woraus für kleines a und kleines x wird:

$$x = a \sin b \tag{a}$$

ferner

$$\frac{\sin \beta'}{\sin \beta} = \frac{\sin b'}{\sin b} \tag{b}$$

$$\beta' = \beta + (\beta' - \beta) \qquad b' = b + x \operatorname{cotg} \beta$$

$$\sin \beta' = \sin \beta + (\beta' - \beta) \cos \beta \qquad \sin b' = \sin b + x \operatorname{cotg} \beta \cos b.$$

Damit gibt (b):

$$1 + (\beta' - \beta) \operatorname{cotg} \beta = 1 + x \operatorname{cotg} \beta \operatorname{cotg} b$$

und mit Einsetzung von x aus (a):

$$\beta' - \beta = a \cos b \tag{c}$$

oder mit $x = d \sin \beta$ nach Fig. 4.:

$$\beta' - \beta = d \sin \beta \operatorname{cotg} b \tag{d}$$

Die Formeln (a) und (c) entsprechen den Formeln für den Parallelkreisbogen und für die Meridianconvergenz in der Geodäsie.

§ 12. Die astronomischen Uhren.

Zur Zeitmessung hat man Pendeluhren und Federuhren. Die Pendeluhren mit fester Aufstellung sind bei mässigen Kosten einer grossen Genauigkeit fähig. Das Pendel soll mit Compensation der Wärmeausdehnung versehen sein. Die Federuhren hat man in der Form von gewöhnlichen Taschenuhren, dann Taschenchronometern und sog. Boxchronometern.

Auf die Mechanik und Compensation der Uhren und Chronometer lassen wir uns nicht ein, und beschreiben hier nur die einfachste Behandlung dieser Instrumente.

Die Bestimmung eines Zeitmomentes an einer Uhr geschieht am bequemsten durch zwei Beobachter. Z. B. zur See, wo ein grösseres Personal meist verfügbar ist, misst etwa der Capitän eine Monddistanz, indem er allmälig die Berührung zweier Ränder im Gesichtsfelde des Sextantenfernrohrs zu Stande bringt, während ein Steuermann mit der Uhr in der Hand die Secunden in Gedanken zählt. Im Moment der Berührung sagt der Capitän: „Top!“ und der Steuermann hält mit seinem Zählen . . . 36 — 37 — *38*! im selben Moment inne, hält 38^s in Gedanken fest, notirt noch dazu die Minuten und Stunden und hat dann z. B. $7^h\ 29^m\ 38^s$.

Nahezu mit derselben Genauigkeit und Bequemlichkeit kann auch ein Beobachter mit dem Auge das Fernrohr und die Uhr beherrschen, wenn entweder die linke Hand zum Halten der Uhr frei ist (bei Theodolitbeobachtungen) oder wenn wenigstens die Uhr in Sehweite vom Ocular des Beobachtungsinstrumentes gebracht werden kann. Man schaut nämlich, sobald der Beobachtungsmoment, z. B. Antritt des Sonnenrandes an einem Faden des Gesichtsfeldes, eintritt, rasch vom Ocular weg nach der Uhr, und liest deren Sekunden, und nachher auch ruhig die Minuten und Stunden ab.

Diese rohe Methode ist genauer als sie auf den ersten Blick scheint. Der mittlere unregelmässige Zeitfehler beträgt weniger als 1 Secunde; allerdings sind constante, persönliche Fehler in der Auffassung des Zeitmomentes zu erwarten, welche aber unschädlich sind, wenn es sich nur um Differenzen handelt.

Es gibt viele Beobachtungen mit langsamen Bewegungen, z. B. beim Polarstern, bei Sonnenhöhen in der Nähe des Mittags, bei Monddistanzen, kurz Beobachtungen, bei welchen — innerhalb der von uns überhaupt nur beabsichtigten Genauigkeit — es auf 1—2 Zeitsecunden gar nicht ankommt, und in allen diesen Fällen kann ein einzelner Beobachter die erwähnte bequeme Beobachtungsart anwenden.

Die bessere Methode ist jedoch die Beobachtung mit Auge und Ohr. Man fasst z. B. die Secundenschläge einer Pendeluhr mit Auge und Ohr auf, zählt im Stillen (oder auch halblaut) nach den Schlägen weiter, während das Auge nun ins Fernrohr schaut; so zählt man z. B. 34 — 35 — 36 —, inzwischen nähert sich der Sonnenrand dem Faden .. — 37 — *38*! sei die Berührung. Dieses wird notirt und Minuten und Stunden nachher dazu geschrieben. Bei dieser Methode lernt man bald auch halbe Secunden und Zehntelsecunden schätzen; wenn es nöthig erscheint.

Wenn mehrere Ereignisse in kurzen Intervallen zu beobachten sind, so dass man nicht Zeit hat, dazwischen aufs Papier zum Schreiben zu sehen und wieder von Neuem die Secunden an der Uhr abzusehen, z. B. wenn die Durchgänge eines Sterns durch 5 — 7 Fäden eines Fernrohrs rasch folgen, so kann man auch fortgesetzt beobachten und dazu blind schreiben, wobei man durch mechanische Führungen sorgen kann, dass die blind geschriebenen Zahlen nicht in einander hinein gerathen.

(Die beste Methode der Zeitbeobachtung ist die Registrirung durch Tastendruck mit Hülfe elektromagnetischer Uebertragung.)

Taschenuhren schlagen meist zu schwach und nicht nach Sekunden, so dass nach solchen Uhren schwer und unbequem mit dem Ohr zu beobachten ist. Man hat deswegen auch besondere Secundenschlagwerke construirt, welche man zur ersten Uebung wohl benutzen kann, welche aber für wirkliche Beobachtungen selbst wieder mit einer Uhr verglichen werden müssten. Man hat auch sogenannte Chronoscope, d. h. Secundenuhren, welche durch einen Fingerdruck still gestellt werden können; diese wären zu einer Beobachtung gut, bei mehreren Beobachtungen hinter einander, um die es sich doch wohl fast immer handelt, ist das fortgesetzte Vergleichen mit der wirklichen Beobachtungsuhr zu mühsam.

Nach einiger Uebung lernt man bald Secunden in Gedanken zählen, ohne die Schläge einer Uhr dazu zu hören; man präge sich hiezu den Rhythmus der viersilbigen Zahlworte vier-und-drei-ssig etc. ein, und wird es bald dahin bringen, 30, sogar 60 Secunden in Gedanken zu zählen, ohne um mehr als 1—2 Secunden zu irren. Doch genügen schon etwa

II. Lehrkanzel für Geodäsie
Technische Hochschule Graz

10 Secunden zur praktischen Anwendung dieser Uebung. Z. B. auf der libyschen Expedition maass ich mehrfach Monddistanzen im Freien, während im Zelt die Uhr neben dem Lichte lag. Nach der Randeinstellung mit dem Sextanten wurde, nach Secunden zählend und schreitend, zum Licht ins Zelt gegangen und die abgezählten bezw. abgeschrittenen Secunden beim Ablesen der Uhr in Abzug gebracht.

Stand und Gang. Die Angabe einer Uhr ist im Allgemeinen nie in völliger Uebereinstimmung mit der richtigen astronomischen Zeit (mittleren Sonnenzeit oder Sternzeit eines Ortes), die Uhr geht in irgend welchem Augenblick entweder nach oder vor, im ersten Fall hat sie einen negativen, im zweiten Fall einen positiven Stand, oder indem wir das algebraische Zeichen lieber der Correction zutheilen, sagen wir: Wenn die Uhr nachgeht, so verlangt sie eine positive Standcorrection, und wenn die Uhr vorgeht, so ist die Standcorrection negativ. In einer Gleichung schreiben wir z. B. (s. folgenden § 13., Gleichung (13)):

$$\text{Mittlere Hannov. Zeit} = \text{Chronometerangabe} + 1^{m}\ 46^{s},$$

dann geht die Uhr um $1^{m}\ 46^{s}$ nach.

All dieses bezieht sich nur auf den Stand in einem gegebenen Moment. Aendert sich die Standcorrection selbst von Tag zu Tag, so nennt man diese Aenderung pro 1 Tag den „täglichen Gang“ der Uhr. Der Gang ist voreilend, wenn die positive Standcorrection mit der Zeit kleiner wird oder die negative Correction absolut grösser wird. Der Gang ist verzögernd, wenn die positive Correction allmälig grösser oder die negative Correction absolut kleiner wird.

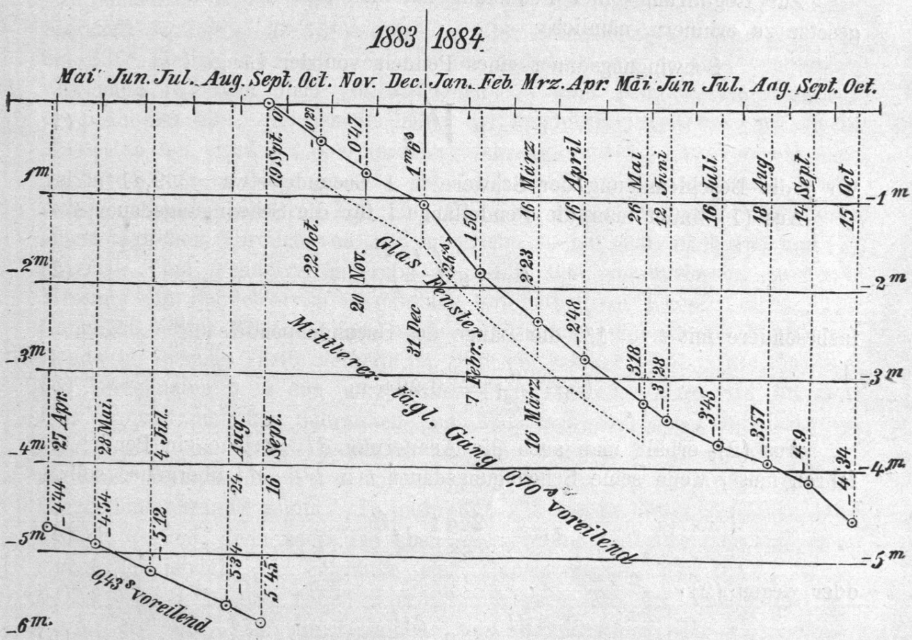
Zu einem Beispiel der Stand- und Gangbestimmung mit graphischer Darstellung nehmen wir die Zeitbestimmungen in Hannover nach einer Pendeluhr von Breguet, welche sich in unserer Sammlung befindet, vom Mai 1883 bis October 1884. Die astronomischen Ortszeitbestimmungen wurden vom Mai bis September 1883 durch einzelne Sonnenhöhen (nach § 13.) erhalten, vom 19. September 1883 bis October 1884 durch ein Passageinstrument mit Sonnenbeobachtung (§ 18.). Zwischen dem 16. und 19. September 1883 wurde die Uhr neu aufgestellt und auf den Stand Null gebracht, die Pendellänge wurde dabei unverändert gelassen. Es sind in dieser Zeit von etwa $1^1/_2$ Jahren im Ganzen an etwa 50 Tagen astronomische Zeitbestimmungen gemacht, von denen wir aber, um die Uebersicht zu wahren, in der nachfolgenden Tabelle und in dem zugehörigen Diagramm Fig. 1. nur 18 aufnehmen. (S. 53.)

Die Tageszahlen x der Gangberechnung nimmt man aus einem von 1 bis 365 durchnumerirten Kalender, den man zu manchen anderen Zwecken ohnehin braucht.

Die graphische Darstellung Fig. 1. musste für unseren Holzschnitt aus Raumrücksichten klein gemacht werden. Für den praktischen Gebrauch führen wir eine solche Darstellung für unsere drei astronomischen Uhren gemeinsam auf einem langen nach Art der Längennivellements behandelten Netz. Der Maassstab 1 Tag = 1 mm und 1^{s} = 0,5 mm ge-

Tag	x	Δx	Standcorrection y	Δy	Täglicher Gang $\frac{\Delta y}{\Delta x}$
1883 27. April	= 117		$-4^m\ 44^s$		
28. Mai	= 148	31	$-4\ \ 54$	10^s	$0{,}32^s$
4. Juli	= 185	37	$-5\ \ 12$	18	0,49
24. Aug.	= 236	51	$-5\ \ 34$	22	0,43
16. Sept.	= 259	23	$-5\ \ 45$	11	0,48
	259 − 117	142	$1^m\ 1^s$	61^s	$0{,}43^s$ voreilend
1883 19. Sept.	= 262		$0^m\ 0^s$		
22. Oct.	= 295	33	$-0\ \ 27$	27^s	$0{,}82^s$
20. Nov.	= 324	29	$-0\ \ 47$	20	0,69
31. Dec.	= 365 = 0	41	$-1\ \ 6$	19	0,46
1884 7. Febr.	= 38	38	$-1\ \ 50$	44	1,16
16. März	= 76	38	$-2\ \ 23$	33	0,87
16. April	= 107	31	$-2\ \ 48$	25	0,81
26. Mai	= 147	40	$-3\ \ 18$	30	0,75
12. Juni	= 164	17	$-3\ \ 28$	10	0,59
16. Juli	= 198	34	$-3\ \ 45$	17	0,50
18. Aug.	= 231	33	$-3\ \ 57$	12	0,36
14. Sept.	= 258	27	$-4\ \ 9$	12	0,44
15. Oct.	= 289	31	$-4\ \ 34$	25	0,81
365 − 262 + 289 − 0		392	$4^m\ 34^s$	274	$0{,}70^s$ voreilend

Fig. 1. Stand und Gang der Pendeluhr Breguet.



nügt, um alle Zahlen in das Netz selbst einzuschreiben und damit jeder Zeit Alles über den Gang der Uhren Nöthige übersichtlich beisammen zu haben.

Es lassen sich aus der Tabelle von S. 53 nebst der Zeichnung Fig. 1. manche Schlüsse ziehen: Die Neuaufstellung der Uhr im September 1873 hat, ohne dass an der Pendellänge etwas geändert wurde, zweifellos den Gang geändert, nämlich von $0{,}4^s$ auf $0{,}7^s$ vergrössert.

Nach der Neuaufstellung scheint der Gang eine jährliche Periode, mit etwa $0{,}8^s$ im Winter und $0{,}5^s$ im Sommer, zu zeigen. Die Uhr geht daher in der Kälte etwas rascher als in der Wärme. Die in der Tabelle und in dem Diagramm hervorstehende Abnormität vom 31. December steht vielleicht damit in Zusammenhang, dass während der Feiertage plötzlich der sonst bei Tag geheizte Saal, in welchem die Uhr steht, kalt blieb.

Die Zeichnung Fig. 1. hat vom October bis Mai noch eine punktirte Ganglinie mit der Bemerkung „Glasfenster". Es wurde nämlich mit dem Passageinstrument, welches hinter einem gewöhnlichen Fenster sich befindet, nicht nur bei geöffnetem Fenster, sondern auch wiederholt durch das Glasfenster hindurch, beobachtet, wobei der lichtbrechende Einfluss der Glasscheibe für jene ganze Zeit nahe constant $= 26^s$ erhalten wurde. Mit Rücksicht auf diese Correction kann also mit jenem Instrument bei schlechtem Wetter, wenn die Sonne über Mittag erscheint, auch durch die Glasscheibe beobachtet werden.

Zur Regulirung einer Pendeluhr hat man sich der einfachen Pendelgesetze zu erinnern, nämlich

Schwingungsdauer eines Pendels von der Länge l

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}} \tag{1}$$

wo g die Beschleunigung der Schwere in 1 Secunde etwa $= 9{,}81$ m ist.

Aus (1) findet man die Pendellänge l für die Schwingungsdauer t

$$l = g \left(\frac{t}{\pi}\right)^2 \tag{2}$$

insbesondere mit $t = 1^s$, die Länge des Secundenpendels

$$l = \frac{g}{\pi^2} = 0{,}994 \text{ m} \tag{3}$$

Aus (2) erhält man auch die Aenderung dl, welche ein Pendel erfahren muss, wenn seine Schwingungsdauer t in $t + dt$ übergehen soll:

$$dl = \frac{2\,g\,t}{\pi^2}\,dt \tag{4}$$

oder wegen (2):

$$\frac{dl}{l} = 2\,\frac{dt}{t} \tag{5}$$

Wenn eine Uhr täglich um k Secunden nachgeht (täglicher Gang k Secunden verzögernd), so bedarf sie einer täglichen Correction $= + k$ und da der Tag $24 \times 60 \times 60 = 86400$ Secunden hat, ist

$$\frac{dt}{t} = \frac{k}{86\,400} \text{ und nach (5) und (3):}$$

$$dl = 0{,}994 \; \frac{2\,k}{86\,400} \; 1000 \text{ in Millimetern}$$

$$dl = 0{,}0230 \; k \text{ Millimeter.} \tag{6}$$

Hiernach berechnet man folgendes Hülfstäfelchen:

Täglicher Gang	Pendelcorrection	Täglicher Gang	Pendelcorrection	
1^s	0,023 mm	6^s	0,138 mm	
2^s	0,046 „	7^s	0,161 „	
3^s	0,069 „	8^s	0,184 „	(7)
4^s	0,092 „	9^s	0,207 „	
5^s	0,115 „	10^s	0,230 „	

Wenn der Gang $\left\{\begin{matrix}\text{voreilend}\\ \text{verzögernd}\end{matrix}\right\}$ ist, d. h. wenn die Uhr zu $\left\{\begin{matrix}\text{schnell}\\ \text{langsam}\end{matrix}\right\}$ geht, muss das Pendel $\left\{\begin{matrix}\text{verlängert}\\ \text{verkürzt}\end{matrix}\right\}$ werden.

Als Beispiel nehmen wir folgenden Fall: Die zweite Pendeluhr (Frerk) unserer Hannover'schen Sammlung ging nach Sternzeit und sollte auf mittlere Sonnenzeit regulirt werden. Nach S. [4] des Anhangs sind 24 Stunden Sternzeit $= 24^h - 3^m\,56^s = 24^h - 236^s$ Sonnenzeit. Die Uhr ging also um 236^s täglich vor oder es war der tägliche Gang $= 236^s$ voreilend, was nach (6) oder dem Hülfstäfelchen (7) eine Pendelverlängerung $= + 5{,}43$ mm gibt. Es wurde daher die Pendellinse zunächst nach einem Maassstab um circa 5,4 mm heruntergeschraubt und die Uhr versuchsweise 1 Stunde lang in Gang gesetzt, wobei sich im Vergleich mit einer nahezu richtig gehenden anderen Uhr eine Voreilung von $0{,}5^s$ ergab. Da dieses einem täglichen Voreilen von 12^s entspricht, so hat man nach (6) und (7) abermals eine Pendelverlängerung von 0,28 mm vorzunehmen, zu deren Messung die Pendelcorrectionsschraube mit getheiltem Knopfe dient. Die Ganghöhe dieser Schraube fand sich = 0,48 mm, und da die Mutter am Rande in zwanzig Theile getheilt ist, gibt ein solcher Theil 0,024 mm und die berechneten 0,28 mm entsprechen 11,6 Theilen. Man wird für eine Uhr, sobald man den Schrauben- und Theilungswerth der Pendeljustirung kennt, sich ein kleines Täfelchen anlegen, welches für jeden Werth des täglichen Ganges die Pendelcorrection in Theilen der Umdrehungen der Correctionsschraube angibt. In unserem Falle würde dieses Täfelchen sehr einfach werden, denn nach den oben angegebenen Zahlenwerthen entspricht einem Theilstrich der Schraube eine Höhenänderung von $0{,}48 : 20 = 0{,}024$ mm, d. h. sehr nahe $= 0{,}023$ mm nach (7). Es scheint also der Verfertiger der Uhr die Ganghöhe und Randtheilung der Correctionsschraube absichtlich so eingerichtet zu haben, dass die Drehung der

Schraube um 1 Strich einer Gangänderung der Uhr um 1 Secunde pro 1 Tag entspricht.

In der angegebenen Weise wurde durch verschiedene Versuche der Gang der fraglichen Uhr allmälig auf etwa 1^s pro Tag gebracht und so gelassen.

Wenn die Gangregulirung praktisch so einfach wäre, als die mathematische Betrachtung andeutet, so würde es ein Leichtes sein, einer Pendeluhr in wenigen Wochen auf $0{,}1^s$ genau den Gang $0{,}0^s$ zu verschaffen, allein es treten hiebei manche Störungen ein, deren Ursachen man nicht kennt. Nach jeder Neuregulirung dauert es eine gewisse Zeit bis sich überhaupt wieder ein gleichförmiger Gang einstellt, der innerhalb der letzten Secunde zum Theil dem Zufall anheim gegeben ist. Hat man daher einmal den Gang einer Uhr innerhalb 1^s pro Tag gebracht, so thut man am besten daran, Nichts mehr daran zu ändern, sondern den einmal vorhandenen Gang nur noch rechnerisch zu verfolgen.

Bei Taschenuhren ist es noch schwieriger, den Gang genau zu reguliren. Unser Taschenchronometer (von Kutter in Stuttgart) hat einen Regulator mit Zeigerspielraum von 5 mm. Eine versuchsweise vorgenommene Aenderung um 1 mm gab eine Gangänderung um 40^s, worauf durch mehrfaches Probiren mit schwachem Drücken innerhalb 0,1 mm der Gang allmälig wieder auf etwa 1^s pro Tag gebracht wurde.

Zahlreiche praktische Resultate über Chronometer-Genauigkeit findet man in den verschiedenen Jahrgängen der „Annalen der Hydrographie und maritimen Meteorologie, herausgegeben von der Kaiserlichen Admiralität“. Berlin, Mittler und Sohn.

§ 13. Zeitbestimmung aus einer einzelnen Sonnen- oder Sternhöhe.

Indem wir das astronomische Dreieck Fig. 1. oder Fig. 3. von § 4. (S. 10 und 11) wieder vornehmen, haben wir auch von dort die zur Bestimmung von t aus φ h und δ dienende Gleichung (1) § 4. S. 11:

$$\sin h = \sin\varphi \, \sin\delta + \cos\varphi \, \cos\delta \, \cos t \tag{1}$$

oder nach $\cos t$ aufgelöst:

$$\cos t = \frac{\sin h - \sin\varphi \, \sin\delta}{\cos\varphi \, \cos\delta} \tag{2}$$

Die Anwendung soll sofort an einem Beispiel gezeigt werden. Als Instrument zum Messen der Sonnenhöhe diente der ältere Meyerstein'sche Theodolit mit gebrochenem Fernrohr Fig. 4. § 10. S. 41.

Da der Sonnenmittelpunkt nicht unmittelbar beobachtet werden kann, wird zuerst der Oberrand der Sonne anvisirt, und bei gut einspielender Längslibelle der Moment der Berührung des Sonnenrandes mit dem Horizontalfaden an der Taschenuhr notirt, worauf die Ablesung an beiden Nonien