plan de la seconde tête. Le point l est transporté en x'_1, puis ramené en x''.

Il faut maintenant déterminer la position du point le plus élevé x sur la génératrice PL_3. Il suffit de relever le point l''_1 en x' sur Pl. x' est un point de la génératrice du petit berceau qui est, en perspective, tangente à la courbe.

On peut encore tracer la tangente LL_1, puis la droite L_1P, qui détermine sur la verticale $t_1r'_1$ un point x'_2 de la tangente horizontale. On voit, en effet, que quand le point m de la courbe va en x, les droites mt et t_1t se confondent.

Ces constructions peuvent être modifiées de diverses manières.

Il n'échappera pas au lecteur que l'intrados fictif donne un moyen de construire la courbe cg. On déterminerait sur chaque génératrice du berceau auxiliaire les deux points situés sur les arêtes planes de la voûte, et on les transporterait horizontalement sur la génératrice correspondante de l'intrados réel. C'est ainsi que le point l''_1 est relevé en x' et transporté en x.

93. Pour l'escalier, on se donne les hauteurs et les girons des marches sur le premier plan. Le profil est indiqué par une ligne pointillée. Il n'y a plus qu'à fixer les saillies des marches en deçà et au delà des pieds-droits du petit berceau. Ce sont des éloignements qui doivent être réduits au tiers et portés sur A'B'.

Nous expliquerons plus loin (art. 168) le tracé des ombres.

94. Si la vue était oblique, on ne pourrait pas déterminer le point le plus élevé de la perspective de l'arête par le contour apparent du cylindre qui forme l'intrados du petit berceau. Toutes les autres constructions resteraient, au fond, les mêmes; mais il faudrait relever sur un plan géométral les largeurs obliques qui devraient être portées sur l'échelle.

Perspective d'une voûte d'arêtes en tour ronde.

(Planche 18, figures 116-121.)

95. Cette voûte est formée par la rencontre d'un berceau tournant avec un berceau conoïde. L'intrados du second est une surface gauche dont toutes les génératrices rencontrent l'axe vertical de la surface de révolution qui forme l'intrados du berceau tournant. Les deux berceaux ont d'ailleurs même plan de naissance et même montée.

Dans la voûte représentée sur les figures géométrales n^{os} 116, 117 et 118, le berceau tournant est en plein cintre ; le conoïde a pour directrice une ellipse située dans le plan vertical $i'j_4$ (fig. 118), perpendiculaire à son axe horizontal ci'.

Nous renvoyons aux ouvrages d'architecture et de stéréotomie pour les propriétés géométriques de cette voûte. Nous rappellerons seulement que, pour avoir les projections horizontales des arêtes, on coupe les intrados par des plans horizontaux ; les sections du berceau tournant sont des cercles, celles du conoïde des droites convergeant vers le centre commun.

Pour avoir les génératrices du conoïde contenues dans les divers plans horizontaux x_1y_1, x_2y_2 (fig. 117), nous portons les abscisses ii_1, ii_2, sur la droite $i'i'_4$ (fig. 118), et nous menons par les différents points des parallèles à i'_3j_3 ; elles déterminent les points j_1 et j_2. Cette construction, reproduite de M. Adhémar, est fondée sur ce que, quand le petit axe d'une ellipse est égal au rayon d'un cercle, les abscisses des points de ces courbes qui ont même ordonnée sont dans le rapport du grand axe au rayon. Il est par conséquent inutile de tracer l'ellipse pour avoir la position des génératrices ; il suffit d'augmenter les abscisses des points du cercle dans le rapport indiqué.

96. Nous allons maintenant mettre en perspective le plan (fig. 116) avec les projections horizontales des arêtes. Si l'on voulait construire directement les arêtes sur le tableau, les opérations seraient longues et leur résultat peu exact, parce qu'il faudrait tracer les perspectives des différents cercles auxiliaires.

Les dimensions du tableau sont quadruplées.

Nous déterminerons d'abord la perspective du point c (fig. 116), vers lequel convergent les projections des génératrices.

Prenant, sur les lignes de terre et d'horizon, les longueurs A_1R_9 et AF_9 (fig. 119) quadruples de $a9$ et de af_9 (fig. 116), nous obtenons la trace R_9 de la droite $c.9.i'$, et son point de fuite F_9. Nous plaçons ensuite le point de distance d_9 correspondant à F_9, et nous portons sur la ligne de terre l'éloignement oblique du point c, de R_9 en c_9, du même côté que le point de distance d_9, parce que le point c est en avant du tableau. La ligne c_9d_9 donne, par sa rencontre avec R_9F_9, le point cherché C; il se trouve au delà du point de fuite F_9, parce que le point c est derrière le spectateur (art. 48).

97. Pour tracer rapidement les projections des génératrices de l'intrados conoïde, nous avons fait une échelle des largeurs par rapport au point C. Il suffit pour cela de mener une parallèle à la ligne d'horizon par le point 17 situé au quart de la verticale CR_{17}. Les points qui sont sur ab (fig. 116) doivent être portés sur cette ligne à leurs distances de 17, et joints au point C.

Ce qu'il y a de plus simple pour placer les points des arêtes sur les projections des génératrices du conoïde, c'est d'opérer sur chacune d'elles à l'aide du point de distance qui lui convient. Si l'on trace la ligne $a'b'$ (fig. 116), parallèle à ab et à la même distance de c que cette droite l'est du point O, la partie de chaque génératrice comprise entre c et $a'b'$ sera la distance oblique mesurée dans sa direction. On évite ainsi de mener par le point O des parallèles aux génératrices.

Les cercles de la figure 116 sont représentés (art. 51) par des hyperboles. Leurs asymptotes sont les perspectives des tangentes aux points tels que E où chaque cercle coupe le plan de front du point de vue. Les centres correspondent aux points où les tangentes dont nous venons de parler rencontrent le rayon c S perpendiculaire au tableau. Nous avons cru inutile d'indiquer ces centres.

98. La perspective du géométral étant terminée, on placera la ligne d'horizon HH' du tableau, à quatre fois la hauteur relevée sur la figure 117. Puis, traçant une ligne arbitraire HA_1, on fera passer l'échelle des hauteurs par le point $\frac{1}{4}$ A_1 situé au quart de cette ligne.

Comme les points à relever du géométral sont placés sur un petit nombre de droites horizontales, on abrège le travail en plaçant d'abord ces lignes.

Considérons celles qui sont projetées sur R_6F_6 : la trace R_6 est relevée en r_6 et en r'_6, et le point de fuite F_6 en f_6. Les deux droites sont donc r_6f_6 et r'_6f_6. Elles rencontrent en C_a et C_1 la verticale du point C qui représente l'axe de la tour. Ceux des autres rayons qui sont situés aux mêmes hauteurs vont passer par les mêmes points. Si donc nous relevons R_{13} en r_{13} et r'_{13}, il suffira de joindre ces points à C_a et à C_1 pour avoir la perspective des lignes qui limitent les arêtes des pieds-droits du côté de la seconde arcade.

On peut déterminer les points C_a, C_1, C_{11}... par l'échelle des hauteurs, en suivant la méthode ordinaire. Si nous prolongeons AA'_1 jusqu'à la rencontre en C' de l'horizontale du point C, la verticale $C'C'_1$ représentera l'intersection du plan de front de l'axe de la tour avec le plan vertical qui contient l'échelle des hauteurs, et dont la trace est AA'_1 ; prolongeant les horizontales de ce plan VI.H, V.H....., nous déterminons les points C'_{VI}, C'_V qui doivent être reportés sur l'axe de la tour.

On construit les lignes du bandeau par points et de la même manière que les arêtes de la voûte.

99. Pour avoir les tangentes des courbes, on les détermine d'abord sur les figures géométrales; ainsi pour la tangente à la courbe de tête en n'_3 (fig. 121), on établit (fig. 117) la tangente en y_1 au demi-cercle générateur du berceau tournant. Sa trace i_4 sur la ligne de naissance, est portée en i'_4 sur la figure 118, et fait connaître le point j_4, d'où l'on déduit sur la figure 116 la trace u de la tangente cherchée [1]. Ce point est mis en perspective, d'abord sur le géométral en u (fig. 119), puis dans l'espace en u'; la tangente est n'_3u'.

La construction est analogue pour les arêtes; la difficulté ne consiste que dans la détermination des tangentes sur les figures géométrales.

Aux points situés sur la génératrice supérieure r_9C_{IV}, les tangentes sont toutes dans le plan horizontal qui correspond à H.IV (fig. 120). La courbure des arêtes étant d'ailleurs très-petite sur le géométral (fig. 119), on peut tracer immédiatement les tangentes m_2t_1, m_2t, m_3t_2 avec une approximation suffisante. Il n'y a plus qu'à relever les points t, t_1, t_2, en t', t_1', t'_2.

Vue oblique d'une niche sphérique.

(Planche 21.)

100. Nous allons nous proposer de construire la perspective d'une niche sphérique. Nous nous donnons les points principaux de fuite et de distance P et D, le point de fuite f des horizontales du plan de tête et la verticale cC, axe du demi-cylindre de la Niche. Le point C est le centre de la surface sphérique qui forme le parement de la partie su-

(1) Les personnes qui connaissent la théorie des surfaces gauches verront que la construction du point u n'est graphiquement exacte, que parce que l'angle des lignes $c8$ et $c9$ est petit. Nous ne nous arrêtons pas à la détermination des tangentes sur les figures géométrales; cette question est étrangère à la Perspective, et on en trouve la solution dans tous les ouvrages de géométrie descriptive.