

Sonnenaufgang = $7^h 4^m$ Vormittags Wahre Zeit,

Mittag = $12^h 0^m$ Wahre Zeit,

Sonnenuntergang = $4^h 56^m$ Nachmittags Wahre Zeit.

Dagegen in mittlerer Zeit wegen der Zeitgleichung + 14^m :

Sonnenaufgang = $7^h 18^m$ Vormittags Mittlere Zeit,

Mittag = $12^h 14^m$ Nachmittags Mittlere Zeit,

Sonnenuntergang = $5^h 10^m$ Nachmittags Mittlere Zeit.

Da die Uhren nach mittlerer Zeit gehen, ist am 15. Februar der nominelle Vormittag um 28 Minuten, nämlich um den doppelten Zeitgleichungsbetrag kürzer als der nominelle Nachmittag.

Für alle Beobachtungen, welche sich auf die Sonnenculmination beziehen, merke man sich:

$$\text{Culmination} = 12^h + g, \text{ mittlere Zeit,} \quad (8)$$

wo g die Zeitgleichung mit dem algebraischen Vorzeichen des Berliner Jahrbuchs nach (7) bedeutet.

§ 6. Die Angaben des astronomischen Jahrbuchs. Zeitverwandlung.

Zur weiteren Verfolgung unserer Aufgaben bedürfen wir der Angaben eines astronomischen Jahrbuchs, welches für den praktischen Astronomen eine ähnliche Rolle spielt, wie z. B. für den praktischen Trigonometer eine logarithmisch-trigonometrische Tafel, indem deren Zahlenangaben schlechthin als gegeben betrachtet werden, ohne dass der Praktiker im Stande wäre, sie sich selbst zu verschaffen.

Die für uns wichtigsten, zum Theil schon auf S. 2 und S. 16 erwähnten, Werke dieser Art sind:

1) Berliner Astronomisches Jahrbuch, herausgegeben von der königlichen Sternwarte zu Berlin, unter Redaction von W. Förster und F. Tietjen. Berlin, Ferd. Dümmler's Verlagsbuchhandlung, Harrwitz und Gossmann (Preis 12 Mark). Erscheint jeweils 2—3 Jahre zum Voraus.

2) The Nautical Almanac and astronomical ephemeris for the meridian of the royal observatory at Greenwich. Published by order of the Lords Commissioners of the admiralty. London. Price two shillings and sixpence. (Im deutschen Buchhandel Preis 3 Mk. 75 Pf.) Erscheint jeweils 4 Jahre zum Voraus.

3) Nautisches Jahrbuch oder Ephemeriden und Tafeln zur Bestimmung der Zeit, Länge und Breite zur See nach astronomischen Beobachtungen, herausgegeben vom Reichsamt des Innern, unter Redaction von Prof. Dr. Tietjen. Berlin, Carl Heymann's Verlag. (Preis 1 Mk. 50 Pf.) Erscheint jeweils 3 Jahre zum Voraus.

Das „Nautische Jahrbuch“ ist im Wesentlichen ein deutscher Auszug aus dem englischen „Nautical Almanac“.

Wir nennen noch die „Connaissance des temps“ und die „American Ephemeris“, welche jedoch für uns weniger Interesse haben.

Jeder, der sich praktisch mit astronomischen Messungen und Berech-

nungen beschäftigen will, muss ein astronomisches Jahrbuch unbedingt haben, wozu dem Anfänger das sehr billige Nautische Jahrbuch und für weiteren Gebrauch der reichhaltigere Nautical Almanac zu empfehlen ist. Das Berliner Astronomische Jahrbuch dient mehr theoretischen Zwecken, enthält aber auch alles für unsere Zwecke wesentlich Erforderliche, dazu für populären Gebrauch die Aufgänge und Untergänge von Sonne und Mond für Berlin (B. J. 1885 S. 74—79). Die Rectascension und Declination der Sonne, und die Zeitgleichung gibt das Berliner Jahrbuch nur für den wahren Mittag, der Nautical Almanac für den wahren und für den mittleren Mittag.

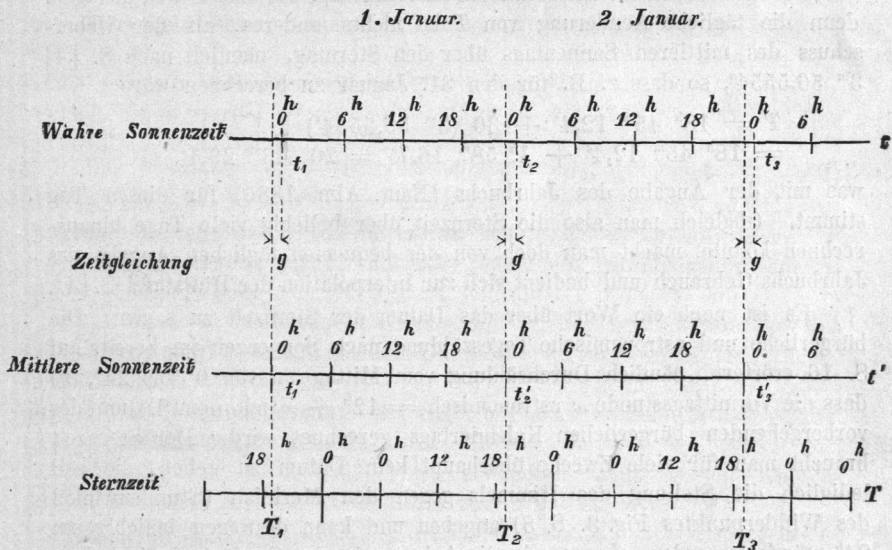
Die Angaben der Jahrbücher beziehen sich auf den Meridian ihrer Sternwarte (Berlin, Greenwich etc.); für jeden anderen Ort ist Zeitverwandlung erforderlich.

Wir haben dreierlei Zeiten kennen gelernt: Sternzeit, mittlere Sonnenzeit, wahre Sonnenzeit, welche ausserdem noch für jeden Meridian wieder verschieden sind. Die Aufgaben der Zeitverwandlung sind zweierlei:

- 1) Verwandlung von Zeitintervallen,
- 2) Verwandlung von Zeitpunkten.

Die Verwandlung von Zeitintervallen kann nur Sternzeit und mittlere Sonnenzeit betreffen, weil wahre Sonnenzeit ohne Angabe eines Zeitpunktes gar kein bestimmtes Zeitmaass ist. Die Verwandlung von Intervallen mittlerer Sonnenzeit und Sternzeit ist bereits auf S. 8 mit den Hülftafeln S. [4] erledigt. Wir gehen daher zur Verwandlung der Zeitpunkte über.

Fig. 1. Gegenseitige Verwandlung der Zeiten.



In Fig. 1. sind die drei Zeiten durch geradlinige Theilungen veranschaulicht. Die Theilungen für mittlere Sonnenzeit und für Sternzeit sind

gleichförmig, die Theilung für wahre Sonnenzeit ist ungleichförmig. Die Aufgabe der Zeitpunktverwandlung ist in dieser geometrischen Darstellung ausgedrückt durch die Projicirung irgend eines Punktes der einen Theilung auf eine andere Theilung.

Der Fig. 1. entsprechen ungefähr folgende Angaben von S. 3 des Nautical Almanac für 1885, wobei der Zeitgleichung das Vorzeichen nach der Berliner Annahme (mittlere Zeit — wahre Zeit) gegeben ist.

| | Mittl. Greenw. Zeit t' | Zeitgleichung g | Sternzeit T |
|-----------|-----------------------------|------------------------------------|---|
| 1. Januar | 0 ^h | + 4 ^m 0,2 ^s | 18 ^h 45 ^m 12,4 ^s |
| 2. „ | 0 ^h | + 4 ^m 28,2 ^s | 18 ^h 49 ^m 8,9 ^s |
| 3. „ | 0 ^h | + 4 ^m 55,7 ^s | 18 ^h 53 ^m 5,5 ^s |

Durch Proportional-Interpolation kann man hiernach für jeden beliebigen Werth t' der mittleren Greenw. Zeit die zugehörige Zeitgleichung und damit die wahre Sonnenzeit, sowie die Sternzeit finden. Z. B. am 1. Januar 12 Uhr (Nachts) mittlere Zeit, hat man $g = + 4^m 14,2^s$, also wahre Zeit $t = 12^h 0^m 0^s - 4^m 14,2^s = 11^h 55^m 45,8^s$ und Sternzeit $T = 18^h 47^m 10,6^s$.

Zur Verwandlung zwischen mittlerer und wahrer Sonnenzeit ist die tägliche Angabe des Jahrbuchs erforderlich, weil die Differenz g sich nicht gleichförmig ändert, so dass überhaupt die Proportional-Interpolation nicht streng, sondern nur genähert richtig ist; dagegen zur fortlaufenden Beziehung zwischen mittlerer Sonnenzeit t' und Sternzeit T würde streng genommen eine Reduction, etwa am Jahresanfang, für alle Zeiten genügen, denn die tägliche Aenderung von T ist nichts anderes, als der Ueberschuss des mittleren Sonnentags über den Sterntag, nämlich nach S. [4] 3^m 56,5554^s, so dass z. B. für den 31. Januar zu berechnen wäre

$$T = 18^h 45^m 12,4^s + 30 (3^m 56,5554^s) \\ = 18^h 45^m 12,4^s + 1^h 58^m 16,7^s = 20^h 43^m 29,1^s,$$

was mit der Angabe des Jahrbuchs (Naut. Alm. 1885) für diesen Tag stimmt. Obgleich man also die Sternzeit über beliebig viele Tage hinausrechnen könnte, macht man doch von der bequemen täglichen Angabe des Jahrbuchs Gebrauch und bedient sich zur Interpolation der Hülftafel S. [4].

Es ist noch ein Wort über das Datum der Sternzeit zu sagen. Die bürgerliche und astronomische Tageszählung nach Sonnenzeit ist bereits auf S. 16 erörtert, nämlich Durchzählung vom Mittag an von 0^h bis 24^h, so dass die Vormittagsstunde x astronomisch = 12^h + x mit dem Datum des vorhergehenden bürgerlichen Kalendertags gerechnet wird. Der Sternzeit braucht man für viele Zwecke überhaupt kein Datum zu geben, sie soll lediglich die Stellung des Himmels gegen den Meridian (Stundenwinkel des Widderpunktes Fig. 3. S. 8) angeben und kann deswegen beliebig um 24^h geändert werden, ebenso wie die Azimute in der Geodäsie beliebig um 360^o geändert werden können. Dieses zeigt auch Fig. 1.; es ist z. B. hiernach am 1. Januar 18^h mittlere Sonnenzeit ungefähr = 13^h Sternzeit,

geht man aber nicht direct von der einen Scala auf die andere über, sondern am Nullpunkt der Sonnenzeit, so findet man (in runden Zahlen)

$$\begin{array}{rcl}
 0^h \text{ Sonnenzeitpunkt} & = & 19^h \text{ Sternzeitpunkt} \\
 18^h \text{ Sonnenzeitintervall} & = & 18^h \text{ Sternzeitintervall (genähert)} \\
 \hline
 18^h \text{ Sonnenzeitpunkt} & = & 37^h \text{ Sternzeitpunkt} \\
 \text{Abzug von} & & 24^h \\
 \hline
 \text{gibt} & & 13^h \text{ Sternzeitpunkt wie oben.}
 \end{array} \quad (1)$$

Das Vorstehende gilt zunächst nur für Greenwichzeiten oder allgemeiner für Zeiten der Orte im Meridian des Jahrbuchs; für andere Orte ist der Längenunterschied gegen den Meridian des benützten Jahrbuchs in Rechnung zu nehmen.

An einem Orte, welcher die Länge λ (östlich positiv, westlich negativ) gegen Greenwich hat, sei die mittlere Ortszeit t' gegeben, es soll die zugehörige Ortssternzeit S bestimmt werden. Die aus dem Jahrbuch zu entnehmende Sternzeit im mittleren Greenwicher Mittag sei für den betreffenden Tag $= T$, man hat also jetzt:

Sternzeit im mittleren Greenw. Mittag $= T$.

Die mittlere Ortszeit $t' = (t' - \lambda)$ mittlere Greenw. Zeit gibt vom Greenw. Mittag an einen Zeitverlauf von $t' - \lambda$ mittlere Sonnenzeit $= (t' - \lambda) + \Delta (t' - \lambda)$ Sternzeit, wenn $\Delta (t' - \lambda)$ der Zuschlag für Verwandlung mittlerer Sonnenzeit in Sternzeit nach der Tafel auf S. [4] ist, also:

$$\text{Greenwichsternzeit} = T + t' - \lambda + \Delta (t' - \lambda).$$

Nun geht man wieder zurück auf Ortssternzeit durch Addition von λ , also

$$\text{Ortssternzeit } S = T + t' - \lambda + \Delta (t' - \lambda) + \lambda.$$

$$S = T + t' + \Delta t' - \Delta \lambda. \quad (2)$$

Wir fassen diese wichtige Rechnungsvorschrift zusammen mit Unterscheidung von $\pm \lambda$; es sei:

t' die mittlere Ortszeit vom Mittag an von 0^h bis 24^h gezählt (also Vormittags grösser als 12^h mit dem Datum des vorhergehenden bürgerlichen Tages).

T die Sternzeit im mittleren Greenw. Mittag, aus dem Jahrbuch zu entnehmen (Vormittags mit dem Datum des vorhergehenden bürgerlichen Tages).

$\pm \lambda$ der Längenunterschied des Ortes gegen Greenwich, östlich positiv, westlich negativ gezählt.

$\Delta t'$ und $(\Delta \lambda)$ die Zuschläge für Verwandlung mittlerer Sonnenzeit in Sternzeit, aus der ersten Tafel von S. [4] zu entnehmen.

Dann ist die Ortssternzeit:

$$S = T + (\Delta \lambda) + t' + \Delta t' \quad (3)$$

$(\Delta \lambda)$ ist negativ, wenn der Ort östlich von Greenwich liegt, positiv, wenn der Ort westlich von Greenwich liegt.

Beispiel. Für 2. Januar 1885, Vormittags $7^h 19^m 52^s$ mittlere Hannoveraner Ortszeit soll die Hannoveraner Sternzeit bestimmt werden.

Zuerst verschafft man sich die Länge λ (wenn andere Mittel fehlen, durch Abstechen aus einer Karte), in unserem Falle ist:

$$\text{Hannover, technische Hochschule, } \lambda = + 0^h 38^m 52,5^s \text{ östlich } \left. \begin{array}{l} \\ \text{von Greenwich} \end{array} \right\} \quad (4)$$

hiezü nimmt man aus der Tafel I S. [4] $5,9^s + 0,5^s = 6,4^s$ und zwar nach (3) betreffs des Vorzeichens

$$(\Delta \lambda) = - 6,4^s. \quad (5)$$

(Die zwei Werthe λ und $(\Delta \lambda)$ notire man sich ein für alle Mal in seinem Jahrbuch.)

Nun gibt der Nautical Almanac für 1. Januar 1885

$$\begin{array}{r} T = 18^h 45^m 12,4^s \\ \text{hiezü } (\Delta \lambda) = \quad \quad \quad - \quad 6,4^s \\ \hline T + (\Delta \lambda) = 18^h 45^m 6,0^s \\ 7^h 19^m 52^s \text{ Vormittag gibt } t' = 19^h 19^m 52,0^s \\ \text{Die Tafel I. S. [4] gibt für } 19^h 18^m \quad \quad \quad = \quad \quad \quad 3^m 10,2^s \\ \quad \quad \quad \text{,, } 1^m 52^s \text{ oder rund } 2^m \quad \quad \quad = \quad \quad \quad 0,3^s \\ \hline \text{Hannoveraner Sternzeit } S = 38^h 8^m 8,5^s \end{array} \quad (6)$$

oder nach der bei (1) gemachten Bemerkung, Weglassung von

$$\begin{array}{r} 24^h \\ \hline S = 14^h 8^m 8,5^s \end{array} \quad (7)$$

Die vorstehende Aufgabe, Bestimmung der Sternzeit, wird hauptsächlich gebraucht, um mittelst der Grundgleichung (1) § 3. S. 7 den Stundenwinkel eines Gestirns von bekannter Rectascension zu bestimmen, nämlich

$$\text{Stundenwinkel} = \text{Sternzeit} - \text{Rectascension} \quad (8)$$

Die umgekehrte Aufgabe, nämlich Bestimmung der mittleren Orts- (Sonnen-)Zeit aus bekannter Ortssternzeit, löst man ebenfalls mittelst der Gleichung (3), nämlich zunächst:

$$t' + \Delta t' = S - (T + (\Delta \lambda)),$$

wo $t' + \Delta t'$ der gesuchte Werth in Einheiten von Sternzeit ist, weshalb man auf Sonnenzeit überzugehen hat durch Abzug von $\Delta t'$ nach der Tafel II. von S. [4], also

$$t' = S - (T + (\Delta \lambda)) - \Delta t'. \quad (9)$$

Umkehrung des ersten Beispiels: Gegeben Hannover, 1. Januar 1885, $14^h 8^m 8,5^s$ Sternzeit. Gesucht die entsprechende mittlere Hannoveraner Sonnenzeit.

Der Nautical Almanac gibt zuerst (wie beim ersten Beispiel) Sternzeit im mittleren Greenw. Mittag $T = 18^h 45^m 12,4^s$

östlich von Greenwich $(\Delta \lambda) = \quad \quad \quad 6,4^s$

$$T' = T + (\Delta \lambda) = 18^h 45^m 6,0^s$$

Dieses ist von dem gegebenen $S = 14^h 8^m 8,5^s$ abzuziehen, welches wir jedoch, um negative Zeitwerthe zu vermeiden, zuvor um 24^h vergrössern, also:

$$\begin{array}{r}
 S = 38^h 8^m 8,5^s \\
 t' + \Delta t' = S - T' = 19^h 23^m 2,5^s \\
 \text{Die Tafel II. S. [4] gibt für } 19^h 18^m : 3^m 9,7^s \} \\
 \text{für } 5^m : 0,8^s \} \quad - \quad 3^m 10,5^s \\
 \hline
 t' = 19^h 19^m 52,0^s
 \end{array}$$

d. h. wieder der Ausgangswerth des ersten Beispiels.

Bei all' diesen Rechnungen braucht man den Werth ($\Delta \lambda$), welchen man deshalb, wie schon bei (5) bemerkt wurde, für seinen Beobachtungsort und das benützte Jahrbuch, ein für alle Mal notirt. Das Sternwartenverzeichniss des Berliner Astronomischen Jahrbuchs (etwa S. 368—371) gibt die von uns mit ($\Delta \lambda$) bezeichneten Werthe unter der Benennung: „Sternzeit im mittleren Mittag gegen weniger Sternzeit im mittleren Berliner Mittag“. Als Beispiel diene:

$$\left. \begin{array}{l}
 \text{Hannover, techn. Hochschule} \\
 \lambda = 0^h 38^m 52,5^s \text{ östl. v. Greenwich } (\Delta \lambda) = - 6,4^s \\
 \lambda = 0^h 14^m 42,4^s \text{ westl. v. Berlin } (\Delta \lambda) = + 2,4^s
 \end{array} \right\} (10)$$

Das Berliner Jahrbuch 1885, S. 369 gibt unmittelbar

Greenwich $\lambda = 0^h 53^m 34,9^s$ westlich von Berlin ($\Delta \lambda$) = + $8,8^s$, was als Controlle von (10) dient.

Die Benutzung verschiedener Jahrbücher muss natürlich dasselbe Resultat geben, und nur der erste Theil der Rechnung $T + (\Delta \lambda)$ ist verschieden. Rechnet man das vorstehende Beispiel mit dem Berliner Jahrbuch, so hat man

$$\begin{array}{r}
 \text{Sternzeit im mittleren Berliner Mittag } T = 18^h 45^m 3,6^s \\
 (\Delta \lambda) = \quad \quad \quad + 2,4^s \\
 \hline
 T + (\Delta \lambda) = 18^h 45^m 6,0^s
 \end{array}$$

d. h. dasselbe wie oben; die übrige Rechnung ändert sich nicht.

Bei der Ermittlung irgend eines anderen Werthes aus dem Jahrbuch hat man stets die betreffende Greenwicher Zeit als Argument zu nehmen. Es soll z. B. am 1. März 1885, $6^h 42^m$ Nachmittags mittlere Hannoveraner Zeit die Declination der Sonne gefunden werden. Man hat

$$\begin{array}{r}
 \text{Mittlere Hannoveraner Zeit} = 6^h 42^m \\
 \text{Länge gegen Greenwich} \quad - 0^h 39^m \\
 \hline
 \text{Mittlere Greenwicher Zeit} \quad 6^h 3^m = 6,05^h
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{Nautical Almanac für 1885, S. 39 gibt für 1. März } \delta = - 7^{\circ} 24' 12'' \\
 \text{stündliche Aenderung (S. 38) } + 57,1'' \times 6,05 = + 345'' = \quad \quad + 5' 45'' \\
 \hline
 \text{für } 6^h 42^m \text{ Hannoveraner Zeit } \delta = - 7^{\circ} 18' 27''
 \end{array}$$

Wie genau man die Greenwicher Zeit zur Entnahme irgend eines Werthes haben muss, hängt von der Aenderung ab. Z. B. die Sonnendecination ändert sich höchstens in einer Stunde um $1'$, wenn man also $1''$ noch sicher haben will, muss die Zeit auf eine Minute genau bekannt sein.

Interpolation. In den meisten Fällen genügt einfache Proportional-Interpolation; in seltenen Fällen müssen zweite Differenzen berücksichtigt werden. Die Interpolationsformel hiefür heisst:

$$y = y_n + z \Delta y_n - \frac{z(1-z)}{2} \Delta^2 y_n \quad (11)$$

wo y_n der nächstvorhergehende Funktionswerth ist, Δy_n die zugehörige erste Differenz und $\Delta^2 y_n$ die zweite Differenz. Wir beschränken uns hier auf die Betrachtung der Interpolation in die Mitte und in beide Drittel.

Ist $z = \frac{1}{2}$, so wird $\frac{z(1-z)}{2} = \frac{1}{8} = 0,125$

Ist $z = \frac{1}{3}$ oder $= \frac{2}{3}$, so wird $\frac{z(1-z)}{2} = \frac{1}{9} = 0,111$

Als Beispiel für letzteren Fall diene Folgendes: Nautical Almanac für 1883, S. 122 gibt die Sonnen-Mondsdistanz am 13. Juli:

| | Differenzen |
|------------------------------|--------------|
| III ^h 104° 6' 45" | |
| | + 1° 21' 45" |
| VI ^h 105° 28' 30" | + 4" |
| | + 1° 21' 49" |
| IX ^h 106° 50' 19" | + 6" |
| | + 1° 21' 55" |
| Mitternacht 108° 12' 14" | |

für 7^h und 8^h findet man zunächst durch Dritttheilung der ersten Differenz 1° 21' 49":

| | |
|-------------------------------|------------------------------|
| 6 ^h 105° 28' 30" | 6 ^h 105° 28' 30" |
| + 27' 16,3" | + 54' 32,7" |
| ----- | ----- |
| 105° 55' 46,3" | 106° 23' 2,7" |
| hiez u - $\frac{1}{9}$ 5" | - 0,6" |
| | - 0,6" |
| ----- | ----- |
| 7 ^h 105° 55' 45,7" | 8 ^h 106° 23' 2,1" |

die Zusammenstellung mit den begrenzenden Werthen für 6^h bis 9^h gibt jetzt:

| | Differenzen |
|-------------------------------|-------------|
| 6 ^h 105° 28' 30,0" | 27' 15,7" |
| 7 ^h 105° 55' 45,7" | + 0,7" |
| | 27' 16,4" |
| 8 ^h 106° 23' 2,1" | + 0,5" |
| | 27' 16,9" |
| 9 ^h 106° 50' 19,0" | |

Die zweite Differenz beträgt jetzt nur noch 0,6", also ihr Maximal-einfluss bei der Interpolation 0,1", man kann also von hier an schlechthin mit ersten Differenzen weiter interpoliren.

Was weiter über die Benutzung des Jahrbuchs, Interpolation etc. zu sagen ist, werden wir am betreffenden Ort besonders behandeln.