Man hat also jetzt aus (7) und (8) nach Fig. 3.:

$$R' - R = \pi \cos h' - \pi \cos (h' + R')$$

$$R' - R = \pi \cos h' - \pi (\cos h' - R' \sin h') = \pi R' \sin h' \qquad (9)$$

Die Parallaxe π kann mittelst (3) eliminirt werden, und indem man zugleich R' mit R, sowie h' mit h vertauscht, hat man aus (9):

$$R' - R = \frac{R^2}{\varrho} \frac{a}{(R)} \sin h \qquad (10)$$

Der Nenner ϱ wurde zur Gewinnung gleichen Maasses (Bogensekunden) zugesetzt, und indem man nun $a = 859$ und $(R) = 234$ aus (4) einsetzt, erhält man

$$R' - R = 0{,}0000178\, R^2 \sin h \quad (\log Coeff. = 5.25\,034 - 10) \qquad (11)$$

wo der scheinbare Mondhalbmesser R in Sekunden zu setzen ist.

Für $h = 90^0$ und für einige Hauptwerthe von R erhält man hiernach folgende Reductionsgrössen:

Mondhalbmesser $R =$	14′ 30″	15′ 0″	15′ 30″	16′ 0″	16′ 30″
$\frac{R^2}{\varrho} \frac{a}{(R)} =$	13,48″	14,41″	15,39″	16,40″	17,44″

Indem man diese Werthe noch mit *sin h* multiplicirt, erhält man die Halbmesservergrösserungen für verschiedene Höhen, von welchen wir bei der Reduction von Monddistanzen später Gebrauch machen werden.

Bei der Sonne beträgt die Halbmesservergrösserung durch Parallaxe höchstens 0,04″, und auch bei den Planeten bleibt sie unmerklich.

§ 9. **Kimmtiefe.**

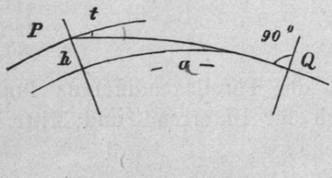
Zur See braucht man ausser der Refraction und der Parallaxe noch die Kimmtiefe, um gemessene Höhen auf wahre Höhen zu reduciren. Der Seemann misst nämlich z. B. eine Sonnenhöhe mit dem Sextanten als kürzesten Abstand des Sonnen-Ober- oder -Unterrandes von der Kimm, d. h. von der Begrenzungslinie zwischen Wasser und Luft.

Indem wir die Grundformel der trigonometrischen Höhenmessung als bekannt voraussetzen, nämlich

$$h = a \tan g\, \alpha + \frac{1 - k}{2\,r} a^2 \qquad (1)$$

(vgl. z. B. Jordan, Handb. der Verm. I S. 542), finden wir daraus die Kimmtiefenformel in folgender Weise:

Fig. 1. Kimmtiefe t.



In (1) bedeutet a eine Horizontaldistanz, α einen Höhenwinkel, h den Höhenunterschied, r den Erdhalbmesser, $k = 0{,}13$ den Refractionscoefficienten.

In Fig. 1. betrachten wir die Visur von einem Punkte P, welcher die Höhe h über dem Meere hat, nach der Kimm Q, d. h. eine das Meer in Q berührende Visur. Wendet man hierauf die Grundgleichung (1) zweifach an, nämlich zuerst für die Visur von P nach Q und dann für eine fingirte Visur von Q nach P, so erhält man zwei Gleichungen:

$$\text{von } P \text{ nach } Q \qquad -h = a \, tang\,(-t) + \frac{1-k}{2\,r}\,a^2 \qquad (2)$$

$$\text{von } Q \text{ nach } P \qquad +h = a \, tang\; 0 + \frac{1-k}{2\,r}\,a^2 \qquad (3)$$

Die letzte Gleichung gibt die Sehweite

$$a = \sqrt{\frac{2\,r}{1-k}\,h} \qquad (4)$$

$\frac{2h}{t}\rho = \sqrt{\;}$ $2h\rho$

(2) und (3) subtrahirt geben:

$$2\,h = a \; tang \; t$$

und dieses mit (4) zusammen genommen, zugleich mit $tang\; t = \frac{t}{\varrho}$, gibt:

$$t = 2\,\varrho \sqrt{\frac{-k}{2\,r}}\,\sqrt{h} \qquad (5)$$

für die Erde im Allgemeinen kann man $r = 6\,370\,000$ m setzen und k ist im Mittel etwa $= 0{,}13$; damit wird (5)

$$t = 107{,}8'' \sqrt{h} \qquad (6)$$

Hiernach ist Folgendes berechnet:

Höhe h	Kimmtiefe t	Differenz	Höhe h	Kimmtiefe t	Differenz
0 m	0′ 0″		5 m	4′ 1″	
1 m	1′ 48″	1′ 48″	6 m	4′ 24″	23″
2 m	2′ 32″	44″	7 m	4′ 45″	21″
3 m	3′ 7″	35″	8 m	5′ 5″	20″
4 m	3′ 36″	29″	9 m	5′ 23″	18″
5 m	4′ 1″	25″	10 m	5′ 41″	18″

Ausführlichere Tafeln dieser Art enthalten die nautischen Werke, z. B. Domke, nautische Tafeln S. 73.

Man bemerkt aus der vorstehenden Zahlenübersicht, dass die Differenzen für 1 m Höhe bei wachsender Höhe abnehmen, und dieses hat eine praktische Bedeutung insofern, als ein Fehler in der Höhe bei grosser Höhe weniger schädlich ist als bei kleiner Höhe, wozu noch der Umstand kommt, dass bei sehr kleinen Höhen die Kimm durch Wellenbewegung gestört wird. Man soll also, wenn man die Wahl hat, seinen Augpunkt möglichst hoch über der Wasserfläche wählen.

Das Vorstehende gilt nur für die freie Kimm. Die Kimm vor einem Strande erscheint tiefer, sofern nicht etwa der Strand hinter der Kimm auftaucht, d. h. selbst schon weiter als die Sehweite für freies Meer entfernt ist.

Ist man genöthigt, eine Kimm zu benutzen, welche sich nicht gegen den Himmel, sondern gegen Land abhebt, so wird man zuerst überlegen, ob man die Strandlinie wirklich sieht oder ob sie sich hinter der Kimm befindet.

Hierzu dient die Formel (4), welche mit $r = 6\,370\,000$ m und $k = 0{,}13$ gibt:

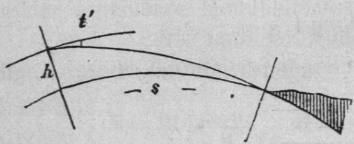
$$a = 3826{,}7 \sqrt{h} \tag{7}$$

womit berechnet wurde:

Höhe h	Sehweite a	Differenz	Höhe h	Sehweite a	Differenz
0 m	0,0 km	3,8 km	5 m	8,6 km	0,8 km
1 m	3,8 km	1,6 km	6 m	9,4 km	0,7 km
2 m	5,4 km	1,2 km	7 m	10,1 km	0,7 km
3 m	6,6 km	1,1 km	8 m	10,8 km	0,7 km
4 m	7,7 km	0,9 km	9 m	11,5 km	0,6 km
5 m	8,6 km		10 m	12,1 km	

Man wird sich in solchem Falle möglichst nieder aufstellen, um nicht die Strandlinie selbst, sondern eine oben freie Kimm zu erhalten. Ist dieses nicht möglich, so hat man den Tiefenwinkel der Strandlinie in Rechnung zu bringen. Hiezu haben wir mit Anwendung der Grundgleichung (1) auf Fig. 2.:

Fig. 2. Strandtiefe.



$$-h = s\; tang\,(-t') + \frac{1-k}{2\,r}\, s^2$$

$tang\,(-t') = -\dfrac{t'}{\varrho}$ gesetzt, gibt die Auflösung nach t':

$$t' = \frac{h}{s}\,\varrho + \frac{1-k}{2\,r}\,\varrho\, s \qquad \left(log\ \frac{1-k}{2\,r}\,\varrho = 8.14\,878\right) \tag{8}$$

Beispielshalber berechnen wir hiernach für $h = 4$ m:

$s =$ 1 km	$t =$ 13′ 59″
2 km	7′ 21″
3 km	5′ 17″
4 km	4′ 23″
5 km	3′ 55″
6 km	3′ 42″
7 km	3′ 36″
7,7 km	3′ 36″ freie Kimm.

Für verschiedene Höhen h und Entfernungen s wird diese Strandtiefe t' in Domke's nautischen Tafeln S. 73 (VIII) gegeben, wobei die Entfernungen in Seemeilen gezählt sind. (1 Seemeile = 1 Aequatorminute = 1,855 Kilometer.)

Die Kimmtiefe ist stets von der beobachteten Höhe abzuziehen.

Alle drei bis jetzt von uns betrachteten Höhenreductionen setzen sich so zusammen:

Wahre Höhe = Scheinbare Höhe — Kimmtiefe
— Refraction
+ Höhenparallaxe.