \\ \cotg y \sin (90^\circ - \varphi) &= \cos (90^\circ - \varphi) \cos (90^\circ - a) \\ &\quad + \sin (90^\circ - a) \cotg t \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \cotg y \cos \varphi &= \sin \varphi \sin a + \cos a \cotg t \\ \cotg y &= + \sin a \tan \varphi + \frac{\cos a}{\cos \varphi} \cotg t \quad (\text{Nachmittag}) \end{aligned} \quad (4)$$

Diese Gleichung gilt für den Nachmittag, wobei der Stundenwinkel t vom Mittag gegen Abend gezählt ist.

Für den Vormittag gilt eine ähnliche Gleichung, wenn der Stundenwinkel vom Mittag an rückwärts gezählt wird; an Stelle von $90^\circ - a$ tritt dann in dem sphärischen Dreieck $90^\circ + a$ auf, was in (3) berücksichtigt, statt (4) nun gibt:

$$\cotg y = - \sin a \tan \varphi + \frac{\cos a}{\cos \varphi} \cotg t \quad (\text{Vormittag}) \quad (5)$$

Wenn das Wandazimut a sein Zeichen ändert, d. h. wenn die Wand nach der anderen Seite, als in Fig. 4. angenommen ist, von der West-

Ost-Richtung abweicht, so bleiben die Formeln (4) und (5) an sich bestehen, gelten dann aber für verwechselten Vormittag und Nachmittag. Man kann auch statt (4) und (5) eine gemeinsame Formel schreiben:

$$\cotg y = \sin a \tan \varphi + \frac{\cos a}{\cos \varphi} \cotg t \quad (6)$$

wo t Nachmittags positiv, Vormittags negativ und mit entsprechenden Vorzeichen auch y gezählt wird.

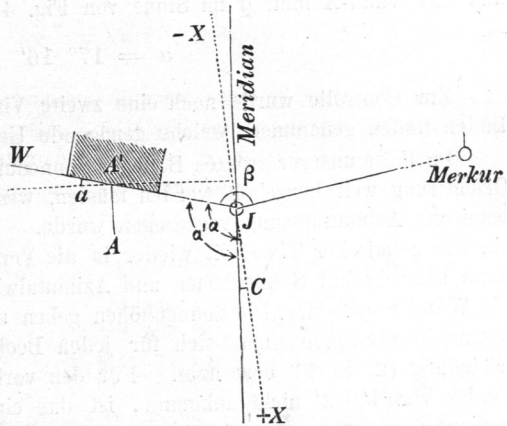
Zur weiteren Veranschaulichung aller bei der Ausführung einer solchen Anlage vorkommenden Einzelheiten nehmen wir das Beispiel einer im Jahr 1871 in Baden-Baden an der v. Plessen'schen Villa und einer ähnlichen im Jahr 1877 ebenfalls in Baden-Baden vom Verfasser eingerichteten Sonnenuhr.

Von den beiden astronomischen Elementen, Breite φ und Azimut a der Wand wird man die Breite für den vorliegenden Zweck immer hinreichend genau aus einer topographischen oder auch nur aus einer geographischen Karte abstechen. Für Baden-Baden ergab sich so $\varphi = 48^\circ 46'$.

Für die Bestimmung des Azimuts a der Wand hat man zwei Mittel: entweder trigonometrische Orientierung nach der Landesvermessung oder unmittelbare astronomische Messung.

In dem Falle unserer ersten Badener Sonnenuhr gab sich die trigonometrische Orientierung nach Fig. 5. sehr einfach. In die Verlängerung der Wandebene $W A'$ wurde ein Theodolit J gestellt, und mit demselben der Brechungswinkel β zwischen der Wandvisur JW und der Visur JM nach dem trigonometrisch gegebenen 3 Kilometer entfernten Merkurthurm gemessen. Die Coordinaten des Standpunktes J wurden aus dem Kataster-Uebersichtsplan in 1 : 10 000 für den vorliegenden Zweck hinreichend genau abgestochen. Wir haben hiernach in dem badischen System, mit dem Ursprung Mannheim, $+x$ nach Süden, $+y$ nach Westen:

Fig. 5. Trigonometrische Orientierung der Wand W .



Merkur	$y' = + 13\ 170\ \text{m}$	$x' = + 80\ 285\ \text{m}$
Punkt J	$y = + 16\ 125$	$x = + 81\ 144$
Differenzen	$y' - y = - 2\ 955\ \text{m}$	$x' - x = - 859\ \text{m}$

Man berechnet daraus:

$$\text{tang } (JM) = \frac{y' - y}{x' - x}, \quad (JM) = 253^{\circ} 47' \text{ von Süd über West.}$$

Gemessen ist der Brechungswinkel $\beta = 146^{\circ} 21'$, also ist

$$(JW) = (JM) - \beta = 253^{\circ} 47' - 146^{\circ} 21' = 107^{\circ} 26' = \alpha$$

Das ist der Richtungswinkel der Wand, bezogen auf die X-Achse des Landesvermessungs-Systems; zur Reduction auf das astronomische Azimut braucht man die Meridianconvergenz, welche nach Jordan, Handb. d. Verm. II S. 283 ist:

$$\alpha' - \alpha = - \frac{y}{R} \varrho \text{ tang } \varphi, \text{ oder } \alpha - \alpha' = + \frac{y}{R} \varrho \text{ tang } \varphi = C$$

wo R der Querkrümmungshalbmesser ist; für $\varphi = 48^{\circ} 46'$ ist $\log R = 6.80546$, mit dem obigen $y = + 16125^m$ gibt dieses $C = + 10'$, es ist also jetzt $\alpha' = 107^{\circ} 26' - 10' = 107^{\circ} 16'$ im Sinne von Fig. 5., und das Wand-Azimut a im Sinne von Fig. 4. S. 150 ist:

$$a = 17^{\circ} 16' \quad (7)$$

Zur Controlle wurde noch eine zweite Visur auf den Kirchthurm von Baden-Baden genommen, welche genügende Uebereinstimmung gab.

Im Falle unserer zweiten Badener Sonnenuhr hätte die trigonometrische Orientirung weit hergeholt werden müssen, weshalb eine unmittelbare astronomische Azimutmessung vorgezogen wurde. Es wurde zu diesem Zweck ein astronomischer Theodolit wieder in die Verlängerung der Wand gestellt, dann abwechselnd Sonnenhöhen und Azimutwinkel auf die Sonne und auf die Wand gemessen. Die Sonnenhöhen geben nach § 13. die Uhr correction, worauf das Sonnenazimut sich für jeden Beobachtungsmoment t nach der Gleichung (2) S. 11 berechnet. Für den vorliegenden Zweck, wo es auf Fehler von $1'-2'$ nicht ankommt, ist das eine leichte Messung und Berechnung.

Betrachten wir also die Breite φ und das Wandazimut a als gegeben, und zwar für unser erstes Beispiel, welchem die Figur 4. S. 150 entspricht,

$$\varphi = 48^{\circ} 46' \quad a = 17^{\circ} 16' \quad (8)$$

so hat man die Richtungswinkel y der Schattenstrahlen mit der Verticalen nach den Formeln (4) (5) oder (6) zu berechnen, d. h. man hat mit Einsetzung von (8) in (4) und (5)

$$\begin{aligned} \text{Vormittags } \cotg y &= - 0,33866 + 1,4488 \cotg t \\ \text{Nachmittags } \cotg y &= + 0,33866 + 1,4488 \cotg t \end{aligned}$$

Die Strahlen wurden in ein Rechteck von 1^m horizontaler Breite und 0,7^m Höhe, als in einen festen Coordinaten-Rahmen, eingetragen und daher nach Fig. 6. (s. unten) die Functionen

$$X = 0,7^m \tan y \quad Y = 0,5^m \cotg y$$

soweit sie zum Auftragen brauchbar sind, berechnet, und zwar von 5 zu 5 Zeitminuten. Die Hauptwerthe dieser Berechnung, von Stunde zu Stunde, sind:

Vormittag			Nachmittag		
Zeit	X	Y	Zeit	X	Y
VI $t = 6^h = 90^0$	VII $t = 7^h = 105^0$..	-0,025 m
VII $t = 5 = 75$..	0,025 m	VI $t = 6 = 90$..	+0,169
VIII $t = 4 = 60$..	0,249	V $t = 5 = 75$..	0,363
IX $t = 3 = 45$	0,631 m	0,555	IV $t = 4 = 60$	0,596 m	0,588
X $t = 2 = 30$	0,923	1,085	III $t = 3 = 45$	0,392	0,894
XI $t = 1 = 15$	0,138	..	II $t = 2 = 30$	0,246	..
XII $t = 0 = 0$	0,000	..	I $t = 1 = 15$	0,122	..
			XII $t = 0 = 0$	0,000	..

Nun fehlen nur noch die Bestimmungsmaasse für den Schattenstab. Hiezu diene das Dreikant $AA'B B'$ von Fig. 4. Es ist $A'B = 0,800$ m bis zum unteren Rand angenommen, dann wird

$$BA = 0,800 \cotg \varphi = 0,7012 \text{ m}, \quad AA' = 0,800 \operatorname{cosec} \varphi = 1,0637 \text{ m}$$

$$AB' = AB \cos a = 0,6696 \text{ m} \quad BB' = AB \sin a = 0,2082 \text{ m}.$$

Zur Controlle noch $A'B'$ als Hypotenuse = 0,8266 m.

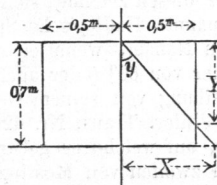
Damit hat der Mechaniker genügende Maasse um dem Stab die richtige Stellung zu geben.

Die mechanische Ausführung geschah auf einer Blechtafel, welche nachher an die Wand angeschraubt wurde.

Diese Ausführung ist kostspieliger als die Frescomalung auf die Wand selbst, hat aber den Vortheil, dass alle Constructionen bequemer und damit auch genauer werden.

Fig. 7. zeigt die fertige Sonnenuhr nach einer Photographie. Das Intervall für 5 Minuten ist an der engsten Stelle etwa 1 cm breit, und lässt, trotz der Unsicherheit des Halbschattens, noch Schätzung von 1—2 Minuten zu. Spätere

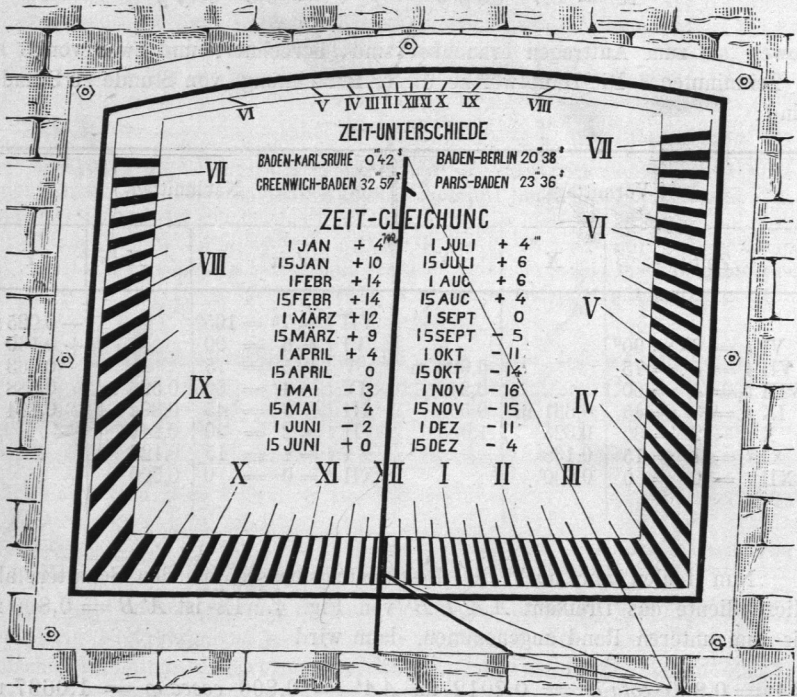
Fig. 6.
Coordinatennetz zu Fig. 6. 7



1—2 Minuten zu. Spätere

Vergleichungen haben ergeben, dass die Sonnenuhr allerdings innerhalb dieser Genauigkeit richtig „geht“.

Fig. 7. Sonnenuhr an einer verticalen Wand von W. N. W. nach O. S. O.



§ 28. Der Spiegelsextant.

Geschichtliches. Bohnenberger berichtet in seiner „Anleitung zur geographischen Ortsbestimmung“, Göttingen 1795, auf S. 57—61 Folgendes: „Da zur See feste Aufstellung von Instrumenten nicht angeht, so sind zur Anstellung astronomischer Beobachtungen auf der See verschiedene Werkzeuge ausgedacht worden. Unter diesen zeichnet sich vorzüglich der nach seinem Erfinder, Johann Hadley, sogenannte Hadley'sche Spiegelsextant oder Spiegelsextant aus. Er bekommt den ersten Namen, wenn er ein Kreisabschnitt von 45°, den zweiten, wenn er ein solcher von 60° (oder auch etwas mehr, meist 70°) ist. Hadley legte die erste Beschreibung von seinem Octanten im Mai 1731 der königlichen Societät in London vor (Philos. Trans. Nr. 420), deren Vicepräsident er war, und erklärte die Grundsätze, auf welche er gebaut ist. Sein erster Octant war von Holz, er liess nachher einen zweiten von Messing machen (Philos. Trans. Nr. 425), mit welchem Versuche zur See angestellt wurden, welche die Brauchbarkeit dieses Instrumentes an den Tag legten. Demungeachtet verfloßen wenigstens zwanzig Jahre bis dieses vortreffliche Werkzeug in Gebrauch kam.

Einige Jahre nachher, nämlich im Jahre 1742, wurde unter den hinterlassenen Papieren Hadley's eine Handschrift Newton's gefunden, welche eine Zeichnung und