

## II. Abschnitt.

### Festigkeit der Baumaterialien.

#### 1. Zugfestigkeit.

Wird ein prismatischer Körper an einem seiner Enden festgehalten, am andern von einer in der Prismenaxe wirkenden Kraft angegriffen, welche ihn zu zerreißen sucht, so nennt man den dabei geleisteten Widerstand die Zugfestigkeit (absolute Festigkeit) des betreffenden Materiales; insbesondere wird der unmittelbar vor dem Zerreißen pro Flächeneinheit des Prismenquerschnittes geleistete Widerstand als Zugfestigkeit ( $\hat{\alpha}_0$ ) bezeichnet. Elastische Körper erleiden bei irgend einer solchen Inanspruchnahme immer eine Dehnung, welche nach Beseitigung der Kraft entweder vollständig wieder verschwindet oder nicht. Bleibt eine merkliche Dehnung zurück, so war die sogenannte Elasticitätsgrenze überschritten, was bei Bautheilen, — Gerüste und provisorische Constructionen ausgenommen —, nie der Fall sein soll.

Die pro Flächeneinheit zulässige Spannung, der Festigkeitscoefficient ( $\hat{\alpha}$ ), wird bei Eisen und Holz unter den günstigsten Umständen bis zur Elasticitätsgrenze, bei Steinmaterialien dagegen, für welche die Versuche eine solche Grenze nicht ergeben, bis zu  $\frac{1}{10}$  der Zugfestigkeit angenommen. Bei ungünstigen Umständen nimmt man den Werth  $\hat{\alpha}$  um so geringer, je stärkeren Erschütterungen der angegriffene Körper ausgesetzt ist, nämlich bei geringen Erschütterungen für Eisen  $\hat{\alpha} \cong \frac{1}{5} \hat{\alpha}_0$ , für Holz  $\hat{\alpha} \cong \frac{1}{8} \hat{\alpha}_0$ ; bei stärkeren Erschütterungen für Eisen  $\hat{\alpha} \cong \frac{1}{5} \hat{\alpha}_0$ , für Holz  $\hat{\alpha} \cong \frac{1}{10} \hat{\alpha}_0$ ; Steinmaterialien sind in solchen Fällen überhaupt nicht zu verwenden.

Ausser der Zugfestigkeit ( $\hat{\alpha}_0$ ) und ausser den verschiedenen, hieraus abgeleiteten Festigkeitscoefficienten ( $\hat{\alpha}$ ) sind in der folgenden Tabelle die Werthe des sogenannten Elasticitätsmoduls oder Elasticitätscoefficienten ( $\hat{\epsilon}$ ) in Kilogrammen pro  $\square^{\text{cm}}$  ausgedrückt angegeben, mit denen die Zugkräfte dividirt werden müssen, wenn man die den letzteren entsprechenden relativen Dehnungen, das Verhältniss der eingetretenen Verlängerung zur ursprünglichen Länge des prismatischen Körpers ( $\frac{s}{l}$ ), erhalten will.

Die Beziehungen zwischen den inneren, Widerstand leistenden und zwischen den äusseren, angreifenden Kräften sind ausgedrückt durch:

$$F \cdot \hat{\alpha}_0 = \hat{Q}_0 \dots (1); \quad F \cdot \hat{\alpha} = \hat{Q} \dots (2);$$

$$F \cdot \frac{s}{l} \cdot \hat{\epsilon} = \hat{Q} \dots (3).$$

Aus Gleichung (1) ist die Kraft ( $\hat{Q}_0$ ), welche ein Prisma vom Querschnitte F und der Zugfestigkeit  $\hat{\alpha}_0$  zu zerreißen vermag, aus Gleichung (2) die für ein solches Prisma zulässige Zugbelastung ( $\hat{Q}$ ) und aus Gleichung (3), wenn die übrigen Grössen bekannt sind, die Verlängerung s zu bestimmen. —

(Siehe Tabelle über die Zugfestigkeit der Baumaterialien S. 9.)

#### 2. Druckfestigkeit.

Wird ein prismatischer Körper in der Richtung seiner Längsaxe gedrückt, so ist sein Verhalten ein mit seiner Länge wechselndes.

Kurze Stäbe, d. h. solche, bei denen die kürzere Seite des den Querschnitt einschliessenden, kleinsten Rechteckes (der kleinste Durchmesser) nur wenig kleiner ist als die Stablänge, erleiden, wenn sie überhaupt als elastisch angenommen werden, unter Druckeinwirkung zunächst Verkürzungen, welche wie bei den gezogenen Stäben mehr oder weniger wieder verschwinden können, dann bei zunehmender Kraft Stauchungen, welche mit der Zersplitterung in Prismen oder Pyramiden endigen. Die hier in gleichem Sinne wie bei der Zugfestigkeit geltende Elasticitätsgrenze oder grösstzulässige Druckspannung pro Flächeneinheit wird bei den in der auf Seite 10 folgenden Tabelle unter Ziffer 1 angegebenen Inanspruchnahmen erreicht. Die übrigen Zahlenwerthe haben ähnliche Bedeutung wie bei der Tabelle über die Zugfestigkeit der Materialien. Der unmittelbar vor dem Zermalmen pro Flächeneinheit des Prismenquerschnittes geleistete Widerstand des Materiales wird als absolut rückwirkende oder Druckfestigkeit ( $\hat{\beta}_0$ ), die pro Flächeneinheit zulässige Pressung wird als Festigkeitscoefficient ( $\hat{\beta}$ ) bezeichnet.

Tabelle über die Zugfestigkeit der Baumaterialien.

| Bezeichnung der Baumaterialien.   | Zugfestigkeit<br>(Zerreißungskraft).<br>$\hat{\epsilon}_0$ | Festigkeits-Coefficienten ( $\hat{\epsilon}$ )                 |                                     |                                    | Elasticitäts-Coefficienten ( $\hat{\epsilon}$ ) |                             |                             |
|---|--|--|-------------------------------------|------------------------------------|---|-----------------------------|-----------------------------|
|   |  | 1.<br>unter den günstigsten Umständen<br>(Elasticitätsgrenze). | 2.<br>bei geringen Erschütterungen. | 3.<br>bei starken Erschütterungen. | Elasticitäts-Modul<br>ad 1.                     | Elasticitäts-Modul<br>ad 2. | Elasticitäts-Modul<br>ad 3. |
| Kilogramme pro □ Centimeter.  |  |  |                                     |                                    |   |                             |                             |
| Schmiedeeisen . . . . .   | 4040   | 1600   | 1340                                | 600                                | 2020000   | 1940000                     | 1860000                     |
| Eisenblech, parallel zur Walzrichtung . . . . .                               | 3630   | 1450   | 1210                                | 600                                | 1800000   | 1700000                     | 1600000                     |
| „ senkrecht zur Walzrichtung . . . . .  | 3330   | 1250   | —                                   | —                                  | 1800000   | —                           | —                           |
| Eisendraht . . . . .  | 6460   | 2580   | 2150                                | 1070                               | 2200000   | 2100000                     | 2020000                     |
| Stahl . . . . .   | 8000   | 3000   | —                                   | —                                  | 2030000   | —                           | —                           |
| Gussstahl . . . . .   | 10000  | 5000   | —                                   | —                                  | 2000000   | —                           | —                           |
| Gusseisen . . . . .   | 1450   | 650  | 400                                 | —                                  | 1010000   | 970000                      | —                           |
| Eichenholz . . . . .  | 810  | 260  | 160                                 | 80                                 | 120000  | 120000                      | 113000                      |
| Fichtenholz . . . . .   | 800  | 230  | 160                                 | 80                                 | 120000  | 120000                      | 113000                      |
| Kiefern- (Föhren-)holz . . . . .  | 1050   | 290  | 210                                 | 105                                | 130000  | 130000                      | 120000                      |
| Lärchenholz . . . . .   | 1130   | 320  | 230                                 | 113                                | 130000  | 130000                      | 120000                      |
| Tannenholz . . . . .  | 970  | 260  | 190                                 | 100                                | 130000  | 130000                      | 120000                      |
| Schwarz-weißer Granit von Hauzenberg bei Passau, parallel zum Lager . . . . . | 44,5*  | 4,5  | —                                   | —                                  | 510000*   | —                           | —                           |
| Desgl. senkrecht zum Lager . . . . .  | 32,5*  | 3,0  | —                                   | —                                  | 270000*   | —                           | —                           |
| Gelblicher Granit von Fürstenstein bei Passau, parallel z. Lager . . . . .    | 22,0*  | 2,2  | —                                   | —                                  | 150000*   | —                           | —                           |
| Desgl. senkrecht zum Lager . . . . .  | 19,0*  | 1,9  | —                                   | —                                  | 120000*   | —                           | —                           |
| Grünstein von Ottendorf in Oberfranken, senkrecht zum Lager . . . . .         | 50*  | 5,0  | —                                   | —                                  | —   | —                           | —                           |
| Muschelkalk von Randersacker oberhalb Würzburg . . . . .                      | 27*  | 2,7  | —                                   | —                                  | —   | —                           | —                           |
| Dolomit von Lohstadt bei Kelheim, parallel zum Lager . . . . .                | 15* u. 33*   | 1,5 u. 3,3   | —                                   | —                                  | 435000*   | —                           | —                           |
| Desgl. senkrecht zum Lager . . . . .  | 32* u. 36*   | 3,2 u. 3,6   | —                                   | —                                  | 400000*   | —                           | —                           |
| Grünsandstein von Kapfelberg bei Kelheim, parallel z. Lager . . . . .         | 12,5*  | 1,2  | —                                   | —                                  | 120000*   | —                           | —                           |
| Hartgebrannte Maschinenziegel a. d. Münchener Actienziegelei . . . . .        | 5,0*—6,4*  | 0,5—0,6  | —                                   | —                                  | —   | —                           | —                           |
| Klinker, Qualität I <sup>a</sup> , von Grosshesselohe . . . . .               | 20*  | 2,0  | —                                   | —                                  | —   | —                           | —                           |
| Prismen aus Perlmooser Portland-Cement nach 60 tägiger Erhärtung aus          |  |  |                                     |                                    |   |                             |                             |
| 1 Theil Cement und 1 Theil Sand . . . . .                                     | 14*  | 1,4  | —                                   | —                                  | —   | —                           | —                           |
| 1 „ „ „ 2 „ „ . . . . .   | 13*  | 1,3  | —                                   | —                                  | —   | —                           | —                           |
| 1 „ „ „ 4 „ „ . . . . .   | 10,5*  | 1,0  | —                                   | —                                  | —   | —                           | —                           |

Anmerkung. Die mit \* bezeichneten Angaben sind den „Mittheilungen aus dem mechanisch-technischen Laboratorium der königl. polytechnischen Schule in München“ von Herrn Professor J. Bauschinger entnommen.

Die Beziehungen zwischen den inneren, Widerstand leistenden und zwischen den äusseren, angreifenden Kräften sind ausgedrückt durch

$$F \cdot \beta_0^3 = \hat{Q}_0 \dots (1); \quad F \cdot \beta = \hat{Q} \dots (2);$$

$$F \cdot \frac{s}{l} \cdot \hat{\epsilon} = \hat{Q} \dots (3).$$

(Siehe Tabelle über die Druckfestigkeit der Baumaterialien bei kurzen Stäben S. 10.)

Bei den Angaben über die Druckfestigkeit der Steinmaterialien ist besonders hervorzuheben, dass fast in allen Fällen würfelförmige Steine mit genau eben und parallel zu einander abgeschliffenen Druckflächen untersucht wurden. —

Wesentlich anders gestalten sich die Verhältnisse, wenn längere Stäbe in der Richtung ihrer Axe gedrückt werden.

Hier erfolgt, wenn Kraft- und Axenrichtung als nahezu zusammenfallend angenommen werden können, eine Ausbiegung senkrecht zu derjenigen Schwerpunktsaxe des Stabquerschnittes, für welche das Trägheitsmoment des letzteren am kleinsten ist.

Diese Ausbiegung setzt sich bei hinreichender Kraftwirkung so lange fort, bis der Stab abbricht.

Dabei hängt es von der Art der Befestigung der Stabenden ab, ob die Ausbiegung nach einer einfachen, doppelt oder mehrfach gebogenen Curve erfolgt, und zwar tritt letzterer Fall immer dann ein, wenn beide Enden des Stabes als festgeklemmt betrachtet werden können.

Von der Beanspruchung, wie sie bei ganz kurzen Stäben erfolgt, und von der eigentlichen Biegung bei normal zur Stabaxe einwirkenden Kräften unterscheidet man den eben betrachteten Fall dadurch, dass man ihn als

Tabelle über die Druckfestigkeit der Baumaterialien bei kurzen Stäben.

| Bezeichnung der Baumaterialien.  | Druckfestigkeit<br>(Zerdrückungskraft).<br>$\beta_0$ | Festigkeits-Coefficienten ( $\beta$ )                                |  |   | Elasticitäts-Coefficienten ( $\epsilon$ ) |                                 |                                 |
|--|--|--|--|---|---|---------------------------------|---------------------------------|
|  |  | 1.<br>unter den<br>günstigsten<br>Umständen<br>(Elasticitätsgrenze). | 2.<br>bei geringen<br>Erschütterungen. | 3.<br>beistarken<br>Erschütterungen<br>(und bei<br>dünnen<br>steinernen<br>Pfeilern). | Elasticitäts-<br>Modul<br>ad 1.           | Elasticitäts-<br>Modul<br>ad 2. | Elasticitäts-<br>Modul<br>ad 3. |
| Kilogramme pro □ Centimeter.   |  |  |  |   |   |                                 |                                 |
| Schmiedeeisen . . . . .  | 3230   | 1600   | 1340                                   | 600   | 2020000                                   | 1940000                         | 1860000                         |
| Stahl . . . . .  | 7000   | 3000   | —                                      | —   | 2030000                                   | —                               | —                               |
| Gusseisen . . . . .  | 8000   | 2000   | 1600                                   | —   | 1010000                                   | 970000                          | —                               |
| Eichenholz . . . . .   | 540  | 215  | 130                                    | 65  | 120000                                    | 120000                          | 113000                          |
| Fichtenholz . . . . .  | 400  | 170  | 120                                    | 60  | 120000                                    | 120000                          | 113000                          |
| Desgl. parallel zur Faserrichtung . . . . .  | 300*   | —  | —                                      | —   | —   | —                               | —                               |
| Desgl. senkrecht zur Faserrichtung . . . . .   | 323  | —  | —                                      | —   | —   | —                               | —                               |
| Kiefern-(Föhren-)holz . . . . .  | 525  | 220  | 160                                    | 80  | 130000                                    | 130000                          | 120000                          |
| Lärchenholz . . . . .  | 565  | 240  | 170                                    | 85  | 130000                                    | 130000                          | 120000                          |
| Tannenholz . . . . .   | 485  | 200  | 140                                    | 75  | 130000                                    | 130000                          | 120000                          |
| Schwarz-weisser Granit von Hauzenberg bei Passau, senkrecht zum Lager . . . . .  | 1020*  | 100  | 50                                     | 25  | 413450*                                   | 441250*                         | 458620*                         |
| Desgl. parallel zum Lager . . . . .  | 1030*  | 100  | 50                                     | 25  | 490000*                                   | 490000*                         | 490000*                         |
| Gelblicher Granit von Fürstenstein bei Passau, senkrecht zum Lager . . . . .   | 850-1000*  | 92   | 46                                     | 23  | 184000*                                   | 184000*                         | 184000*                         |
| Desgl. parallel zum Lager . . . . .  | 880-990*   | 94   | 47                                     | 23  | 288000*                                   | 288000*                         | 288000*                         |
| Grünstein von Ottendorf in Oberfranken, senkrecht zum Lager . . . . .  | 1070-1970*   | 100-190  | 50-95                                  | 25-47   | —   | —                               | —                               |
| Desgl. parallel zum Lager . . . . .  | 1400-1720*   | 140-170  | 70-85                                  | 35-42   | —   | —                               | —                               |
| Muschelkalk von Randersacker oberhalb Würzburg . . . . .   | 440*   | 44   | 22                                     | 11  | —   | —                               | —                               |
| Dolomit von Lohstadt bei Kelheim, senkrecht zum Lager . . . . .  | 980-1110*  | 98-111   | 49-55                                  | 24-27   | 560000*                                   | 560000*                         | 560000*                         |
| Desgl. parallel zum Lager . . . . .  | 1090-1280*   | 109-128  | 54-64                                  | 27-32   | 530000*                                   | 530000*                         | 530000*                         |
| Weisser Bausandstein von Coburg, senkrecht zum Lager . . . . .   | 316*   | 32   | 16                                     | 8   | —   | —                               | —                               |
| Desgl. parallel zum Lager . . . . .  | 262*   | 26   | 13                                     | 6   | —   | —                               | —                               |
| Grünsandstein von Kapfelberg bei Kelheim, senkr. zum Lager . . . . .   | 310*   | 31   | 15                                     | 7   | 86000*                                    | 86000*                          | 124000*                         |
| Molasse-Sandstein vom Grünten bei Immenstadt, senkrecht zum Lager . . . . .  | 1470*  | 147  | 70                                     | 35  | —   | —                               | —                               |
| Rother Sandstein von Sulz am Neckar, senkrecht zum Lager . . . . .   | 630*   | 60   | 30                                     | 15  | —   | —                               | —                               |
| Desgl. parallel zum Lager . . . . .  | 460*   | 46   | 23                                     | 11  | —   | —                               | —                               |
| Klinker, Qualität I <sup>a</sup> , von Grosshesselohe (Wenz) . . . . .   | 720*   | 72   | 36                                     | 18  | —   | —                               | —                               |
| Gewöhnl. Mauerziegel aus der Fabrik Wienerberg bei Wien . . . . .  | 187*   | 18   | 9                                      | 4   | —   | —                               | —                               |
| Gewöhnl. Ziegelmauerwerk, verbunden durch Mörtel von 1 Theil Perlmooser Portland-Cement und 3 Theilen feinen Isarsand nach 90 tägiger Erhärtung, senkrecht zu den Lagerflächen . . . . . | 95*  | 9,5  | 4                                      | 2   | —   | —                               | —                               |
| Desgl. mit Mörtel von 1 Theil Perlmooser hydraulischen Kalk und 3 Theilen feinen Isarsand . . . . .  | 61*  | 6,0  | 3,0                                    | 1,5   | —   | —                               | —                               |
| Desgl. mit gewöhnlichem Luftmörtel von 1 Theil Kalk und 3 Theilen Sand . . . . .   | 51*  | 5  | 2,5                                    | 1,2   | —   | —                               | —                               |
| Würfel aus Perlmooser reinem Portland-Cemente nach 100-tägiger Erhärtung . . . . .   | 211-258*   | 21-25  | 10-12                                  | 5-6   | —   | —                               | —                               |
| Desgl. aus 1 Theil Cement und 1 Theil Sand . . . . .   | 216-239*   | 21-23  | 10-11                                  | 5-6   | —   | —                               | —                               |
| Desgl. „ 1 „ „ 2 „ „ . . . . .   | 185-202*   | 18-20  | 9-10                                   | 4-5   | —   | —                               | —                               |
| Desgl. „ 1 „ „ 4 „ „ . . . . .   | 160*   | 16   | 8                                      | 4   | —   | —                               | —                               |
| Gut erhärteter Luftmörtel (nach älteren Versuchen) . . . . .   | 36-80  | 3-8  | 2-4                                    | 1-2   | —   | —                               | —                               |

Die mit \* bezeichneten Werthe sind den „Mittheilungen aus dem mechanisch-technischen Laboratorium der königl. polytechnischen Schule in München“ von Herrn Professor Bauschinger (Bd VI der Zeitschrift des bayerischen Architekten- und Ingenieur-Vereins) entnommen.

eine Knickung bezeichnet und von einer Knickungsfestigkeit (relativ rückwirkende Festigkeit) spricht. Als Ergebniss der Theorie kann die folgende, von verschiedenen Seiten als maasgebend anerkannte Formel betrachtet

werden, welche ausspricht, dass die für gedrückte kurze Stäbe zulässige Inanspruchnahme  $\beta$  bei langen Stäben in einer Weise reducirt werden muss, welche von dem Stabquerschnitt (F), dem Trägheitsmomente ( $\Theta$ ) desselben

und von der freien Stablänge ( $l$ ) abhängt. Es ist nämlich der reducirte Festigkeits-Coefficient

$$\beta_m = \frac{\beta}{1 + \nu \frac{F}{\Theta} l^2},$$

in welcher Formel, wenn Dimensionen und Gewichte in Centimetern und Kilogrammen ausgedrückt und abgeplattete Stabenden (stumpfer Stoss) angenommen werden, der Coefficient  $\nu$  für verschiedene Materialien folgende Mittelwerthe hat:

|                    |          |   |
|--------------------|----------|---|
| für Schmiedeseisen | 0,00009, | } Für Stäbe mit ganz frei beweglichen abgerundeten Enden (Charnieren) ist $\nu$ etwa dreimal grösser zu nehmen. |
| für Gusseisen      | 0,00022, |   |
| für Holz           | 0,00020. |   |

Bezüglich der freien Länge  $l$  ist zu bemerken, dass dieselbe bei abgeplatteten Stabenden gleich der wirklichen Länge des Stabes, bei mehr oder weniger durch Einmauerung, Continuität der Construction etc. gesicherter Lage der Enden aber kleiner als diese Länge genommen werden dürfte, dass jedoch bei Brückenconstructions, wo die einzelnen Stücke wie die Gurtungstheile, Pfosten, Streben u. dergl. zwar fest, aber doch nicht vollkommen starr mit einander verbunden sind, der grösseren Sicherheit wegen vielfach  $l$  gleich der Stablänge gesetzt wird.

Für den Gebrauch der oben angegebenen Formel scheint es, bei der Wichtigkeit des Gegenstandes, angemessen, folgende näheren Betrachtungen anzustellen.

In jedem gegebenen Falle ist die Aufgabe immer die, für eine auf den betreffenden Constructionstheil einwirkende Kraft  $\hat{Q}$ , dann bei gegebener Länge desselben und bei bekanntem Festigkeits-Coefficienten  $\beta$  den zugehörigen Querschnitt seiner Grösse und Form nach zu bestimmen.

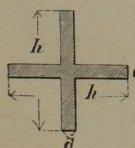
Da  $\hat{Q} = \beta_m \cdot F$  sein muss, so hat man

$$\hat{Q} = \frac{\beta \cdot F}{1 + \nu \frac{F}{\Theta} l^2} \text{ oder } F = \frac{\hat{Q}}{\beta} \left( 1 + \nu \frac{F}{\Theta} l^2 \right) \dots (*)$$

Diese Gleichung gibt  $F$  nicht unmittelbar, da  $\Theta$  von  $F$  abhängig ist. Man hat demnach entweder für  $F$  (in der Klammer) und  $\Theta$  zunächst approximative Werthe anzunehmen, durch Einsetzen des damit erhaltenen Werthes von  $F$  resp. von  $\Theta$  in den rechtseitigen Theil der Gleichung  $F$  zu bestimmen und erforderlichen Falles dieses Verfahren zu wiederholen, bis die nöthige Genauigkeit erzielt ist, — oder man berechnet das für ähnliche Querschnittsfiguren als Function einer Querschnittsdimension sich ergebende Verhältniss  $\frac{F}{\Theta}$ , drückt  $F$  durch die gleiche Dimension aus und erhält so eine Bestimmungsgleichung für letztere, womit dann  $F$  und  $\Theta$  gefunden sind.

Als Beispiel diene folgende Rechnung:

Ein Schmiedeseisenstab von kreuzförmigem Querschnitt werde bei einer Länge von 3<sup>m</sup> von einer Kraft  $\hat{Q} = 20000^k$  auf Knickung beansprucht; es ist der Querschnitt



desselben zu bestimmen unter der Annahme, dass  $\beta = 600^k$  pro  $\square^{cm}$  sei.

Bei der angegebenen Bezeichnung ist

$$F = dh + d(h - d) = d(2h - d)$$

$$\Theta = \frac{1}{12} dh^3 + \frac{1}{12} (h - d) d^3 = \frac{1}{12} d(h^3 + hd^2 - d^3).$$

Wird nach Maassgabe einer Constructions-Skizze

$$d = \frac{1}{10} h \text{ gesetzt, so erhält man}$$

$$F = 0,19 h^2 \text{ und } \Theta = 0,0084 h^4, \text{ somit}$$

$$\frac{F}{\Theta} = \frac{22,62}{h^2}.$$

Durch Einführung dieses Werthes in die Gleichung (\*) ergibt sich:

$$0,19 h^2 = \frac{20000}{600} \left( 1 + 0,00009 \frac{22,62}{h^2} 90000 \right)$$

$$0,19 h^4 - 33,33 h^2 = 6107$$

$$h = 16,95^{cm}.$$

Mit diesem direct gefundenen Werthe von  $h$  wird nun auch erhalten:

$$d = 1,695^{cm}, F = 54,59 \square^{cm} \text{ und } \Theta = 693,35^{cm^4},$$

während sich der reducirte Festigkeitscoefficient aus der

$$\text{Gleichung } \beta_m = \frac{\hat{Q}}{F} \text{ zu } 366^k \text{ pro } \square^{cm} \text{ bestimmt. —}$$

Zur Vereinfachung der Rechnung kann man sich übrigens auch der Tabelle bedienen, welche Scheffler in seiner „Theorie der Festigkeit gegen das Zerknicken“ auf Grund von in England angestellten Versuchen berechnet hat und welche wir hier in der Weise abgeändert folgen lassen, dass aus derselben sofort für jedes Verhältniss  $\frac{1}{d}$ , wobei  $l$  die freie Länge und  $d$  den kleinsten

Durchmesser eines auf Knickung beanspruchten Stabes bezeichnet, der reducirte Festigkeitscoefficient  $\beta_m$  in Procenten des für kurze Stäbe geltenden Werthes von  $\beta$  entnommen werden kann.

(Siehe obenstehende Tabelle.)

Wenn Kraft- und Axenrichtung nicht, wie bis jetzt vorausgesetzt, zusammenfallen, so tritt eine Aenderung für die Bestimmung der mittleren zulässigen Pressung nur darin ein, dass das Trägheitsmoment hiebei auf die zur Richtung der Kraft senkrecht stehende Schwerpunktsaxe zu beziehen ist. —

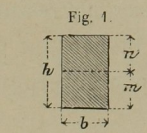
Als Abschluss vorstehender Betrachtungen über die Knickfestigkeit wird eine Zusammenstellung der Trägheitsmomente von Querschnittsformen angefügt, wie sie bei der Construction von Brücken am häufigsten vorkommen. Die Cotirung derselben ist so gewählt, dass die Ausdrücke für die Trägheitsmomente sich möglichst einfach ergeben; für die zur Schwerpunktsaxe nicht symmetrisch gestalteten Profile sind auch die Werthe von  $m$  und  $n$ , in welche die Höhe einer Figur durch die genannte Axe getheilt wird, angegeben; für alle übrigen Querschnitte ist  $m = n = \frac{h}{2}$ . Mit Rücksicht auf die späteren Be-

merkungen über die Biegefestigkeit sind auch die Trägheitsmomente für mehrere dort in Betracht kommende Querschnitte mitgetheilt.

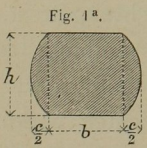
Tabelle zur Reduction des Werthes der zulässigen Pressung bei langen Stäben.

| l/d | Gusseisen, voller Cylinder    |                           | Schmiedeeisen, voller Cylinder |                           | Eichenholz, volles Quadrat, befestigte ebene Enden. | Fichtenholz, volles Quadrat, befestigte ebene Enden. |
|-----|-------------------------------|---------------------------|--------------------------------|---------------------------|---|--|
|     | bewegliche zugespitzte Enden. | „ befestigte ebene Enden. | bewegliche zugespitzte Enden.  | „ befestigte ebene Enden. |   |  |
|     | $\beta_m =$                   |                           |                                |                           |   |  |
| 0   | 1,00 $\beta$                  | 1,00 $\beta$              | 1,00 $\beta$                   | 1,00 $\beta$              | 1,00 $\beta$  | 1,00 $\beta$   |
| 1   | 0,97 „                        | 0,99 „                    | 1,00 „                         | 1,00 „                    | 1,00 „  | 1,00 „   |
| 2   | 0,90 „                        | 0,96 „                    | 0,98 „                         | 1,00 „                    | 0,99 „  | 0,99 „   |
| 3   | 0,81 „                        | 0,93 „                    | 0,97 „                         | 0,99 „                    | 0,98 „  | 0,98 „   |
| 4   | 0,73 „                        | 0,89 „                    | 0,94 „                         | 0,98 „                    | 0,97 „  | 0,96 „   |
| 5   | 0,65 „                        | 0,85 „                    | 0,91 „                         | 0,97 „                    | 0,95 „  | 0,95 „   |
| 6   | 0,58 „                        | 0,80 „                    | 0,88 „                         | 0,96 „                    | 0,93 „  | 0,92 „   |
| 7   | 0,51 „                        | 0,75 „                    | 0,84 „                         | 0,94 „                    | 0,91 „  | 0,90 „   |
| 8   | 0,45 „                        | 0,71 „                    | 0,81 „                         | 0,93 „                    | 0,88 „  | 0,87 „   |
| 9   | 0,40 „                        | 0,67 „                    | 0,77 „                         | 0,91 „                    | 0,86 „  | 0,84 „   |
| 10  | 0,36 „                        | 0,63 „                    | 0,73 „                         | 0,89 „                    | 0,83 „  | 0,81 „   |
| 11  | 0,33 „                        | 0,59 „                    | 0,69 „                         | 0,87 „                    | 0,80 „  | 0,78 „   |
| 12  | 0,29 „                        | 0,55 „                    | 0,65 „                         | 0,85 „                    | 0,77 „  | 0,75 „   |
| 15  | 0,21 „                        | 0,46 „                    | 0,58 „                         | 0,79 „                    | 0,68 „  | 0,66 „   |
| 20  | 0,13 „                        | 0,30 „                    | 0,44 „                         | 0,67 „                    | 0,55 „  | 0,52 „   |
| 25  | 0,09 „                        | 0,26 „                    | 0,31 „                         | 0,57 „                    | 0,44 „  | 0,41 „   |
| 30  | 0,07 „                        | 0,19 „                    | 0,22 „                         | 0,55 „                    | 0,35 „  | 0,36 „   |
| 35  | 0,05 „                        | 0,15 „                    | 0,16 „                         | 0,43 „                    | 0,30 „  | 0,26 „   |
| 40  | 0,04 „                        | 0,12 „                    | 0,12 „                         | 0,36 „                    | 0,23 „  | 0,20 „   |
| 45  | 0,03 „                        | 0,10 „                    | 0,10 „                         | 0,30 „                    | 0,18 „  | 0,16 „   |
| 50  | 0,03 „                        | 0,08 „                    | 0,08 „                         | 0,25 „                    | 0,15 „  | 0,13 „   |
| 60  | 0,02 „                        | 0,06 „                    | 0,06 „                         | 0,17 „                    | 0,10 „  | 0,09 „   |
| 70  | 0,02 „                        | 0,05 „                    | 0,04 „                         | 0,13 „                    | 0,07 „  | 0,07 „   |
| 80  | 0,01 „                        | 0,04 „                    | 0,03 „                         | 0,10 „                    | 0,06 „  | 0,05 „   |
| 90  | 0,01 „                        | 0,03 „                    | 0,02 „                         | 0,08 „                    | 0,04 „  | 0,04 „   |
| 100 | 0,01 „                        | 0,03 „                    | 0,02 „                         | 0,06 „                    | 0,04 „  | 0,03 „   |

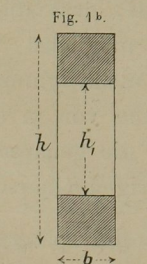
Zusammenstellung der Trägheitsmomente verschiedener Querschnitte.



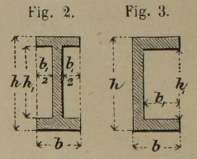
$$\Theta = \frac{1}{12} b h^3.$$



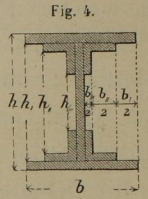
$$\Theta = \frac{1}{12} b h^3 + \frac{1}{30} c h^3.$$



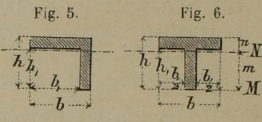
$$\Theta = \frac{1}{12} b (h^3 - h_1^3).$$



$$\Theta = \frac{1}{12} (b h^3 - b_1 h_1^3).$$



$$\Theta = \frac{1}{12} [b h^3 - b_1 h_1^3 - b_2 h_2^3 - b_3 h_3^3].$$



$$\Theta = \frac{1}{3} (b h^3 - b_1 h_1^3) - \frac{1}{4} \frac{(b h^2 - b_1 h_1^2)^2}{b h - b_1 h_1}.$$

Zur Erläuterung:

Querschnittsfläche  $F = b h - b_1 h_1$ . Bestimmung der Höhenlage des Schwerpunkts: (für die Axe M)

$$F \cdot m = b h \cdot \frac{h}{2} - b_1 h_1 \cdot \frac{h_1}{2};$$

$$m = \frac{1}{2} \frac{b h^2 - b_1 h_1^2}{b h - b_1 h_1}; \quad n = h - m.$$

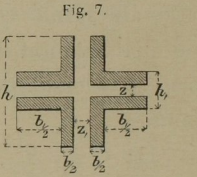
Trägheitsmoment für die Axe M:

$$\Theta = \frac{1}{3} b h^3 - \frac{1}{3} b_1 h_1^3;$$

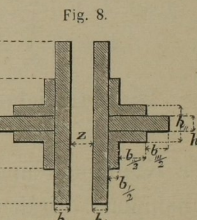
Trägheitsmoment für die Schwerpunktsaxe N:

$$\Theta = \Theta - F \cdot m^2;$$

$$\Theta = \frac{1}{3} (b h^3 - b_1 h_1^3) - \frac{1}{4} \frac{(b h^2 - b_1 h_1^2)^2}{b h - b_1 h_1} \text{ wie oben.}$$



$$\Theta = \frac{1}{12} (b h^3 + b_1 h_1^3 - (b + b_1) z^3).$$



$$\Theta = \frac{1}{12} (b h^3 + b_1 h_1^3 + b_2 h_2^3 + b_3 h_3^3).$$

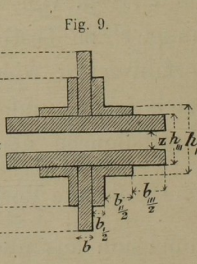


Fig. 8 um 90° gedreht.

$$\Theta = \frac{1}{12} [b h^3 + b_1 h_1^3 + b_2 h_2^3 + b_3 h_3^3 - (b + b_1 + b_2 + b_3) z^3].$$

$$\Theta = \frac{1}{3} (b h^3 - b_1 h_1^3 - b_2 h_2^3 - b_3 h_3^3) - \frac{1}{4} \frac{(b h^2 - b_1 h_1^2 - b_2 h_2^2 - b_3 h_3^2)^2}{b h - b_1 h_1 - b_2 h_2 - b_3 h_3}.$$

$$m = \frac{1}{2} \frac{b h^2 - b_1 h_1^2 - b_2 h_2^2 - b_3 h_3^2}{b h - b_1 h_1 - b_2 h_2 - b_3 h_3}.$$

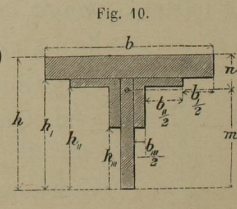


Fig. 11.

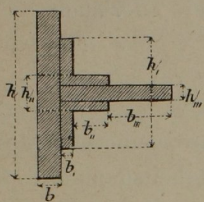
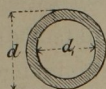


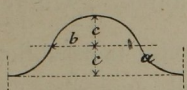
Fig. 10 um 90° gedreht.  
 $\Theta = \frac{1}{12} (bh^3 + b_1h_1^3 + b_2h_2^3 + b_3h_3^3 + b_4h_4^3)$ .

Fig. 12.



$$\Theta = \frac{\pi}{64} (d^4 - d_1^4)$$

Fig. 13.

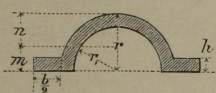


Für Wellenblech von der Dicke a, dessen Querschnittsform so beschaffen ist, dass  $\frac{2c}{b} = \frac{4}{3}$ , bestimmt sich das

Trägheitsmoment des Querschnitts nach Rebhann durch den Ausdruck:  $\Theta = 1,0552 b^3 a$ .

$$\Theta = 0,393 (r^4 - r_1^4) + \frac{1}{3} b h^3 - \frac{(\frac{2}{3}(r^3 - r_1^3) + \frac{1}{2} b h^2)^2}{1,57 (r^2 - r_1^2) + b h}$$

Fig. 14.



$$m = \frac{\frac{2}{3}(r^3 - r_1^3) + \frac{1}{2} b h^2}{1,57 (r^2 - r_1^2) + b h}$$

$$n = r - m$$

Zur Erläuterung:

Trägheitsmoment einer Halbkreisfläche für ihren Durchmesser ist

$$= \frac{1}{8} \pi r^4 = 0,393 r^4$$

Abstand des Schwerpunktes einer Halbkreisfläche vom Durchmesser

$$= \frac{4}{3} \cdot \frac{r}{\pi} = 0,4244 r$$

### 3. Schubfestigkeit.

Die Schubfestigkeit (Abscheerungs-, Scheer- oder Verschiebungsfestigkeit) eines Körpers wird in Anspruch genommen, wenn ein Theil desselben festgehalten und der andere durch Verschieben von dem ersteren zu trennen gesucht wird; insbesondere wird auch hier wieder unter Schubfestigkeit ( $\gamma_0$ ) der pro Flächeneinheit des Querschnittes, nach welchem eine Trennung eintritt, unmittelbar vor dieser Trennung stattfindende Widerstand des Materiales verstanden.

Der Werth der Schubfestigkeit kann bei Schmiedeeisen als das geometrische Mittel zwischen der Zug- und Druckfestigkeit angenommen werden, so dass die zulässige Schubspannung ( $\gamma$ ) in Kgr pro  $\square^{cm}$  ausgedrückt wird durch die Relation

$$\gamma = \sqrt{\alpha \cdot \beta}$$

Für die übrigen Baumaterialien sind die Angaben mitunter noch sehr schwankend, so dass wir in der folgenden Tabelle für Holz und Stein ausschliesslich einige,

mit \* bezeichnete derjenigen Werthe geben, welche Herr Professor Bauschinger in der jüngsten Zeit mit Hilfe der Werder'schen Festigkeitsmaschine erhalten und in seinen „Mittheilungen etc.“ veröffentlicht hat.

Tabelle über die Schubfestigkeit verschiedener Baumaterialien.

| Bezeichnung der Materialien.  | Richtung der Abschubfläche gegen die Fasern oder das Lager. | Schubfestigkeit (abschneidende Kraft) ( $\gamma_0$ ) in Kgr pr. $\square^{cm}$ . | Festigkeits-Coefficient $\gamma$ in Kgr pr. $\square^{cm}$ . |
|---|---|--|--|
| Schmiedeeisen . . . . .   | —   | 3612   | 600  |
| Gusseisen, gute Qualität . . . . .  | —   | 1100   | 220  |
| Gussstahl, gewöhnliche Qualität . . . . .   | —   | 4000   | 800  |
| 30jähriges Gebirgsfichtenholz . . . . .   | parallel z. d. Fasern                                       | 53*  | 10   |
| Desgl. . . . .  | senkrecht „ „   | 225*   | 45   |
| Schwarz-weißer Granit von Hauzenberg . . . . .                                    | senkrecht z. d. Lager                                       | 93 u. 127*   | 9,3 u. 12,7  |
| Desgl. . . . .  | parallel „ „  | 109 u. 90*   | 10,9 u. 9,0  |
| Gelblicher Granit von Fürstenstein . . . . .                                      | senkrecht „ „   | 82 u. 100*   | 8,2 u. 10  |
| Desgl. . . . .  | parallel „ „  | 60 u. 75*  | 6 u. 7,5   |
| Grünstein von Ottendorf . . . . .   | senkrecht „ „   | 90 u. 66*  | 9 u. 6,6   |
| Desgl. . . . .  | parallel „ „  | 78—159*  | 7,8—15,9   |
| Muschelkalk von Randersacker . . . . .  | —   | 51 u. 65*  | 5 u. 6,5   |
| Dolomit von Lohstadt . . . . .  | senkrecht „ „   | 64 u. 55*  | 6,4 u. 5,5   |
| Desgl. . . . .  | parallel „ „  | 78 u. 87*  | 7,8 u. 8,7   |
| Bausandstein v. Coburg . . . . .  | senkrecht „ „   | 16*  | 1,6  |
| Desgl. . . . .  | parallel „ „  | 13*  | 1,3  |
| Grünsandstein von Kapfelberg . . . . .  | senkrecht „ „   | 32*  | 3,2  |
| Desgl. . . . .  | parallel „ „  | 17*  | 1,7  |
| Sandstein vom Grünen Rother Sandstein von Sulz am Neckar . . . . .                | senkrecht „ „   | 150*   | 15,0   |
| Gelber Sandstein von Zapfendorf b. Bamberg . . . . .                              | „ „ „   | 75*  | 7,5  |
| Sandstein von Kronach . . . . .   | „ „ „   | 25*  | 2,5  |
| Kalkstein von Neuburg a/D. . . . .  | „ „ „   | 21*  | 2,1  |
| Maschinenziegel aus der Münchener Actien-Ziegelei, sehr hart gebrannt . . . . .   | —   | 30*  | 3,0  |
| Desgl., sehr weich mit deutlich sichtbarer Faserstructur . . . . .                | parallel aber quer durch die Fasern                         | 56—66*   | 5,6—6,6  |
| Desgl. . . . .  | längs der Faserrichtung                                     | 16,5*  | 1,6  |
| Desgl. . . . .  | —   | 10*  | 1,0  |
| Klinker von A. Wenz in Grosshesselohe, Qualität I <sup>a</sup> . . . . .          | —   | 38*  | 3,8  |
| Prismen aus reinem Perlmooser Portland-Cemente nach 60tägiger Erhärtung . . . . . | —   | 20 u. 16*  | 2,0 u. 1,6   |
| Desgl. aus Cementmörtel von 1 Th. Cement und 1 Th. Sand . . . . .                 | —   | 34 u. 23*  | 3,4 u. 2,3   |
| Desgl. aus Cementmörtel von 1 Th. Cement und 2 Th. Sand . . . . .                 | —   | 30 u. 22*  | 3,0 u. 2,2   |
| Desgl. aus Cementmörtel von 1 Th. Cement und 4 Th. Sand . . . . .                 | —   | 26 u. 19*  | 2,6 u. 1,9   |