

$$\begin{aligned}
 a &= 360^\circ - a' \\
 a \cos \varphi &= -v - \frac{uv}{\rho} \operatorname{tang} \varphi - \frac{u^2 v}{3 \rho^2} (1 + 3 \operatorname{tang}^2 \varphi) + \frac{v^3}{3 \rho^2} \operatorname{tang}^2 \varphi \\
 &\quad - \frac{u^3 v}{3 \rho^3} \operatorname{tang} \varphi (2 + 3 \operatorname{tang}^2 \varphi) + \frac{u v^3}{3 \rho^3} \operatorname{tang} \varphi (1 + 3 \operatorname{tang}^2 \varphi) \\
 &\quad - \frac{u^4 v}{15 \rho^4} (2 + 15 \operatorname{tang}^2 \varphi + 15 \operatorname{tang}^4 \varphi) - \frac{v^5}{15 \rho^4} \operatorname{tang}^2 \varphi (1 + 3 \operatorname{tang}^2 \varphi) \\
 &\quad + \frac{u^2 v^3}{15 \rho^4} (1 + 20 \operatorname{tang}^2 \varphi + 30 \operatorname{tang}^4 \varphi)
 \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} a \cos \varphi \\ & \\ & \\ & \\ & \end{aligned}} \right\} (18)$$

Wenn man auf 0,01'' genau rechnen will, so genügt (in unseren Breiten) bei der Breite die vierte Ordnung, beim Azimut die fünfte Ordnung.

Man kann unsere Formeln (17) und (18) durch die Vergleichung mit Helmert, Höhere Geodäsie I S. 298, controlliren, indem man dort  $\delta = 0$  setzt,  $u = -u$  nimmt, und beim Azimut  $a$  auch noch im Ganzen das Zeichen ändert.

## § 26. Gnomon und Dipleidoskop.

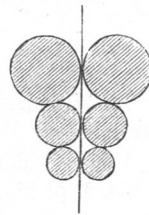
Die einfachste und für alle bürgerlichen Zwecke hinreichende tägliche Mittagszeitbestimmung erhält man durch eine unter dem Namen „Gnomon“ schon im Alterthum und im Mittelalter bekannte Vorrichtung, welche in den Instrumentensälen in Karlsruhe und in Hannover in folgender einfacher Form von uns angeordnet wurde:

Auf dem Fussboden ist eine 1 cm breite Meridianlinie gezogen (2 mm tief in den Boden mit Nuthobel eingehobelt) und an dem Fenster, welches gegen Süden in diesem Meridian liegt, sind in der Höhe von 4 Meter mehrere aus schwarzem Papier ausgeschnittene Kreise von 10—20 cm Durchmesser in der Anordnung von Fig. 1. auf die Glasscheibe aufgeklebt. Diese Kreise mit ihren Zwischenräumen geben eine symmetrische Schattenfigur, deren Bewegung, über die Meridianlinie hinweg, auf dem Fussboden beobachtet wird. Wenn die Schattenfigur symmetrisch zum Meridian liegt, ist wahrer Mittag.

Allerdings ist die Schattenfigur wegen des Halbschattens sehr verschwommen, doch lässt sich eine Genauigkeit von einigen Zeitsecunden leicht erreichen, wie aus den nachher mitzutheilenden Vergleichen mit dem Passage-Instrument hervorgehen wird.

Was die Ziehung der Meridianlinie auf dem Fussboden betrifft, so besteht das nächstliegende astronomische Mittel darin, dass man anderwärts, z. B. aus einzelnen Sonnenhöhen oder aus correspondirenden Sonnenhöhen (§ 13. und § 16.), die Zeit bestimmt, mit dieser Zeitbestimmung und mit der Zeitgleichung den Uhrstand berechnet, welcher der Culmi-

Fig. 1.  
Schattenwerfende Figur.



nation entspricht, und dann, mit der Uhr in der Hand, die Schattenfigur verfolgt. Im Moment der berechneten Culmination macht man einen Kreidestrich auf den Boden, und schlägt einen Nagel dazu. Hat man mehrere solcher Nägel allmählig in genügend gerader Linie erhalten, so wird man mit einer gespannten Schnur die Punkte gegenseitig ausgleichen, und die Linie definitiv ziehen (mit Nuthobel einhobeln).

Hat man geodätische Orientirung (mit Rücksicht auf Meridian-Convergenz), so ist die Einweisung des Meridians mit einem kleinen Theodolit noch viel einfacher; die astronomische Zeitbestimmung dient dann als Probe.

Zu verschiedenen Jahreszeiten ist die Schattenstelle auf dem Boden sehr verschieden. Für die Mittelbreite  $50^{\circ}$  hat man im Sommer die Sonnenhöhe  $90^{\circ} - 50^{\circ} + 23^{\circ} = 63^{\circ}$  und im Winter  $90^{\circ} - 50^{\circ} - 23^{\circ} = 17^{\circ}$ , also bei 4 Meter Höhe der schattenwerfenden Figur über dem Boden ist der horizontale Abstand der Schattenfigur im Sommer  $= 4^m \cotg 63^{\circ} = 2,0^m$  und im Winter  $= 4^m \cotg 17^{\circ} = 13,1^m$ , so dass im Sommer der Schatten nahe ans Fenster, im Winter, wenn der Saal nicht sehr lang ist, an die jenseitige Wand fällt.

Man könnte auch auf den Fussboden, ausser dem Meridian selbst, die Curve für die Zeitgleichung aufzeichnen, um sofort die Zeit des mittleren Mittags abzulesen. Die Curve wird lemniskaten- $(\infty)$ förmig, am Anfang und am Ende würde der Gebrauch für den angegebenen Zweck unsicher. Einige so erhaltene Mittagsbestimmungen wurden mit der genaueren Zeitbestimmung durch das Passage-Instrument verglichen, wie folgende Zusammenstellung zeigt:

Tag	Correction des Gnomons
22. Februar 1885	+ 12 <sup>s</sup>
25. " "	+ 9
27. " "	+ 4
8. März "	+ 12
10. " "	+ 8
13. " "	+ 12
Mittel	+ 10 <sup>s</sup>

Das Gnomon zeigt den wahren Mittag im Mittel um 10 Secunden zu früh.

Einige andere Vergleichen dieser Art werden wir nachher zusammen mit den Dipleidoskop-Vergleichen bringen.

Ein zweites Mittel für populäre Mittags-Zeitbestimmung ist das Dipleidoskop, dessen äusserer Anblick durch die folgenden zwei Zeichnungen gegeben ist, und zwar Fig. 2. ohne Fernrohr, Fig. 3. mit Fernrohr (Seite 143).

Das Dipleidoskop ist ein von dem englischen Mechaniker Dent erfundenes Instrument zur Bestimmung der Sonnen-Culmination. Nach der vom Erfinder hierüber veröffentlichten Schrift: „A description of the Dipleidoscope; or double reflecting meridian and altitude instrument etc.

by Edward J. Dent, F. R. A. S., Assoc. I. C. E. etc. published by the author, London 1860“, 24 S. 8<sup>o</sup>, und nach dem in der Hannoveraner

Fig. 2. Dipleidoskop.

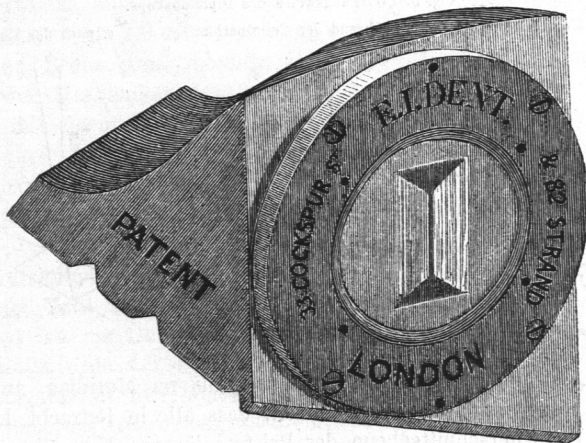
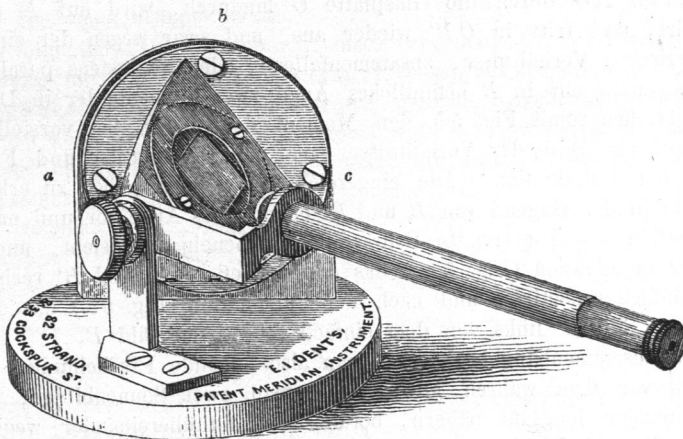


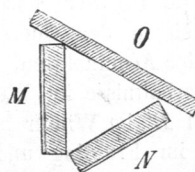
Fig. 3. Dipleidoskop mit Fernrohr.



geodätischen Sammlung befindlichen Exemplar eines Dipleidoskops erhalten wir folgende Darstellung:

Das Instrument besteht aus 3 planparallelen Glasplatten *MNO* Fig. 4., welche in Form eines gleichseitigen Prismas vereinigt sind. *M* und *N* sind aussen mit Staniol belegt, wirken also innen als ebene Spiegel. *O* ist eine hellblaue Glasplatte, welche an der Vorderfläche reflectirt, zugleich aber das Licht durchlässt. *M* wird beim Gebrauch in die Meridianebene gebracht.

Fig. 4.  
Querschnitt des Dipleidoskops  
(1/2 natürl. Grösse.)



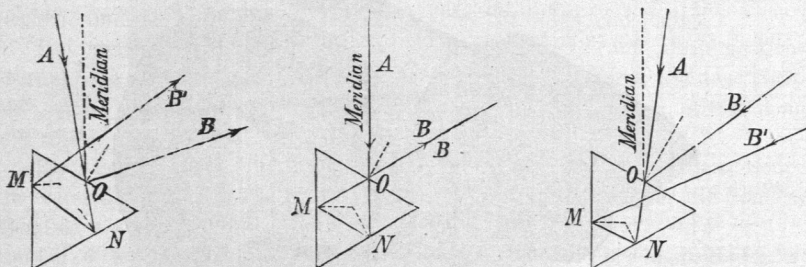
Die Anwendung des Instruments zur Mittagsbestimmung zeigen die drei Theile von Fig. 5., wo die Ebene  $M$  in den Meridian gebracht ist.

Fig. 5. Wirkungsweise des Dipleidoskops.

a. vor der Culmination.

b. während der Culmination.

c. nach der Culmination.



In Fig. 5 b. ist der Sonnenstrahl  $AO$  ebenfalls im Meridian, auch sei der Einfachheit wegen zunächst angenommen, dass alle in Betracht kommenden Strahlen in der Querschnittsebene des Prismas liegen. Nun gibt in 5 b. der Strahl  $AO$  auf der Vorderseite von  $O$  eine Reflexion  $OB$ ; ausserdem geht der Strahl  $AO$  durch die Glasplatte  $O$  hindurch, wird auf  $N$  und  $M$  reflectirt, und tritt in  $OB'$  wieder aus, und zwar wegen der einfachen geometrischen Verhältnisse, zusammenfallend, oder wenigstens parallel mit  $OB$ , so dass ein in  $B$  befindliches Auge zwei Sonnenbilder in Deckung sieht. Indem somit Fig. 5 b. den Moment der Culmination vorstellt, gibt Fig. 5 a. ein Bild der Verhältnisse vor der Culmination und Fig. 5 c. nach der Culmination. Die eingezeichneten Linien geben zu erkennen, dass ein in der Gegend von  $B$  und  $B'$  befindliches Auge vor und nach der Culmination zwei getrennte Sonnenbilder nebeneinander sieht, und zwar vor der Culmination (Fig. 5 a.) das doppelt reflectirte Bild  $B'$  rechts von dem einfach reflectirten und nach der Culmination (Fig. 5 c.) das doppelt reflectirte Bild  $B'$  links von dem einfach reflectirten Bild  $B$ .

Im Zusammenhang beobachtet man also folgende Erscheinung: Einige Minuten vor dem wahren Mittag sieht man zwei Sonnenbilder, welche sich einander langsam nähern, berühren, dann übereinander weglafen, zum zweitenmal berühren und wieder auseinandergehen. Dem Moment der Culmination entspricht die völlige gegenseitige Bedeckung, welche aber weniger genau beobachtet werden kann, als die Berührung, weshalb das arithmetische Mittel der Zeitpunkte für erste und zweite Berührung als beste Bestimmung der Culmination zu betrachten ist.

Die bei der Theorie von Fig. 5. gemachte Voraussetzung, dass die Strahlen in der Querschnittsebene des Prismas liegen, ist nur etwa zur Zeit der Aequinoktien, im Allgemeinen aber nicht, erfüllt, dennoch bleiben die Verhältnisse im Wesentlichen dieselben, es treten jedoch die Strahlen  $B$  und  $B'$  im Winter höher und im Sommer tiefer aus als in den Normallagen im Frühling und Herbst. Hierauf ist bei der Aufstellung des In-

strumentes Rücksicht zu nehmen, wenn man z. B. das Instrumentchen auf einer Fensterbank befestigt, so muss man im Hochsommer den Kopf auf diese Bank selbst legen, um die unter kleinen Höhenwinkeln austretenden Strahlen mit dem Auge zu finden. Aus diesem Grunde empfiehlt sich eine nach rechts (Westen) unbeeugte Aufstellung.

Bei der Beobachtung braucht man ein Blendglas (welches dem Instrument vom Mechaniker beigegeben ist). Statt mit freiem Auge kann man auch mit einem Fernrohr, z. B. Operngucker, beobachten, wodurch die Genauigkeit gesteigert wird. Ein solches Fernrohr kann in freier Hand gehalten oder auch in feste Verbindung mit dem Dipleidoskop gebracht werden, wie Fig. 3. (s. oben S. 143) nach der Dent'schen Broschüre andeutet.

Die Aufstellung des Dipleidoskops geschieht durch Vermittlung einer anderweitigen Zeitbestimmung. Man wird das Instrument vorläufig befestigen, und mit der Uhr in der Hand den vorausberechneten Moment des wahren Mittags, d. h. der Deckung der Bilder, oder mit Rücksicht auf die halbe Durchgangszeit den Moment der ersten oder zweiten Berührung abwarten, darnach das Instrument rasch einrichten, und endgültig festschrauben. Die Einstellung wird niemals so genau sein können, als die nachfolgende Controlle, mit welcher man dann den übrig gebliebenen Aufstellungsfehler noch in Rechnung bringen kann.

In folgender Tabelle geben wir einige Vergleichen der Culminationsbestimmung an dem oben S. 141 Fig. 1. beschriebenen Gnomon, und an dem Dipleidoskop, mit den Angaben des Passage-Instrumentes. Die Uhr, an welcher abgelesen wurde, ist von etwa 8 zu 8 Tagen durch das Passage-Instrument controllirt und überträgt somit die wahre Culminationszeit auf die Zwischentage, an welchen das Gnomon und das Dipleidoskop abgelesen wurden, auf 1 Secunde genau. Die Vorzeichen folgender Tabelle sind im Sinne von Verbesserungen angesetzt, d. h. das Gnomon zeigt den wahren Mittag im Mittel um 6 Sekunden zu früh.

Tag	Gnomon	Dipleidoskop
14. Juni 1884	+ 8 <sup>s</sup>	- 12 <sup>s</sup>
28. " "	+ 14	- 2
30. " "	.	+ 5
1. Juli	.	+ 11
3. " "	+ 4	+ 7
4. " "	+ 3	+ 10
5. " "	+ 4	+ 14
8. " "	+ 5	+ 15
9. " "	.	+ 21
Mittel	+ 6 <sup>s</sup>	

Der Verlauf der Dipleidoskop-Correctionen deutet auf veränderliche Fehlerursachen.

Dass das Gnomon hier eine um  $4^{\circ}$  kleinere Correction hat, als bei der oben S. 142 mitgetheilten Vergleichung, hat in einer veränderten Benützung der Schattenfigur seinen Grund.

Die Vergleichung der gegenseitigen Vorzüge und Nachtheile des Gnomons und des Dipleidoskops fällt nach unserer Ansicht zu Gunsten des Gnomons aus. Die Herstellung einer Einrichtung wie die oben bei Fig. 1. S. 141 beschriebene, kostet so viel wie Nichts, das Dipleidoskop kostet 42 Mark. Die Genauigkeit der Beobachtung ist nahezu die gleiche; die Unveränderlichkeit der Vorrichtung selbst und ihrer Correctionselemente spricht zu Gunsten des Gnomons.

Ausser für den ersten astronomischen Unterricht und für den Liebhaber der Astronomie sind solche Hilfsmittel, die man auch noch in anderer Form herstellen kann (von denen aber eine Meridianlinie auf dem Boden mit einer Schattenmarke das einfachste ist), auch praktisch in mancher Beziehung bequem, z. B. zeigt unser beim Passage-Instrument angebrachtes Fussboden-Schattenbild immer auf einen Blick, wann es Zeit ist, zu einer genauen Sonnenbeobachtung an das Passage-Instrument zu treten.

## § 27. Sonnenuhren.

Die Construction der meisten Sonnenuhren beruht auf der Befestigung einer schattenwerfenden Geraden (Stab oder Kante) parallel der Erdachse, so dass für denselben Stundenwinkel der Schatten dieser Geraden immer in ein und dieselbe Ebene fällt, unabhängig von der Declination der Sonne, d. h. von der Jahreszeit.

Die schattenauffangende Fläche kann dann beliebig gelegen und gestaltet sein, sie braucht nicht unbedingt eine Ebene zu sein. Hat man den schattenwerfenden Stab richtig nach der Erd- oder Himmelsachse orientirt, so kann man die Theilung des Zifferblattes rein empirisch machen, indem man nach anderweitiger Zeitbestimmung eine Uhr auf wahre Ortszeit stellt, und mit dieser Uhr in der Hand den Schatten verfolgend, etwa von 5 zu 5 Minuten einen Strich macht.

Die Aufstellung des Schattenstabs in der Meridianebene, und unter der Neigung  $\varphi$  gegen die Horizontalebene, ist eine Aufgabe, welche, etwa nach einer Magnetnadel bei bekannter magnetischer Declination und nach der aus einer Karte entnommenen geographischen Breite  $\varphi$ , wohl unmittelbar mechanisch ausgeführt werden kann; und in diesem Falle wird auch die erwähnte empirische Herstellung des Zifferblattes zu empfehlen sein. Wenn aber die Sonnenuhr möglichst genau werden soll, so ist eine mehr mathematisch-astronomische Behandlung am Platze.

Betrachten wir zuerst die theoretisch einfachsten Lagen der schattenauffangenden Ebene, so ist als erste zu nennen die Ebene rechtwinklig zur Erdachse, oder parallel zur Aequatorebene.