Auflösung durch eine Substitution von der Form $\frac{A}{B} = tang\ \lambda$, wobei λ gewöhnlich eine einfache geometrische Bedeutung hat.

Gauss'sche Gleichungen.

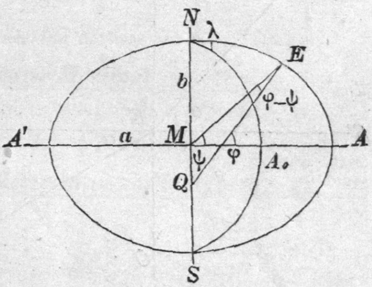
$$\left.\begin{aligned} \sin\frac{a}{2}\cos\frac{\beta-\gamma}{2} &= \sin\frac{b+c}{2}\sin\frac{\alpha}{2} \\ \sin\frac{a}{2}\sin\frac{\beta-\gamma}{2} &= \sin\frac{b-c}{2}\cos\frac{\alpha}{2} \\ \cos\frac{a}{2}\cos\frac{\beta+\gamma}{2} &= \cos\frac{b+c}{2}\sin\frac{\alpha}{2} \\ \cos\frac{a}{2}\sin\frac{\beta+\gamma}{2} &= \cos\frac{b-c}{2}\cos\frac{\alpha}{2} \end{aligned}\right\} \tag{12}$$

Durch Division findet man $\frac{\beta+\gamma}{2}$ und $\frac{\beta-\gamma}{2}$, sowie $\frac{b+c}{2}$ und $\frac{b-c}{2}$ und damit β und γ sowie b und c.

§ 2. Feste Punkte und feste Richtungen auf der Erde.

Lage eines Punktes auf der Erdoberfläche. Die Erdoberfläche ist ein Umdrehungsellipsoid von geringer Abplattung (Fig. 1.), dessen Quadrant AN etwa $= 10\,000\,000$ m, und dessen Abplattung $\frac{a-b}{a}$ etwa $= \frac{1}{299}$ ist. Für viele Zwecke ist es hinreichend genau, die Erde als eine Kugel vom Halbmesser 6 370 000 m zu betrachten.

Fig. 1. Das Erdellipsoid.



Auf einem Meridian NEA der Erde wird ein Punkt E bestimmt durch seine geographische Breite φ, d. h. durch den Winkel, welchen die Normale EQ mit der grossen Achse MA macht; eine andere Punktbestimmung im Meridian erhält man durch die geocentrische Breite ψ, d. h. den Winkel, welchen die Linie EM von E nach dem Erdmittelpunkt M, mit der grossen Achse MA bildet. Die Differenz der Winkel φ und ψ ist durchaus nicht unbedeutend, sie hat in runden Zahlen etwa folgende Werthe:

$\varphi = 0^0$	$\varphi - \psi = 0'$	$\varphi = 45^0$	$\varphi - \psi = 12'$
$\varphi = 15^0$	$\varphi - \psi = 6'$	$\varphi = 60^0$	$\varphi - \psi = 10'$
$\varphi = 30^0$	$\varphi - \psi = 10'$	$\varphi = 75^0$	$\varphi - \psi = 6'$
$\varphi = 45^0$	$\varphi - \psi = 12'$	$\varphi = 90^0$	$\varphi - \psi = 0'$

(vgl. J. Handb. d. Verm. II S. 31 und 51).

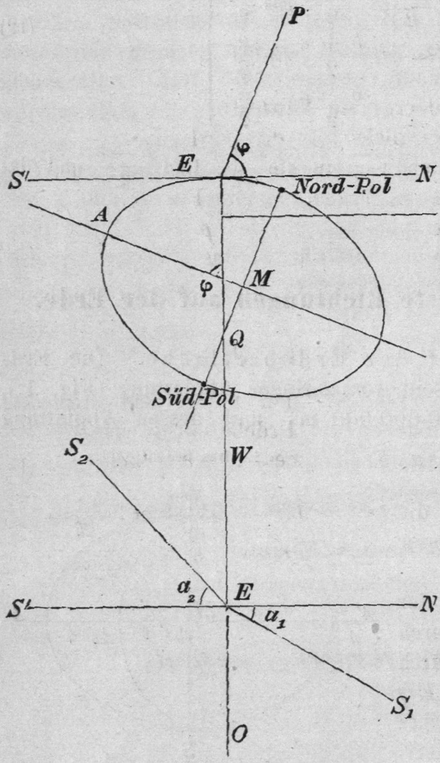
Die gegenseitige Lage zweier Meridiane wird bestimmt durch den Längenunterschied λ, welcher entweder als Winkel A_0NA am Pol N, oder als Bogen A_0A auf dem Aequator zur Anschauung kommt.

Unter Voraussetzung eines festen Anfangsmeridians NA_0 (z. B. Meridian von Greenwich) ist somit ein Punkt auf der Erdoberfläche vollständig bestimmt durch seine geographische Breite φ und durch seine geographische Länge λ.

Feste Richtungen in einem Punkte der Erdoberfläche (Fig. 2.).

Die erste Hauptrichtung ist die Normale EQ, welche durch die Schwerkraft bestimmt wird, jede in E rechtwinklig zu EQ gelegte Richtung heisst eine Horizontale (durch die Libelle bestimmt). Der Inbegriff aller Horizontalen, d. h. die Berührungsebene in E, heisst der Horizont.

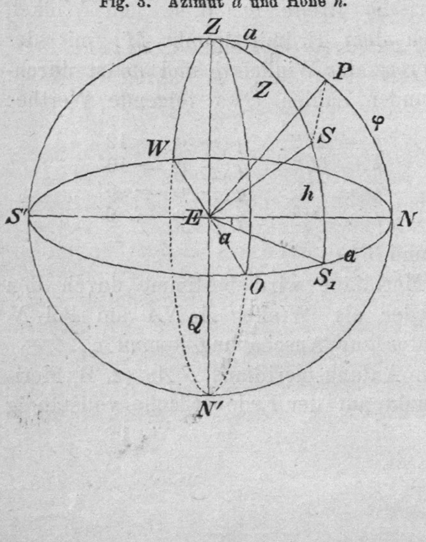
Fig. 2. Hauptrichtungen.



In der Horizontebene, welche im unteren Theile von Fig. 2. besonders gezeichnet ist, erhält man durch die Beziehung zum Meridian zwei weitere Hauptrichtungen, die Nord-Südlinie NS', in übertragenem Sinne selbst wieder Meridian genannt, und die West-Ostlinie WO. In der Horizontebene wird ein Strahl ES_1 oder ES_2 festgelegt durch sein Azimut, welches vom Meridian, entweder von Nord nach Ost $= a_1$, oder von Süd nach West $= a_2$ gezählt wird.

Ein von E ausgehender Strahl ES, welcher nicht in der Horizontebene liegt, wird bestimmt durch das Azimut seiner Projection ES_1 auf die Horizontebene und durch den Höhenwinkel S_1ES, welchen der Strahl ES mit seiner Horizontalprojektion ES_1 bildet.

Fig. 3. Azimut a und Höhe h.



Mit der in § 1. S. 1 erwähnten Himmelskugel als Anschauungshülfsmittel haben wir alle bisher behandelten Richtungen in der perspectivisch gezeichneten Fig. 3. zusammengestellt.

E ist ein Beobachtungspunkt der Erdoberfläche, EQ ist die Normale, entsprechend Fig. 1. und Fig. 2., $N\ O\ S'\ W$ und S, sind dieselben wie in Fig. 2. Die Normale EQ gibt nach oben verlängert am Himmel das Zenit Z und unten das Nadir N'. Durch einen Punkt S des Himmels wird der Verticalkreis ZSS_1 gelegt, wodurch das Azimut a von S in dreierlei Form sich zeigt, nämlich als Winkel NES_1 im Horizont, oder als Bogen NS_1 des Horizontkreises $NOS'W$, endlich als Winkel NZS am Zenit. $S_1ES = h$ ist die Höhe von S, deren Complement $ZES = z$ Zenitdistanz genannt wird.

Von den verschiedenen durch EZ gehenden Verticalkreisen, deren einer, ZSS_1 bereits erwähnt wurde, und zu welchen auch der Meridian NZS' gehört, führt der von West nach Ost gerichtete, WZO noch einen besonderen Namen, derselbe heisst der „erste Vertical".

Zieht man von E aus eine Parallele mit der Erdachse, d. h. mit der Geraden MN in Fig. 1., so erhält man in Fig. 3. die Richtung EP, und damit den Himmelspol P, woraus in Verbindung mit Fig. 2. folgt, dass die Polhöhe NEP gleich der geographischen Breite φ ist. Zieht man noch die Verbindung PS, so erhält man in Fig. 3. das wichtige Dreieck ZPS, welches später besonders behandelt werden wird. (§ 4.)

Verschiebung des Horizontes. (Fig. 4.)

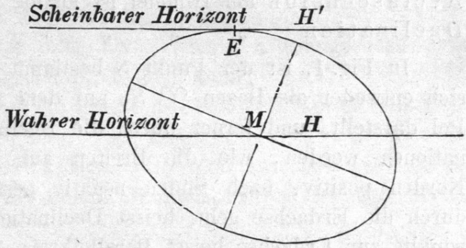
Nach der bisherigen Erklärung versteht man unter dem Horizont eines Punktes E die in diesem Punkte an die Erdoberfläche gelegte Berührungsebene EH'. Da jedoch der Erdhalbmesser sehr klein ist im Vergleich mit den Entfernungen der Himmelskörper, so empfiehlt es sich für viele Zwecke, die Horizontebene mit sich selbst parallel in den Erdmittelpunkt zu verschieben, so dass sie die Lage MH annimmt, und man nennt dann

EH' den scheinbaren Horizont,

MH den wahren Horizont,

und sofern man nicht die Verschiebung geradezu vernachlässigen kann, hat man für gegenseitige Reduktion vom scheinbaren auf den wahren Horizont und umgekehrt Sorge zu tragen.

Fig. 4. Scheinbarer Horizont und Wahrer Horizont.



Die Benennungen „scheinbar" und „wahr" (englisch *apparent* und *true*), welche in ähnlichem Sinne auch sonst in der Astronomie vorkommen, sind nach unserer vorstehenden Entwicklung eigentlich nicht gerechtfertigt, man wäre eher versucht, EH' den wahren Horizont und MH einen fingirten Horizont zu nennen; die Benennungen sind jedoch dadurch entstanden, dass man in den Hauptrechnungsformeln alles auf den „wahren" Horizont MH beziehen muss, während der „scheinbare" Horizont nur vorübergehend bei den Beobachtungen gebraucht wird.

Eine mehr treffende Bezeichnung statt „wahr" ist „geocentrisch", z. B. eine geocentrische Monddistanz ist eine solche, wie sie ein im Mittelpunkt der Erde befindlicher Beobachter sehen würde.