

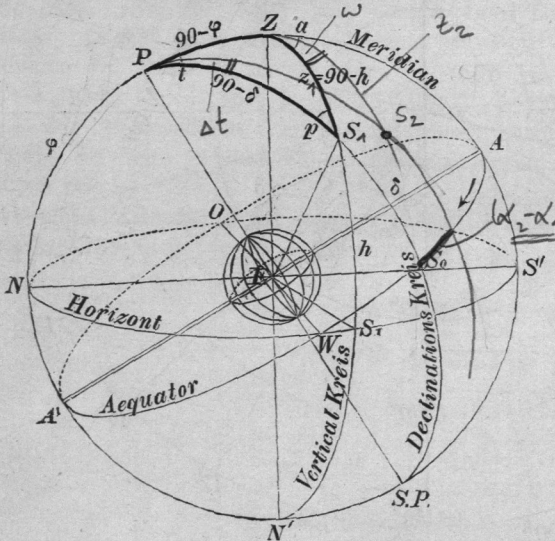
man eine richtige Sternkarte für die fragliche Zeit. (Verfasser hat so eine Sternkarte grossen Maassstabes hergestellt.)

Von gedruckten Sternkarten ist zu empfehlen: „Eckhardt's Sternkarte, 6. Auflage, Giessen, Verlag von Emil Roth“, 48 cm Durchmesser mit Horizont zum Orientiren. Nach dieser Karte ist unsere Fig. 4. (S. 9) mit Darstellung der drei nördlichen Hauptsternbilder des Grossen und Kleinen Bären (Ursa Major und Ursa Minor) und der Cassiopeja, gezeichnet und zwar in solcher Orientirung, wie sie im Frühling Abends dem Himmelsanblick entspricht. PS ist der Declinationskreis des Polarsternes, α Ursae Minoris, welcher zu der angegebenen Zeit links vom Pol, etwas höher als der Pol steht. Der Stundenwinkel t , die Rectascension α^* des Polarsternes und die Sternzeit T sind ebenso eingeschrieben wie in Fig. 3., es ist jedoch zu beachten, dass in Fig. 3. der Himmel von oben, in Fig. 4. dagegen von unten (von der Erde aus) betrachtet angenommen ist.

§ 4. Das astronomische Dreieck.

Wir haben in § 2. und § 3. zwei sphärische Coordinatensysteme kennen gelernt, von denen das eine mit Azimut und Höhe sich auf die

Fig. 1. Beziehungen zwischen den irdischen und den himmlischen Coordinaten.



Erde, das zweite mit Rectascension und Declination sich auf den Himmel bezieht. Durch Vermittlung der Fundamentalgleichung (1) § 3. S. 7, Sternzeit = Stundenwinkel + Rectascension, werden die auf den Meridian bezogenen Elemente, und damit beide Systeme überhaupt, in Verbindung gebracht. Diese Verbindung ist in Fig. 1. veranschaulicht, welche insbesondere das wichtige astronomische Dreieck ZPS enthält, dessen Seiten und Winkel folgende sind:

1) Seite $ZP = 90^\circ - \varphi$, weil $NEP = \varphi$ die Breite des Beobachtungspunktes ist.

*) In Fig. 4 sind zweierlei Zeichen α angewendet, erstens das Zeichen für den Stern, α Ursae Minoris, zweitens die Rectascension α .

2) Seite $PS = 90^\circ - \delta$, weil SS_0 die Declination δ des Sternes S ist.

3) Seite $ZS = z = 90^\circ - h =$ Zenitdistanz oder Complement der Höhe, denn es ist $S_1ES = h$, die früher definierte Höhe.

4) Winkel $ZPS =$ Stundenwinkel t , als Winkel zwischen dem Meridian und dem Declinationskreis des Sternes.

5) Winkel $PZS = 180^\circ - a$, wo a das Azimut oder der Winkel zwischen dem Meridian und dem Verticalkreis ist, hiebei ist das Azimut a von Süden über Westen gezählt.

6) Winkel $PSZ = p$ der sogenannte parallaktische Winkel, welcher bis jetzt noch nicht betrachtet worden ist und auch selten gebraucht wird.

Von den verschiedenen Aufgaben, zu deren Lösung das astronomische Dreieck gebraucht wird, behandeln wir hier die Bestimmung von Azimut und Höhe aus Stundenwinkel und Declination bei gegebener Breite. Zu diesem Zweck ist in Fig. 3. das astronomische Dreieck von Fig. 1. besonders herausgezeichnet, und zur Anbindung an die der Formelsammlung von S. 2—3 zu entnehmenden Grundformeln der sphärischen Trigonometrie ist Fig. 2. daneben gestellt.

Fig. 2. Hüfisdreieck.

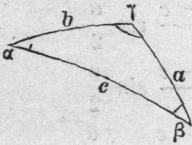
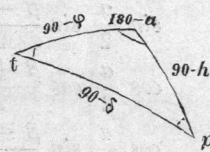


Fig. 3. Astronomisches Dreieck.



$$\begin{aligned} \cos a &= \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos \alpha \text{ gibt} \\ \cos (90^\circ - h) &= \cos (90^\circ - \varphi) \cos (90^\circ - \delta) \\ &\quad + \sin (90^\circ - \varphi) \sin (90^\circ - \delta) \cos t \\ \sin h &= \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos t \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \cotg c \sin b &= \cos b \cos a + \sin a \cotg \gamma \text{ gibt} \\ \text{tang } \delta \cos \varphi &= \sin \varphi \cos t - \sin t \cotg a \\ \cotg a &= \cotg t \sin \varphi - \frac{\text{tang } \delta}{\sin t} \cos \varphi \end{aligned} \quad (2)$$

Durch diese zwei Gleichungen (1) und (2) werden h und a einzeln aus gegebenen φ , δ und t berechnet.

Zu (2) nehmen wir ein einfaches Zahlenbeispiel:

Gegeben $\varphi = 55^\circ$, $\delta = +20^\circ$, $t = 1^h = 15^\circ$

$\log \cotg t$	0.57 195	<i>Erg.</i> $\log \sin t$	0.58 700
$\log \sin \varphi$	9.91 336	$\log \cos \varphi$	9.75 859
$\log \cotg t \sin \varphi$	0.48 531	$\log \text{tang } \delta$	9.56 107
			9.90 666

$$\begin{aligned}
 \cotg t \sin q &= 3,0571 \\
 \frac{\text{tang } \delta}{\sin t} \cos q &= 0,8066 \\
 \cotg a &= \overline{2,2505} & \log \cotg a &= 0,35228 \\
 a &= 23^\circ 57' & a &= 23^\circ 57'
 \end{aligned}$$

Ebenso kann man auch direct nach der Höhenformel (1) rechnen.

Die Formeln (1) und (2), und ähnliche, werden zuweilen durch Einführung von Hülfswinkeln deswegen umgeformt, weil die Ausrechnung den wiederholten Uebergang von den Logarithmen zu den Zahlen und umgekehrt verlangt. Wir finden jedoch diesen Umstand unwesentlich. Ueberdies kann Jeder, welcher in diesem Uebergang ein Hinderniss findet, zur Vermeidung desselben sich der Additions- und Subtractionslogarithmen bedienen.

Dagegen ist es in dem Falle, dass nicht nur h oder a , sondern diese beiden Grössen zusammen verlangt werden, angezeigt, statt der Formeln (1) und (2) die Gauss'schen Formeln von S. 3 anzuwenden, dieselben lauten mit Anwendung auf Fig. 2.:

$$\begin{aligned}
 \sin \frac{a}{2} \cos \frac{\beta - \gamma}{2} &= \sin \frac{b + c}{2} \sin \frac{a}{2} \\
 \sin \frac{a}{2} \sin \frac{\beta - \gamma}{2} &= \sin \frac{b - c}{2} \cos \frac{a}{2} \\
 \cos \frac{a}{2} \cos \frac{\beta + \gamma}{2} &= \cos \frac{b + c}{2} \sin \frac{a}{2} \\
 \cos \frac{a}{2} \sin \frac{\beta + \gamma}{2} &= \cos \frac{b - c}{2} \cos \frac{a}{2}
 \end{aligned}$$

Zum Uebergang auf Fig. 3. hat man:

$$\begin{aligned}
 \beta &= p, \quad \gamma = 180^\circ - a & b &= 90^\circ - q, \quad c = 90^\circ - \delta \\
 \frac{\beta + \gamma}{2} &= 90^\circ - \frac{a - p}{2} & \frac{b + c}{2} &= 90^\circ - \frac{q + \delta}{2} \\
 \frac{\beta - \gamma}{2} &= \frac{a + p}{2} - 90^\circ & \frac{b - c}{2} &= -\frac{q - \delta}{2} \\
 \frac{a}{2} &= \frac{z}{2} & \frac{a}{2} &= \frac{t}{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sin \frac{z}{2} \sin \frac{a + p}{2} &= \cos \frac{q + \delta}{2} \sin \frac{t}{2} \\
 \sin \frac{z}{2} \cos \frac{a + p}{2} &= \sin \frac{q - \delta}{2} \cos \frac{t}{2} \\
 \cos \frac{z}{2} \sin \frac{a - p}{2} &= \sin \frac{q + \delta}{2} \sin \frac{t}{2} \\
 \cos \frac{z}{2} \cos \frac{a - p}{2} &= \cos \frac{q - \delta}{2} \cos \frac{t}{2}
 \end{aligned}$$

Indem man nun bei der Division die Zähler und Nenner $Z N Z' N'$ besonders heraushebt, hat man:

$$\left. \begin{aligned}
 \text{tang } \frac{a+p}{2} &= \frac{\cos \frac{\varphi+\delta}{2} \sin \frac{t}{2}}{\sin \frac{\varphi-\delta}{2} \cos \frac{t}{2}} = \frac{Z}{N} \\
 \sin \frac{z}{2} &= \frac{Z}{\sin \frac{a+p}{2}} = \frac{N}{\cos \frac{a+p}{2}} \\
 \text{tang } \frac{a-p}{2} &= \frac{\sin \frac{\varphi+\delta}{2} \sin \frac{t}{2}}{\cos \frac{\varphi-\delta}{2} \cos \frac{t}{2}} = \frac{Z'}{N'} \\
 \cos \frac{z}{2} &= \frac{Z'}{\sin \frac{a-p}{2}} = \frac{N'}{\cos \frac{a-p}{2}}
 \end{aligned} \right\} (3)$$

Beispiel $\varphi = 55^\circ$, $\delta = + 20^\circ$, $t = 1^h = 15^\circ$.

$\frac{t}{2} = 7^\circ 30'$	$\log \cos \frac{\varphi+\delta}{2}$	9.89 947	} 9.01 517 = $\log Z$
$\varphi + \delta = 75^\circ 0'$	$\log \sin \frac{t}{2}$	9.11 570	
$\varphi - \delta = 35^\circ 0'$	$\log \sin \frac{\varphi+\delta}{2}$	9.78 445	
$\frac{\varphi+\delta}{2} = 37^\circ 30'$	$\log \cos \frac{\varphi-\delta}{2}$	9.97 942	
$\frac{\varphi-\delta}{2} = 17^\circ 30'$	$\log \cos \frac{t}{2}$	9.99 627	} 9.97 569 = $\log N'$
	$\log \sin \frac{\varphi-\delta}{2}$	9.47 814	

$\log Z$ 9.01 517	$\log Z'$ 8.90 015	$\frac{a+p}{2} = 19^\circ 9,3'$
$\text{Erg. } \log \sin \text{ od. } \cos$ 0.02 473	$\text{Erg. } \log \sin \text{ od. } \cos$ 0.00 153	$\frac{a-p}{2} = 4^\circ 48,2'$
$\log N$ 9.47 441	$\log N'$ 9.97 569	

$\log \text{ tang } \frac{a+p}{2}$ 9.54 076	$\log \text{ tang } \frac{a-p}{2}$ 8.92 446	$a = 23^\circ 57,5'$
$\log \sin \frac{z}{2}$ 9.49 914	$\log \cos \frac{z}{2}$ 9.97 722	$p = 14^\circ 21,1'$

$$\frac{z}{2} = 18^\circ 23,8' \qquad \frac{z}{2} = 18^\circ 23,8'$$

$$\begin{aligned}
 z &= 36^\circ 47,6' \\
 h &= 53^\circ 12,4'
 \end{aligned}$$

Die Auswahl, ob *Erg. $\log \sin$* oder *cos* zu nehmen ist; dann die Entscheidung über den Quadranten nach Maassgabe der Vorzeichen von Zähler und Nenner, wird genau ebenso wie bei den elementaren Formeln der Polygonometrie getroffen (vgl. J. Handb. d. Verm. I S. 281).

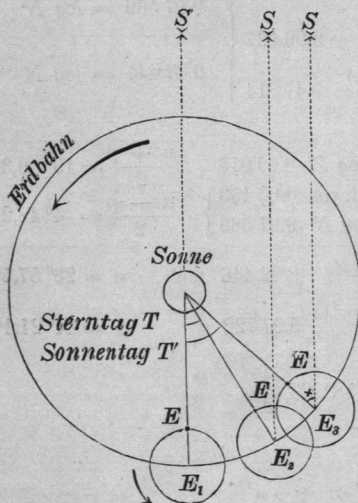
Nach diesen Formeln (1) (2) (3) ist die Tabelle der Azimute und Höhen für die Breiten 45° 50° 55° auf S. [15] des Anhangs berechnet worden, unter Annahme runder Werthe von δ und t . Auf die praktische Bedeutung dieser Resultate werden wir später zurückkommen.

§ 5. Sonnenzeit, Zeitgleichung.

Nach § 3. S. 8 kann der Stundenwinkel t eines beliebigen Himmelspunktes als Zeitmaass dienen, denn nach der Grundgleichung $T = t + \alpha$ sind T und t nur um ein constantes Stück α verschieden; vorausgesetzt ist aber hiebei, dass der fragliche Punkt S am Himmel fest, oder seine Rectascension α constant sei.

Aus diesem Grunde eignet sich die Sonne, welche eine eigene Bewegung am Himmel hat, nicht unmittelbar zur Zeitbestimmung, aus zwei Gründen: erstens ist ihre Rectascension α veränderlich, und zweitens ist diese Veränderung nicht gleichförmig, und zwar rührt diese Ungleichförmigkeit hauptsächlich davon her, dass die Bahn der Erde um die Sonne nicht ein Kreis, sondern eine Ellipse ist, und dass die Erdachse nicht rechtwinklig, sondern schief auf der Erdbahn steht. Man nimmt nun aber wegen der durch die Sonnenbewegung geregelten Tageszeiten diese Bewegung dennoch als Zeitmaass, indem man die Veränderung in Rechnung bringt.

Fig. 1. Sternzeit und Sonnenzeit.



Man versteht zunächst unter Sonnenzeit den Stundenwinkel der Sonne, und unter Sonnentag die Zeit zwischen zwei aufeinanderfolgenden Culminationen der Sonne. Da aber aus den angegebenen Gründen die verschiedenen Sonnentage nicht gleich sind, also ein Sonnentag schlechtweg, ohne Datum, gar kein bestimmtes Zeitmaass ist, so hat man das Mittel aller Sonnentage eines Jahres als mittleren Sonnentag in die Zeitrechnung eingeführt, und dieser mittlere Sonnentag hat ein sehr einfaches Verhältniss zu dem Sterntag, welcher als erstes Zeitmaass in § 3. S. 7 erwähnt worden ist.

Um dieses Verhältniss zwischen mittlerem Sonnentag und Sterntag zu finden, betrachten wir in Fig. 1. die Bewegung der Erde um die Sonne unter der Vor-