

CHAPITRE I.

CONTOURS APPARENTS.

Généralités.

269. Les surfaces, telles que nous avons à les considérer, recouvrent des corps opaques, et la courbe de contact d'un cône circonscrit ne forme contour apparent, pour un œil placé au sommet, que quand les génératrices rectilignes sont extérieures. Si, près du point de tangence, les génératrices sont noyées dans la partie opaque, la courbe de contact n'a aucune importance.

La figure 211 représente une section faite dans le corps regardé par un plan contenant l'œil O du spectateur. On peut mener de ce point six tangentes. Les points m , r et q appartiennent au contour apparent : nous dirons que ce sont des points *réels* de contact, tandis que nous appellerons *virtuels* les points s et t situés sur des tangentes géométriques qui n'existent pas comme rayons visuels. Au point n la tangente est extérieure, mais elle traverse le corps avant d'arriver à l'œil. Ce point est donc invisible ; nous le considérerons cependant comme réel : il est dans la position de tout autre point réel, tel que m ou r , devant lequel on placerait un écran. Le point s ne peut appartenir au contour apparent quelque part qu'on suppose l'œil sur la tangente Os ; le point n , au contraire, deviendrait *utile*, si l'œil était entre n_1 et n , ou au delà de n en O_1 .

Si le corps opaque se trouvait de l'autre côté de la surface, comme il est représenté sur la figure 212, les points réels deviendraient virtuels, et réciproquement.

270. Les points réels et les points virtuels forment quelquefois des courbes séparées ; ainsi, dans le cas de la figure 213, qui représente une surface de révolution vue par un œil placé sur son axe, on trouve un parallèle réel mm' , un second virtuel nm' , et un troisième réel mais invisible rr' .

Le plus souvent les points réels et les points virtuels forment des parties distinctes d'une même courbe, et alors le contour apparent se compose d'arcs qui se terminent brusquement. On comprend qu'il est utile de connaître la position des *points limites*.

La génératrice du cône circonscrit est extérieure ou intérieure suivant que le point de contact est réel ou virtuel ; au point limite la génératrice, passant de l'intérieur du corps à l'extérieur, a un contact du second ordre avec la surface.

Cette circonstance ne peut pas se présenter sur les surfaces convexes, parce qu'elles n'ont qu'un contact du premier ordre avec leurs tangentes. La courbe de contour apparent d'une surface de ce genre est donc entièrement réelle ou entièrement virtuelle. Elle est réelle pour une sphère en relief, et virtuelle pour une sphère creuse : les génératrices du cône circonscrit à la partie supérieure de la Niche (fig. 128) sont évidemment noyées dans la maçonnerie près le point de contact.

Mais les surfaces à courbures opposées ont en chaque point un contact du second ordre avec deux de leurs tangentes qui sont les asymptotes de l'indicatrice. Les courbes de contour apparent de ces surfaces peuvent donc être composées d'arcs réels et d'arcs virtuels : aux points limites la génératrice du cône circonscrit, c'est-à-dire le rayon visuel, est une des deux asymptotes de l'indicatrice.

271. D'après un théorème dû à M. Dupin, la tangente à la courbe de contact est le diamètre de l'indicatrice conjugué avec la génératrice du cône circonscrit ; or, l'asymptote d'une hyperbole est son propre diamètre conjugué ; donc aux points limites la génératrice du cône circonscrit est tangente à la courbe de contact.

La réciproque est vraie : si la génératrice du cône est tangente à la courbe de contact, elle sera une asymptote de l'indicatrice ; elle aura par suite un contact du second ordre avec la surface, et se trouvera à la limite des tangentes extérieures et des tangentes intérieures. Le contour apparent réel s'arrêtera donc au point considéré.

Ces résultats sont soumis à certaines restrictions. Si la génératrice du cône qui est asymptote de l'indicatrice du point de contact avait avec la surface une tangence du troisième ordre, elle serait tout entière d'un même côté, en dehors du corps, par exemple, et elle ne formerait plus limite : la courbe serait réelle d'un côté comme de l'autre. On peut supposer qu'elle avait primitivement un arc virtuel, et que l'œil s'est transporté dans l'espace, de manière à le réduire graduellement et à l'anéantir.

Nous ne reviendrons pas sur ces cas d'exception ; toutes les questions de géométrie en présentent d'analogues.

272. Le rayon visuel d'un point limite étant tangente à la courbe de contact qui peut être considérée comme la directrice du cône circonscrit, on voit que ce cône aura un rebroussement (art. 109), et que par suite le contour apparent en aura un en perspective. Une des deux branches qui s'y réuniront sera réelle, et l'autre virtuelle.

En général, quand, en construisant la perspective d'une surface, on trouve un rebroussement, on doit regarder que l'une des branches est réelle et l'autre virtuelle, car la courbe du contour apparent sur la surface ne peut passer sans rebroussement d'une partie à l'autre du cône perspectif, qu'en touchant la génératrice qui forme arête, et celle-ci se trouvant ainsi tangente à la courbe de contact est une asymptote de l'indicatrice ; elle a donc une tangence du second ordre avec la surface et elle doit être, par suite, à la limite des tangentes extérieures et des tangentes intérieures.

Nous avons supposé que le contour apparent dans l'espace n'avait pas de rebroussement. Il est toujours facile de voir, d'après la forme de la surface, si un rebroussement perspectif est la reproduction d'un rebroussement réel : dans ce cas les deux branches seraient de même nature.

273. Quand on construit directement en perspective le contour apparent d'une surface, les rebroussements se dessinent nettement, et on voit où les

arcs réels s'arrêtent. Si l'on établit d'abord une projection, les tangentes à la courbe de contact menées par l'œil détermineront sur cette ligne les points limites; il n'y aura d'exception que quand le plan tangent sera perpendiculaire au plan de projection, parce qu'alors la tangente à la courbe de contact et le rayon visuel, même lorsqu'ils sont distincts dans l'espace, se confondent en projection.

Nous allons éclaircir ces considérations par l'examen de la perspective d'une surface à courbures opposées.

Perspective d'un piédouche.

(Planche 35.)

274. Conformément aux observations contenues dans les articles 247 et 249, nous plaçons le plan de vue (O, O') dans le plan passant par l'axe du piédouche, et perpendiculaire au tableau AB .

Nous déterminerons d'abord les projections du contour apparent sur les figures géométrales 207 et 208, puis nous construirons la perspective par les procédés généraux de la Géométrie descriptive, selon la méthode exposée aux articles 107 et suivants. Nous ne nous occuperons que de la scotie.

Si nous menons à la méridienne de cette surface de révolution une tangente quelconque NT' , en la supposant entraînée dans le mouvement de rotation, elle engendrera un cône qui touchera la scotie tout le long du parallèle ($NN_1, N'N'_1$): il aura son sommet en C'' ; sa trace sur le plan d'horizon sera le cercle IV_0 .

Les tangentes OV et Ov sont, sur le même plan, les traces de deux plans qui passent par l'œil, et qui, touchant le cône auxiliaire le long des génératrices CV et Cv , touchent également la scotie aux points M et m où ces droites rencontrent le parallèle considéré. On obtient ainsi pour la projection horizontale du contour apparent deux points qui correspondent à un seul point M' sur l'élevation. Pour déterminer avec précision les points V et v , il convient de tracer un cercle sur CO comme diamètre.