CHAPITRE V.

PRINCIPE DES HAUTEURS.

Echelle des hauteurs.

41. Nous allons voir maintenant comment on peut appuyer sur la perspective du plan les constructions qui donnent la perspective de l'objet lui-même.

La figure 48 est un dessin géométral sur lequel les objets à mettre en perspective sont représentés par un plan et une élévation séparés par une ligne de terre YY'. Les points o et o' sont les projections de l'œil; ab est la trace du tableau sur le plan horizontal, et hh' celle de l'horizon sur le plan vertical.

La figure 49 est la perspective amplifiée; la largeur AB du tableau et la hauteur AH de la ligne d'horizon sont triples des lignes ab et Yh (fig. 48). Nous supposons les points de fuite et de distance réduite placés, les échelles horizontales établies et la perspective du plan terminée. Nous allons chercher à quelle hauteur un point m,m' du dessin géométral doit être placé sur le tableau, au-dessus de la perspective M_1 de sa projection.

Prenons AA' (fig. 49), triple de $m'm_0$ (fig. 48) : les horizontales représentées par FA et FA′ sont parallèles; la seconde est placée au-dessus de la première, à la hauteur du point considéré. La verticale V_1V, égale en perspective à AA′, est la hauteur du point à l'échelle du plan de front dont la trace sur le géométral est V_1M_1. Le point cherché M est donc sur la parallèle à la ligne d'horizon menée par le point V.

Au lieu de prendre sur la verticale du point A une longueur égale à la hauteur amplifiée du point M, il est plus simple de porter cette hauteur elle-même sur la verticale du point *a*, origine de l'échelle des largeurs. *a*F étant le tiers de AF, *ae* sera le tiers de AA′ et, par suite, égal à $m'm_0$ (fig. 48).

On peut remplacer le point *a* par tout autre point C de l'échelle des largeurs. La verticale CZ, étant dans le même plan de front que *ae*, a la même échelle perspective. Prenant donc une longueur C*e*′ (fig. 49) égale à $m'm_0$ (fig. 48) et joignant les points C et *e*′ à un point quelconque H′ de la ligne d'horizon, on aura deux droites qui représenteront des horizontales situées dans un même plan vertical, et dont l'écartement fera connaître la grandeur perspective de la verticale $m'm_0$ aux différents plans de front. On trace $M_1M'_1$ parallèle à la ligne d'horizon, M'_1M' verticale et $M'M$ parallèle à M'_1M_1.

Toutes les hauteurs seront ainsi portées sur une même droite CZ, que l'on appelle *échelle des hauteurs*. Il est bon de la placer hors du cadre, quand les tracés sont un peu compliqués, pour éviter de porter de la confusion dans le dessin.

L'échelle des hauteurs et l'échelle des largeurs sont les *échelles de front*. Les figures contenues dans leur plan sont reproduites en perspective à l'échelle du dessin géométral.

On mesure souvent sur l'élévation les hauteurs, à partir de la ligne d'horizon *hh*′; il faut alors considérer l'échelle des hauteurs comme ayant son origine en *a*′.

42. Pour avoir la perspective d'une horizontale *mn*, *m′n′* (fig. 48), dont la projection est représentée en M_1N_1 (fig. 49), on pourra opérer pour le point N comme nous avons déjà fait pour le point M, ou bien déterminer sur la ligne d'horizon le point de fuite G de M_1N_1, qui est aussi celui de MN.

Si le point G est éloigné, on pourra utiliser le point g'; en le relevant sur $H'e'$ par une verticale, on aura le point g, qui appartient à la droite NM prolongée, car $g'g$ est égal en perspective à Ce', élévation de la droite considérée au-dessus du géométral.

Enfin on peut relever un point quelconque, par exemple I_1 pris sur la base du tableau. En le ramenant en I'_1, on voit que l'élévation de la droite sur le géométral est I'_1I' à l'échelle du plan de front qui a pour trace AB. On reporte le point I' en I sur la verticale du point I_1.

Perspective des figures situées dans des plans verticaux.

43. On a souvent à mettre en perspective des figures tracées sur un plan vertical. On peut résoudre ce problème par l'emploi des échelles, mais on obtient souvent par le point accidentel de distance une solution plus simple.

Proposons-nous pour exemple de tracer sur une horizontale $A'G'$ (pl. 8) une arcade d'une forme donnée. Nous distinguerons trois cas différents.

Si le point accidentel de distance D (fig. 57) peut être placé sur le tableau, on le joindra aux points A' et G', et on tracera une parallèle $a'g'$ à la ligne d'horizon : elle aura la même grandeur perspective que $A'G'$ (art. 18). On construira sur $a'g'$ une arcade de la forme donnée, et on la ramènera par points sur $A'G'$, en remarquant que les projections b', c', e' vont en B', C', E', d'où il est facile de les relever sur les lignes qui divergent de D.

On peut supposer que l'on fait tourner le plan vertical A′G′ autour de sa trace sur le plan de front $a'g'$, de manière à le ramener sur ce plan. Dans ce mouvement, tous les points décrivent des arcs horizontaux dont les cordes concourent au point accidentel de distance (art. 13, fig. 15) : les points A′ et G′ viennent ainsi se placer en a' et g'. On peut alors tracer l'arcade en lui donnant sa forme géométrale à l'échelle du plan de front. Il n'y a plus qu'à ramener le plan dans sa position.

Cette manière de construire la perspective d'une figure située dans un plan vertical est quelquefois appelée *Méthode de la corde de l'arc* [1].

La ligne $a'g'$ peut être placée à la distance que l'on veut de la ligne d'horizon. Il est commode de se servir de l'échelle des largeurs, parce que la figure à tracer se trouve être précisément celle du dessin géométral qui sert à établir la perspective. (Voir plus loin les articles 76 et 140.)

44. Le point accidentel de distance relatif à un plan vertical a donc une grande importance, et son emploi simplifie beaucoup les tracés à faire sur le plan. Quand ce point est éloigné, on peut appuyer des constructions sur une distance réduite : elles sont moins simples, cependant nous les ferons connaître.

Nous supposerons d'abord que le point de fuite accidentel F (fig. 58) soit sur le tableau. On joindra le point de la distance réduite $\frac{1}{3}$D aux points A′ et G′, et on tracera une parallèle à la ligne d'horizon. Nous avons fait passer cette droite par A′, mais cela n'était pas nécessaire.

A′g'' est, à l'échelle de son plan de front, le tiers de la longueur réelle de A′G′ ; par conséquent, si l'on prend Fa' égal au tiers de FA′, qu'on porte A′g'' en $a'g'$, et qu'on construise sur cette droite une

[1] On peut évidemment étendre cette construction au cas où le plan de la figure a une position quelconque, mais elle devient moins simple. Quand on l'applique au tracé d'une figure horizontale, on est conduit à la méthode de relèvement avec emploi du point supérieur de distance (art. 26 et 27).

figure de la forme donnée, il n'y aura plus qu'à la ramener sur A'G'.

La verticale du point a' sert d'échelle des hauteurs. Les projections b', c', e' sont transportées sur $A'g''$ par des parallèles à FA', c'est-à-dire que les largeurs restent réduites au tiers, ce qui est nécessaire pour qu'en joignant les derniers points à $\frac{1}{3}$D, on détermine les projections sur A'G'.

Les points b et c sur lesquels nous avons opéré correspondent aux points m et n, qui ont une même tangente horizontale.

Quand les deux points accidentels de fuite et de distance sont éloignés (fig. 59), on trace une droite fG'_1 de la ligne d'horizon à sa parallèle menée par le point G', et réduisant la longueur de cette ligne dans le même rapport que la distance l'a été, on place en c' l'origine de l'échelle des hauteurs, et on ramène en $a'g'$ la longueur $a''G'$, qui, à l'échelle de son plan de front, est le quart de A'G'.

Le reste de l'épure est facile à comprendre.

Constructions diverses dans l'espace en perspective.

45. Nous avons vu que tout plan a une ligne de fuite, trace sur le tableau d'un plan parallèle passant par l'œil (art. 3). Toute droite située dans le plan a son point de fuite sur la ligne de fuite du plan.

Quand un plan est vertical, la ligne de fuite intersection de deux plans verticaux est verticale.

La position d'une droite est déterminée dans l'espace quand on connaît sa perspective AB, et la perspective A'B' de sa projection sur le géométral (fig. 53). Le point de fuite de la projection est en F' sur la ligne d'horizon ; la ligne de fuite du plan projetant est la verticale FF' ; le point de fuite de la droite elle-même se trouve ainsi en F.

46. Si nous voulons partager la droite AB en parties qui soient dans un rapport donné, nous considérerons le plan parallèle à la ligne d'horizon dans lequel elle se trouve; sa ligne de fuite est Ff. Nous mènerons par A et B des droites qui se rencontreront en un point quelconque f de Ff: ce seront des parallèles du plan que l'on coupera par une ligne de front ab, parallèle à la ligne d'horizon. On achève la construction comme à l'article 17.

Si le point F est éloigné, on remplacera f par un point quelconque F_1 de la ligne de fuite du plan vertical qui contient la droite (fig. 54). Les convergentes représenteront des droites situées dans ce plan; on les coupera par une verticale ab, ligne de front du plan.

Enfin on peut partager la projection AB dans le rapport donné (art. 17), et relever les points de division sur la droite (fig. 55).

47. On a souvent besoin de déterminer le point de fuite des perpendiculaires à un plan vertical dont on connaît la ligne de fuite AB (fig. 56). Ces droites sont horizontales, leur point de fuite F est donc sur la ligne d'horizon. Les horizontales du plan ont leur point de fuite en A. Ces deux séries de lignes étant à angle droit, la distance de l'œil au tableau est moyenne proportionnelle entre PA et PF (art. 13). Cette relation fera trouver le point F; il sera toujours éloigné quand la ligne AB sera sur la feuille de dessin, ou pourra cependant l'utiliser pour des constructions en échelle réduite (art. 14).

Un plan vertical a une position particulière par rapport au géométral, mais non pas par rapport au tableau; nous pouvons donc dire que le point de fuite F' des perpendiculaires à un plan est sur la perpendiculaire abaissée du point principal P sur la ligne de fuite $A'B'$ du plan, à une distance donnée par la relation indiquée plus haut.

La droite $A'F'$ est la ligne de fuite des plans perpendiculaires au tableau et au plan considéré, et par suite aux lignes de front de ce plan. Les droites situées dans le plan, et perpendiculaires à ses lignes de front, auront donc leur point de fuite en A', comme les horizontales du plan vertical ont leur point de fuite en A.