

ander folgenden nahezu gleichen Differenzen immer noch bequemer, nicht die Summe, sondern im Kopf sofort das Mittel zu bilden, und damit weiter zu rechnen, d. h. zu den Gauss'schen $\log A$ und $\log B$ noch $\log 2 = 0.3010$ hinzuzunehmen, oder bei Benutzung unserer Tafel S. [16], $\log \frac{1}{2} = 8.6198$ zuzusetzen.

Hier ist noch ein Werkchen zu citiren: „Der Zeitmesser, Tafeln der Mittagsverbesserung für die Breitengrade 30° bis 60° und der Zeitgleichung für alle Tage etc. von Heinrich Göring, Paderborn 1862“. Dasselbe gibt den doppelten Werth der durch unsere Gleichung (10) bestimmten Mittagsverbesserung v für 16 Breitenwerthe $\varphi = 30^\circ, 32^\circ, 34^\circ$ bis 60° , mit den Argumenten $2t =$ Zwischenzeit von 1^h zu 1^h (also t von 30^m zu 30^m) und Declinationen von 1° zu 1° , was einem Datumsintervall von höchstens 10 Tagen entspricht.

§ 17. Meridianbestimmung aus correspondirenden Sonnenhöhen.

Wenn man das im vorigen § 16. behandelte Princip der links und rechts vom Meridian correspondirenden Höhen auch auf die Azimutbestimmung anwendet, so hat man bei Benutzung eines Fixsterns diesen Stern vor und nach seiner Culmination in gleicher Fernrohrhöhe an den Kreuzpunkt der Fäden zu bringen, und beidemal die Alhidade des Horizontalkreises abzulesen, worauf man — unveränderte Limbustellung vorausgesetzt — in dem arithmetischen Mittel der Ablesungen Vormittags und Nachmittags die Alhidadenstellung erhält, für welche das Fernrohr in den Meridian visirt.

Bei Benutzung der Sonne hat man die Declinationsänderung während der Zwischenzeit in Rechnung zu bringen. Das astronomische Dreieck Fig. 3. § 4. S. 11 gibt hiezu:

$$\begin{aligned} \cos(90^\circ - \delta) &= \cos(90^\circ - h) \cos(90^\circ - \varphi) \\ &+ \sin(90^\circ - h) \sin(90^\circ - \varphi) \cos(180^\circ - a) \\ \sin \delta &= \sin h \sin \varphi - \cos h \cos \varphi \cos a \end{aligned}$$

Differentiirung nach δ und a gibt:

$$\cos \delta \, d\delta = \cos h \cos \varphi \sin a \, da$$

$$\text{also} \quad da = \frac{\cos \delta}{\cos h \cos \varphi \sin a} \, d\delta \quad (1)$$

Da man die Höhe h sonst nicht zu kennen braucht, kann man statt derselben die Zeit t in die Formel bringen, es ist nämlich nach dem Sinussatz:

$$\frac{\sin a}{\sin t} = \frac{\sin(90^\circ - \delta)}{\sin(90^\circ - h)} = \frac{\cos \delta}{\cos h}$$

womit (1) wird:

$$da = \frac{d\delta}{\cos \varphi \sin t} \quad (2)$$

Wenn wieder, wie bei den correspondirenden Zeithöhen (S. 74) μ_1 die einständige Declinationsänderung der Sonne bezeichnet, und auch

Handwritten notes and calculations at the bottom of the page:

30
 9.8332
 9.0583
 7.47712
 8.8915
 385
 6
 30
 4.15

im Uebrigen jene Betrachtung auf diesen Fall übertragen wird, so erhält man die Meridianverbesserung

$$v = - \mu_1 t^{(h)} \frac{1}{\sin t \cos \varphi} \quad \checkmark$$

Setzt man

$$- \frac{t^{(h)}}{60 \sin t} = A' \quad (3)$$

oder auch

$$- \frac{t^{(m)}}{3600} \frac{1}{\sin t} = A' \quad (4)$$

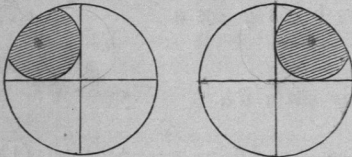
so hat man

$$v^{(')} = \mu_1 \frac{A'}{\cos \varphi} \quad (5)$$

wo v in Bogenminuten erhalten wird, wenn μ_1 in Bogensekunden (nach dem Nautical Almanac) eingesetzt wird. Eine Tabelle der Coefficienten-Logarithmen $\log A'$ ist auf S. [16] gegeben und für summarische Berechnungen haben wir ein zunächst für die Breite 49° (Karlsruhe) berechnetes Täfelchen auf S. [17] gegeben, welches genähert für ganz Deutschland gebraucht werden kann; ein entsprechendes Täfelchen für die Breite 28° ist in des Verfassers „Phys. Geogr. und Met. der lib. Wüste“ S. 17 gegeben.

Die Beobachtung der correspondirenden Sonnenhöhen für Meridianbestimmung ist unbequemer als die entsprechende Beobachtung für Zeit, denn man hat jetzt nicht nur den Ober- oder Unterrand der Sonne an den Horizontalfaden, sondern gleichzeitig

Fig. 1.
Correspondirende Sonnenhöhen für Azimutbestimmung.



auch den rechten oder linken Rand an den Verticalfaden zu bringen, d. h. man muss die Sonne, wie Fig. 1. zeigt, Vormittags und Nachmittags in zwei gegen den Mittelfaden symmetrische Quadranten des Gesichtsfeldes berührend hineinbringen, zu welchem Zweck man, bei festgestellter Höhenlage des Fernrohrs, der Sonnenbewegung mit der Mikrometerschraube

des Horizontalkreises in der Hand, beständig folgen muss, um im Moment der Horizontalberührung, sofort auch die Verticalberührung eintreten zu lassen.

Nach dieser Berührung liest man die Zeit beiläufig auf 1 Minute genau an einer beliebigen Taschenuhr ab und kann dann die Ablesung am Horizontalkreis in Musse nachfolgen lassen.

Die Fig. 1. zeigt einen der vier möglichen Fälle der Beobachtungs-Anordnung, man kann statt dessen z. B. auch den Quadranten links unten Vormittags mit rechts unten Nachmittags etc. combiniren.

Wenn man mit dem Theodolit eine Busssole verbunden hat, so kann man, statt am Limbus eines Horizontalkreises, sofort an der Magnetnadel

ablesen, und bekommt so unmittelbar die magnetische Declination (unter der Voraussetzung, dass der Collimationsfehler des Fernrohrs in Bezug auf die Bussolentheilung gleich Null sei oder besonders in Rechnung gebracht werde). In dieser Weise bestimmte ich im Winter 1873 — 1874 die magnetische Declination in der libyschen Wüste mit dem auf S. 38 gezeichneten Instrument, auf 11 Stationen, wovon ein Beispiel im Folgenden gegeben ist.

Meridianbestimmung durch correspondirende Sonnenhöhen.

Oase Chargh. 24. März 1874. (Breite = $25^{\circ} 26'$).

Höhenkreis	Vormittag			Nachmittag			Mittel der 4 Nadelab- lesungen	δ	δ^2
	Uhr	Nadel N	Nadel S	Uhr	Nadel N	Nadel S			
132°40'	8h 8m	120,1 ^o	300,8 ^o	1h 44m	252,5 ^o	72,6 ^o	6,500 ^o	-0,130	0,0169
133 0	8 10	120,4	300,3		252,3	72,4	6,350	+0,020	0,0004
133 40	8 13	120,9	300,7		251,7	71,8	6,275	+0,095	0,0090
134 0	8 15	121,3	301,2		251,3	71,3	6,275	+0,095	0,0090
134 20	8 16	121,6	301,5	1h 36m	251,3	71,4	6,450	-0,080	0,0064
Mittel	8h 12m	120,86 ^o	300,90 ^o	1h 40m	251,82 ^o	71,90 ^o	6,370 ^o	0,0000	0,0417

= ($\delta \delta$)

$$\text{halbe Zwischenzeit} = \frac{13^{\text{h}} 40^{\text{m}} - 8^{\text{h}} 12^{\text{m}}}{2} = 2^{\text{h}} 44^{\text{m}}$$

Der Nautical Almanac für 1874 gibt für 24. März auf S. 42 die stündliche Aenderung der Sonnendecination $\mu_1 = + 59,01''$.

Nun gibt die Tafel S. [16] für $t = 2^{\text{h}} 44^{\text{m}}$

$$\log A' = 8.8417_n$$

$$\text{hiezu } \log \mu_1 = 1.7709$$

$$\varphi = 25^{\circ} 26' \log \sec \varphi = 0.0443$$

$$\log v = 0.6569_n$$

$$v = - 4,54' - 0,076^{\circ}$$

$$\text{Mittlere Nadelablesung} = 6,370^{\circ}$$

$$\text{Nadelablesung für den wahren Meridian} = 6,294^{\circ}$$

Unser Beispiel gibt noch in der Quadratsumme ($\delta\delta$) die Möglichkeit einer Genauigkeitsschätzung. Es ist der mittlere Fehler einer Bestimmung aus 4 zusammengehörigen Nadelablesungen N und S .

$$m = \sqrt{\frac{0,0417}{4}} = \pm 0,102^{\circ}$$

und der mittlere Fehler des Mittels aus allen 5 Bestimmungen

$$= \frac{0,102}{\sqrt{5}} = \pm 0,046^{\circ}$$

Man hat also jetzt die westliche magnetische Declination

$$= 6,294^{\circ} \pm 0,146^{\circ}$$

Zu diesem Resultat $6,294^{\circ}$ kommt noch die Instrumentalcorrection für Collimation der Fernrohrachse gegen die Bussolentheilung und für die Abweichung der magnetischen Achse der Nadel von deren geometrischer Achse. Diese Correctionen, auf welche wir hier nicht eingehen, betragen nach S. 21 der „Phys. G. u. M. d. lib. W.“ zusammen $- 0,22^{\circ}$, und geben daher für Chargeh 24. März 1874 Mittags die magnetische Declination $6,29 - 0,22^{\circ} = 6,07^{\circ}$ westlich. Zur Veranschaulichung der Genauigkeit, welche auf diesem Wege erreicht werden kann, haben wir im Folgenden die auf der libyschen Expedition 1873—1874 erhaltenen Resultate, für diejenigen Orte, an welchen Mittags correspondirende Sonnenhöhen und Abends der Polarstern (vgl. § 23.) beobachtet wurde, zusammengestellt. Die soeben erwähnte constante Instrumentencorrection $- 0,22^{\circ}$ ist hiebei nicht angebracht.

Bestimmungen der magnetischen Declination in der libyschen Wüste 1873—1874.

Ort	Mittagsbeobachtung	Abendbeobachtung	Differenzen d	d^2
Hamrah . .	$5,92^{\circ} \pm 0,02^{\circ}$	$5,91^{\circ} \pm 0,03^{\circ}$	$+ 0,01^{\circ}$	0,0001
Marak . . .	$6,16 \pm 0,03$	$6,10 \pm 0,06$	$+ 0,06$	0,0036
Farafrah . .	$6,67 \pm 0,04$	$7,21 \pm 0,04$	$- 0,54$	0,2916
Dachel . . .	$6,79 \pm 0,02$	$6,77 \pm 0,13$	$+ 0,02$	0,0004
Einsiedel I.	$6,76 \pm 0,01$	$6,86 \pm 0,04$	$- 0,10$	0,0100
Einsiedel II.	$6,95 \pm 0,04$	$7,23 \pm 0,08$	$- 0,28$	0,0784
Regenfeld .	$7,24^{\circ} \pm 0,05^{\circ}$	$7,14^{\circ} \pm 0,05^{\circ}$	$+ 0,10^{\circ}$	0,0100
Suah	$7,78 \pm 0,05$	$7,63 \pm 0,02$	$+ 0,15$	0,0225
Beharieh . .	$6,80 \pm 0,02$	$6,75 \pm 0,04$	$+ 0,05$	0,0025
Chargeh . . .	$6,29 \pm 0,05$	$6,49 \pm 0,05$	$- 0,20$	0,0400
Esneh	$6,19 \pm 0,03$	$5,83 \pm 0,02$	$+ 0,36$	0,1296
			Mittel $- 0,03^{\circ}$	$\frac{0,5887}{22} =$ Summe

Das einfache arithmetische Mittel der Differenzen zwischen Mittags- und Abendbeobachtungen ist $- 0,03^{\circ}$, doch ist dasselbe durch die Beobachtungsfehler so sehr beeinflusst, dass daraus kein Schluss auf die tägliche periodische Aenderung der Declination gezogen werden kann.

Die den Angaben beigefügten mittleren Fehler sind aus der Uebereinstimmung der 4—6 Einzelbestimmungen berechnet, deren Mittel diese Angaben sind. Wenn man von der Veränderlichkeit der Declination selbst absieht, so findet man den mittleren Fehler einer einzelnen Declinationsbestimmung

$$m = \sqrt{\frac{0,5887}{22}} = \pm 0,16^{\circ}$$

Für solche Zwecke, wie der im Vorstehenden erwähnte, eignet sich die Meridianbestimmung durch correspondirende Sonnenhöhen sehr gut, für genauere Messungen dagegen, innerhalb $1'$, ist die Methode weniger ge-

eignet, erstens weil die Beobachtung nach Fig. 1. (S. 82) mit Einpassen der Sonnenscheibe in einen Gesichtsfeldquadranten, mit horizontaler und verticaler Berührung, die Spannung des Beobachters zu sehr vertheilt, zweitens aber weil nach § 11. S. 45 die Azimutalmessung mit einem Theodolit durch die Neigung der Horizontalachse erheblich beeinflusst ist, und eine Berücksichtigung der Horizontalachsen-Neigung die Methode noch complicirter machen würde.

Eine indirecte Methode der Meridianbestimmung durch correspondirende Sonnenhöhen, nämlich durch Vermittlung der Zeithöhen, werden wir beim Passage-Instrument im folgenden Paragraph behandeln.

§ 18. Zeitbestimmung durch das Passage-Instrument.

Stellt man ein theodolitartig gebautes Instrument so auf, dass seine horizontale Achse von Westen nach Osten gerichtet ist, dass also die Kippungsebene des Fernrohrs sich im Meridian befindet, so braucht man nur den Durchgang eines Sterns durch den Verticalfaden des Fadenkreuzes zu beobachten, um aus der bekannten Rectascension dieses Sterns die Sternzeit nach der Grundgleichung (1) § 3. (S. 7)

$$\text{Sternzeit} = \text{Stundenwinkel} + \text{Rectascension}$$

zu bestimmen, woraus auch die mittlere Sonnenzeit gefunden wird.

Lässt man statt eines Sterns die Sonne durch den Verticalfaden gehen, so hat man unmittelbar den wahren Mittag beobachtet, aus welchem man mittelst der Zeitgleichung auch die mittlere Zeit findet.

Unser in Fig. 1. gezeichnetes Passage-Instrument (von Meyerstein, mit einigen nachträglichen Abänderungen) hat im Wesentlichen dieselbe Construction wie ein astronomischer Theodolit, mit Untergestell *AA* und Stell-schrauben. Es ist ein Horizontalkreis von 20 cm Durchmesser und auch ein kleiner Höhenkreis vorhanden. Letzterer dient nicht zu eigentlichen Messungen, sondern mit der Libelle *L'* nur zum Einstellen auf eine Sternhöhe, und damit zum Auffinden des Sterns, während der Horizontalkreis, mit Nonienablesung von 10'', nützliche Dienste leistet, z. B. zum raschen genäherten Bestimmen des Collimationsfehlers. Dieser Horizontalkreis ist auch deswegen erwünscht, damit man mit dem Instrument geodätische Zielpunkte anvisiren, und zur Orientirung benutzen kann.

Die schiefen Träger *B* geben die Lager für das Fernrohr. Das gebrochene Fernrohr hat dieselbe Construction wie Fig. 3. § 10. S. 42 mit immer in gleicher Höhe befindlichem Ocular *O*. Die beiden Cylinderklötze *P* und *Q* haben keinen eigenen Zweck, sondern wirken nur als Gegengewichte für den Objectivtheil des Fernrohrs. Die Platte *P* mit einem kleinen Loch und ein entsprechender Punkt auf der Platte *P'* dienen zum Richten des Fernrohrs nach der Sonnenhöhe wie schon bei Fig. 1. § 10. S. 38 angegeben ist.

Die Libelle *L* kann mit Vertauschung ihrer Enden links und rechts,