

## Ombres d'un tore.

(Planche 36.)

**287.** Le Tore représenté par les figures géométrales 214 et 215 est éclairé par une flamme placée en (S, S'). En employant la méthode exposée à l'article 274 pour la perspective d'un piédouche, nous trouvons que le cône d'ombre est formé de deux parties distinctes : l'une enveloppe le Tore et le touche suivant la ligne entièrement réelle QELe (fig. 214) ; la courbe de contact du second est MRGKNkgr. En menant à cette dernière des tangentes du point S, on détermine quatre points limites R, r, K et k. Les points G et g ne sont pas à considérer, non plus que les points E et e de la courbe extérieure, parce que les rayons de lumière n'y sont tangents, en projection, à la courbe, que par suite de la verticalité du plan tangent (art. 273). Les arcs RMr, KNk sont réels ; les arcs KGR, kgr sont virtuels.

La figure 215 est une coupe par le plan vertical dont la trace est CLS ; elle ne représente en conséquence qu'une moitié du Tore, mais cependant elle suffit pour l'étude complète de la question, parce que les ombres de l'autre moitié du Tore sont évidemment symétriques. La courbe de l'ombre extérieure est Q'E'L', et celle de l'ombre intérieure M'R'G'K'N'. Les points limites sont R' et K'.

**288.** En faisant un certain nombre de sections par des plans verticaux contenant la flamme, et traçant les rayons de lumière tangents, on trouve que le cône circonscrit intérieur coupe le Tore suivant les courbes M<sub>1</sub>I<sub>1</sub>RKN<sub>1</sub>... et M<sub>2</sub>R<sub>2</sub>KJ<sub>2</sub>N<sub>2</sub>... (fig. 214). Elles rencontrent tangentiellement la courbe de contact, l'une aux points limites R et r, l'autre aux points K et k. A ces points correspondent sur le cône circonscrit des rebroussements qui se dessinent sur la surface du Tore aux points R<sub>2</sub>, r<sub>2</sub>, K<sub>1</sub> et k<sub>1</sub>.

Les lignes d'intersection sont sur le plan vertical M'I<sub>1</sub>R'K'<sub>1</sub>N', et M'<sub>2</sub>R'<sub>2</sub>K'J'<sub>2</sub>N'<sub>2</sub>.

Une tangente à la courbe d'intersection est dans les plans tangents du Tore

au point considéré, et au point qui lui correspond sur la courbe de contact. Ainsi, la tangente au point  $(R_2, R'_2)$  est l'intersection des plans tangents aux points  $(R_2, R'_2)$  et  $(R, R')$ .

Les parties réelles et utiles sont uniquement l'arc  $(RMr, R'M')$  de la courbe d'ombre propre et l'arc  $(r_1M_1I_1R, R'I_1M'_1)$  de la courbe d'ombre portée qui lui correspond. Il est facile de voir que l'arc  $(KNk, K'N')$  de la courbe de contact n'est pas à considérer, parce qu'il se trouve dans l'ombre de la partie antérieure du Tore.

**289.** Les figures 216 et 217 représentent un Tore avec ses lignes d'ombre, dans le cas où les rayons de lumière sont assez peu inclinés pour qu'il en puisse passer par le vide intérieur. Les lettres établissent la correspondance avec les figures 214 et 215.

Le cône circonscrit coupe le Tore suivant la courbe  $RI_1BR_2KJ_2AK_1$  (fig. 216) et une autre courbe symétrique indiquée par des minuscules. Les rayons  $SAB$ ,  $Sab$  sont bitangents à la surface et aux courbes de section (art. 286). L'arc  $RMr$  de la courbe d'ombre propre est réel et utile; l'arc  $KNk$  est réel, mais la partie  $BNb$  seule est utile, parce que les arcs  $BK$  et  $bk$  sont dans l'ombre portée. Enfin, les parties réelles et utiles de la courbe d'ombre portée sont  $RB$  et  $rb$ ; elles se raccordent avec la courbe d'ombre propre en  $R$  et  $r$ , et la rejoignent avec un angle en  $B$  et  $b$ .

On peut suivre les différentes lignes sur la figure 217; on remarquera notamment en  $B'$  l'angle que forment les arcs réels et utiles.

La figure 218 montre la partie d'un plan horizontal  $XX'$  qui serait éclairée par les rayons qui traversent le Tore.

**290.** Nous avons représenté sur la droite de la planche 36 les perspectives des deux tores sur les tableaux  $TT'$  et  $tt'$ , en supposant l'œil au point  $(S, S')$ . Nous avons construit les figures 220 et 219, en mettant en perspective les cercles méridiens parallèles au tableau, les divisant en huit parties égales, et traçant les ellipses qui représentent les cercles parallèles passant par ces points (art. 279).

La courbe intérieure du contour apparent a quatre rebroussements, et par suite deux parties réelles et deux virtuelles. Sur la figure 220 l'arc  $Rr$  est seul réel et utile; sur la figure 219 une partie de l'arc  $Kk$  l'est également.