Capitel I.

Allgemeine Vorbereitung der astronomischen Zeit- und Ortsbestimmungs-Aufgaben.

§ 1. Einleitung.

Die astronomische Zeit- und Ortsbestimmung ist ein Theil der praktischen Astronomie; sie beschäftigt sich mit der Lage der Himmelskörper gegen die Erde, und im besonderen gegen einen einzelnen Punkt der Erde, den Beobachtungspunkt.

Es handelt sich dabei hauptsächlich um die Richtungen der Sehstrahlen von dem Beobachtungspunkt nach den Himmelskörpern, d. h. um die Winkel, welche diese Sehstrahlen mit festen Geraden auf der Erde oder unter sich selbst bilden. Die Entfernungen der Himmelskörper von dem Erdorte kommen dabei in der Regel nicht in Betracht, sondern werden nur ausnahmsweise zu Hülfsberechnungen gebraucht.

Zur Veranschaulichung der Winkel, welche die verschiedenen durch den Beobachtungspunkt gehenden Geraden und Ebenen bilden, bedient man sich, wie in der sphärischen Trigonometrie, einer fingirten Kugel, welche man sich mit beliebigem Halbmesser um den Beobachtungspunkt beschrieben denkt, diese Kugel heisst das Himmelsgewölbe. Jede von dem Beobachtungspunkt ausgehende Richtung wird veranschaulicht durch einen Punkt des Himmelsgewölbes; der Winkel, welchen zwei Visirrichtungen unter sich bilden, wird dargestellt durch einen grössten Kreisbogen des Himmelsgewölbes etc.

Wenn das Himmelsgewölbe mit allen für unsere Zwecke in Betracht kommenden Punkten feststehend wäre, so würden die astronomischen Beobachtungen sich nicht wesentlich von den geodätischen Winkelmessungen unterscheiden. Die Punkte des Himmels stehen aber nicht fest, sondern sind in stetiger Bewegung begriffen, welche als Maass der Zeit dient; und deswegen kommen zu den reinen Winkelmessungen, welche mit ähnlichen Instrumenten wie in der Geodäsie ausgeführt werden, in der Astronomie noch die Zeitmessungen mit Hülfe der Uhren, und die Gesammtaufgabe der astronomischen Ortsbestimmung besteht in folgenden Theilaufgaben:

1) Bestimmung der Zeit.
2) Bestimmung der Himmelsrichtungen (Azimut).
3) Bestimmung der geographischen Breite.
4) Bestimmung der geographischen Länge.

Von diesen vier Theilaufgaben sind 1) und 4) sehr nahe verwandt; diese Aufgaben greifen überhaupt mehrfach in einander über.

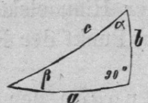
Die Auflösung dieser praktischen Aufgaben setzt verschiedene Hülfsmittel als gegeben voraus, welche in den astronomischen Jahrbüchern niedergelegt sind, und durch die theoretische Astronomie gewonnen worden sind.

Wegen häufigen Gebrauchs stellen wir hier die wichtigsten Formeln der sphärischen Trigonometrie zusammen, um dieselben nach Bedarf citiren zu können.

I. Rechtwinkliges sphärisches Dreieck. Fig. 1.

Hypotenuse $= c$
Kathete $= a$ Gegenwinkel $= \alpha$
Kathete $= b$ Gegenwinkel $= \beta$

Fig. 1.
Rechtwinkliges sphärisches Dreieck.



$$\left.\begin{aligned} \cos c &= \cos a \cos b \\ \cos c &= \operatorname{cotg} \alpha \operatorname{cotg} \beta \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

$$\sin \alpha = \frac{\sin a}{\sin c} \qquad \sin \beta = \frac{\sin b}{\sin c} \qquad (2)$$

$$\cos \alpha = \frac{\operatorname{tang} b}{\operatorname{tang} c} \qquad \cos \beta = \frac{\operatorname{tang} a}{\operatorname{tang} c} \qquad (3)$$

$$\operatorname{tang} \alpha = \frac{\operatorname{tang} a}{\sin b} \qquad \operatorname{tang} \beta = \frac{\operatorname{tang} b}{\sin a} \qquad (4)$$

$$\cos \alpha = \sin \beta \cos a \qquad \cos \beta = \sin \alpha \cos b \qquad (5)$$

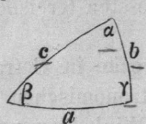
In dieser Gestalt prägen sich diese Formeln leicht dem Gedächtniss ein, wenn man die Analogieen mit den Formeln der ebenen Trigonometrie im Auge behält.

II. Allgemeines sphärisches Dreieck. Fig. 2.

Seiten $a\ b\ c$
Gegenwinkel $\alpha\ \beta\ \gamma$

$$\left.\begin{aligned} \cos a &= \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos \alpha \\ \cos b &= \cos c \cos a + \sin c \sin a \cos \beta \\ \cos c &= \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos \gamma \end{aligned}\right\} \qquad (6)$$

Fig. 2.
Sphärisches Dreieck.



$$\frac{\sin a}{\sin \alpha} = \frac{\sin b}{\sin \beta} = \frac{\sin c}{\sin \gamma} \qquad (7)$$

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{cotg} a \sin b &= \cos b \cos \gamma + \sin \gamma \operatorname{cotg} \alpha \\ \operatorname{cotg} b \sin c &= \cos c \cos \alpha + \sin \alpha \operatorname{cotg} \beta \\ \operatorname{cotg} c \sin a &= \cos a \cos \beta + \sin \beta \operatorname{cotg} \gamma \\ \operatorname{cotg} a \sin c &= \cos c \cos \beta + \sin \beta \operatorname{cotg} \alpha \\ \operatorname{cotg} b \sin a &= \cos a \cos \gamma + \sin \gamma \operatorname{cotg} \beta \\ \operatorname{cotg} c \sin b &= \cos b \cos \alpha + \sin \alpha \operatorname{cotg} \gamma \end{aligned}\right\} \qquad (8)$$

$$\left.\begin{aligned} \cos \alpha &= -\cos \beta \cos \gamma + \sin \beta \sin \gamma \cos a \\ \cos \beta &= -\cos \gamma \cos \alpha + \sin \gamma \sin \alpha \cos b \\ \cos \gamma &= -\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \cos c \end{aligned}\right\} \qquad (9)$$

Diese Gleichungen (6) (7) (8) (9) genügen immer zur Bestimmung eines Dreiecks aus drei gegebenen Stücken. Wenn von einer Unbekannten *sin* und *cos* in einer Gleichung vorkommen, z. B. $A \sin \alpha + B \cos \alpha + C = 0$, so erfolgt die

Auflösung durch eine Substitution von der Form $\frac{A}{B} = tang\ \lambda$, wobei λ gewöhnlich eine einfache geometrische Bedeutung hat.

Gauss'sche Gleichungen.

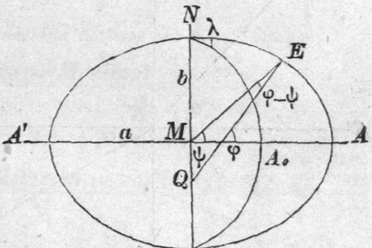
$$\left.\begin{aligned}
\sin\frac{a}{2}\cos\frac{\beta-\gamma}{2} &= \sin\frac{b+c}{2}\sin\frac{\alpha}{2}\\
\sin\frac{a}{2}\sin\frac{\beta-\gamma}{2} &= \sin\frac{b-c}{2}\cos\frac{\alpha}{2}\\
\cos\frac{a}{2}\cos\frac{\beta+\gamma}{2} &= \cos\frac{b+c}{2}\sin\frac{\alpha}{2}\\
\cos\frac{a}{2}\sin\frac{\beta+\gamma}{2} &= \cos\frac{b-c}{2}\cos\frac{\alpha}{2}
\end{aligned}\right\} \qquad (12)$$

Durch Division findet man $\frac{\beta+\gamma}{2}$ und $\frac{\beta-\gamma}{2}$, sowie $\frac{b+c}{2}$ und $\frac{b-c}{2}$ und damit β und γ sowie b und c.

§ 2. Feste Punkte und feste Richtungen auf der Erde.

Lage eines Punktes auf der Erdoberfläche. Die Erdoberfläche ist ein Umdrehungsellipsoid von geringer Abplattung (Fig. 1.), dessen Quadrant AN etwa $=$ 10 000 000 m, und dessen Abplattung $\frac{a-b}{a}$ etwa $= \frac{1}{299}$ ist. Für viele Zwecke ist es hinreichend genau, die Erde als eine Kugel vom Halbmesser 6 370 000 m zu betrachten.

Fig. 1. Das Erdellipsoid.



Auf einem Meridian NEA der Erde wird ein Punkt E bestimmt durch seine geographische Breite φ, d. h. durch den Winkel, welchen die Normale EQ mit der grossen Achse MA macht; eine andere Punktbestimmung im Meridian erhält man durch die geocentrische Breite ψ, d. h. den Winkel, welchen die Linie EM von E nach dem Erdmittelpunkt M, mit der grossen Achse MA bildet. Die Differenz der Winkel φ und ψ ist durchaus nicht unbedeutend, sie hat in runden Zahlen etwa folgende Werthe:

$\varphi = 0^0$	$\varphi - \psi = 0'$	$\varphi = 45^0$	$\varphi - \psi = 12'$
$\varphi = 15^0$	$\varphi - \psi = 6'$	$\varphi = 60^0$	$\varphi - \psi = 10'$
$\varphi = 30^0$	$\varphi - \psi = 10'$	$\varphi = 75^0$	$\varphi - \psi = 6'$
$\varphi = 45^0$	$\varphi - \psi = 12'$	$\varphi = 90^0$	$\varphi - \psi = 0'$

(vgl. J. Handb. d. Verm. II S. 31 und 51).

Die gegenseitige Lage zweier Meridiane wird bestimmt durch den Längenunterschied λ, welcher entweder als Winkel A_0NA am Pol N, oder als Bogen A_0A auf dem Aequator zur Anschauung kommt.

Unter Voraussetzung eines festen Anfangsmeridians NA_0 (z. B. Meridian von Greenwich) ist somit ein Punkt auf der Erdoberfläche vollständig