

Tragwände in Metern,  $\hat{p}$  aber das Eigengewicht in Kilogrammen pr. laufenden Meter bedeutet.

l	e	h	$\hat{p}$	l	e	h	$\hat{p}$
Meter.			Kilogramme.	Meter.			Kilogramme.
16	1,8	2,0	1280	52	2,8	5,2	2600
20	1,8	2,0	1440	56	2,8	5,2	2760
24	1,8	2,4	1600	60	3,6	7,2	2780
28	1,8	2,4	1800	64	3,6	7,2	2940
32	1,8	2,8	1900	68	3,6	8,0	3020
36	2,8	4,4	2080	72	3,6	8,0	3180
40	2,8	4,4	2200	76	4,0	8,8	3320
44	2,8	4,8	2320	80	4,0	8,8	3460
48	2,8	4,8	2500	88	4,0	9,6	3700

## b. Zufällige (Verkehrs-) Last.

Die zufällige Last wird bei Brücken durch Menschengedränge, Landfuhrwerke, Locomotiven und Eisenbahnwagen, Wasser, Schnee und Wind gebildet.

Für diese verschiedenen Belastungen, deren Werthe bei hölzernen und eisernen Brücken in der Regel einen erheblich grösseren Einfluss auf die Stärke der Constructionstheile ausüben als die des Eigengewichts, bestehen leider noch, selbst für sonst gleiche Verhältnisse, sehr verschiedene Annahmen. Die Feststellung derselben, oder wenigstens ihrer Grenzen, wäre eine würdige Aufgabe für die vereinigten Techniker Deutschlands.

Einstweilen suchen wir die am häufigsten vorkommenden Annahmen für diese verschiedenen Belastungsweisen in Folgendem zusammenzustellen.

### 1. Belastung durch Menschengedränge.

Lange Zeit hindurch war, — wenigstens unter den bayerischen Ingenieuren, — als Aequivalent für Menschengedränge eine Belastung von 50 Pfd bayer. pro  $\square'$  bayer. betrachtet worden und scheint dieser Werth von Reichenbach herzustammen, der auch für andere Belastungsweisen Normen aufzustellen suchte.

Es entspricht jene Annahme einer Last von 328,7<sup>k</sup> pr.  $\square^m$ , welcher Werth auch jetzt noch ohngefähr für die Belastung von Brückenfuhrbahnen durch Menschen Geltung besitzt; Laissle und Schübler stellen hiefür den Werth 360<sup>k</sup> pr.  $\square^m$  auf; Director Gerber nimmt 300<sup>k</sup> pr.  $\square^m$  für jenen Theil des Fahrweges an, welcher nicht von Wagen und der Bespannung bedeckt ist, und für die Berechnung der Plattformtheile (Wellenblech, Querträger etc.) 560<sup>k</sup> pr.  $\square^m$  derjenigen Fläche des übrigen Theiles, welche neben dem Lastwagen und dem Gespanne frei bleibt.

Für Fusswege (Trottoire und Stege) ist nach Gerber eine gleichmässige Belastung der ganzen Fläche

von 360<sup>k</sup> pr.  $\square^m$ , zur Berechnung einzelner Constructionstheile aber eine Belastung von 560<sup>k</sup> pr.  $\square^m$ , welche bei dicht aneinander gepresst stehenden Menschen eintreten kann, für die Breite des Weges und auf circa 5<sup>m</sup> Länge desselben in Ansatz zu bringen.

Nach Angabe Dr. Heinzerlings wird in Amerika als Belastung durch Menschengedränge nur 150<sup>k</sup> pr.  $\square^m$  angenommen.

### 2. Belastung durch Landfuhrwerk (Lastwägen).

Wurde früherhin (nach Reichenbach) jede concentrirte Last auf eine gleichmässig vertheilte von demselben Gewicht reducirt und dadurch jede solche Belastung geringer erhalten als die durch Menschengedränge, so ist es gegenwärtig Princip, concentrirte Lasten in der wirklich von ihnen ausgeübten Druckweise, oder mindestens der Art in Rechnung zu bringen, dass man eine gleichmässige Belastung sucht, welche dieselben statischen Effecte hervorbringt, wie jene concentrirten Lasten.

Unter allen Umständen müssen daher letztere hinsichtlich ihrer Grösse und Vertheilung genau bekannt sein oder angenommen werden. Wie schon bemerkt, ist auch hier noch manche Ungleichartigkeit zu beseitigen, im Allgemeinen aber kann man sich damit begnügen, folgende drei Fälle anzunehmen, welche gewisse Maximalbelastungen, wie sie auf Landstrassen vorkommen, festsetzen.

a) Auf gewöhnlichen Landstrassen (Hauptstrassen) verkehren kaum schwerere Lastwägen als solche mit 6000<sup>k</sup> Axendruck und der auf Blatt A Fig. 2 dargestellten Anordnung des Gefährtes, dessen Spurweite mit 1,3<sup>m</sup> und Minimalbreite in der Höhe der Ladung mit 2,4<sup>m</sup> anzusetzen ist. (S. Heinzerling „Die angreifenden und widerstehenden Kräfte der Brücken- und Hochbau-Constructionen“ S. 5 und Gerber „Bestimmung der zulässigen Spannungen in Eisen-Constructionen“ S. 24).

Eine Begegnung solcher Wägen auf einer Brücke von 3,8 bis 6,2<sup>m</sup> Fahrwegbreite kann immerhin eintreten. Bei längeren Brücken wird hinter und neben einem derartigen Wagen noch ein den übrigen Theil der Fahrbahn bedeckendes Menschengedränge nach oben stehenden Bemerkungen angenommen.

b) In industriellen Bezirken dagegen, sowie in der Nähe von Etablissements, aus denen sehr schwere Maschinen, Locomotiven, Dampfkessel u. dergl. transportirt werden müssen, ist das in Fig. 3 gezeichnete Schema eines schwersten Wagens zu Grund zu legen, wobei die gleichzeitige Anwesenheit zweier Fuhrwerke der Art nicht angenommen zu werden braucht. Die Spurweite eines solchen Wagens beträgt 1,5<sup>m</sup>; derselbe fährt in der Mitte des Fahrweges oder höchstens um  $\frac{1}{3}$  der halben Fahrwegbreite seitlich und ist für die Berechnung der Plattform maassgebend. Die vom Wagen und dem Gespanne

nicht bedeckte Fläche wird, wie bei a, durch Menschen belastet angenommen. (S. Heinzerling S. 5 und Gerber S. 24.)

Die hier und im vorhergehenden Falle vorausgesetzte Zahl der Gespanne (à 2 Pferden mit 600<sup>k</sup> Gesamtgewicht) kann unter Umständen auch grösser sein.

c) Für Nebenstrassen sind Wagen mit denselben Maassen, wie für Hauptstrassen, jedoch nur mit  $\frac{2}{3}$  der angegebenen Belastungen der Axen in Aussicht zu nehmen.

Ueber jene gleichmässig vertheilte Last, welche die Träger einer Brücke ebenso stark in Anspruch nimmt, wie die bezeichneten concentrirten Lasten, soll unter Ziffer 3 das Nöthigste mitgetheilt werden.

### 3. Belastung durch Eisenbahn-Fahrmittel.

Bei der ausserordentlich grossen Zahl von Eisenbahnliesen, welche in den letzten Decennien gebaut wurden und fortwährend noch gebaut werden, ist es als eine erfreuliche Thatsache zu bezeichnen, dass über sehr viele Punkte der baulichen Ausführung und des Betriebes derselben, wenn auch nicht eine vollkommene Uebereinstimmung, so doch eine weitgehende Gleichartigkeit der Annahmen besteht oder angestrebt wird.

Hierher gehört unter Anderem auch der Vorschlag über die Maximalbelastung einer Locomotiv-Axe, welche nach den Vereinbarungen der Versammlung deutscher Eisenbahnverwaltungen in Hamburg (1871) bei dem jetzt üblichen Gewicht und Material der Schienen 14000<sup>k</sup> nicht überschreiten sollte.

Wie die folgenden Angaben zeigen, wechselt zur Zeit noch das Gewicht, der Radstand und überhaupt die Anordnung der Locomotiven und Tender innerhalb ziemlich weiter Grenzen; es würde aber gerade durch eine allgemein gültige Festsetzung des grössten Axendruckes für die Berechnung der Eisenbahnbrücken ein wesentliches Bedürfniss erfüllt werden.

Einige Schemata von Locomotiven, beziehungsweise Tendermaschinen, wie sie auch in den mehrmals angeführten Werken von Laissle und Schübler und Heinzerling mitgetheilt und theilweise zu Berechnungen verwendet werden, sind auf Blatt A dargestellt, nämlich eine württembergische Güterzug-Maschine (Fig. 4), eine Engerth'sche Semmering-Maschine (Fig. 5), dann eine bayerische Tender-Locomotive (Fig. 6), nach welch' letzterem Schema neuerdings verschiedene eiserne Brücken der kgl. bayer. Staatsbahnen [durch Gerber] berechnet und ausgeführt wurden, und welches auch aus dem Grunde für einige sich hier anschliessende Berechnungen als Unterlage gewählt wurde, weil mehrere Blätter der vorliegenden Sammlung, nämlich Nr. 22, 23, 34 und 35, solche Brücken darstellen.

Ausserdem ist auf Blatt B (Fig. 6) das Schema einer Schnellzug-Locomotive mit einer Belastung der Triebachse von 16000<sup>k</sup> angegeben, welches nach Gerber bis zu

3,07<sup>m</sup> Stützweite für die Momente und bis 1,78<sup>m</sup> Stützweite für den Auflagerdruck, ausserdem aber auch für die Plattformtheile grösserer Brücken in Berechnung zu ziehen ist.

Bei grösseren Brücken, wo eine Locomotive nebst Tender kürzer ist, als die Brückenbahn, werden entweder beliebig viele Paare von Locomotiven und Tendern hintereinander, oder höchstens drei solche Paare und beziehungsweise drei Tender-Locomotive und dann beladene Güterwagen nach dem Schema der Fig. 7 auf Blatt B (s. Gerber S. 23) als der die Brücke belastende Train angenommen, und es wird hiebei, um die Lasten möglichst zu concentriren und dadurch den ungünstigsten Belastungsfall zu erhalten, eine Locomotive nebst Tender in umgekehrter Stellung jenem Train vorausgehend angeordnet.

In welcher Weise man solche Schemata zur Berechnung von Bahnbrücken verwendet, soll zum Theil in den anschliessenden Auseinandersetzungen, zum Theil aber erst später an einzelnen Beispielen der Vorlegeblätter gezeigt werden.

Zunächst ist Einiges über die Herleitung der fast noch allgemein benützten Angaben jener gleichmässig vertheilten Belastungen, welche einen Träger ebenso stark in Anspruch nehmen, wie die von den Locomotiv-Axen ausgeübten concentrirten Lasten, anzufügen und sodann zu zeigen, wie die Maximal-Momente und -Verticalkräfte bei vorrückenden concentrirten Lasten für bestimmte Belastungsschemata und Spannweiten aufgefunden werden können.

a) Werden verschieden grosse Längen, welche die Spannweiten verschiedener Brücken vorstellen sollen, zwischen den Endpunkten einer Locomotive oder eines Locomotiven-Trains hin und hergeschoben, so ist leicht ersichtlich, dass sehr verschiedene Lasten auf je ein solches Stück treffen können, und zwar werden sich für kürzere Stücke verhältnissmässig immer viel grössere Belastungen ergeben, als für längere, indem letztere häufiger eines der unbelasteten Stücke von 3—4<sup>m</sup> oder bei mehreren an einander stossenden Locomotiven solche von 4—5<sup>m</sup> enthalten müssen. Demgemäss sind die Aequivalente der concentrirten Belastungen um so grössere, gleichmässig vertheilte Belastungen, je kürzer die Spannweiten genommen werden, und nur bei sehr langen Brücken nähern sich letztere einem constanten Werthe.

Dies soll an zwei Belastungsfällen nachgewiesen werden.

1) Eine Locomotivaxe mit 13200<sup>k</sup> Druck stehe in der Mitte einer 1<sup>m</sup> weiten Oeffnung.

Das Kraftmoment für den gefährlichen Querschnitt in der Mitte des Trägers ist = 6600 · 0,5 = 3300<sup>m.k</sup>.

Für eine gleichmässig vertheilte Last  $k$  ist das Kraftmoment, ebenfalls in der Mitte, =  $\frac{k l^2}{8}$ .

Lastenlineal der drei Tender-Maschinen.

Nummer der Last:  
 Last in Tonnen:  
 Abstand in Decim:

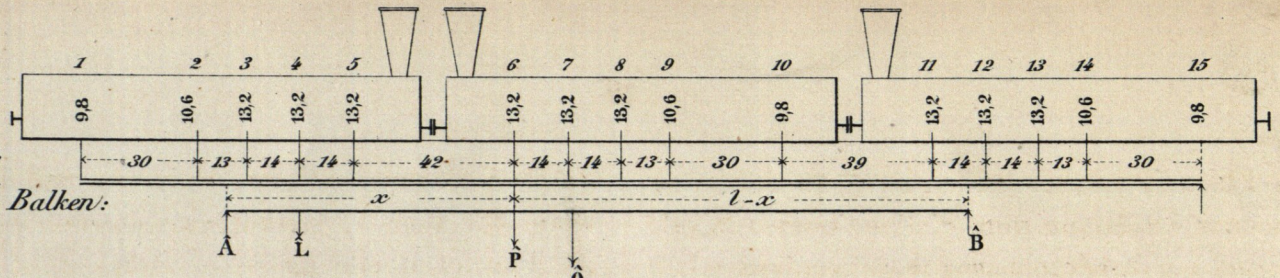


Fig. 2.

Überlasten der drei Tender-Maschinen ( $\hat{Q} = 783^T$ ).

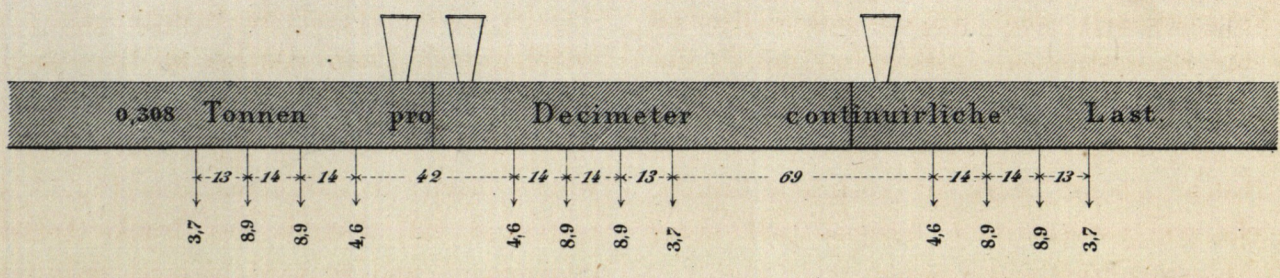


Fig. 3.

Negatives Polygon der Überlasten  $\hat{M}_n = \hat{Q}(a\eta + b\delta)$ .

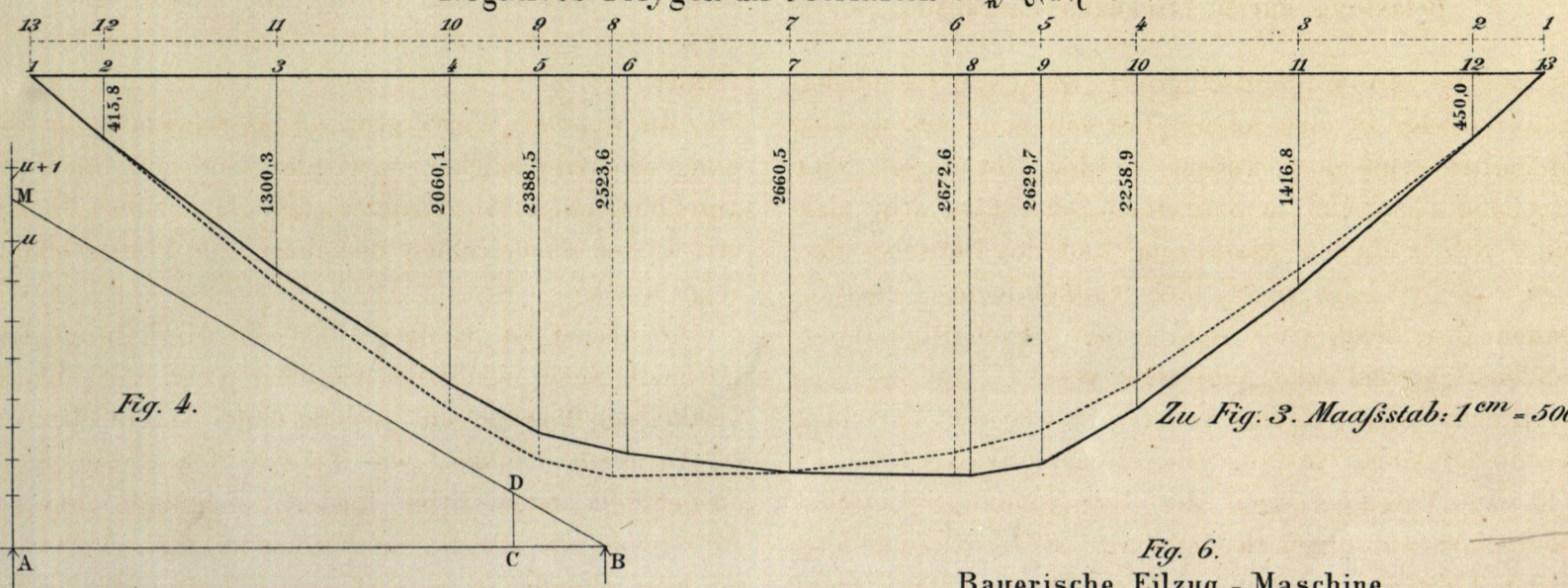


Fig. 4.

Zu Fig. 3. Maafsstab: 1 cm = 500 dm.T

Fig. 6. Bayerische Eilzug = Maschine.

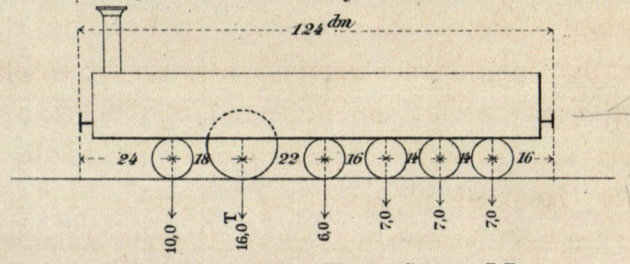


Fig. 7. Güter - Wagen.

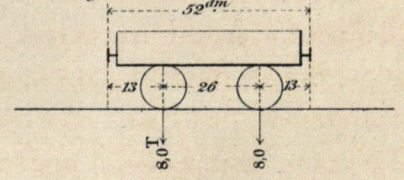


Fig. 8.

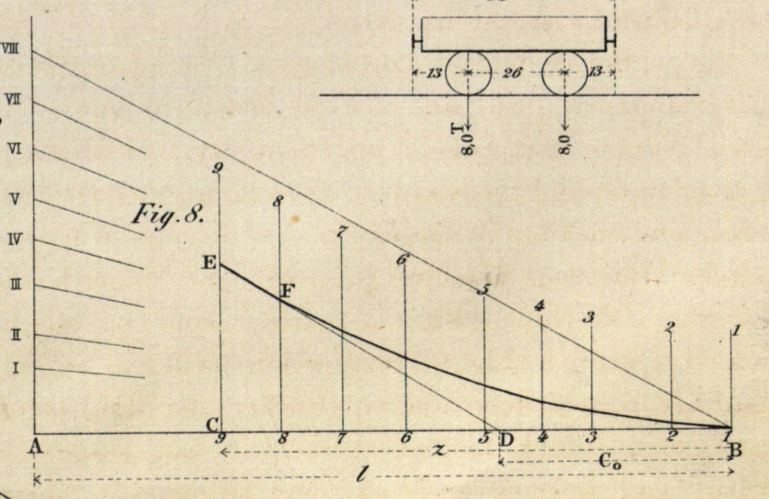


Fig. 9.

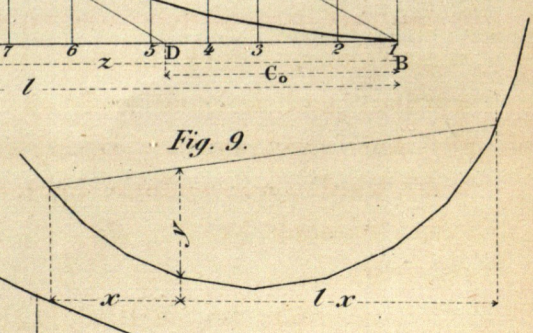
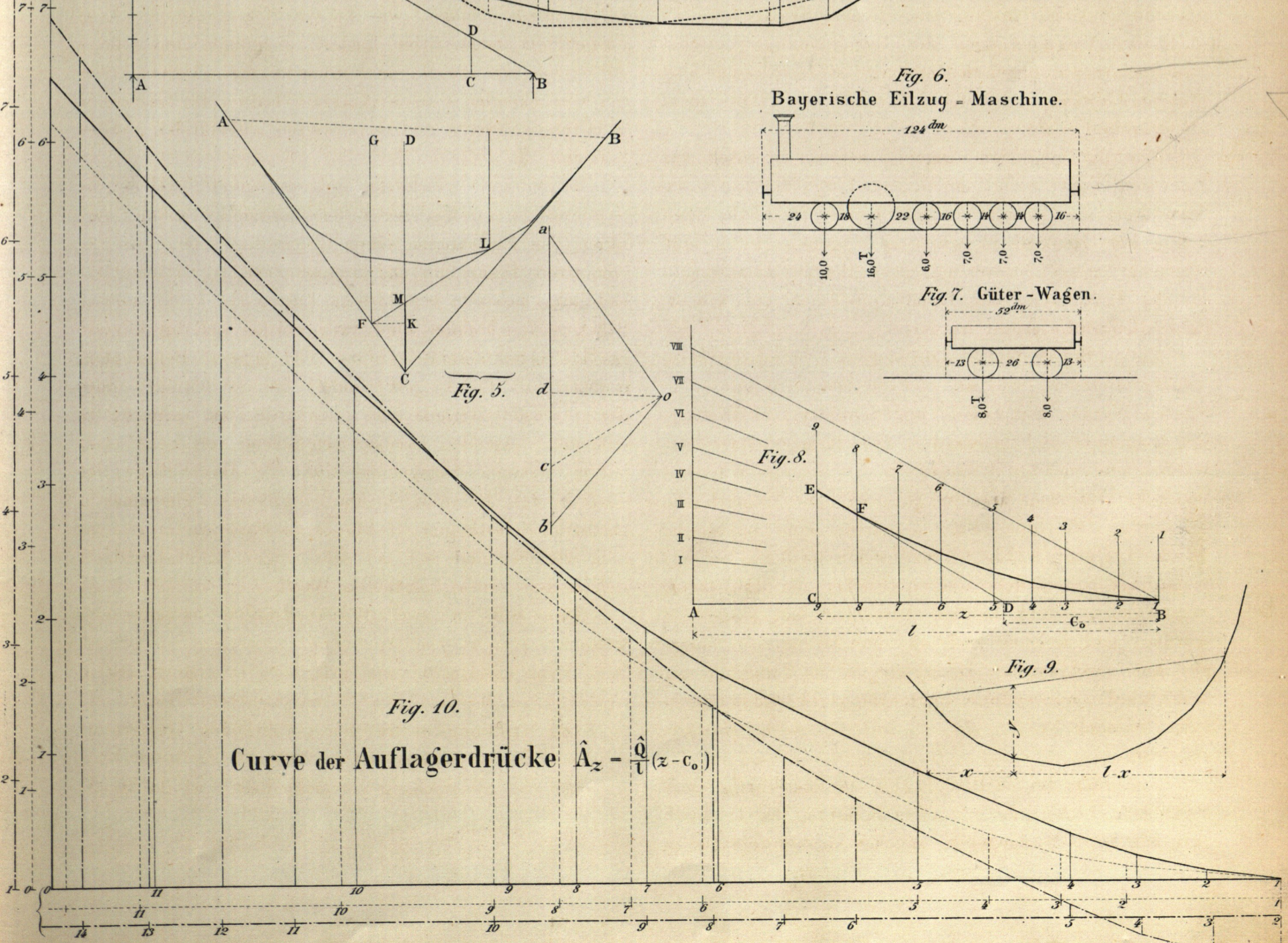


Fig. 10.

Curve der Auflagerdrücke  $\hat{A}_z = \frac{\hat{Q}}{l}(z - c_0)$



Zu Fig. 10. Maafsstab der Längen 1:100 ; der Kräfte 1 cm = 5<sup>T</sup>.



Soll demnach eine solche gleichmässig vertheilte Last  $\hat{k}$  bei 1<sup>m</sup> Spannweite das Kraftmoment 3300<sup>m.k</sup> haben, so muss

$$\frac{\hat{k}}{8} = 3300 \text{ oder } \hat{k} = 26400^k \text{ pro lauf. Meter sein.}$$

2) Eine Locomotive der auf Blatt A in Fig. 6 dargestellten Anordnung stehe über einer 10<sup>m</sup> weiten Oeffnung.

Da der Abstand der äussersten Axen nur 7,1<sup>m</sup> beträgt, so wird die stärkste Belastung durch das Gesamtgewicht der Locomotive von 60000<sup>k</sup> hervorgerufen werden; welche Stellung derselben aber die grösste Inanspruchnahme bewirkt, ist vorerst zu untersuchen, was auf rechnerischem Wege in folgender Weise geschehen kann.

Da auf den Träger a g blos concentrirte Kräfte einwirken, wird die Momentencurve a b' c' . . . durch gerade Linien gebildet und kann ein Maximalmoment nur in einem der Punkte b, c . . . vorhanden sein; (ausnahmsweise auch in einer ganzen Strecke cd, de . . ., wenn nämlich zwei benachbarte Momente zufällig gleich gross sein sollten). Aus der Vertheilung der Kräfte im obigen Falle ist zugleich zu schliessen, dass ein Maximum nur in einem der Punkte d oder e stattfinden werde (Fig. 7).

Bezeichnet man, um die Veränderlichkeit der Locomotivstellung auszudrücken, ab mit x, so ergeben sich zunächst die Auflager-Reactionen durch folgende Berechnung:

$$\begin{aligned} 1) \quad & \dot{D}_1 + \dot{D}_2 = 60000 \\ 2) \quad & \dot{D}_2 \cdot 10 = 9700 x + 10700 (x + 3) + 13200 [(x + 4,3) \\ & \quad + (x + 5,7) + (x + 7,1)] \\ \text{oder } \dot{D}_2 &= 970 x + 1070 (x + 3) + 1320 (3 x + 17,1) \\ \dot{D}_1 &= 60000 - \dot{D}_2 = 34218 - 6000 x. \end{aligned}$$

Das Moment in d wird nun

$$\mathfrak{M}_d = (34218 - 6000 x)(4,3 + x) - 9700 \cdot 4,3 - 10700 \cdot 1,3$$

$$3) \quad \mathfrak{M}_d = 91517,4 + 8418 x - 6000 x^2.$$

Dieser Werth wird ein Maximum für

$$8418 - 12000 x = 0,$$

woraus sich  $x = 0,7015^m$  ergibt.

Mit diesem Werthe von x erhält man

$$\dot{D}_1 = 30009^k \text{ und}$$

$$4) \quad \mathfrak{M}_d = 94470^{m.k}.$$

Dass bei der durch  $x = 0,7015^m$  bestimmten Stellung der Locomotive in e kein grösseres Moment als in d stattfindet, zeigt der Werth von  $\mathfrak{M}_e$ , welcher sich aus der Gleichung

$$\mathfrak{M}_e = 30009 (5,7 + 0,7015) - 9700 \cdot 5,7 - 10700 \cdot 2,7 - 13200 \cdot 1,4$$

zu  $\mathfrak{M}_e = 89443^{m.k}$  berechnet. —

Eine ähnliche Untersuchung zeigt, dass ein Maximalmoment für e bei  $x = 0,0015^m$  eintritt, und dass bei dieser geänderten Locomotiv-Stellung die Werthe von  $\mathfrak{M}'_e$  und  $\mathfrak{M}'_d$  beziehungsweise 92383 und 91530<sup>m.k</sup>, beide also ebenfalls kleiner als der Werth von  $\mathfrak{M}_d$  in Gleichung 4) werden.

Eine gleichmässig vertheilte Belastung  $\hat{k}$ , welche dasselbe Moment wie in d hervorruft, bestimmt sich aus der Gleichung

$$\frac{\hat{k} l^2}{8} \text{ oder } \frac{\hat{k} \cdot 100}{8} = 94470$$

zu  $\hat{k} = 7557,6^k$  pro lauf. Meter, welcher Werth bedeutend kleiner ist, als der oben für 1<sup>m</sup> Spannweite gefundene von 26400<sup>k</sup> pro lauf. Meter.

In dieser Art lassen sich für jede Spannweite die zugehörigen Werthe von  $\hat{k}$  bestimmen, wie sie sich beispielsweise in der folgenden bekannten, von Oberingenieur Schmidt herrührenden Tabelle für eine Semmering-Maschine Engerth, deren Axendruck in maximo 13700<sup>k</sup> beträgt, zusammengestellt finden.

Spannweite in Metern.	Grösste zufällige Last $\hat{k}$ per l. Meter Geleise in Kgr.	Spannweite in Metern.	Grösste zufällige Last $\hat{k}$ per l. Meter Geleise in Kgr.	Spannweite in Metern.	Grösste zufällige Last $\hat{k}$ per l. Meter Geleise in Kgr.
1	27440	12	6890	36	5440
2	13720	15	6160	40	5250
3	12970	18	6090	45	5000
4	11900	21	5940	50	4830
5	10970	24	5760	60	4380
6	10260	27	5720	70	4110
8	8730	30	5670	80	3870
10	7960	33	5590	90	3660
				100	3470

Stellt man die Werthe der vorstehenden Tabelle, sowie die früher für  $\hat{p}$  erhaltenen graphisch dar, so erhält man das in beiliegendem Blatt A gezeichnete Schema, welches die Grösse von  $\hat{p}$ ,  $\hat{k}$  und  $\hat{p} + \hat{k} = \hat{q}$  für jede Spannweite bis zu 100<sup>m</sup> zu entnehmen gestattet und zugleich erkennen lässt, dass für Eisenbahnbrücken zwischen 15 und 100<sup>m</sup> Weite  $\hat{q}$  durchschnittlich den Werth 7200 besitzt.

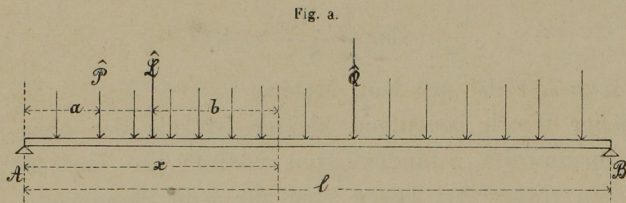
b) Da die Rechnung mit einer fingirten, gleichmässig vertheilten Last die grössten Angriffe auf die einzelnen Constructionstheile nicht mit hinreichender Schärfe ergibt, so soll ferner gezeigt werden, wie die Maximal-Momente und -Verticalkräfte bei vorrückenden, concentrirten Lasten aufgefunden werden können, wenn die Brücke in ungünstigster Weise mit denselben besetzt wird.

Bezeichnet man die in der Richtung von A gegen B auf einander folgenden Einzellasten mit  $\dot{P}_1, \dot{P}_2, \dot{P}_3, \dots$ , mit  $a_1, a_2, a_3, \dots$  deren Abstände von A, mit  $\dot{Q} = \sum \dot{P}$  die Summe oder Mittelkraft aller Lasten, mit  $\dot{L}$  die Mittelkraft aller links von einem Schnitt in der Entfernung x von A liegenden Lasten und mit b deren Abstand von x, so findet man  $\dot{V}$  (die Resultante aller äusseren Kräfte zwischen o und x) und  $\mathfrak{M}$  (das Moment aller äusseren Kräfte von o bis x bezogen auf den Drehpunkt x)

$$\dot{V} = \dot{A} - \dot{L} \dots \dots \dots (1)$$

$$\mathfrak{M} = \dot{A} x - \sum \dot{P} (x - a) = \dot{A} x - \dot{L} b, \dots (2)$$

wobei in Gleichung (2)  $\dot{P}$  und  $a$  nach einander die Werthe  $\dot{P}_1, \dot{P}_2 \dots$  und  $a_1, a_2 \dots$  zwischen  $o$  und  $x$  zu erhalten haben (Fig. a).



Die Lasten  $\dot{P}$ , welche bei der Berechnung der Eisenbahnbrücken in Bayern in Ansatz gebracht werden, und welche allein im Nachstehenden betrachtet werden sollen, bestehen aus Bahnzügen, welche aus je drei Tendermaschinen (Blatt A, Fig. 6) und aus einer genügend grossen Anzahl von Güterwägen (Blatt B, Fig. 7), die den übrigen Theil der Brücke bedecken, zusammen gesetzt werden.

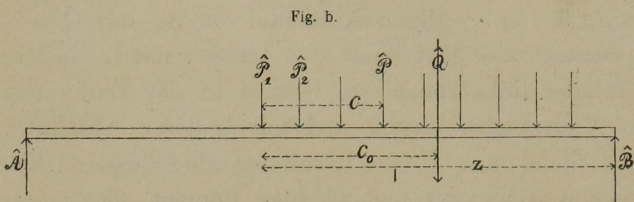
Zur Berechnung der grössten Werthe von  $\hat{V}$  sind die schwersten Lasten, also die Maschinen, an die Spitze des Zuges zu stellen und man hat dabei zu untersuchen, ob die drei Maschinen in Kopfstellung (Zug I) oder die vorderste derselben in Rückenstellung (Zug II) den grösstmöglichen Werth von  $\hat{V}$  ergeben.

Zur Berechnung des grössten Maximal-Momentes ( $\hat{M}_m$ ) sind die Lasten gegen den Lasten-Schwerpunkt möglichst zu concentriren. Die Maschinen kommen daher in die Mitte des Zuges und die erste derselben wird rücklings aufgestellt, wie in Zug II.

Der Werth  $\hat{V}$  besteht nach Gleichung 1 aus dem positiven Theil  $\hat{A}$  und dem negativen Theil  $\hat{L}$ . Das grösste positive  $\hat{V}$  wird erhalten, wenn  $\hat{A}$  möglichst gross und  $\hat{L}$  möglichst klein, d. h. wenn vorzugsweise der rechte Brückenabschnitt belastet ist. Das grösste negative  $\hat{V}$  ergibt sich im entgegengesetzten Falle. Man erhält dasselbe, wenn man sich unter festgestellter Last die Brücke umgekehrt und die Vorzeichen geändert denkt.

Das grösste positive  $\hat{V}$  für die Stelle  $x$  ist eben so gross, wie das grösste negative  $\hat{V}$  für die Stelle  $l - x$ . Man hat daher bloss das grösste positive  $\hat{V}$  zu betrachten.

Zur Bestimmung von  $(\hat{V}_x)_m$  bedarf man aber die Werthe des Auflagerdruckes  $A$ , wenn einer der obenbezeichneten Eisenbahnzüge von B gegen A hereinrückt und eine gewisse Zugslänge  $z$  (Abstand der ersten Axe von B) erreicht hat (Fig. b).



Die Lasten  $\dot{P}_1, \dot{P}_2, \dot{P}_3, \dot{P}_4 \dots$  sind ihrer Grösse nach gegeben und ihre Lage ist durch die Abstände  $c_1, c_2, c_3 \dots$  von  $\dot{P}_1$  festgestellt (die Zeiger der  $c$  sind um 1 niedriger

als die der zugehörigen  $\dot{P}$ ). Bezeichnet man den Abstand der Mittelkraft  $\hat{Q}$  von der Vorderaxe ( $\dot{P}_1$ ) mit  $c_0$ , so ist

$$\hat{A} = \Sigma \dot{P} \frac{z - c}{l} = \frac{\hat{Q}}{l} (z - c_0) \dots \dots (3)$$

Der Auflagerdruck  $\hat{A}$  ist eine Function von  $z$ . Wenn man die  $z$  als Abscissen und die  $\hat{A}$  als Ordinaten aufträgt, so erhält man eine Linie (Polygon)  $\hat{A}$ . So lange beim Vorrücken des Zuges keine neue Last über B hereintritt, ist  $\hat{Q}$  und  $c_0$  constant; es ist daher

$$\frac{d\hat{A}}{dz} = \frac{\hat{Q}}{l}, \dots \dots \dots (4)$$

auf welche Gleichung später Bezug genommen wird.

Die Werthe  $\hat{A}$  lassen sich auf graphischem oder auf rechnerischem Wege ermitteln.

Die Bestimmung von  $\hat{A}$  auf graphischem Wege empfiehlt sich für kleinere Stützweiten, weil hiebei der Längen- und Kräfte-Maassstab zur Erzielung einer genügenden Genauigkeit entsprechend gross gewählt werden kann.

Errichtet man nämlich nach Blatt B, Fig. 8, in A eine Senkrechte zu AB, trägt von A aus in einem bestimmten Maassstabe  $AI = \dot{P}_1, I II = \dot{P}_2, II III = \dot{P}_3, III IV = \dot{P}_4 \dots$  auf und von B aus gegen A, indem man  $\dot{P}_1$  über B stehend annimmt, die Längen  $1 2 = c_1, 1 3 = c_2, 1 4 = c_3 \dots$ ; zieht man in den Theilpunkten 2, 3, 4... Senkrechte zu AB und von B nach den Theilpunkten I, II, III — Strahlen; zieht man ferner durch den Schnittpunkt des Strahles BI mit Loth 2 eine Parallele zum Strahl B II bis Loth 3, durch den neuen Schnittpunkt eine Parallele zum Strahl B III bis Loth 4 u. s. f., so erhält man das Seilpolygon  $\hat{A}_z$  (BFE) und, indem man die letzte, durch F gehende Parallele zu B VIII verlängert bis zum Schnittpunkte D mit AB und bis zum Schnittpunkte E mit der in der nächsten Lastangriffsstelle (9) errichteten Ordinate, wird in D ein Punct der Mittelkraft aus den aufgefahrenen Lasten, somit durch BD die Länge  $c_0$  und durch CD die Länge  $z - c_0$ , ferner aber auch durch CE der Werth von  $\hat{A}$  in dem gewählten Kräfte-maassstabe, nach welchem  $A VIII = \hat{Q}$  aufgetragen ist, erhalten.

Nach Fig. 8 verhält sich nämlich:

$$A VIII : CE = l : z - c_0, \dots \dots \dots (5)$$

und es ist:  $CE = A VIII \cdot \frac{z - c_0}{l} \dots \dots \dots (6)$

Gewöhnlich werden mit dem gleichen Belastungs-schemata eine grosse Anzahl von Brücken berechnet. Es ist daher zur Bestimmung der Auflagerdrücke  $\hat{A}$  auf rechnerischem Wege zweckmässig, Tabellen anzufertigen, aus welchen die Werthe

$$\hat{A} \cdot l = \hat{Q} (z - c_0) \dots \dots \dots (7)$$

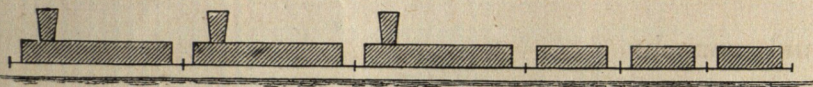
für verschiedene Zugslängen und somit die Auflagerdrücke  $\hat{A}$  für gegebene Stützweiten  $l$  entnommen werden können.

In den nachfolgenden Tabellen, in welchen die in oben angegebener Weise zusammengestellten Züge I und

Tabelle I.

Auflager-Drücke des Zuges I.

Drei Tender-Maschinen mit Kopfstellung an der Spitze des Zuges.



1 Nummer der Last $\hat{P}_z$	2	3	4		5	6	7
	$\delta z$	$z$	$\hat{P} = \delta \hat{Q}$	$\hat{Q} = \sum \hat{P}$	$\delta \hat{A}l$	$\hat{A}l$	
	Decimeter		Tonnen		Tonnen - Decimeter		
1	14	14	13,2	13,2	184,8	184,8	
2	14	28	13,2	26,4	369,6	554,4	
3	13	41	13,2	39,6	514,8	1069,2	
4	30	71	10,6	50,2	1506,0	2575,2	
5	39	110	9,8	60,0	2340,0	4915,2	
6	14	124	13,2	73,2	1024,8	5940,0	
7	14	138	13,2	86,4	1209,6	7149,6	
8	13	151	13,2	99,6	1294,8	8444,4	
9	30	181	10,6	110,2	3306,0	11 750,4	
10	39	220	9,8	120,0	4680,0	16 430,4	
11	14	234	13,2	133,2	1864,8	18 295,2	
12	14	248	13,2	146,4	2049,6	20 344,8	
13	13	261	13,2	159,6	2074,8	22 419,6	
14	30	291	10,6	170,2	5106,0	27 525,6	
15	31	322	9,8	180,0	5580,0	33 105,6	
16	26	348	8,0	188,0	4888,0	37 993,6	
17	26	374	8,0	196,0	5096	43 089,6	
18	26	400	8	204	5304	48 393,6	
19	26	426	8	212	5512	53 905,6	
20	26	452	8	220	5720	59 625,6	
21	26	478	8	228	5928	65 553,6	
22	26	504	8	236	6136	71 689,6	
23	26	530	8	244	6344	78 033,6	
24	26	556	8	252	6552	84 585,6	
25	26	582	8	260	6760	91 345,6	
26	26	608	8	268	6968	98 313,6	
27	26	634	8	276	7176	105 489,6	
28	26	660	8	284	7384	112 873,6	
29	26	686	8	292	7592	120 465,6	
30	26	712	8	300	7800	128 265,6	
31	26	738	8	308	8008	136 273,6	
32	26	764	8	316	8216	144 489,6	
33	26	790	8	324	8424	152 913,6	
34	26	816	8	332	8632	161 545,6	
35	26	842	8	340	8840	170 385,6	
36	26	868	8	348	9048	179 433,6	
37	26	894	8	356	9256	188 689,6	
38	26	920	8	364	9464	198 153,6	
39	26	946	8	372	9672	207 825,6	
40	26	972	8	380	9880	217 705,6	
41	26	998	8	388	10 088	227 793,6	
42	26	1024	8	396	10 296	238 089,6	

Von Nro 16 an ist  $\delta z$  constant = 26<sup>dm</sup> und  $\hat{P}$  constant = 8T.

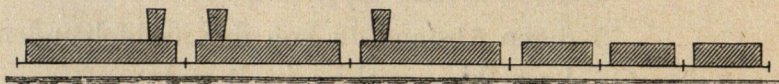
Da nun die erste Differenz  $\delta \hat{A}l = \delta z (\hat{Q}_z + \hat{P}_{z+1})$ , so ist die zweite Differenz  $\delta^2 \hat{A}l = \delta z \cdot \hat{P}_{z+1} = 26 \cdot 8 = 208^{\text{dm.T}}$ , d.h. der Zuwachs  $\delta \hat{A}l$  nimmt in jeder folgenden Reihe um 208 gegen die vorhergehende zu.

Von Nro 16 an ist die Function  $\hat{A}l$  eine parabolische und zwar  $\hat{A}l = 0,15385 z^2 + 84,92 z - 10190,8$ .

Tabelle II.

Auflager-Drücke des Zuges II.

Drei Tender-Maschinen, die erste mit Rückenstellung, die beiden anderen mit Kopfstellung an der Spitze des Zuges.



1 Nummer der Last $\hat{P}_z$	2	3	4		5	6	7
	$\delta z$	$z$	$\hat{P} = \delta \hat{Q}$	$\hat{Q} = \sum \hat{P}$	$\delta \hat{A}l$	$\hat{A}l$	
	Decimeter		Tonnen		Tonnen - Decimeter		
1	30	30	9,8	9,8	294,0	294,0	
2	13	43	10,6	20,4	265,2	559,2	
3	14	57	13,2	33,6	470,4	1029,6	
4	14	71	13,2	46,8	655,2	1684,8	
5	42	113	13,2	60,0	2520,0	4204,8	
6	14	127	13,2	73,2	1024,8	5229,6	
7	14	141	13,2	86,4	1209,6	6439,2	
8	13	154	13,2	99,6	1294,8	7734,0	
9	30	184	10,6	110,2	3306,0	11 040,0	
10	39	223	9,8	120,0	4680,0	15 720,0	
11	14	237	13,2	133,2	1864,8	17 584,8	
12	14	251	13,2	146,4	2049,6	19 634,4	
13	13	264	13,2	159,6	2074,8	21 709,2	
14	30	294	10,6	170,2	5106,0	26 815,2	
15	31	325	9,8	180,0	5580,0	32 395,2	
16	26	351	8	188	4888	37 283,2	
17	26	377	8	196	5096	42 379,2	
18	26	403	8	204	5304	47 683,2	
19	26	429	8	212	5512	53 195,2	
20	26	455	8	220	5720	58 915,2	
21	26	481	8	228	5928	64 843,2	
22	26	507	8	236	6136	70 979,2	
23	26	533	8	244	6344	77 323,2	
24	26	559	8	252	6552	83 875,2	
25	26	585	8	260	6760	90 635,2	
26	26	611	8	268	6968	97 603,2	
27	26	637	8	276	7176	104 779,2	
28	26	663	8	284	7384	112 163,2	
29	26	689	8	292	7592	119 755,2	
30	26	715	8	300	7800	127 555,2	
31	26	741	8	308	8008	135 563,2	
32	26	767	8	316	8216	143 779,2	
33	26	793	8	324	8424	152 203,2	
34	26	819	8	332	8632	160 835,2	
35	26	845	8	340	8840	169 675,2	
36	26	871	8	348	9048	178 723,2	
37	26	897	8	356	9256	187 979,2	
38	26	923	8	364	9464	197 443,2	
39	26	949	8	372	9672	207 115,2	
40	26	975	8	380	9880	216 975,2	
41	26	1001	8	388	10 088	227 083,2	
42	26	1027	8	396	10 296	237 379,2	

Wie in Tabelle I ist von Nro 16 an die Function  $\hat{A}l$  eine parabolische und  $\delta^2 \hat{A}l = 208^{\text{dm.T}}$ .

Der Werth  $\hat{A}l_{16}$  in II = 37283,2 ist um  $\Delta \hat{A}l = 710,4$  kleiner als der correspondirende Werth  $\hat{A}l_{16}$  in I = 37993,6.

Diese Differenz bleibt in allen folgenden correspondirenden Werthen der beiden Tabellen constant und rührt von der Differenz in den Abständen der Lasten-Schwerpunkte von der Vorder-Axe her. Die Parabel II liegt um  $\Delta \hat{A}l$  tiefer als die Parabel I; sie ist aber zugleich um 3<sup>dm</sup> nach links verschoben, denn  $z_{II}$  ist um so viel grösser als  $z_I$ . Es ist  $\hat{A}l_{II} = 0,15385 z^2 + 84,04 z - 11164,2$ .

II der Berechnung von  $\hat{A}l$  zu Grunde gelegt sind, findet man

- in der Spalte 1 die Nummer der letzten, auf die Brücke aufgefahrenen Last  $\hat{P}_z$ ;  
 " " " 4 deren Grösse  $\hat{P}_z = \delta \hat{Q}$ ;  
 " " " 2 deren Abstand  $\delta z$  von der nachfolgenden Last  $\hat{P}_{z+1}$ , welche in B steht;  
 " " " 3 den Abstand der ersten Last  $\hat{P}_1$ , von der auf dem Auflager B stehenden  $\hat{P}_{z+1}$  oder die Zugslänge  $z$ ;  
 " " " 5 die Summe aller Lasten von  $\hat{P}_1$  bis  $\hat{P}_z = \hat{Q}$ ;  
 " " " 6 den Zuwachs  $\delta \hat{A}l$ , welcher zu dem Werthe  $\hat{A}l$  der vorhergehenden Horizontalreihe zu addiren ist, wenn eine neue Last  $\delta \hat{Q}$  zu  $\hat{Q}$  hinzutritt, und welcher mit  $\hat{A}l$  das in der Spalte 7 stehende neue  $\hat{A}l$  gibt.

Der Werth  $\delta \hat{A}l$  entsteht, wenn man  $\hat{Q}$  mit  $\delta z$  multiplicirt. Es ist nämlich

$$(\hat{A}l)_1 = \hat{Q} (z - c_0 + \delta z) + \delta \hat{Q} \cdot \delta z;$$

hievon den Werth  $\hat{A}l$  nach Gleichung (7) subtrahirt gibt

$$(\hat{A}l)_1 - (\hat{A}l) = \delta \hat{A}l_1 = (\hat{Q} + \delta \hat{Q}) \delta z = \hat{Q}_1 \delta z,$$

oder allgemein

$$\delta \hat{A}l = \hat{Q} \delta z. \dots \dots \dots (8)$$

Für alle Zugslängen  $z$ , welche in den Tabellen enthalten sind, und bei welchen die Last  $\hat{P}_{z+1}$  über der Stütze B stehend angenommen ist, wird  $\hat{A}l_z$  unmittelbar abgelesen.

Liegt eine Zugslänge  $z + \Delta z$  zwischen  $z$  und  $z_1$ , so ist

$$\hat{A}l_{z+\Delta z} = \hat{A}l_z + \delta \hat{A}l_{z_1} \cdot \frac{\Delta z}{\delta z_1} = \hat{A}l_z + \hat{Q}_{z_1} \Delta z. (9)$$

Es sei z. B. die Länge des Zuges I = 410<sup>dm</sup>. Man erhält

$$\hat{A}l_{410} = \hat{A}l_{400} + \hat{Q}_{426} \cdot 10 = 48393,6 + 212 \cdot 10 = 50513,6. -$$

Die vorstehenden Tabellen dienen ferner dazu, um für irgend eine Zugslänge die Lage der Mittelkraft der aufgefahrenen Lasten, oder auch die Werthe der Momente  $\hat{M}_x$  für irgend eine Stelle  $x$  des Trägers mit geringer Mühe zu berechnen.

Es ist nach Gleichung (3) der Abstand der Mittelkraft aus  $\hat{P}_1, \hat{P}_2 \dots \hat{P}_z$  von der folgenden Axe  $\hat{P}_{z+1}$

$$z - c_0 = \frac{\hat{A}l}{\hat{Q}}, \dots \dots \dots (10)$$

und der Abstand derselben von der ersten Axe

$$c_0 = z - \frac{\hat{A}l}{\hat{Q}}. \dots \dots \dots (11)$$

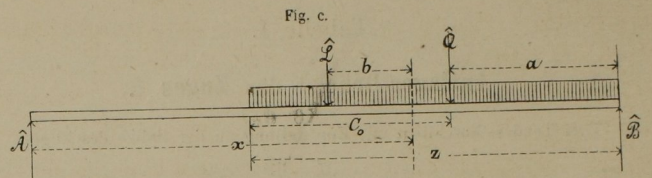
Die Werthe  $z, \hat{A}l$  und  $\hat{Q}$  sind in den Tabellen enthalten.

Mit Bezug auf die folgende Figur c ist ferner

$$\hat{M}_x = \hat{A}x - Lb,$$

und man findet aus der Tabelle, wenn man den Werth  $\hat{A}l$  für die Gesamtlast mit  $(\hat{A}l)_0$  und den Werth  $\hat{A}l_1$  für die links vom Schnitte  $x$  liegenden Lasten mit  $(\hat{A}l)_L$  bezeichnet, da

$$(\hat{A}l)_0 = \hat{Q}a \text{ und } (\hat{A}l)_L = Lb$$



und nunmehr

$$\hat{M}_x = \frac{x}{l} (\hat{A}l)_0 - (\hat{A}l)_L \text{ ist, } \dots \dots \dots (12)$$

die Werthe  $(\hat{A}l)_0$  und  $(\hat{A}l)_L$  ohne Weiteres, wenn hiebei der Punkt  $x$  bezüglich der Lasten  $\hat{L}$  und der Punkt  $\hat{B}$  bezüglich der Lasten  $\hat{Q}$  mit Lastsitzen zusammenfällt. Wo dies nicht der Fall ist, hat man die Werthe  $\hat{A}l$  durch Interpolation, wie oben gezeigt wurde, zu ergänzen.

Wir gehen nun zur Betrachtung der Werthe von  $\hat{V}_x$  bei veränderlicher Zugslänge  $z$  über.

So lange keine Last auf die linke Balkenseite übertreten ist, hat man  $\hat{V}_x = \hat{A}_z$ .

So lange der Zug vorrückt, also mehr Lasten auffahren und ihr Schwerpunkt näher gegen A zu liegen kommt, wächst  $\hat{A}$  und also auch  $\hat{V}$ , bis die Vorderaxe ( $\hat{P}_1$ ) des Zuges in  $x$  anlangt. In diesem Falle ist

$$\hat{V}_x = \hat{A}_z. \dots \dots \dots (13)$$

Sobald die erste Axe  $\hat{P}_1$  die Stelle  $x$  um eine sehr geringe Länge überschreitet, nimmt plötzlich  $\hat{V}$  um die Ueberschreitungslast  $\hat{P}_1$  ab; daher wird

$$\hat{V}_x = \hat{A}_z - \hat{P}_1; \dots \dots \dots (14)$$

dieser Werth wächst aber wieder mit der Zunahme von  $\hat{A}_z$  durch weiteres Vorschreiten der Last, bis  $\hat{P}_2$  in  $x$  angelangt ist, und es wird, wenn  $\hat{P}_2$  in  $x$ ,

$$\hat{V}_x = \hat{A}_{z+1} - \hat{P}_1. \dots \dots \dots (15)$$

Jede Ueberschreitungslast  $\hat{P}$  gibt zum Werthe von  $\hat{V}$  einen Beitrag gleich ihrem Auflagerdrucke  $\hat{A}_P$  weniger ihrem ganzen Betrage  $\hat{P}$ , also einen Beitrag  $-\hat{B}_P$ , um welchen sie den Werth  $\hat{V}$  vermindert.

Soll nun die Differenz  $\delta \hat{V} = (\hat{V}_x)_m - (\hat{V}_x) = \frac{\hat{Q}}{l} c_1 - \hat{P}_1$  positiv sein, d. h. soll die Stellung der Last  $\hat{P}_2$  in  $x$  ein grösseres  $\hat{V}$  geben, als die Stellung von  $\hat{P}_1$  in  $x$ , so muss

$$\frac{\hat{Q}}{l} > \frac{\hat{P}_1}{c_1}, \dots \dots \dots (16)$$

d. h. die durchschnittliche Gesamtlast muss grösser als die durchschnittliche Ueberschreitungslast sein.

Bei dem Zuge I ist  $\hat{P}_1 = 13,2^T$  und  $c_1 = 14^{\text{dm}}$ ; also  $\frac{\hat{P}_1}{c_1} = 0,963^T$  pro Decimeter. Dieser Werth ist immer grösser als  $\frac{\hat{Q}}{l}$  je werden kann. Bei Zug I wird also der grösste Werth von  $\hat{V}$  entstehen, wenn eine Ueberschreitung von  $x$  nicht vorkommt.

Bei dem Zuge II ist  $\hat{P}_1 = 9,8^T$  und  $c_1 = 30^{\text{dm}}$ , also  $\frac{\hat{P}_1}{c_1} = 0,327^T$  pro Decimeter. Die Ueberschreitung



muss daher zur Bestimmung von  $\hat{V}_m$  immer stattfinden, sobald

$$\hat{Q} > 0,3271 \dots \dots \dots (17)$$

wird, und in diesem Falle ist die zweite Axe auf x zu stellen. Eine Ueberschreitung der zweiten Axe des Zuges II liefert immer ein kleineres  $\hat{V}$ ; es würde eine solche für mehrere Lasten nur dann erforderlich, wenn sehr kleine Lasten einer Reihe auffallend grosser vorausgehen würden.

Man kann sich die Bedeutung der Ungleichung  $\frac{\hat{Q}}{1} > \frac{\hat{P}_1}{c_1}$  anschaulich machen, wenn man nach Blatt B, Fig. 4, auf einem Lothe in A die Lasttheilung A I II ... u, u + 1 und auf einem Lothe C, im Abstände  $c_1$  von B, den Werth von  $\hat{P}_1 = CD$  aufträgt und die Gerade BDM zieht, welche zwischen zwei Last-Theilungspuncten u und u + 1 durchschneidet.

Nach der Figur ist:

$$\frac{\hat{Q}_{u+1}}{1} > \frac{\hat{P}_1}{c_1} > \frac{\hat{Q}_u}{1} \dots \dots \dots (18)$$

Man hat daher die Last  $\hat{P}_1$  auf x zu stellen, so lange die Gesamtlast  $\equiv \hat{Q}_u$ , und die Last  $\hat{P}_2$  auf x, sobald die Gesamtlast  $\equiv \hat{Q}_{u+1}$  ist.

Da in den Tabellen I und II die Werthe  $\hat{A}1$  enthalten und somit bei bekannter Stützweite die im Vorstehenden mit  $\hat{A}_z$  und  $\hat{A}_{z+1}$  bezeichneten Auflager-Reactionen sofort abzuleiten sind, so ergeben sich mit Berücksichtigung der Gleichungen 13 und 15 die gesuchten grössten Werthe der Verticalkräfte in einfachster Weise.

Auf Blatt B, Fig. 10, ist für eine Spannweite von 240<sup>dm</sup> dargestellt:

- 1) für Zug I die Linie  $\hat{V}_x = \hat{A}_z$  mit ausgezogenen Linien;
- 2) für Zug II die Linie  $\hat{V}_x = A_z$  (die erste Tenderaxe auf den Querschnitt x gestellt) mit punctirten und
- 3) für denselben Zug die Linie  $\hat{V}_{x,m} = \hat{A}_{z+c} - \hat{P}_1$  (die zweite Tenderaxe auf den Querschnitt x gestellt) mit strichpunctirten Linien.

Man sieht hieraus, dass blos die beiden Fälle 1 und 3 maassgebende Werthe für  $\hat{V}_m$  liefern, indem die Werthe 2 immer von jenen des ersten oder dritten Falles übertroffen werden.

Das Maximum von  $\hat{V}$  in einem Schnitte x entsteht somit dadurch, dass die erste Triebaxe des Zuges I oder die zweite Tenderaxe des Zuges II auf x gestellt wird.

Die Werthe der Momente ( $\hat{M}_x$ ) bei vorrückenden concentrirten Lasten berechnet man ziemlich allgemein in der auf Seite 21 angegebenen Weise, sucht den grössten Werth der auftretenden Maximalmomente und substituirt sodann eine gleichvertheilte Last, die dasselbe  $\hat{M}_m$  hervorruft.

Wenn, wie bei den Eisenbahngüterwägen, alle Lasten gleich gross wären und gleiche Abstände hätten, so lägen die vorkommenden Abweichungen weit innerhalb der erforderlichen Genauigkeitsgrenzen. Die grösseren Loco-

motiv-Axendrucke verursachen aber eine nicht unwesentliche Störung.

Bei grösseren Spannweiten, über 330<sup>dm</sup>, lässt sich mit hinreichender Schärfe in der Art verfahren, dass man für die Belastungen durch die Güterwägen eine gleichmässige Ersatzlast  $= \frac{16}{52} = 0,308^T$  pr. Decimeter in Ansatz bringt und diese auch durch die Locomotivstellung fortsetzt. Es treffen zwar die Schwerpuncte der Ersatzlasten nicht vollständig mit den Locomotiv-Axenstellungen zusammen; die Fehler sind aber bei grossen Spannweiten sehr klein.

Bei dieser Annahme eliminirt man drei Tenderaxendrucke und es bleiben blos 12 Ueberlasten (Blatt B, Fig. 2), nämlich 3 zu 4,6<sup>T</sup>, 6 zu 8,9<sup>T</sup> und 3 zu 3,7<sup>T</sup> übrig, deren Einführung in die Rechnung nur wenig Mühe macht.

Wenn man für einen gegebenen Querschnitt x das Maximalmoment dieser 12 Ueberlasten, die nach den auf Seite 22 angegebenen Bemerkungen auf den Träger zu stellen sind, zu dem Momente der gleichvertheilten Last  $= \frac{0,308}{2} x (1 - x)$  addirt, so erhält man das  $\hat{M}_m$  der Gesamtverkehrslast für die Stelle x.

Die Rechnung mit diesen Ueberlasten wird durch die nachfolgenden Auseinandersetzungen und Angaben noch weiter vereinfacht.

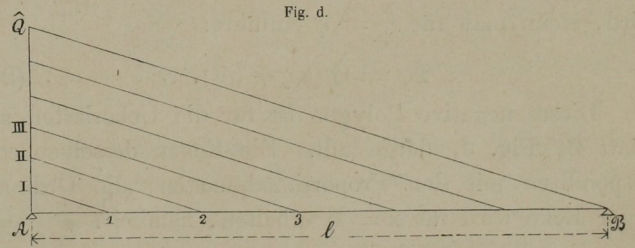
Stellt man eine derartige Lastenreihe, welche durch ihre Mittelkraft  $\hat{Q}$  und durch die Mittelkräfte  $\hat{L}$  und  $\hat{R}$  der links und rechts von einem Schnitte x liegenden Lasten charakterisirt ist, auf einen Träger, so erhält man ein Maximalmoment für die Stelle x dann, wenn

$$\frac{\hat{L}}{x} = \frac{\hat{R}}{1-x} = \frac{\hat{Q}}{1} \dots \dots \dots (19)$$

wird, eine Gleichung, deren Richtigkeit hier ohne weiteren Nachweis als bekannt vorausgesetzt wird.

Es gibt aber nur so viele Punkte x auf dem Träger, bei welchen die Belastungen den Balkenabschnitten proportional sein können, als sich die unveränderte Lastensumme  $\hat{Q}$  bei geänderter Stellung auf dem Balken in zwei derartige Theile  $\hat{L}$  und  $\hat{R}$  zerlegen lässt.

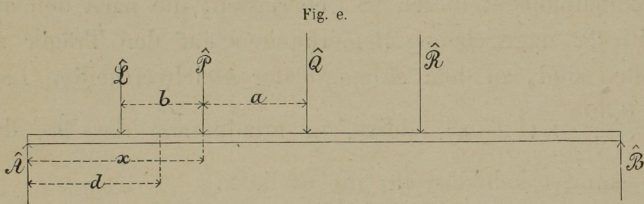
Theilt man nach Fig. d den Balken proportional zu den auf einander folgenden Einzellasten A I, I II, II III ... und nennt die erhaltenen Theilungspuncte 1, 2, 3 ...



„Proportionalpuncte“, die einzelnen Theilstrecken A 1, 1 2, 2 3 ... „Bezirke“ und die mit letzteren correspondirenden Lasten die „regierenden Lasten“, so ist für

irgend einen Proportionalpunct die Gleichung  $\frac{\hat{L}}{x} = \frac{\hat{Q}}{l}$  bei allen denjenigen Laststellungen befriedigt, bei welchen die regierenden Lasten der beiden Nachbarbezirke diesen Punct nicht überschreiten, d. h. die linke Last nicht auf die rechte Seite und die rechte Last nicht auf die linke Seite übertritt, und es ist für alle diese Laststellungen  $\hat{M}$  constant und ein Maximum. Für jeden Punct x innerhalb eines Bezirkes entsteht aber ein Maximalmoment nur dann, wenn die regierende Last auf demselben steht.

Betrachtet man nun irgend eine regierende Last  $\hat{P}$  und bezeichnet mit b den Abstand des Schwerpunktes der linken Lasten  $\hat{L}$  von  $\hat{P}$ , mit a den Abstand des Schwerpunktes der Gesamtlast  $\hat{Q}$  von  $\hat{P}$ , ferner mit d die Abscisse des linkseitigen Proportionalpunctes, so dass  $\frac{d}{l} = \frac{\hat{L}}{\hat{Q}}$  ist (Fig. e), so hat man für den Schnitt x:



$$\begin{aligned} (\hat{M}_x)_m &= \frac{\hat{Q}}{l} x (l - x - a) - \hat{L} \cdot b \\ &= \frac{\hat{Q}}{l} x (l - x) - \hat{Q} \left( a \frac{x}{l} + b \frac{\hat{L}}{\hat{Q}} \right) \\ &= \hat{M}_0 - \hat{M}_n \dots \dots \dots (20) \end{aligned}$$

Hierin ist  $\frac{\hat{Q}}{l} x (l - x) = \hat{M}_0$  gesetzt und es ist  $\hat{M}_0$  offenbar das Maximalmoment einer über den Balken bewegten Einzellast  $\hat{Q}$  für den Querschnitt x.

$\hat{Q} \left( a \frac{x}{l} + b \frac{\hat{L}}{\hat{Q}} \right) = \hat{M}_n$  stellt zunächst die Gleichung einer geraden Linie vor. Da aber a, b und d nur so lange denselben Werth behalten, als x innerhalb des gleichen Bezirkes bleibt, und sich im andern Falle plötzlich ändern, so ist durch diese Gleichung ein Polygon bestimmt, welches als „negatives Polygon“ bezeichnet werden soll.

Es ist nach Obigem  $\frac{\hat{L}}{\hat{Q}} = \frac{d}{l} = \delta$  zu setzen, und es wird, wenn man für  $\frac{x}{l} = \eta$  einführt:

$$\hat{M}_n = \hat{Q} (a\eta + b\delta) \dots \dots \dots (21)$$

Dieses negative Polygon ist für die Ueberlasten auf Blatt B, Fig. 3, dargestellt. Die Ecken desselben correspondiren mit den Proportionalpuncten; die Ordinate einer Ecke wird für  $x = d$  erhalten, nämlich:

$$(\hat{M}_n)_d = \hat{Q} \left( a \frac{d}{l} + b \frac{d}{l} \right) = \hat{Q} \frac{d}{l} (a + b) = \hat{L} (a + b) \dots (22)$$

Das negative Polygon ist, wie aus Gleichung (22) hervorgeht, von der Stützweite l ganz unabhängig. Für

ein gleiches  $\frac{x}{l} = \eta$ , d. h. für die gleiche Proportional-Abscisse, behält  $\hat{M}_n$  den gleichen Werth für alle Stützweiten. Man kann es deshalb ein-für-allemal berechnen, wie in der nachfolgenden Tabelle III geschehen ist. In dieser Tabelle sind die Werthe  $(\hat{M}_n)_d = \hat{L} (a + b)$  sofort abzulesen. Wünscht man einen Zwischenwerth, so geht man mit  $\eta = \frac{x}{l}$  in die Rubrik der  $\delta$  und sucht in der Linie, wo das unter  $\eta$  nächst liegende  $\delta$  steht, die Werthe a, b und d auf, welche, in die Gleichung (21) gesetzt, das gewünschte  $\hat{M}_n$  geben.

Tabelle III.

Das negative Polygon der Locomotiv-Ueberlasten  
( $\hat{Q} = 78,3^T$ ).

Nummer	$\hat{L}$	$\hat{P}$	$\delta$	a	b	$\delta = \frac{\hat{L}}{\hat{Q}} = \frac{d}{l}$	a + b	$\hat{L}(a+b)$	
	Tonnen		Decimeter					Decimeter	Tonnen-Decimeter
1	—	3,7	—	+	112,378	—	—	—	
2	3,7	8,9	13	+	99,378	13,000	0,0473	112,378	415,8
3	12,6	8,9	14	+	85,378	17,817	0,1609	103,195	1300,3
4	21,5	4,6	14	+	71,378	24,442	0,2746	95,820	2060,1
5	26,1	4,6	42	+	29,378	62,134	0,3333	91,512	2388,5
6	30,7	8,9	14	+	15,378	66,824	0,3921	82,202	2523,6
7	39,6	8,9	14	+	1,378	65,805	0,5058	67,183	2660,5
8	48,5	3,7	13	—	11,622	66,729	0,6194	55,107	2672,6
9	52,2	4,6	69	—	80,622	131,000	0,6667	50,378	2629,7
10	56,8	8,9	14	—	94,622	134,391	0,7254	39,769	2258,9
11	65,7	8,9	14	—	108,622	130,186	0,8391	21,564	1416,8
12	74,6	3,7	13	—	121,622	127,654	0,9527	6,032	450,0

Der Werth  $\hat{L} (a + b)$  des negativen Polygons ist auf graphischem Wege aus dem Seil-Polygone der Lastenreihe  $\hat{Q}$  sehr einfach zu entnehmen. Verlängert man nämlich (Blatt B, Fig. 5) die erste und letzte Seite des Seil-Polygons bis zu ihrem Durchschnitt in C, so ist durch das Loth CD die Lage der Mittelkraft  $\hat{Q}$  gegeben. Verlängert man weiter eine Polygon-Seite LM, welche die Gesamtlast in die linken  $\hat{L}$  und in die rechten  $\hat{R}$  trennt, bis dieselbe die Richtung der Mittelkraft in M schneidet, so ist  $CM = y$  das Maass für  $\hat{L} (a + b)$ , d. h. es ist

$$\hat{L} (a + b) = y \hat{H} \dots \dots \dots (23)$$

wenn unter  $\hat{H}$  die Horizontalkraft oder Poldistanz des Seil-Polygons verstanden wird.

Für die Anwendung ist zu bemerken, dass die vorausgesetzte Lasten-Zusammenstellung eine unsymmetrische ist und dass hiedurch auch das negative Polygon unsymmetrisch wird. Weil aber der Lastenzug auch in umgekehrter Richtung über die Brücke gehen kann, so muss man nach Blatt B, Fig. 3, das negative Polygon auch symmetrisch umlegen und von seinen beiden Ordinaten immer die kleinere in Rechnung bringen. In unserem Falle ist hienach die linke Polygon-Hälfte maassgebend.

Das grösste Maximalmoment der Lastenreihe  $\hat{Q}$  entsteht in einem Punkte  $x_m$ , welcher aus der Gleichung (20) dadurch gefunden wird, dass man  $\frac{dM}{dx} = 0$  setzt. Dieselbe ergibt

$$x_m = \frac{1}{2} l - \frac{1}{2} a_m \dots \dots \dots (24)$$

Der Zeiger  $m$  bei  $a$  bedeutet, dass  $x_m$  und  $a_m$  demselben Bezirke angehören müssen. Dieser Bezirk wird, künstlich construirte Fälle ausgenommen, in der Regel der mittlere sein, d. h. derjenigen Last entsprechen, welche das Balkenmittel regiert und welche sich in  $x_m$  befinden muss, wenn das grösste  $M_m$  auftreten soll.

In diesem Falle ist der Lasten-Schwerpunkt in  $x_m + a_m$  oder also in  $\frac{1}{2} l + \frac{1}{2} a_m$ , d. h. die fragliche Last und der Lasten-Schwerpunkt liegen symmetrisch zur Balken-Mitte, oder das Mittel zwischen derselben und dem Schwerpunkt ist auf die Balken-Mitte zu setzen.

Wenn der Balken nicht bloß mit einer Reihe concentrirter Lasten  $\hat{Q}$ , sondern ausserdem mit einer gleichvertheilten Last  $k$  pr. Längeneinheit beschwert ist, so wird

$$\max. M_x = x(1-x) \left[ \frac{\hat{Q}}{l} + \frac{k}{2} \right] - \hat{Q} \left[ a \frac{x}{l} + b \delta \right]. \quad (25)$$

In diesem Falle findet man den Punkt  $x_m$  des absoluten max.  $M$  durch

$$x_m = \frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{2 \hat{Q} a_m}{2 \hat{Q} + kl} \right]. \dots \dots \dots (26)$$

Wie oben bemerkt, ist die Rechnung mit Ueberlasten bloß für Stützweiten über 330 Decimeter verlässlich. Bei kleineren Brücken muss mit den vollen concentrirten Lasten gerechnet werden und es ist hiezu die Tabelle II und die Gleichung 12 dienlich. Behält man dabei im Gedächtniss, dass immer die regierende Last auf den jeweilig in Frage stehenden Punkt  $x$  zu setzen ist, und unterstützt man die Rechnungs-Operation durch das Auge, indem man sich an die aufgezeichnete Stützweite einen Streifen mit der Bezeichnung der Laststellungen (ein Lasten-Lineal) anlegt (Blatt B, Fig. 1), so gestaltet sich die Berechnung äusserst einfach.

Bei kleineren Stützweiten, wo nur ein Theil der Locomotiv-Axen auf der Brücke Platz hat, kann man hie und da in Zweifel sein, welche Lasten-Summe und welche Last in  $x$  das grössere  $M$  geben werde. Wo sich diese Frage nicht einfacher löst, müssen Alternativ-Rechnungen angestellt werden.

Es kommen jedoch hiebei kaum mehr als zwei Fälle in Betracht.

Für solche Rechnungen sind in den nachstehenden Tabellen die Schwerpunktlagen verschiedener Axendruck-Summen verzeichnet, und zur Bequemlichkeit die Momente der Gesamtlast in Bezug auf ihre beiden Endlasten beigefügt.

Tabelle IV.

Schwerpunkte von Locomotiv-Axenlasten.

Drei Tender-Maschinen, die erste in Rückenstellung.

der ersten Last	der letzten Last	Der Lasten		Abstand der ersten und letzten Last	Abstand des Schwerpunktes von der		Moment der ganzen Last, bezogen auf die	
		Anzahl	Summa in Tonnen		ersten Last	letzten Last	erste Last	letzte Last
					Decimeter			
1	1	1	9,8	—	—	—	—	—
1	2	2	20,4	30	15,60	14,40	318	294
1	3	3	33,6	43	26,36	16,64	886	559
1	4	4	46,8	57	35,00	22,00	1638	1030
1	5	5	60,0	71	42,92	28,08	2575	1685
1	6	6	73,2	113	55,56	57,44	4067	4205
1	7	7	86,4	127	66,47	60,53	5743	5230
1	8	8	99,6	141	76,35	64,65	7604	6439
1	9	9	110,2	154	83,82	70,18	9237	7734
1	10	10	120,0	184	92,00	92,00	11040	11040
1	11	11	133,2	223	103,48	119,52	13784	15720
1	12	12	146,4	237	116,89	120,11	17113	17585
1	13	13	159,6	251	127,98	123,02	20426	19634
1	14	14	170,2	264	136,45	127,55	23224	21709
1	15	15	180,0	294	145,03	148,97	26105	26815

Tabelle V.

Schwerpunkte von Locomotiv-Axenlasten.

Drei Tender-Maschinen wie vor, die erste in Rückenstellung mit Weglassung der ersten Tender-Axe.

der ersten Last	der letzten Last	Der Lasten		Abstand der ersten und letzten Last	Abstand des Schwerpunktes von der		Moment der ganzen Last, bezogen auf die	
		Anzahl	Summa in Tonnen		ersten Last	letzten Last	erste Last	letzte Last
					Decimeter			
2	2	1	10,6	—	—	—	—	—
2	3	2	23,8	13	7,21	5,79	172	138
2	4	3	37,0	17	14,27	12,73	528	471
2	5	4	50,2	41	21,29	19,71	1069	989
2	6	5	63,4	83	34,14	48,86	2164	3097
2	7	6	76,6	97	44,97	52,03	3445	3985
2	8	7	89,8	111	54,68	56,32	4910	5057
2	9	8	100,4	124	62,00	62,00	6225	6225
2	10	9	110,2	154	70,18	83,82	7734	9237
2	11	10	123,4	193	83,32	109,68	10282	13535
2	12	11	136,6	207	95,27	111,73	13014	15262
2	13	12	149,8	221	106,35	114,65	15931	17175
2	14	13	160,4	234	114,78	119,22	18411	19122
2	15	14	170,2	264	123,38	140,62	20999	23934

Auf graphischem Wege erhält man bekanntlich  $M_x$  für irgend eine Laststellung, wenn man von der auf  $x$  gestellten Last (Polygon-Ecke) links und rechts in Abständen  $= x$  und  $= (1 - x)$  Lothe zieht (Blatt B, Fig. 9), deren Durchschnitte auf dem Polygon durch die Schlusslinie verbindet, und den Werth  $M_x$  an dem verticalen Abstand der fraglichen Ecke von der Schlusslinie  $M_x = y \hat{H}$

abliest, wobei das  $\bar{H}$  die mit dem Kräfte-Maassstabe gemessene Poldistanz wie oben bedeutet.

Tabelle VI.

### Schwerpunkte von Locomotiv-Axenlasten.

Drei Tender-Maschinen wie vor, die erste in Rückenstellung mit Weglassung der beiden ersten Tender-Axen.

Nummer	Der Lasten		Abstand der ersten und letzten Last	Abstand des Schwerpunktes von der		Moment der ganzen Last, bezogen auf die	
	Anzahl	Summa in Tonnen		ersten	letzten	erste Last	letzte Last
				Decimeter			
3	3	1	13,2	—	—	—	—
3	4	2	26,4	14	7,00	7,00	185 185
3	5	3	39,6	28	14,00	14,00	554 554
3	6	4	52,8	70	28,00	42,00	1478 2218
3	7	5	66,0	84	39,20	44,80	2587 2957
3	8	6	79,2	98	49,00	49,00	3881 3881
3	9	7	89,8	111	56,32	54,68	5057 4910
3	10	8	99,6	141	64,65	76,35	6439 7604
3	11	9	112,8	180	78,15	101,85	8815 11489
3	12	10	126,0	194	90,28	103,72	11375 13068
3	13	11	139,2	208	101,44	106,56	14120 14832
3	14	12	149,8	221	109,90	111,10	16463 16642
3	15	13	159,6	251	118,57	132,43	18924 21136

Wie die vorstehenden Entwicklungen und Tabellen zur Berechnung der Brückenträger zu benützen sind, soll später an einzelnen Beispielen der Vorlegeblätter gezeigt werden.

#### 4. Belastung durch Wasser.

Ueber diesen Fall der Belastung einer Brücke scheint es um so weniger nothwendig, eingehende Betrachtungen hier anzustellen, als die gleichmässige, noch dazu von Stößen vollständig freie Belastung, wie sie durch auf einer Canal-Brücke oder einem Aquaduct ruhende Wassermassen gebildet wird, im Verhältniss zu der oben betrachteten Belastung durch Eisenbahntrains keine Schwierigkeiten verursachen dürfte.

#### 5. Belastung durch Schnee.

Obwohl es im Allgemeinen zweckmässig sein wird, auf Brückenfahrbahnen möglichst wenig Schnee liegen zu

lassen und die ohnedies durchsichtiger construirten Eisenbahnbrücken rasch und vollständig von darauf gefallenem Schnee zu befreien, so ist es doch nothwendig, bei Brücken mit geschlossener Oberfläche oder mit Dachungen auf die Belastung durch Schneefall Rücksicht zu nehmen.

Der Werth dieser Belastung kann rund zu  $80^k$  pro  $\square^m$  angesetzt werden, indem das spezifische Gewicht des Schnee's im Mittel  $\frac{1}{8}$ , die grösste Schichtenhöhe desselben in unseren Gegenden etwa  $\frac{2}{3}^m$  beträgt.

#### 6. Belastung durch Wind.

Dass grössere Blechbalkenbrücken oder solche mit seitlichen Holzverschalungen bei Sturmwind einem starken Angriff in horizontaler Richtung ausgesetzt sind, leuchtet von selbst ein. Es müssen aber auch Brücken mit offen construirten Tragwänden in dieser Beziehung untersucht und als vom Wind belastete Fläche nicht nur die Summe der Projectionen aller Constructionstheile auf eine zur Brückenaxe parallele Vertical-Ebene, sondern auch jene Fläche in Rechnung gebracht werden, welche durch dicht gedrängt stehende Menschen oder durch eine Reihe von Wägen, namentlich bei Eisenbahnbrücken, dem Winde dargeboten wird. Hiedurch können unter Umständen sehr erhebliche Belastungen verursacht werden und ist daher jede Brücke durch sogen. Windverstreubungen etc. in horizontalem Sinne ebenso tragfähig gegen Winddruck zu construiren, wie sie in verticaler Richtung die vorher genannten Belastungen auszuhalten hat.

Nach Smeaton ist der Winddruck auf eine senkrecht zur Windrichtung gerichtete Fläche für die Geschwindigkeit  $v$  des Windes in Metern pro Secunde:

$$\hat{\tau} = 0,120 \cdot v^2 \text{ Kgr pr. } \square^m.$$

Für den  $\square$  Meter der dem Winde entgegenstehenden, aus den Flächen der Construction und der auf der Brücke sich bewegendem Fahrzeuge etc. zusammengesetzten Gesamtmfläche belasteter Brücken ist (nach Gerber, S. 25)  $150^k$  in Ansatz zu nehmen; bei unbelasteten Brücken dagegen ist zu untersuchen, ob sie bei einem Winddrucke von  $280^k$  pr.  $\square^m$  auf die durch die Construction gebotenen Flächen noch stabil sind. In letzterem Falle ist nämlich die Bewegung von Fahrzeugen nicht mehr möglich und daher auch nicht anzunehmen, dass solche auf der Brücke sich befinden.