CHAPITRE II.

PERSPECTIVE DES PLANS.

Exposition de la méthode.

6. Nous nous occuperons spécialement des tableaux plans et verticaux.

On appelle *plan d'horizon*, ou simplement *horizon*, le plan horizontal qui contient l'œil. Son intersection avec le tableau donne la *ligne d'horizon* : c'est la ligne de fuite des plans horizontaux.

On nomme *géométral* le plan horizontal G (fig. 6) sur lequel est tracée la figure que l'on veut mettre en perspective. Son intersection AB avec le tableau est la *ligne de terre*.

Supposons que l'œil O ait été joint à un point quelconque F de la ligne d'horizon, et que l'on ait pris sur cette droite, d'un côté et de l'autre de F, des longueurs FD, FD′ égales à OF. Si d'un point quelconque m du géométral, on conçoit des droites indéfinies mN, $m\mathrm{M}_1$, mN′ parallèles à OD, OF, OD′, leurs perspectives seront les lignes ND, M_1F, N′D′ qui joignent les traces N, M_1 N′ aux points de fuite D,F,D′; toutes trois doivent passer par la perspective **M** du point considéré, qui se trouve ainsi déterminée par leur intersection.

Les triangles horizontaux qui ont leur sommet en m sont semblables à ceux qui ont leur sommet en O, ils sont donc isocèles comme eux, et par suite les longueurs M_1N et M_1N' sont égales à mM_1, c'est-à-dire à l'*éloignement* du point m mesuré sur une ligne parallèle à OF.

La figure 7 montre comment on fait la construction sur le tableau, quand la position du point M_1 sur la ligne de terre, et l'éloignement du point m sont connus.

F est le point de fuite de la perspective. D et D′ sont les *points de distance :* on n'emploie généralement qu'un seul de ces deux points (fig. 5); les éloignements doivent être portés sur la ligne de terre du côté opposé à celui où il se trouve.

7. Si, par la perspective M (fig. 5) d'un point du géométral, déterminé comme il vient d'être dit, on fait passer une droite quelconque *dn*, elle coupera en parties proportionnelles la distance FD sur la ligne d'horizon, et l'éloignement NM_1 sur la ligne de terre, de sorte que si F*d* est le tiers de FD, nM_1 sera le tiers de NM_1. D'après cela, quand le point de distance D est *éloigné*, c'est-à-dire quand il ne peut pas être placé sur la feuille de dessin, on peut déterminer la position du point M sur FM_1, en employant une distance et un éloignement réduits dans un même rapport.

Nous verrons plus loin que les points de distance sont toujours éloignés. On les remplace par un point de distance réduite, que l'on désigne ordinairement par $\frac{1}{2}$ D, $\frac{1}{3}$D ...., suivant la fraction de la distance qu'il indique. Cette fraction est généralement simple, et aussi grande que l'étendue de la feuille le permet.

Quand il ne s'agira que de théorie, nous prendrons quelquefois des points de distance rapprochés, afin de faciliter les explications. Dans les exercices, les points de distance seront éloignés.

8. Lorsqu'on veut faire la perspective d'un plan (fig. 8), on y place la projection *o* de l'œil et la base *ab* du tableau ; on établit les droites *oa* et *ob* traces des plans verticaux qui limitent la partie à représenter : l'angle *aob* que forment ces lignes est l'*angle optique.* On prend ensuite sur ab un point f, qui sera le point de fuite de la perspective, ou du moins sa projection sur le plan.

Le tableau (fig. 9) ayant la largeur indiquée sur la figure 8, on place la ligne d'horizon hh' à la hauteur à laquelle on suppose l'œil, on donne au point de fuite f la position qu'il occupe sur cette ligne, et on détermine le point de distance en prenant fD égal à fo (fig. 8).

Nous supposons le géométral à la hauteur de la base du tableau, de sorte que ab (fig. 9) est la ligne de terre.

La droite indéfinie ay parallèle à of (fig. 8) est représentée par af (fig. 9). La perspective d'un quelconque n de ses points s'obtient en portant l'éloignement an (fig. 8) en an^1 (fig. 9), et traçant Dn_1.

On peut opérer de la même manière pour un point quelconque m du géométral ; la perspective de la droite mr parallèle à of (fig. 8) s'obtient par sa trace r que l'on place sur ab (fig. 9), et son point de fuite f. L'éloignement est porté en rm_1.

Le point m_1 sort souvent de la feuille ; alors on détermine la perspective de m par celle du point n situé à la rencontre de ay et de la ligne de front mn (fig. 8), qui a pour perspective une parallèle à la ligne d'horizon.

Quand une droite telle que ay (fig. 8), af (fig. 9), est employée pour déterminer les éloignements perspectifs de différents points du géométral, on la nomme *échelle des éloignements*. On place souvent l'origine de cette échelle à celui des deux points a et b qui est le plus éloigné du point de fuite f, parce que le point de distance que l'on emploie étant celui qui est le plus rapproché du cadre, on se trouve avoir toute la longueur de la ligne de terre pour porter les éloignements.

9. Quand un plan et une élévation sont à une échelle convenable pour bien représenter un édifice ou d'autres objets, il est généralement nécessaire d'amplifier la perspective faite d'après ces dessins. Ainsi, au lieu de faire un tableau (fig. 9) ayant la largeur indiquée sur le géométral (fig. 8), on en construira un ayant des dimensions trois fois plus grandes (fig. 10).

On triplera la hauteur de la ligne d'horizon, la largeur *ab* du cadre (fig. 8), et la distance *fb* du point de fuite au bord du tableau, mais on conservera la distance *of* et les éloignements des divers points : nous avons vu en effet (art. 7) qu'on pouvait sans inconvénient réduire ces longueurs dans un même rapport. Le point de distance se trouvera ainsi rapproché du point de fuite, et souvent placé sur le tableau même.

Nous indiquerons toujours par la lettre *d* le point de la distance réduite à l'échelle du plan.

Pour avoir la trace R (fig. 10) de la droite *mr* (fig. 8), il faut tripler *ar*, mais on peut éviter cette petite complication. Prenons Fa_1 (fig. 10) égal à *fa* (fig. 8), traçons les droites a_1a et aX, l'une perpendiculaire et l'autre parallèle à la ligne d'horizon : Fa_1 étant le tiers de FH, les lignes Fa et aR_1 seront les tiers de Fa et de AR. Nous pourrons donc, pour déterminer la direction FM, porter indifféremment la longueur *ar* (fig. 8) trois fois sur AB ou une fois sur aX.

La droite aX est l'*échelle des largeurs* ou *des abscisses* ; c'est, sur le tableau, la droite de front du géométral dont les différentes parties conservent leur vraie grandeur sur la perspective amplifiée.

Les dimensions du tableau sont quelquefois augmentées dans un rapport qui n'est pas simple ; l'échelle des largeurs est disposée de la même manière, et les constructions restent aussi faciles.

Les deux échelles des largeurs et des éloignements sont les *échelles horizontales*.

10. Supposons que l'on veuille mettre en perspective le trapèze *mnsr* situé sur le plan horizontal qui passe par la base du tableau (fig. 11).

Le point de fuite *f* des côtés *mr* et *ns* sera le point de fuite de la perspective.

Les dimensions du tableau sont doublées ; ainsi AB et HF (fig. 12) sont doubles de ab et af (fig. 11). La ligne d'horizon est placée à la hauteur que l'on suppose à l'œil, mesurée à une échelle double de celle du plan. La longueur of (fig. 11), portée sur la ligne d'horizon, à partir de F, fait connaître le point d de la distance réduite.

L'échelle des éloignements sera by sur le plan, et BF sur le tableau. Prenant Fb_1 (fig. 12) égal à fb (fig. 11), et élevant b_1b perpendiculaire à HH', nous déterminerons le point b, origine de l'échelle des abscisses bX.

On porte sur cette ligne les longueurs bi et be relevées sur la figure 11. Les lignes Fi et Fe représentent les droites sur lesquelles se trouvent les côtés parallèles du trapèze.

Pour placer les points n et s, on porte les éloignements in et is (fig. 11) en In et Is (fig. 12), et on joint n et s au point d de la distance mesurée sur le plan.

L'éloignement er (fig. 11) ne peut pas être porté sur AB, à gauche de E (fig. 12), sans sortir du cadre ; en conséquence, on porte cette longueur de B en r_1, et on détermine sur l'échelle BF le point R_1, que l'on ramène en R par une parallèle à la ligne d'horizon.

Le point M est également déterminé par le point M_1 sur l'échelle des éloignements.

En général, les divers points d'une droite fuyante, telle que er, doivent être marqués avec soin sur une bande de papier ou sur une règle, suivant l'échelle à laquelle on opère, et portés tous ensemble sur la ligne de terre, à partir, soit de la trace E de la droite, soit de celle B de l'échelle des éloignements, s'il faut recourir à elle.

Les divers points qui sont sur ab (fig. 11) doivent être également portés ensemble sur l'échelle des largeurs.

11. Le point de fuite des perpendiculaires au tableau est le *point principal de fuite*, ou simplement le *point principal*. Le point de distance correspondant est le *point principal de distance*. Les autres points de fuite et de distance sont dits *accidentels*.

On trouve dans l'emploi du point principal de fuite des avantages que nous ferons ressortir plus loin, mais aussi quelquefois l'inconvénient d'être obligé de réduire la distance mesurée sur le plan, quand on pourrait la conserver entière en prenant un point de fuite voisin du bord du tableau.

Si l'on veut faire à échelle double la perspective du plan représenté sur la figure 13, on ne pourra porter sur la ligne d'horizon, à partir du point principal de fuite P (fig. 14), que la moitié de la distance rectangulaire *op* (fig. 13). On obtient le point $\frac{1}{2}d$ (fig. 14), et pour la perspective d'un point quelconque n_1 de l'échelle des éloignements *ay* (fig. 13), il faut mesurer sur la ligne de terre une longueur A*n* (fig. 14) égale seulement à la moitié de an_1 (fig. 13).

Mais si l'on prend le point accidentel f' pour point de fuite, la distance correspondante of' pourra être portée entière sur la ligne d'horizon, car elle détermine le point d' voisin du cadre. Alors on n'aura pas à réduire les éloignements mesurés sur le plan, avant de les porter sur la ligne de terre.

L'échelle des largeurs est $a'a''$; suivant que le point de fuite est P ou F', son origine est en a' ou en a''. Ces points sont déterminés par la méthode générale (art. 9), en prenant les longueurs Pa_1 et $F'a_2$ (fig. 14), égales à *pa* et $f'a$ (fig. 13). Pour avoir la perspective de la ligne *em* perpendiculaire au tableau, il faut porter la longueur *ae* de a' en *e* (fig. 14). La droite *im* parallèle à of' (fig. 13) est déterminée sur le tableau par la longueur *ai* portée de a'' en *i* (fig. 14). L'exemple que nous donnons à l'article 12 fera bien comprendre l'emploi de l'échelle des largeurs avec deux origines différentes.

On voit sur la figure 14 la perspective de la droite *mn* obtenue par les points P et $\frac{1}{2}d$, et par les points P' et d'. Le point *n* (fig. 13), étant sur le côté *ob* de l'angle optique, a sa perspective sur le bord correspondant du tableau. En général, toute droite du géométral dirigée vers le sommet de l'angle optique est représentée par une verticale.

12. On appuie quelquefois une perspective sur deux points de fuite, sans employer aucun point de distance.

Supposons qu'on veuille représenter un pavage en hexagones (fig. 16). Les dimensions du tableau sont quadruplées.

Les sommets sont sur deux séries de droites parallèles, dont les points de fuite f' et f peuvent être placés en F′ et F sur le tableau (fig. 17). Nous traçons F′A et FB, nous portons sur la ligne d'horizon les longueurs $F'a_1$ et Fb_1 égales à $f'a$ et fb (fig. 16), et nous déterminons les points a et b de l'échelle des largeurs qui se trouve située au quart de la distance de la ligne d'horizon à la ligne de terre.

Les traces des lignes de la première série sont marquées sur la figure 16 par des chiffres arabes; on les porte sur l'échelle des largeurs en prenant le point a pour origine fixe. Les points indiqués par des chiffres romains correspondent aux lignes de la seconde série : on les place sur la même droite d'après leurs distances au point b. Joignant les premiers à F′ et les autres à F, on obtient la perspective du réseau. Il ne reste plus qu'à reconnaître les sommets des hexagones et à unir les côtés.

13. Ainsi que nous l'avons dit à l'article 6, le point de distance D (fig. 6), relatif à une direction mM_1, est le point de fuite des droites qui, telles que mN, font des angles égaux avec la ligne de terre AB et la droite mM_1. Il résulte de là qu'un point de distance peut être déterminé indépendamment du point de fuite qui lui correspond.

Par un quelconque m des points d'une droite mn (fig. 15) menons une horizontale de front, et portons sur ces deux lignes des longueurs égales mr et mn. Le point de distance d relatif à mn sera le point de fuite de la droite rn, base du triangle isocèle mnr.

Le point de fuite d_1 de la ligne r_1n serait le second point accidentel de distance.

L'angle rnr_1 est droit comme inscrit dans une demi-circonférence;

l'angle dod_1 formé par des parallèles est donc également droit, et, par suite, le produit des longueurs comprises entre le point principal p et les points de distance d et d_1 relatifs à une même direction mn est égal au carré de la distance rectangulaire op, que l'on appelle souvent la *distance principale*.

Cette même relation subsiste toutes les fois que les directions qui correspondent à deux points de fuite d et d_1 sont à angle droit.

Points et lignes de construction hors du cadre de l'épure.

14. La méthode que nous avons exposée donne un moyen facile pour mettre en perspective une figure horizontale, par des constructions renfermées dans le cadre de l'épure; mais on compose souvent sur le tableau, et alors il arrive quelquefois que les tracés doivent être appuyés sur des lignes et des points *éloignés*.

On peut toujours lever cette difficulté, en faisant rentrer les points et les lignes dans le cadre, par une réduction suffisante de l'échelle du dessin. La figure 21 donne un exemple de cette construction.

Pour faire passer une droite par les deux points éloignés où se rencontrent les droites A et B d'une part, C et D de l'autre, nous avons réduit la figure au tiers, en prenant le point E pour centre de similitude. Le point G est venu en g, et les lignes B et D ont été transportées parallèlement à elles-mêmes en b et d. La droite cherchée est m sur la figure réduite; en triplant Eu nous trouvons sa véritable position M sur l'épure.

Nous avons pris le point E pour centre de similitude, afin d'utiliser pour la figure réduite les deux lignes A et C.

La méthode est générale; mais on peut souvent employer des constructions plus simples.

15. On a quelquefois à mener par divers points B, C, D d'une droite (fig. 18) des lignes au point éloigné où deux droites Aa_1, Ee_2 se rencontrent.

Pour le faire, on trace entre les lignes données, et aussi loin que possible, une droite a_1e_1, parallèle à AE ; puis, ayant pris un point arbitraire F sur l'une des lignes, on inscrit dans l'angle EFA la ligne *ea* égale et parallèle à e_1a_1. Joignant les points B, C et D à F, on divise la ligne en parties proportionnelles à celles de AE ; il n'y a plus qu'à reporter ces longueurs sur a_1e_1. Les lignes Ee_1, Dd_1, etc., coupant deux parallèles en parties proportionnelles, se rencontrent nécessairement en un même point.

La figure 19 reproduit la même construction, avec une disposition un peu différente.

Sur la figure 20 les droites données sont FG et BB_1 ; il faut mener des lignes à leur point de rencontre par les points A, C et D situés sur une parallèle à FG.

On joint les points A, B, C, D à un point quelconque F de FG, et on coupe ce faisceau par une droite *xy* parallèle à FG. On transporte les points *a*, *b*, *c*, *d* sur cette ligne, en conservant leurs espacements, de manière que *b* aille sur B_1. Les points A_1, C'_1 et D_1 déterminent les droites convergentes cherchées.

La figure 20 montre encore comment on peut mener une ligne FG d'une direction donnée, par le point éloigné où plusieurs droites se rencontrent.

16. Il y a plusieurs autres manières de résoudre le problème, mais nous ne croyons pas devoir nous arrêter plus longtemps à cette question facile de lignes proportionnelles. Nous terminerons sur ce sujet en signalant comme généralement vicieux un tracé fréquemment employé dans la décoration.

Pour mener par les points B, C, D (fig. 22) des droites au point de rencontre des lignes A*a* et EE_1, on relève souvent sur une règle la position des points A, B, C, D, E, puis on avance cette règle aussi loin que possible, en l'inclinant, de manière que les points A et E restent sur les lignes données. On marque alors les nouvelles positions des points B, C, D, et on les joint aux anciennes.

Il faudrait, pour la solution régulière, mener par le point E_1 une parallèle à EA, et la diviser en parties proportionnelles à celles qui sont marquées sur la règle, comme il est indiqué. Les lignes B*b*, C*c*...., ainsi déterminées, diffèrent notablement de celles qui joindraient les points B et B_1, C et C_1.

Ce tracé facile ne peut être admis que quand la ligne A_1E_1 est à très-peu près parallèle à AE.

Dans le cours de cet ouvrage nous aurons occasion d'exposer un assez grand nombre de constructions relatives à des points éloignés.