LIVRE IX.

BAS-RELIEFS.

CHAPITRE I.

THÉORIE DE LA PERSPECTIVE RELIEF.

Principes.

315. La Statuaire proprement dite ne représente que très-rarement des groupes de plus de trois personnages. Pour les compositions plus étendues, la Sculpture emploie des reliefs qui sont épargnés dans un tympan, et qui, par suite, ne peuvent être vus que d'un côté, comme un tableau.

Dans le *haut relief* ou *plein relief*, les personnages sont en ronde bosse ; ce mode est très-convenable quand ils sont tous à peu près sur le même plan ; dans le cas contraire, il faut recourir au *bas-relief*, genre de représentation dans lequel les dimensions perpendiculaires aux plans de front sont réduites, de manière que la composition n'occupe qu'une profondeur donnée.

Un bas-relief doit être soumis, comme un tableau, à la projection conique ; mais tandis que cette projection résout complétement le problème de la Perspective picturale, il laisse indéterminé celui de la Perspective relief, et, pour achever la solution, nous introduisons la condition qu'une ligne droite soit toujours représentée par une droite. Les considérations que nous avons développées dans le deuxième chapitre du cinquième livre, et plus récemment à l'occasion des tableaux courbes (art. 305), montrent la nécessité de cette condition.

La transformation homologique est la solution du problème. Nous pourrions déduire ce résultat de quelques propositions démontrées dans le cinquième livre ; mais la théorie des bas-reliefs étant très-importante, nous croyons devoir l'établir directement.

Nous étudierons d'abord la question sur un plan passant par l'œil.

316. Diverses figures étant tracées sur la superficie plane comprise entre deux droites parallèles AB, CD (fig. 233), supposons que la droite CD avance parallèlement à elle-même vers l'œil O, jusqu'à une position C_1D_1 plus rapprochée de AB, rétrécissant ainsi l'espace occupé par les figures.

Un point E situé sur la ligne invariable AB ne change pas de position; un point G de la ligne CD glisse sur son rayon visuel, et arrive en G_1 sur C_1D_1. Puisque nous voulons que toute droite soit encore droite après la transformation, il faut que EG soit devenu EG_1. La perspective d'un point M sera sur son rayon visuel en M_1. Toutefois nous devons prouver que l'on trouvera le point M_1 pour perspective du point M, quelle que soit la ligne EG qui aura servi à la construction. Sans cela le problème, tel que nous l'avons posé, n'aurait pas de solution.

317. Si l'on met en perspective, au moyen d'une droite IK, un point N situé sur la même ligne de front que le point M, on aura un point N_1 qui sera sur la ligne de front du point M_1.

Pour le démontrer, mettons en perspective la figure 233 considérée comme horizontale, sur le plan vertical qui a pour trace AB.

Cette opération est représentée sur la figure 234. Le sommet de la projection conique est en un point quelconque O′ de la verticale du point O.

Les lignes qui convergent vers le point O ont des perspectives verticales ; les droites CD, MN et C_1D_1 qui sont parallèles à AB ont pour perspectives des horizontales.

Les deux parallèles $G'g$ et $M'm$ sont coupées en segments proportionnels par les trois droites qui sur le tableau divergent du point E. Nous avons donc

$$G'g : M'm :: G'_1g : M'_1m.$$

Les parallèles $K'k$, $N'n$ donnent de la même manière

$$K'k : N'n :: K'_1k : N'_1n.$$

Les trois premiers termes de ces proportions sont respectivement égaux deux à deux ; les quatrièmes sont donc aussi égaux, ce qui prouve que la ligne $M'_1N'_1$ est horizontale, et par suite que la droite M_1N_1 qui lui correspond sur le géométral est de front.

318. D'après cela, pour avoir la perspective d'un point M (fig. 233), on peut mener par ce point une ligne de front MN jusqu'à la rencontre d'une droite IK déjà tracée, et dont la perspective IK_1 soit construite ; chercher la perspective N_1 du point N, et mener par ce point une droite de front N_1M_1 jusqu'au rayon visuel MO. Le point M_1 ainsi obtenu sera sur la perspective EG_1 d'une droite quelconque EG passant par le point M.

Il suit de là que si plusieurs droites se croisent au point M, leurs perspectives déterminées, comme il est dit à l'article 316, passeront par le point M_1. Le mode de transformation auquel nous avons été conduit satisfait donc aux conditions de maintenir les points sur leurs rayons visuels, et de représenter chaque droite par une droite.

Les deux figures sont évidemment homologiques. La ligne invariable AB et l'œil O sont l'axe et le centre d'homologie.

319. La droite IK, considérée comme indéfinie, a pour perspective la droite indéfinie IK_1 (fig. 235).

Une droite OF, menée par l'œil parallèlement à IK, rencontrera la perspective IK_1 en un point F qui, correspondant au point de IK situé à l'infini, sera le point de fuite de cette ligne.

Nous avons vu à l'article 317 que les lignes de front de la figure originale et de la perspective se correspondent deux à deux. Si l'on considère sur la figure transformée des lignes de front de plus en plus rapprochées du point F, leurs homologues sur la figure originale seront de plus en plus éloignées ; la ligne FP elle même correspond à une droite située à l'infini, c'est-à-dire qu'elle contient les points de fuite de toutes les droites : on la nomme *ligne de fuite*.

On peut déterminer le point de fuite d'une droite IK, en lui menant une parallèle jusqu'à la ligne de fuite. Il suit de là que des lignes parallèles ont un même point de fuite.

Le point de fuite P des perpendiculaires aux lignes de front est le *point principal* de la perspective.

320. Pour construire la perspective relief d'une figure située dans un plan qui contient l'œil, il suffit d'avoir la ligne invariable AB, l'œil O, et le point principal P (fig. 237). La perspective EF d'une droite EG sera obtenue par sa trace E sur la ligne invariable et son point de fuite F facile à déterminer sur la ligne de fuite PQ. La ligne M_1N_1 qui correspond à une ligne de front MN peut être déterminée à l'aide d'un point N pris sur une droite IQ perpendiculaire à AB.

Tout ce que nous venons de dire peut être suivi sur la figure 237, ou sur la figure 236 qui est placée au-dessus d'elle avec des lettres accentuées. Celle-ci ne diffère de la première que par la position des droites $E'G'$, $E'F'$ et $O'M'$; toutes les autres forment un ensemble superposable avec la partie correspondante de la figure 237.

321. Il suffit de considérer ces deux figures comme deux projections, l'une horizontale, l'autre verticale, pour reconnaître que le mode de transformation qui convient aux figures planes peut être étendu à celles qui ont trois dimensions, sans cesser de satisfaire aux conditions que nous nous sommes posées.

Les données sont : l'œil (O, O'); les droites AB, A'B' qui représentent le plan invariable ou premier plan, et la perspective (IP, I'P') d'une droite quelconque (IQ, I'Q') perpendiculaire au tableau, ou simplement son point de fuite (P, P').

A un plan de front (SN, N'S') correspond un autre plan de front (N_1S_1, $N'_1S'_1$) ; un point (M, M') du premier a sa perspective au point (M_1, M'_1) où son rayon visuel perce le second. Une droite (EG, E'G') est représentée par une autre qui est déterminée par le point invariable (E, E') et par le point de fuite (F, F') situé sur le plan de front du point (P, P'). La droite ainsi obtenue passe par la perspective (M_1, M'_1) d'un point quelconque (M, M') de la ligne originale. On voit que tout est déterminé : la solution est complète et unique.

Le plan (PQ, P'Q') contient les points de fuite de toutes les droites : on le nomme *plan de fuite*.

Le point principal est au pied de la perpendiculaire abaissée de l'œil sur le plan de fuite.

322. Une verticale est représentée par une verticale ; une horizontale de front par une horizontale de front.

Un cylindre incliné sur les plans de front est représenté par un tronc de cône dont le sommet est sur le plan de fuite.

De ce que toute droite a pour perspective une ligne droite, on conclut que les plans sont représentés par des plans. Chaque plan de la figure transformée passe par la trace du plan original sur le plan invariable, et par sa ligne de fuite, intersection d'un plan parallèle passant par l'œil avec le plan de fuite.

Tous les plans parallèles ont la même ligne de fuite.

Un plan vertical est représenté par un plan vertical.

Le plan d'horizon est le plan horizontal qui passe par l'œil.

Établissement des bas-reliefs.

323. Pour construire un bas-relief, on doit commencer par établir sa projection sur le premier plan. Nous allons voir que cette figure peut être obtenue comme une perspective picturale.

Un plan passant par l'œil O, le point principal P, et un point quelconque M de l'objet à représenter (fig. 238), coupera le premier plan suivant une droite AB perpendiculaire à OP.

La perspective relief de M est dans ce plan en un point m qui se projette en m' sur le premier plan. Nous traçons la ligne Mm', et nous la prolongeons jusqu'à sa rencontre O′ avec la droite PO.

Les deux triangles qui ont leur sommet en M, et pour bases mm' et OO′, donnent

$$mm' : OO' :: Mm : MO.$$

De même, en considérant les triangles qui ont leur sommet en K, on a

$$mm' : GP :: Km : KP.$$

Les seconds rapports de ces proportions sont égaux, car ils sont établis entre des segments faits dans deux droites par des parallèles ; la longueur OO′ est donc égale à GP, ce qui montre que la projection d'une perspective relief sur le premier plan est la perspective picturale de l'objet original, prise sur ce plan d'un point de vue placé sur le rayon principal à une distance égale à l'éloignement de l'œil du plan de fuite.