

§ 23. Azimetbestimmung durch den Polarstern.

Wenn man die Declination δ und den Stundenwinkel t eines Sterns kennt, so lässt sich für eine gegebene Breite φ das Azimet des Sterns berechnen, und wenn man in dem betreffenden Zeitpunkt den Azimutwinkel zwischen dem Stern und einem geodätischen Zielpunkt mit einem Theodolit misst, so erhält man durch Zufügen dieses Winkels zu dem berechneten Azimet des Sterns auch das Azimet des geodätischen Zielpunktes. Die Beziehung zwischen φ , t und $p = 90^\circ - \delta$ einerseits und dem Azimet a andererseits erhält man durch Anwendung der sphärisch-trigonometrischen Formel (8) § 1. S. 2 auf das astronomische Dreieck § 4. Wir haben diese Anwendung schon bei Fig. 2. und Fig. 3. § 4. S. 11 ausgeführt und in (2) S. 11 die Formel gefunden:

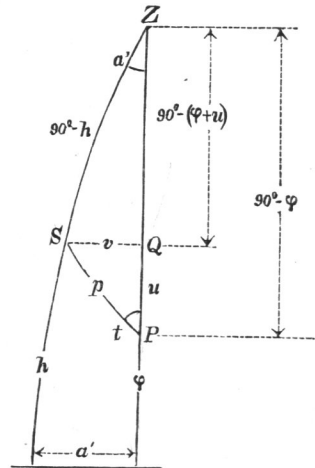
$$\cotg a = \frac{\sin \varphi \cos t - \text{tang } \delta \cos \varphi}{\sin t} \quad (1)$$

Dabei ist das Azimet a von Süden nach Westen gezählt (Fig. 1. S. 10), da indessen $\cotg (a \pm 180^\circ) = \cotg a$ ist, so kann man in (1) auch das Azimet a von Norden nach Osten zählen, wie wir für den Polarstern annehmen wollen.

Die Formel (1) lässt sich unmittelbar auf jeden Stern, auch auf die Sonne, anwenden. Wir behandeln jedoch nun den Fall des Polarsterns besonders, weil dieser Stern wegen seiner langsamen Bewegung sich zur Azimetmessung besonders eignet. Da der Polabstand $p = 90^\circ - \delta$ beim Polarstern besonders klein ist, empfiehlt es sich, statt der geschlossenen Formel (1) eine Reihenentwicklung anzuwenden.

Unter Verweisung auf § 25., wo diese Reihenentwicklung allgemeiner betrachtet werden wird, nehmen wir hier eine geometrisch anschauliche Behandlung in zwei Abstufungen. Hiezu dient Fig. 1., welche im Wesentlichen wieder die Verhältnisse von Fig. 1. § 22. S. 118 vorführt.

Fig. 1.
Astronomisches Dreieck ZPS des Polarsterns S.



Wenn $SQ = v$ auf dem Meridian PZ rechtwinklig ist, so bestehen die Gleichungen:

$$\text{tang } u = \text{tang } p \cos t \quad \sin v = \sin p \sin t \quad (2)$$

$$\text{tang } a' = \frac{\text{tang } v}{\sin [90^\circ - (\varphi + u)]} = \frac{\text{tang } v}{\cos (\varphi + u)} \quad (3)$$

Wenn man zunächst Fehler von 1'' bis 2'' vernachlässigt, so braucht man die Glieder dritter Ordnung nicht zu berücksichtigen, und hat dann aus (2) und (3):

$$u = p \cos t \quad v = p \sin t \quad (4)$$

$$a' = \frac{v}{\cos \varphi - u \sin \varphi} = \frac{v}{\cos \varphi} \frac{1}{(1 - u \tan \varphi)}$$

$$a' = \frac{v}{\cos \varphi} (1 + u \tan \varphi)$$

und mit Einsetzung von (4):

$$a' = \frac{p \sin t}{\cos \varphi} + \frac{p^2}{\cos \varphi} \tan \varphi \sin t \cos t \quad (5)$$

Nach Fig. 1 ist a' das von Norden nach Westen (links) gezählte Azimut, führt man statt dessen das nach Osten (rechts) gezählte Azimut a ein, welches auch in Gleichung (1) benützt ist (und fügt man zugleich in (5) im zweiten Glied den Nenner ϱ zu, um vom analytischen aufs geometrische Maass überzugehen), so erhält man aus (5):

$$a = - \frac{p \sin t}{\cos \varphi} - \frac{p^2}{\varrho} \frac{1}{\cos \varphi} \tan \varphi \sin t \cos t \quad (6)$$

Für die nächsten 10 Jahre hat man für das zweite Glied:

Jahr	$\log \frac{p^2}{\varrho}$		Jahr	$\log \frac{p^2}{\varrho}$	
	in Minuten	in Secunden		in Minuten	in Secunden
1885	0.2509	2.0290	1890	0.2331	2.0113
1886	0.2474	2.0255	1891	0.2297	2.0179
1887	0.2438	2.0220	1892	0.2261	2.0043
1888	0.2403	2.0184	1893	0.2225	2.0006
1889	0.2367	2.0149	1894	0.2188	1.9970
1890	0.2331	2.0113	1895	0.2152	1.9934

Die Formel (6) ist noch nicht auf 1'' — 2'' genau, wir führen deshalb die Reihenentwicklung bis zur dritten Potenz weiter, und erhalten damit aus (2) und (3):

$$u + \frac{u^3}{3} = \left(p + \frac{p^3}{3} \right) \cos t \quad v - \frac{v^3}{6} = \left(p - \frac{p^3}{6} \right) \sin t \quad (7)$$

erste Näherungen, wie bei (4):

$$\begin{aligned} u &= p \cos t + p^3 \dots & v &= p \sin t + p^3 \dots \\ u^3 &= p^3 \cos^3 t + p^5 \dots & v^3 &= p^3 \sin^3 t + p^5 \dots \end{aligned} \quad (8)$$

Diese Näherungen (8) wieder in (7) eingesetzt, geben:

$$u = p \cos t + \frac{p^3}{3} \cos t \sin^2 t \quad v = p \sin t - \frac{p^3}{6} \sin t \cos^2 t \quad (9)$$

Nun kommt die höhere Entwicklung von (3):

$$a' + \frac{a'^3}{3} = \frac{v + \frac{v^3}{3}}{\cos \varphi - u \sin \varphi - \frac{u^2}{2} \cos \varphi}$$

$$a' + \frac{a'^3}{3} = \frac{v + \frac{v^3}{3}}{\cos \varphi} \frac{1}{1 - u \tan \varphi - \frac{u^2}{2}}$$

$$a' + \frac{a'^3}{3} = \left(v + \frac{v^3}{3} \right) \frac{1}{\cos \varphi} \left(1 + [u \tan \varphi + \frac{u^2}{2}] + [u \tan \varphi - \dots]^2 \right) \quad (10)$$

$$\text{erste Näherung } a' = \frac{v}{\cos \varphi} + \dots \quad a'^3 = \frac{v^3}{\cos^3 \varphi} + \dots$$

Setzt man diesen letzten Werth a'^3 in (10), und ordnet mit Weglassung aller Potenzen über der dritten, so erhält man:

$$a' = \frac{v}{\cos \varphi} \left(1 + u \tan \varphi + \frac{u^2}{2} + u^2 \tan^2 \varphi - \frac{v^2}{3} \tan^2 \varphi \right)$$

Setzt man hier im Gliede vor der Klammer für v seinen Werth aus (9), und in der Klammer die ersten Näherungen $u = p \cos t$, $v = p \sin t$, so erhält man:

$$a' \cos \varphi = p \sin t - \frac{p^3}{6} \sin t \cos^2 t$$

$$+ p^2 \sin t \cos t \tan \varphi$$

$$+ \frac{p^3}{2} \cos^2 t \sin t + p^3 \cos^2 t \tan^2 \varphi \sin t - \frac{p^3}{3} \sin^3 t \tan^2 \varphi$$

nach Potenzen von p geordnet, zugleich mit Zusetzung der nöthigen ϱ und mit Zählung von Nord nach Ost (nach rechts) d. h.

$$a = 360^0 - a' = - a':$$

$$a = - \left. \begin{aligned} & \frac{p \sin t}{\cos \varphi} - \frac{p^2}{\varrho} \frac{\tan \varphi}{\cos \varphi} \sin t \cos t \\ & - \frac{p^3}{3 \varrho^2} \frac{\sin t}{\cos \varphi} \left(\cos^2 t (1 + 3 \tan^2 \varphi) - \sin^2 t \tan^2 \varphi \right) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Das dritte Glied, welches man auch so schreiben kann:

$$III = - \frac{p^3}{3 \varrho^2} \frac{\sin t}{\cos \varphi} \left((1 + 4 \tan^2 \varphi) \cos^2 t - \tan^2 \varphi \right)$$

erreicht nur kleine Werthe. Mit $p = 1^{\circ} 18' = 78' = 4680''$ hat man $\log \frac{p^3}{3\varrho^2} = 9.90477$ und für $\varphi = 52^{\circ} 23'$ (Hannover) berechnet man folgende Werthe:

$t =$	0h	1h	2h	3h	4h	5h	6h	7h	}
$III =$	0,0"	-1,9"	-2,7"	-2,0"	-0,3"	+1,5"	+2,2"	+1,5"	
$t =$	8h	9h	10h	11h	12h	13h	14h	15h	
$III =$	-0,3"	-2,0"	-2,7"	-1,9"	-0,0"	+1,9"	+2,7"	+2,0"	
$t =$	16h	17h	18h	19h	20h	21h	22h	23h	
$III =$	+0,3"	-1,5"	-2,2"	-1,5"	+0,3"	+2,0"	+2,7"	+1,9"	

Wenn die Rechnung überhaupt nur auf 1'' genau sein soll, kann man dieses Täfelchen für ganz Deutschland benützen. Im übrigen kann man für jeden Beobachtungsort und jeden Werth p jeweils ein besonderes Hülftäfelchen dieser Art, (12) anlegen.

Nachdem in der angegebenen Weise das Azimut a des Polarsterns gefunden ist, erhält man das Azimut W eines terrestrischen Zielpunktes nach Fig. 2.

$$W = a + (T - A) = (a - A) + T \quad (13)$$

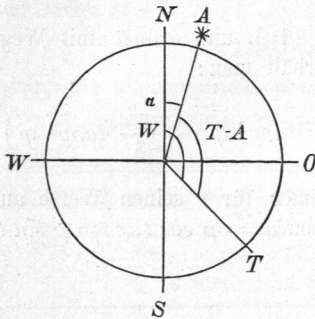
wenn A die Kreisablesung ist, welche während der Visur auf den Stern genommen ist und T die Kreisablesung für den terrestrischen Zielpunkt.

Zu einem Beispiel nehmen wir die Polarsternbeobachtung vom 2. April 1884, Abends, in Hannover. Die Messung wurde mit dem auf S. 44 abgebildeten Instrument von Bamberg gemacht. Das Instrument wurde nach einer vorläufigen Berechnung (vgl. S. 119) auf den Stern bei Tage eingestellt und die Messung selbst gelang bereits $\frac{1}{2}$ Stunde vor Sonnenuntergang. Die Reduction der beobachteten Uhrzeit auf mittlere Ortszeit erfolgte nach den Angaben eines Taschenchronometers, dessen Stand und Gang zunächst nach einer Pendeluhr und durch diese mittelst des Passageinstruments bestimmt ist.

Das Instrument befand sich auf der Eisenplatte (Punkt E) der geodätischen Plattform der technischen Hochschule in Hannover, und als terrestrischer Zielpunkt diente der Wasserthurm in Linden, welcher vor und nach der Sternbeobachtung je zweimal eingestellt wurde.

Die Originalmessungen sind folgende:

Fig 2. Azimut a des Polarsterns.



	Lage I		Lage II	
	Mikr. A	Mikr. B	Mikr. A	Mikr. B
Wasserthurm	111° 39' 57" 39 39	291° 39' 52" 40 17	291° 40' 10" 40 15	111° 40' 0" 40 12
Polarstern Chron.				
5 ^h 58 ^m 58 ^s	277° 53' 10"	97° 53' 30"		
6 0 14	53 3	53 22		
6 0 55	53 2	53 22		
6 1 40	53 5	53 23		
6 ^h 8 ^m 35 ^s			97° 52' 32"	277° 53' 18"
6 9 48			52 23	53 4
6 10 34			52 24	53 8
6 11 26			52 27	53 12
Wasserthurm	111° 39' 52" 40 8	291° 40' 22" 40 27	291° 40' 2" 40 7	111° 40' 23" 40 26

Um eine übersichtliche Rechnung zu erhalten, bilden wir aus allen gleichartigen Messungen Mittelzahlen:

	Lage I	Lage II	(14)
Wasserthurm	111° 40' 4,2"	291° 40' 11,9"	
Polarstern 6 ^h 0 ^m 26,7 ^s	277 53 14,6		
" 6 10 5,7		97 52 48,5	

Der Nautical Almanac für 1884 gibt auf S. 313 für 2. April:

$$\left. \begin{aligned}
 \alpha \text{ Ursae Minoris (Polaris) Rectascension } \alpha &= 1^{\text{h}} 15^{\text{m}} 48^{\text{s}} \\
 \text{Declination } \delta &= 88^{\circ} 41' 31'' \\
 \text{oder Polabstand } p &= 1 \ 18 \ 29 = 4709''
 \end{aligned} \right\} (15)$$

(Hier wäre noch eine Reduction für tägliche Aberration anzubringen, welche aber niemals 1" ausmacht, und da wir nur auf 1" genau rechnen wollen, vernachlässigt werden soll.)

Zugleich nimmt man von S. 57 desselben Nautical Almanac die Sternzeit im mittleren Greenw. Mittag = 0^h 44^m 56,4^s, wozu nach S. 23 die Reduction auf Hannover mit — 6,4^s kommt, also Sternzeit im mittleren Hannover-Mittag:

$$T_H = 0^{\text{h}} 44^{\text{m}} 50,0^{\text{s}} \quad (16)$$

Damit erhält man folgende Berechnung:

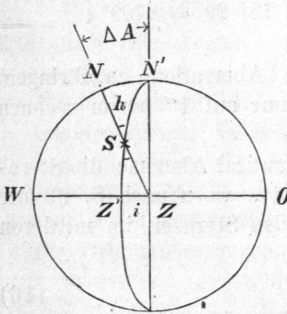
	Lage I	Lage II
Beobachtete Uhrzeit	6h 0m 26,7s	6h 10m 5,7s
Reduction auf mittlere Ortszeit	+ 0 30,0	+ 0 30,0
Mittlere Ortszeit t'	6h 0m 56,7s	6h 10m 35,7s
Zuschlag für Sternzeit (S. [4] I.)	+ 0 59,3	+ 1 0,9
Sternzeit im Hannov. Mittag, s. o. (16)	0 44 50,0	0 44 50,0
Ortssternzeit	6h 46m 46,0s	6h 56m 26,6s
— Rectascension Polaris, s. o. (15)	1 15 48	1 15 48
Stundenwinkel t	5h 30m 58s	5h 40m 39s
„ in Bogen S. [3] $t =$	82° 44' 30"	85° 9' 45"
$p = 4709$ (s. o. (15)) gibt $\log(-p)$	3.672929 _n	3.672929 _n
$\varphi = 52^\circ 23'$ gibt $\text{Erg. log cos } \varphi$	0.214403	0.214403
$\log \sin t$	9.996506	9.998450
$\log I$	3.883838 _n	3.885782 _n
Hiezu nochmals $\log p$	3.6729	3.6729
$\text{Erg. log } \varphi''$	4.6856	4.6856
$\log \text{ tang } \varphi$	0.1132	0.1132
$\log \cos t$	9.1016	8.9260
$\log II$	1.4571 _n	1.2835 _n
Erstes Glied $I =$	— 7653,1"	— 7687,5"
$I =$	— 2° 7' 33,1"	— 2° 8' 7,5"
Zweites Glied $II =$	— 28,6	— 19,2
Hiezu drittes Glied nach (12) mit $t = 5^{1/2}h$	+ 1,8	+ 1,8
Azimuth des Polarsterns $a =$	— 2° 7' 59,9"	— 2° 8' 24,9"
Oder $a =$	357° 52 0,1	357° 51 35,1
Kreisablesung Polaris (14) $A =$	277 53 14,6	97 52 48,5
Nach Gleichung (13) $a - A$	89° 58' 45,5"	269° 58' 46,6"
Kreisablesung Wasserthurm (14) $T =$	111 40 4,2	291 40 11,9
Azimuth Wasserthurm W	201° 38' 49,7"	201° 38' 58,5"

log II

Mittel 201° 38' 54" (17)

Berücksichtigung der Horizontalachsen-Neigung des Instruments (Fig. 3).

Fig. 3. Horizontalachsen-Neigung.



Wenn die Horizontalachse des Instruments nicht genau horizontal, sondern etwa von West unten nach Ost oben um den Winkel i geneigt ist, so bewegt sich das Fernrohr nicht in einer Verticalebene, sondern in einer schiefen Ebene $N'SZ'$ (Fig. 3.), wobei die Zenitverrückung ZZ' wieder gleich der Achsenneigung i ist; und ein Punkt S , welcher von dem falschen Zenit Z' aus nach N' projectirt wird, würde von dem wahren Zenit Z aus nach N projectirt

werden, oder es ist $NN' = AA$ der durch den Fehler i erzeugte Azimutfehler. Da in Fig. 3. zwei schmale Dreiecke von der Form Fig. 4. S. 49 vorkommen, in welchen $NS = h$ und $ZS = 90^\circ - h$ ist, so hat man nach (a) S. 50, wenn der Winkel bei S vorübergehend mit S bezeichnet wird:

$$AA = S \sin h \quad i = S \sin (90^\circ - h)$$

woraus

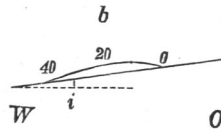
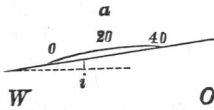
$$AA = i \tan h \tag{18}$$

wie auch schon in (2) S. 45 citirt ist.

Fig. 4.
Neigung i der Horizontalachse.

a. Libellentheilung von links nach rechts.

b. Libellentheilung von rechts nach links.



Die Achsenneigung i wird durch die Libelle gewonnen. Wenn in Fig 4. die Libelle mit Theilung von links nach rechts eine Blasenmitte $= a$ gibt, und nach Umsetzung, mit Theilung von rechts nach links, eine Blasenmitte $= b$, so ist der Blasenausschlag gegen die Mitte 20:

$$\begin{aligned} \text{Für Fig. 4a} \quad \text{Ausschlag} &= a - 20 \\ \text{„ „ 4b} \quad \text{„} &= 20 - b \\ \text{Ausschlag im Mittel} &= \frac{a - 20 + 20 - b}{2} = \frac{a - b}{2} \end{aligned} \tag{19}$$

Die Ablesungen a und b für die Blasenmitten sind selbst wieder die Mittel aus den Ablesungen für die Blasenenden, da man aber nachher a und b zu subtrahiren hat, kann man auch unmittelbar die Ablesungen für die Blasenenden mit a und b bezeichnen und subtrahiren.

Im Falle unseres obigen Beispiels wurde in Lage I abgelesen:

Blasenenden		
$a =$	15,0	28,2
$b =$	10,4	23,5
$a - b =$	+ 4,6	+ 4,7
im Mittel $a - b = + 4,65$ Striche		

(20)

Ist e die Empfindlichkeit der Libelle für 1 Strich, so hat man nun die Neigung

$$i = \frac{a - b}{2} e \quad \text{oder} \quad = \frac{e}{2} (a - b)$$

Die Azimutcorrection ist also jetzt nach (18):

$$AA = \frac{e}{2} (a - b) \tan h \tag{21}$$

und was das Vorzeichen betrifft, so zeigt der Anblick von Fig. 3., dass für positives i , oder positives $a - b$, (O höher als W , Fig. 4.) die Kreisablesung N' für den Stern S zu gross ausfällt, im Vergleich zu der Kreisablesung N , welche man erhalten haben würde, wenn $i = 0$ wäre. Oder man hat an der Kreisablesung für den Stern die negative Correction ΔA nach (21) anzubringen. Das schliessliche Azimut des terrestrischen Zielpunktes ist aber nach (13):

$$W = (a - A) + T$$

Weil hier $-A$ vorkommt, so geht die soeben gefundene negative Correction ΔA von A als positive Correction auf W über, und wir haben nun das Resultat: die von der Horizontalachsenneigung des Theodolits herrührende Correction des Azimutes des terrestrischen Zielpunktes beträgt:

$$\Delta_i = + \frac{e}{2} (a - b) \operatorname{tang} h \quad (22)$$

wenn a und b die Libellenablesungen nach Fig. 4. und Gleichung (19) und (20) sind.

Die Empfindlichkeit unserer Libelle beträgt $9,5''$ auf 1 Strich, wie schon auf S. 44 angegeben wurde, also $\frac{e}{2} = 4,75''$ und

$$\Delta_i = 4,75'' (a - b) \operatorname{tang} h$$

Die Sternhöhe h kann man, wenn sie nicht unmittelbar gemessen ist, vielleicht genähert $= \varphi$ nehmen, oder auch genauer nach (5) § 22. S. 118

$$h = \varphi + p \cos t$$

was in unserem Falle für Lage I gibt: $h = 52^\circ 23' + 10' = 52^\circ 33'$, also mit $(a - b) = + 4,65$ nach (20):

$$\Delta_i = 4,75'' (+ 4,65) \operatorname{tang} 52^\circ 33' = + 28,8''$$

Die Lage II gab in unserem Falle zufällig $a - b = 0$, es ist also jetzt die Fortsetzung von (17):

Azimut Wasserturm Lage I	201° 38' 49,7"	Lage II	201° 38' 58,5"
Correction für Horizontalachsen-Neigung Δ_i	+ 28,8		0,0
Corrigirt	201° 39' 18,5"		201° 38' 58,5"
	Mittel 201° 39' 8"		(23)

Die Differenz der beiden in dem Resultat (23) zusammenwirkenden Messungen von Lage I und Lage II , nämlich $39' 18,5'' - 38' 58,5'' = 20,0''$ rührt von verschiedenen Ursachen her, jedenfalls vom Collimationsfehler des Fernrohrs und von einer Ungleichheit der Zapfenenden der horizontalen Achse (vgl. S. 47), da aber diese Fehlerursachen im Mittel aus Lage I und Lage II sich aufheben, haben wir keine dringliche Veranlassung, sie im Einzelnen näher zu untersuchen.

In dieser Weise wurden an 4 aufeinanderfolgenden Tagen, wobei der

Horizontalkreis des Instruments je um 90° gedreht wurde, folgende Resultate erhalten:

Azimut von dem Punkt E , Eisenplatte auf der Plattform der technischen Hochschule Hannover, nach dem Punkt Wasserthurm Linden, Flaggenstange, von Nord über Ost:

1. April 1884	$201^\circ 39' 16''$	
2. " "	$39 \quad 8$	
3. " "	$39 \quad 14$	
4. " "	$39 \quad 17$	
	$\text{Mittel } 201^\circ 39' 14'' \pm 2''$	(24)

Mittlerer Fehler einer Bestimmung = $\pm 4''$

Dieses Resultat lässt sich mit einer geodätischen Uebertragung von Göttingen vergleichen, welche $201^\circ 39' 8''$, also eine Uebereinstimmung auf $6''$ gab.

Eine zweite Controlle für das Azimut (24) erhalten wir durch Vergleichung mit den Zeitbestimmungen durch das Passage-Instrument und durch correspondirende Sonnenhöhen, welche wir in § 18. S. 96 beschrieben haben.

Zu dieser Vergleichung dient Fig. 5., in welcher E den Standpunkt der Azimutmessung (24), P das Passage-Instrument von § 18., und M das zum Passage-Instrument gehörige Meridianzeichen ist. Die Punkte E und P haben in dem Hannover'schen Coordinatensystem eine Ordinatendifferenz $\Delta y = 32$ Meter (von Ost nach West gezählt), folglich ist die Convergenz der Meridiane EE' und PB

$$= \frac{\Delta y}{R} \rho \operatorname{tang} \varphi = 1,3'' \quad (25)$$

wenn R der Querkrümmungshalbmesser der Erde für die Breite $\varphi = 52^\circ 23'$ ist. Diese Meridianconvergenz $E'EB' = 1,3''$ ist in Fig. 5. eingeschrieben. Nun brauchten nur noch die zwei Winkel e und m auf den Standpunkten E und M gemessen zu werden, um das in E gemessene Azimut (24) auf P zu übertragen, d. h. wir haben:

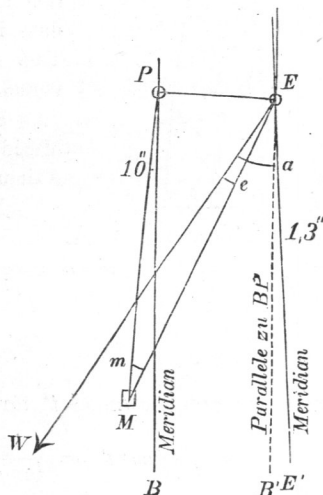
$$\begin{array}{r} \text{Gemessenes Azimut in } E \text{ nach (24), } a = E'EW = 201^\circ 39' 14,0'' \\ \text{Meridianconvergenz nach (25)} \quad \quad \quad - 1,3 \end{array}$$

$$\text{Differenz } B'EW = 201^\circ 39' 12,7''$$

$$\text{geodätisch gemessen: Winkel } MEW = e = 5 \quad 19 \quad 14,6$$

$$\text{B'EM} = 196^\circ 19' 58,1''$$

Fig. 5.
Geodätische Azimutübertragung
von E nach P .



Die Umkehrung hievon gibt Azimut $(ME) = 16^{\circ} 19' 58,1''$

geodätisch gemessen: Winkel $PME = m = 16 19 48,4$

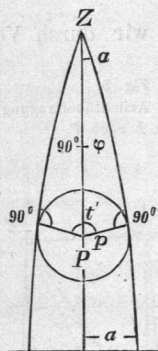
also Azimut $(MP) = + 0^{\circ} 0' 9,7''$

Also auch Azimut $(PM) = 180^{\circ} 0' 9,7''$ (26)

d. h. die Visur PM vom Passage-Instrument P nach der Meridianmarke M weicht von dem Meridian PM um $10''$ ab in dem Sinne, wie in Fig. 5. eingeschrieben ist.

Dieses Resultat stimmt sehr nahe überein mit dem in § 18. S. 96 Fig. 6. auf ganz anderem Wege erhaltenen Resultat $7''$.

Fig. 6.
Grösste Ausweichungen des
Polarsterns.



Grösste Ausweichungen des Polarsterns. Wenn es gelingt, den Polarstern in seinen beiden äussersten Ausweichungen links und rechts vom Pol zu beobachten, so hat man den Meridian im Mittel der zugehörigen Azimutalablesungen ohne weitere Rechnung. Lediglich auf dem Weg des Probirens die grössten Ausweichungen mit dem Theodolit zu verfolgen, ist umständlicher als es auf den ersten Blick scheint. Zudem ist zu beachten, dass im Allgemeinen die eine Ausweichung in den Tag, die andere in die Nacht fallen wird, so dass verschiedene Beobachtungsarten nöthig würden.

Um aus einer grössten Ausweichung den Meridian zu bestimmen, hat man das zugehörige Azimut a zu berechnen.

Nach Fig. 6. hat man:

$$\sin a = \frac{\sin p}{\sin (90^{\circ} - \varphi)} = \frac{\sin p}{\cos \varphi} \quad (27)$$

$$\text{sehr nahe } a = \frac{p}{\cos \varphi} \quad (27a)$$

und der Stundenwinkel t' für die Ausweichung ergibt sich aus

$$\cos t' = \frac{\tan p}{\tan (90^{\circ} - \varphi)} = \tan p \tan \varphi$$

oder genähert, für t' in Zeitminuten und p in Bogenminuten:

$$6^{\text{h}} - t' = \left(\frac{p}{15} \right) \tan \varphi$$

für $p = 1^{\circ} 18'$ erhält man hieraus:

$$\left. \begin{array}{l} \varphi = 0^{\circ} \quad 15^{\circ} \quad 30^{\circ} \quad 45^{\circ} \quad 50^{\circ} \quad 55^{\circ} \quad 60^{\circ} \quad 75^{\circ} \\ t' = 6^{\text{h}} 0^{\text{m}} \quad 5^{\text{h}} 59^{\text{m}} \quad 5^{\text{h}} 57^{\text{m}} \quad 5^{\text{h}} 55^{\text{m}} \quad 5^{\text{h}} 54^{\text{m}} \quad 5^{\text{h}} 53^{\text{m}} \quad 5^{\text{h}} 51^{\text{m}} \quad 5^{\text{h}} 41^{\text{m}} \end{array} \right\} \quad (28)$$

In Breiten über $88^{\circ} 42'$ kommt der Polarstern überhaupt nicht mehr in grösste Ausweichung (stationäres Azimut), wohl aber in den ersten Vertical (vgl. S. 71).

Die Ausweichungswerthe a selbst werden nach (27) oder (27a) zugleich mit Rücksicht auf die Aenderung des Polabstandes, folgende:

Breite φ	Jahr 1880	Jahr 1890	Jahr 1900
40°	$a = 1^{\circ} 44'$	$a = 1^{\circ} 40'$	$a = 1^{\circ} 36'$
50	2 4	1 59	1 54
60	2 40	2 33	2 27

Da der Stundenwinkel t' der Ausweichung nach (28) nahezu constant für weite Gebiete ist, nämlich etwa $5^{\text{h}} 54^{\text{m}}$ für Deutschland, und da auch die Rectascension des Polaris nahezu constant = $1^{\text{h}} 17^{\text{m}}$ ist, so sind auch die Sternzeiten der beiden Ausweichungen nahezu constant, nämlich:

$$\begin{aligned} \text{links (westlich). } S &= + 5^{\text{h}} 54^{\text{m}} + 1^{\text{h}} 17^{\text{m}} = 7^{\text{h}} 11^{\text{m}} \\ \text{rechts (östlich) } S &= - 5^{\text{h}} 54^{\text{m}} + 1^{\text{h}} 17^{\text{m}} = 19^{\text{h}} 23^{\text{m}} \end{aligned}$$

Wenn ferner T die Sternzeit im mittleren Greenwicher Mittag ist, so hat man nach (9) S. 22 die mittlere Ortszeit der Ausweichung (mit Vernachlässigung von $(\Delta \lambda)$):

$$\begin{aligned} \text{links } t' &= 7^{\text{h}} 11^{\text{m}} - T - \Delta (7^{\text{h}} 11^{\text{m}} - T) \\ \text{rechts } t' &= 19^{\text{h}} 23^{\text{m}} - T - \Delta (19^{\text{h}} 23^{\text{m}} - T) \end{aligned}$$

wo mit $\Delta (\dots)$ der Abzug für Verwandlung der Sternzeit in Sonnenzeit bezeichnet ist. Dieser Abzug beträgt nach S. [4] höchstens 4 Minuten.

Für unsere Breiten hat man hiernach in den nächsten Jahren auf etwa $1-2^{\text{m}}$ genau folgende Ausweichungszeiten:

Jahreszeit	Grösste Ausweichung, westlich, links	Grösste Ausweichung, östlich, rechts.
1. Januar	12 ^h 26 ^m Nacht	0 ^h 33 ^m Mittag
1. Februar	10 23	22 32
1. März	8 33	20 41
1. April	6 31 Abend	18 42 Morgen
1. Mai	4 33	16 37
1. Juni	2 31	14 37
1. Juli	0 ^h 33 ^m Mittag	12 ^h 40 ^m Nacht
1. August	22 28	10 38
1. September	20 27	8 37
1. October	18 29 Morgen	6 39 Abend
1. November	16 27	4 37
1. December	14 29	2 39
1. Januar	12 24 Nacht	0 15 Mittag

Die Ausweichungszeiten genau abzuwarten, und nur zu diesen Zeiten zu beobachten, um die Reductionsberechnung auf die Formeln (27) oder (27a) beschränken zu können, wäre unpraktisch.

Trotzdem besteht ein Interesse, die Ausweichungszeiten zu kennen, um wenigstens nahezu zu solchen Zeiten zu beobachten, damit bei der Reductionsberechnung nach der Formel (6) S. 122 ein Fehler in der Zeit nicht viel Einfluss auf das Azimut erlangen kann.