jede einen unveränderlichen Fugenwinkel ein, welcher der gestellten Bedingung entspricht; der Uebergang von einer Zone zur andern wird durch Hausteinschichten vermittelt.

Ueber den auf Blatt 4 und 5 vorliegenden Entwurf einer schiefen Eisenbahnbrücke mögen noch folgende Bemerkungen Platz greifen. Es wurden hiezu eine kreisförmige Wölblinie von $14{,}6^m$ schiefer Spannweite und $2{,}92^m$ Pfeilhöhe, ferner parallele Stirnebenen von $8{,}468^m$ Abstand und ein Schrägungswinkel von 30^0 (wonach der Schnittwinkel der Gewölb- und Bahnaxen 60^0 beträgt) angenommen, und für die Herstellung des Gewölbes besonders bereitete gute Ziegel von entsprechender Länge und Dicke als gegeben vorausgesetzt.

Die Stärke der aus Sandsteinquadern herzustellenden Mittelpfeiler wurde nach der Annahme bestimmt, dass durch die Verhältnisse des Flusses, in welchem die Brücke steht, und durch deren gutes Aussehen eine Dicke von $1{,}75^m$ in senkrechter Richtung zum Stromstriche bedingt wird.

Nach den gemachten Angaben berechnet sich der Halbmesser des Stirnbogens $r = 10{,}585^m$, der grösste Fugenwinkel für den Gewölbscheitel $\gamma = 30^0$, während man für den Gewölbanfang (wegen $r \, . \sin \varphi = r - p$, worin p die Pfeilhöhe bezeichnet) den kleinsten Fugenwinkel $\gamma' = 21^0\ 14'$ erhält. Es weicht folglich das arithmetische Mittel aus γ und γ', welches $25^0\ 37'$ beträgt, von dem grössten und kleinsten Fugenwinkel nur um $4^0\ 23'$ ab, wesshalb der eine unveränderliche Fugenwinkel von $25^0\ 37'$ zu Grund gelegt werden konnte, dessen Verwerthung zunächst in der — wegen mangelnden Raumes in die beiden Blätter nicht aufgenommenen — Abwickelung der Gewölb-Leibung zu erfolgen hat.

Stabilitätsuntersuchungen der steinernen Brücken.

Die Stabilitätsuntersuchungen bei steinernen Brücken, gleichviel ob sie gerade oder schief sind, werden nach Anleitung der Statik auf analytischem oder auf graphischem Wege angestellt; wir erachten es für zweckmässig, beide Methoden mit einander zu verbinden.

Im Nachstehenden sollen zunächst die Gewölbe und sodann die Widerlager und Pfeiler betrachtet werden.

a) Als Brückengewölbe kommen fast ausschliesslich gerade und schiefe Tonnengewölbe zur Anwendung, wesshalb auch nur diese hier ins Auge gefasst werden sollen. Eine derartige Ueberdeckung des Lichtraumes einer Brücke besteht im Wesentlichen aus dem eigentlichen Gewölbebogen, welcher aus festem, widerstandsfähigem Materiale zusammengesetzt ist, und aus der Auffüllung über dem Rücken des Gewölbes; letztere wird aus lose zusammenhängenden Materialien, nämlich aus Steinabfällen, Kies, Sand, Erde und dergleichen hergestellt. Da auf dieser Auffüllung die Verkehrslasten sich bewegen, so darf die Annahme gemacht werden, dass concentrirte Kräfte auf den Gewölbrücken im Allgemeinen nicht auftreffen.

Diese Annahme gewinnt dadurch noch an Berechtigung, dass die vorzugsweise durch die Räder der Fahrzeuge auf feste Strassenbahnen übertragenen, concentrirten Kräfte in geringen Abständen einander folgen, so dass die Zwischenlage zwischen der festen Bahn und dem Gewölbrücken Einwirkungen von verschiedenen, benachbarten Lasten aufzunehmen und fortzupflanzen hat.

Das Gewicht des eigentlichen Gewölbes, das der Auffüllung und der Strassenbahn zusammen gibt das Eigengewicht der Construction. Bei der regelmässigen Anordnung derartiger Bauwerke und bei der zulässigen Annahme nahezu gleichmässiger Vertheilung der Verkehrslasten auf die Ausdehnung der letzteren genügt es, einen Gewölbstreifen von der Tiefe gleich der sonst verwendeten Längeneinheit in der Richtung der Gewölbaxe zu untersuchen, und da innerhalb eines solchen Streifens die einwirkenden Kräfte symmetrisch zu einer mittleren, den seitlichen Begrenzungsflächen parallelen Verticalebene vertheilt erscheinen, so beschränken sich die Gleichgewichtsuntersuchungen für denselben auf Kräfte, welche in einer Ebene wirken.

Sind die vorkommenden ständigen und zufälligen Belastungen symmetrisch zu einer die Axe des Gewölbes enthaltenden Lothebene vertheilt, so nennt man das Gewölbe ein symmetrisch belastetes, ausserdem ein unsymmetrisch belastetes.

Letzterer Fall kommt vorübergehend bei allen Verkehrslasten vor, wiewohl nachweisbar bei dem bedeutenden Eigengewichte der Construction die zufälligen Lasten einen geringen Ausschlag geben; derselbe tritt aber auch dann auf, wenn, wie bei schrägen Auffahrten gegen die Brückenmitte hin, die ständigen Lasten nicht symmetrisch innerhalb der einzelnen Oeffnungen angeordnet sind. Mit Rücksicht hierauf und ferner desshalb, weil die hiefür anzugebenden Untersuchungen bei den hölzernen und eisernen Bogenbrücken mit den durch die Eigenschaften des Materiales bedingten Abänderungen zu verwenden sind, sollen auch die unsymmetrisch belasteten Gewölbe betrachtet werden.

1. Symmetrisch belastete Gewölbe.

Aus den einfachen Gleichgewichtsuntersuchungen über einen halben derartigen Gewölbstreifen von der Tiefe = 1 (bcfgd Fig. a) und aus den Eigenschaften der zur Herstellung desselben verwendeten Materialien ergeben sich die folgenden Sätze und Forderungen.

α) Der Horizontalschub (H), welcher unter Annahme eines bestimmten Angriffspunctes a in der Verticalen de durch den Scheitel des Gewölbes und eines bestimmten Drehpunctes o auf der Kämpferlinie bc mit

Fig. 1.

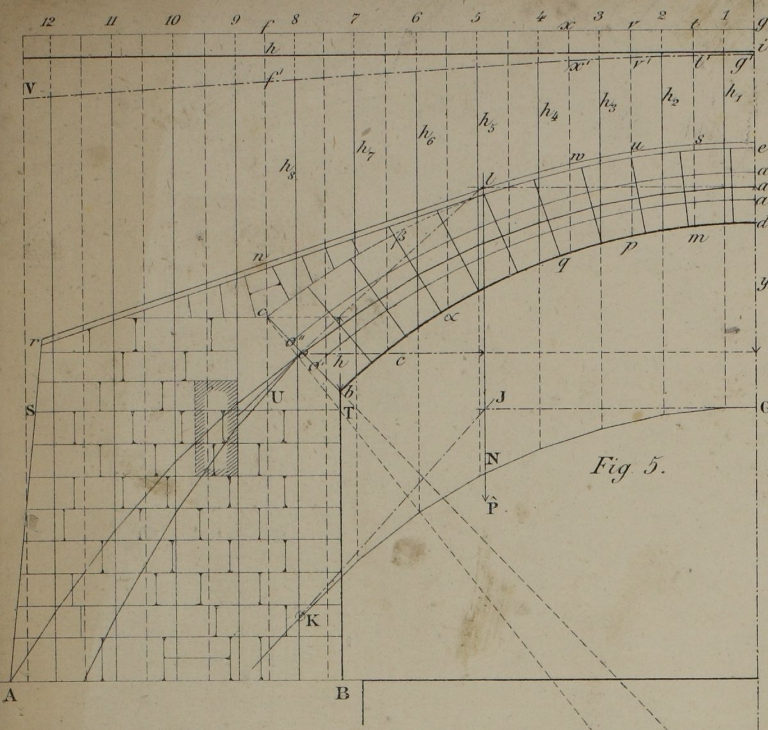
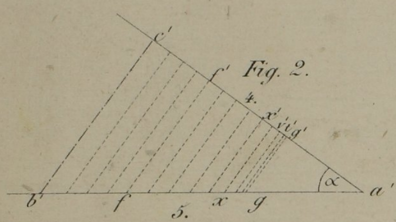


Fig. 2.



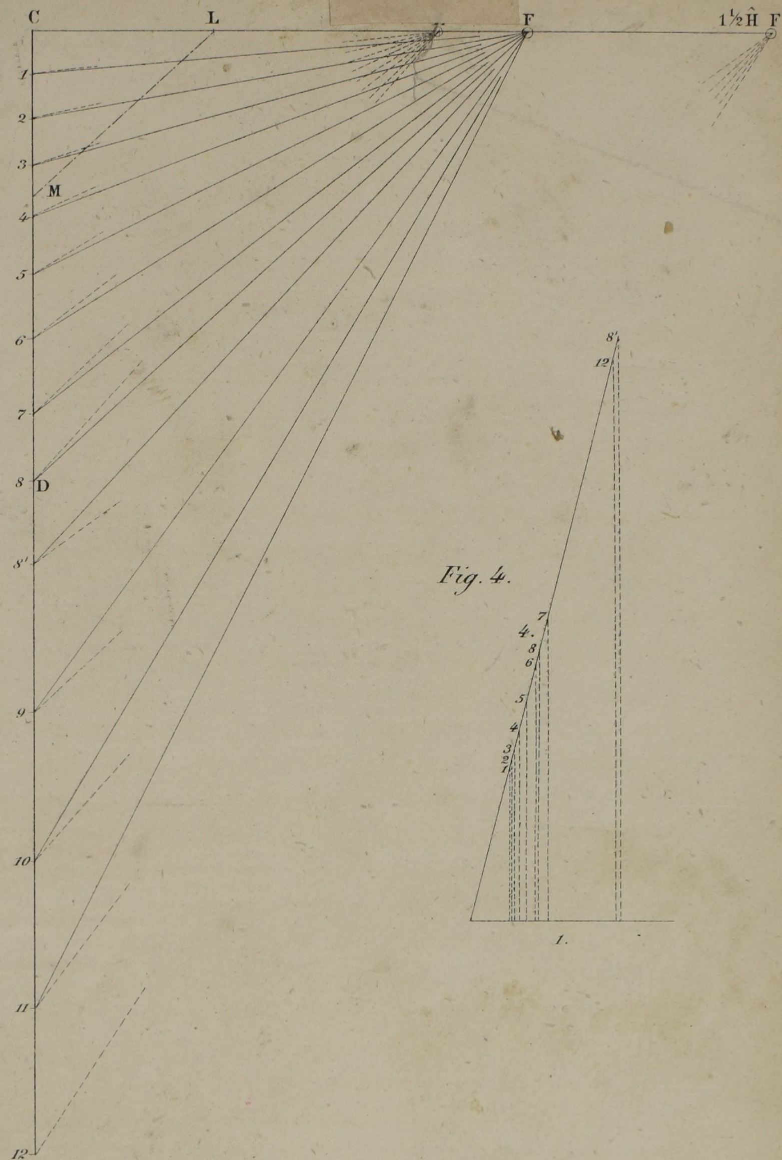


Fig. 4.

Fig. 6.

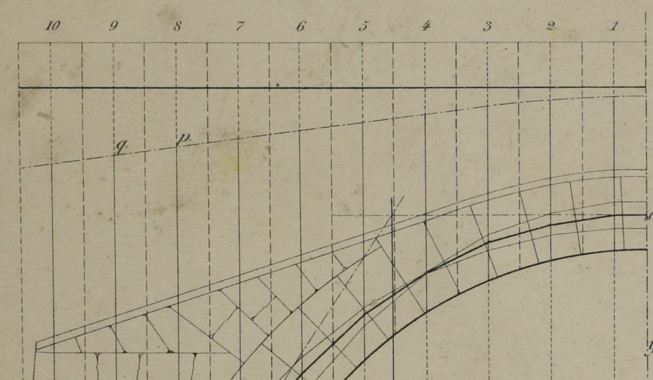


Fig. 10.

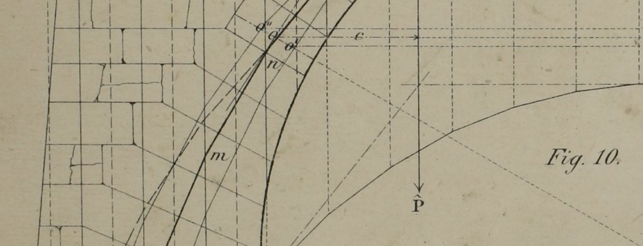


Fig. 7.

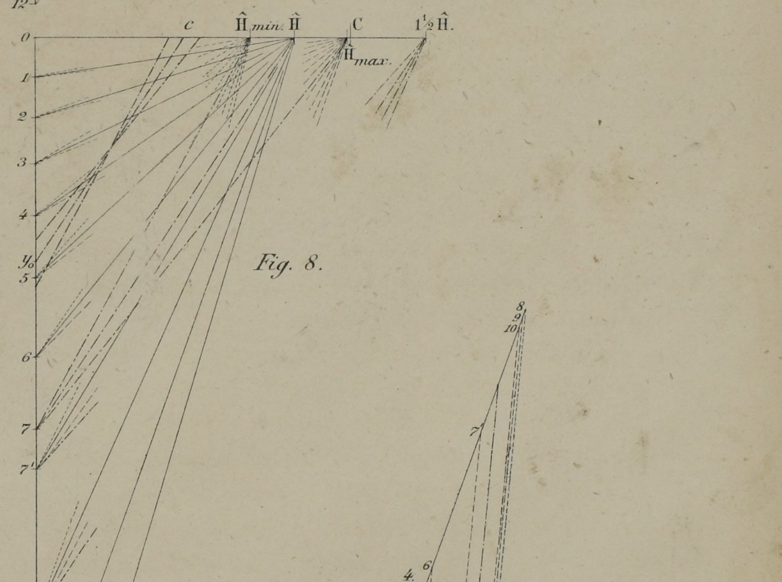


Fig. 8.

Fig. 9.

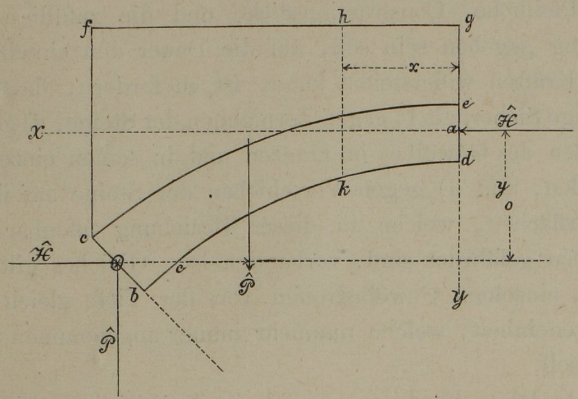
Zu Fig. 1 u. 6: M = 1:100.

Lith. Anst. v. G. Hopphan, Stuttgart.

$$\hat{H} = \frac{\hat{P}\,c}{y_0} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

erhalten wird, ergibt sich in gleicher Grösse, aber auch in bestimmter Lage in irgend einem, in der Entfernung x

Fig. a.



vom Scheitel angenommenen Verticalschnitt h k. Für zwei andere innerhalb d e und b c gewählte Puncte wird ein anderer Werth $\hat{H}$ erhalten; ebenso ändert sich Grösse und Lage von $\hat{H}$ im Schnitt h k.

Setzt man vollständig starres Material voraus, so darf der Angriffspunct der Mittelkraft aus allen horizontalen Kräften ($\hat{H}$) bis e hinauf- oder bis d herabrücken, ebenso darf in diesem Falle der Drehpunct o zwischen b und c wechseln. Ueber d e und beziehungsweise b c hinaus können derartige Puncte nicht mehr vorhanden sein, da nur auf diese Ausdehnung widerstandsfähiges Material angenommen wurde.

Für die Puncte e und b erhält $\hat{H}$ seinen kleinsten Werth, weil c seinen kleinsten und y_0 den möglichst grossen Werth bekommt; für die Puncte d und c wird der grösste Werth von $\hat{H}$ erhalten.

Unter stillschweigender Voraussetzung, dass $\hat{H}$ für die einer bestimmten Gleichgewichtslage eines gegebenen Gewölbes entsprechenden Angriffs- und Drehpuncte berechnet, und dass in irgend einem Verticalschnitt der diesen Puncten entsprechende Werth von $\hat{H}$ betrachtet wird, sagt man: *der Horizontalschub ist im ganzen Gewölbe constant.*

β) Da für den gleichen Horizontalschub in jedem beliebig gewählten Verticalschnitt die Lage seines Angriffspunctes eine bestimmte ist, so hat auch die Mittelkraft aller, von dem abgeschnittenen Theil des Gewölbes (Gewölbstreifens) her gegen denselben einwirkenden Kräfte den gleichen Angriffspunct wie dieser Horizontalschub. Ausser letzterem wirkt aber eine Verticalkraft $\hat{P}_0^x$ in dem betreffenden Schnitt, welche gleich ist dem Gewichte des Gewölbtheiles vom Scheitel bis zur gedachten Schnittebene.

Verbindet man die Angriffspuncte der einem bestimmten Werthe $\hat{H}$ entsprechenden Mittelkräfte, welche gegen die aufeinander folgenden Verticalschnitte erhalten werden, durch eine stetige Linie, so ergibt diese die „Mittelkraftscurve oder Mitteldruckslinie".

Durch zwei Puncte, von welchen der eine im Schnitt durch den Scheitel des Gewölbes, der andere auf der Kämpferlinie angenommen ist, oder auch durch zwei Puncte, welche auf zwei verschiedenen, beliebigen Fugen gewählt werden, ist sonach *bei gegebenen Belastungsverhältnissen eine einzige Drucklinie möglich.* Die trigonometrische Tangente des Winkels β_x, welchen dieselbe an irgend einer Stelle mit dem Horizont bildet, ist

$$\text{tang}\ \beta_x = \frac{\hat{P}_0^x}{\hat{H}}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

γ) Bei jeder Construction soll die Festigkeit des Materials, so weit als zulässig, ausgenützt werden. Da nun die Druckfestigkeit der Steinmaterialien bedeutend grösser ist, als deren Zug- und Abscheerungsfestigkeit, so sollen Steine, wo möglich, nur Druckspannungen erleiden. Wählt man eine Lagerfläche so, dass dieselbe senkrecht zur Drucklinie steht, so wird bei dem in Betracht kommenden rechteckigen Querschnitt der Lagerfläche dieser Forderung nur dann genügt, wenn der Angriffspunct der Mittelkraft aller Einwirkungen ($\hat{Q}$) von *einer* Seite des Gewölbstreifens her in ihrem mittleren Dritttheil gelegen ist. Da die gleiche Bedingung für alle Lagerflächen erfüllt werden soll, so ist zu verlangen, dass *die Mitteldruckslinie im mittleren Dritttheil des Bogens verläuft.*

Zur Begründung dieser Forderung mögen nachstehende Erläuterungen Platz greifen.

Bei der Art und Weise, in welcher die stattfindenden Einwirkungen von irgend einem Gewölbstein auf den nächst vorhergehenden übertragen und im Innern desselben fortgepflanzt werden, lässt sich eine sprungweise Aenderung der Einzelkräfte oder Spannungen nicht denken; dieselben sind entweder gleich gross oder sie ändern sich stetig. Im *ersten Falle* findet eine gleichmässige Vertheilung der Einzelkräfte über einen betrachteten Fugenschnitt statt, und es erleidet die Flächeneinheit des Fugenschnittes vom Inhalte F eine Spannung, welche ausgedrückt ist durch

$$\rho = \frac{\hat{Q}}{F}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

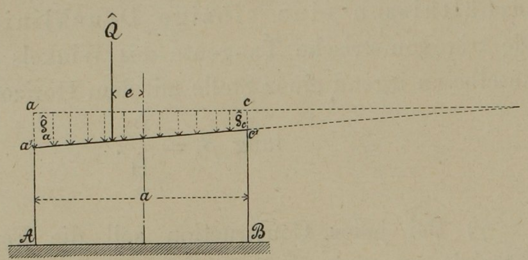
Der Angriffspunct der Mittelkraft ($\hat{Q}$) liegt hiebei im Schwerpuncte des rechteckigen Querschnittes.

Im *letzteren Falle* ist wegen der für alle Anwendungen in Betracht zu ziehenden äusserst geringen Längenveränderungen die Annahme zulässig, dass die sich stetig ändernden Einzelkräfte und die ihnen entsprechenden Spannungen proportional dem Abstande von einer Axe sind, deren Lage von der Vertheilung der Spannungen über den Querschnitt abhängig ist.

Durch Fig. b wird der Fall versinnlicht, dass diese Axe ausserhalb vom Querschnitte liegt.

Bezeichnet a die Breite und b die Tiefe eines vor der Einwirkung der Kräfte ($\hat{Q}$) rechtwinkelig parallelepipedisch gestalteten Steins, welcher von der untern Seite her genügend gestützt ist, $\hat{\rho}_a$ und $\hat{\rho}_c$ die Spannungen pr. Flächeneinheit in den äussersten Fasern, e den Abstand der Mittelkraft von der Prismenaxe, und sind der Tiefe

Fig. b.



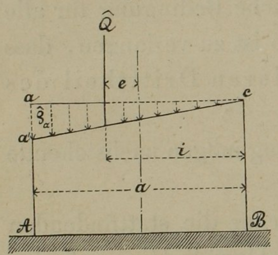
nach in jedem elementaren Streifen die gleichen Druckvertheilungen, wie im angenommenen Querschnitte, vorauszusetzen, so wird nach einfachen Entwickelungen

$$(\hat{\rho}_a + \hat{\rho}_c)\,\frac{a\,b}{2} = \hat{Q};$$

$$\hat{\rho}_a = \frac{\hat{Q}}{a\,b}\left(1 + \frac{6\,e}{a}\right); \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

$$\hat{\rho}_c = \frac{\hat{Q}}{a\,b}\left(1 - \frac{6\,e}{a}\right). \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

Fig. c.



Ist $b = 1$ und wird $\hat{\rho}_c = 0$, so ist

$$\hat{\rho}_a = \frac{2\,\hat{Q}}{a} = \frac{2\,\hat{Q}}{F}, \quad \ldots\ldots \quad (6)$$

ferner aus Gleichung 4 und 6

$$e = \tfrac{1}{6}\,a \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

und mit Bezug auf Fig. c

$$i = \tfrac{1}{2}\,a + \tfrac{1}{6}\,a = \tfrac{2}{3}\,a. \quad \ldots\ldots \quad (8)$$

Durch die im letzt' betrachteten Falle vorhandene Kräftevertheilung ist aber offenbar diejenige Grenzlage angegeben, bei welcher eben noch alle Flächenelemente nur Druckspannungen auszuhalten haben. Würde die Axe c (neutrale Axe), um welche die Drehung des Querschnittes a c nach a′ c erfolgte, im letzteren selbst liegen, so treten, wie bei einem gebogenen Stabe, Druck- und Zugspannungen auf.

Eine gleiche Grenzlage für den Angriffspunct derjenigen Mittelkraft, welche sich gerade noch aus lauter Druckkräften zusammensetzt, findet sich, wenn die neutrale Axe an dem Umfange des Querschnittes in a angenommen wird; der Angriffspunct von $\hat{Q}$ liegt sodann auf der anderen Seite der Prismenaxe in dem Abstande $\frac{2}{3}$ a von a.

Beachtet man für diese Arten der Druckvertheilung auf den Horizontalschnitt a c die Fortpflanzung der Spannungen in dem prismatischen Körper und die Uebertragung der Einwirkungen auf die Unterlage A B, indem man hiebei die ungünstigste Voraussetzung macht, dass die in einer Faser — insoferne bei Steinmaterialien überhaupt hievon die Rede sein kann — auftretende Spannung unverändert bis zum Auflager fortgepflanzt wird, so erkennt man sofort, dass ein Oeffnen der in A B gedachten Fuge nicht eintritt, sondern auch hier nur Druckspannungen aufzunehmen sind.

δ) Damit ein aus einzelnen Schichten und Steinen zusammengesetztes Gewölbe, für welches die Spannweite, die Pfeilhöhe, Constructionsdicke und die zufällige Belastung gegeben sein soll, auf die Dauer den einwirkenden Kräften widerstehen kann, ist zu fordern, dass die nöthige Sicherheit 1) gegen Zermalmen der Steine, 2) gegen Drehen des Gewölbes im Ganzen und in seinen einzelnen Theilen, und 3) gegen Verschieben der Steine auf ihren Lagerflächen, welche in dieser Beziehung offenbar am meisten gefährdet sind, vorhanden ist. Gleiches gilt für einen einzelnen Gewölbstreifen von der Tiefe gleich der Längeneinheit, welche nunmehr immer angenommen werden soll.

1) Diese Forderung gipfelt in der richtigen Bestimmung der Schlusssteinhöhe. Ist diese festgesetzt, so findet sich nach späteren Angaben an jeder Stelle die Stärke des Bogens oder also die Länge jeder Fuge dadurch, dass ihre Projection auf einen Verticalschnitt gleich der Schlusssteinhöhe zu sein hat.

Im Schnitt durch den Scheitel ist die Mittelkraft aller Einzelwirkungen gleich dem Horizontalschub $\hat{H}$. Bei günstigster Lage des Angriffspunctes von $\hat{H}$ würde mit Rücksicht auf technische und ökonomische Zwecke die Schlusssteinhöhe h zu erhalten sein aus der Gleichung

$$h = \frac{\hat{H}}{\hat{\beta}}. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (9)$$

Diese günstigste Lage von $\hat{H}$ kann für alle Fälle, unter denen das Gewölbe stabil zu sein hat, nicht vorausgesetzt werden. Es muss vielmehr mit Rücksicht auf einseitige Belastungen in Aussicht genommen werden, dass die Lage von $\hat{H}$ im mittleren Dritttheil der Schlusssteinfläche variirt. Die verschiedene Grösse des Horizontalschubs $\hat{H}$ bei verschiedenen Angriffspuncten mag hier unter Bezug auf die nachfolgende Bestimmung von h ausser Acht gelassen werden.

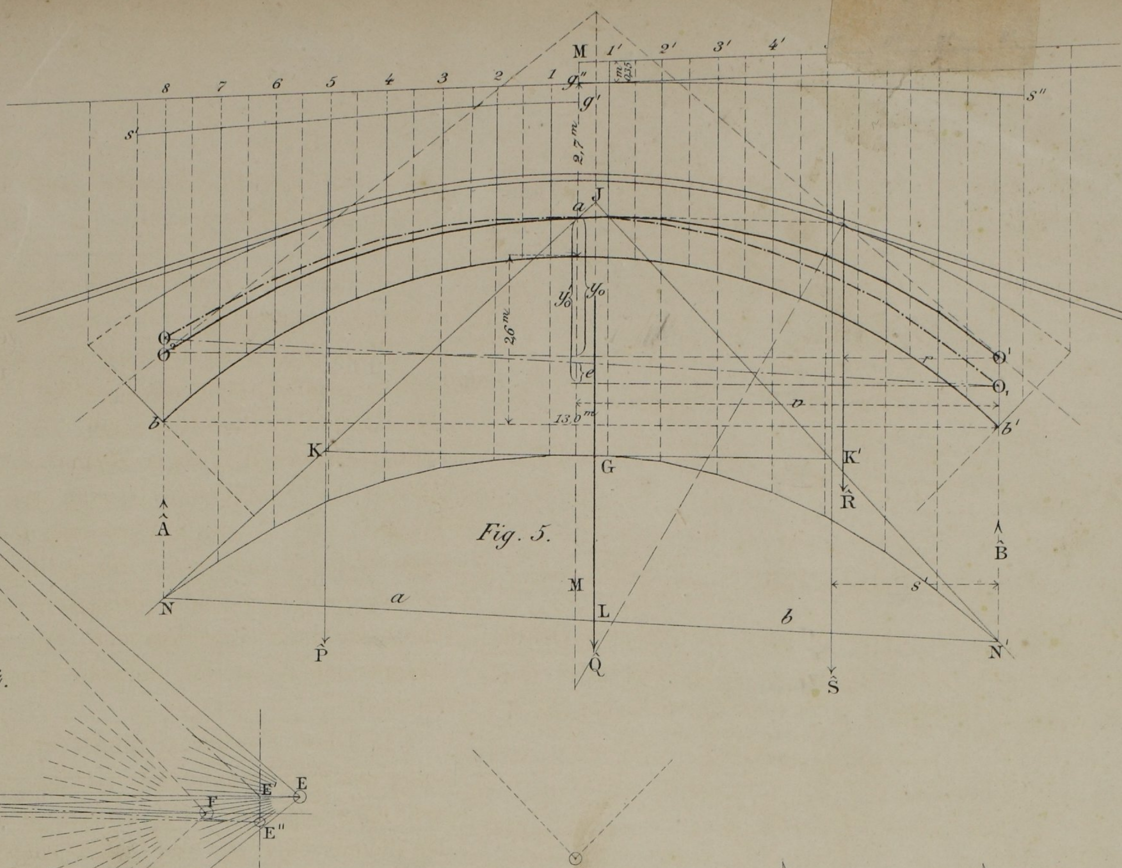
Rückt aber $\hat{H}$ an die obere oder untere Grenze des mittleren Dritttheils (an den Kernrand), so wird unter Bezug auf Gleichung 6:

$$h = \frac{2\,\hat{H}}{\hat{\beta}}. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (10)$$

Der Werth des Festigkeitscoefficienten $\hat{\beta}$ für Steinmaterialien, welcher bei ruhenden Lasten im Allgemeinen zu $\frac{1}{10}\,\beta_0$ genommen wird, ist für Gewölbe, welche, wie Brückengewölbe, Erschütterungen ausgesetzt sind, im günstigsten Falle zu $\frac{1}{20}\,\beta_0$, bei geringerer Auffüllung aber nur zu $\frac{1}{40}\,\beta_0$ zu nehmen, wie in der Tabelle über die Druckfestigkeit der Steinmaterialien angegeben wurde.

Bei Gewölben ist aber noch weiter zu beachten, dass der Druck pr. Flächeneinheit wegen sonst eintretender, merklicher Verkürzungen nicht zu stark genommen werden darf, dass die Festigkeit des Bindemittels nicht gleich-

Fig. 1.



Zu Fig. 1. M = 1 : 100.

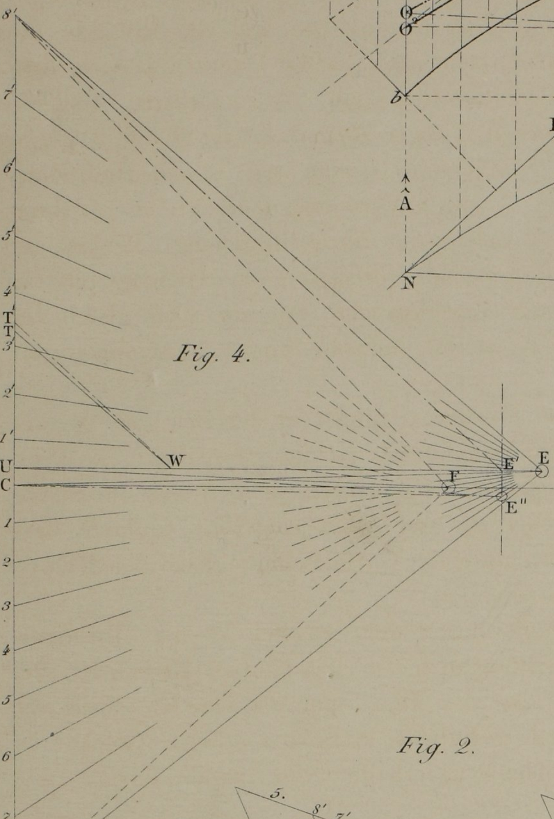


Fig. 4.

Fig. 2.

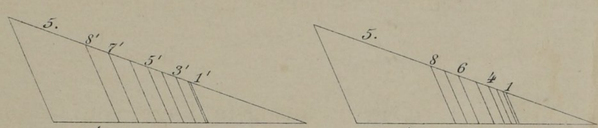


Fig. 3.

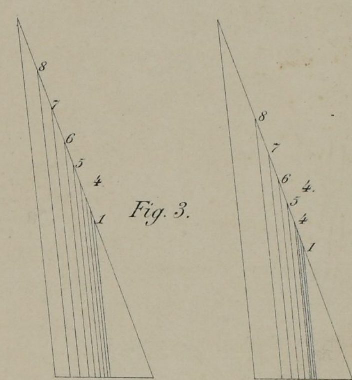


Fig. 6.

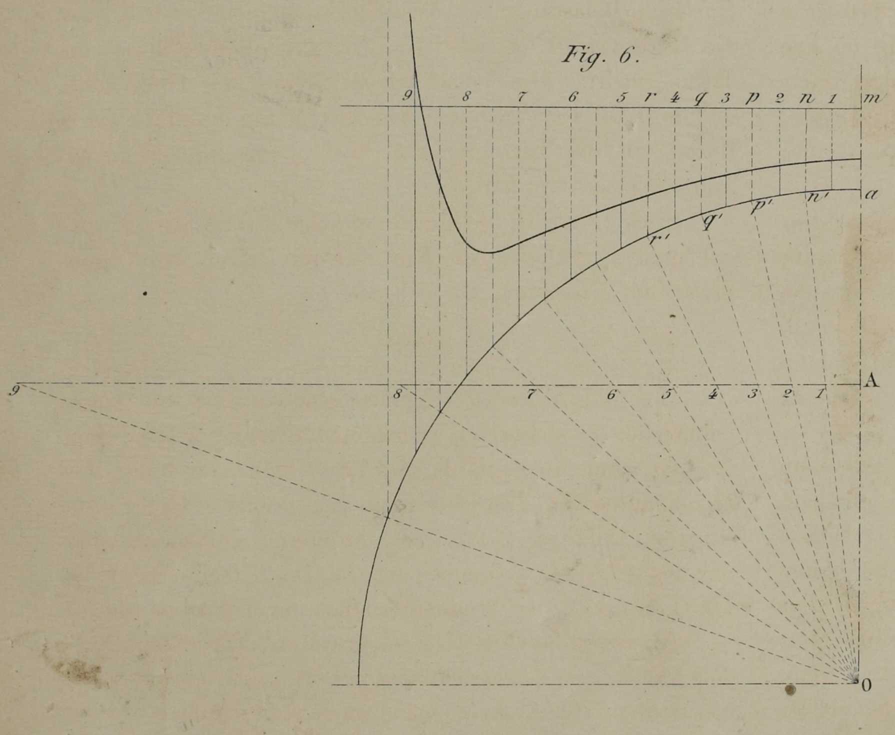
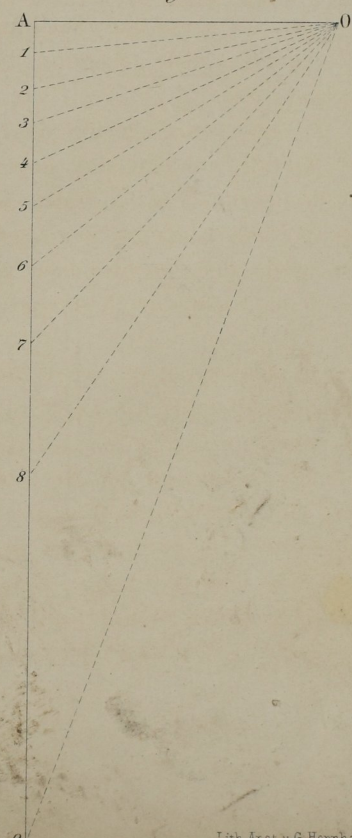


Fig. 7.



Lith. Anst. v. G. Hopphan, Stuttgart.

giltig sein kann, und dass Ungenauigkeiten in der Ausführung wegen vorkommender Deformationen der Lehrgerüste nie ganz vermieden werden können. Demnach wird eine weitere, nicht unbeträchtliche Abminderung von β zugelassen werden müssen.

In Erwägung aller dieser Umstände ist es zur Zeit noch nothwendig, empirische Formeln zur Bestimmung der Schlusssteinhöhe zu benützen.

Es gibt bekanntlich verschiedene Formeln, welche aus den in den meisten Fällen gegebenen Stücken, nämlich aus der Spannweite, der Pfeilhöhe oder dem Halbmesser der Wölblinie, eine directe Bestimmung der Schlusssteinhöhe zulassen.

Wir geben hier die von Herrn Director und Professor Dr. von Bauernfeind *) aufgestellte, empirische Formel an, welche die Schlusssteinhöhe zwar nicht sofort, sondern zunächst den verwendbaren Festigkeitscoefficienten auffinden lässt, in welcher aber gerade dadurch alle jene Momente besser zum Ausdruck gebracht werden, welche von besonderem Einflusse auf die Wahl der Schlusssteinhöhen sind. Nach dieser Formel ist die grösste zulässige Belastung der Flächeneinheit der Wölbsteine nicht, wie es die Druckfestigkeit derselben fordern würde, constant, sondern mit der Grösse der Brücke veränderlich zu nehmen.

Bezeichnet nämlich

$\mathfrak{k}$ den grössten Druck in Kilogrammen, welchem 1 □Decimeter Lagerfläche der Wölbsteine auf die Dauer ausgesetzt werden soll und darf,

s die Spannweite (A A′) des Brückengewölbes in Decimetern (Fig. d) und

$\tau = \frac{r}{p}$ das Verhältniss des Halbmessers M A = r der kreisförmigen inneren Wölbungslinie zum Pfeile C D = p derselben,

so wird in Uebereinstimmung mit den bei grossen und kleinen Musterbrücken, für welche selbstverständlich nur gutes Material verwendet wurde, stattfindenden Pressungen

$$\mathfrak{k} = 2{,}6 \,.\, s + 32{,}3 \,.\, \tau \quad \ldots\ldots \quad (11)$$

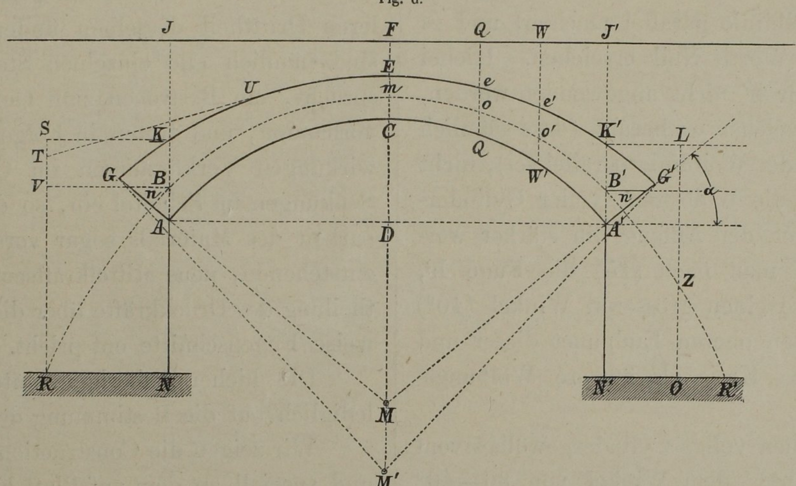
gesetzt.

Beispielsweise ist für ein Brückengewölbe von 24^m Spannweite und $4{,}7^m$ Pfeilhöhe $r = 17{,}67^m$, $\tau = \frac{r}{p} = 3{,}76$, folglich der zulässige Druck pr. $\square^{dm}$ in Kgr

$$\mathfrak{k} = 2{,}6 \,.\, 240 + 32{,}3 \,.\, 3{,}76 = 746 \text{ (abg).}$$

*) Jahrgang IV der Eisenbahnzeitung Seite 292—302.

Fig. d.



Mit Hilfe dieses Werthes $\mathfrak{k}$ ist nun die Schlusssteinhöhe h (C E Fig. d) aus der Gleichung abzuleiten:

$$\mathfrak{k}\,h = \mathfrak{H}. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (12)$$

Da aber in derselben $\mathfrak{H}$ noch nicht bekannt und offenbar von der zu bestimmenden Schlusssteinhöhe h abhängig ist, so wird nach Dr. von Bauernfeind's Entwicklungen der Werth $\mathfrak{H}$ für den besondern Fall ermittelt, dass die Mittellinie des Drucks (m n) in einem Abstande $= \frac{1}{2}$ h von C der inneren Wölbungslinie parallel läuft, also ein Kreisbogen vom Halbmesser $r + \frac{1}{2} h$ ist; die so erhaltene Gleichung für $\mathfrak{H}$ wird mit Gleichung (12) verbunden, und aus der neuen Gleichung h entnommen.

Bezeichnet

d den Abstand (C F) des Gewölbscheitels von der Oberfläche des Füllmaterials,

$\mathfrak{g}$ das Gewicht der Cubikeinheit Gewölbmauerwerk in Kilogrammen,

$\mathfrak{g}_,$ das Gewicht derselben Raumeinheit des über dem Gewölbschluss liegenden Materials und

$\mathfrak{w}$ die zufällige oder Verkehrsbelastung in Kilogrammen pr. Flächeneinheit der wagrecht projicirten Brückenoberfläche,

so findet man die Schlusssteinhöhe h aus der quadratischen Gleichung:

$$h\,\mathfrak{k} = (\mathfrak{g}\,h + [d - h]\,\mathfrak{g}_, + \mathfrak{w})\,(r + \tfrac{1}{2} h), \quad (13)$$

welche für den Fall, dass $\mathfrak{g}_, = \mathfrak{g}$ ist (was bei einer Uebermauerung des Gewölbes oder bei Ueberfüllung mit Steinmaterial stattfindet), übergeht in die Gleichung des ersten Grades:

$$(2\mathfrak{k} - \mathfrak{g}_, d - \mathfrak{w})\,h = 2r\,(\mathfrak{g}_, d + \mathfrak{w})$$

$$h = \frac{2r\,(\mathfrak{g}_, d + \mathfrak{w})}{2\mathfrak{k} - (\mathfrak{g}_, d + \mathfrak{w})}. \quad (14)$$

Soll hieraus h in Metern erhalten werden, so ist r und d in Metern, $\mathfrak{g}$ und $\mathfrak{g}_,$ in Kilogrammen oder beziehungsweise in Tonnen pro Cubikmeter Stein und Füllmaterial, $\mathfrak{k}$ und $\mathfrak{w}$ in Kilogrammen oder beziehungsweise in Tonnen pro □Meter einzusetzen.

Die Gleichungen (13) und (14) würden für h sehr grosse Werthe liefern in dem Falle, dass man für ein Gewölbe, welches wie ein Tunnel in einem Berg oder wie ein Durchlass in einem hohen Damm gebaut wird, die Höhe d bis zur Oberfläche des Berges oder Dammes nehmen wollte. Da jedoch erfahrungsgemäss nur ein Theil dieser Erdmassen auf das Gewölbe drückt, indem der übrige Theil durch die Reibung der Erdtheilchen und eintretende Spannungen für sich im Gleichgewichte ist, so kann man etwa 3^m als grössten Werth von C F = d ansehen. Ist demnach in einzelnen Fällen der Abstand des Gewölbscheitels von der Oberfläche der auf dem Gewölbe ruhenden Erdmasse grösser als 3^m, so bringt man den Ueberschuss dieses Abstandes nicht in Rechnung, sondern setzt einfach $d = 3^m$. Aber auch innerhalb dieser Grenze dürfte der Werth $\mathfrak{z}$ mit zunehmender Grösse von d desshalb grösser genommen werden, weil die Erschütterungen des Gewölbes bei stärkerer Auffüllung rasch abnehmen müssen.

Damit die Kämpfer und Anlaufsteine des Gewölbes auch nur mit dem zulässigen Drucke $\mathfrak{z}$ beansprucht werden, hat man, wie schon erwähnt, die Projection der Kämpferfuge auf den Verticalschnitt durch die Kämpferlinie gleich der Höhe h zu nehmen. Die Länge der Kämpferfuge $AG = h'$ ist sonach aus der Gleichung

$$h' = \frac{h}{\sin\alpha} = \frac{r\,h}{r - p} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (15)$$

zu finden, in welcher α den Winkel vorstellt, unter welchem die Mittellinie des Drucks mn' am Kämpfer gegen die Verticale gerichtet ist. Dieser Winkel α ist im Allgemeinen auch der, welchen die Kämpferfuge $(A'G')$ mit dem Horizonte bildet, mit Ausnahme des Falles, wo die Leibungsfläche des Gewölbes ein voller Halbcylinder oder nahehin ein solcher ist; denn in diesem Falle lässt sich die Mittellinie des Drucks durch keine noch so grosse Belastung der inneren Wölblinie parallel machen, und es kann folglich α nie den Werth Null erreichen. Hiebei kann auch der Ausdruck für h' nicht angewendet werden, da die Bedingung, auf welcher er beruht (dass nämlich die Mittellinie des Drucks der Wölblinie parallel sei), nicht mehr besteht. Will man die Wölbsteine voller Cylindergewölbe vom Scheitel gegen den Anfang hin stärker werden lassen, so berechne man nach (15) die Fuge h', welche mit dem Horizonte einen grösseren Winkel (40^0) bildet, und lege durch den oberen Endpunct dieser und der Schlusssteinfuge einen Kreis als äussere Wölbungslinie.

Der Theil eines solchen vollen Cylindergewölbes vom Kämpfer bis zu einer unter dem Winkel von $30-40^0$ gegen den Horizont geneigten Lagerfläche entspricht überhaupt nicht mehr dem Begriffe eines Gewölbes, sondern dem einer Mauer, da innerhalb desselben die Steine gegen Gleiten und Drehen durch die Reibung und durch die Unterstützungsweise von der unteren Seite her gesichert sind, während die eigentlichen Gewölbsteine von der unteren und oberen Seite her durch die angrenzenden Steine in ihrer Lage gehalten werden müssen. Demnach sind auch bei den weiteren Untersuchungen diese unteren Theile voller Cylindergewölbe zu dem Widerlager zu rechnen und wie diese zu behandeln.

Um die Verwendung der Gleichungen (11), (13) und (14) an einem durch die Vorlegeblätter gegebenen Beispiele zu zeigen, bestimmen wir die Schlusssteinhöhe für die schiefe Bahnbrücke, für welche nach Obigem $s = 14{,}6^m$, $p = 2{,}92^m$, $r = 10{,}585^m$ ist. Hienach wird zunächst der für 1 $\square^{dm}$ Schlusssteinfläche erlaubte Druck

$$\mathfrak{z} = 2{,}6 \,.\, 146 + 32{,}3 \,.\, \frac{10{,}585}{2{,}92} = 497^k,$$

und sodann, wenn man, wie hier geschieht, $d = 1{,}34^m$, $\mathfrak{g} = 2000^k$, $\mathfrak{g}_, = 1600^k$ pr. Kb^m und $\mathfrak{w} = 950^k$ pr. $\square^m$ setzt, die Schlusssteinhöhe nach Gleichung (13):

$$(\mathfrak{g} - \mathfrak{g}_,)h^2 + (2r(\mathfrak{g} - \mathfrak{g}_,) + \mathfrak{g}_, d + \mathfrak{w} - 2\mathfrak{z})h + 2r(\mathfrak{g}_, d + \mathfrak{w}) = 0$$

$$h = 0{,}8^m.$$

Hätte man Gleichung (14) benützt und zur Correction der dadurch vernachlässigten Unterschiede zwischen $\mathfrak{g}$ und $\mathfrak{g}_,$ statt $\mathfrak{g}_, = \dfrac{2000 + 1600}{2} = 1800$ gesetzt, so wäre $h = 0{,}75^m$ gefunden worden. —

Die Werthe für h, welche in der angegebenen Weise für specielle Fälle berechnet werden, lassen sich nunmehr zur Bestimmung des Horizontalschubs $\mathfrak{H}$ benützen, und es kann alsdann aus Gleichung (12) ein verbesserter Werth für h erhalten und mit diesem ein Revisionsverfahren durchgeführt werden. —

2) Die Sicherheit gegen Drehen eines zu betrachtenden Gewölbstreifens im Ganzen und in seinen einzelnen Theilen ist, den nöthigen Widerstand vom Widerlager her vorausgesetzt, dann vorhanden, wenn sich eine den gegebenen Verhältnissen entsprechende Drucklinie im mittleren Dritttheil desselben finden lässt. In diesem Falle sind nämlich alle einzelnen Steine nur auf Druck beansprucht, ein Bestreben zum Oeffnen der Fugen ist nicht vorhanden, und treten in Folge der stattfindenden Druckwirkungen Verkürzungen im Gewölbstreifen und damit Senkungen im Scheitel ein, so darf man wegen der Pressbarkeit des Materials sogar voraussetzen, dass die hiebei entstehende, neue Mittelkraftscurve einer günstigeren Vertheilung der Druckkräfte über die Vertical- und beziehungsweise Fugenschnitte entspricht.

Die hieher gehörigen Untersuchungen laufen somit lediglich auf die Bestimmung der Mitteldruckslinie hinaus.

Wir zeigen die Construction der Drucklinie überhaupt und speciell an dem auf Blatt E gewählten Beispiele eines segmentbogenförmigen Gewölbes, für welches $s = 13^m$, $p = 2{,}6^m$, $d = 2{,}7^m$, $\mathfrak{w} = 560^k$ pr. $\square^m$, $\mathfrak{g} = 2000^k$ und $\mathfrak{g}_, = 1600^k$ pr. Kb^m angenommen, und welches mit Rücksicht auf den disponiblen Raum im Maassstabe 1 : 100 dargestellt wurde, wobei wir bemerken wollen, dass zweckmässig hiebei ein grösserer Maassstab, allenfalls 1 : 50, zu Grund gelegt wird.

Aus den gegebenen Stücken erhält man zunächst $\mathfrak{z} = 454^k$ pr. $\square^{dm}$ und aus Gleichung (14), in welcher statt $\mathfrak{g}_,\ \dfrac{\mathfrak{g} + \mathfrak{g}_,}{2} = 1800^k$ pr. Kb^m eingesetzt wurde,

$$h = 1{,}20^m \text{ (rd).}$$

Dieselbe Höhe ist im Verticalschnitt durch die Kämpferlinie anzutragen und hieraus die Länge der Kämpferfuge abzuleiten.

Gewölbstreifens ($\hat{P}$) ermittelt und die Hebelarme c und y_0 (Fig. 6) in Fig. 8 ähnlich wie früher verwendet, um den Horizontalschub $\hat{H}$ für den angenommenen Angriffs- und Drehpunct aufzufinden.

Mit diesem ist die Drucklinie im Gewölbstreifen von a bis o construirt und aus derselben zu entnehmen, dass die geforderte Sicherheit gegen Drehen vorhanden ist.

Wenn man bei einem halbkreisförmigen Gewölbe eine zur Wölblinie concentrische Mittelkraftscurve verlangen wollte, so müsste die letztere am Kämpfer selbstverständlich eine lothrechte Tangente haben. Die Tangente an die Drucklinie entspricht aber nach den seitherigen Betrachtungen der Lage der Mittelkraft an der betrachteten Stelle; es hätte sonach in dem Kräftepolygone der dieser Mittelkraft entsprechende, durch den Pol gelegte Strahl parallel zur Kräftelinie zu sein und es würde somit die Kräftelinie und desshalb auch $\hat{P}$ selbst unendlich gross werden.

Nach den Beziehungen, welche zwischen dem Kräftepolygone und der Drucklinie bestehen, und welche seither benützt wurden, um die Stabilität eines mit bestimmter Belastung gegebenen Gewölbes zu untersuchen, ist es nunmehr leicht, auch die umgekehrte Aufgabe zu lösen, nämlich zu einer gegebenen Drucklinie diejenigen Belastungen aufzusuchen, welche an einander gereiht werden müssen, damit diese Drucklinie erhalten werden kann.

Wir zeigen die Behandlungsweise an einer halbkreisförmigen Drucklinie (Blatt F, Fig. 6 und 7) und bemerken hiezu, dass einerlei Material und für die dem Scheitel zunächst liegende Lamelle eine bestimmte Belastungshöhe vorausgesetzt wird. Ist die Breite der Lamellen mn, np, pq etc. entsprechend und der Einfachheit wegen gleich der Einheit gewählt, die Lage der Schwerlinien der Lamellen 1, 2, 3 ... angegeben und die Proportionale zu dem Gewichte der ersten Lamelle durch die Länge A 1 bestimmt, so zieht man in dem Schnitt der Grenzlinie derselben (nn′) mit der Drucklinie den Halbmesser n′o und nimmt oA auf der Verticalen oa durch den Scheitel so, dass die durch A gelegte Horizontale bis zum Schnitt mit n′o gleich A 1 wird.

Verbindet man nacheinander o mit p′, q′, r′ ..., so schneiden die Strahlen op′, oq′, or′ ... auf der verlängerten Horizontalen A 1 die Proportionalen 12, 23 ... zu den Gewichten der Lamellen 2, 3 ... ab.

Nach Gleichung (2) ist

$$\hat{H} = \frac{\hat{P}_0^x}{\text{tang } \beta_x};$$

$$\text{für } x = 1 : \hat{H} = \frac{\hat{P}_0^1}{\text{tang } \beta_1}.$$

In letzterer Gleichung ist $\hat{P}_0^1$ durch die Proportionale A 1 und β_1 durch Winkel A o 1 gegeben, somit durch o A die Proportionale zu $\hat{H}$ im gleichen Maassstabe, wie A 1, aufgetragen.

Für x = 2 wird

$$\hat{P}_0^2 = \hat{H} \text{ tang } \beta_2, \text{ und da}$$

$$\beta_2 = \angle \text{ A o 2, so ist}$$

A 2 gleich der Proportionalen zu $\hat{P}_0^2$ im gewählten Maassstabe und somit die Länge 12 jene zu $\hat{P}_1^2$ etc.

Trägt man die Längen A 1, 12 ... an die Schwerlinien 1, 2 ... von der gegebenen Drucklinie an aufwärts und verbindet die Endpuncte derselben durch eine stetige Linie, so erhält man eine Belastungscurve. In Fig. 7 wurde die Kräftelinie A 12 ... in der bisher gewählten Lage noch besonders beigefügt.

3) Das Gleichgewicht und die Sicherheit gegen Gleiten auf den Lagerflächen der Wölbsteine ist vorhanden, wenn der durch die Reibung gebotene Widerstand gleich oder grösser ist, als diejenige Einwirkung, welche ein Gleiten verursachen kann. Wird mit $\hat{R}$ die Mittelkraft aller gegen eine Lagerfläche ($\alpha\beta$) von einer Seite her einwirkenden Kräfte, mit φ der Winkel, welchen die Richtung von $\hat{R}$ mit einer Normalen zur Lagerfläche und mit $\hat{N}$ der Normaldruck auf dieselbe bezeichnet, so ist nach bekannten Sätzen die Grösse der Reibung ausgedrückt durch

$$\mu \hat{N} = \mu \hat{R} \cos \varphi.$$

Ein Gleiten auf $\alpha\beta$ wird durch die parallel zur Lagerfläche wirkende Componente von $\hat{R}$, nämlich durch

$$\hat{R} \sin \varphi \text{ angestrebt.}$$

Im Gleichgewichtsfalle hat

$$\mu \hat{R} \cos \varphi = \hat{R} \sin \varphi$$

$$\mu = \text{tang } \varphi \text{ zu sein.}$$

Drückt man den Reibungscoefficienten μ durch die Tangente des Reibungswinkels ψ aus, so lautet die Bedingung des Gleichgewichtes

$$\psi = \varphi.$$

Mit Rücksicht auf die sonst gewählte Sicherheit in einer derartigen Construction ist aber zu verlangen, dass

$$\psi \geqq \frac{1}{2}\, \varphi, \text{ und, da der Reibungswinkel im Mittel den}$$

Werth von 34^0 hat, dass

$\varphi = 17^0$ im äussersten Falle wird.

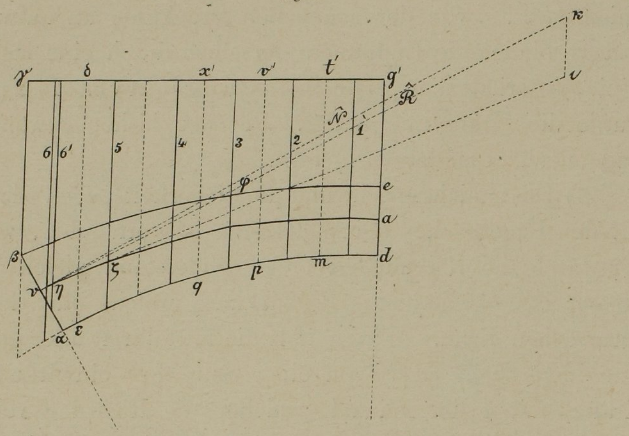
Der Winkel, welchen die Mittelkraft aller von einer Seite her gegen die Lagerfläche wirkenden Kräfte mit der Normalen zu dieser Fläche bildet, soll demnach 17^0 nicht überschreiten.

Die Untersuchung dieser für alle Lagerflächen zu stellenden Bedingung geht somit darauf hinaus, die Richtungen der Mittelkräfte gegen dieselben festzustellen. Da seither auf den Fugenschnitt eine Rücksicht nicht genommen wurde, so weicht die vorliegende Aufgabe von den bis jetzt betrachteten einigermassen ab.

Der Lösung dieser Aufgabe für eine Fugenfläche schicken wir die Bemerkung voraus, dass dasjenige Polygon, welches man durch Verbindung der Angriffspuncte der Mittelkräfte gegen die auf einander folgenden Lagerflächen erhält, gewöhnlich als Stützlinie bezeichnet wird, und dass sonach die folgenden Bestimmungen gleichzeitig das Verfahren für die Construction der Stützlinie angeben.

In beistehender Figur e ist ein Theil des auf Blatt E, Fig. 1, dargestellten Gewölbes wieder gegeben und die Grenze der reducirten Lamellen g', t', v' ... sowie die Drucklinie durch a bis zur Schwerlinie der Lamelle 5,

Fig. e.



also bis ζ, angetragen. Die Richtung der an ζ sich anschliessenden Druckpolygonseite ist durch den Strahl F 5 (Fig. 3) festgesetzt und durch $\iota\zeta$ in Fig. e angegeben. Eine Aenderung der Richtung dieses Strahles tritt da ein, wo die Schwerlinie der nächsten Lamelle getroffen wird. Da nun aber mit Bezug auf die Theilung des Gewölbes diese nächste Lamelle $\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon$ zu sein hat, so ist zunächst die Schwerlinie derselben, welche in Fig. e mit 6′ bezeichnet ist, aufzusuchen. Da die Breite dieser neuen Lamelle im Allgemeinen nicht übereinstimmt mit der ausserdem für die vorhergehenden Lamellen gewählten Basis, so hat man, um eine Proportionale zu dem Gewichte derselben im sonst benützten Maassstabe zu erhalten, die in der Zeichnungstafel liegende Lamellenseite $(\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon)$ auf ein Rechteck von der Basis b zu reduciren.

Wir übergehen diese einfacheren Aufgaben, setzen also die Lage der Schwerlinie und die Höhe des reducirten Rechteckes als gefunden voraus, und fügen zur Durchführung des Verfahrens für die Bestimmung von $\hat{R}$ weiter an, dass von dem Schnittpuncte η des Strahles $\iota\zeta$ mit der Schwerlinie $6'$ die Grösse der durch Strahl F 5 (Fig. 3, Bl. E) repräsentirten Kraft rückwärts durch $\eta\iota$ und in ι der ν^{te} Theil der bestimmten Lamellenhöhe an eine Verticale aufwärts durch $\iota\varkappa$ angetragen wird, und dass nunmehr $\varkappa\eta$ die Grösse und Richtung der gesuchten Mittelkraft vorstellt. Der Schnittpunct ν derselben auf $\alpha\beta$ ist ein Punct der Stützlinie. Dass Winkel φ, welchen $\hat{N}$ mit $\hat{R}$ bildet, in diesem Falle der gestellten Bedingung entspricht, ergibt sich sofort aus der Figur e.

2. Unsymmetrisch belastete Gewölbe.

Wir betrachten den allgemeinsten und für die Anwendung wichtigsten Fall, dass nämlich die Auffüllung nicht horizontal abgegrenzt ist, und um hiebei die ungünstigste Stellung der zufälligen Lasten zu berücksichtigen, setzen wir voraus, dass dieselben nur auf der durch das Eigengewicht stärker beanspruchten Gewölbhälfte aufgebracht und auf dieser bis zur Brückenmitte vorgerückt seien.

Auf Blatt F, Fig. 1, ist ein derartig belastetes Gewölbe im Maassstabe 1 : 100 dargestellt, dessen Spannweite $s = 13^m$, Pfeilhöhe $p = 2{,}6^m$, Constructionsdicke im Scheitel $d = 2{,}7^m$, wie bei dem auf Blatt E (Fig. 1) betrachteten Gewölbe, gegeben ist. Die obere Abgrenzung hat eine Neigung von 4 %, die Verkehrslast ($\mathfrak{v}$) beträgt pr. □^{m} 560^k, das Gewicht des Gewölbmauerwerks $\mathfrak{g} = 2000^k$ und das des Füllmaterials $\mathfrak{g}_1 = 1600^k$ pr. Kb^m. Auf der rechten Seite von der Verticalen M M durch den Scheitel ist für den zu untersuchenden Streifen von der Tiefe gleich der Einheit über der Fahrbahn eine Schichte Füllmaterial von $0{,}35^m$ Höhe aufgelegt, welche der zufälligen Belastung entspricht.

Es ist leicht ersichtlich, dass die Bestimmung der Gewölbstärke und die Untersuchung bezüglich der Sicherheit gegen Gleiten der Wölbsteine an einander ganz in derselben Weise durchzuführen ist, wie beim symmetrisch belasteten Gewölbe, und dass demnach für unsymmetrische Belastung nur die Sicherheit gegen Drehen oder mit anderen Worten die Construction der Drucklinie besonders in Betracht kommt. Diese allein ist somit im Nachfolgenden anzugeben.

Man theilt hiezu einen ganzen Gewölbstreifen von dem Scheitel aus in die gleich breiten Lamellen 1, 2, 3 ... und 1′, 2′, 3′ ..., wählt jedoch die Breite derselben so, dass aus später zu entnehmenden Gründen die Schwerlinien der äussersten Lamellen die Puncte b und b′ enthalten. Der links und beziehungsweise rechts von der letzten Lamellengrenze befindliche Theil über der Kämpferfuge wird dem Widerlager zugerechnet. Man reducirt sodann nach Fig. 2 die Erdbelastung auf Steinbelastung und erhält die Grenze der reducirten Lamellen in $g's'$ für die linke und in $g''s''$ für die rechte Seite. Trägt man die gleichen aliquoten, hier die vierten, Theile (nach Fig. 3 und 4) der Schwerlinien der Lamellen und zwar für die linkseitige Gewölbhälfte von einem Puncte C aus nach einander abwärts an eine Verticale an und für die rechtseitige Gewölbhälfte aufwärts, so ist C 8 eine Proportionale zu dem Gewichte $\hat{P}$ der linken und C 8′ eine Proportionale zu dem Gewichte $\hat{S}$ der rechten Gewölbhälfte, während die ganze Länge 8 C 8′ das Gewicht $\hat{Q}$ des ganzen Ge wölbstreifens repräsentirt. Der Kürze wegen mögen die und ähnliche, bestimmte Kräfte vorstellende Linien früher, gleich diesen Kräften selbst gesetzt wer

Durch C legt man eine Horizontale und ihr einen beliebigen Horizontalschub C F; zieht d Pol F die Strahlen F 1, F 2 ... F 1′, F 2′ ..., w der Figur theilweise punctirt angegeben sind; ve in Fig. 1 die Verticale durch den Scheitel bis z unterhalb von diesem beliebig gewählten Puncte