le point 2 de I.I′ avec le point 7 de VI.VI′. Cette diagonale fait connaître une série de sommets jusqu'à M.

Dans l'autre direction, nous avons employé deux diagonales E. 12 et G. 16; mais, comme les intersections déjà obtenues ne les déterminent pas avec précision, nous avons assuré leurs extrémités sur I.I′ par une construction expliquée à l'article 19 (fig. 23).

Si les droites des deux séries avaient leurs points de fuite éloignés, on emploierait celles des diagonales dont le point de fuite pourrait être utilisé. Il suffirait d'en tracer deux et de les diviser.

La grandeur perspective des carreaux éloignés est très-réduite; quand la vue est étendue, il devient nécessaire de leur donner des dimensions plus grandes, surtout dans le sens des lignes fuyantes.

Perspective des cercles horizontaux.

33. Proposons-nous de construire un cercle horizontal sur un diamètre de front AB (fig. 44).

Le centre sera au point milieu O; les lignes OP, AP et BP seront le diamètre et les tangentes perpendiculaires au tableau. La distance étant donnée par son tiers, en prenant les points A_3 et B_3 au tiers des rayons, et en les joignant au point de distance réduite $\frac{1}{3}D$, on obtient les extrémités O′ et O″ du diamètre perpendiculaire à AB. Le cercle sera inscrit dans le carré $A_2B_2B'_2A'_2$.

Pour avoir d'autres points et d'autres tangentes, on relève le plan horizontal en le faisant tourner autour de A_2B_2, et on trace le cercle inscrit dans le carré : il suffit d'en avoir un quart, parce qu'il y a symétrie dans la figure relevée. Les longueurs mesurées d'un côté du point O doivent être reportées de l'autre.

On ramène un point R_1 sur le géométral sans recourir au point de distance, en remarquant que le point G_1, où la tangente S_2R_1 rencontre le rayon horizontal O_1A_1, se place au point G où la droite PG_2 coupe le diamètre BA prolongé.

Le point G doit être joint à S'_2 comme à S_2; on obtient ainsi simultanément les deux points R et R'.

La construction peut être simplifiée quand le point choisi R_1 est sur la diagonale O_1A_2, car alors les points R et R' sont les intersections des diagonales $A_2B'_2$ et $B_2A'_2$ par PR_2. On se contente souvent de déterminer ainsi les points situés sur les diagonales du carré et leurs tangentes.

Quelquefois on emploie la méthode de l'article 25, et on décrit un quart de cercle o_2b_1 d'un petit rayon. Enfin on peut, une fois pour toutes, placer sur une règle les points o_2, i, k, b_2 et e_2. Inscrivant le segment o_2b_2 parallèle à la ligne d'horizon dans l'angle OPB, on fait la construction sans avoir à tracer un cercle.

Si le diamètre donné est une ligne O'O'' (fig. 44) perpendiculaire au tableau, on cherche le point O milieu perspectif de cette droite; on détermine ensuite le diamètre de front AB par une construction inverse de celle que nous avons expliquée, et les opérations se continuent comme précédemment.

Si on doit représenter plusieurs cercles concentriques, on peut construire le premier par relèvement, et, pour déterminer les autres, diviser un certain nombre de rayons en parties proportionnelles (art. 17).

34. La perspective d'un cercle est généralement une ellipse. On peut se proposer de construire cette courbe d'après ses propriétés. Voyons d'abord comment on aura deux diamètres conjugués.

Soit AB (fig. 47) le diamètre de front sur lequel on veut construire un cercle. On détermine, comme précédemment, le diamètre O'O'' perpendiculaire au tableau; toutes les cordes de front du cercle ont, en perspective, leurs milieux sur cette ligne qui, par suite, est un diamètre de l'ellipse. Le diamètre conjugué avec celui-là est la parallèle à la ligne d'horizon qui passe par le point milieu C : il faut avoir ses extrémités R et S.

Si nous relevons le plan horizontal autour de $O''A_2$, le rayon OA se placera en O_1A_1; le point V intersection de la corde $O''A$ par le diamètre SR ira en V_1, et fera connaître la droite V_1C_1 qui correspond à VC : il n'y aura plus qu'à ramener le point R_1 du cercle en R.

Les lignes qui passent par les points A_2 et R_2 étant très-voisines, il en résulte un peu de confusion : on la fait disparaître en employant le point supérieur de distance (art. 26 et 27). Nous n'avons pu indiquer que le tiers de la distance, et par suite nous avons dû tripler $O''c$ pour avoir C_1, et ensuite réduire R_2R_1 au tiers pour avoir r.

Cette méthode a l'inconvénient de ne pouvoir pas se combiner avec celle de la réduction de la figure relevée (art. 25).

35. On peut, du reste, appuyer la construction sur les relations d'homologie qui existent entre les figures, sans utiliser le point supérieur de distance.

Soit AB (fig. 43) le diamètre de front d'un cercle horizontal, et $O'O''$ celui qui est perpendiculaire au tableau. Dans le relèvement autour de AB, le point O' va en O ; la ligne $O'O$ est donc dirigée vers le point supérieur de distance, centre d'homologie des figures. On voit, d'après cela, que le point M a son homologue en m ; mr est donc la corde qui correspond au diamètre de l'ellipse conjugué avec $O'O''$. Il est facile de reconnaître que le point r a pour homologue R.

Le lecteur doit voir dans ces constructions, non des recettes spéciales à un problème, mais une méthode générale. Il fera bien de s'exercer à faire des relèvements, tantôt à échelle réduite suivant la méthode de l'article 25, tantôt à l'échelle du plan de front, et, dans ce cas, en employant quelquefois le point supérieur ou inférieur de distance. Quand on connaît l'esprit des constructions, on peut souvent utiliser pour une question des tracés déjà faits sur l'épure en vue d'un autre problème.

36. Deux diamètres conjugués de l'ellipse étant connus, on peut tracer la courbe par points.

Soient AB, MN (fig. 45) ces diamètres. Décrivons un cercle sur AB, élevons la perpendiculaire CG, et joignons GM : si l'on construit sur une ordonnée quelconque *gc* du cercle un triangle semblable à GCM, le point m et le point m_1 situé à une distance égale de c appartiendront à l'ellipse.

Pour avoir les tangentes perpendiculaires à AB, il suffit de mener au cercle des tangentes IK, I_1K_1 parallèles à GQ. Les perpendiculaires KS, K_1S_1 sont les lignes cherchées. Les droites VS, V_1S_1 parallèles à MN font connaître les points de contact.

Cette construction est utile quand on veut dessiner un cylindre vertical (¹).

37. Il y a plusieurs moyens de trouver les axes d'une ellipse, quand on connaît deux diamètres conjugués O′O″ et RS (fig. 47). Voici celui qui nous paraît le plus simple : il est dû à M. Chasles.

De l'extrémité S de l'un des deux diamètres, on abaisse une perpendiculaire sur l'autre, et on prend sur cette ligne des longueurs SK, SK_1, égales au demi-diamètre CO′ ; on joint CK, CK_1. Les axes sont, en direction, les bissectrices de l'angle KCK_1 et de son supplément, en grandeur, la somme et la différence de CK_1 et de CK (²).

Les axes étant connus, on peut construire l'ellipse par la méthode très-simple de Schooten. On porte sur une règle deux longueurs Mm_1 et Mm égales aux moitiés des axes (fig. 46) ; puis on place la règle en diverses positions de manière que les points m et m_1 soient toujours, le

(¹) Nous ne démontrons pas les constructions exposées aux articles 36 et 37, parce qu'elles se rapportent à la théorie des sections coniques, et qu'elles sont seulement empruntées par la Perspective.

(²) M. Poncelet a donné un procédé pour construire les axes d'une ellipse quand on connaît quatre points de la courbe, et la tangente à l'un d'eux. Cette construction peut servir en perspective, mais, pour l'employer avec sûreté, il faut bien connaître la théorie des polaires et celle des figures homologiques. Nous nous bornons à l'indiquer à nos lecteurs : elle se trouve à l'article 347 du *Traité des propriétés projectives*.

premier sur le grand axe, et le second sur le petit : le point M se trouve nécessairement sur l'ellipse.

38. La méthode du relèvement est la plus complète ; elle permet de tracer un cercle horizontal et ses tangentes de quelque manière qu'il soit déterminé ; elle donne un moyen d'avoir sur le cercle des arcs égaux, ce qui est nécessaire pour représenter les colonnes cannelées et les roues dentées; mais, quoiqu'elle ne conduise pas à des constructions compliquées, on évite souvent de s'en servir.

Un cercle étant inscrit dans un carré (fig. 39), partageons la tangente O″2 en un nombre quelconque de parties égales, et portons sur la tangente A2 des longueurs doubles de ces divisions ; joignons les points ainsi déterminés, les premiers à A et les autres à B : les intersections I, II, III... de ces lignes appartiennent au cercle.

Nous avons en effet deux séries de triangles qui sont semblables, et, par suite, les angles en A et les angles en B sont respectivement égaux. Ainsi, quand la ligne dirigée vers A tourne d'un certain angle en se redressant, celle qui lui correspond vers B tourne du même angle en s'abaissant ; l'angle qu'elles forment reste donc toujours le même, et en conséquence son sommet décrit le cercle qui passe par les points A, O″ et B.

La figure 40 représente la construction sur le tableau. Le point C de la ligne d'horizon sert à diviser la tangente AP, au moyen de longueurs égales sur l'horizontale O″2 (art. 17). On place sans difficulté sur la tangente de front les points 1′, 2′ et 3′.

Au lieu d'employer la tangente en A, il est plus commode d'opérer sur le diamètre O′O″, mais la position des lignes qui divergent de B est moins assurée.

Les points homologues situés des deux côtés du diamètre de front AB, tels que II et V sont sur des droites qui convergent vers P.

La construction que nous venons de développer peut être employée pour inscrire un cercle dans un carré vu obliquement ; mais alors il faut diviser chaque tangente en parties qui soient égales sur le géométral (art. 17).

39. Voici une autre construction également très-simple.

Les diamètres AB et O′O″ (fig. 42) étant à angle droit, traçons les cordes AO″ et BO″, et une sécante rr' perpendiculaire à AB : les droite An et Br se couperont en un point m du cercle.

L'égalité des longueurs O″r et O″n entraîne, en effet, celle des triangles BO″r, AO″n, et par suite celle des angles en A et en B, ce qui, comme précédemment, assure l'invariabilité de l'angle en m.

La construction en perspective est représentée sur la figure 41. Le point r' étant éloigné, m' a été déterminé sur la sécante An' par la divergente Pm.

On peut ainsi obtenir rapidement autant de points que l'on veut, toutes les fois que l'on a deux diamètres à angle droit, pourvu que le point de fuite de l'un d'eux soit sur la feuille de dessin.

40. La construction d'un cercle donne, pour porter une longueur donnée sur une ligne oblique, un procédé quelquefois préférable à celui du point accidentel de distance (art. 18), qui exige un relèvement préalable (art. 23).

Ainsi, sur la figure 150, pour donner à la porte une largeur égale à l'ouverture de la baie, nous avons construit le cercle dont cette ouverture est le rayon perpendiculaire au tableau. La méthode que nous avons employée est celle de l'article 38. La ligne de l'épaisseur de la porte est dirigée suivant la tangente au cercle.

On détermine encore par des cercles la largeur du couvercle d'un coffre ouvert, celle des feuillets d'un livre, etc. ; dans ces cas les cercles ne sont plus horizontaux, mais nous croyons pouvoir faire remarquer dès à présent que les constructions des articles 38 et 39 peuvent être employées dans quelque position que soit le plan du cercle, lorsque l'on connaît deux diamètres à angle droit, et qu'on sait les partager en parties égales.